

การประยุกต์ใช้ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มเร็วในการวิเคราะห์เสถียรภาพภาวะชั่วคราว

นาย กฤษณะ วิศิธรประเสริฐ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-172-161-7

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

An Application of the Fast Fourier Transform in Transient Stability Analysis

Mr. Kritsana Withironprasert

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-172-161-7

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประยุกต์ใช้ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มเร็วในการวิเคราะห์เสถียรภาพภาวะ ชั่วคราว
โดย	นาย กฤษณะ วิศิธรณประเสริฐ
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร. สุขุมวิทย์ ภูมิวุฒิสาร
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ดร. ทรงศักดิ์ ชุมนพิพัฒน์

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร. สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(ดร. คมสัน เพ็ชรรัักษ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุขุมวิทย์ ภูมิวุฒิสาร)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(ดร. ทรงศักดิ์ ชุมนพิพัฒน์)

..... กรรมการ  
(ดร. สุเทพ นิยมคล้าย)

กฤษณะ วิศิธรณประเสริฐ : การประยุกต์ใช้ฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มอย่างเร็วในการวิเคราะห์เสถียรภาพ  
 ภาวะชั่วคราว. (An Application of the Fast Fourier Transform in Transient Stability Analysis) อ. ที่  
 ปรีक्षा : รองศาสตราจารย์ ดร. สุขุมวิทย์ ภูมิวิศิษาร, อ. ที่ปรีक्षाร่วม : ดร. ทรงศักดิ์ ชุยมพิพัฒน์,  
 95 หน้า. ISBN 974-172-161-7.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แสดงถึงหลักการคำนวณที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของระบบในช่วงภาวะ  
 ชั่วคราวโดยพิจารณาความสัมพันธ์ที่ได้จากผลตอบสนองอิมพัลส์ เมื่อกำหนดให้เกิดเหตุขัดข้องใน  
 ระบบไฟฟ้า จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรต่างๆ ในระบบ จนทำให้ระบบเข้าสู่สภาวะที่  
 ไม่มีเสถียรภาพ และพลังงานของสัญญาณจะมีค่าเพิ่มขึ้นและเข้าใกล้เส้นขอบเขตเสถียรภาพของ  
 ระบบ การใช้ฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มเพื่อพิจารณาฟังก์ชันที่แสดงถึงการประเมินขอบเขตเสถียรภาพ  
 ของระบบ พบว่าพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณใช้เป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการ  
 การพิจารณาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบ

หลักการพิจารณาเสถียรภาพของระบบในทางความถี่เป็นพื้นฐานในการสังเกตพฤติกรรม  
 ของระบบเมื่อระบบเคลื่อนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ โดยพิจารณาจากพฤติกรรมของโพลหลัก  
 ของฟังก์ชันถ่ายโอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้หลักการพิจารณาผลตอบสนองของระบบในช่วง  
 ภาวะชั่วคราวจากฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มในแต่ละตำแหน่งของระบบ เมื่อทำการปรับค่ากำลังไฟฟ้าจน  
 ระบบข้ามขอบเขตเสถียรภาพจะทำให้พฤติกรรมการหมุนของมุมของผลตอบสนองของระบบมี  
 การเปลี่ยนแปลงอย่างน้อย 1 ตำแหน่ง โดยจะมีพฤติกรรมการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา ซึ่ง  
 วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เน้นการพิจารณาในกรณีที่ระบบไม่มีเสถียรภาพเป็นผลทำให้เกิดพฤติกรรม  
 การหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาและบางครั้งมีลักษณะม้วนเป็นวงเมื่อเพิ่มความถี่ของฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่ง  
 ในที่นี้ จะใช้ฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มอย่างเร็ว มาแสดงพฤติกรรมการหมุนของมุมแบบทวนเข็มนาฬิกา  
 เมื่อระบบไม่มีเสถียรภาพ

ภาควิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....      ลายมือชื่อนิสิต.....  
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมไฟฟ้า.....      ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....  
 ปีการศึกษา.....2545.....      ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

## 4270209721 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: Simulation / Fourier Transform / Stability

KRITSANA WITHIRONPRASERT :An Application of the Fast Fourier Transform in Transient Stability Analysis THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. Sukumvit Phoomvuthisarn Ph.D., THESIS COADVISOR : Songsak Chusanapiputt, 95 pp. ISBN 974-172-161-7.

This thesis presents a calculation method for network transient with good approximation for its impulse response. For a given contingency, as the parameter is varied and a network approaches to be instability, network transient has its energy of response signal increase smoothly and predictably towards an asymptote which it defines a network’s stability limit. Using a basic and well-known Fourier Transform approach, a simple function is derived which estimates network stability limit. It appears that the signal energy behavior provides a powerful model for understanding the effectiveness of such long-used concepts as stability margin.

A frequency- domain stability criterion is proposed, based on the observation that a network’s behavior near stability limit is governed by the action of its dominant pole. Essentially, the criterion requires to monitor using the Fourier Transform of the network’s transient response at a number of locations in the network. When power generation is varied and response of network, itself, crosses the stability limit, the representative of system’s angle of the network’s transient response with fundamentally changes its behavior, as monitored at least one location, it is exhibited a counterclockwise behavior. The main feature of polar plots is that any unstable case is exhibited a sustained counterclockwise rotation, including a spiraling-in characteristic with increasing frequency. The Fast Fourier Transform, though preserving counterclockwise rotation for the unstable cases, fall slowly to the origin, when the unstable system is founded.

Department.....Electrical Engineering..... Student’s signature.....  
 Field of study.....Electrical Engineering..... Advisor’s signature.....  
 Academic year.....2001..... Co-advisor’s signature.....

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ อาจารย์ รศ.ดร. สุขุมวิทย์ ภูมิวุฒิสาร อาจารย์ที่ปรึกษา วิทยานิพนธ์ และ อาจารย์ ดร. ทรงศักดิ์ ชุมนพิพัฒน์อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมวิทยานิพนธ์ เป็นอย่างสูง ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำความรู้และตำราที่ใช้ประกอบการวิจัย ให้แนวความคิดอันเป็น ประโยชน์ต่อการวิจัยมาโดยตลอด และได้กรุณาตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์จนสำเร็จเรียบร้อย

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ซึ่งประกอบด้วย อาจารย์ ดร. คมสัน เพ็ชรรัักษ์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร. สุเทพ นิคมคล้าย กรรมการสอบ วิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า กำลังมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ได้ช่วยสนับสนุนด้านอุปกรณ์ และขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิต ปริญญาโทอีกหลายท่านที่ช่วยอำนวยความสะดวกและให้ความช่วยเหลือจนการวิจัยสำเร็จได้ด้วยดี

ท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา ซึ่งสนับสนุนด้านการเงิน และเป็น กำลังใจอันมีค่ายิ่ง

กฤษณะ วิศิธรประเสริฐ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตในการทำวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 ขั้นตอนการศึกษาและวิธีดำเนินงาน.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
1.6 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า.....	5
2.1 บทนำ.....	5
2.2 พื้นฐานการพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า.....	5
2.3 แนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับการกำหนดขอบเขตความปลอดภัย.....	7
2.4 ความหมายของขอบเขตการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า การเกิดเหตุการณ์ที่สร้างความเสียหายสูงที่สุด และการกำหนดขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว.....	7
2.5 สิ่งที่เกี่ยวข้องในการวิเคราะห์ความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว.....	8
2.6 เครื่องมือที่ใช้ในการหาค่าความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว.....	9
2.7 พฤติกรรมที่เกิดขึ้นในระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงโหลด.....	9
บทที่ 3 ทฤษฎีฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม.....	10
3.1 ทฤษฎีพื้นฐาน.....	10
3.2 ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบไม่ต่อเนื่อง(Discrete).....	11
3.3 ฟังก์ชันรายคาบ.....	13
3.4 ฟังก์ชันไม่ใช่อายคาบ.....	14
3.5 ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างรวดเร็ว.....	17

**สารบัญ (ต่อ)**

	หน้า
3.5.1 ขั้นตอนของการคำนวณ DFT (FFT) ที่ใช้การแบ่งกลุ่มในทางเวลา.....	19
บทที่ 4 วิธีการอินทิเกรตโดยใช้เรซิดิว.....	24
4.1 เรซิดิว.....	24
4.1.1 การคำนวณหาเรซิดิวของโพลเชิงเดียว.....	25
4.1.2 การคำนวณหาเรซิดิวของโพลอันดับใดๆ.....	26
4.2 ทฤษฎีเรซิดิว.....	28
บทที่ 5 การประเมินเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง.....	31
5.1 บทนำ.....	31
5.2 การวิเคราะห์ผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบที่เข้าใกล้ขอบเขตความเสถียรภาพโดยใช้สมการแสดงความสัมพันธ์ของอิมพัลส์และโพลหลักของระบบ.....	32
5.3 การวิเคราะห์ผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบที่เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ.....	35
5.4 ผลสะท้อนที่เกิดจากโพลและซีโรตัวอื่นๆ.....	41
5.5 ผลการทดสอบเสถียรภาพของระบบ.....	45
บทที่ 6 การประเมินค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง.....	51
6.1 บทนำ.....	51
6.2 การพิจารณาพฤติกรรมของระบบจากผลตอบสนองอิมพัลส์.....	52
6.2.1 การพิจารณาผลตอบสนองอิมพัลส์ที่สภาวะอยู่ตัวและในช่วงภาวะชั่วคราว.....	54
6.2.2 การประมาณอิมพัลส์และพิจารณาผลตอบสนองจากอิมพัลส์.....	55
6.3 พลังงานของสัญญาณในช่วงภาวะชั้ครู่.....	57
6.4 การพิจารณาพลังงานของสัญญาณ.....	60
6.5 การประมาณพลังงานของสัญญาณที่สัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้าในระบบ.....	63
6.6 การพิจารณาความผิดพร่องในระบบไฟฟ้า.....	66
6.6.1 การพิจารณาพฤติกรรมของระบบไฟฟ้าที่สภาวะอยู่ตัวและในช่วงภาวะชั่วคราวในกรณีที่มีการปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์.....	66
6.6.2 การพิจารณาพลังงานของสัญญาณในกรณีปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์.....	68
6.7 การตรวจสอบความถูกต้องของพลังงานของสัญญาณ.....	68
6.8 สรุปขั้นตอนการหาขอบเขตเสถียรภาพ.....	71



สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
6.9 ตัวอย่างแสดงการหาขอบเขตความเสถียรภาพของระบบทดสอบ.....	73
บทที่ 7 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	80
7.1 สรุปผลการวิจัย.....	80
7.2 ข้อเสนอแนะ.....	81
รายการอ้างอิง.....	82
ภาคผนวก ก.....	85
ภาคผนวก ข.....	86
ภาคผนวก ค.....	90
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	95

## สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
6.1 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 5.....	76
6.2 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่ม กำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 1.....	76
6.3 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 1.....	77
6.4 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 5.....	78
ข.1 ข้อมูลของระบบทดสอบขนาด 9 บัส และแรงดันที่ได้จากผลการวิเคราะห์โหลดโพลว์ สำหรับกรณีฐาน.....	86
ข.2 ข้อมูลกึ่งของระบบทดสอบขนาด 9 บัส.....	87
ข.3 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบขนาด 9 บัส.....	88
ข.4 ข้อมูลExciter ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบขนาด 9 บัส.....	89

## สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
2.1 แสดงพฤติกรรมของสัญญาณเมื่อระบบมีเสถียรภาพ โดยพิจารณาความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.1).....	6
3.1 แสดงการสุ่มตัวอย่างฟังก์ชัน $f(t)$ ออกเป็นชุดของอิมพัลส์.....	12
3.2 แสดงค่าสุ่มตัวอย่างที่ได้จากฟังก์ชันสี่เหลี่ยม.....	15
3.3 แสดงหลักการคำนวณฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบไม่ต่อเนื่อง.....	22
3.4 แสดงหลักการคำนวณฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบไม่ต่อเนื่องเมื่อ $n$ เป็นค่าของ 2 ยกกำลัง.....	23
4.1 แสดงการพิจารณาทิศทางที่ใช้อินทิกรัลตามทฤษฎีเรซิดิว.....	28
5.1 (a) เป็นกรณีที่ $\omega = 0$ เรเดียนต่อวินาที ผลรวมของเฟสของ โพลหลักมีค่าเท่ากับ $360^\circ$ มีผลทำให้เฟสของ $R_{ij}(\omega)$ มีค่าเท่ากับ $-360^\circ$ .....	37
5.1 (b) เป็นกรณีที่ $\omega = \omega_{ij}$ เรเดียนต่อวินาที ผลรวมของเฟสของ โพลหลักมีค่าอยู่ระหว่าง $270^\circ$ ถึง $360^\circ$ ซึ่งมีผลทำให้เฟสของ $R_{ij}(\omega)$ มีค่าอยู่ระหว่าง $-360^\circ$ ถึง $-270^\circ$ ซึ่งในช่วงนี้จะเห็นได้ว่ามุมของโพลมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วและพฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ มีลักษณะการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาบนแกนเชิงซ้อนของ $R_{ij}(\omega)$ .....	37
5.1 (c) เป็นการพิจารณาที่ความถี่สูงขึ้นไปจน $\omega$ เข้าใกล้ $\infty$ ซึ่งการหมุนของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ ยังคงมีพฤติกรรมการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาจากมุม $-270^\circ$ แล้ว เคลื่อนเข้าใกล้มุม $-180^\circ$ นั้นหมายความว่ามุมของโพลหลักแต่ละจุดมีค่าเข้าใกล้ $90^\circ$ .....	38
5.2 แสดงพฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน.....	39
5.3 (a) เป็นกรณีที่ $\omega = 0$ เรเดียนต่อวินาที ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน.....	40
5.3 (b) แสดงพฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน.....	40
5.4 (a) แสดงความสัมพันธ์ของโพลหลักและโพลอื่นๆ ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน.....	42
5.4 (b) แสดงพฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน โดยพิจารณาผลของโพลอื่นๆ ที่อยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนด้วย.....	42
5.5 (a) แสดงความสัมพันธ์ของโพลหลักและซีโรอื่นๆ ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน.....	43
5.5 (b) แสดงพฤติกรรมของเฟสของ $R_{ij}(\omega)$ เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน โดยพิจารณาผลของซีโรอื่นๆ ที่อยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนด้วย.....	44

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
5.6 (a) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ(กรณีฐาน Gen2 = 163 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1.....	45
5.6 (b) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ(กรณี Gen2 = 263 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1.....	46
5.6 (c) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ(กรณี Gen2 = 333 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1.....	46
5.6 (d) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ(กรณี Gen2 = 338 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1.....	47
5.6 (e) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ(กรณี Gen2 = 349 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1.....	47
5.6 (f)แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบไม่มีเสถียรภาพ(กรณี Gen2 = 350 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1.....	48
5.7 แสดงพฤติกรรมของแรงดันที่บัส 1 เมื่อมีการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่บัส 2 จนระบบไม่มีเสถียรภาพ เมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บัส 8 ที่ได้จากโปรแกรม ETAP.....	49
6.1 แสดงระบบ 9 บัสซึ่งใช้พิจารณาพฤติกรรมของระบบและหาขอบเขตเสถียรภาพ ของระบบไฟฟ้า.....	52
6.2 แสดงพฤติกรรมของแรงดันที่ได้จากการจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัด ค่าที่บัส 1.....	53
6.3 แสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชันถ่ายโอนและผลตอบสนองของระบบเมื่อป้อน อิมพัลส์เข้าระบบ.....	54
6.4 แสดงพฤติกรรมของแรงดันบัสและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ เสถียรภาพของระบบในกรณีที่ไม่มีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์.....	55
6.5 แสดงพฤติกรรมของแรงดันบัสและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ เสถียรภาพของระบบในกรณีที่ไม่มีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์.....	59
6.6 แสดงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้าเมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ขึ้น ที่บัส 8 และทำการวัดค่าที่บัส 1.....	59
6.7 แสดงความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้าในช่วงที่ระบบเข้าใกล้ขอบ เขตเสถียรภาพ.....	64

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
6.8 แสดงพฤติกรรมของแรงดันบั๊สและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบในกรณีที่มีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์.....	67
6.9 แสดงพฤติกรรมความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณกับกำลังไฟฟ้าที่ใช้ก่อนจำลองให้เกิดเหตุขัดข้องในระบบทดสอบเพื่อนำมาใช้ตรวจสอบความถูกต้องของค่าขอบเขตเสถียรภาพที่หาได้.....	70
6.10 Flowchart สรุปขั้นตอนการคำนวณค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบ.....	72
6.11 แสดงพฤติกรรมของมุมหมุนแบบตามเข็มนาฬิกาซึ่งเป็นกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพเมื่อเกิดฟอลต์ที่บั๊ส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บั๊ส 5.....	74
6.12 แสดงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้าเมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ขึ้นที่บั๊ส 8 และทำการวัดค่าที่บั๊ส 1.....	78
6.13 แสดงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้าเมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ขึ้นที่บั๊ส 8 และทำการวัดค่าที่บั๊ส 5.....	79
ค.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้าในช่วงที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตความเสถียรภาพ.....	92

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันความต้องการพลังงานไฟฟ้ามีมากขึ้นตลอดเวลา ระบบส่งจ่ายพลังงานไฟฟ้าที่ดีและมีเสถียรภาพจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ ทำให้ต้องมีการศึกษาถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้นภายในระบบไฟฟ้า เพื่อให้เกิดความปลอดภัยในการทำงาน แม้ว่าจะเกิดเหตุการณ์ที่ไม่สามารถคาดเดาได้ภายใต้การทำงานที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาในระบบไฟฟ้า

สาเหตุที่มีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระบบไฟฟ้าอาจเกิดจากการเปลี่ยนแปลงโหลดภายในระบบไฟฟ้า การผิดปกติของอุปกรณ์ หรือเกิดจากปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ เป็นต้น สิ่งที่เกี่ยวข้องการทำงานตามปกติของระบบไฟฟ้ากำลังโดยส่วนใหญ่จะเป็นการเกิดฟอลต์ ซึ่งอาจเป็นผลให้เกิดเหตุการณ์ไฟฟ้าดับทั้งประเทศได้ เมื่อเกิดเหตุการณ์เช่นนี้ ระบบไฟฟ้ากำลังหลังจากเกิดฟอลต์ในกรณีที่ระบบไม่มีเสถียรภาพมีความเป็นไปได้ 2 แนวทางคือ การรบกวนที่เกิดขึ้นอาจนำไปสู่ความเสียหาย นั่นคือระบบไม่สามารถกลับเข้าสู่เสถียรภาพได้หลังจากกำจัดฟอลต์แล้ว และอีกทางหนึ่งระบบอาจจะไม่ถูกรบกวนมากนักและเข้าสู่สภาวะการทำงานใหม่หลังจากกำจัดฟอลต์ แต่ไม่อาจเป็นไปได้ตามเข้าใจตามที่ตั้งไว้ในสภาวะอยู่ตัวก็ได้

อย่างไรก็ตาม ความปลอดภัยจะเกี่ยวข้องกับความสามารถในการวัดปริมาณที่เป็นจุดที่เข้าใกล้ขอบเขตอันตรายซึ่งทำให้เกิดความเสียหายในระบบอย่างรุนแรง และการวิเคราะห์แนวโน้มของระบบเทียบกับข้อมูลที่วัดได้ในขณะทำงาน

การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบทางความถี่จะสามารถยืนยันหรือเพิ่มความมั่นใจว่าระบบยังมีเสถียรภาพและยังสามารถประยุกต์หลักการต่างๆ ได้อีก ดังเช่นการแสดงผลพฤติกรรมของการเพิ่มขึ้นของพลังงานของสัญญาณเพื่อกำหนดขอบเขตความปลอดภัยของการส่งถ่ายกำลังไฟฟ้าในระบบ เป็นต้น ทำให้แนวความคิดและหลักการของเสถียรภาพในระบบไฟฟ้ากำลังทางความถี่โดยใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์และทางระบบควบคุมมาช่วยในการวิเคราะห์ จากที่กล่าวมาจึงได้เล็งเห็นความสำคัญของการวิเคราะห์ในหลักการนี้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อนำเสนอแนวความคิดเกี่ยวกับเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าในทางความถี่
2. เพื่อประยุกต์ใช้ทฤษฎีทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ในการพิจารณาพฤติกรรมต่างๆ ในระบบไฟฟ้า
3. เพื่อออกแบบโปรแกรมช่วยในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบและหาขอบเขตเสถียรภาพของระบบ

## 1.3 ขอบเขตในการทำวิทยานิพนธ์

1. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า
2. ศึกษาทฤษฎีทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม
3. ศึกษาแบบจำลองทางความถี่
4. เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อนำมาทดสอบกับระบบตัวอย่าง
5. วิเคราะห์ผลที่ได้จากการทดลอง

## 1.4 ขั้นตอนการศึกษาและวิธีดำเนินงาน

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้องกับเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า
2. เขียนโปรแกรมที่นำมาใช้ในการทดสอบระบบ
3. ทำการทดลองกับระบบตัวอย่าง
4. วิเคราะห์และสรุปผลการทดลอง
5. เขียนวิทยานิพนธ์ฉบับสมบูรณ์

## 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นพื้นฐานในการนำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มมาประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า
2. ใช้หาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบด้วยการพิจารณากำลังไฟฟ้าที่บัสต่างๆ
3. นำมาใช้พิจารณาการวางแผนเพิ่มกำลังไฟฟ้าให้สอดคล้องกับระบบส่งในอนาคต

## 1.6 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาของวิทยานิพนธ์ในแต่ละบทเป็นดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึง ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของการวิจัย ขอบเขตในการทำวิทยานิพนธ์ ขั้นตอนการศึกษาและวิธีดำเนินงาน ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ และเนื้อหาของวิทยานิพนธ์ในแต่ละบท

บทที่ 2 กล่าวถึง ความรู้พื้นฐานในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า และการให้ความหมายของคำจำกัดความต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า

บทที่ 3 กล่าวถึง ความรู้พื้นฐานในการคำนวณฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การหาฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มโดยวิธีอินทิเกรตตามปกติ การหาฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบไม่ต่อเนื่อง(DFT) การหาฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างรวดเร็ว(FFT)

บทที่ 4 กล่าวถึง ความรู้พื้นฐานของทฤษฎีเรซิดิว (Residue) มาช่วยในการแก้ปัญหาการอินทิเกรตแบบเชิงซ้อน

บทที่ 5 กล่าวถึง หลักการประเมินค่าเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง ในทางความถี่ โดยในบทนี้จะแสดงให้เห็นถึงหลักการพิจารณาพฤติกรรมของโพลหลักเพื่อบ่งบอกถึงเสถียรภาพของระบบ

บทที่ 6 กล่าวถึง การประเมินค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า ซึ่งในบทนี้จะแสดงถึง พฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณในช่วงภาวะชั่วคราว ของระบบไฟฟ้าและสรุปขั้นตอนการหาขอบเขตเสถียรภาพในตอนท้าย



บทที่ 7 กล่าวถึง บทสรุปและข้อเสนอแนะเพิ่มเติมต่างๆ

ภาคผนวก ก กล่าวถึง การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ของแรงดันในทางเวลา ( $v(t)$ ) และแรงดันในทางความถี่ ( $v(f)$ ) เพื่อหาค่าพลังงานของสัญญาณ ตามทฤษฎีของเรย์เลย์ (Energy spectra and Rayleigh's theorem)

ภาคผนวก ข กล่าวถึง ข้อมูลของระบบทดสอบขนาด 9 บิตที่ใช้พิจารณาหลักการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบในทางความถี่

ภาคผนวก ค กล่าวถึง การพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ใช้หาค่าพลังงานของสัญญาณเมื่อทำการวิเคราะห์ในทางความถี่ (Frequency - Domain)

## บทที่ 2

### ความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า

#### 2.1 บทนำ

การวิเคราะห์เสถียรภาพในช่วงภาวะชั่วคราวแบบดั้งเดิมจะใช้ประสบการณ์และทฤษฎีที่มีความซับซ้อนเพื่อแสดงถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้น ซึ่งทางทฤษฎีที่แสดงถึงความสัมพันธ์โดยตรงดังเช่น ทฤษฎีของการวิเคราะห์ฟังก์ชันพลังงานในช่วงภาวะชั่วคราว (Transient energy function) [1, 2,3] เป็นต้น ทฤษฎีที่แสดงความสัมพันธ์ทางอ้อมดังเช่น การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราว (The transient stability simulation) ซึ่งต้องการข้อมูลของขนาดสัญญาณเป็นหลัก แล้วใช้ความสัมพันธ์ต่างๆ มาแสดงถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้น

ทฤษฎีที่แสดงพฤติกรรมในช่วงภาวะชั่วคราวยังคงถูกจำกัดให้พิจารณาแบบไม่ต่อเนื่องตามเวลา(Off-line) แทนที่จะเป็นแบบต่อเนื่องตามเวลา (Real time) เนื่องจากการคำนวณใช้เวลานานและความเร็วของเครื่องคอมพิวเตอร์ยังไม่เร็วเพียงพอต่อการทำงานให้ทันกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

การพิจารณาขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะอยู่ตัว (Steady state security limit) จะกล่าวถึง ความสามารถในการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าของสายส่ง การหาจุดทำงานที่เหมาะสม และการพิจารณาแรงดันในช่วงภาวะอยู่ตัว เป็นต้น การพิจารณาขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะอยู่ตัว จะกล่าวถึงขอบเขตเสถียรภาพของระบบที่ได้ในช่วงภาวะชั่วคราว

#### 2.2 พื้นฐานการพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า โดยพิจารณาพฤติกรรมของแรงดันในช่วงภาวะชั่วคราวหลังจากที่ทำการจำลองฟอลต์ในระบบ ทำให้แรงดันบัสต่างๆ มีการเปลี่ยนแปลงและเข้าสู่จุดทำงานใหม่ เมื่อระบบมีเสถียรภาพจะพบว่าแรงดันในทุบบัสจะมีค่าอยู่ในช่วงที่สามารถยอมรับได้ ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ของพฤติกรรมที่เกิดขึ้นได้ดังนี้ [2]

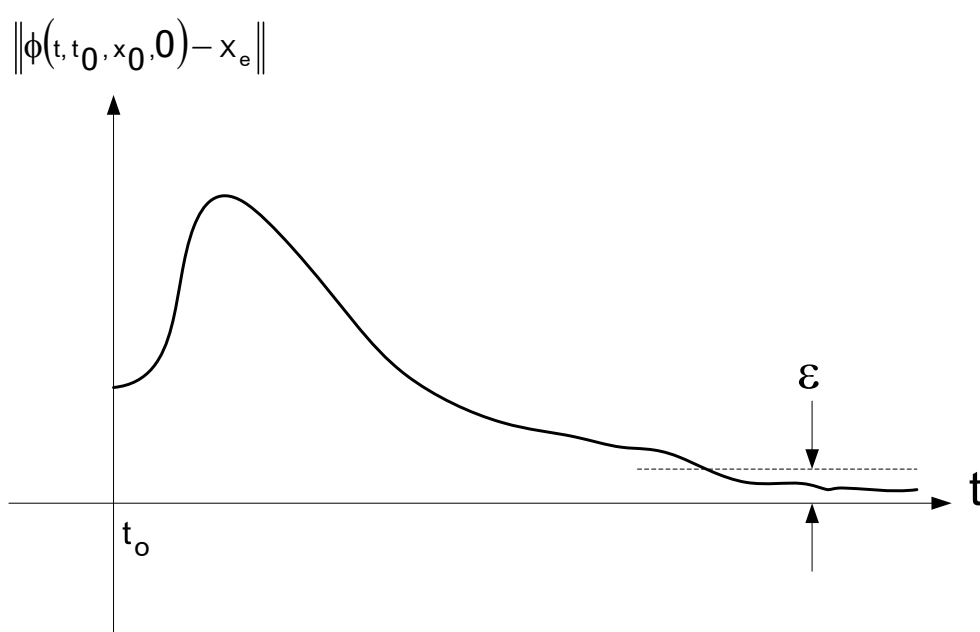
$$\|\phi(t, t_0, x_0, 0) - x_e\| < \varepsilon \quad (2.1)$$

เมื่อ  $\phi(t, t_0, x_0, 0)$  คือ ผลตอบสนองของระบบซึ่งในที่นี้จะใช้เป็นสัญญาณแรงดันหลังจากกำจัดฟอลต์จนสิ้นสุดการจำลองระบบทดสอบ

$x_e$  คือ ค่าที่สภาวะอยู่ตัวซึ่งในที่นี้จะใช้เป็นค่าของแรงดันที่ระบบเข้าสู่จุดทำงานใหม่หลังจากทำการกำจัดฟอลต์แล้ว

$\varepsilon$  คือ ค่าความแตกต่างของสัญญาณแรงดันในช่วงที่ทำการจำลองฟอลต์เทียบกับค่าแรงดันที่สภาวะอยู่ตัว ณ จุดทำงานใหม่

จากสมการที่ (2.1) สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงพฤติกรรมของสัญญาณเมื่อระบบมีเสถียรภาพ

โดยพิจารณาความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.1)

จากรูปที่ 2.1 จะเห็นว่าค่าของ  $\phi(t, t_0, x_0, 0)$  มีค่าเข้าใกล้  $x_e$  เมื่อ  $t$  เข้าใกล้ค่า  $\infty$  ซึ่งหมายความว่าระบบจะมีเสถียรภาพเมื่อค่าของสัญญาณที่วัดได้ในช่วงภาวะชั่วคราว มีค่าเข้าสู่ค่าที่สภาวะอยู่ตัว ณ จุดทำงานใหม่ ซึ่งยังอยู่ในขอบเขตที่ตั้งไว้ [2]

### 2.3 แนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับการกำหนดขอบเขตความปลอดภัย

บ่อยครั้งที่พบว่าแนวความคิดในการวิเคราะห์ความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว จะเป็นการแสดงถึงขอบเขตความปลอดภัยที่มีความสัมพันธ์กับค่าที่เหมาะสมและค่าสูงสุดที่สายส่งสามารถส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า โดยพบว่าค่าที่เหมาะสมจะเป็นค่าที่ใช้ในทางปฏิบัติ โดยพิจารณาจากค่าสูงสุดที่หาได้ แล้วทำการจำลองเหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นจนได้ค่าขอบเขตที่ยอมรับได้ ซึ่งจะเป็นค่าที่เหมาะสมในการใช้งาน

### 2.4 ความหมายของขอบเขตการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า การเกิดเหตุการณ์ที่สร้างความเสียหายสูงสุด และการกำหนดขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว

ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงแนวความคิดที่สัมพันธ์กับการพิจารณาความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว ซึ่งจะกล่าวถึงความหมายของการวิเคราะห์ขอบเขตเสถียรภาพของการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราว การกำหนดขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว และการใช้เหตุการณ์ที่จำลองให้เกิดความเสียหายรุนแรงที่สุดในระบบ

การวิเคราะห์ขอบเขตเสถียรภาพของการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราว จะเป็นการหาค่ากำลังไฟฟ้าก่อนเกิดเหตุขัดข้องในระบบซึ่งสัมพันธ์กับพิกัดต่างๆ ของสายส่งในระบบไฟฟ้าที่พิจารณา และตำแหน่งที่ใช้จำลองให้เกิดฟอลต์ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าสูงสุดที่เป็นไปตามหลักเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ดังเช่นเมื่อทำการจำลองฟอลต์แล้วระบบยังมีเสถียรภาพหลังกำจัดฟอลต์ และแรงดันหลังกำจัดฟอลต์จะต้องมีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ทุกๆ บัส

ตำแหน่งที่จำลองให้เกิดฟอลต์แล้วให้ค่าขอบเขตการส่งจ่ายไฟฟ้าต่ำที่สุดที่ระบบยังคงมีเสถียรภาพและเป็นไปตามหลักเกณฑ์ที่ตั้งไว้จะสามารถกำหนดให้เป็นเหตุการณ์ที่เกิดความเสียหายมากที่สุดในระบบ และค่าขอบเขตการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้านั้นจะถูกกำหนดให้เป็นขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว

## 2.5 สิ่งที่เกี่ยวข้องในการวิเคราะห์ความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว

ในตอนต้น เราจะเห็นได้ว่าการวิเคราะห์ขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราวจะมีปัญหาต่างๆ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการหาค่าต่างๆ ดังนี้

1. การหาการไหลของกำลังไฟฟ้า (Power flow) ที่เหมาะสมเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงโหลดภายในระบบ อันเนื่องมาจากเหตุการณ์ต่างๆ ดังเช่นกรณีที่โครงสร้างของระบบมีการเปลี่ยนแปลงหลังกำจัดฟอลต์แล้ว
2. การพิจารณาสถานภาพของความปลอดภัย เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงโหลดโดยมีความสัมพันธ์กับตำแหน่งที่เกิดฟอลต์และระยะเวลาในการกำจัดฟอลต์ เมื่อระบบมีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างสายส่งในระบบ
3. การหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราวของสายส่ง โดยจะขึ้นกับตำแหน่งของการเกิดเหตุขัดข้อง
4. ค่าขอบเขตความปลอดภัยจะต้องเป็นค่าการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าที่ต่ำที่สุดในขณะที่ระบบยังมีเสถียรภาพหลังกำจัดฟอลต์แล้ว ซึ่งได้จากการจำลองฟอลต์ในทุกบัส และหาขอบเขตเสถียรภาพแต่ละกรณีมาเปรียบเทียบกัน

การหาขอบเขตเสถียรภาพของการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราว จะใช้หัวข้อที่ 1 และ 2 เป็นส่วนประกอบในการหาค่าของหัวข้อที่ 3 แล้วจะใช้หัวข้อที่ 4 มากำหนดขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว ซึ่งเป็นค่าการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าที่ได้จากการจำลองเหตุขัดข้องในตำแหน่งที่ทำให้เกิดความเสียหายมากที่สุดและได้ค่าการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าสูงที่สุดที่ระบบยังคงมีเสถียรภาพหลังกำจัดฟอลต์

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกการจำลองเหตุขัดข้องเป็นฟอลต์แบบ 3 เฟส ซึ่งเป็นกรณีที่ทำให้ระบบเกิดความเสียหายมากที่สุด ค่าขอบเขตเสถียรภาพที่ได้จะครอบคลุมไปถึงการเกิดฟอลต์ทุกแบบ หรืออาจกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่า เมื่อการจำลองฟอลต์แบบ 3 เฟสแล้วสายส่งได้ขอบเขตความปลอดภัยมาค่าหนึ่งซึ่งระบบยังมีเสถียรภาพแล้ว การเกิดฟอลต์รูปแบบอื่นๆก็ยังคงทำให้สายส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าที่ขอบเขตนั้นได้อย่างปลอดภัย

## 2.6 เครื่องมือที่ใช้ในการหาค่าความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว

การหาขอบเขตความปลอดภัยในช่วงภาวะชั่วคราว จะใช้โปรแกรม ETAP เวอร์ชัน 4.0 [4] มาคำนวณในส่วนของการไหลของกำลังไฟฟ้าและการวิเคราะห์เสถียรภาพโดยการจำลองการเกิดฟลัดต์เพื่อนำแรงดันที่ได้ในช่วงภาวะชั่วคราวมาพิจารณาพฤติกรรมแล้วสรุปลักษณะที่ได้ว่ามีเสถียรภาพหรือไม่ (ซึ่งจะแสดงการวิเคราะห์ส่วนนี้ในบทที่ 5) และยังสามารถนำไปพิจารณาแนวโน้มของค่าขอบเขตการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า (ซึ่งจะแสดงการวิเคราะห์ส่วนนี้ในบทที่ 6) ซึ่งจะนำมาสรุปเป็นขอบเขตความปลอดภัย

## 2.7 พฤติกรรมที่เกิดขึ้นในระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงโหลด

ในการจำลองเหตุการณ์เพื่อหาค่าขอบเขตความปลอดภัย จำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงโหลด ทำให้ต้องพิจารณาถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้นดังนี้

สำหรับบัสที่ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและกำหนดให้เป็นบัสสวิง (swing bus) การปรับโหลดเพิ่มขึ้นจะมีผลโดยตรงทำให้การจ่ายกำลังไฟฟ้าที่บัสนี้มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย เพื่อให้เพียงพอต่อความต้องการของโหลดที่เปลี่ยนแปลงไป

สำหรับบัสที่ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและกำหนดให้เป็น PV บัส การปรับโหลดเพิ่มจะไม่มีผลทำให้การจ่ายกำลังไฟฟ้าที่บัสนี้เปลี่ยนแปลงไป เพราะตามเงื่อนไขของ PV บัสจะกำหนดให้ P และ V มีค่าคงที่ แต่เมื่อเพิ่มโหลดมากขึ้นจนถึงจุดที่ไม่สามารถจ่าย Q ได้เพียงพอ จะทำให้แรงดันตกลงเพื่อจ่าย Q เพิ่ม ความสัมพันธ์ของบัสนี้จะเปลี่ยนเป็น PQ บัส

ตำแหน่งที่ทำการเปลี่ยนแปลงโหลดมีผลทำให้การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าของสายส่งแต่ละจุดเปลี่ยนแปลงด้วย ดังนั้นจึงต้องมีการจำลองการเปลี่ยนแปลงโหลดที่บัสต่างๆ เพื่อหาค่าขอบเขตความปลอดภัยของระบบออกมา

ในบทถัดไปจะนำเสนอความรู้พื้นฐานของทฤษฎีฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ของสัญญาณที่วัดได้เพื่อนำไปใช้พิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า

## บทที่ 3

### ทฤษฎีฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์ม

#### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐาน

ฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์ม ถูกนำไปใช้งานมากในการวิเคราะห์ระบบเชิงเส้นไม่แปรตามค่าตัวแปรใดๆ ในแต่ละอาณาบริเวณของการทรานส์ฟอร์ม เช่นตัวแปรทางเวลา, ตัวแปรทางความถี่ เป็นต้น โดยสามารถนิยามฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์ม  $F(s)$  ของฟังก์ชัน  $f(t)$  [5, 6] ได้ดังนี้

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi st} dt \quad (3.1)$$

หมายความว่า ค่าการทรานส์ฟอร์มของฟังก์ชันที่ขึ้นกับตัวแปร  $t$  โดยอาศัยการทำอินทิกรัลเทียบกับตัวแปร  $t$  จะทำให้ได้ผลลัพธ์ออกมาเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับตัวแปรตัวใหม่คือ  $s$  เราจึงกำหนดสัญลักษณ์ให้กับฟังก์ชันใหม่เป็น  $F(s)$

ฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มต้องมีคุณสมบัติผกผัน หมายความว่า ภายหลังจากการทำฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มของฟังก์ชันใดๆ 2 ครั้งติดต่อกัน ผลลัพธ์ที่ได้ออกมาจะเหมือนกับฟังก์ชันเริ่มแรก ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi st} dt \quad (3.2)$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(s)e^{j2\pi st} ds \quad (3.3)$$

การทรานส์ฟอร์มตามสมการที่ (3.2) เรียกว่าฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มและการทรานส์ฟอร์มตามสมการที่ (3.3) เรียกว่าฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มผกผัน

ถ้า  $F(s)$  เป็นค่าฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของฟังก์ชัน  $f(t)$  เราสามารถเรียก  $F(s)$  และ  $f(t)$  เป็นคู่ของการทรานส์ฟอร์มแบบฟูเรียร์ ซึ่งใช้สัญลักษณ์ว่า

$$f(t) \leftrightarrow F(s) \quad \text{หรือ} \quad F(s) = \mathcal{F}[f(t)] \quad (3.4)$$

และ

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(s)] \quad (3.5)$$

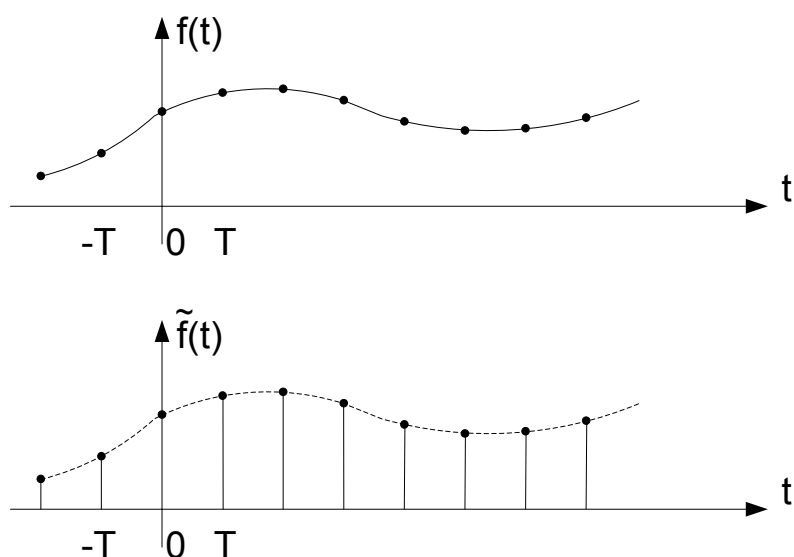
โดยที่  $\mathcal{F}$  และ  $\mathcal{F}^{-1}$  เป็นสัญลักษณ์แสดงการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม และแสดงการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มผกผัน ตามลำดับ

### 3.2 ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete)

ในตอนต้นเป็นการนำเสนอวิธีการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบต่อเนื่องดังสมการที่ (3.2) และสมการที่ (3.3)

สำหรับจุดประสงค์ของหัวข้อนี้จะนำเสนอวิธีการคำนวณค่าฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของสัญญาณที่มีรูปแบบที่สลับซับซ้อน โดยอาศัยเทคนิคของการสุ่มตัวอย่างฟังก์ชันออกเป็นชุดของอิมพัลส์ขนาดต่างๆ โดยมีระยะระหว่างอิมพัลส์แต่ละคู่เท่าๆกันมาแทนฟังก์ชันเดิม ผลของการทรานส์ฟอร์มจะถือว่าเป็นค่าทรานส์ฟอร์มของฟังก์ชันที่อยู่ในลักษณะรายคาบ ซึ่งแต่ละคาบขึ้นอยู่กับช่วงห่างของการสุ่มตัวอย่าง





รูปที่ 3.1 แสดงการสุ่มตัวอย่างฟังก์ชัน  $f(t)$  ออกเป็นชุดของอิมพัลส์ [5, 6]

จากรูปที่ 3.1 ระยะระหว่างอิมพัลส์แต่ละจุดมีช่วงห่างของการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ  $T$

สมมติว่าชุดของค่าสุ่มตัวอย่างของฟังก์ชัน  $f(t)$  คือ  $\tilde{f}(t)$  ที่โยงจุดยอดของอิมพัลส์แต่ละคู่ด้วยเส้นตรง รูปโครงสร้างที่เกิดจากเส้นตรงที่เชื่อมต่อจุดยอดของอิมพัลส์ทั้งหลายจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับ  $f(t)$  เดิมมากน้อยเพียงใดนั้นจะขึ้นกับช่วงห่างของการสุ่มตัวอย่าง ทำให้พอจะแน่ใจได้ว่า ถ้าช่วงห่างของการสุ่มตัวอย่างแคบเข้าไปถึงขีดจำกัดขีดหนึ่ง  $\tilde{f}(t)$  ก็สามารทดแทน  $f(t)$  ได้อย่างถูกต้องตามสมควร

จากชุดของค่าสุ่มตัวอย่าง  $\tilde{f}(t)$  ที่ได้มานั้นไม่สามารถใช้เทคนิคการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มในรูปแบบธรรมดาอีกต่อไป จึงต้องพัฒนาและดัดแปลงหาวิธีการทรานส์ฟอร์ม โดยอาศัยค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ในอนุกรมฟูเรียร์เข้าช่วย รูปแบบของการทรานส์ฟอร์มจึงมีลักษณะทางเชิงเลขมากกว่าจะเป็นการอินทิกรัล เราจึงเรียกการทรานส์ฟอร์มรูปแบบนี้ว่า อนุกรมฟูเรียร์ไม่ต่อเนื่อง (Discrete Fourier Series) สำหรับการทรานส์ฟอร์มฟังก์ชันรายคาบ และเรียกว่าฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มไม่ต่อเนื่อง (Discrete Fourier Transform) สำหรับการทรานส์ฟอร์มฟังก์ชันทั่วไป ทั้งนี้อาจจะเขียนหรือเรียกสั้นๆว่า DFS และ DFT ตามลำดับ

DFS และ DFT ที่ได้รับการพัฒนาขึ้นใช้นี้ ในช่วงแรกๆ ไม่เป็นที่นิยมเนื่องจากมีปัญหาทางด้านเวลาในการคำนวณที่เสียเวลามากถึงแม้ว่าจะมีการนำเอา ดิจิตอลคอมพิวเตอร์มาช่วย

ในการคำนวณก็ตาม ขั้นตอนหรือวิธีการในการคำนวณของ DFS และ DFT แบบต่างๆ จึงถูกคิดค้นขึ้นมาเพื่อเพิ่มความรวดเร็วในการคำนวณ ทั้งนี้แบบที่มีประสิทธิภาพสูงสุดมีชื่อว่า ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างรวดเร็ว (the Fast Fourier Transform)

ทฤษฎีของฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มและทฤษฎีการสุ่มตัวอย่างได้กำหนดคุณสมบัติและลักษณะของชุดของค่าสุ่มตัวอย่างที่จะทำการทรานส์ฟอร์มว่า จะต้องเป็นการทรานส์ฟอร์มค่าสุ่มตัวอย่างจำนวนจำกัดและถ้าเป็นชุดของฟังก์ชันรายคาบ จะถูกนำมาพิจารณาเพียงคาบเดียว และผลลัพธ์ที่ได้ก็จะเป็นชุดของค่าสุ่มตัวอย่างจำนวนจำกัดเช่นกัน ทั้งนี้ชุดของค่าสุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทรานส์ฟอร์มแบบ DFS หรือ DFT ก็ตาม จะใช้แทนฟังก์ชันต่อเนื่องธรรมดาที่เป็นผลจากการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของฟังก์ชันเดิมตามปกติได้อย่างสมบูรณ์ด้วย ซึ่ง DFS หรือ DFT ที่ได้รับการพัฒนามานี้จะอยู่ในรูปผลรวมของพจน์ต่างๆ จึงทำให้การคำนวณอาจทำอยู่ในรูปเชิงเลขที่สามารถใช้เครื่องคิจิตอลคอมพิวเตอร์เข้าช่วยอย่างมีประสิทธิภาพ

### 3.3 ฟังก์ชันรายคาบ

สมมติว่าฟังก์ชัน  $f(t)$  ที่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่มีค่านัยสำคัญอยู่ในช่วงจำกัด  $|t| < t_c$  มีฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม  $F(s)$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่มีค่านัยสำคัญอยู่ในช่วงจำกัด  $|s| < s_c$  เช่นเดียวกัน

เมื่อ  $F(s)$  ถูกสุ่มตัวอย่างจะมีจำนวนของค่าสุ่มตัวอย่างเป็น  $N$  ซึ่งระยะระหว่างค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2t_c} = \frac{2s_c}{N}$  ทำให้ได้ว่า ที่ค่าสุ่มตัวอย่างที่  $k$  จะอยู่ ณ ตำแหน่ง  $s = \frac{k}{2t_c}$  และเพื่อให้การวิเคราะห์ทำได้สะดวกขึ้นจะกำหนดสัญลักษณ์ของ  $e^{-j2\pi/N}$  เป็น  $w_N$  ดังนี้

$$w_N = e^{-j2\pi/N} \quad (3.6)$$

เราสามารถสรุปได้ว่า การทำอนุกรมฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มได้ดังนี้

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)w_N^{nk} \quad \text{ที่ } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty \quad (3.7)$$

และการทำอนุกรมฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มผกผันแสดงได้ดังนี้

$$f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) W_N^{-kn} \quad \text{ที่ } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty \quad (3.8)$$

สมการที่ (3.7) และสมการที่ (3.8) ให้ความหมายว่า เราสามารถทรานส์ฟอร์มฟังก์ชันรายคาบเฉพาะคาบเดียวที่ได้รับการสุ่มตัวอย่าง โดยอาศัยอนุกรมฟูรีเยร์ที่มีสัมประสิทธิ์คือค่าสุ่มตัวอย่าง ไปเป็นฟังก์ชันรายคาบที่อยู่ในรูป ชุดของค่าสุ่มตัวอย่าง

### 3.4 ฟังก์ชันไม่ใช้รายคาบ

หัวข้อที่แล้วแสดงให้เห็นว่า DFS ของชุดของค่าสุ่มตัวอย่างแบบรายคาบคือ ชุดของค่าสุ่มตัวอย่างแบบรายคาบเช่นกัน ซึ่งเป็นผลให้เกิดปัญหาว่า ถ้าทำการทรานส์ฟอร์มชุดของค่าสุ่มตัวอย่างแบบไม่ใช้รายคาบ ที่ใช้แทนฟังก์ชันที่มีนัยสำคัญอยู่ในช่วงจำกัด ค่าที่ได้จากการทรานส์ฟอร์มจะยังคงเป็นชุดของค่าสุ่มตัวอย่างที่สามารถแทนค่าฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มของฟังก์ชันเดิมได้อย่างสมบูรณ์หรือไม่ และรูปแบบของการทรานส์ฟอร์มจะเป็นอย่างไร

สมมติว่ามีฟังก์ชัน ไม่ใช้รายคาบ  $f(t)$  ที่มีนัยสำคัญอยู่ในช่วงจำกัด  $|t| < t_c$  ถูกสุ่มตัวอย่างออกเป็น  $N$  ค่า ได้ชุดของค่าสุ่มตัวอย่างเป็น  $\tilde{f}(t)$  ที่แทน  $f(t)$  ได้อย่างสมบูรณ์ ทำให้

$$\tilde{f}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \delta\left(t - \frac{n}{2s_c}\right) \quad (3.9)$$

โดยที่  $f(n)$  เป็นค่าสุ่มตัวอย่างจาก  $f(t)$  ที่  $t = \frac{n}{2s_c}$  และ  $\frac{1}{2s_c} = \frac{2t_c}{N}$

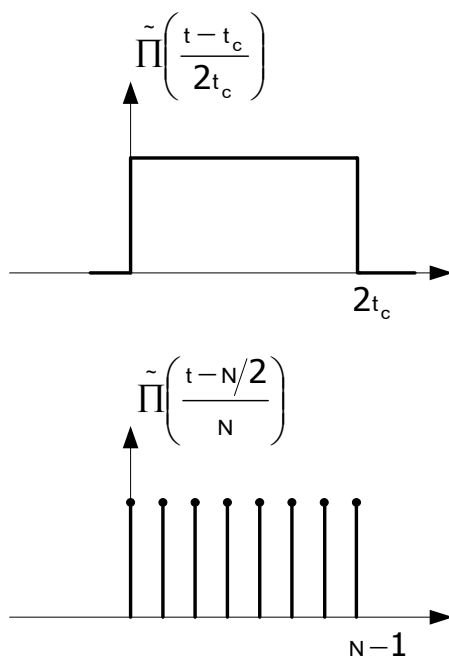
$s_c$  เป็น  $s$  สอดของ  $F(s)$  ซึ่งเป็นฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มของ  $f(t)$  เราอาจจะเปลี่ยนจากการพิจารณาฟังก์ชันไม่ใช้รายคาบไปเป็นฟังก์ชันรายคาบได้ดังนี้

$$\tilde{f}_p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{f}(t - mN) \quad (3.10)$$

หรือ

$$\tilde{f}(t) = \tilde{f}_p(t) \tilde{\Pi}\left(\frac{t}{N}\right) \quad (3.11)$$

โดยที่  $\tilde{\Pi}\left(\frac{t}{N}\right)$  เป็นชุดของค่าสุ่มตัวอย่างที่ได้จากฟังก์ชันสี่เหลี่ยม  $\tilde{\Pi}\left(\frac{t}{2t_c}\right)$  ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงค่าสุ่มตัวอย่างที่ได้จากฟังก์ชันสี่เหลี่ยม

โดยที่

$$\tilde{\Pi}\left(\frac{t}{N}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t-n) \quad (3.12)$$

ถ้า  $F(s)$  ถูกสุ่มตัวอย่างออกเป็น  $N$  ค่า ที่รวมเป็นชุด  $\tilde{F}(s)$  แทน  $F(s)$  ได้อย่างสมบูรณ์ ในทำนองเดียวกันจะสามารถเขียนได้ว่า

$$\tilde{F}(s) = \tilde{F}_p(s) \tilde{\Pi}\left(\frac{s}{N}\right) \quad (3.13)$$

โดยที่  $\tilde{\Pi}\left(\frac{s}{N}\right)$  มีนิยามคล้าย  $\tilde{\Pi}\left(\frac{t}{N}\right)$  คือ

$$\tilde{\Pi}\left(\frac{s}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(s-k) \quad (3.14)$$

เนื่องจาก  $\tilde{f}_p(t)$  และ  $\tilde{F}_p(s)$  มีความสัมพันธ์กันผ่านทางค่าสุ่มตัวอย่างของในแบบเชิงเส้น ที่สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

พิจารณา  $\tilde{f}(t)$  และ  $\tilde{F}(s)$  ในสมการที่ (3.11) และ สมการที่ (3.13) เมื่อค่าสุ่มตัวอย่างของแต่ละชุดจำนวน  $N$  ค่า ถูกนำไปวางเรียงรายบนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่ง ด้วยระยะห่างตามแนวเส้นรอบวงเท่าเดิม กำหนดจุดสังเกตให้หยุดหนึ่งที่จุดใดจุดหนึ่ง และหมุนวงกลมไปเรื่อยๆ ในทิศทางเดียวกัน สิ่งที่ปรากฏ จะเห็นเป็นแถวของค่าสุ่มตัวอย่างในแบบรายคาบ หมายความว่าถ้าจะนำเอาสมการที่ (3.11) และ สมการที่ (3.13) มาใช้กับกรณีดังกล่าว จะต้องเปลี่ยนเป็นการทรานส์ฟอร์มเชิงมุม และจำนวนของค่าสุ่มตัวอย่างก็จะเปลี่ยนแปลงไปดังนี้

$$F(k) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} f(n)w_N^{kn} & , \text{ที่ } 0 \leq k \leq N-1 \\ 0 & , \text{ที่อื่นๆ} \end{cases} \quad (3.15)$$

และ

$$f(n) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) W_N^{-kn} & , \text{ที่ } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & , \text{ที่อื่นๆ} \end{cases} \quad (3.16)$$

การทรานส์ฟอร์มเชิงมุม ตามสมการที่ (3.15) และ สมการที่ (3.16) มีชื่อเรียกตามลำดับว่า ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มไม่ต่อเนื่อง (DFT) ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มผกผันไม่ต่อเนื่อง (IDFT) ซึ่งต่างไปจากชื่อที่ใช้เรียกการทรานส์ฟอร์มของชุดค่าคู่ตัวอย่างแบบรายคาบ ซึ่งคล้ายคลึงกับการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มต่อเนื่องทั่วไป ผิดกับการทำ DFS ที่ใช้ค่าการทรานส์ฟอร์มเป็นจำนวนอนันต์เข้าลักษณะของอนุกรม

### 3.5 ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างรวดเร็ว

เมื่อสามารถพัฒนาเทคนิคการทรานส์ฟอร์มฟังก์ชันที่ได้รับการสุ่มตัวอย่างคือ DFT ให้ใช้กับการคำนวณเชิงเลข โดยอาศัยคอมพิวเตอร์ได้แล้ว ซึ่งเท่ากับเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มเป็นอย่างมากเพราะทำให้การวิเคราะห์และจัดสรรข้อมูลในงานด้านต่างๆ เป็นไปอย่างกว้างขวาง อย่างไรก็ตาม ยังประสบกับปัญหาอันเนื่องจากการคำนวณ DFT ตามนิยามโดยตรงนั้นต้องสิ้นเปลืองเวลามาก เพราะต้องทำการคูณและบวกกันในปริมาณที่เป็นพหุคูณ (ยกกำลัง 2) ของจำนวนของค่าสุ่มตัวอย่างของการกระจายแต่ละชุด (ซึ่งมีจำนวนครั้งของการคูณกันโดยประมาณเท่ากับ  $n^2$ ) จึงมีผู้คิดค้นเทคนิคในการคำนวณ DFT ที่มีประสิทธิภาพสูงอยู่ตลอดเวลา และในปัจจุบันการทรานส์ฟอร์มที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือการทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างรวดเร็ว (FFT) ซึ่งลดปริมาณการคูณและการบวกลงเหลือเพียง  $n \log_2(n)$  ครั้งแทนที่จะเป็น  $n^2$  ครั้งตามปกติ โดยที่  $n$  คือจำนวนของค่าสุ่มตัวอย่าง

เพื่อความเข้าใจใน FFT เป็นไปอย่างถ่องแท้ เราจะเริ่มแสดงวิธีการคำนวณ DFT อย่างมีประสิทธิภาพขึ้นเป็นลำดับไป โดยพิจารณาถึงคุณสมบัติของพจน์  $w_N$  เป็นสำคัญดังต่อไปนี้

กำหนดให้  $\tilde{f}(t)$  เป็นชุดของค่าสุ่มตัวอย่างจำนวนจำกัดแบบไม่ใช้รายคาบ (ถ้าเป็นรายคาบเราก็พิจารณาเฉพาะช่วงคาบเดียว) ที่มีค่าสุ่มตัวอย่างจำนวน  $n$  ค่า DFT ของ  $\tilde{f}(t)$  คือ  $\tilde{F}(s)$  ที่มีค่าสุ่มตัวอย่างที่  $k$  ดังสมการที่ (3.15) และ สมการที่ (3.16) ในหัวข้อที่ 3.4 แต่ถ้า  $f(n)$  อยู่ในรูปเชิงซ้อน สามารถเขียนสมการที่ (3.15) ใหม่ได้ดังนี้

$$F(k) = \sum_n \left\{ \begin{aligned} & \left[ \operatorname{Re}[f(n)]\operatorname{Re}[W_N^{kn}] - \operatorname{Im}[f(n)]\operatorname{Im}[W_N^{kn}] \right] \\ & + j \left[ \operatorname{Re}[f(n)]\operatorname{Im}[W_N^{kn}] + \operatorname{Im}[f(n)]\operatorname{Re}[W_N^{kn}] \right] \end{aligned} \right\}, k, n = 0, \dots, N-1 \quad (3.17)$$

โดยที่  $\operatorname{Re}[*]$  และ  $\operatorname{Im}[*]$  คือส่วนจริงและส่วนจินตนาการของค่าเชิงซ้อน การคำนวณค่า  $f(k)$  ตามสมการที่ (3.17) ในแบบตรงๆ แต่ละค่า ต้องการการคูณจริง  $4N$  ครั้ง และการบวกจริงอีก  $(4N-2)$  ครั้ง ซึ่งทำให้การหา  $\tilde{F}(s)$  ทั้งชุดที่มี  $N$  ค่า จำนวนครั้งของการคูณจริงและการบวกจริงเป็น  $4N^2$  และ  $N(4N-2)$  ครั้งตามลำดับ

การลดปริมาณการคูณและบวกกันลง จะทำให้ปัญหาหลักของการคำนวณ DFT ลดลงไปได้ ดังนั้น ถ้าพิจารณาคุณสมบัติของพจน์  $W_N^{kn}$  ทางสมมาตรที่ว่า

$$W_N^{K(N-n)} = (W_N^{Kn})^* = W_N^{-Kn} \quad (3.18)$$

และ

$$W_N^{Kn} = W_N^{K(n-N)} = W_N^{(k+N)n} \quad (3.19)$$

โดยที่  $k, n = 0, \dots, N-1$

จะทำให้สมการที่ (3.17) สามารถรวมพจน์ต่างๆ เข้าด้วยกันได้และลดจำนวนครั้งของการคูณกันเพื่อหาค่า  $f(k)$  ลดลงไปที่เกือบครึ่งหนึ่งนั่นคือ

$$\operatorname{Re}[f(n)]\operatorname{Re}[W_N^{kn}] + \operatorname{Re}[f(N-n)]\operatorname{Re}[W_N^{k(N-n)}] = \{\operatorname{Re}[f(n)] + \operatorname{Re}[f(N-n)]\}\operatorname{Re}[W_N^{kn}] \quad (3.20)$$

