

การประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนมอดไลซ์  
สำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอด



นายสุรพล ตันอ่วม

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

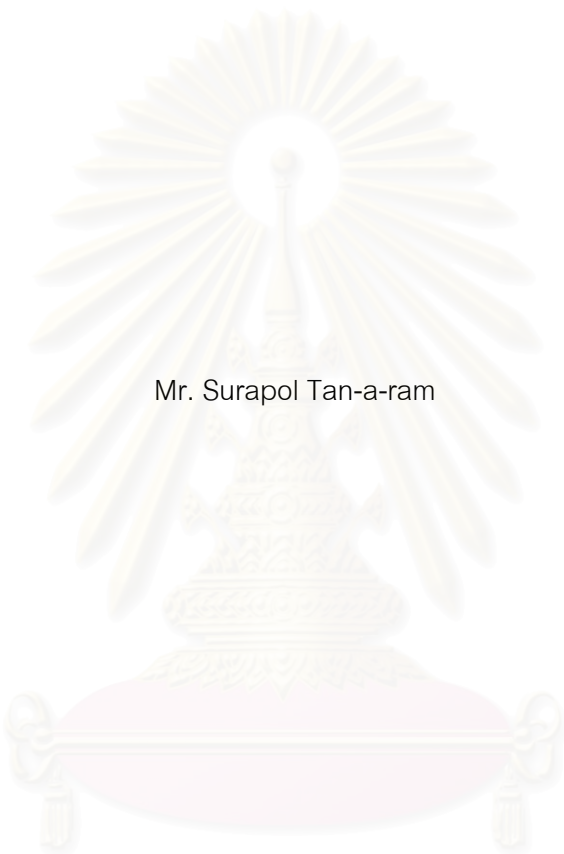
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1915-9

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

BLIND CHANNEL ESTIMATION USING NORMALIZED LEAST MEAN SQUARE ALGORITHM FOR  
ADAPTIVE GROUP-BLIND MULTIUSER DETECTOR



Mr. Surapol Tan-a-ram

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-1915-9

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมกำลังสอง  
เฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนสำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์ที่  
ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอด

โดย

นายสุรพล ตันอ่วม

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษา

รองศาสตราจารย์ ดร.วาทีต เบญจพลกุล

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.ประสิทธิ์ ประพัฒน์มงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.วาทีต เบญจพลกุล)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย จิตะพันธ์กุล)

สรุปผล ค้นคว้า : การประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมออร์มอลไลซ์สำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอด (Blind Channel Estimation Using Normalized Least Mean Square Algorithm for Adaptive Group-Blind Multiuser detector) อ.  
ที่ปรึกษา : รศ. ดร.วาทิต เบญจพลกุล, 157 หน้า. ISBN 974-17-1915-9.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอวิธีการปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยการประยุกต์ใช้อัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมออร์มอลไลซ์ (Normalized least mean square: NLMS) ในสภาพแวดล้อมที่ช่องสัญญาณพหุวิถีมีการเปลี่ยนแปลงอย่างๆ ซ้ำ การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential channel estimation method) ดั้งเดิมซึ่งประยุกต์ใช้อัลกอริทึมคาลแมนถูกพัฒนาขึ้นเพื่อลดความซับซ้อนของวิธีการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดมาตรฐาน แต่การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนยังคงมีความซับซ้อนทางการคำนวณที่สูงในระดับ  $O(N^2)$  โดยที่  $N$  มีค่าเท่ากับ ความยาวของผลตอบสนองอิมพัลส์ทั้งหมด ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเสนอวิธีการปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดให้มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ลดลงโดยการประยุกต์ใช้อัลกอริทึม NLMS ด้วยเหตุผลที่ว่า อัลกอริทึม NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำในระดับ  $O(N)$  มีเสถียรภาพที่ดีและสามารถนำมาใช้งานกับวิธีการประมาณช่องสัญญาณอย่างต่อเนื่องแบบบอด ซึ่งจะมีลักษณะของสัญญาณอินพุตเป็นแบบเวกเตอร์อิสระเชิงสถิติ (Statistically independent vector) ได้ เช่นเดียวกับอัลกอริทึมคาลแมน

จากการจำลองแบบในกรณีที่ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของสัญญาณเป็นแบบค่าสุ่ม หลังจากการปรับค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  และค่าเริ่มต้น  $K[0]$  ของอัลกอริทึม NLMS และอัลกอริทึมคาลแมนตามลำดับ ให้มีค่าเหมาะสมแล้ว จะได้  $\bar{\mu} = 1$  และ  $K[0] = 0.1^*$  พบว่า การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึม NLMS จะมีค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณที่น้อยกว่าในช่วงที่ SNR มีค่า 3-19 dB ทำให้ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่า โดยจะมีค่า BER ที่ต่ำกว่าประมาณ 30-70 % ในช่วงที่ SNR มีค่า 6-19 dB และในกรณีที่ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของสัญญาณเป็นค่าที่ดี หลังจากการปรับค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  และค่าเริ่มต้น  $K[0]$  ของอัลกอริทึม NLMS และอัลกอริทึมคาลแมนตามลำดับ ให้มีค่าเหมาะสมแล้ว จะได้  $\bar{\mu} = 0.00002$  และ  $K[0] = 0.0001^*$  พบว่า การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึม NLMS จะมีค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณที่น้อยกว่าในช่วงที่ SNR มีค่า 0-20 dB ทำให้ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่ามาก โดยจะมีค่า BER ที่ต่ำกว่าประมาณ 1-60 % ในช่วงที่ SNR มีค่า 6-20 dB นอกจากนี้เมื่อดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 โดยเฉพาะที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของสัญญาณเป็นค่าที่ดี จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าการใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของสัญญาณเป็นแบบค่าสุ่ม โดยจะมีค่า BER ที่ต่ำกว่าประมาณ 12-96 % สุดท้ายเมื่อพิจารณาการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึม NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของสัญญาณที่ดีข้างต้นจะนำไปสู่การพัฒนาเครื่องรับที่ปรับตัวได้รูปแบบใหม่ที่เมตริกซ์ของสัญญาณที่ถูกสร้างไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามช่วงการส่งข้อมูล ซึ่งเครื่องรับรูปแบบใหม่นี้จะทำงานได้ดีเฉพาะในสภาพแวดล้อมที่คงที่หรือมีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ เท่านั้น

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
ปีการศึกษา ..... 2545 .....

ลายมือชื่อนิสิต .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

## 4370588621 MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEYWORDS: ADAPTIVE MULTIUSER DETECTION / GROUP-BLIND MULTIUSER DETECTION / BLIND CHANNEL ESTIMATION / NORMALIZED LEAST MEAN SQUARE ALGORITHM

SURAPOL TAN-A-RAM : BLIND CHANNEL ESTIMATION USING NORMALIZED LEAST MEAN SQUARE ALGORITHM FOR ADAPTIVE GROUP-BLIND MULTIUSER DETECTOR. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. DR. WATIT BENJAPOLAKUL, 157 pp. ISBN 974-17-1915-9.

This thesis proposes a method to improve blind sequential channel estimation by applying Normalized least mean square algorithm. In slowly-varying multipath channel environment, the original blind sequential channel estimation which applied Kalman algorithm is developed to reduce the complexity of standard blind channel estimation. But it still has high complexity of  $O(N^2)$ , where  $N$  is the total of length of the impulse response. Therefore, this thesis proposes a method to reduce the computational complexity of blind sequential channel estimation by applying NLMS algorithm. NLMS algorithm has low complexity of  $O(N)$  with good stability and can be applied to blind sequential channel estimation technique in which character of signal input is statistically independent vector as same as Kalman algorithm.

In case, initial value of channel response is random value, after adaptation process, adaptation constant ( $\bar{\mu}$ ) of NLMS algorithm is 1 and  $K[0]$  of Kalman algorithm =  $0.1 * I$ . The results show that blind sequential NLMS channel estimation has NMSE of channel estimation lower than blind sequential Kalman channel estimation in SNR range of 3-19 dB. Therefore, group-blind hybrid detector form-II which was built from blind sequential NLMS channel estimation has higher performance and gives percentage of BER lower than blind sequential Kalman channel estimation for 30-70%. In case, initial value of channel response is good value, after adaptation process, adaptation constant ( $\bar{\mu}$ ) is 0.00002 and  $K[0] = 0.0001 * I$ . The results show that blind sequential NLMS channel estimation has NMSE of channel estimation lower than blind sequential Kalman channel estimation in SNR range of 0-20 dB. Therefore, group-blind hybrid detector form-II which was built from blind sequential NLMS channel estimation has higher performance and gives percentage of BER lower than blind sequential Kalman channel estimation for 1-60%. Group-blind hybrid detector form-II which was built from blind sequential NLMS channel estimation with good initial value of channel response has higher performance than that with random initial value of channel response for 12-96%. Finally, the above blind sequential NLMS channel estimation with good initial value of channel response leads to develop a new adaptive receiver. This new receiver works well in stationary or slowly-varying environment .

Department .....Electrical Engineering.....

Student's signature .....

Field of study ..Electrical Engineering.....

Advisor's signature .....

Academic year .....2002.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร.วาทิต เบญจพลกุล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้คำแนะนำ ตลอดจนข้อคิดเห็นต่างๆ ตลอดเวลาในการทำวิจัยด้วยดีมาตลอด ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

ผู้วิจัยขอขอบคุณพี่ๆ และเพื่อนๆ ห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม และห้องปฏิบัติการวิจัยกรรมวิธีสัญญาณดิจิทัลที่ได้ให้คำแนะนำ ข้อคิดเห็นต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ และกำลังใจตลอดระยะเวลาที่ทำการวิจัย รวมถึงห้องปฏิบัติการวิจัยโทรคมนาคม ซึ่งเป็นสถานที่ทำงานวิจัย ตลอดจนอำนวยความสะดวกในการทำวิทยานิพนธ์และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่ให้ทุนอุดหนุนการวิจัย รวมทั้งทุนอุดหนุนและส่งเสริมวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโท – เอก ในสถาบันอุดมศึกษาของรัฐจากทบวงมหาวิทยาลัยที่ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่ให้การสนับสนุนและให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยตลอดจนสำเร็จการศึกษา

นายสุรพล ต้นอ่วม

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฑ
สารบัญรูป.....	ฒ
บัญชีคำศัพท์.....	ณ

บทที่

1 บทนำ.....	1
1.1 ระบบ DS- CDMA แบบธรรมดา.....	2
1.2 มัลติยูสเซอร์ทีเทกชัน.....	2
1.2.1 เครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุด .....	3
1.2.2 เครื่องรับแบบเหมาะสมรองลงไป .....	3
1.2.2.1 เครื่องรับแบบเชิงเส้น .....	3
1.2.2.2 เครื่องรับที่ใช้หลักการของการกำจัดสัญญาณแทรกสอด โดยการหักล้าง .....	4
1.3 เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ .....	5
1.3.1 เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้โดยใช้ลำดับการฝึกฝน.....	5
1.3.2 เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอด.....	6
1.3.2.1 ดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอดเพื่อให้พลังงานเอาต์พุต มีค่าต่ำที่สุด.....	7
1.3.2.2 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอดบนพื้นฐานของปริภูมิย่อย.....	8
1.3.2.3 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดบนพื้นฐานของปริภูมิย่อย.....	8
1.4 ปัญหาในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับเครื่องรับในงานวิทยานิพนธ์นี้.....	10
1.5 วิธีการที่มีผู้เสนอเพื่อหลีกเลี่ยงการคำนวณปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน.....	11
1.6 แนวคิดที่น่าสนใจ.....	11
1.7 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ .....	12



1.8	ขอบเขตของงานวิจัย.....	12
1.9	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	13
1.10	ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการ.....	14
1.11	ภาพรวมของวิทยานิพนธ์.....	14
2	หลักการและทฤษฎี.....	16
2.1	ช่องสัญญาณไร้สาย.....	16
2.1.1	เฟดดิ้งสเกลใหญ่.....	17
2.1.2	เฟดดิ้งสเกลเล็ก.....	17
2.1.2.1	กลไกการแผ่ทางเวลาของสัญญาณ.....	17
2.1.2.2	กลไกการผันแปรทางเวลาของสัญญาณ.....	18
2.2	ข้อสมมติฐานช่องสัญญาณกับในวิทยานิพนธ์นี้.....	19
2.3	แบบจำลองสัญญาณ.....	20
2.4	หลักการปริภูมิย่อย.....	24
2.5	โครงสร้างเครื่องรับที่ปรับตัวได้.....	25
2.6	การดีเทกต์และตัดสินใจข้อมูลจากดีเทกเตอร์เชิงเส้น.....	26
2.7	มัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด.....	27
2.7.1	ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบที่ 1.....	28
2.7.2	ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบที่ 2.....	28
2.7.3	เปรียบเทียบความซับซ้อนและการนำไปใช้งานของดีเทกเตอร์แบบ กลุ่ม-บอด ทั้ง 2 รูปแบบ.....	29
2.7.4	การเลือกดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดมาใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้.....	29
2.8	ตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ.....	30
2.8.1	อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi.....	31
2.8.1.1	อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐาน .....	31
2.8.1.2	อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบเจาะจง.....	34