และ

$$-\operatorname{Im}[f(n)]\operatorname{Im}[W_N^{kn}] + -\operatorname{Im}[f(N-n)]\operatorname{Im}[W_N^{k(N-n)}] = -\{\operatorname{Im}[f(n)] - \operatorname{Im}[f(N-n)]\}\operatorname{Im}[W_N^{kn}] \quad (3.21)$$

จากเทคนิคการลดจำนวนครั้งในการคูณกันอย่างง่าย ๆ โดยอาศัยคุณสมบัติสมมาตรของ  $w_N$  ได้เช่นนี้ จึงเป็นแนวทางอย่างดีต่อการศึกษาและพัฒนาวิธีการคำนวณ DFT ที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป นอกจากคุณสมบัติทางสมมาตรของ  $w_N$  แล้ว ยังมีการพิจารณาและนำเอาข้อดีของ  $w_N^{kn}$  ที่มีค่า 0 และ 1 ปรากฏอยู่ด้วยไปลดจำนวนครั้งในการคูณกันลงได้ เพราะถ้ารู้ว่าค่าของ  $w_N^{kn}$  เป็น 0 หรือ 1 เราสามารถกำหนดผลลัพธ์ทันทีโดยไม่ต้องทำการคูณและบวก และยังอาศัยคุณสมบัติรีายคาบของ  $w_N^{kn}$  อีกด้วย เพื่อลดปริมาณการคำนวณลงได้มากขึ้น

ลักษณะสำคัญของ FFT คือค่าของ  $N$  ต้องไม่เป็นเลขที่ไม่มีตัวประกอบ (Prime) ในเมื่อ  $N$  แยกตัวประกอบได้เป็นเลขจำนวนเล็กๆ หลายจำนวนคูณกัน (หรือในรูปของเลข 2 คูณกันหมด จะเป็นลักษณะที่ดีที่สุด) ทำให้สามารถแบ่งชุดของค่าสุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มย่อยๆ แต่ละกลุ่มมีจำนวนของค่าสุ่มตัวอย่างเท่ากับค่าของเลขที่เป็นตัวประกอบของ  $N$  ตามลำดับ จากนั้นจะทำการคำนวณ DFT ของแต่ละกลุ่มย่อยเพื่อนำไปคำนวณ DFT ของทั้งหมดดังจะได้อธิบายโดยละเอียดต่อไป เทคนิคในการแบ่งกลุ่มนี้มีชื่อว่า การแบ่งกลุ่มในทางเวลา (Decimation in time) ถ้าค่าสุ่มตัวอย่างที่นำมาแบ่งกลุ่มเป็นค่าในทางเวลา

### 3.5.1 ขั้นตอนของการคำนวณ DFT (FFT) ที่ใช้การแบ่งกลุ่มในทางเวลา

สมมติว่า  $\tilde{f}(t)$  เป็นชุดของค่าสุ่มตัวอย่างที่มีอยู่  $N$  ค่าที่สามารถแยกออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ  $\frac{N}{2}$  ค่าเท่าๆกัน ได้เป็นชุดของค่าสุ่มตัวอย่างย่อย 2 ชุดคือ  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$  ค่าสุ่มตัวอย่างใน  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$  จะเป็นค่าที่ถูกเลือกมาจากค่าของ  $\tilde{f}(t)$  ในตำแหน่งคู่และคี่ตามลำดับ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\tilde{g}(t) = \{f(0), f(2), f(4), \dots\} = \{g(0), g(1), g(2), \dots\} \quad (3.22)$$

และ

$$\tilde{h}(t) = \{f(1), f(3), f(5), \dots\} = \{h(0), h(1), h(2), \dots\} \quad (3.23)$$



ซึ่งอาจเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสุ่มตัวอย่างที่  $r$  ของ  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$  ได้  
ดังนี้

$$g(r) = f(2r) \quad , r = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (3.24)$$

และ

$$h(r) = f(2r + 1) \quad , r = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (3.25)$$

เมื่อแบ่ง  $\tilde{f}(t)$  ออกเป็น  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$  เรียบร้อยเราสามารถคำนวณ DFT ของ  $\frac{N}{2}$  จุด สำหรับ  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$  แต่ละชุดได้ หลังจากนั้นนำมารวมเข้าเป็นค่าทรานส์ฟอร์มสำหรับ DFT ของ  $\tilde{f}(t)$  โดยอาศัยคุณสมบัติเชิงเส้นของ DFT แล้วทำการแยกผลรวมทางขวามือของสมการที่ (3.15) ออกเป็น 2 ส่วนที่ขึ้นกับค่าของ  $n$  ดังนี้

$$F(k) = \sum_{n \text{ เป็นเลขคู่}} f(n)W_N^{nk} + \sum_{n \text{ เป็นเลขคี่}} f(n)W_N^{nk} \quad (3.26)$$

ให้  $n$  ที่เป็นเลขคู่ =  $2r$  และ  $n$  ที่เป็นเลขคี่ =  $2r + 1$  โดยที่  $r = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1$  ดังนั้นสมการที่ (3.26) จะเปลี่ยนเป็น

$$F(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} f(2r)W_N^{2rk} + \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} f(2r + 1)W_N^{(2r+1)k} \quad (3.27)$$

และจากความสัมพันธ์ของ  $w_N^2 = w_{\frac{N}{2}}$  จะสามารถเขียนสมการที่ (3.27) ใหม่ได้

ดังนี้

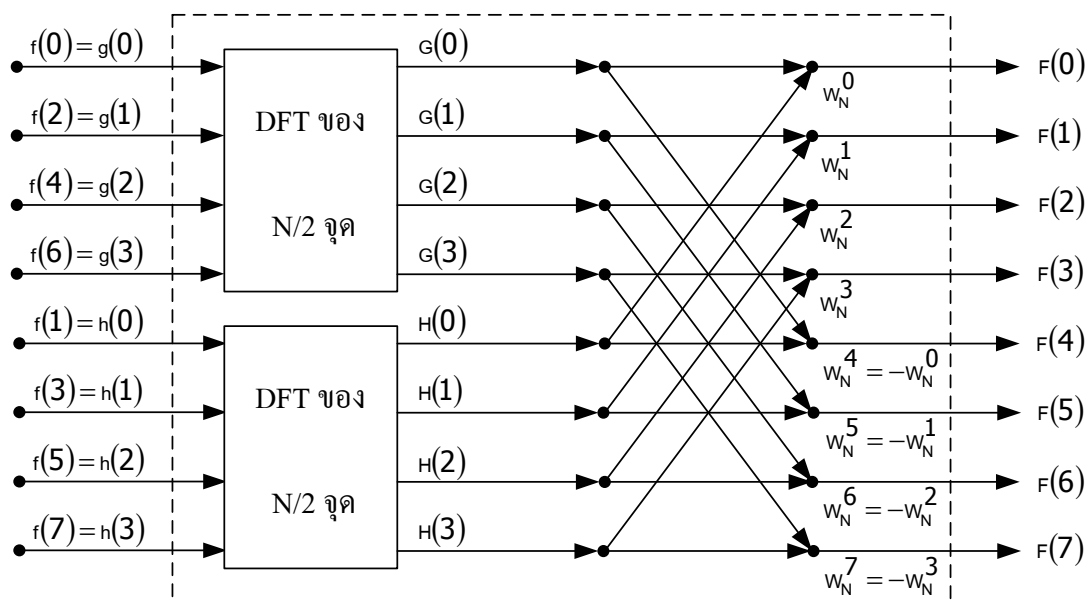
$$F(k) = \sum_r g(r) w_{\frac{N}{2}}^{rk} + w_N^k \sum_r h(r) w_{\frac{N}{2}}^{rk} \quad (3.28)$$

จากความสัมพันธ์ของการเป็นรายคาบของ  $w_{\frac{N}{2}}^{rk} = w_{\frac{N}{2}}^{r(k+\frac{N}{2})}$  กับ  $w_N^k = -w_N^{k+\frac{N}{2}}$  ทั้งนี้ ขณะที่  $k$  เปลี่ยนค่าตั้งแต่ 0 ถึง  $n-1$  ทำให้  $\sum_r g(r) w_{\frac{N}{2}}^{rk}$  และ  $\sum_r h(r) w_{\frac{N}{2}}^{rk}$  มีการกระจายของแต่ละชุดเป็นคาบ 2 คาบที่มีลักษณะเหมือนกัน คาบแต่ละคาบมีจำนวนของค่าสุ่มตัวอย่างเป็น  $\frac{N}{2}$  หมายความว่า นิยามของ DFT นำมาใช้ในการทรานส์ฟอร์มที่ปรากฏทางขวามือของสมการที่ (3.28) ได้ ซึ่งทำการทรานส์ฟอร์มเพียง  $\frac{N}{2}$  ค่าก็พอ จึงเรียกขั้นตอนเหล่านี้ว่า การคำนวณ DFT ของ  $\frac{N}{2}$  จุดของ  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$

ถ้ากำหนดให้  $\tilde{G}(s)$  และ  $\tilde{H}(s)$  เป็น DFT ของ  $\frac{N}{2}$  จุดของ  $\tilde{g}(t)$  และ  $\tilde{h}(t)$  ตามลำดับ  $G(k)$  และ  $H(k)$  เป็นค่าสุ่มตัวอย่างที่  $k$  ของ  $\tilde{G}(s)$  และ  $\tilde{H}(s)$  สมการที่ (3.28) จะเขียนอยู่ในรูป

$$F(k) = G(k) + w_N^k H(k) \quad (3.29)$$

จากสมการที่ (3.29) จะเห็นได้ว่า เวลาที่ใช้คำนวณ DFT ของ  $n$  จุดโดยเทคนิคการแบ่งกลุ่มแบบขั้นเดียวดังกล่าวนี้ เท่ากับสองเท่าของการคำนวณ DFT ของ  $\frac{N}{2}$  จุดรวมกับจำนวนครั้งในการคูณกันของ  $H(k)$  และ  $w_N^k$  อีก  $n$  ครั้ง จึงเป็น  $n + 2\left(\frac{N}{2}\right)^2$  แทนที่จะเป็น  $n^2$  ซึ่ง  $n^2 > n + 2\left(\frac{N}{2}\right)^2$  ถ้า  $n > 2$



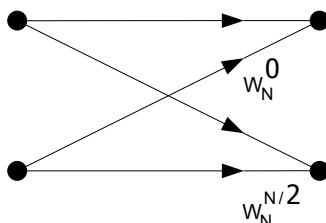
รูปที่ 3.3 แสดงหลักการคำนวณฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มแบบไม่ต่อเนื่อง

รูปที่ 3.3 เป็นกราฟไหลของสัญญาณที่แสดงขั้นตอนของการคำนวณ DFT แบบแบ่งกลุ่มในทางเวลา ที่เปลี่ยนจากการคำนวณ DFT ของ  $n$  จุดเป็นการคำนวณ DFT ของ  $\frac{N}{2}$  จุด 2 ชุดแทน (ในรูปใช้  $n=8$ ) เส้นกราฟใดไม่มีค่าอัตราขยายกำกับ แสดงว่ามีค่าเท่ากับ 1 ในขณะที่จุดรวมแต่ละจุดภายในกราฟคือ จุดที่สัญญาณวิ่งมาพบและรวมกัน อัตราขยายที่กำกับอยู่บนกราฟเส้นใดจะกลายเป็นตัวคูณของสัญญาณที่วิ่งไปบนกราฟเส้นนั้นๆ

ในการทำงานเดียวกัน ถ้า  $\frac{N}{2}$  มีค่าเป็นเลขคู่เช่นกัน เราสามารถแยกกลุ่ม  $g(t)$  และ  $h(t)$  ออกเป็นกลุ่มย่อยๆ ลงไปได้อีก การคำนวณ DFT ของ  $n$  จุดจึงเปลี่ยนเป็นการคำนวณ DFT ของ  $\frac{N}{4}$  จุด 4 ชุดแทน ซึ่งจะเห็นได้ว่า การแบ่งกลุ่มจะถูกทำไปเรื่อยๆ เท่าที่  $n$  ยังสามารถแยกตัวประกอบได้

ในกรณีพิเศษที่  $n$  เป็นค่าของ 2 ยกกำลังเท่านั้น ( $n=2^\alpha$ ) เราสามารถทอนการคำนวณ DFT ของ  $n$  จุดลงไปเหลือเพียงการคำนวณ DFT ของ 2 จุด ทั้งหมด  $2^{\alpha-1}$  ชุด และมีการ

คูณเชิงซ้อนรวม  $\alpha 2^\alpha$  หรือ  $N \log_2 N$  ครั้ง ซึ่งจัดว่าเป็นขั้นตอนในการคำนวณที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด (ใช้เวลาในการคำนวณน้อยมาก) และสามารถพิจารณาได้ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงหลักการคำนวณฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม

แบบไม่ต่อเนื่องเมื่อ  $N$  เป็นค่าของ 2 ยกกำลัง

ถ้าคิดถึงค่าของ  $w_N^{kn}$  บางค่าที่เป็นศูนย์, 1 และ -1 ซึ่งทำให้ไม่มีความจำเป็นจะต้องทำการคูณนั้น จะทำให้จำนวนของการคูณลดลงไปได้อีกมาก

ในบทถัดไปจะนำเสนอทฤษฎีที่ใช้ในการอินทิเกรตฟังก์ชันเชิงซ้อนเพื่อให้สามารถวิเคราะห์และแสดงความสัมพันธ์ของพฤติกรรมต่างๆ ได้ง่ายขึ้น

## บทที่ 4

### วิธีการอินทิเกรตโดยใช้เรซิดิว

การอินทิเกรตในระนาบเชิงซ้อนเป็นสิ่งจำเป็นและมีความสำคัญอย่างยิ่งเนื่องจากสาเหตุที่สำคัญ 2 ประการคือ

1. ปัญหาทางวิศวกรรมต่างๆ ไปจะอยู่ในรูปแบบเชิงซ้อน จึงทำให้การนำเอาอินทิกรัลจริง (การอินทิเกรตโดยทั่วไป) มาประยุกต์ใช้ไม่บรรลุผลเท่าที่ควร ในบางกรณียังยากต่อการคำนวณ ซึ่งทั้งนี้ก็แล้วแต่กรณีของปัญหานั้นๆ
2. คุณสมบัติพื้นฐานบางอย่างของฟังก์ชันวิเคราะห์ สามารถกำหนดได้โดยการอินทิเกรต แต่อาจจะยากต่อการพิสูจน์ด้วยวิธีอื่นๆ

#### 4.1 เรซิดิว

การพิจารณาถึงความหมายของเรซิดิวและการนำไปใช้คำนวณหาอินทิกรัลได้ จะอธิบายได้จากอินทิกรัล

$$\oint_C f(z) dz \quad (4.1)$$

อินทิกรัลข้างบนนี้เป็นอินทิกรัลตามเส้นทาง (Contour integral) รอบๆ ทางเดินปิด  $C$  ถ้า  $f(z)$  เป็นวิเคราะห์ (Analytic) ทุกๆ ที่บนทางเดิน  $C$  และภายใน  $C$  แล้ว ดังนั้นอินทิกรัลจะเป็นศูนย์ตามทฤษฎีอินทิกรัลของคوشي [5, 7, 8, 9, 10] และถ้า  $f(z)$  มีจุดเอกฐาน (singularity) ที่จุด  $z = z_0$  ภายใน  $C$  แต่ยังเป็นวิเคราะห์ที่บนและภายใน  $C$  ดังนั้น  $f(z)$  จะมีอนุกรมลอเรนซ์เกิดขึ้น คือ

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n + \frac{b_1}{z - z_0} + \frac{b_2}{(z - z_0)^2} + \dots \quad (4.2)$$

อนุกรมในสมการที่ (4.2) ซึ่งลู่เข้าทุกๆ จุดที่ใกล้เคียงกับจุด  $z = z_0$  (แต่ยกเว้นที่จุด  $z = z_0$ ) ภายในโดเมน  $0 < |z - z_0| < R$  ซึ่งสมการที่ (4.2) จะนำมาใช้อธิบายถึงความหมายของเรซิดิวโดยพิจารณาจากสัมประสิทธิ์  $b_1$  ในอนุกรมลอเรนซ์เทอมที่สองของสมการที่ (4.2) และทั้งนี้เมื่อ  $n=1$  แล้ว  $b_1$  จะสามารถกำหนดจากสูตรอินทิกรัลได้ดังนี้

$$b_1 = \frac{1}{j2\pi} \oint_C f(z) dz \quad (4.3)$$

เมื่อได้สัมประสิทธิ์  $b_1$  ดังในสมการที่ (4.3) ให้นำไปแทนค่าหาผลเฉลยได้ดังนี้

$$\int_C f(z) dz = j2\pi b_1 \quad (4.4)$$

สมการที่ (4.4) จะถูกอินทิเกรตทวนเข็มนาฬิการอบๆ ทางเดินปิด  $C$  ที่ประกอบด้วย  $z = z_0$  อยู่ภายใน  $C$  สัมประสิทธิ์  $b_1$  ในสมการที่ (4.3) จะเรียกว่า เรซิดิว (Residue) ของ  $f(z)$  ที่  $z = z_0$  และสามารถเขียนแทนได้คือ

$$b_1 = \operatorname{Res}_{z=z_0} f(z) \quad (4.5)$$

#### 4.1.1 การคำนวณหาเรซิดิวของโพลเชิงเดียว

ถ้า  $f(z)$  มีโพลเชิงเดียวที่  $z = z_0$  ดังนั้นจากอนุกรมลอเรนซ์โดยกำหนดให้  $n=1$  ในผลบวกของเทอมที่สองจะสามารถกำหนดอนุกรมของ  $f(z)$  ได้คือ

$$f(z) = \frac{b_1}{z-z_0} + a_0 + a_1(z-z_0) + a_2(z-z_0)^2 + \dots \quad (0 < |z-z_0| < R) \quad (4.6)$$

เมื่อ  $b_1 \neq 0$  คูณสมการที่ (4.6) ด้วย  $(z-z_0)$  ทั้งสองข้างจะได้

$$(z-z_0)f(z) = b_1 + (z-z_0)[a_0 + a_1(z-z_0) + a_2(z-z_0)^2 + \dots] \quad (4.7)$$

จากสมการที่ (4.7) เมื่อกำหนดให้  $z \rightarrow z_0$  ดังนั้นค่าทางด้านขวามือเข้าสู่  $b_1$  และสามารถกำหนดได้คือ

$$\operatorname{Res} f(z) = b_1 = \lim_{z \rightarrow z_0} (z-z_0)f(z) \quad (4.8)$$

#### 4.1.2 การคำนวณหาเรซิดิวของโพลอันดับใดๆ

กำหนดให้  $f(z)$  เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ (Analytic function) ซึ่งมีโพลอันดับที่  $m > 1$  ที่จุด  $z = z_0$  ดังนั้นจากนิยามของโพลในอนุกรมลอเรนซ์ของ  $f(z)$  ที่กำลังคู่เข้าใกล้กับ  $z = z_0$  (ยกเว้นที่  $z = z_0$ ) คือ

$$f(z) = \frac{b_m}{(z-z_0)^m} + \frac{b_{m-1}}{(z-z_0)^{m-1}} + \dots + \frac{b_2}{(z-z_0)^2} + \frac{b_1}{z-z_0} + a_0 + a_1(z-z_0) + \dots \quad (4.9)$$

โดยที่  $b_m \neq 0$  และเมื่อคูณสมการที่ (4.9) ด้วย  $(z-z_0)^m$  ทั้งสองข้างจะได้

$$f(z)(z-z_0)^m = b_m + b_{m-1}(z-z_0) + \dots + b_2(z-z_0)^{m-2} + b_1(z-z_0)^{m-1} + a_0(z-z_0)^m + a_1(z-z_0)^{m+1} + \dots \quad (4.10)$$

จากสมการที่ (4.10) จะเห็นว่า เรขาคิ  $b_1$  ของ  $f(z)$  ที่  $z=z_0$  ก็คือสัมประสิทธิ์ของกำลัง  $(z-z_0)^{m-1}$  ในอนุกรมเทเลอร์ของฟังก์ชัน ซึ่งสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$g(z) = (z-z_0)^m f(z) \quad (4.11)$$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $z=z_0$  ดังนั้นจากทฤษฎีของเทเลอร์

$$b_1 = \frac{1}{(m-1)!} g^{(m-1)}(z_0) \quad (4.12)$$

เพราะฉะนั้นถ้า  $f(z)$  มีโพลอันดับที่  $m$  ที่  $z=z_0$  จะสามารถกำหนดเรขาคิได้จาก

$$b_1 = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} \left( \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [(z-z_0)^m f(z)] \right) \quad (4.13)$$

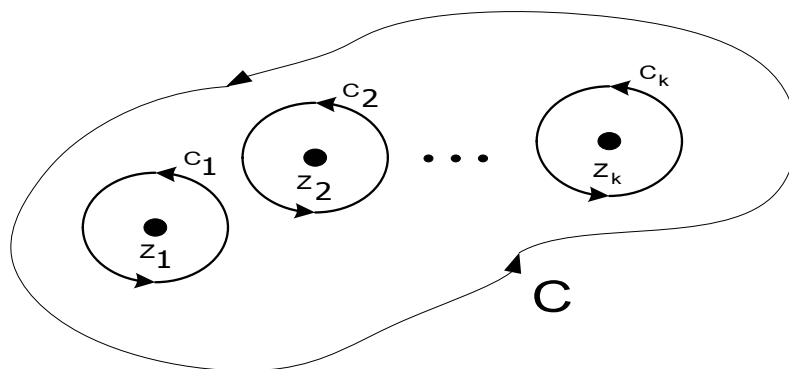
จากสมการที่ (4.13) สำหรับโพลอันดับที่ 2 ( $m=2$ ) คือ

$$\text{Res } f(z) = \lim_{z \rightarrow z_0} \left( [(z-z_0)^2 f(z)] \right) \quad (4.14)$$



## 4.2 ทฤษฎีเรซิดิว

ในหัวข้อ 4.1 แสดงการคำนวณหาอินทิกรัลรอบทางเดินเพียงทางเดินเดียว แต่ในตอนนี้เราจะอาศัยวิธีดังกล่าวข้างต้นมาใช้คำนวณหาอินทิกรัลที่ทางเดินแยกออกเป็นอิสระหลายๆ ส่วนภายในเส้นทางเดินดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แสดงการพิจารณาทิศทางที่ใช้อินทิกรัลตามทฤษฎีเรซิดิว

ถ้ากำหนดให้  $f(z)$  เป็นวิเคราะห์ภายในและบนทางเดินปิดเชิงเดียว  $C$  แต่ยกเว้นที่จุดเอกฐาน (Singular points) หลายๆ จุด  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_k$  ภายใน  $C$  ดังนั้น

$$\oint_C f(z) dz = j2\pi \sum_{i=1}^k \text{Res}_{z=z_i} f(z) \quad (4.15)$$

โดยที่

$$\text{Res}_{z=z_i} f(z) = b_i = \lim_{z \rightarrow z_i} (z - z_i) f(z)$$

สมการที่ (4.15) จะทำการอินทิเกรตในทิศทางทวนเข็มนาฬิการอบทางเดิน  $C$  ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

ถ้าเราล้อมรอบจุดเอกฐาน  $z_j$  แต่ละจุดด้วยวงกลม  $C_j$  ที่มีรัศมีเพียงพอค่าจำนวน  $k$  วงกลมที่แยกออกจากกันและอยู่ภายใน  $C$  (ดังแสดงในรูปที่ 4.1) ดังนั้น  $f(z)$  เป็นวิเคราะห์ภายในโดเมนเชื่อมโยงหลายเชิง  $D$  ซึ่งล้อมรอบด้วย  $C$  และ  $C_1, \dots, C_k$  และที่ขอบเขตทั้งหมดของ  $D$  ดังนั้นจากทฤษฎีอินทิเกรตของคوشيจะได้

$$\oint_C f(z) dz + \oint_{C_1} f(z) dz + \oint_{C_2} f(z) dz + \dots + \oint_{C_k} f(z) dz = 0 \quad (4.16)$$

ในสมการที่ (4.16) อินทิกรัลตามทางเดิน  $C$  ซึ่งกำหนดหาในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาและอินทิกรัลตามทางเดิน  $C_1, \dots, C_k$  กำหนดหาในทิศทางตามเข็มนาฬิกา แต่ถ้าเราอินทิเกรตตามทางเดิน  $C_1, \dots, C_k$  ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นเครื่องหมายของอินทิกรัลเหล่านี้จะเปลี่ยนเป็นลบ เพราะฉะนั้นจากสมการที่ (4.16) จะได้

$$\oint_C f(z) dz = \oint_{C_1} f(z) dz + \oint_{C_2} f(z) dz + \dots + \oint_{C_k} f(z) dz \quad (4.17)$$

อินทิกรัลทั้งหมดในสมการที่ (4.17) จะกำหนดหาในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งจากสมการที่ (4.4) และ (4.5) ในตอนที่ 4.1 สามารถกำหนดได้คือ

$$\int_{C_1} f(z) dz = j2\pi \operatorname{Res}_{z=z_1} f(z) \quad (4.18)$$

ดังนั้นจึงเป็นการพิสูจน์สมการที่ (4.15) สมการที่ (4.4) ซึ่งทฤษฎีนี้มีประโยชน์มากมายสำหรับนำไปประยุกต์ใช้กับอินทิกรัลเชิงซ้อนและอินทิกรัลจริงได้

ในบทถัดไปจะนำเสนอแนวความคิดที่ใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ โดยใช้ทฤษฎีทางฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์ม (ดังแสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 3) และทฤษฎีเรซิดิวมาช่วยในการอินทิกรัลฟังก์ชันเชิงซ้อน เพื่อแสดงให้เห็นพฤติกรรมของสัญญาณที่วัดได้

## บทที่ 5

### การประเมินเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง

#### 5.1 บทนำ

ในวิทยานิพนธ์นี้จะเน้นถึงการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้าในทางความถี่ โดยพิจารณาในช่วงภาวะชั่วคราวและการกำหนดแนวโน้มของขอบเขตเสถียรภาพของระบบในช่วงภาวะชั่วคราว (โดยจะแสดงเนื้อหาส่วนนี้ในบทที่ 6)

ในบทนี้เป็น การนำเสนอหลักการการพิจารณาเสถียรภาพในทางความถี่ ซึ่งพฤติกรรมของระบบที่มีการทำงานเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพสามารถพิจารณาได้จากพฤติกรรมของโพลหลักของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบ ( $R(\omega, P)$ ) ซึ่งได้จากการใช้ทฤษฎีของฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มมาพิจารณาค่าที่วัดได้จากแรงดันทางเวลา เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) และระบบมีพฤติกรรมการทำงานข้ามขอบเขตเสถียรภาพ มีผลทำให้พฤติกรรมของมุมของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบ ( $R(\omega, P)$ ) เปลี่ยนจากหมุนแบบตามเข็มนาฬิกา (Clockwise) เป็นหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา (Counterclockwise) ซึ่งสามารถยืนยันจากผลลัพธ์ที่ได้จากการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบโดยการจำลองเหตุการณ์ต่างๆ ในระบบเมื่อกำลังไฟฟ้ามีค่าเปลี่ยนแปลงไป

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้า ซึ่งพิจารณาที่แรงดันในแต่ละบัสของวิทยานิพนธ์นี้ จะใช้โปรแกรม ETAP เวอร์ชัน 4.0 [4] มาช่วยในการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้า (Power flow) และการเก็บบันทึกค่าแรงดันในช่วงภาวะชั่วคราวโดยโปรแกรม ETAP นี้เป็นโปรแกรมที่มีความละเอียดในการวิเคราะห์สูงมาก จึงเหมาะที่จะนำมาพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง โดยเฉพาะในขณะที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ ซึ่งจะต้องมีความสามารถในการตรวจจับพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไปของแรงดันบัสในขณะที่เกิดฟลัด ณ จุดต่างๆ ในระบบไฟฟ้า แล้วนำค่าที่วัดได้มาแสดงความสัมพันธ์ที่ใช้พิจารณาพฤติกรรมของระบบในช่วงภาวะชั่วคราว ซึ่งแสดงพฤติกรรมโดยวิเคราะห์ทางความถี่ (Frequency domain)

## 5.2 การวิเคราะห์ผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบที่เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพโดยใช้สมการแสดงความสัมพันธ์ของอิมพัลส์และโพลหลักของระบบ

พฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณ ณ จุดที่ใกล้ขอบเขตเสถียรภาพสามารถอธิบายได้จากเทอมของโพลหลักของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบ [11, 12, 13] ได้ดังนี้

$$R_{ij}(\omega) = \frac{k_{ij}}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)} \quad (5.1)$$

โดยที่

$$p_{ij} = \sigma_{ij} + j\omega_{ij} \quad (5.2)$$

แทนสมการที่ (5.2) ลงในสมการที่ (5.1) จะได้

$$\begin{aligned} R_{ij}(\omega) &= \frac{k_{ij}}{(j\omega - \sigma_{ij} - j\omega_{ij})(j\omega - \sigma_{ij} + j\omega_{ij})} \\ &= \frac{k_{ij}}{(-\sigma_{ij} + j(\omega - \omega_{ij}))(-\sigma_{ij} + j(\omega + \omega_{ij}))} \\ &= \frac{k_{ij}(-\sigma_{ij} - j(\omega - \omega_{ij}))(-\sigma_{ij} - j(\omega + \omega_{ij}))}{(\sigma_{ij}^2 + (\omega - \omega_{ij})^2)(\sigma_{ij}^2 + (\omega + \omega_{ij})^2)} \\ R_{ij}(\omega) &= A(\sigma_{ij}^2 - (\omega^2 - \omega_{ij}^2) + j2\omega\sigma_{ij}) \quad (5.3) \end{aligned}$$