2.8.2	เปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณและสมรรถนะของอัลกอริทึมแต่ละอัลกอริทึม.....	35
3	การปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดโดยประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลงนอร์มอลไลซ์.....	37
3.1	แบบจำลองช่องสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	37
3.2	การประมาณช่องสัญญาณแบบบอด.....	40
3.3	การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ.....	41
3.3.1	วิธีการมาตรฐาน.....	41
3.3.2	วิธีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด.....	43
3.3.2.1	เทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด.....	44
3.3.2.2	การประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนต่อเนื่องแบบบอด..	44
3.3.2.3	การประมาณช่องสัญญาณด้วยวิธีกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลงนอร์มอลไลซ์อย่างต่อเนื่องแบบบอด.....	52
3.4	ข้อสังเกตสำคัญสำหรับวิธีการประมาณช่องสัญญาณทั้ง 2 วิธีด้วยแบบจำลองสัญญาณในวิทยานิพนธ์.....	60
3.5	ความซับซ้อนทางการคำนวณของการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด...62	
3.5.1	ความซับซ้อนทางการคำนวณของเวกเตอร์สัญญาณ $z[i]$ .....	62
3.5.2	ความซับซ้อนทางการคำนวณของเวกเตอร์สัญญาณ $x[i]$ .....	64
3.5.3	การคำนวณความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมน.....	64
3.5.3.1	ความซับซ้อนทางการคำนวณของเวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน.....	64
3.5.3.2	ความซับซ้อนทางการคำนวณของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าน้ำหนักความผิดพลาด $K[i]$ .....	65
3.5.3.3	ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการอัปเดตผลตอบสนองของช่องสัญญาณ.....	65
3.5.3.4	ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการการนอร์มอลไลซ์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณ.....	67

3.5.3.5	ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมแบบ คาลแมน.....	67
3.5.4	การคำนวณความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ย น้อยที่สุดที่ฐานออร์มอลไลซ์.....	67
3.5.4.1	ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการเอาต์พุต ตัวกรอง.....	67
3.5.4.2	ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการอัปเดต ผลตอบสนองของช่องสัญญาณ.....	68
3.5.4.3	ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการการนอร์มอลไลซ์ ผลตอบสนองของช่องสัญญาณ.....	68
3.5.4.4	ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมแบบกำลังสอง เฉลี่ยน้อยที่สุดที่ฐานออร์มอลไลซ์.....	69
3.5.5	เปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึม.....	69
4	ผลการจำลองแบบ.....	70
4.1	พารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองแบบ.....	70
4.1.1	ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ฐานออร์มอลไลซ์ของการประมาณ ช่องสัญญาณ.....	70
4.1.2	อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน.....	70
4.1.3	อัตราบิดผิดพลาด.....	71
4.1.4	อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด.....	71
4.1.5	กลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ผ่านการดีเทกต์บิตข้อมูลจากดีเทกเตอร์.....	71
4.2	ค่าความสัมพันธ์ต่างๆ ที่ใช้ในการประเมินการประมาณช่องสัญญาณและการวัด สมรรถนะของเครื่องรับที่ปรับตัวได้.....	72
4.3	ข้อกำหนดของการจำลองแบบ.....	73
4.3.1	พารามิเตอร์และสภาวะที่ใช้สำหรับการจำลองแบบในวิทยานิพนธ์นี้.....	73
4.3.2	ดีเทกเตอร์เชิงเส้นและตัวติดตามปริภูมิย่อยสัญญาณที่ใช้สำหรับ การจำลองแบบในวิทยานิพนธ์นี้.....	74

4.3.3	การคำนวณค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์เจาะจงและค่าเจาะจงสำหรับ ตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ.....	74
4.3.4	พิจารณาค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณ $g[0]$ ใน 2 กรณี..	74
4.3.5	การแก้ความผิดพลาดทางเฟส (Phase ambiguity) ของเวกเตอร์ผล ตอบสนองช่องสัญญาณจากการประมาณช่องสัญญาณแบบบอด.....	75
4.4	ผลการจำลองแบบ.....	75
4.4.1	กรณี $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T$ .....	75
4.4.1.1	การประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนอย่างต่อเนื่อง แบบบอด.....	76
4.4.1.2	การประมาณช่องสัญญาณด้วยกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ ถูกนอร์มอลไลซ์ต่อเนื่องแบบบอด.....	87
4.4.2	กรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n^H [0] U_n^H [0] \bar{C}_1)$ .....	97
4.4.2.1	การประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนอย่างต่อเนื่อง แบบบอด.....	97
4.4.2.2	การประมาณช่องสัญญาณด้วยกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด ต่อเนื่องแบบบอด.....	109
4.4.3	เปรียบเทียบผลการจำลองแบบของการประมาณช่องสัญญาณ ต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสอง เฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ เมื่อค่าเริ่มของผลตอบสนอง ช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2).....	118
4.4.3.1	ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนของการทำซ้ำกับค่าความ ผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณ ช่องสัญญาณ.....	120
4.4.3.2	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่ ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน.....	121
4.4.3.3	ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณ	