โดยที่

$$A = \frac{k_{ij}}{(\sigma_{ij}^2 + (\omega - \omega_{ij})^2)(\sigma_{ij}^2 + (\omega + \omega_{ij})^2)} \quad (5.4)$$

$$\therefore \theta(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{2\omega\sigma_{ij}}{\sigma_{ij}^2 - \omega^2 + \omega_{ij}^2} \right) \quad (5.5)$$

จากสมการที่ (5.5) จะเป็นสมการที่ใช้ในการพิจารณาเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ซึ่งในแต่ละจุดจะแสดงถึงพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ในช่วง  $0 < \omega < \infty$  เพื่อใช้ในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบ โดยถ้าเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่าลดลงหรือมีพฤติกรรมการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกาจะสามารถสรุปได้ว่า ระบบมีเสถียรภาพโดยโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนเพื่อทำการยืนยันถึงพฤติกรรมการพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า เราจะทำการหาอนุพันธ์ของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} &= \frac{d}{d\omega} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{2\omega\sigma_{ij}}{\sigma_{ij}^2 - \omega^2 + \omega_{ij}^2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{2\omega\sigma_{ij}}{\sigma_{ij}^2 - \omega^2 + \omega_{ij}^2} \right)^2 \right]} \frac{(\sigma_{ij}^2 - \omega^2 + \omega_{ij}^2)(2\sigma_{ij}) - 2\omega\sigma_{ij}(-2\omega)}{(\sigma_{ij}^2 - \omega^2 + \omega_{ij}^2)^2} \\ &= \frac{2\sigma_{ij}^3 + 2\sigma_{ij}\omega_{ij}^2 - 2\sigma_{ij}\omega^2 + 4\sigma_{ij}\omega^2}{(\sigma_{ij}^2 - \omega^2 + \omega_{ij}^2)^2 + (2\sigma_{ij}\omega)^2} \\ \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} &= \frac{2\sigma_{ij}(\sigma_{ij}^2 + \omega^2 + \omega_{ij}^2)}{\left[ (-\omega^2 + \omega_{ij}^2)^2 + \sigma_{ij}^2 \right] \left[ (\omega + \omega_{ij})^2 + \sigma_{ij}^2 \right]} \quad (5.6) \end{aligned}$$

จากสมการที่ (5.6) แสดงให้เห็นว่า เครื่องหมายของ  $\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}$  จะขึ้นอยู่กับ เครื่องหมายของ  $\sigma_{ij}$  ซึ่งเป็นส่วนของค่าจริงของโพลหลักและใช้ในการพิจารณาถึงตำแหน่งของ โพลหลักว่าอยู่ทางด้านซ้ายหรืออยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน โดยเฉพาะในกรณีที่ระบบมี เสถียรภาพในช่วงความถี่  $-\infty < \omega < \infty$  จะแสดงถึงความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและ สมการที่ (5.6) ได้ดังนี้

$$\sigma_{ij} < 0 \quad \text{จะทำให้} \quad \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} < 0 \quad (5.7)$$

จากสมการที่ (5.7) จะเห็นได้ว่า เมื่อค่าจริงของโพลหลัก ( $\sigma_{ij}$ ) มีค่าน้อยกว่า 0 จะ ทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่าลดลง แสดงว่าเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่าลดลง ทำ ให้ทราบว่าเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  จะมีทิศทางตามเข็มนาฬิกาเมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกน เชิงซ้อน

เมื่อพิจารณากรณีที่โพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อนซึ่งเป็นกรณีที่ระบบ ไม่มีเสถียรภาพโดยพิจารณาในช่วงความถี่  $-\infty < \omega < \infty$  จะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของค่าจริง ของโพลหลักและสมการที่ (5.6) ได้ดังนี้

$$\sigma_{ij} > 0 \quad \text{จะทำให้} \quad \frac{d\theta(\omega)}{d\omega} > 0 \quad (5.8)$$

จากสมการที่ (5.8) จะเห็นได้ว่า เมื่อค่าจริงของโพลหลัก ( $\sigma_{ij}$ ) มีค่ามากกว่า 0 จะทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่ามากขึ้น แสดงว่าเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  จะมีทิศ ทิศทางหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา เมื่อเพิ่มค่า  $\omega$  ตั้งแต่  $-\infty$  จนเข้าใกล้  $\infty$

### 5.3 การวิเคราะห์ผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวของระบบที่เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ

หลังจากทำการพิจารณาพฤติกรรมของระบบจากความสัมพันธ์ของโพลหลักซึ่งทำให้ทราบว่าการหมุนของ  $R_{ij}(\omega)$  จะมีพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงไปขึ้นกับตำแหน่งของโพลหลักของระบบ ในขณะนี้ให้พิจารณาสมการความสัมพันธ์ที่ใช้ยืนยันพฤติกรรมที่เกิดขึ้นตามสมการที่ (5.1) จะมีลักษณะดังนี้

$$R_{ij}(\omega) = \frac{k_{ij}}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)} \quad (5.9)$$

เมื่อ  $p_{ij}$  และ  $p_{ij}^*$  เป็นโพลหลักของระบบในขณะที่เกิดเหตุขัดข้องในระบบไฟฟ้าที่ตำแหน่ง  $i$  และทำการวัดผลตอบสนองที่ตำแหน่ง  $j$

จากแนวคิดของระบบเชิงเส้นทั่วไปได้อธิบายถึงระบบที่มีเสถียรภาพ จะมีพฤติกรรมของโพลอยู่ทางด้านซ้ายมือของแกนเชิงซ้อน ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$p_{ij} = \sigma_{ij} + j\omega_{ij}, \quad \sigma_{ij} < 0, \quad \omega_{ij} > 0 \quad (5.10)$$

จากความสัมพันธ์ของพฤติกรรมการเพิ่มขึ้นของกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) เป็นผลทำให้ค่าจริงของโพลหลักมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งเราสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(P) \quad (5.11)$$

เมื่อทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้า  $P$  ให้มากขึ้นจนกระทั่งโพลหลักย้ายตำแหน่งไปติดกับแกนเชิงซ้อนที่  $\sigma_{ij} = 0$  ซึ่งเป็นจุดที่ระบบไม่มีเสถียรภาพ จึงสามารถกำหนดให้กำลังไฟฟ้าที่จุดนั้นเป็นขอบเขตเสถียรภาพ ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



$$P = L_i \quad (5.12)$$

โดยที่  $L_i$  คือค่ากำลังไฟฟ้าที่ขอบเขตเสถียรภาพของระบบ

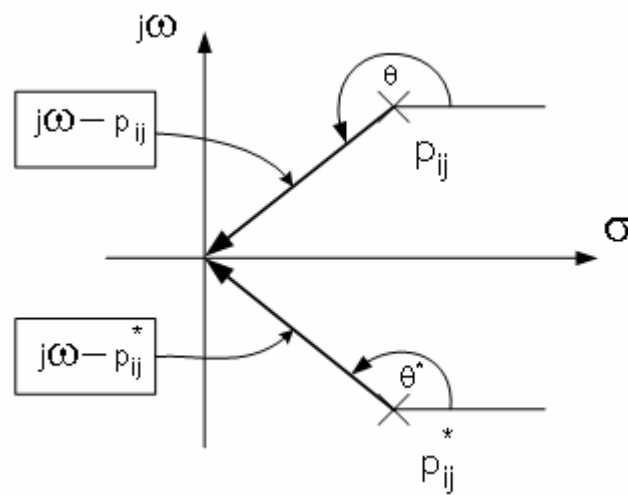
ถ้ากำลังไฟฟ้าถูกเพิ่มขึ้นจนเกินขอบเขตเสถียรภาพของระบบแล้วค่า  $p_{ij}$  และ  $p_{ij}^*$  จะอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน ซึ่งแสดงว่าค่าจริงของโพลหลัก ( $\sigma_{ij}$ ) มีค่าเป็นบวกและสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P \geq L_i, \sigma_{ij} \geq 0 \quad (5.13)$$

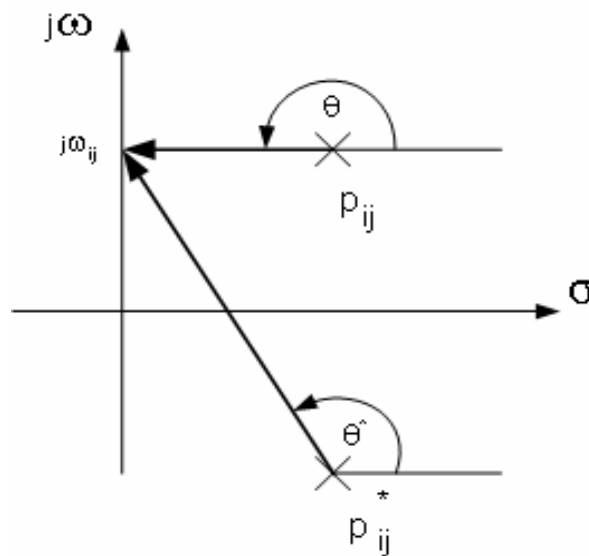
เมื่อพิจารณาพฤติกรรมของกราฟของ  $R_{ij}(\omega)$  ตามสมการที่ (5.1) โดยพิจารณาถึงพฤติกรรมของโพลหลัก ( $p_{ij}$  และ  $p_{ij}^*$ ) ที่ตำแหน่งต่างๆ บนช่วงความถี่เชิงมุม ดังนี้

$$0 < \omega < \infty \quad (5.14)$$

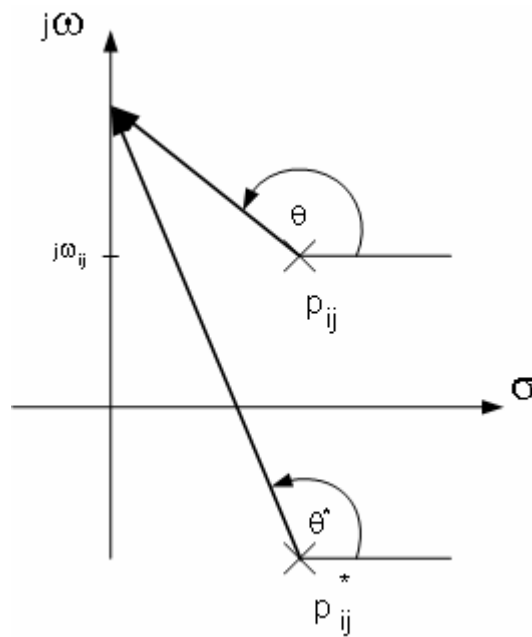
ในการวิเคราะห์ จะสมมติว่าโพลหลักเคลื่อนเข้าใกล้แกน  $j\omega$  โดยที่พิจารณาว่าโพลและซีโรอื่นๆ อยู่ไกลออกไป จนไม่มีผลทำให้พฤติกรรมของ  $R_{ij}(\omega)$  เปลี่ยนแปลงไป



รูปที่ 5.1 (a) เป็นกรณีที่  $\omega = 0$  เรเดียนต่อวินาที ผลรวมของเฟสของ โพลหลักมีค่าเท่ากับ  $360^\circ$  มีผลทำให้เฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่าเท่ากับ  $-360^\circ$

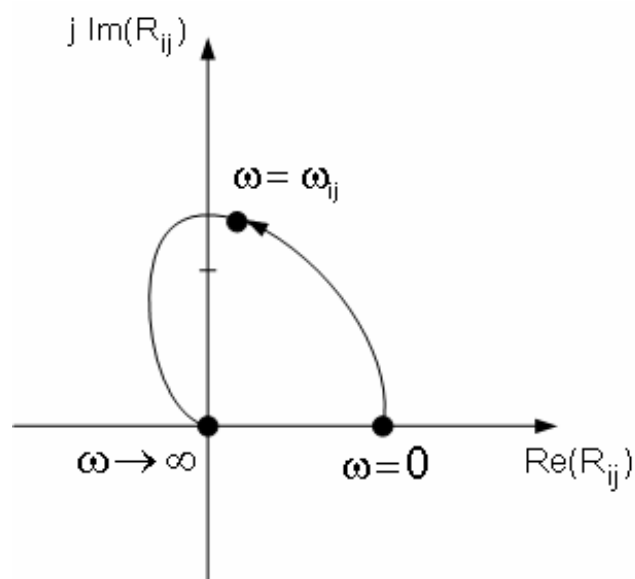


รูปที่ 5.1 (b) เป็นกรณีที่  $\omega = \omega_{ij}$  เรเดียนต่อวินาที ผลรวมของเฟสของ โพลหลักมีค่าอยู่ ระหว่าง  $270^\circ$  ถึง  $360^\circ$  ซึ่งมีผลทำให้เฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่าอยู่ระหว่าง  $-360^\circ$  ถึง  $-270^\circ$  ซึ่งในช่วงนี้จะเห็นได้ว่ามุมของโพลมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วและพฤติกรรมของ เฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีลักษณะการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาบนแกนเชิงซ้อนของ  $R_{ij}(\omega)$



รูปที่ 5.1 (c) เป็นการพิจารณาที่ความถี่สูงขึ้นจน  $\omega$  เข้าใกล้  $\infty$  ซึ่งการหมุนของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ยังคงมีพฤติกรรมหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาจากมุม  $-270^\circ$  แล้ว เคลื่อนเข้าใกล้มุม  $-180^\circ$  นั้นหมายความว่ามุมของโพลหลักแต่ละจุดมีค่าเข้าใกล้  $90^\circ$

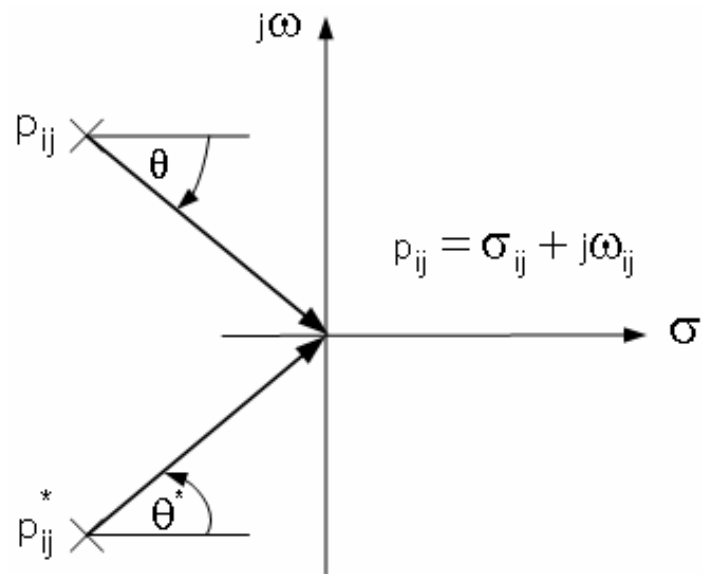
จากรูปที่ 5.1 (a), 5.1 (b) และ 5.1 (c) แสดงถึงพฤติกรรมของโพลหลักที่อยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน ( $\sigma_{ij}$  มีค่าเป็นบวก) ซึ่งเป็นพฤติกรรมของระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ เมื่อทำการพิจารณาความสัมพันธ์ของโพลหลักเทียบกับพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ในช่วงของความถี่เชิงมุมที่แสดงในสมการที่ (5.6) นั่นคือพิจารณาเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อ  $\omega$  มีค่าเปลี่ยนแปลงไปบนแกน  $j\omega$  ตั้งแต่ 0 ถึง  $\infty$  ซึ่งสามารถแสดงผลลัพธ์ของ  $R_{ij}(\omega)$  ได้ดังในรูปที่ 5.2



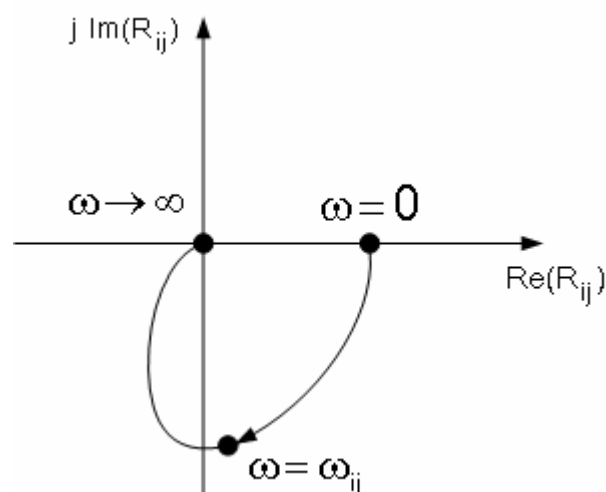
รูปที่ 5.2 แสดงพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน

จากการพิจารณาผลที่ได้จากรูปที่ 5.1 ในช่วงความถี่เชิงมุมตั้งแต่ 0 จนถึง  $\infty$  ของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ในขณะที่โพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน จะมีพฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เป็นแบบทวนเข็มนาฬิกา

ในขณะนี้ให้พิจารณาถึงพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  ในกรณีที่โพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน ซึ่งเมื่อโพลหลักเคลื่อนเข้าใกล้แกน  $j\omega$  จะมีพฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เป็นแบบตามเข็มนาฬิกาบนแกนเชิงซ้อน ดังที่แสดงในรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 (a) เป็นกรณีที่  $\omega = 0$  เรเดียนต่อวินาที ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน



รูปที่ 5.3 (b) แสดงพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน

สรุปได้ว่า สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีโพลอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน ( $j\omega$ ) จะทำให้เกิดพฤติกรรมการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา (CCW) ของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  บนแกนเชิงซ้อนรอบๆ จุดกำเนิด

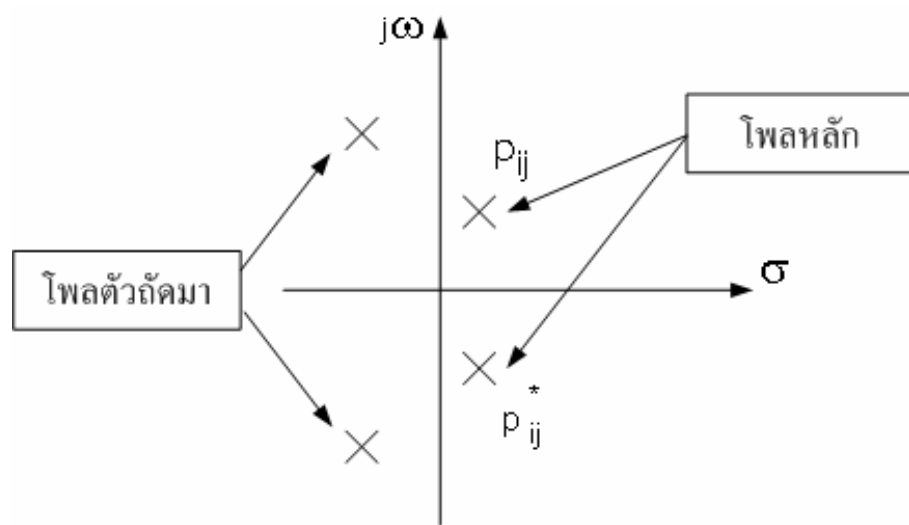
จากการวิเคราะห์ผลของโพลหลักในตอนต้น เราสามารถนำผลลัพธ์ที่ได้มาพิจารณาระบบที่มีโพลและซีโรตัวอื่นๆ ได้ โดยคิดว่าโพลและซีโรตัวอื่นไม่มีผลทำให้พฤติกรรมการหมุนของ  $r_{ij}(\omega)$  เกิดการเปลี่ยนแปลงไป แต่พฤติกรรมจะขึ้นกับเฉพาะตำแหน่งของโพลหลัก

#### 5.4 ผลสะท้อนที่เกิดจากโพลและซีโรตัวอื่นๆ

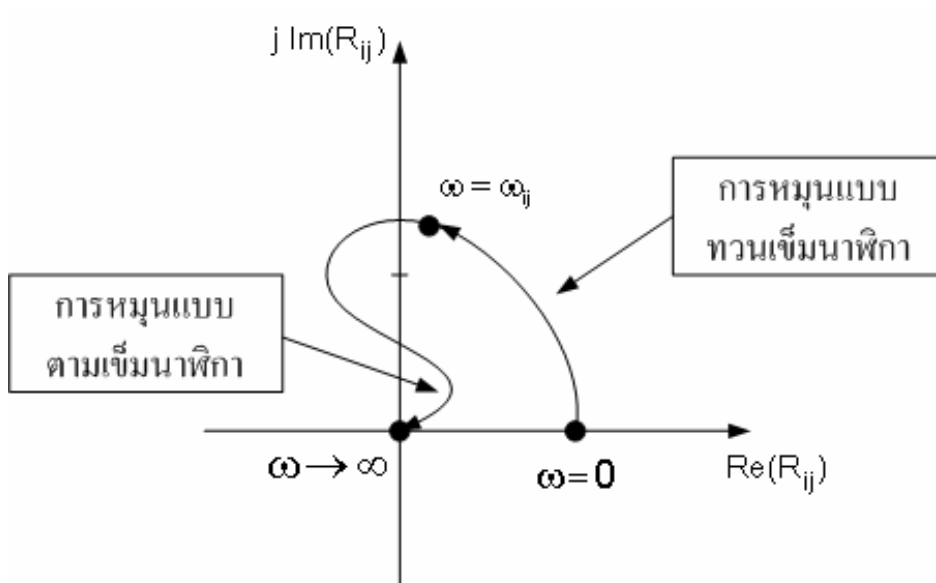
เนื่องจากในระบบไฟฟ้ากำลังตามปกติ จะประกอบไปด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีจำนวนของโพลและซีโรอยู่หลายค่า ทำให้ต้องพิจารณาถึงผลกระทบของโพลและซีโรที่อยู่ใกล้กับโพลหลักว่ามีผลทำให้พฤติกรรมของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  มีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้ดังนี้

ในกรณีที่ระบบอยู่ในสถานะที่มีเสถียรภาพแสดงว่าโพลทั้งหมดอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน อิทธิพลของโพลทุกตัวจะต้องทำให้พฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  มีการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกา (CW) ซึ่งมีการวิเคราะห์คล้ายกับในรูปที่ 5.3 โดยที่จุด  $\omega = \infty$  มุมของโพลทุกตัวจะเข้าใกล้  $90^\circ$

ในกรณีที่ระบบอยู่ในสถานะที่ไม่มีเสถียรภาพ แสดงว่ามีโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน ซึ่งทำให้พฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  มีการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา (CCW) เมื่อพิจารณาถึงโพลตัวถัดมา ซึ่งพิจารณาให้อยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนและใกล้กับแกนเชิงซ้อนอย่างเพียงพอ จนมีผลกระทบไปถึงพฤติกรรมของการหมุนของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  และจากการพิจารณาจะเห็นได้ว่า อิทธิพลของโพลหลักจะทำให้พฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  มีการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาในตอนต้น และเมื่อ  $\omega$  เข้าใกล้  $\infty$  ผลกระทบของโพลตัวถัดมาจะทำให้พฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  มีการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกา โดยที่มุมของโพลแต่ละตัวจะเข้าใกล้  $90^\circ$  และมีพฤติกรรมดังในรูปที่ 5.4 ซึ่งจะเห็นได้ว่าพฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $r_{ij}(\omega)$  จะขึ้นกับตำแหน่งของโพลหลักเป็นหลักและขึ้นกับโพลตัวอื่นๆ ในตอนที่  $\omega$  มีค่าเข้าใกล้  $\infty$  (นั่นคือ มุมของโพลเข้าใกล้  $90^\circ$ )



รูปที่ 5.4 (a) แสดงความสัมพันธ์ของโพลหลักและโพลอื่นๆ ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน

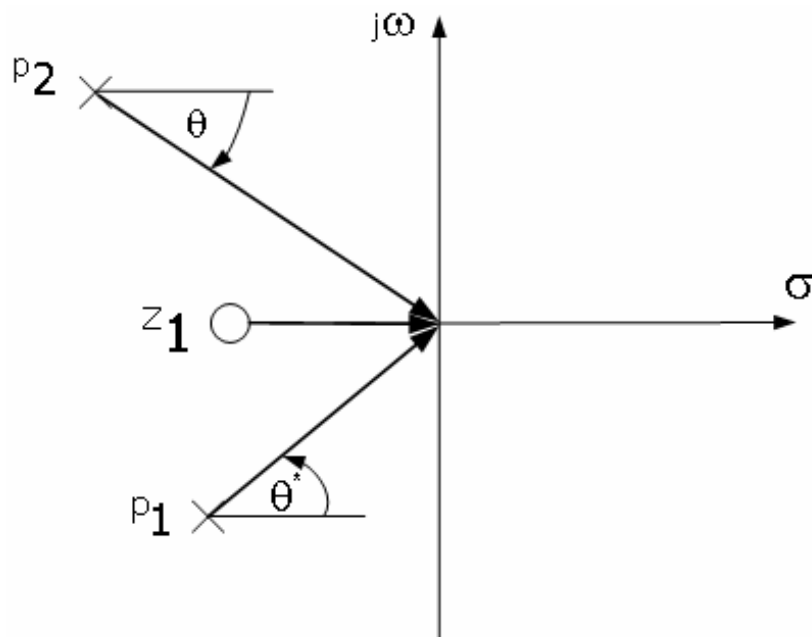


รูปที่ 5.4 (b) แสดงพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน โดยพิจารณาผลของโพลอื่นๆ ที่อยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนด้วย

ในตอนนี้จะทำการพิจารณาผลกระทบของซีโรที่อยู่ใกล้แกนเชิงซ้อนอย่างเพียงพอจนทำให้เกิดผลกระทบกับการหมุนของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  โดยขึ้นอยู่กับตำแหน่งของคู่โพลดังแสดง

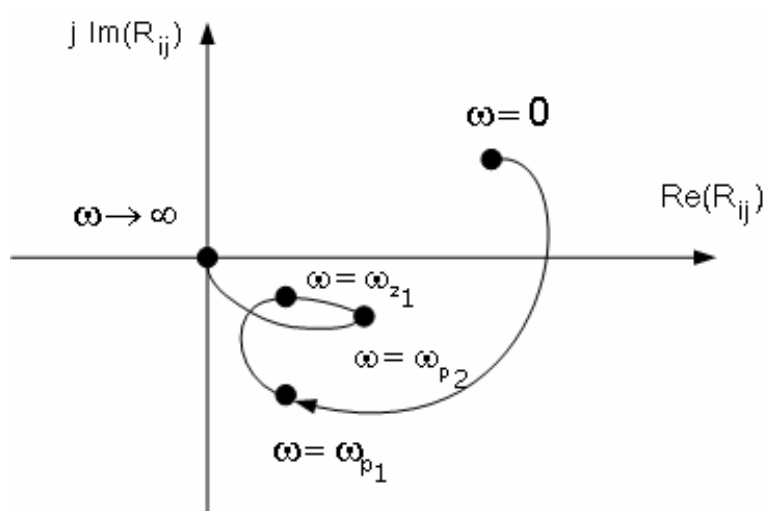
ในรูปที่ 5.5 จะเห็นได้ว่าซีโรจะมีผลของขนาดของ  $R_{ij}(\omega)$  ให้มีลักษณะการหมุนเข้าไปยังจุดที่  $\omega_0$  โดยที่ลักษณะการหมุนของเฟสจะขึ้นกับตำแหน่งของซีโรเฉพาะจุด ซึ่งเข้าใกล้จุดกำเนิดเท่านั้น

พฤติกรรมกรรมการหมุนของ  $R_{ij}(\omega)$  เนื่องจากการพิจารณาเฉพาะซีโรจะมีพฤติกรรมกรรมการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกา เมื่อซีโรอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน และจะมีพฤติกรรมกรรมการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา เมื่อซีโรอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน



รูปที่ 5.5 (a) แสดงความสัมพันธ์ของโพลหลักและซีโรอื่นๆ ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน





รูปที่ 5.5 (b) แสดงพฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เมื่อโพลหลักอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน โดยพิจารณาผลของซีโรอื่นๆ ที่อยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนด้วย

ในกรณีที่โพลหลักอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน และการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาของซีโรที่อยู่ทางด้านซ้ายมือ จะทำให้เกิดการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาขนาดเล็กๆ แทนที่จะพุ่งไปยังจุดกำเนิดของแกนเชิงซ้อน ตามปกติ ซึ่งพิจารณาเฉพาะโพลหลักเมื่อสังเกตในรูปที่ 5.5 (b) จะเป็นการแสดงผลกระทบเนื่องจากซีโรอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน เป็นเหตุให้ขนาดของ  $R_{ij}(\omega)$  มีค่าลดลง เมื่อ  $\omega$  เคลื่อนเข้าใกล้ซีโรตามเข็มนาฬิกาขนาดเล็กๆ เนื่องจากซีโรเพิ่มขึ้นมาจากเดิมที่พิจารณาเฉพาะโพลหลัก ซึ่งอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อนเพียงอย่างเดียว

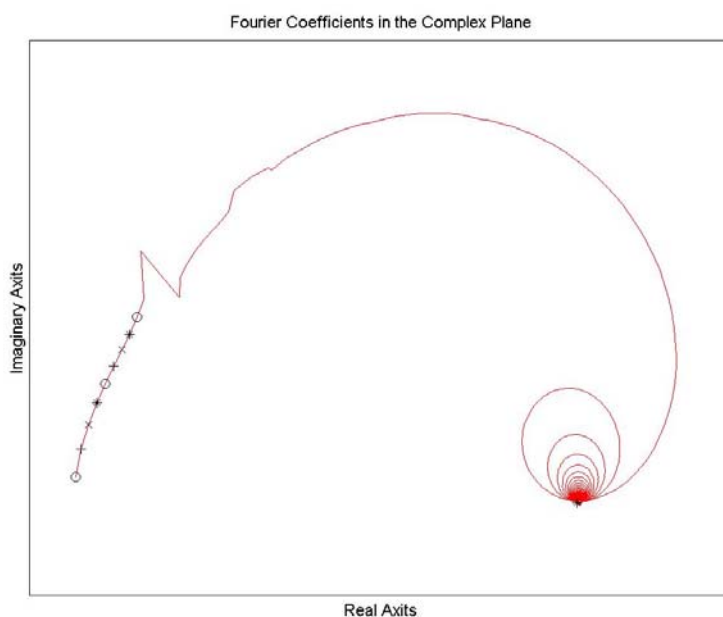
จากกฎพื้นฐานและทฤษฎีในตอนต้นแสดงให้เห็นว่า ผลกระทบจากโพลซึ่งอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน จะทำให้เกิดพฤติกรรมของการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  แต่ผลกระทบจากซีโรที่อยู่ทางด้านซ้ายมือของแกนเชิงซ้อน จะทำให้เกิดพฤติกรรมของการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  เช่นเดียวกับผลที่เกิดจากโพลซึ่งอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน ซึ่งรวมไปถึงผลกระทบที่เกิดจากโพลซึ่งอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน จะทำให้เกิดพฤติกรรมของการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกาของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  และจะมีพฤติกรรมเช่นเดียวกันเมื่อพิจารณาผลกระทบที่เกิดจากซีโรที่อยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน

พิจารณาผลกระทบของตัวแปร  $p_i$  ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของซีโรในแกนเชิงซ้อน เราจะทำการศึกษาถึงผลลัพธ์ที่ได้จากพลังงานของสัญญาณในขณะที่ระบบอยู่ในสภาพใกล้กับขอบเขตเสถียรภาพ ซึ่งที่สถานะนี้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีผลเฉพาะโพลหลัก จะแสดงถึงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณซึ่งมีความถูกต้องสูงมาก แต่นั่นไม่ได้หมายความว่าซีโร ใน

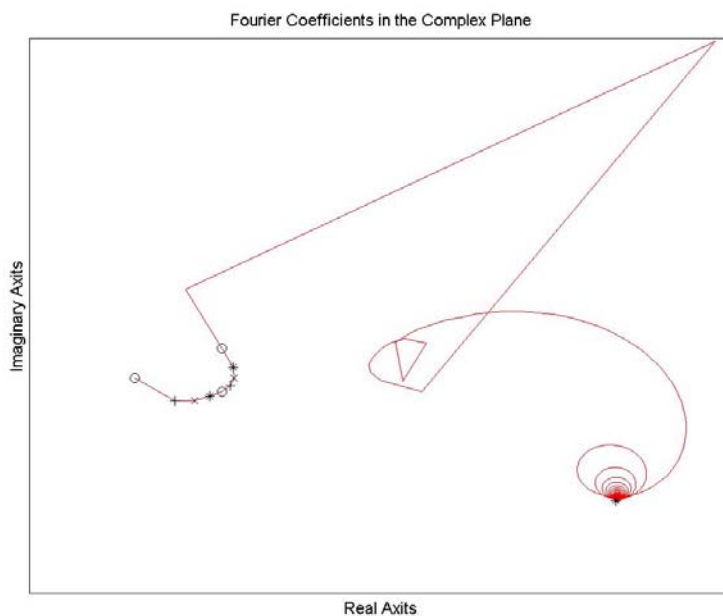
ระบบจะไม่มี ความเปลี่ยนแปลงภายใต้อิทธิพลของ  $p_i$  แต่มันหมายความว่า ที่สภาวะของระบบซึ่ง อยู่ใกล้กับขอบเขตเสถียรภาพ โพลหลักจะมีอิทธิพลกับพฤติกรรมที่เกิดในระบบอย่างเด่นชัดกว่า โพลและซีโรอื่นๆ ด้วยเหตุนี้การวิเคราะห์ในทางเวลาจะต้องทำการจำลองระบบให้อยู่ใกล้กับ ขอบเขตเสถียรภาพอย่างเพียงพอ ซึ่งจะทำให้การวิเคราะห์พฤติกรรมของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  มีความถูกต้องสูงขึ้น

### 5.5 ผลการทดสอบเสถียรภาพของระบบ

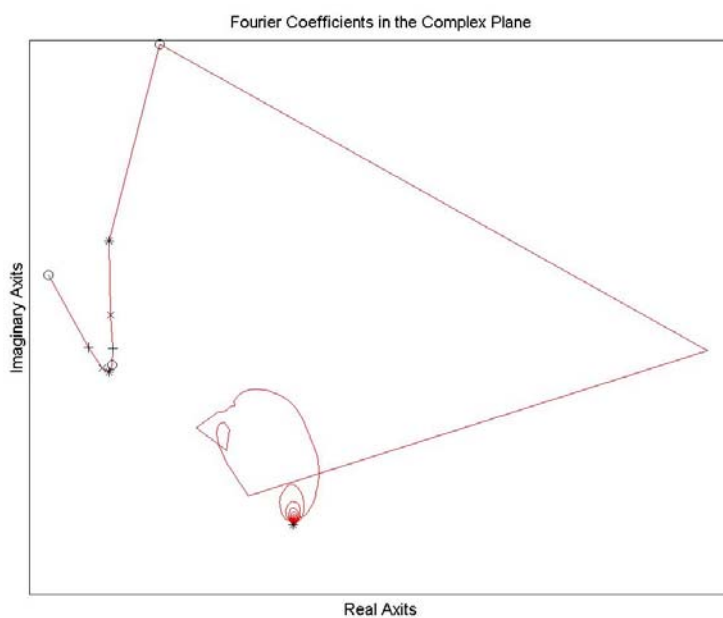
ในหัวข้อนี้จะเป็นการแสดงผลการทดสอบและวิเคราะห์พฤติกรรมของสัญญาณที่ วัดได้ โดยใช้หลักการที่ได้นำเสนอในตอนต้นมาบ่งชี้ถึงเสถียรภาพของระบบ โดยพิจารณาจากเฟส ของผลตอบสนองที่ได้ในช่วงภาวะชั่วคราว จากการใช้ระบบทดสอบขนาด 9 บัส (ดังแสดง รายละเอียดของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในภาคผนวก ข)



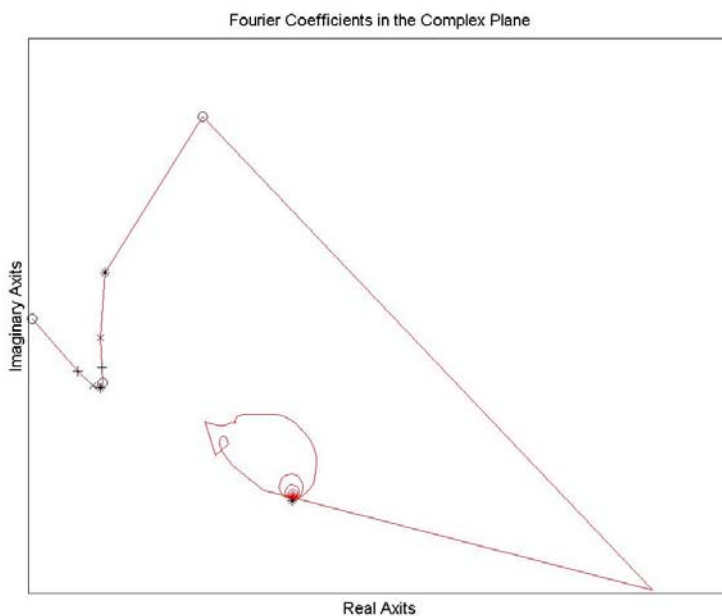
รูปที่ 5.6 (a) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ (กรณีฐาน Gen2 = 163 MW)เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1



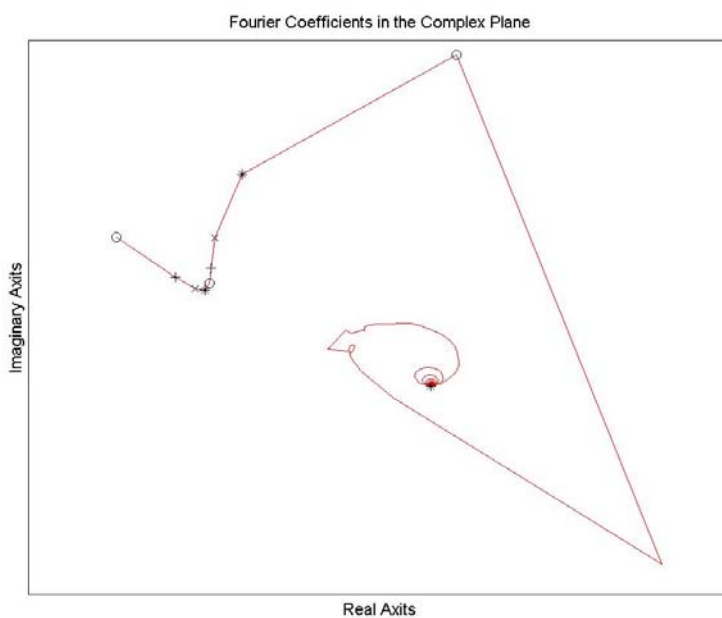
รูปที่ 5.6 (b) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่มีระบบมีเสถียรภาพ  
(กรณี Gen2 = 263 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1



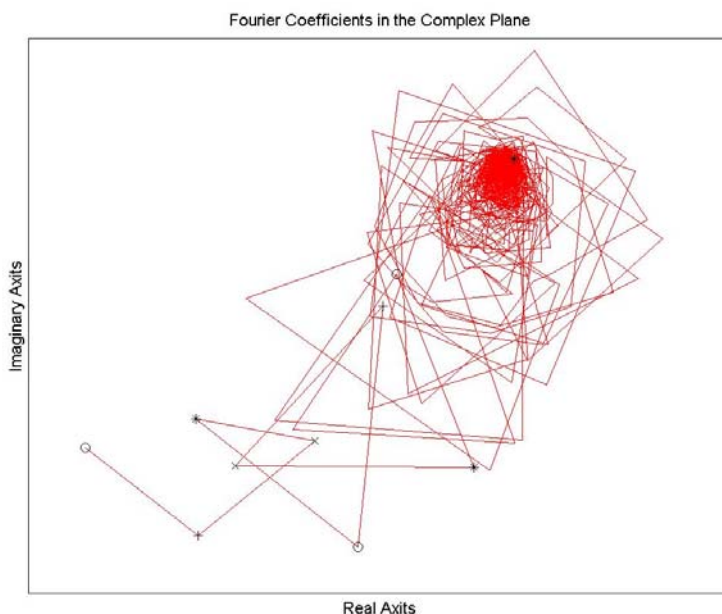
รูปที่ 5.6 (c) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่มีระบบมีเสถียรภาพ  
(กรณี Gen2 = 333 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1



รูปที่ 5.6 (d) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่มีระบบมีเสถียรภาพ (กรณี Gen2 = 338 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1



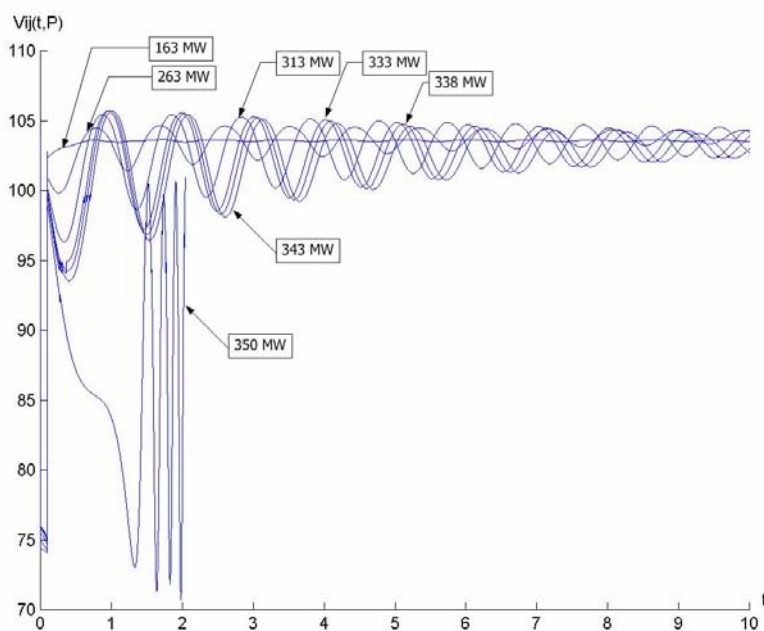
รูปที่ 5.6 (e) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่มีระบบมีเสถียรภาพ (กรณี Gen2 = 343 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1



รูปที่ 5.6 (f) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่ระบบไม่มีเสถียรภาพ  
(กรณี Gen2 = 350 MW) เมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1

จากรูปที่ 5.6 (a), (b), (c), (d) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่มีเสถียรภาพในกรณีที่ปรับกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 แล้วทำการจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1 ซึ่งจากรูปพฤติกรรมของมุมจะหมุนแบบตามเข็มนาฬิกา นั่นหมายความว่า โพลทุกตัวของฟังก์ชันถ่ายโอนอยู่ทางด้านซ้ายมือของแกนเชิงซ้อน ( $\sigma_{ij}$  มีค่าเป็นลบ) แสดงให้เห็นว่าระบบอยู่ในสถานะที่มีเสถียรภาพ

จากรูปที่ 5.6 (f) แสดงพฤติกรรมของมุมในกรณีที่มีเสถียรภาพในกรณีที่ปรับกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเกินขอบเขตเสถียรภาพ เมื่อทำการจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 1 ซึ่งจากรูปพฤติกรรมของมุมจะหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา นั่นหมายความว่า โพลอย่างน้อย 1 ตัวของฟังก์ชันถ่ายโอนอยู่ทางด้านขวามือของแกนเชิงซ้อน ( $\sigma_{ij}$  มีค่าเป็นบวก) แสดงให้เห็นว่าระบบอยู่ในสถานะที่ไม่มีเสถียรภาพ



รูปที่ 5.7 แสดงพฤติกรรมของแรงดันที่บัส 1 เมื่อมีการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของ เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่บัส 2 จนระบบไม่มีเสถียรภาพ เมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บัส 8 ที่ได้จากโปรแกรม ETAP

จากรูปที่ 5.7 จะเห็นได้ว่าแรงดันไม่สามารถเข้าสู่ภาวะอยู่ตัวใหม่ได้ หลังเกิดฟอลต์ขึ้นในระบบเป็นระยะเวลานาน ซึ่งในที่นี้จะใช้เวลาในการให้กำจัดฟอลต์ 0.1 วินาที และทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเกินขอบเขตเสถียรภาพ จึงทำให้แรงดันมีลักษณะส่าย

จากผลการทดสอบที่ได้ทำให้ทราบว่าพฤติกรรมการหมุนของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  สามารถบ่งบอกถึงเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าได้ ซึ่งในบทนี้ได้นำเสนอหลักการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้าโดยใช้ทฤษฎีทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มมาช่วยในการกำหนดพฤติกรรมของระบบในทางความถี่ (Frequency Domain) โดยสามารถสรุปได้ว่า สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีโพลอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน ( $j\omega$ ) จะทำให้เกิดพฤติกรรมการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกา (CW) ของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  บนแกนเชิงซ้อนรอบๆ จุดกำเนิดแสดงว่าระบบอยู่ในสถานะที่มีเสถียรภาพและสำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มีโพลอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน ( $j\omega$ ) จะทำให้เกิดพฤติกรรมการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกา (CCW) ของเฟสของ  $R_{ij}(\omega)$  บนแกนเชิงซ้อนรอบๆ จุดกำเนิดแสดงว่าระบบอยู่ในสถานะที่ไม่มีเสถียรภาพ

ในบทถัดไปจะแสดงหลักการพิจารณาขอบเขตเสถียรภาพของระบบ โดยวิเคราะห์จากพลังงานของสัญญาณ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับโพลหลักและกำลังไฟฟ้าในระบบ

## บทที่ 6

### การประเมินค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้ากำลัง

#### 6.1 บทนำ

ส่วนต้นของวิทยานิพนธ์ จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราว ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระบบในสภาวะที่มีเสถียรภาพจะมีพฤติกรรมการหมุนของ  $r_{ij}(\omega)$  แบบตามเข็มนาฬิกาและเมื่อระบบไม่มีเสถียรภาพพฤติกรรมการหมุนของ  $r_{ij}(\omega)$  จะเป็นแบบทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะนำไปใช้ในการออกแบบช่วงความปลอดภัยของการทำงานในระบบไฟฟ้ากำลัง โดยเฉพาะการหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุดที่ระบบยังคงมีเสถียรภาพอยู่ หลังเกิดฟอลต์ขึ้นภายในระบบ โดยดูพฤติกรรมของแรงดันบัสในช่วงภาวะชั่วคราว และแสดงขั้นตอนวิธีการหาขอบเขตเสถียรภาพที่จะนำไปใช้เป็นขอบเขตความปลอดภัยในช่วงการทำงานต่อไป

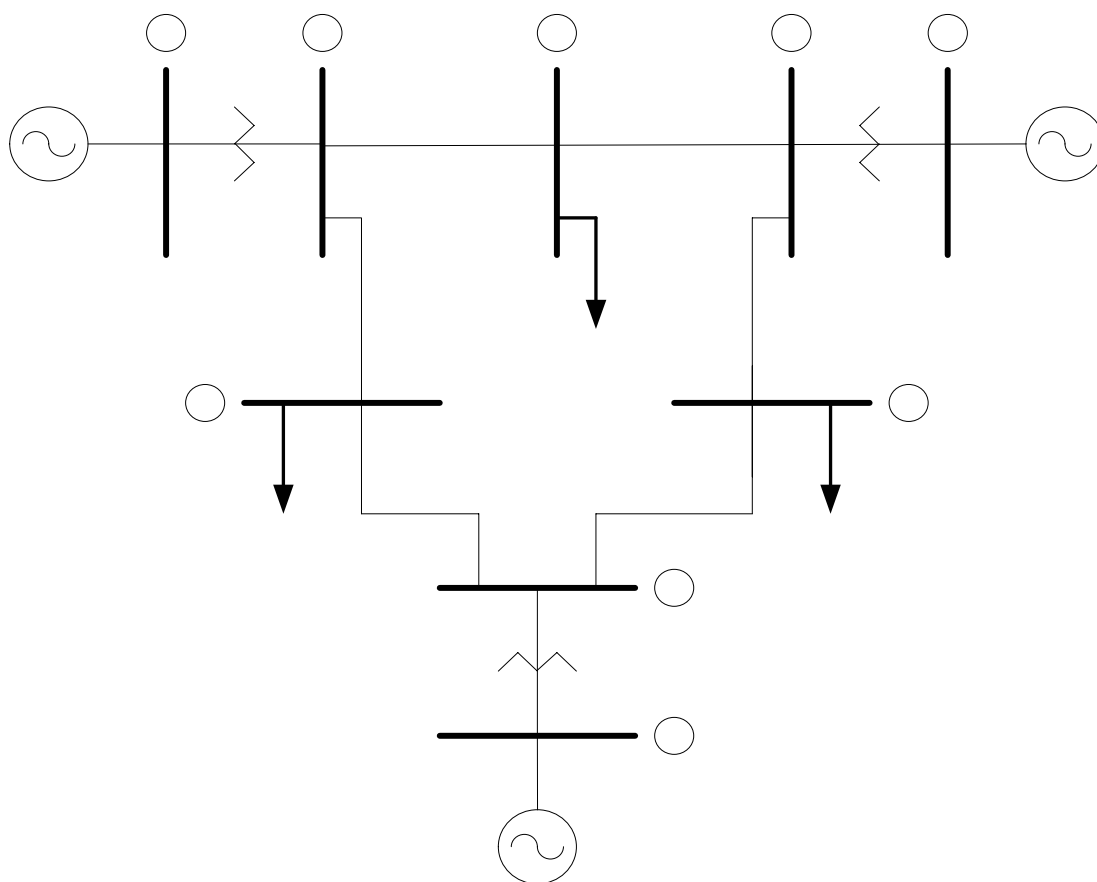
ในบทนี้จะแสดงถึง พฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณในช่วงภาวะชั่วคราว ของระบบไฟฟ้า โดยวัดความสัมพันธ์จากการเปลี่ยนแปลงของแรงดันที่บัสต่างๆ เนื่องจากเกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส จะเห็นได้ว่ามีความสัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้ารวมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หรือสัมพันธ์กับค่าการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าในสายส่ง

เมื่อกำหนดให้เกิดฟอลต์ขึ้นในระบบไฟฟ้าจะสามารถวัดแรงดันแล้วใช้ความสัมพันธ์หาค่าพลังงานของสัญญาณที่วัดได้ออกมาค่าหนึ่ง จากนั้นทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าจนระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ ซึ่งจะสังเกตได้ว่าพลังงานของสัญญาณมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องและจะเพิ่มขึ้นจนถึงเส้นขอบเขตเสถียรภาพของระบบ โดยเราจะอธิบายพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณในเทอมของผลกระทบจากการเพิ่มกำลังไฟฟ้า ทำให้โพลหลักมีค่าเข้าใกล้แกนเชิงซ้อนจนตัดกับแกนเชิงซ้อนเมื่อกำลังไฟฟ้าถูกเพิ่มจนถึงขอบเขตเสถียรภาพ จากพฤติกรรมเหล่านี้สามารถนำมาใช้เป็นพื้นฐานในการประมาณค่าขอบเขตเสถียรภาพโดยการวิเคราะห์ทางความถี่ได้ หลังจากนั้นทำการกำหนดขอบเขตความปลอดภัย ซึ่งได้จากการเลือกขอบเขตเสถียรภาพที่มีค่าต่ำที่สุด



## 6.2 การพิจารณาพฤติกรรมของระบบจากผลตอบสนองอิมพัลส์

สิ่งหนึ่งที่สำคัญมากในการให้ความหมายของพฤติกรรมต่างๆ ในระบบไฟฟ้า ซึ่งส่วนมากจะเริ่มจากการศึกษาผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวเพื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของระบบในขณะที่ถูกรบกวนจากเหตุการณ์ต่างๆ

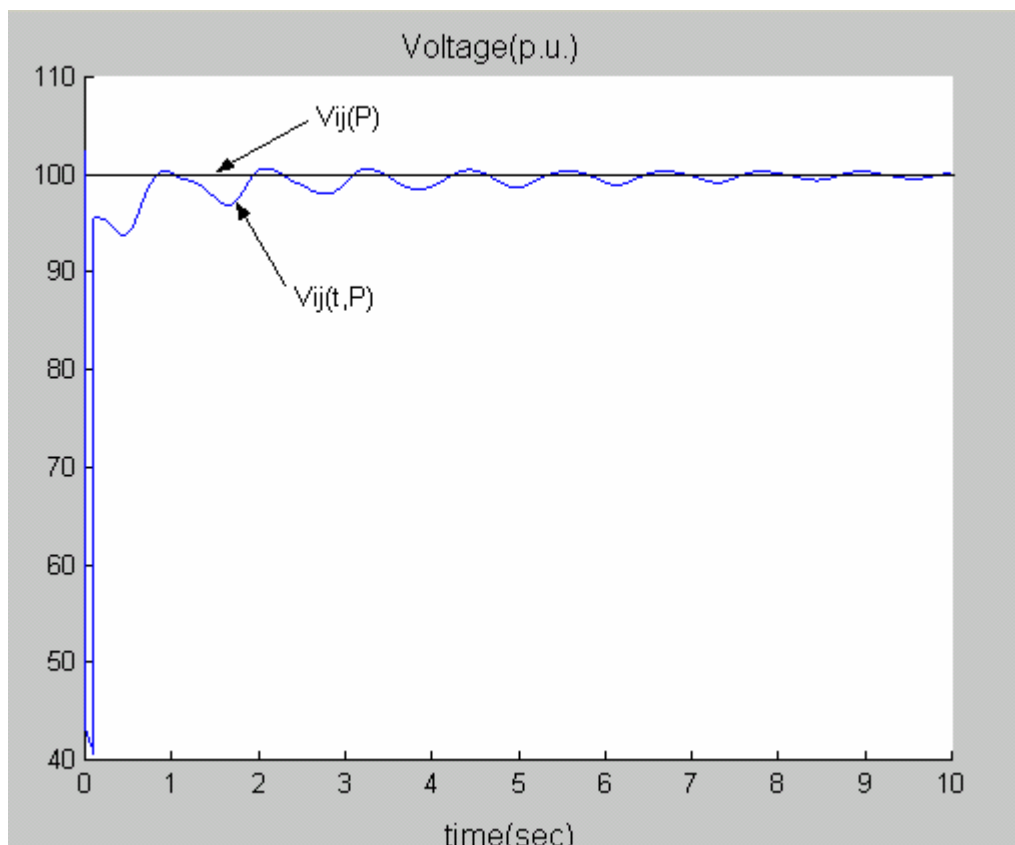


รูปที่ 6.1 แสดงระบบ 9 บัสซึ่งใช้พิจารณาพฤติกรรมของระบบ และหาขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า [14, 15]

ให้เราพิจารณาระบบตัวอย่าง ดังในรูปที่ 6.1 ซึ่งเป็นระบบที่นำมาจำลองเหตุการณ์ เพื่อใช้ศึกษาเสถียรภาพของระบบและหาขอบเขตเสถียรภาพของระบบ จากการจำลองได้ พฤติกรรมของแรงดันมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 6.2 ซึ่งเป็นกรณีที่เกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส

**Gen 2**  
**18.0 KV**  
**1.025 pu.**

วินาที ที่บัส 8 โดยการจำลองจะพิจารณาเหมือนการเกิดฟอลต์ที่สายส่งใกล้ๆ บัสและหลังเกิดฟอลต์ จะทำการปลดสายส่งออกในช่วงสายส่งระหว่างบัสที่ 7 กับบัสที่ 8 ซึ่งจากการสังเกตพฤติกรรมของระบบจะเห็นได้ว่าเสถียรภาพของระบบจะพิจารณาจาก ขนาดของแรงดันในแต่ละบัสซึ่งขึ้นกับ กำลังไฟฟ้า และช่วงเวลาที่ใช้ในการกำจัดฟอลต์โดยการวิเคราะห์พฤติกรรมของแรงดันที่บัสต่างๆ ในทางเวลา (Time domain) ซึ่งจะทำการพิจารณาอยู่ในช่วงเวลา 10 วินาที [8] ตั้งแต่เกิดฟอลต์ในระบบ และกำหนดให้แต่ละกรณีมีกำลังไฟฟารวมที่ผลิตได้จากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งระบบมีค่าแตกต่างกันที่สถานะอยู่ตัว (Steady state) โดยการปรับกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าให้มีการเปลี่ยนแปลง จากการจำลองจะเห็นได้ว่า เมื่อมีการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะทำให้ กำลังไฟฟ้าที่บัสอ้างอิง (Swing bus) มีการเปลี่ยนแปลงโดยตรง

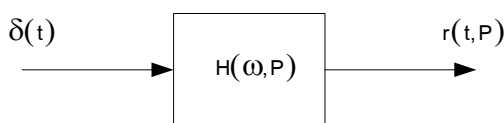


รูปที่ 6.2 แสดงพฤติกรรมของแรงดันที่ได้จากการจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าที่บัส 1

ในทุกกรณี สำหรับการทดสอบ ระบบในอุดมคติจะนิยามกำหนดให้ทุกบัสมีแรงดันเท่ากับ 1.0 p.u. และทุกบัสอยู่ในสถานะที่มีเสถียรภาพในช่วงสภาวะอยู่ตัว และเมื่อเกิดฟอลต์ แรงดันจะต้องลู่เข้าค่า 1.0 p.u. อีกครั้ง เมื่อกำหนดให้ไม่มีการปลดสายส่งออกจากระบบหลังเกิดฟอลต์ นั่นคือระบบยังคงมีองค์ประกอบคงเดิม

ในขณะนี้ให้เราพิจารณาว่าระบบของเราเป็นดังในรูปที่ 6.3 ซึ่งประกอบไปด้วย 1 อินพุตและ 1 เอาท์พุท โดยผู้ใช้จะทำการเลือกตำแหน่งที่ใช้เป็นอินพุตและเอาท์พุทได้ โดยตำแหน่งที่เป็นอินพุตจะกำหนดให้เป็นตำแหน่งที่เกิดฟอลต์ ส่วนตำแหน่งที่เป็นเอาท์พุทจะเป็นตำแหน่งที่ใช้วัดแรงดันบัสเพื่อพิจารณาผลกระทบจากบัสที่เกิดฟอลต์ ซึ่งในที่นี้จะประมาณการเกิดฟอลต์ให้เป็นเหมือนการเกิดอิมพัลส์ขึ้นในระบบแล้วทำการวัดผลตอบสนองนี้ที่บัสต่างๆ เพื่อพิจารณาพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจากการวัดแรงดันบัส

การประมาณผลตอบสนองอิมพัลส์ของระบบ สามารถนำมาพิจารณาพฤติกรรมต่างๆ ของระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้า ซึ่งเป็นผลรวมของกำลังการผลิตทั้งหมดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งระบบ



รูปที่ 6.3 แสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชันถ่ายโอน และผลตอบสนองของระบบเมื่อป้อนอิมพัลส์เข้าระบบ

### 6.2.1 การพิจารณาผลตอบสนองอิมพัลส์ที่สภาวะอยู่ตัวและในช่วงภาวะชั่วคราว

ผลตอบสนองของอิมพัลส์ในระบบเชิงเส้นที่ได้จากการจำลองพฤติกรรมของระบบทดสอบ ซึ่งในอุดมคติจะกำหนดให้แรงดันก่อนเกิดฟอลต์และหลังเกิดฟอลต์ที่สภาวะอยู่ตัวมีค่าคงที่เท่ากับ  $v(P)$  เพื่อความง่ายในที่นี้จึงสมมติให้เป็น 1.0 p.u. ทำให้สามารถแสดงความสัมพันธ์ของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว  $r(t, P)$  กับค่าแรงดันในช่วงสภาวะอยู่ตัวดังนี้