	แทรกสอดกับจำนวนของการทำซ้ำ.....	125
4.4.3.4	ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิวดพลาดเฉลี่ยกับ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน.....	126
4.4.4	เปรียบเทียบความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและ อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมอลไลซ์ที่ใช้ใน การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยเมื่อ $\bar{g}_1[0]$ ที่มีค่า ดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2).....	131
4.4.4.1	ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึม กำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมอลไลซ์ที่ใช้ใน การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ $\bar{g}_1[0]$ มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1).....	131
4.4.4.2	ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึม กำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมอลไลซ์ที่ใช้ใน การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ $\bar{g}_1[0]$ มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2).....	133
5	สรุปผลการจำลองแบบ.....	136
5.1	สรุปผลการวิจัย.....	136
5.1.1	ผลการปรับค่าพารามิเตอร์ของทั้งอัลกอริทึมคาลแมนและอัลกอริทึม กำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมอลไลซ์ที่ใช้ในการประมาณ ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด.....	136
5.1.2	ผลของการเปรียบเทียบการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด ที่ถูกรวมอลไลซ์.....	137
5.1.3	ผลของการเปรียบเทียบการใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองช่องสัญญาณ ในสมการที่ (4.3.4.1) กับสมการที่ (4.3.4.2).....	139
5.2	ความซับซ้อนของวิธีการที่นำเสนอ.....	140
5.3	ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในอนาคต.....	140

สารบัญ (ต่อ)

ฐ

หน้า

รายการอ้างอิง.....	141
ภาคผนวก ก .....	146
บทความทางวิชาการที่ได้รับการเผยแพร่แล้ว .....	152
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	157



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1	ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมในตระกูล QR-Jacobi.....	35
ตารางที่ 2.2	เปรียบเทียบสมรรถนะของอัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD และอัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST.....	36
ตารางที่ 3.1	การเปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึม.....	69
ตารางที่ 4.1	เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วย อัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบกับค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมนโดยใช้ค่าเริ่มต้น $\bar{\sigma}_1[0]$ ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1).....	122
ตารางที่ 4.2	เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วย อัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบกับค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมนโดยใช้ค่าเริ่มต้น $\bar{\sigma}_1[0]$ ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2).....	122
ตารางที่ 4.3	เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วย อัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่า $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่า $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดในสมการ (4.3.4.1).....	123
ตารางที่ 4.4	เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่า $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่า $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดในสมการ (4.3.4.1).....	124
ตารางที่ 4.5	เปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอด ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) ในช่วง SNR = 10-20 dB.....	127
ตารางที่ 4.6	เปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอด ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ในช่วง SNR = 10-20 dB.....	128
ตารางที่ 4.7	เปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วย อัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้น $\bar{\sigma}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่	

	(4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น $\bar{g}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1).....	129
ตารางที่ 4.8	เปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น $\bar{g}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น $\bar{g}_1[0]$ ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1).....	130
ตารางที่ 4.9	ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อย ที่สุดที่ถูกรวมอลไลซ์ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด เมื่อ $\bar{g}_1[0]$ ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1).....	131
ตารางที่ 4.10	ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อย ที่สุดที่ถูกรวมอลไลซ์ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด เมื่อ $\bar{g}_1[0]$ ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2).....	133



## สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 1.1 การจัดประเภทของเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์.....	3
รูปที่ 2.1 สภาพแวดล้อมของการแพร่กระจายไร้สาย.....	16
รูปที่ 2.2 โครงสร้างเครื่องรับที่ปรับตัวได้.....	26
รูปที่ 3.1 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่มีเงื่อนไขในการประมาณ ช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่ $k$ .....	45
รูปที่ 3.2 กราฟการไหลสัญญาณของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่มีเงื่อนไขในการประมาณ ช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่ $k$ .....	48
รูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่มีเงื่อนไขในการประมาณ ช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่ $k$ .....	53
รูปที่ 3.4 กราฟการไหลสัญญาณของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่มีเงื่อนไขในการประมาณ ช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่ $k$ .....	55
รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี $\bar{\mathbf{g}}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่ $a = 1, 0.1, 0.01$ และ 0.001.....	77
รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบค่าแควเรียนซ์ ( $Q_o$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี $\bar{\mathbf{g}}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่ $a = 1, 0.1, 0.01$ และ 0.001.....	80
รูปที่ 4.3 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี $\bar{\mathbf{g}}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่ $a = 1, 0.1, 0.01$ และ 0.001.....	81
รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี $\bar{\mathbf{g}}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$ กับค่า SNR เมื่อค่าคงที่ $a = 1, 0.1, 0.01$ และ 0.001.....	82
รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการดีเทกต์ข้อมูลด้วย	

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณ  
 ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี  
 $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อ (ก) a = 1 (ข) a = 0.1 (ค) a = 0.01 (ง) a = 0.001 .....83

รูปที่ 4.6 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง  
 แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$   
 ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก) a = 1 และ 0.1 (ข) a = 0.01 และ 0.001.....85

รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบอัตราบิดเบือนผลเฉลยที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง  
 แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$   
 กับค่า SNR เมื่อค่าคงที่ a = 1, 0.1, 0.01 และ 0.001.....86

รูปที่ 4.8 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณ  
 แบบบอดอย่างต่อเนื่องของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$   
 ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1.....88

รูปที่ 4.9 เปรียบเทียบพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้กับจำนวนของการทำซ้ำที่ใช้การ  
 ประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  
 $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  กับค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1.....90

รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ  
 การประมาณช่องสัญญาณแบบบอดอย่างต่อเนื่องด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS  
 ในกรณีที่  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1.....91

รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ  
 การประมาณช่องสัญญาณแบบบอดอย่างต่อเนื่องด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS  
 ในกรณีที่  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  กับค่า SNR  
 เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1 .....92

รูปที่ 4.12 เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการดีเทกต์ข้อมูล  
 ด้วยดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณ  
 ช่องสัญญาณแบบบอดอย่างต่อเนื่องด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS

ในกรณีที่  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อ (ก)  $\bar{\mu} = 1$ , (ข)  $\bar{\mu} = 0.5$ , (ค)  $\bar{\mu} = 0.25$ , (ง)  $\bar{\mu} = 0.1$ .....93

รูปที่ 4.13 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง  
 แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เมื่อค่าช่วงก้าว  $\mu$  มีค่าต่างๆ กัน  
 ในกรณีที่  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 (ก)  $\bar{\mu} = 0.5$  และ 1 (ข)  $\bar{\mu} = 0.25$  และ 0.1.....94

รูปที่ 4.14 เปรียบเทียบอัตราบิดเบือนผลาดเฉลี่ยที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง  
 แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  
 $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  กับค่า SNR  
 เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1.....96

รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ  
 ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี  
 $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อค่าคงที่ (ก)  $a = 1$  (ข)  $a = 0.01$  (ค)  $a = 0.0001$ .....98

รูปที่ 4.16 ส่วนขยายในช่วงการทำซ้ำ 1-50 ครั้ง ของรูปที่ 4.15.....99

รูปที่ 4.17 เปรียบเทียบค่าแควเรเนียนซ์ ( $Q_0$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ  
 ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี  
 $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.01$  และ 0.0001.....101

รูปที่ 4.18 ส่วนขยายในช่วงการทำซ้ำ 1-50 ของรูปที่ 4.17.....102

รูปที่ 4.19 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ  
 การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี  
 $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
 เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.01$  และ 0.0001.....103

รูปที่ 4.20 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ  
 การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน  
 ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  กับค่า SNR

	เมื่อค่าคงที่ $a = 1, 0.01$ และ $0.0001$ .....	104
รูปที่ 4.21	เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการตีเทกต์ข้อมูลด้วยตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก) $a = 1$ (ข) $a = 0.01$ , (ค) $a = 0.0001$ .....	105
รูปที่ 4.22	เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก) $a = 1$ (ข) $a = 0.01$ (ค) $a = 0.0001$ .....	107
รูปที่ 4.23	เปรียบเทียบอัตราบิดผิดผลาดเฉลี่ย (Average BER) ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนในกรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$ กับค่า SNR เมื่อค่าคงที่ $a = 1, 0.01$ และ $0.0001$ .....	108
รูปที่ 4.24	เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่ (ก) $\bar{\mu} = 0.002$ (ข) $\bar{\mu} = 0.0005$ (ค) $\bar{\mu} = 0.00002$ .....	110
รูปที่ 4.25	เปรียบเทียบพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้กับจำนวนของการทำซ้ำที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$ กับค่า SNR = 20 dB เมื่อ $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$ และ $0.00002$ .....	112
รูปที่ 4.26	เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดอย่างต่อเนื่องด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$ กับค่า SNR = 20 dB เมื่อ $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$ และ $0.00002$ .....	113
รูปที่ 4.27	เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการ	

ประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR}$$

เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$  และ  $0.00002$ .....114

รูปที่ 4.28 เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการตีเทกต์ข้อมูล ด้วยดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณ ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

เมื่อ (ก)  $\bar{\mu} = 0.002$ , (ข)  $\bar{\mu} = 0.0005$ , (ค)  $\bar{\mu} = 0.00002$ .....115

รูปที่ 4.29 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เมื่อค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าต่างๆ กัน

$$\text{ในกรณี } \bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$$

ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $\bar{\mu} = 0.002$ , (ข)  $\bar{\mu} = 0.0005$ , (ค)  $\bar{\mu} = 0.00002$ .....116

รูปที่ 4.30 เปรียบเทียบอัตราบิดเบือนผลเฉลยที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR}$$

เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$  และ  $0.00002$ .....117

รูปที่ 4.31 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ

การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและ

อัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนมอดโลซ์ เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่า ดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2) ที่ค่า SNR = 20 dB.....120

รูปที่ 4.32 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับ

การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน

และอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนมอดโลซ์ เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่า ดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2) กับค่า SNR.....121

รูปที่ 4.33 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง

แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด

ที่ถูกรบกวนมอดโลซ์ ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

(ข)  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2).....125

รูปที่ 4.34 เปรียบเทียบค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง  
แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด  
ที่ถูกรบกวนมอดไลซ์ เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2)  
กับค่า SNR .....126

รูปที่ 4.35 เปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมแบบคาลแมนเมื่อมีการ  
จัดกลุ่มที่แตกต่างกัน 2 กลุ่มในสมการที่ (3.3.25) และอัลกอริทึมแบบ NLMS .....132

รูปที่ 4.36 โครงสร้างของเครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบใหม่.....134





## บัญชีคำศัพท์

กราฟการไหลสัญญาณ	Signal-flow graph
กลุ่มสัญญาณข้อมูล	Signal constellation
การกระโดดเปลี่ยนความถี่	Frequency Hopping (FH)
การควบคุมกำลังส่ง	Power control
การถอดรหัสเชิงอนุพันธ์	Differential decoding
การทรานส์ฟอร์มแบบเฮาส์โฮลเดอร์	Householder transformation
การหมุนแบบกิปเวนส์	Givens rotation
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่	Frequency division multiple access (FDMA)
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งเวลา	Time division multiple access (TDMA)
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัส	Code division multiple access (CDMA)
การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัส- ชนิดไคเรกต์ซีควเอนซ์	Direct sequence-code division multiple access (DS-SS)
การเข้ารหัสเชิงอนุพันธ์	Differential encoding
การตัดสินใจแบบป้อนกลับ	Decision feedback
การแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง	Multiple access interference (MAI)
การแทรกสอดภายในเซลล์	Intracell interference
การแทรกสอดระหว่างเซลล์	Inter-cell interference
การแผ่ประวิงเวลา	Delay spread
การแยกองค์ประกอบค่าเอกฐาน	Singular value decomposition (SVD)
การแยกองค์ประกอบเจาะจง	Eigenvalue decomposition (EVD)
การสุ่มค่าตัวอย่าง	Sampling
ข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น	Uplink link
ความซับซ้อนทางข่าวสาร	Informational complexity
ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ถ่วงนอร์มอลไลซ์	Normalized mean square error (NMSE)
ความไม่แน่นอนทางเฟส	Phase ambiguity
ความสัมพันธ์การเลื่อน	Shifting relationship
คลื่นพหุวิถี	Multipath



ค่าคงที่การปรับตัวได้	Adaptation constant
ค่าช่วงก้าว	Step-size
ค่าเจาะจง	Eigenvalue
เครื่องรับแบบขจัดกการแทรกสอดอย่างขนาน	Parallel interference cancellation Receiver (PIC Receiver)
เครื่องรับแบบขจัดกการแทรกสอดอย่างต่อเนื่อง	Successive interference cancellation Receiver (SIC Receiver)
เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์	Multuser receiver
เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้	Adaptive multuser receiver
เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอด	Blind adaptive multuser receiver
เครื่องรับแบบเชิงเส้น	Linear receiver
เครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุด	Optimal receiver
เครื่องรับแบบเหมาะสมรองลงไป	Suboptimal receiver
ช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่เปลี่ยนแปลงตามความถี่	Frequency-selective fading channel
ช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่ไม่เปลี่ยนแปลงตาม- ความถี่	Frequency nonselective fading channel
ช่องสัญญาณแบบกระจายตามความถี่	Dispersive channel
ชิป	Chip
ซอฟต์แฮนด์ออฟ	Soft handoff
ตั้งฉาก	Orthogonal
ตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ	Signal subspace tracker
ประสิทธิภาพเชิงสเปกตรัม	Spectral efficiency
ปรากฏการณ์ใกล้-ไกล	Near-far effect
ปริภูมิย่อย	Subspace
ปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน	Noise subspace
ปริภูมิย่อยศูนย์	Null subspace
ปัญหาการทำให้เหมาะสมที่สุด	Optimization problem
ผลตอบสนองของช่องสัญญาณรวม	Composite channel response

มัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน	Multisuser detection
มัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด	Group-blind multisuser detector
มูลฐานเชิงตั้งฉากปรกติ	Orthonormal basis
เมตริกซ์สามเหลี่ยมบน	Upper triangular matrix
เมตริกซ์แนวทแยงมุม	Diagonal matrix
แมตช์ฟิลเตอร์	Matched filter
โหมดการตัดสินใจโดยตรง	Decision-directed mode
รหัสแผ่	Spreading code
รูปแบบบัญญัติ	Canonical form
ลำดับฝึกฝน	Training sequence
เวกเตอร์เจาะจง	Eigenvector
เวกเตอร์ที่มีอิสระเชิงสถิติ	Statistically independent vector
เวกเตอร์ที่ไม่มีอิสระเชิงสถิติ	Statistically dependent vector
สัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์	Additive white gaussian noise (AWGN)
สถานะอยู่ตัว	Steady-state
สหสัมพันธ์ข้าม	Cross-correlation
ส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉาก	Orthogonal complement
อะซิงโครนัสหรือสัญญาณจากผู้ใช้-	Asynchronous
แต่ละคนมาถึงเครื่องรับไม่พร้อมกัน	
อัตสหสัมพันธ์	Autocorrelation
อัตราบิตผิดพลาด	Bit error rate (BER)
อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด	Signal-to-interference ratio (SIR)
อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน	Signal-to-noise ratio (SNR)

# บทที่ 1

## บทนำ

โดยทั่วไปในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่จะอนุญาตให้ผู้ใช้หลายรายเข้าใช้ทรัพยากรโครงข่ายร่วมกัน ทำให้ต้องมีการจัดการให้ผู้ใช้แต่ละรายสามารถเข้าใช้ทรัพยากรโครงข่ายด้วยความเท่าเทียมกัน การจัดการดังกล่าวเรียกว่า การเข้าถึงหลายทาง (Multiple access) โดยในระบบสื่อสารเคลื่อนที่เซลลูลาร์แบบแอนาล็อกยุคที่ 1 จะใช้เทคนิคการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่ (Frequency division multiple access: FDMA) ซึ่งผู้ใช้แต่ละคนถูกแยกใช้ในช่องสัญญาณที่คนละความถี่ ในช่วงเวลาต่อมา พบว่า การจัดสรรทรัพยากรความถี่เพียงอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอต่อผู้ใช้ที่เพิ่มมากขึ้นได้ จึงนำไปสู่การพัฒนาในระบบสื่อสารเคลื่อนที่เซลลูลาร์แบบดิจิทัลยุคที่ 2 เพื่อให้สามารถรองรับจำนวนผู้ใช้ที่เพิ่มมากขึ้น โดยใช้เทคนิคการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งเวลา (Time division multiple access: TDMA) ซึ่งผู้ใช้แต่ละคนถูกแยกใช้ในช่องสัญญาณที่มีความถี่เดียวกันแต่คนละเวลา อย่างไรก็ตามวิธีการเข้าถึงหลายทางทั้ง 2 แบบยังมีข้อจำกัดที่สำคัญในด้านความจุของระบบ ทำให้มีการพัฒนาวิธีการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัส (Code division multiple access: CDMA) ขึ้นมาอีก โดยเรียกระบบสื่อสารที่ใช้วิธีการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสว่า ระบบ CDMA

ระบบ CDMA เป็นระบบที่ผู้ใช้ทุกคนสามารถเข้าถึงช่องสัญญาณที่ความถี่และเวลาเดียวกันได้แต่จะถูกแยกด้วยรหัสเฉพาะของแต่ละคน ระบบ CDMA สามารถแบ่งได้ 3 ประเภท คือ 1) แบบการกระโดดเปลี่ยนความถี่ (Frequency hopping) 2) แบบการกระโดดเปลี่ยนเวลา (Time hopping) และ 3) แบบการจัดลำดับเข้าถึงโดยตรง (Direct sequence) [1] สำหรับวิทยานิพนธ์นี้พิจารณาเฉพาะระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสชนิดจัดลำดับเข้าถึงโดยตรง (Direct sequence code division multiple access: DS/CDMA) เท่านั้น เนื่องจากเป็นประเภทที่มีความซับซ้อนต่ำและได้นำไปใช้ในเชิงพาณิชย์แล้ว ระบบ DS/CDMA มีคุณสมบัติที่ดีหลายประการ คือ 1. ความจุที่เปลี่ยนแปลงสามารถเปลี่ยนแปลงได้ (Soft capacity) 2. มีซอฟต์แวร์แฮนด์ออฟ (Soft handoff) 3. ความสามารถต่อต้านพหุวิถี (Anti-multipath capabilities) เป็นต้น [2-3] ซึ่งทำให้ CDMA มีความน่าสนใจอย่างมากในพจน์ของความจุของระบบ เหนือกว่าวิธีการเข้าถึงหลายทางทั้งแบบ FDMA และแบบ TDMA

เนื้อหาของวิทยานิพนธ์ในบทนี้กล่าวถึงระบบ DS/CDMA แบบธรรมดาและปัญหาที่เกิดขึ้น จากนั้นจะอธิบายถึงเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ (Multiuser receivers) ประเภทต่างๆ ที่ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบ CDMA ท้ายสุดจะกล่าวถึงรายละเอียดและปัญหาของ

การประมาณช่องสัญญาณของเครื่องรับที่ให้ความสนใจในงานวิทยานิพนธ์นี้ รวมทั้งแนวทาง วัตถุประสงค์ ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ ขั้นตอนการดำเนินงาน ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ และ ภาพรวมของเนื้อหาในแต่ละบทของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