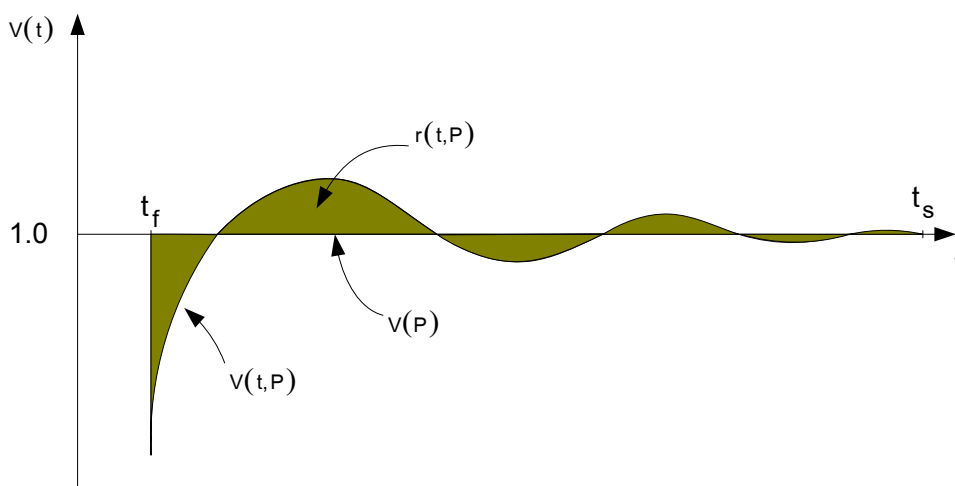
$$r(t, P) = v(t, P) - 1.0 \quad (6.1)$$

โดยที่  $r(t, P)$  เป็นผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว

$v(t,P)$  เป็นแรงดันบัสที่เวลา  $t$  หลังเกิดฟอลต์

$v(P)$  เป็นแรงดันที่สภาวะอยู่ตัว

จากสมการที่ (6.1) จะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของค่าพารามิเตอร์ได้ดังในรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 แสดงพฤติกรรมของแรงดันบัสและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบในกรณีที่ไม่มีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์

จากรูปที่ 6.4 จะใช้เป็นพื้นฐานในการพิจารณาเสถียรภาพของระบบในทางความถี่ และหาขอบเขตเสถียรภาพของระบบทดสอบ โดยพิจารณาความสัมพันธ์จากผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว

## 6.2.2 การประมาณอิมพัลส์และพิจารณาผลตอบสนองจากอิมพัลส์

โดยทั่วไปการประมาณอิมพัลส์จะนิยมใช้ฟังก์ชันสี่เหลี่ยม (Rectangular pulse) ซึ่งมีขนาดเท่ากับ  $1/\epsilon$  และมีความกว้างเท่ากับ  $\epsilon$  โดยมีเงื่อนไขว่า พื้นที่ใต้กราฟของฟังก์ชันสี่เหลี่ยมจะต้องเท่ากับ 1 ถ้า  $\epsilon$  มีค่าเล็กเพียงพอจะทำให้การประมาณอิมพัลส์ด้วยฟังก์ชันสี่เหลี่ยมมีพฤติกรรมใกล้เคียงกัน

เมื่อพิจารณาพฤติกรรมทางความถี่ (Frequency domain) ถ้ากำหนดให้อิมพัลส์  $\delta(t)$  เป็นอินพุทของระบบ จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ของฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(\omega, P)$  ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 6.3 ได้ดังนี้

$$H(\omega, P) = R(\omega, P) / \mathcal{F}[\delta(t)] \quad (6.2)$$

เมื่อ  $R(\omega, P)$  เป็นฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วครู่  $r(t, P)$  จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (6.1) และรูปที่ 6.4

ค่า  $\mathcal{F}[\delta(t)]$  เป็นฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของอิมพัลส์ที่ตำแหน่งอินพุท จากการกำหนดเงื่อนไขของอิมพัลส์ในตอนต้น จะได้พื้นที่ใต้กราฟเท่ากับ 1 ในทางเวลา (Time domain) และความสัมพันธ์ทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม ทำให้พื้นที่ใต้กราฟของอิมพัลส์ในทางความถี่ (Frequency domain) เท่ากับ 1 ด้วย ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\mathcal{F}[\delta(t)] = 1 \quad (6.3)$$

เมื่อแทนสมการที่ (6.3) ลงในสมการที่ (6.2) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(\omega, P)$  มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$H(\omega, P) = R(\omega, P) \quad (6.4)$$

จากที่ได้กล่าวมาในตอนต้น จะเป็นการประมาณอิมพัลส์ในอุดมคติ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ดังสมการที่ (6.4) แต่กรณีที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้จะกำหนดให้อิมพัลส์เป็นการแทนการเกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส มีความกว้างเท่ากับ 0.1 วินาที ซึ่งมีขนาดสอดคล้องกับแรงดันที่บัส ซึ่งกำหนดให้เกิดฟอลต์ที่เวลา  $t=0$  วินาที และทำการกำจัดฟอลต์ที่เวลา  $t=0.1$  วินาที โดยกำหนดให้ช่วงเวลาที่เกิดฟอลต์ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ  $t_f$  วินาที

จากการกำหนดให้ระบบเกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส แทนการพิจารณาด้วยอิมพัลส์จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\mathfrak{Z}[\delta(t)] = K \quad (6.5)$$

เมื่อ  $K$  เป็นพื้นที่ใต้กราฟที่สัมพันธ์กับการเกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส

แทนสมการที่ (6.5) ลงในสมการที่ (6.2) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นดังนี้

$$H(\omega, P) = R(\omega, P) / K \quad (6.6)$$

เมื่อทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มผกผันของสมการที่ (6.6) จะได้ความสัมพันธ์ของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วครู่จากการเกิดฟอลต์และฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ ดังนี้

$$h(t, P) = r(t, P) / K \quad (6.7)$$

จากความสัมพันธ์ต่างๆ ในตอนต้นสามารถสรุปได้ว่า การประมาณอิมพัลส์เป็นการเกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส เป็นระยะเวลา  $t_f$  วินาที จะใกล้เคียงกับการเกิดภาวะฉุกเฉินขึ้นในระบบไฟฟ้า ภายใต้เงื่อนไขการทำงานเบื้องต้นและค่า  $K$  จะขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่เกิดฟอลต์ ( $t_f$ ) และสมการที่ (6.6) จะมีค่าใกล้เคียงกับสมการที่ (6.4) เมื่อค่า  $K$  เข้าใกล้ 1

### 6.3 พลังงานของสัญญาณในช่วงภาวะชั่วครู่

จากรูปที่ 6.2 จะสังเกตได้ว่า ที่สถานะอยู่ตัว กำลังไฟฟ้า ( $P$ ) จะมีอิทธิพลกับค่าขนาดของแรงดัน ซึ่งสรุปได้ว่า กำลังไฟฟ้ายรวมในระบบมีค่ามากจะทำให้ขนาดของแรงดันมีการแกว่งมากขึ้นด้วย จนกระทั่งเกิดแรงดันตกเกินกว่าจะสามารถยอมรับได้จนทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ

การพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการวัดแรงดันที่มีลักษณะแกว่ง จะสัมพันธ์กับการกำหนดช่วงของเสถียรภาพของระบบซึ่งการวัดพลังงานของสัญญาณจะสามารถแสดงได้ดังนี้

$$S(P) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, P)^2 dt \quad (6.8)$$

จากสมการที่ (6.8) จะต้องมีกำหนดเงื่อนไขเพื่อใช้ในการจำลองพฤติกรรมของระบบหลังกำจัดฟอลต์ออกจากระบบ โดยสมมติให้

$$h(t,P)=0 \text{ ในช่วง } t < t_f \text{ และ } t > t_s \quad (6.9)$$

เมื่อ  $t_f$  คือ ช่วงระยะเวลาทั้งหมดที่จำลองให้เกิดฟอลต์

เมื่อ  $t_s$  คือ ช่วงระยะเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการพิจารณาพฤติกรรมของระบบทดสอบ

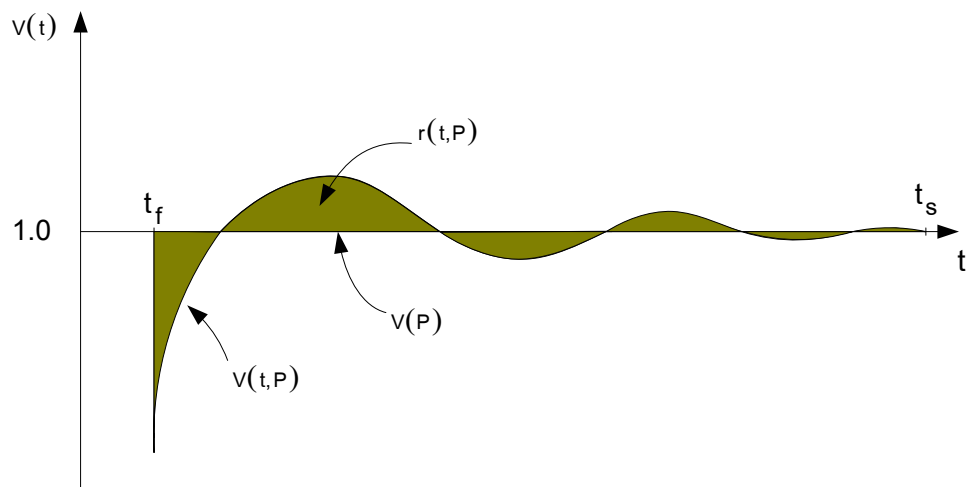
จากข้อกำหนดในสมการที่ (6.9) และสมการที่ (6.7) ซึ่งแสดงไว้ในบทที่ 5 จะสามารถเขียนสมการที่ (6.8) ใหม่ได้ดังนี้

$$s(P) = \frac{1}{K^2} \int_{-\infty}^{\infty} r(t,P)^2 dt \quad (6.10)$$

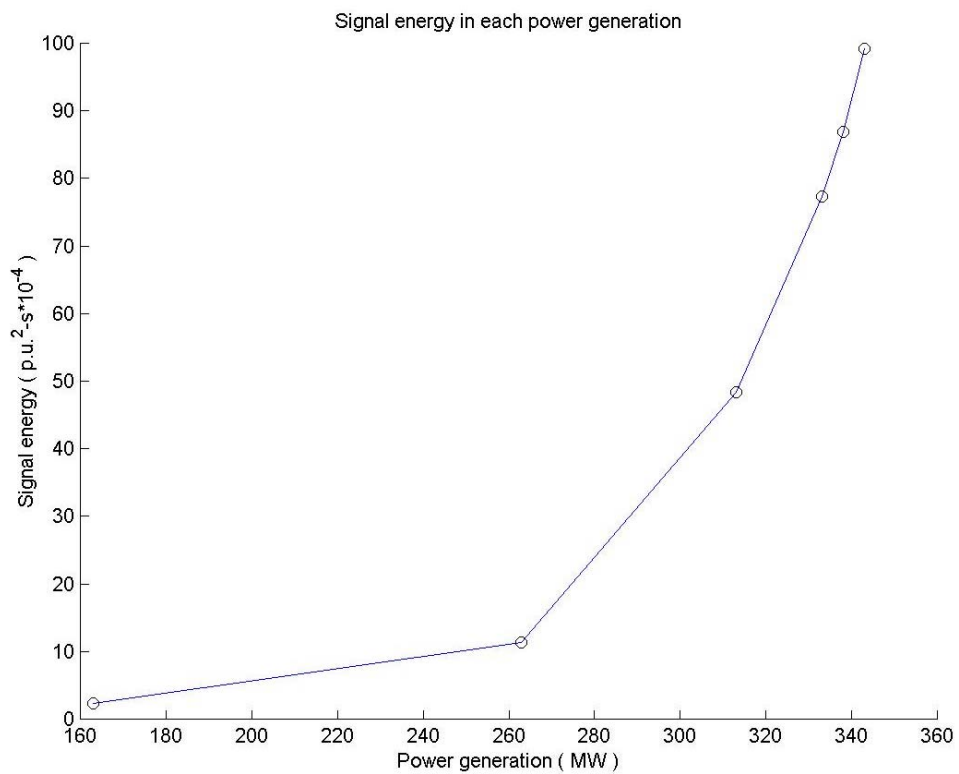
ในการอินทิกรัลจะพิจารณาความสัมพันธ์เฉพาะส่วนที่เป็นผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวเท่านั้น ทำให้สามารถละส่วนที่เป็นค่าคงที่  $K$  แล้วทำการพิจารณาหาค่าพลังงานของสัญญาณได้ดังนี้

$$E(P) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t,P)^2 dt \quad (6.11)$$

จากสมการที่ (6.11) สามารถพิจารณาเงื่อนไขต่างๆ ได้ดังในรูปที่ 6.4 ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ที่ใช้หาค่าพลังงานของสัญญาณ โดยในที่นี้จะให้แรงดันของบัสเป็นผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว โดยสมมติว่าระบบเกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส เป็นระยะเวลา  $t_f$  และหาค่าพลังงานของสัญญาณในช่วงเวลา  $t_f$  ถึง  $t_s$



รูปที่ 6.5 แสดงพฤติกรรมของแรงดันบัสและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบในกรณีที่ไม่มี การปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์



รูปที่ 6.6 แสดงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้าเมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ขึ้นที่บัส 8 และทำการวัดค่าที่บัส 1



จากรูปที่ 6.6 แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณที่มีลักษณะเพิ่มขึ้น เมื่อมีค่ากำลังไฟฟ้าเพิ่มขึ้น และเมื่อเพิ่มกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ จะทำให้พลังงานของสัญญาณมีค่าเข้าใกล้  $\infty$  ดังที่แสดงในรูปที่ 6.6 เป็นการจำลองให้เกิดพอลต์ที่บัส 8 และทำการสังเกตพฤติกรรมของแรงดันที่เปลี่ยนแปลงไปที่บัส 5

ในทุกกรณีจะสามารถหาพลังงานของสัญญาณได้จากการใช้สมการที่ (6.1) และสมการที่ (6.11) โดยพิจารณาตัวแปรต่างๆ ได้ดังในรูปที่ 6.5 แล้วนำค่าพลังงานของสัญญาณมาเขียนกราฟเทียบกับค่ากำลังไฟฟ้า ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 6.6

เนื่องจากการพิจารณาพลังงานของสัญญาณดังในสมการที่ (6.11) ซึ่งจะใช้แรงดันบัสที่วัดได้อยู่ในหน่วยเปอร์เซ็นต์ ทำให้พลังงานของสัญญาณอยู่ในหน่วย (เปอร์เซ็นต์)<sup>2</sup> -วินาที

การพิจารณาพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของแรงดันที่ถูกทำให้มีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปจนเกิดสถานะแรงดันตก และมีค่าต่ำกว่าขอบเขตที่ยอมรับได้ที่ตั้งไว้ จะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของการเกิดเหตุขัดข้องและระยะเวลาที่เกิดเหตุขัดข้อง การเพิ่มขึ้นของพลังงานของสัญญาณเป็นจุดที่น่าสนใจมาก เนื่องจากการวิเคราะห์พลังงานของสัญญาณในช่วงภาวะชั่วคราวจะเป็นปริมาณที่สามารถบ่งบอกว่าระบบยังสามารถทนต่อการเกิดเหตุขัดข้อง ในขณะที่มีการทำงานที่ กำลังไฟฟ้า ( $P$ ) ได้ และเส้นประ ที่ได้จากการประมาณจะเป็นขอบเขตเสถียรภาพของระบบที่กำลังไฟฟ้าที่สูงที่สุด ( $L_c$ ) ที่ระบบยังคงมีเสถียรภาพอยู่

ให้พิจารณาแรงดันที่ได้จากการจำลองระบบในทางเวลา (Time domain) ซึ่งแสดงดังที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 6.1 โดยถ้าแรงดันยังอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ และพลังงานของสัญญาณมีลักษณะดังในรูปที่ 6.6 จะเห็นได้ว่า พลังงานของสัญญาณจะเพิ่มขึ้นตามเส้นประอย่างรวดเร็ว ซึ่งเราจะนำพฤติกรรมเหล่านี้มาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบ เนื่องจากการเกิดพอลต์ที่บัสต่างๆ

ลำดับต่อไป ให้เราพิจารณาพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณในขณะที่เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ

#### 6.4 การพิจารณาพลังงานของสัญญาณ

สำหรับระบบโดยทั่วไป เมื่อป้อนอิมพัลส์ที่อินพุทของระบบจะสามารถหาผลตอบสนองของอิมพัลส์ซึ่งในตอนต้นแสดงให้เห็นแล้วว่าเป็นฟังก์ชันถ่ายโอน  $h(t)$  ของระบบ ดังแสดงในรูปที่ 6.3 และหาความสัมพันธ์จากการวิเคราะห์ทางความถี่ (Frequency domain) โดยใช้ทฤษฎีทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มได้ดังนี้

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \times e^{-j\omega t} dt \quad (6.12)$$

สำหรับแนวความคิดของฟังก์ชันถ่ายโอนทางด้านระบบควบคุมกล่าวว่า ระบบจะมีเสถียรภาพก็ต่อเมื่อโพลทุกตัวของฟังก์ชันถ่ายโอนอยู่ทางด้านซ้ายของแกนเชิงซ้อน และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรที่ทำให้โพลเคลื่อนเข้าใกล้แกนเชิงซ้อน จะแสดงว่าค่าจริงของโพลหลัก ( $\sigma$ ) ของโพลมีค่าเข้าใกล้ 0 ซึ่งจากการวิเคราะห์ทางเวลาจะเห็นได้ว่าการลดลงของค่าจริงของโพลหลักจะหมายถึงการเพิ่มขนาดของผลตอบสนองอิมพัลส์ในฟังก์ชันถ่ายโอนนั่นเอง ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้จะใช้เป็นพื้นฐานของการหาขอบเขตเสถียรภาพในช่วงภาวะชั่วคราว โดยที่กำลังไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงไป และแน่นอนว่าในระบบที่ไม่มีเสถียรภาพจะต้องมีโพลอย่างน้อย 1 ตัว อยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน

ในตามเป็นจริงแล้วฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบไฟฟ้าจะประกอบด้วยโพลและซีโรเป็นจำนวนมาก แต่ในการพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า สามารถพิจารณาเพียงโพลหลักได้ เนื่องจากในขณะที่ระบบเกิดความขัดข้อง ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบมีการเปลี่ยนแปลงและโพลหลักถูกย้ายไปยังแกนเชิงซ้อน จนข้ามไปอยู่ทางด้านขวาของแกนเชิงซ้อน จะสามารถสรุปได้ว่า ระบบไม่มีเสถียรภาพ ดังนั้นพฤติกรรมของระบบจะสามารถพิจารณาเฉพาะส่วนของโพลหลักได้ ในที่นี้จะกำหนดให้โพลหลักเป็น  $p_{ij}$  และ  $p_{ij}^*$  โดยที่ฟังก์ชันถ่ายโอน  $H_{ij}(\omega)$  สำหรับกรณีเกิดฟอลต์ที่ตำแหน่ง  $i$  และทำการสังเกตที่ตำแหน่ง  $j$  จะสามารถแสดงได้ดังนี้

$$H_{ij}(\omega) = \frac{B_{ij}}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)} \quad (6.13)$$

โดยที่

$$p_{ij} = \sigma_{ij} + j\omega_{ij}, \quad \sigma_{ij} < 0, \quad \omega_{ij} > 0 \quad (6.14)$$

และ  $B_{ij}$  เป็นค่าคงที่

จากสมการที่ (6.13) และสมการที่ (6.14) จะเห็นได้ว่า  $p_{ij}$  และ  $p_{ij}^*$  เป็นโพลหลักที่นำมาพิจารณาเสถียรภาพของระบบ โดยมี  $\sigma_{ij}$  เป็นค่าจริงของโพลหลักของระบบและ  $\omega_{ij}$  เป็นความถี่ของระบบ

จากสมการที่ (6.6) จะแสดงความสัมพันธ์ของฟังก์ชันถ่ายโอนและผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวจากการเกิดฟอลต์และเมื่อพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ (6.13) จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวได้ดังนี้

$$R_{ij}(\omega) = \frac{k_{ij}}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)} \quad (6.15)$$

$$\text{เมื่อ } k_{ij} = K \times B_{ij}$$

พลังงานของสัญญาณสามารถนำมาคำนวณโดยใช้สมการที่ (6.15) และทฤษฎีของ Parseval's theorem [2, 5] ซึ่งบางครั้งใช้อ้างอิงกับทฤษฎีของ Rayleigh's energy theorem [2, 5] ซึ่งเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของการหาค่าพลังงานของสัญญาณที่ได้จากการวิเคราะห์ทางเวลาและการวิเคราะห์ทางความถี่ ได้ดังนี้

$$E_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_{ij}(t)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |R_{ij}(\omega)|^2 d\omega \quad (6.16)$$

โดยที่

$$|R_{ij}(\omega)|^2 = R_{ij}(\omega) \times R_{ij}^*(\omega) \quad (6.17)$$

จากความสัมพันธ์ของสมการที่ (6.14) และสมการที่ (6.17) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$R_{ij}(\omega) \times R_{ij}^*(\omega) = \frac{|k_{ij}|^2}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)(j\omega + p_{ij})(j\omega + p_{ij}^*)} \quad (6.18)$$

เมื่อแทนสมการที่ (6.18) ลงในสมการที่ (6.16) แล้วทำการอินทิเกรตจากพลังงานของสัญญาณโดยใช้ทฤษฎีเรซิดิว (Residue) ซึ่งแสดงไว้ในบทที่ 4 มาช่วยแก้สมการอินทิกรัลรอบทางเดินปิดที่ล้อมรอบโพลหลักแบบทวนเข็มนาฬิกา ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.1 และพลังงานของสัญญาณจะสามารถแสดงความสัมพันธ์ที่ขึ้นกับค่าจริงของโพลหลักได้ดังนี้

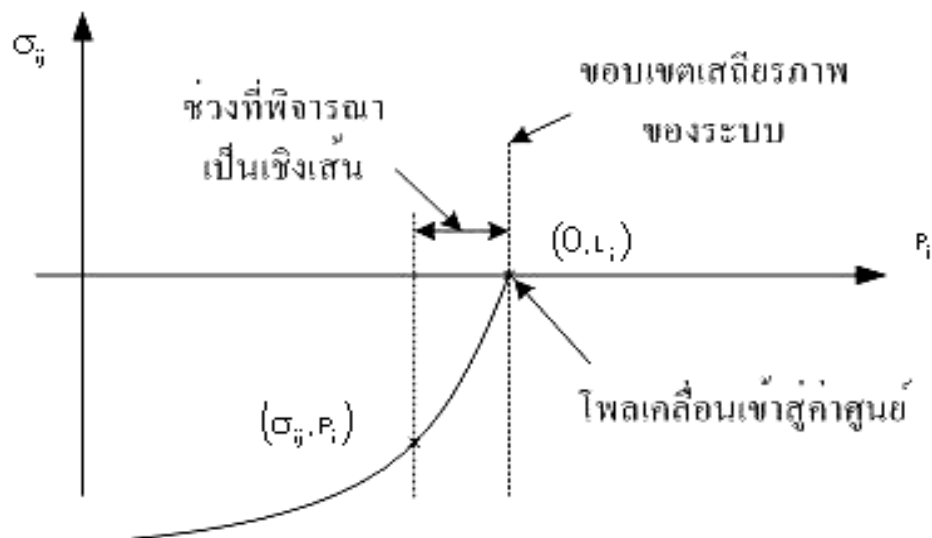
$$\therefore E_{ij}(\sigma_{ij}) = \frac{-|k_{ij}|^2}{4\sigma_{ij}(\sigma_{ij}^2 + \omega_{ij}^2)} \quad (6.19)$$

จากสมการที่ (6.19) จะเห็นได้ว่า ค่าพลังงานของสัญญาณจะมีค่าขึ้นกับตำแหน่งของค่าจริงของโพลหลัก ( $\sigma_{ij}$ ) โดยพลังงานของสัญญาณจะมีค่าเป็นบวกเสมอ เมื่อ  $\sigma_{ij}$  น้อยกว่า 0

#### 6.5 การประมาณพลังงานของสัญญาณที่สัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้าในระบบ

ในการหาขอบเขตเสถียรภาพในช่วงภาวะชั่วคราวจะต้องพิจารณาถึงกำลังไฟฟ้าในขณะที่เกิดฟอลต์และศึกษาเหตุที่ระบบเคลื่อนเข้าสู่สถานะที่ไม่มีเสถียรภาพ โดยพิจารณาค่าแรงดันที่เกิดฟอลต์ว่ามีผลกับบัสใกล้เคียงอย่างไร ซึ่งอาจจะทำให้แรงดันที่บัสดังกล่าวไม่สามารถกลับสู่ช่วงที่สามารถยอมรับได้

ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงพลังงานของสัญญาณที่ขึ้นกับกำลังไฟฟ้า (P) โดยพิจารณาพฤติกรรมของค่าจริงของโพลหลัก ในขณะที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ นั่นคือ ในสถานะที่  $\sigma_{ij}$  เข้าใกล้ 0 เทียบกับกำลังไฟฟ้าในช่วงก่อนเกิดฟอลต์



รูปที่ 6.7 แสดงความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้าในช่วงที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ [11, 16, 17]

จากรูปที่ 6.7 จะแสดงถึงพฤติกรรมของค่าจริงของโพลหลักที่สัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้าในขณะที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ นั่นคือ ในขณะที่  $\sigma_{ij}$  มีค่าเข้าใกล้ 0 ซึ่งจะทำให้การประมาณช่วงดังกล่าวให้อยู่ในรูปของสมการเส้นตรง ดังนี้

$$\sigma_{ij} = k_{ij}(P - L_i) \quad (6.20)$$

เมื่อ  $L_i$  เป็นขอบเขตเสถียรภาพของระบบ ซึ่งเป็นกำลังไฟฟ้าสูงสุดที่ระบบยังมีเสถียรภาพอยู่ และค่าจริงของโพลหลักเข้าใกล้ 0 มากที่สุด

$k_{ij}$  เป็นค่าความชันของเส้นตรงในช่วงที่ใช้พิจารณาความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้าเมื่อระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ

จากสมการที่ (6.20) จะเห็นได้ว่า เมื่อกำลังไฟฟ้า ( $P_i$ ) มีค่าเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ ( $L_i$ ) จะทำให้ค่าจริงของโพลหลักมีค่าเข้าใกล้ 0 เมื่อแทนสมการที่ (6.20) ลงในสมการที่ (6.19) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 E_{ij}(P) &= \frac{-|k_{ij}|^2}{4\sigma_{ij}(\sigma_{ij}^2 + \omega_{ij}^2)} \\
 &= \frac{-c_{1i}}{(P - L_i)((P - L_i)^2 + c_{2i})}
 \end{aligned} \tag{6.21}$$

ในขณะที่

$$c_{1i} = \frac{-|k_{ij}|^2}{4k_i^3} \tag{6.22}$$

$$c_{2i} = \frac{\omega_{ij}^2}{k_i^2} \tag{6.23}$$

จากสมการที่ (6.21) จะเห็นได้ว่า  $E_{ij}(P)$  เป็นพลังงานของสัญญาณที่มีความสัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้า ( $P_i$ ) และเมื่อพิจารณาช่วงที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ นั่นคือในกรณีที่  $\sigma_{ij}$  มีค่าน้อยมาก จะทำให้พจน์ของ  $P - L_i$  มีค่าเข้าใกล้ 0 จึงสามารถประมาณพลังงานของสัญญาณในสมการที่ (6.21) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 E_{ij}(P) &= \frac{-c_{1i}}{(P - L_i)c_{2i}} \\
 &= \frac{-c_{0i}}{(P - L_i)} \\
 \therefore E_{ij}(P) &= \frac{c_{0i}}{(L_i - P)}
 \end{aligned} \tag{6.24}$$

โดยที่

$$c_{0i} = \frac{c_{1i}}{c_{2i}} \tag{6.25}$$

ลำดับต่อไปให้พิจารณาสมการที่ (6.24) ซึ่งจะนำมาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพ ( $L_i$ ) ของระบบโดยพิจารณาจากพลังงานของสัญญาณที่ได้จากการคำนวณ โดยใช้สมการที่ (6.1) และสมการที่ (6.11) ดังที่ได้แสดงในหัวข้อ 6.3 ซึ่งในการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพจะใช้ค่าพลังงานของ

สัญญาณและกำลังไฟฟ้าที่ได้จากการจำลองระบบ 2 ครั้งมาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบดังที่แสดงในรูปที่ 6.6 โดยจะเห็นได้ว่า ขอบเขตเสถียรภาพจะได้จากการพิจารณาพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณที่เข้าสู่  $\infty$  ในขณะที่กำลังไฟฟ้าจะเข้าสู่ขอบเขตเสถียรภาพ

## 6.6 การพิจารณาความผิดปกติในระบบไฟฟ้า

ความผิดปกติในระบบไฟฟ้าที่ได้กล่าวมาในตอนต้นเป็นการพิจารณา กรณีที่เกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส โดยที่ไม่มีการปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์และใช้ความสัมพันธ์หาผลลัพธ์ซึ่งเป็นขอบเขตเสถียรภาพจากพลังงานของสัญญาณ แต่การพิจารณาการเกิดฟอลต์ในระบบยังต้องพิจารณากรณีที่ปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์โดยใช้อุปกรณ์ตัดตอน (Circuit breaker) ซึ่งเป็นอุปกรณ์ตัดตอนสายส่งที่กำหนดให้เกิดฟอลต์ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอกรณีที่ปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์เป็นหลัก เพราะเป็นกรณีที่เกิดขึ้นมากกว่ากรณีที่ไม่มี การปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์แล้ว

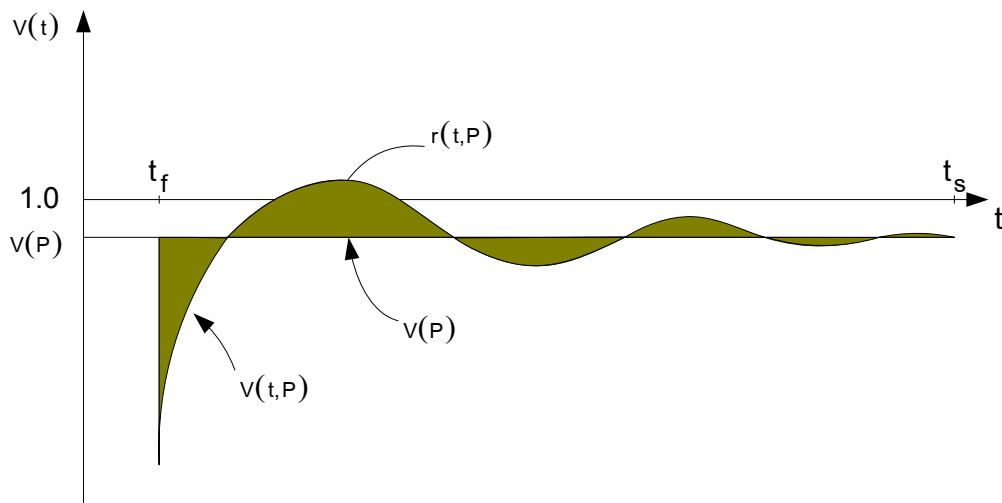
### 6.6.1 การพิจารณาพฤติกรรมของระบบไฟฟ้าที่สถานะอยู่ตัวและในช่วงภาวะชั่วคราวในกรณีที่มีการปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์

เมื่อเกิดฟอลต์ขึ้นในระบบไฟฟ้า อุปกรณ์ป้องกันจะทำงานและสั่งให้ปลดสายส่งที่เกิดฟอลต์ออก ซึ่งจะเห็นได้ว่าโครงสร้างของระบบไฟฟ้ามีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมีผลทำให้แรงดันบัสหลังกำจัดฟอลต์ไม่เท่ากับแรงดันบัสก่อนเกิดฟอลต์และการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้ามีพฤติกรรมแตกต่างไปจากเดิม ซึ่งเป็นสาเหตุหลักทำให้เกิดการศึกษาขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า

การพิจารณาถึงผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวดังสมการที่ (6.1) เมื่อมีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์ จะต้องมีการปรับปรุงในส่วนของแรงดันหลังกำจัดฟอลต์ที่สถานะอยู่ตัว โดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับ  $v(P)$  ทำให้ผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$r(t,P) = v(t,P) - v(P) \quad (6.26)$$

จากสมการที่ (6.26) จะใช้หาผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว โดยที่  $v(t,P)$  เป็นแรงดันบัสที่เวลา  $t$  หลังเกิดฟอลต์และ  $v(P)$  เป็นแรงดันที่สถานะอยู่ตัว เมื่อระบบมีการเปลี่ยนแปลงหลังกำจัดฟอลต์และสามารถแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ ได้ดังในรูปที่ 6.8



รูปที่ 6.8 แสดงพฤติกรรมของแรงดันบั๊สและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบในกรณีที่มีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์ [11, 16, 17, 18]

จากรูปที่ 6.8 จะมีความแตกต่างกับรูปที่ 6.5 ตรงที่ค่าแรงดันที่สภาวะอยู่ตัวเท่านั้น การหาพลังงานของสัญญาณจะยังคงความสัมพันธ์ของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวเหมือนเดิม

จากข้อกำหนดดังที่แสดงในรูปที่ 6.8 เมื่อพิจารณาผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว โดยพิจารณาทางความถี่สามารถแสดงพฤติกรรมของระบบหลังกำจัดฟอลต์ได้ดังนี้

$$R_{ij}(\omega, P) = \mathfrak{F}[\delta(t)] \times H_{ij}(\omega, P) + D_{ij}(\omega, P) \quad (6.27)$$

โดย  $D_{ij}(\omega, P)$  เป็นส่วนที่เกิดการลดทอนของแรงดันหลังปลดสายส่งออก

เมื่อแทนสมการที่ (6.5) ลงในสมการที่ (6.27) จะได้

$$R_{ij}(\omega, P) = KH_{ij}(\omega, P) + D_{ij}(\omega, P) \quad (6.28)$$

เมื่อทำการหาค่าอินเวอร์สฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มจะให้ความสัมพันธ์จากการวิเคราะห์ทางเวลา (time domain) ของผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวได้ดังนี้



$$r_{ij}(t, P) = Kh_{ij}(t, P) + d_{ij}(t, P) \quad (6.29)$$

สมการที่ (6.29) จะใช้อธิบายถึงพฤติกรรมของแรงดันที่มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากระบบมีการเปลี่ยนแปลงหลังกำจัดฟอลต์โดยกำหนดให้  $d_{ij}(t, P)$  เป็นส่วนที่ทำให้แรงดันบัสเปลี่ยนแปลงไป

### 6.6.2 การพิจารณาพลังงานของสัญญาณในกรณีปลดสายส่งออกหลังจากกำจัดฟอลต์

จากหัวข้อในตอนต้นได้พิจารณาผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราว ทั้งกรณีที่ไม่ปลดสายส่งออกและกรณีที่ปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์ซึ่งได้แสดงความสัมพันธ์ดังสมการที่ (6.29) และสมการที่ (6.1) ตามลำดับ การพิจารณาขอบเขตเสถียรภาพของระบบยังสามารถใช้สมการที่ (6.24) ได้เช่นเดิม เพราะแม้ว่าความสัมพันธ์ของผลตอบสนองจะเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากแรงดันหลังกำจัดฟอลต์มีค่าเปลี่ยนแปลงไป ทำให้ค่าพลังงานของสัญญาณมีค่าเปลี่ยนไปด้วย แต่ความสัมพันธ์ของโพลหลักของระบบเมื่อเข้าใกล้แกนเชิงซ้อนยังมีพฤติกรรมเช่นเดิมจึงสามารถหาค่าขอบเขตเสถียรภาพตามความสัมพันธ์เดิมได้

พลังงานของสัญญาณที่ได้จากการพิจารณาแรงดันในกรณีที่มีการปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ (6.26) โดยจะเห็นได้ว่าต้องทำการหาค่าแรงดันที่สภาวะอยู่ตัวใหม่  $v(p)$  โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์โหลดฟลว์ (Load flow) ในกรณีที่ตัดสายส่งที่เกิดฟอลต์ออกไปแล้วเป็นค่าแรงดันที่สภาวะอยู่ตัว

จากการจำลองระบบจะเห็นได้ว่าพลังงานของสัญญาณที่หาได้ มีความสัมพันธ์กับค่ากำลังไฟฟ้า (P) ในลักษณะเดียวกันทั้งกรณีที่ไม่มีการปลดสายส่งออกและกรณีที่ปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์ทำให้สามารถใช้หลักการเดียวกันมาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพได้

### 6.7 การตรวจสอบความถูกต้องของพลังงานของสัญญาณ

การตรวจสอบความถูกต้องของขอบเขตเสถียรภาพที่ได้จากสมการที่ (6.24) ซึ่งขึ้นกับค่าพลังงานของสัญญาณและกำลังไฟฟ้า จะมีความถูกต้องเมื่อค่าจริงของโพลหลักเข้าใกล้ 0 หรือกำลังไฟฟ้าเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพมากๆ เพราะจากการประมาณตามสมการที่ (6.20) จะสามารถพิจารณาเป็นสมการเชิงเส้นได้ ทำให้ต้องมีการตรวจสอบความถูกต้องของค่าขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้

เมื่อพิจารณาสมการที่ (6.24) จะเห็นได้ว่า พลังงานของสัญญาณมีหน่วยเป็น เปรอร์ยูนิต<sup>2</sup>-วินาที (p.u.<sup>2</sup> -seconds) และกำลังไฟฟ้ามีหน่วยเป็นวัตต์ (Watt) การจะพิจารณาความถูกต้องควรอยู่ในหน่วยเปอร์ยูนิตทั้งหมด ทำให้ต้องกำหนดกำลังไฟฟ้าที่ขอบเขตเสถียรภาพ ( $L_i$ ) เป็นค่า base แล้วหาลำดับไฟฟ้าออกมาเป็นเปอร์ยูนิตได้ดังนี้

$$P' = \frac{P}{L_i} \quad (6.30)$$

พลังงานของสัญญาณสามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของ  $P'$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{ij}(P) &= \frac{C_{0i}}{(L_i - P)} \\ &= \frac{C_{0i}}{L_i(1 - P')} \end{aligned} \quad (6.31)$$

กำหนดให้

$$E'(P') = \frac{1}{(1 - P')} \quad (6.32)$$

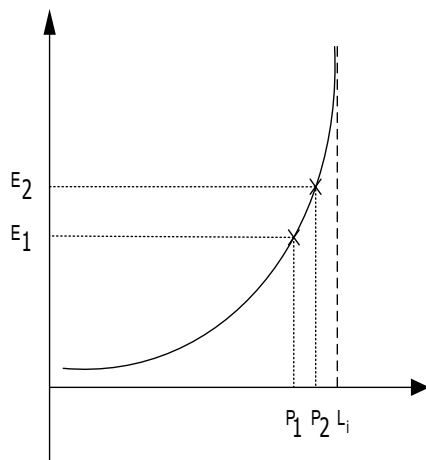
จากสมการที่ (6.32) จะเป็นการพิจารณาพลังงานของสัญญาณเฉพาะส่วนที่เป็น กำลังไฟฟ้าในหน่วยเปอร์ยูนิต ซึ่งจะนำไปแสดงความถูกต้องของขอบเขตเสถียรภาพได้ดังนี้

$$\Delta E'(P') = E'_1(P')_1 - E'_2(P')_2$$

$$\therefore \Delta E'(P') = \frac{L_i(P_1 - P_2)}{(L_i - P_1)(L_i - P_2)} \quad (6.33)$$

$$\Delta P' = \frac{P_1}{L_i} - \frac{P_2}{L_i} \quad (6.34)$$

$$\frac{\Delta E'(P')}{\Delta P'} = \frac{L_i^2}{(L_i - P_1)(L_i - P_2)} \quad (6.35)$$



รูปที่ 6.9 แสดงพฤติกรรมความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณกับกำลังไฟฟ้าที่ใช้ก่อนจำลองให้เกิดเหตุขัดข้องในระบบทดสอบ เพื่อนำมาใช้ตรวจสอบความถูกต้องของค่าขอบเขตเสถียรภาพที่หาได้

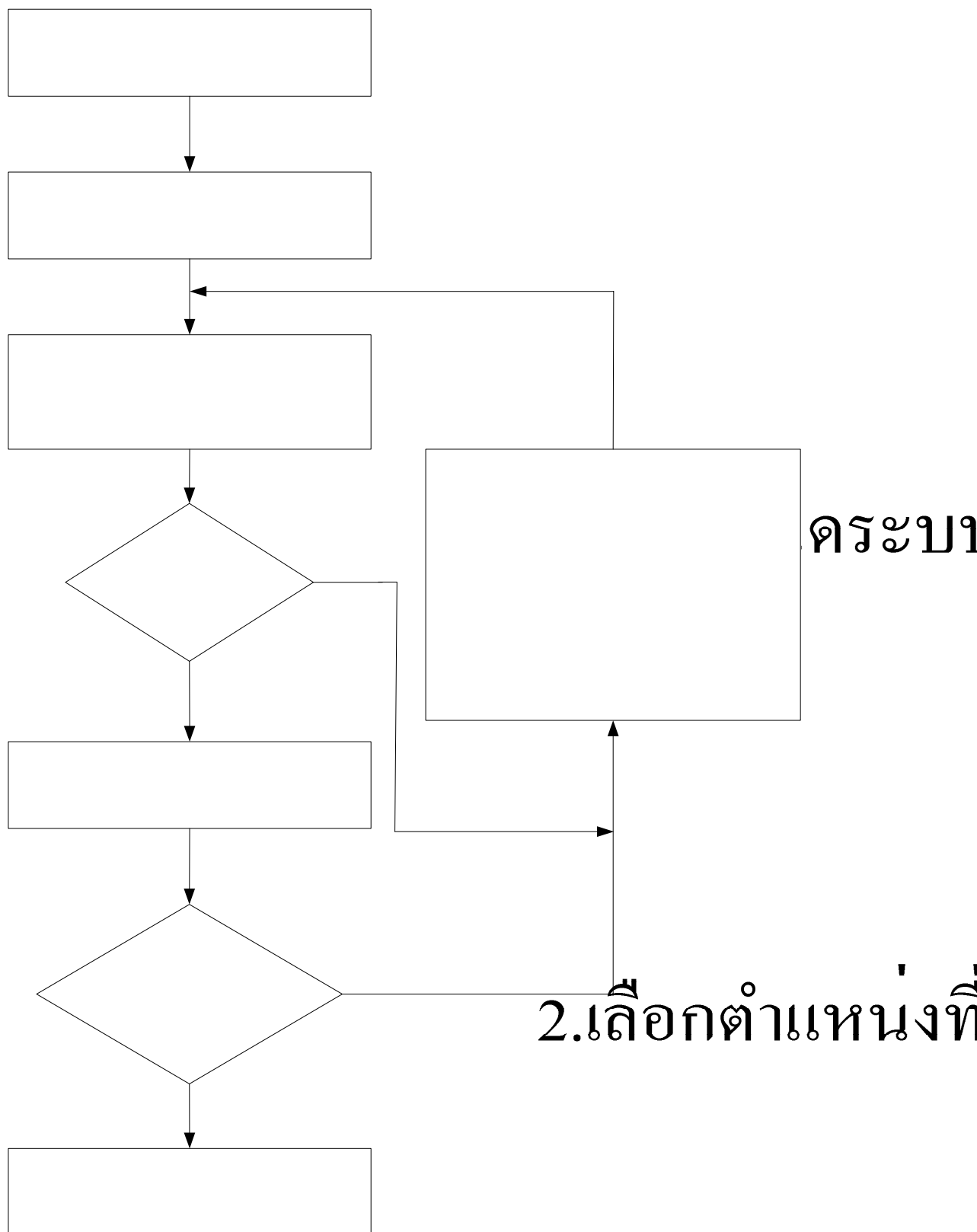
จากรูปที่ 6.9 จะแสดงความสัมพันธ์ในสมการที่ (6.35) ซึ่งใช้ตรวจสอบความถูกต้องของขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้ เมื่อพิจารณากำลังไฟฟ้าที่ขอบเขตเสถียรภาพ จะเห็นได้ว่า พลังงานของสัญญาณมีค่าเข้าใกล้  $\infty$  เมื่อกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ ( $L_i$ ) ซึ่งในช่วงนี้สามารถประมาณให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น ดังแสดงในสมการที่ (6.20) และเรียก  $\Delta E'(P)/\Delta P'$  ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้า(ความชันของพลังงานของสัญญาณ)

จากสมการที่ (6.35) จะเห็นได้ว่า  $\Delta E'(P)/\Delta P'$  ยังมีค่ามากจะแสดงว่า  $P$  เข้าใกล้  $L_i$  และขอบเขตเสถียรภาพที่ได้จากการคำนวณจะมีความถูกต้องมากขึ้นด้วย

## 6.8 สรุปขั้นตอนการหาขอบเขตเสถียรภาพ

การวิเคราะห์เพื่อหาขอบเขตเสถียรภาพสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. เลือกระบบเพื่อใช้พิจารณาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพ และหาค่าลึงไฟฟ้าที่บัสที่ต้องการพิจารณาจากโหลดไหล (Load flow) แล้วทำการจำลองฟอลต์ (Short circuit) ที่บัส  $i$  และวัดแรงดันที่บัส  $j$  แล้วหาค่าพลังงานของสัญญาณ โดยกรณีเริ่มต้นจะพิจารณาให้เป็นกรณีฐาน
2. ทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้า เมื่อกรณีฐานเป็นกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพ แล้วหาค่าพลังงานของสัญญาณ และกำลังไฟฟ้าที่บัส  $j$
3. เมื่อได้กำลังไฟฟ้าและพลังงานของสัญญาณจากการคำนวณระบบที่มีเสถียรภาพ 2 ครั้ง ให้ใช้สมการที่ (6.24) หาค่าขอบเขตเสถียรภาพ ( $L_i$ )
4. ใช้สมการที่ (6.30) เพื่อคำนวณหาค่าลึงไฟฟ้าในหน่วยเปอร์เซ็นต์
5. ใช้สมการที่ (6.32) หาค่าพลังงานของสัญญาณในหน่วยเปอร์เซ็นต์
6. ทำการคำนวณหาความชันของพลังงานของสัญญาณจากสมการที่ (6.35)
7. ถ้าค่าความชันของสัญญาณมีค่ามากกว่าที่ตั้งเอาไว้ จะแสดงว่าขอบเขตเสถียรภาพที่หาได้มีความใกล้เคียงกับขอบเขตเสถียรภาพของระบบมาก แต่ถ้าค่าความชันของสัญญาณมีค่าน้อยกว่าที่ตั้งไว้ ให้กลับไปยังขั้นตอนที่ 2 จนได้ขอบเขตเสถียรภาพที่ต้องการ เมื่อค่าความชันของพลังงานของสัญญาณมีค่าสูงพอ



รูปที่ 6.10 Flowchart สรุปขั้นตอนการคำนวณค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบ

3.ทำการพิจารณา

## 6.9 ตัวอย่างแสดงการหาขอบเขตเสถียรภาพของระบบทดสอบ

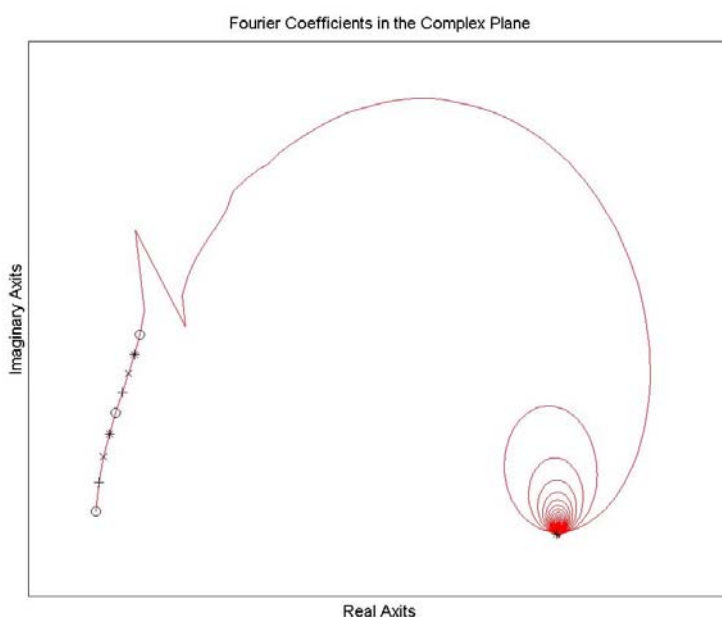
### ตัวอย่างที่ 1

เริ่มจากการกำหนดให้ใช้ระบบ 9 บัสดังในรูปที่ 6.1 มาแสดงการคำนวณหาค่าขอบเขตเสถียรภาพ โดยการจำลองให้เกิดฟอลต์ที่บริเวณใกล้บัส 8 และทำการกำจัดฟอลต์โดยการปลดสายส่งที่เชื่อมโยงระหว่างบัส 7 และบัส 8 ออก หลังจากเกิดฟอลต์เป็นระยะเวลา 0.1 วินาที (6 cycle) [1, 4, 16, 19, 20, 21, 22, 23] และทำการวัดพฤติกรรมของแรงดันที่เกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มจำลองฟอลต์จนถึงวินาทีที่ 10 (การพิจารณาพฤติกรรมของแรงดันในช่วงภาวะชั่วคราวเพียง 10 วินาที เพราะว่าหลังจากทำการทดสอบแล้วจะเห็นว่าแรงดันหลังจาก 10 วินาทีมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากซึ่งไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนพฤติกรรมของระบบทำให้สามารถตัดทิ้งได้) การวิเคราะห์ในส่วนนี้จะใช้โปรแกรม ETAP มาจำลองระบบเพื่อพิจารณาพฤติกรรมที่เกิดขึ้น

ทำการจำลองฟอลต์ในระบบโดยคิดกรณีฐานตามข้อมูลที่แสดงในภาคผนวก ข. ซึ่งในที่นี้จะทำการปรับค่ากำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เชื่อมโยงกับบัส 2 เพื่อหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบ โดยกรณีฐานจะมีค่ากำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เชื่อมโยงกับบัส 2 เท่ากับ 163 MW

ทำการคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้าเพื่อหาค่าแรงดันที่สถานะอยู่ตัวหลังกำจัดฟอลต์ซึ่งกำหนดให้เป็นค่าแรงดันที่ระบบเข้าสู่สถานะสมดุลใหม่ โดยมีการปลดสายส่งที่จำลองให้เกิดฟอลต์ออกจากระบบ กำหนดให้เป็นค่าของ  $v(P)$  ที่ใช้คำนวณหาค่าผลตอบแทนของสัญญาณในช่วงภาวะชั่วคราวซึ่งในที่นี้จะพิจารณาที่บัส 5 ได้ค่า  $v(P)$  เท่ากับ 0.9722 เปรอ์ยูนิต ซึ่งการคำนวณค่าตัวแปรทั้งหมดจะใช้โปรแกรม MATLAB [22, 23]

ทำการตรวจสอบเงื่อนไขเสถียรภาพทางความถี่ โดยพิจารณาตามหลักการที่ได้นำเสนอในบทที่ 5 โดยใช้ความสัมพันธ์ของฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มมาช่วงในการพิจารณาเสถียรภาพ จะเห็นได้ว่าเมื่อระบบมีเสถียรภาพจะมีพฤติกรรมในลักษณะนี้



รูปที่ 6.11 แสดงพฤติกรรมของมูมหมุนแบบตามเข็มนาฬิกาซึ่งเป็นกรณีที่ระบบมีเสถียรภาพเมื่อเกิดฟอลต์ที่บัส 8 และทำการวัดค่าแรงดันที่บัส 5

ทำการคำนวณหาค่าพลังงานของสัญญาณเพื่อวิเคราะห์หาค่าขอบเขตเสถียรภาพ ซึ่งต้องใช้กำลังไฟฟ้าที่สภาวะอยู่ตัวก่อนทำการจำลองฟอลต์และค่าพลังงานของสัญญาณ อย่างละ 2 ค่ามาหาค่าของขอบเขตเสถียรภาพ

พลังงานของสัญญาณที่ได้ในขั้นตอนนี้ ( $E_1$ ) มีค่าเท่ากับ 163.8498 p.u.<sup>2</sup> - sec

ในขณะนี้เราได้กำลังไฟฟ้าที่สภาวะอยู่ตัวและค่าพลังงานของสัญญาณอย่างละค่าแล้ว จากนั้นจะทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 ให้มีค่า 213 MW เพื่อให้ระบบทำงานเข้าใกล้กับขอบเขตเสถียรภาพมากขึ้น

ทำการจำลองฟอลต์อีกครั้งและวัดพฤติกรรมของแรงดันในแต่ละบัส เพื่อนำไปวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบและหาค่าพลังงานของสัญญาณ

ทำการคำนวณหาค่าพลังงานของสัญญาณของระบบในขั้นตอนนี้

พลังงานของสัญญาณที่ได้ในขั้นตอนนี้ ( $E_2$ ) มีค่าเท่ากับ 394.9853 p.u.<sup>2</sup> - sec

ในขณะนี้ จะทำการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพ โดยใช้สมการที่ (6.24) ซึ่งมีค่ากำลังไฟฟ้าที่สภาวะอยู่ตัวก่อนทำการจำลองฟอลต์และพลังงานของสัญญาณดังนี้

$$E_1 = 163.8498 \text{ p.u.}^2 - \text{sec}$$

$$E_2 = 394.9853 \text{ p.u.}^2 - \text{sec}$$

$$P_1 = 163 \text{ MW}$$

$$P_2 = 213 \text{ MW}$$

ค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบในขั้นตอนนี้มีค่า 248.4445 MW

ทำการตรวจสอบเงื่อนไขขอบเขตเสถียรภาพ โดยพิจารณาจากสมการที่ (6.35) ดังแสดงในหัวข้อที่ 6.7 ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta E'(P')}{\Delta P'} = 20.3810 \text{ p.u.}$$

พิจารณาค่าความชันที่ได้ ถ้ามีค่าไม่มากพอแสดงว่าระบบอยู่ห่างจากขอบเขตเสถียรภาพให้ทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของระบบในช่วงสภาวะอยู่ตัวและทำการจำลองระบบจนได้กำลังไฟฟ้าที่ใกล้เคียงกับขอบเขตเสถียรภาพมากที่สุด

ลำดับต่อไปจะแสดงตารางสรุปการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพที่ได้จากการคำนวณในกรณีปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์ โดยเปลี่ยนแปลงค่ากำลังไฟฟ้าที่บัส 2 และจำลองฟอลต์ที่บัส 8



รอบการคำนวณ	ค่ากำลังไฟฟ้าที่ เครื่องกำเนิด ไฟฟ้าที่บัส 2  (MW)	ค่าพลังงานของ สัญญาณที่ คำนวณได้  (pu <sup>2</sup> - s)	ค่าขอบเขต เสถียรภาพที่ คำนวณได้  (MW)	ค่าความชันที่ได้  $\frac{\Delta E'(P')}{\Delta P'}$
1	163	163.8498	-	-
2	213	394.9853	248.34445	20.3810
3	238	1280.3	249.1538	153.9424
4	243	1757.6	256.4116	266.2590
5	249	2530.1	259.3769	361.0829

ตารางที่ 6.1 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 5

รอบการคำนวณ	ค่ากำลังไฟฟ้าที่ เครื่องกำเนิด ไฟฟ้าที่บัส 2  (MW)	ค่าพลังงานของ สัญญาณที่ คำนวณได้  (pu <sup>2</sup> - s)	ค่าขอบเขต เสถียรภาพที่ คำนวณได้  (MW)	ค่าความชันที่ได้  $\frac{\Delta E'(P')}{\Delta P'}$
1	163	66.9613	-	-
2	213	145.3319	255.7209	16.5088
3	238	331.0031	257.5685	76.0679
4	243	419.4429	261.7135	154.3486
5	249	554.4081	263.5389	217.6162

ตารางที่ 6.2 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 1

การหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าเมื่อทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 และทำการจำลองฟอลต์ที่บัส 8 ในกรณีปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์สามารถสรุปการคำนวณค่าขอบเขตเสถียรภาพได้ดังนี้

ขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้จากการพิจารณาค่าที่บัส 1 เท่ากับ 263.5389 MW

ขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้จากการพิจารณาค่าที่บัส 5 เท่ากับ 259.3769 MW

ขอบเขตเสถียรภาพของระบบที่ได้จากการจำลองโดยใช้โปรแกรม ETAP มีค่าเท่ากับ 250 MW

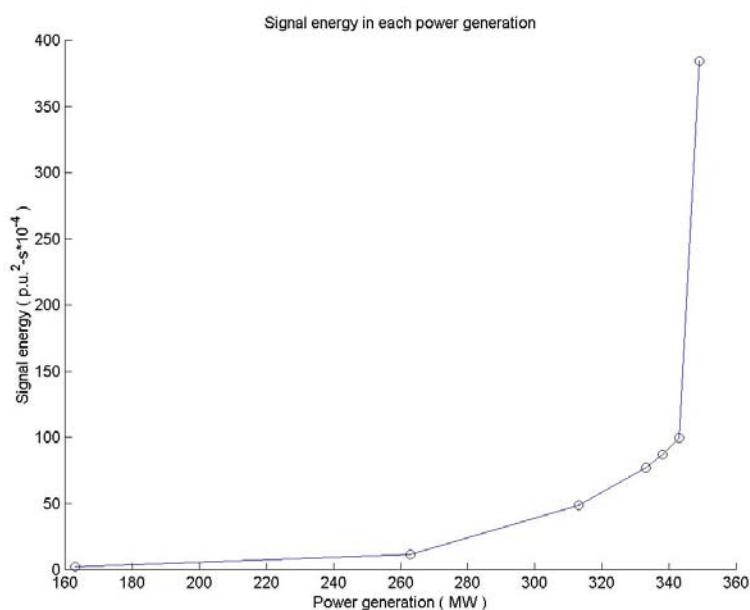
ลำดับต่อไปจะแสดงตารางสรุปการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพที่ได้จากการคำนวณในกรณีไม่ปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์ โดยเปลี่ยนแปลงค่ากำลังไฟฟ้าที่บัส 2 และจำลองฟอลต์ที่บัส 8

รอบการคำนวณ	ค่ากำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 (MW)	ค่าพลังงานของสัญญาณที่คำนวณได้ (pu <sup>2</sup> - s)	ค่าขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้ (MW)	ค่าความชันที่ได้ $\frac{\Delta E'(P')}{\Delta P'}$
1	163	23.219	-	-
2	263	113.486	288.7221	25.7776
3	313	483.748	328.3251	57.6776
4	333	772.581	366.4967	74.957
5	338	868.331	378.3401	78.2610
6	343	99.2196	378.0543	101.7928
7	349	384.1239	351.0895	729.23

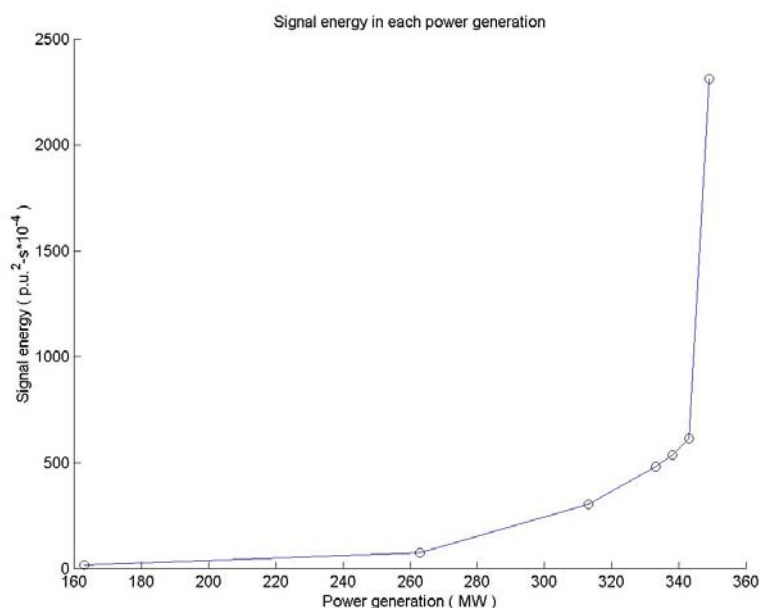
ตารางที่ 6.3 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 1

รอบการคำนวณ	ค่ากำลังไฟฟ้าที่ เครื่องกำเนิด ไฟฟ้าที่บัส 2 (MW)	ค่าพลังงานของ สัญญาณที่ คำนวณได้ (pu <sup>2</sup> - s)	ค่าขอบเขต เสถียรภาพที่ คำนวณได้ (MW)	ค่าความชันที่ได้ $\frac{\Delta E'(P')}{\Delta P'}$
1	163	16.1558	-	-
2	263	73.5355	291.1559	23.4932
3	313	304.676	328.9071	53.1866
4	333	482.0184	367.3602	67.4239
5	338	536.6675	382.1012	72.2516
6	343	613.4531	377.9459	102.3273
7	349	2311.6	351.1675	6966