### 1.1 ระบบ DS- CDMA แบบธรรมดา

ระบบ DS-CDMA อะซิงโครนัสแบบธรรมดาอนุญาตให้ผู้ใช้แต่ละคนสามารถส่งและรับ สัญญาณได้อย่างอิสระ เครื่องรับแบบธรรมดาแต่ละเครื่องที่ใช้ในระบบ DS-CDMA หรือที่เรียกว่า เครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์ (Matched filter) นั้นจะใช้เพียงรหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่ต้องการสำหรับ ถอนการแผ่ (Despread) จากสัญญาณที่ได้รับ ผลจากการถอนการแผ่ข้างต้นนี้ทำให้เกิดค่า สหสัมพันธ์ข้าม (Cross-correlation) ระหว่างรหัสแผ่ของผู้ใช้ขึ้น ในกรณีที่รหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละ คนตั้งฉากกัน (Orthogonal) อย่างสมบูรณ์ เครื่องรับแบบธรรมดานี้จะกลายเป็นเครื่องรับแบบ เหมาะที่สุด (Optimum receiver) [4] แต่ในทางปฏิบัติช่องสัญญาณมีความเป็นอะซิงโครนัส ฉะนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะสามารถออกแบบให้รหัสแผ่ของผู้ใช้ทุกคนตั้งฉากกันอย่างสมบูรณ์ทุกค่า ของออฟเซตเวลาที่เกิดขึ้น ผลของการไม่ตั้งฉากกันอย่างสมบูรณ์ระหว่างรหัสแผ่นี้ทำให้เกิดการ แทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง (Multiple Access Interference: MAI) และเครื่องรับแบบ ธรรมดานี้พิจารณาการแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางเสมือนว่าเป็นสัญญาณรบกวนแทน ดังนั้นหากจำนวนผู้ใช้เข้ามาในระบบมีมากเกินไปอาจทำให้อัตราผิดพลาด (Bit error rate: BER) มีค่าสูง ซึ่งเท่ากับว่าความจุของระบบถูกจำกัดด้วยสัญญาณแทรกสอดนั่นเอง

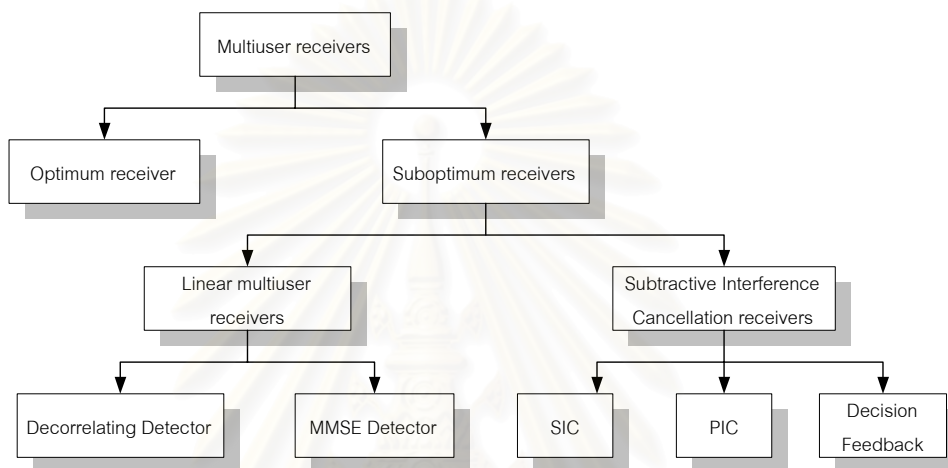
นอกจากนี้ถ้ากำลังของสัญญาณที่รับได้จากผู้ใช้แต่ละคนมีค่าไม่เท่ากันอาจส่งผลให้เกิด การรบกวนกัน คือ ผู้ใช้ที่มีกำลังของสัญญาณแรงจะไปรบกวนสัญญาณของผู้ใช้ที่มีกำลัง สัญญาณต่ำได้ ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากผู้ใช้แต่ละคนอยู่ห่างสถานีฐานไม่เท่ากัน ปรากฏการณ์นี้ถูก เรียกว่า “ปรากฏการณ์ใกล้-ไกล (Near-far effect)” ฉะนั้นจึงต้องมีการควบคุมกำลัง (Power control) ส่งเพื่อให้กำลังสัญญาณของผู้ใช้ทุกคนที่มาถึงเครื่องรับมีค่าเท่ากัน การควบคุมกำลังส่ง ข้างต้นเป็นการเพิ่มความซับซ้อนให้แก่ระบบ และความไม่แม่นยำของการควบคุมกำลังจะมี ผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบอย่างมาก

### 1.2 มัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน (Multiuser detection: MUD)

จากปัญหาของเครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์ที่ได้กล่าวถึงข้างต้น เมื่อความจุของระบบ DS-CDMA ถูกจำกัดด้วย MAI ซึ่งมาจากผู้ใช้ภายในเซลล์เดียวกันและระหว่างเซลล์ (Intracell and Intercell interference) ดังนั้นในทางปฏิบัติเมื่อมีผู้ใช้เข้ามาในระบบเพิ่มมากขึ้น คุณภาพ ของการให้บริการย่อมลดลง จึงได้มีผู้เสนอเครื่องรับที่กำจัดผลของ MAI ซึ่งเรียกเครื่องรับประเภท

นี้ว่า “มัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน (Multiuser detection)” [4] ด้วยการออกแบบที่เหมาะสมของเครื่องแบบมัลติยูสเซอร์นี้ซึ่งคำนึงถึงโครงสร้างของ MAI ทำให้สามารถเพิ่มประสิทธิภาพเชิงสเปกตรัม (Spectral efficiency) รวมทั้งลดกำลังงานขาออก และความหนาทานของระบบเพื่อต่อต้านภาวะที่ขาดความสมดุลในกำลังที่ได้รับของผู้ใช้คนต่างๆ ได้

เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ แบ่งออกได้ 2 ประเภทหลักๆ คือเครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุด (Optimum receiver) และเครื่องรับแบบเหมาะสมรองลงไป (Suboptimum receivers) ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 การจัดประเภทของเครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์