ตารางที่ 6.4 แสดงการหาค่าขอบเขตที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการจำลองระบบโดยการเพิ่มกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพซึ่งวัดค่าที่บัส 5



รูปที่ 6.12 แสดงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้าเมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ขึ้นที่บัส 8 และทำการวัดค่าที่บัส 1



รูปที่ 6.13 แสดงพฤติกรรมของพลังงานของสัญญาณเทียบกับกำลังไฟฟ้าเมื่อจำลองให้เกิดฟอลต์ขึ้นที่บัส 8 และทำการวัดค่าที่บัส 5

การหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าเมื่อทำการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 2 และทำการจำลองฟอลต์ที่บัส 8 ในกรณีไม่ปลดสายส่งออกหลังกำจัดฟอลต์สามารถสรุปการคำนวณค่าขอบเขตเสถียรภาพได้ดังนี้

ขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้จากการพิจารณาค่าที่บัส 1 เท่ากับ 351.0895 MW

ขอบเขตเสถียรภาพที่คำนวณได้จากการพิจารณาค่าที่บัส 5 เท่ากับ 351.1675 MW

ขอบเขตเสถียรภาพของระบบที่ได้จากการจำลองโดยใช้โปรแกรม ETAP มีค่าเท่ากับ 350 MW

จากการจำลองการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพจะมีข้อดีตรงที่สามารถหาขอบเขตการจ่ายกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละตำแหน่งได้ใกล้เคียงกับค่าที่เป็นขอบเขตจริง ทำให้สามารถออกแบบการจ่ายกำลังไฟฟ้าในตำแหน่งต่างๆ ได้อย่างปลอดภัย

จากตารางสรุปการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพจะเห็นว่าขอบเขตที่คำนวณได้ในรอบแรกๆ ก็ลู่เข้าสู่ขอบเขตเสถียรภาพจริงของระบบ ทำให้การจำลองระบบเพื่อหาขอบเขตเสถียรภาพใช้เวลาลดน้อยลง

## บทที่ 7

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### 7.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการแสดงแนวความคิดเบื้องต้นในการประยุกต์ใช้ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างเร็วในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไฟฟ้าในช่วงภาวะชั่วคราวซึ่งเป็นการแสดงพฤติกรรมของแรงดันในทางความถี่หลังจากจำลองให้เกิดฟอลต์แบบ 3 เฟสในระบบที่ทำการทดสอบดังแสดงรายละเอียดในบทที่ 5 และนำเสนอแนวทางการวิเคราะห์หาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบ โดยใช้ความสัมพันธ์ดังแสดงในบทที่ 6 เพื่อหาค่าที่เหมาะสมในการจ่ายกำลังไฟฟ้าในระบบ อาทิเช่น การจ่ายกำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละบัส ซึ่งมีผลกับการเปลี่ยนแปลงการไหลของกำลังไฟฟ้าในระบบไปยังโหลดและระบบจะลู่เข้าสู่สถานะที่ไม่มีเสถียรภาพเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงการไหลของกำลังไฟฟ้าในแต่ละตำแหน่งหรือมีการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบภายในระบบเช่นการเพิ่มกำลังไฟฟ้าที่จ่ายของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจนระบบลู่เข้าสู่สถานะที่ไม่มีเสถียรภาพเมื่อถูกรบกวนจากการเกิดฟอลต์ที่ตำแหน่งต่างๆ

หลักเกณฑ์การวิเคราะห์เสถียรภาพทางความถี่จะเป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพในช่วงภาวะชั่วคราว โดยพิจารณาพฤติกรรมของระบบเมื่อเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ จากความสัมพันธ์ของโพลหลัก (Dominant pole) โดยใช้ทฤษฎีทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มมาแสดงความสัมพันธ์ของ  $R_{ij}(\omega, P)$  ในแต่ละตำแหน่งเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) จนเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ ( $L$ ) ซึ่งจากการจำลองระบบที่ได้แสดงในบทที่ 5 สามารถสรุปได้ว่า มุมของ  $R_{ij}(\omega, P)$  จะมีพฤติกรรมการหมุนแบบตามเข็มนาฬิกาในขณะที่กำลังไฟฟ้า ( $P$ ) อยู่ในขอบเขตเสถียรภาพและมุมของ  $R_{ij}(\omega, P)$  จะมีพฤติกรรมการหมุนแบบทวนเข็มนาฬิกาเมื่อกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) มีค่าเกินขอบเขตเสถียรภาพ ซึ่งเราสามารถใช้อัตราการหมุนของ  $R_{ij}(\omega, P)$  มาบ่งบอกเสถียรภาพของระบบได้

พลังงานของสัญญาณที่หาจากความสัมพันธ์ของแรงดันในช่วงภาวะชั่วคราว จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่ากำลังไฟฟ้า ( $P$ ) ในสภาวะก่อนจำลองให้เกิดฟอลต์แบบ 3 เฟส ซึ่งเมื่อทำการเขียนเป็นกราฟจะเห็นได้ว่า พลังงานของสัญญาณจะมีค่าเข้าใกล้เส้นขอบเขตเสถียรภาพเมื่อเพิ่มกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) และระบบจะไม่มีเสถียรภาพเมื่อกำลังไฟฟ้า ( $P$ ) มีค่าเกินขอบเขตของเสถียรภาพ ( $L$ ) ทำให้กราฟของพลังงานของสัญญาณตัดกับเส้นปะที่แสดงถึงขอบเขตเสถียรภาพ

ขอบเขตที่หาได้จะใช้เป็นพื้นฐานในการตัดสินเสถียรภาพของระบบที่สามารถยอมรับได้ ซึ่งหมายความว่า แรงดันหลังจากเกิดเหตุขัดข้อง ที่ตำแหน่งสังเกตต่างๆ จะต้องอยู่ภายในขอบเขตการทำงานของสภาวะลูกเหิน ซึ่งเป็นช่วงเวลาสั้นๆ หลังจากเกิดเหตุขัดข้อง

จากการวิเคราะห์ขอบเขตเสถียรภาพของระบบจะเห็นได้ว่า ตำแหน่งที่ทำการจำลองให้เกิดฟอลต์และตำแหน่งที่ทำการวัดค่ามีผลทำให้ได้ขอบเขตเสถียรภาพแตกต่างกัน แต่จะมีเพียงตำแหน่งเดียวที่ให้ค่าต่ำที่สุด ซึ่งเรากำหนดให้เป็นค่าขอบเขตความปลอดภัยของระบบ

ความสัมพันธ์ของกำลังไฟฟ้ากับค่าโพลหลัก (Dominant pole) จะสามารถแสดงได้จากความสัมพันธ์ของแรงดันในพจน์  $R_{ij}(\omega, P) = (k / \omega_{ij}) \exp(-\sigma_{ij}t) \sin(\omega_{ij}t)$  เมื่อหากำลังไฟฟ้าจะได้ความสัมพันธ์ของโพลหลักกับกำลังไฟฟ้าอยู่ในพจน์ของเอกซ์โพเนนเชียลดังที่ได้แสดงในบทที่ 5 ซึ่งเราใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวมาแสดงความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณที่ขึ้นกับกำลังไฟฟ้าได้

## 7.2 ข้อเสนอแนะ

ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอการประยุกต์ใช้ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มอย่างเร็ว มาวิเคราะห์เสถียรภาพภาวะชั่วคราว ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งในการพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าเท่านั้น เราสามารถประยุกต์ใช้ความสัมพันธ์ของ z-transform หรือใช้ทฤษฎีของ Lyapunov มาพิจารณาเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าได้

## รายการอ้างอิง

1. Demello, F.P., Duffey, C.K., Willis, J.R., Koessler, R.J., Application of Frequency Response Techniques Using Fourier Integral Processing of Time Domain Response Function, IEEE
2. Chi – Tsong Chen., Linear System Theory and Design, Published by Oxford University Press, Inc., 1984.
3. Anderson, M. Paul, Fouad, A.A., Power System Control and Stability, the Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 1994.
4. ETAP Power Station 3.0 : User's Guide, Operation Technology, Inc., June 2000.
5. สมชาย จิตะพันธ์กุล., ฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์ม, ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
6. PaPoulis, A., The Fourier Integral and its Applications, McGraw – Hill, New York, 1962.
7. Marceau, R.J., Rizzi, J.C., Mailhot, R., A Frequency – Domain Transient Stability Criterion for Normal Contingencies, IEEE Transaction on Power System, Vol.10, No.3, Aug 1995.
8. Carson W. Taylor, Power system Voltage Stability, McGraw – Hill, Inc., the United States , 1994, pp. 17-29.
9. Churchill, R.V., Brown, J.W., Verhey, R.F., Complex variables and Applications, McGraw – Hill, Inc., New York, 1974, 6<sup>th</sup> edition, pp. 180-203.
10. Marceau, R.J., R. Mailhot, F.D. Galiana and D. McGills, Frequency – Domain behavior of a network near its Stability limit, in Proc. 11<sup>th</sup> Power syst. Conf.(PSCC), Avignon, France, 1993.
11. Marceau, R.J., Galiana, F.D., Mailhot, R., Denomme, F., Mc Gillis, D., Fourier Methods for Estimating Power System Stability limits, IEEE PICA Conference, Phoenix, Az, May 1993.
12. Frederick, D.K. and Carlson, A.B., Linear systems in Communications and Control, John Wiles and Sons, New York, 1971.
13. Hammons, T.J., Poon, K.P., Lee, K.C., Analysis of Transient Stability Swings in

- Large Interconnected Power System by Fourier Transformation, IEEE Transaction on Power System, Vol.3, No.4, Nov 1988.
14. Peter W. Sauer, Power System Dynamics and Stability, Prentice-Hall, Inc., 1998.
  15. Padiyar, K.R., Power System Dynamics : Stability and Control, John Wiley and Sons Pte Ltd, 1996.
  16. Richard, C.D., Robert, H.B., Modern Control Systems, Addison – Wesley Publishing Company, Inc., 1995, 7<sup>th</sup> edition.
  17. Marceau, R.J., Mailhot, R., Galiana, F.D., A Generalized Shell for Dynamic Security Analysis in Operations Planning, 1992 IEEE Summer Power Meeting, 92 SM 435-8.
  18. Fouad, A.A., (chairman), Dynamic Security Assessment Practices in North America, Report by IEEE Working Group on Dynamic Security Assessment, Power System Engineering Committee, IEEE Tr. On Power System, Vol.3, Aug 1988, pp.1310-1321.
  19. Fouad, A.A., Kataraman, S., Davis, J.A., An Expert System for Security Trend Analysis for a Stability – Limited System, Vol. 6, No. 3, August 1991.
  20. IEEE Committee Report, Vittal, V., Chairman, Transient Stability Test Systems for Direct Stability Methods, 1991 winter Power Meeting, 91. WM 224 - 6.
  21. Chiang, H.D., Tong, J., Miu, K.N., Predicting Unstable Modes in Power Systems : Theory and Computations, 1992 IEEE Summer Power Meeting, 92 SM 591 - 8.
  22. รศ. ดร. มนต์ สัจวรศิลป์, วรรณัน ภัทรอมรกุล, คู่มือการใช้งาน MATLAB ฉบับสมบูรณ์, สำนักพิมพ์ อินโฟเพรส, พิมพ์ครั้งที่ 1, 2543.
  23. Little, J.N., Shure, L., Signal Processing Toolbox For Use With MATLAB : User's Guide, The Mathworks, Inc., Natick, Mass, 1992.



ภาคผนวก

### ภาคผนวก ก

แสดงการพิสูจน์ความสัมพันธ์ของแรงดันในทางเวลา ( $v(t)$ ) และแรงดันในทางความถี่ ( $v(f)$ ) เพื่อหาค่าพลังงานของสัญญาณ ตามทฤษฎีของเรย์เล่ย์ (Energy spectra and Rayleigh's theorem)

การหาค่าพลังงานของสัญญาณในทางเวลา (Frequency-domain) ตามที่กล่าวถึงในบทที่ 6 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 E &= \int_{-\infty}^{\infty} |v(t)|^2 dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} v(t) \times v^*(t) dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left( \int_{-\infty}^{\infty} v(f) e^{j\omega t} df \right) v^*(t) dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} v(f) \left( \int_{-\infty}^{\infty} v^*(t) e^{j\omega t} dt \right) df \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} v(f) \left( \int_{-\infty}^{\infty} (v(t) e^{-j\omega t})^* dt \right) df \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} v(f) \times v^*(f) df
 \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ซึ่งมี ( $v(f)$ ) เป็นสเปกตรัมของ ( $v(t)$ ) ที่ได้จากการใช้ทฤษฎีทางฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มจะเห็นได้ว่า การหาค่าพลังงานของสัญญาณสามารถหาได้จากทั้งทางเวลาและทางความถี่ ซึ่งแสดงว่าพื้นที่ใต้กราฟมีค่าเท่ากัน ซึ่งการพิสูจน์ในตอนต้นจะเรียกว่า ทฤษฎีพลังงานของเรย์เล่ย์ (Rayleigh's energy theorem) [2, 5]

ภาคผนวก ข

ระบบทดสอบ

ระบบทดสอบขนาด 9 บัส

ระบบมาตรฐานที่ใช้จำลองเหตุการณ์ต่างๆ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ระบบทดสอบขนาด 9 บัส อ้างอิงจากในหนังสือ Power System Dynamics and Stability (Peter W. SAUER) M.A. PAI [14]

ตารางที่ ข.1 ข้อมูลของระบบทดสอบและแรงดันที่ได้จากการวิเคราะห์โหนดโพลีสำหรับกรณีฐาน

หมายเลขบัส	ประเภทบัส	แรงดันบัส		กำลังไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า		กำลังไฟฟ้าของโหลดในระบบ	
		ขนาด (pu.)	มุม (deg.)	$P_G$ (pu.)	$Q_G$ (pu.)	$P_L$ (pu.)	$Q_L$ (pu.)
1	บัสอ้างอิง	1.04	0°	0.716	0.27	-	-
2	บัสแรงดัน	1.025	9.3°	1.63	0.067	-	-
3	บัสแรงดัน	1.025	4.7°	0.85	-0.109	-	-
4	บัสโหลด	1.026	-2.2°	-	-	-	-
5	บัสโหลด	0.996	-4°	-	-	1.25	0.5
6	บัสโหลด	1.013	-3.7°	-	-	0.9	0.3
7	บัสโหลด	1.026	3.7°	-	-	-	-
8	บัสโหลด	1.016	0.7°	-	-	1.0	0.35
9	บัสโหลด	1.032	2°	-	-	-	-

ตารางที่ ข.2 ข้อมูลกึ่งของระบบทดสอบขนาด 9 บัส

สายส่งเส้นที่	จากบัส	ถึงบัส	R (pu.)	X (pu.)	Total line charging(pu.)	อัตราส่วน หม้อแปลง (kV)
1	2	7	0.0000	0.0625	0.000	18/230
2	7	8	0.0085	0.0720	0.149	-
3	8	9	0.0119	0.1008	0.209	-
4	9	3	0.0000	0.0586	0.000	230/13.8
5	9	6	0.0390	0.1700	0.358	-
6	6	4	0.0170	0.0920	0.158	-
7	7	5	0.0320	0.1610	0.306	-
8	5	4	0.0100	0.0850	0.176	-
9	4	1	0.0000	0.0576	0.000	230/16.5

โดยกำหนดให้มีค่า Base เท่ากับ 100 MVA และ 230 kV ที่บัส 4

ตารางที่ ข.3 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบขนาด 9 บัส

ตัวแปร	เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ตัวที่ 1	เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ตัวที่ 2	เครื่องกำเนิดไฟฟ้า ตัวที่ 3
H(secs)	23.64	6.4	3.01
$X_d$ (pu.)	0.146	0.8958	1.3125
$X'_d$ (pu.)	0.0608	0.1198	0.1813
$X_q$ (pu.)	0.0969	0.8645	1.2578
$X'_q$ (pu.)	0.0969	0.1969	0.25
$T'_{do}$ (sec)	8.96	6.0	5.89
$T'_{qo}$ (sec)	0.31	0.535	0.6

ตารางที่ ข.4 ข้อมูล Exciter ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบขนาด 9 บัส

ตัวแปร	Exciterของเครื่อง กำเนิดไฟฟ้าตัวที่ 1	Exciterของเครื่อง กำเนิดไฟฟ้าตัวที่ 2	Exciterของเครื่อง กำเนิดไฟฟ้าตัวที่ 3
$K_A$	20	20	20
$T_A$ (sec)	0.2	0.2	0.2
$K_E$	1.0	1.0	1.0
$T_E$ (sec)	0.314	0.314	0.314
$K_F$	0.063	0.063	0.063
$T_F$ (sec)	0.35	0.35	0.35
$s_{Ei}(E_{f di}) = 0.0039e^{1.555E_{f di}}, i = 1,2,3$			

### ภาคผนวก ค

การหาค่าพลังงานของสัญญาณเมื่อทำการวิเคราะห์ในทางความถี่ (Frequency-domain) ดังที่กล่าวไว้ในภาคผนวก ก จะสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$E_{ij}(P) = \int_{-\infty}^{\infty} r_{ij}(t, P)^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |R_{ij}(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{ค.1})$$

เมื่อกำหนดให้ผลตอบสนองในช่วงภาวะชั่วคราวมีค่าดังนี้

$$R_{ij}(\omega) = \frac{k_{ij}}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)} \quad \text{และ} \quad R_{ij}^*(\omega) = \frac{k_{ij}}{(-j\omega - p_{ij}^*)(-j\omega - p_{ij})} \quad (\text{ค.2})$$

แทนค่าสมการที่ (ค.2) ลงในสมการที่ (ค.1) จะได้ความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณที่อยู่ในรูปของโพลหลักได้ดังนี้

$$E_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|k_{ij}|^2}{(j\omega - p_{ij})(j\omega - p_{ij}^*)(-j\omega - p_{ij}^*)(-j\omega - p_{ij})} d\omega \quad (\text{ค.3})$$

เมื่อกำหนดให้  $s = j\omega$  และ  $ds = j d\omega$  จะสามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณที่ขึ้นกับตัวแปร  $s$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{ij}(s) &= \frac{1}{j2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|k_{ij}|^2}{(s - p_{ij})(s - p_{ij}^*)(-s - p_{ij}^*)(-s - p_{ij})} ds \\ &= \frac{1}{j2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|k_{ij}|^2}{(s - p_{ij})(s - p_{ij}^*)(s + p_{ij}^*)(s + p_{ij})} ds \end{aligned} \quad (\text{ค.4})$$

เมื่อใช้ทฤษฎีของเรซิดิวดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 4 จะสามารถหาค่าพลังงานของสัญญาณได้

ดังนี้

$$E_{ij}(s) = \frac{1}{j2\pi} \int_C \frac{N_1(s)}{s-s_1} ds + \frac{1}{j2\pi} \int_C \frac{N_2(s)}{s-s_2} ds$$

$$E_{ij}(s) = \frac{1}{j2\pi} \left( j2\pi [N_1(s)]_{s=s_1} \right) + \frac{1}{j2\pi} \left( j2\pi [N_2(s)]_{s=s_2} \right) \quad (ก.5)$$

เมื่อกำหนดให้

$$N_1(s) = \frac{|k_{ij}|^2}{(s-p_{ij}^*)(s+p_{ij}^*)(s+p_{ij})} \quad \text{และ} \quad N_2(s) = \frac{|k_{ij}|^2}{(s-p_{ij})(s+p_{ij}^*)(s+p_{ij})} \quad (ก.6)$$

แทนค่าสมการที่ (ก.6) ลงในสมการที่ (ก.5) จะได้

$$\therefore E_{ij}(s) = \frac{1}{j2\pi} \left[ j2\pi \frac{|k_{ij}|^2}{(s-p_{ij}^*)(s+p_{ij}^*)(s+p_{ij})} \right]_{s=p_{ij}} + \frac{1}{j2\pi} \left[ j2\pi \frac{|k_{ij}|^2}{(s-p_{ij})(s+p_{ij}^*)(s+p_{ij})} \right]_{s=p_{ij}^*}$$

$$E_{ij}(s) = |k_{ij}|^2 \left[ \frac{1}{(p_{ij}-p_{ij}^*)(p_{ij}+p_{ij}^*)(p_{ij}+p_{ij})} + \frac{1}{(p_{ij}^*-p_{ij})(p_{ij}^*+p_{ij}^*)(p_{ij}^*+p_{ij})} \right]$$

เมื่อกำหนดให้โพลหลักมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$p_{ij} = \sigma_{ij} + j\omega_{ij} \quad \text{และ} \quad p_{ij}^* = \sigma_{ij} - j\omega_{ij} \quad (ก.7)$$

เมื่อแทนสมการที่ (ก.7) จะสามารถแสดงค่าพลังงานของสัญญาณที่ขึ้นกับค่า  $\omega_{ij}$  และ  $\sigma_{ij}$  ได้ดังนี้

$$E_{ij}(\sigma_{ij}) = |k_{ij}|^2 \left[ \frac{1}{(j2\omega_{ij})(2\sigma_{ij})(2(\sigma_{ij}+j\omega_{ij}))} + \frac{1}{(-j2\omega_{ij})(2(\sigma_{ij}-j\omega_{ij}))(2\sigma_{ij})} \right]$$

$$= |k_{ij}|^2 \left[ \frac{1}{j8\omega_{ij}\sigma_{ij}(\sigma_{ij}+j\omega_{ij})} + \frac{1}{-j8\omega_{ij}\sigma_{ij}(\sigma_{ij}-j\omega_{ij})} \right]$$

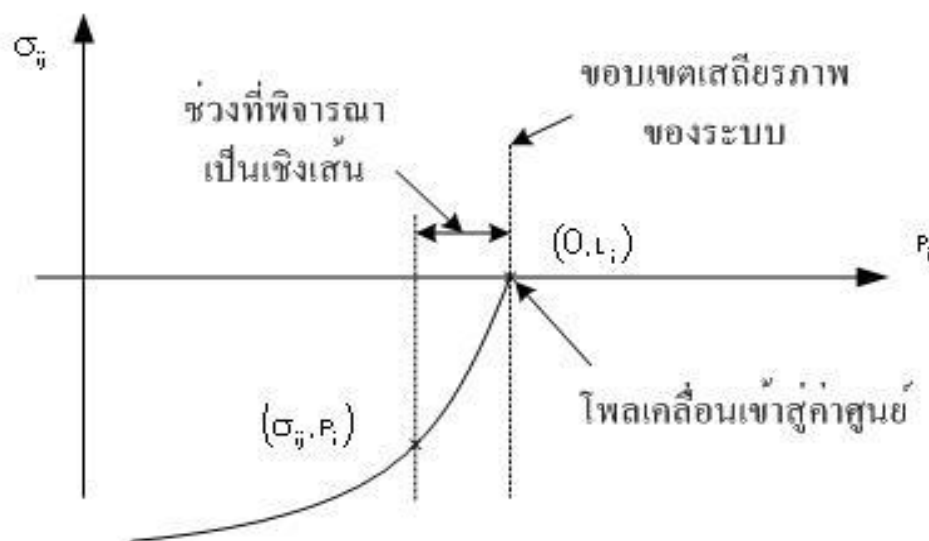


$$E_{ij}(\sigma_{ij}) = \frac{|k_{ij}|^2}{j8\omega_{ij}\sigma_{ij}} \left[ \frac{1}{\sigma_{ij} + j\omega_{ij}} - \frac{1}{\sigma_{ij} - j\omega_{ij}} \right]$$

$$\therefore E_{ij}(\sigma_{ij}) = \frac{-|k_{ij}|^2}{4\sigma_{ij}(\sigma_{ij}^2 + \omega_{ij}^2)} \quad (\text{ค.8})$$

จากสมการที่ (ค.8) จะแสดงความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณ  $E_{ij}(\sigma_{ij})$  ที่ขึ้นกับค่าจริงของโพลหลัก  $\sigma_{ij}$  และจะเห็นได้ว่า  $E_{ij}(\sigma_{ij})$  จะมีค่าเป็นบวกเมื่อ  $\sigma_{ij} < 0$

เมื่อเราได้สมการที่ (ค.8) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานของสัญญาณ  $E_{ij}(\sigma_{ij})$  ที่ขึ้นกับค่าจริงของโพลหลัก  $\sigma_{ij}$  แล้ว ลำดับต่อไปจะนำเสนอถึงหลักการพิจารณาความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณที่ขึ้นกับค่ากำลังไฟฟ้าโดยกำหนดให้ค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้ามีความสัมพันธ์ดังรูปที่ ค.1



รูปที่ ค.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้าในช่วงที่ระบบเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ

เมื่อทำการพิจารณาช่วงที่ค่าจริงของโพลหลัก  $\sigma_{ij}$  มีค่าเข้าใกล้ 0 มากๆ จนเราสามารถประมาณความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลัก  $\sigma_{ij}$  เทียบกับ กำลังไฟฟ้าให้อยู่ในเทอมของสมการเชิงเส้น ดังนี้

จาก  $y = mx$  ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นที่หาได้จากสมการ  $(y - y_0) = m(x - x_0)$  และเมื่อพิจารณากรณีที่ 1 จะได้  $(\sigma - \sigma_0) = k_i(P - P_0)$

จากกรณีที่ 1 เมื่อพิจารณาค่าที่  $\sigma_0 = 0$ ,  $P_0 = L_i$  จะได้ความสัมพันธ์ของค่าจริงของโพลหลักและกำลังไฟฟ้าเป็นสมการเชิงเส้นดังนี้

$$\sigma = k_i(P - L_i) \quad (\text{ค.9})$$

จากสมการที่ (ค.9) จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าจริงของโพลหลักกับค่ากำลังไฟฟ้าของระบบ ตามพฤติกรรมดังในรูปที่ 1 และดังในสมการที่ (ค.8) จะเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณและค่าจริงของโพลหลัก ทำให้เราสามารถหาความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณที่ขึ้นกับค่ากำลังไฟฟ้าของระบบได้โดยการแทนสมการที่ (ค.9) ลงในสมการที่ (ค.8) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{ij}(\sigma_{ij}) &= \frac{-|k_{ij}|^2}{4\sigma_{ij}(\sigma_{ij}^2 + \omega_{ij}^2)} \\ &= \frac{-|k_{ij}|^2}{4k_i(P - L_i)(k_i^2(P - L_i)^2 + \omega_{ij}^2)} \\ &= \frac{-|k_{ij}|^2}{4k_i^3(P - L_i)\left((P - L_i)^2 + \frac{\omega_{ij}^2}{k_i^2}\right)} \\ \therefore E_{ij}(\sigma_{ij}) &= \frac{-c_{1i}}{(P - L_i)(P - L_i)^2 + c_{2i}} \quad (\text{ค.10}) \end{aligned}$$

โดยที่

$$c_{1i} = \frac{-|k_{ij}|^2}{4k_i^3} \quad \text{และ} \quad c_{2i} = \frac{\omega_{ij}^2}{k_i^2}$$

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว (ค.10) จะเห็นได้ว่า พลังงานของสัญญาณจะมีความสัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้าของระบบ โดยที่  $L_i$  คือขอบเขตของการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าที่ระบบเคลื่อนเข้าสู่สถานะที่ไม่มีเสถียรภาพ เมื่อกำลังไฟฟ้า  $P$  มีค่าเท่ากับ  $L_i$  นั้นหมายความว่าค่าจริงของโพลหลักมีค่าเท่ากับ 0

จากสมการที่ (ค.10) เมื่อเราพิจารณาให้ค่าจริงของโพลหลักมีค่าใกล้ 0 มากๆ จะสามารถประมาณให้พจน์ของ  $(P-L_i)^2$  มีค่าเข้าใกล้ 0 ซึ่งทำให้สามารถลดเทอมของความสัมพันธ์ของพลังงานของสัญญาณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{ij}(\sigma_{ij}) &\approx \frac{-c_{1i}}{(P-L_i)c_{2i}} \\ &= \frac{-c_{0i}}{(P-L_i)} \end{aligned}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} c_{0i} &= \frac{c_{1i}}{c_{2i}} \\ \therefore E_{ij}(\sigma_{ij}) &= \frac{c_{0i}}{(L_i - P)} \end{aligned} \quad (\text{ค.11})$$

จากสมการที่ (ค.11) จะแสดงค่าพลังงานของสัญญาณที่มีความสัมพันธ์กับกำลังไฟฟ้าของระบบ ซึ่งจะนำมาหาค่าขอบเขตเสถียรภาพของระบบทดสอบและเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของสมการที่ (ค.11) จะสามารถสรุป ได้ดังนี้

1. สมการที่ (ค.11) แสดงให้ทราบว่า พลังงานของสัญญาณจะมีการเปลี่ยนแปลงแบบผกผันกับกำลังไฟฟ้า  $P$  เมื่อมีค่าเข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ  $L_i$

2. สมการที่ (ค.11) ใช้ในการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพ  $L_i$  โดยการพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองระบบ 2 ครั้ง เพราะจากสมการที่ (ค.11) จะเห็นได้ว่า มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ  $c_{0i}$  และ  $L_i$  ทำให้เราต้องใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองระบบ 2 ค่ามาคำนวณหาค่า  $L_i$  และการหาค่าขอบเขตเสถียรภาพจะมีความถูกต้องมากขึ้น เมื่อพิจารณาในช่วงที่  $E_{ij}(P)$  เข้าใกล้  $\infty$  มากๆ นั้นหมายความว่าเราจะพิจารณาค่ากำลังไฟฟ้า  $P$  ที่เข้าใกล้ขอบเขตเสถียรภาพ

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายกฤษณะ วิศิธรประเสริฐ เกิดวันที่ 22 กันยายน พ.ศ. 2518 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ในปีการศึกษา 2541 จากนั้นได้บวชเรียนเป็นระยะเวลา 1 พรรษา และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทในภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สาขาไฟฟ้ากำลัง ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ภาควิชาการศึกษา 2542