### 1.2.1 เครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal receiver) [4]

เครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุดใช้หลักการของ Maximum-Likelihood Sequence Estimation (MLSE) ในการหาลำดับของบิตข้อมูลที่ส่งมา คือ พิจารณาบิตข้อมูลของผู้ใช้ทั้งหมดที่รับได้ จากนั้นจึงหาบิตข้อมูลที่เหมาะสมกับบิตที่รับได้ให้มากที่สุด เครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุดนี้มีสมรรถนะที่ดีมากแต่มีข้อเสียที่สำคัญ คือ ถ้าผู้ใช้ทั้งหมดมี  $K$  คน ความน่าจะเป็นที่จะสร้างชุดบิตของผู้ใช้  $K$  คนเป็นไปได้อย่างทั้งหมด  $2^K$  แบบ เป็นเหตุให้เครื่องรับต้องทำการเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ว่าเหมือนกับชุดบิตข้อมูลทั้งหมด  $2^K$  แบบ แบบใดมากที่สุด ซึ่งวิธีดังกล่าวนี้มีความซับซ้อนเพิ่มตามจำนวนผู้ใช้แบบเอ็กซ์โพเนนเชียลและจำเป็นต้องทราบค่าพารามิเตอร์ของระบบหลายค่าด้วย

### 1.2.2 เครื่องรับแบบเหมาะสมรองลงไป (Suboptimal receivers)

เครื่องรับแบบเหมาะสมรองลงไป เป็นเครื่องรับที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าแต่มีสมรรถนะที่ต่ำกว่าเครื่องรับแบบเหมาะสมที่สุด ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทหลักๆ คือ



1.2.2.1 **เครื่องรับแบบเชิงเส้น (Linear multiuser receivers)** คือ เครื่องรับที่ใช้วิธีการแปลงเชิงเส้น (Linear Transform) กับสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ เพื่อที่จะลดผลของการแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางที่ผู้ใช้แต่ละคนมีต่อกัน เครื่องรับแบบเชิงเส้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

- **ดีเทกเตอร์แบบดีคอรีเลต (Decorrelating Detector: DD)** [4-6] สัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้แต่ละคนถูกนำไปคูณเข้ากับเมตริกซ์ผกผันของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม (Cross-correlation Matrix) ของรหัสแผ่ของผู้ใช้ทุกคนในระบบ
- **ดีเทกเตอร์แบบค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด (Minimum Mean Squared Error Detector: MMSE Detector)** [4, 7] เครื่องรับชนิดนี้ใช้เทคนิคเช่นเดียวกับดีเทกเตอร์แบบดีคอรีเลต แต่ต่างกันที่เมตริกซ์ผกผันที่นำมาคูณจะคิดผลของสัญญาณรบกวนรวมเข้าไปด้วย ดังนั้นเครื่องรับชนิดนี้ให้ผลที่ดีกว่าในกรณีที่ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio: SNR) มีค่าต่ำ

1.2.2.2 **เครื่องรับที่ใช้หลักการของการขจัดสัญญาณแทรกสอดโดยการหักล้าง (Subtractive Interference Cancellation Receivers)** หลักการของเครื่องรับกลุ่มนี้คือ สร้าง MAI ของผู้ใช้คนที่เครื่องรับไม่ต้องการจากนั้นนำไปหักล้างจากสัญญาณที่รับได้และผ่านเครื่องรับแมตซ์ฟิลเตอร์อีกครั้ง ซึ่งแบ่งได้ 3 ประเภท คือ

- **เครื่องรับแบบจัดการแทรกสอดอย่างขนาน (Parallel Interference Cancellation: PIC)** [8-9] หลักการของเครื่องรับชนิดนี้คือ นำบิตข้อมูลของผู้ใช้ทุกคนที่ตัดสินใจจากเครื่องรับแมตซ์ฟิลเตอร์มา สร้างสัญญาณของผู้ใช้ทุกคน จากนั้นนำสัญญาณของผู้ใช้ทุกคนที่สร้างได้ยกเว้นผู้คนที่ต้องการไปหักล้างจากสัญญาณที่รับได้พร้อมกันทุกคน ต่อมานำสัญญาณที่หักล้างแล้วไปผ่านเข้าเครื่องรับแมตซ์ฟิลเตอร์อีกครั้งหนึ่งและนำไปตัดสินใจบิต
- **เครื่องรับแบบจัดการแทรกสอดอย่างต่อเนื่อง (Successive Interference Cancellation: SIC)** [4, 8] หลักการของเครื่องรับชนิดนี้คือ ทำการเรียงลำดับผู้ใช้ตามขนาดสัญญาณที่รับได้ จากนั้นนำบิตที่ตัดสินใจได้จากเครื่องรับแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่มีกำลังสัญญาณที่รับได้แรงที่สุดมาสร้าง MAI ขึ้นมาและนำไปหักล้างออกจากสัญญาณที่สถานีฐานรับได้และผ่านเข้าเครื่องรับแมตซ์ฟิลเตอร์อีกครั้งเพื่อตัดสินใจบิตของผู้ใช้คนที่มีกำลังสัญญาณแรงรองลงมา จากนั้นนำบิตที่ตัดสินใจได้นี้ไปสร้างเป็น MAI ของผู้ใช้นั้น ทำซ้ำเช่นนี้ไปจนถึงผู้ใช้คนที่เครื่องรับต้องการ ดังนั้นถ้าจำนวนผู้ใช้ที่เข้ามาในระบบมีจำนวนมากและผู้ใช้คนที่เครื่องรับต้องการมีกำลังสัญญาณต่ำที่สุดจะทำให้เกิดการประวิงเวลาสูง

- **เครื่องรับแบบป้อนกลับ (Decision Feedback)** [5, 8] หลักการของเครื่องรับชนิดนี้ คือ นำสัญญาณของผู้ใช้คนอื่น ๆ มาป้อนกลับเพื่อช่วยในการกำจัด MAI โดยต้องทำการหวนเวลาและคำนวณหา Cholesky decomposition ให้กับเมตริกซ์พร้อมทั้งหาเมตริกซ์ผกผันซึ่งมีความซับซ้อนมาก

### 1.3 เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ (Adaptive multiuser receivers)

เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ได้กล่าวข้างต้นทั้งเครื่องรับแบบเชิงเส้นและเครื่องรับที่ใช้หลักการของการขจัดสัญญาณแทรกสอดโดยการหักล้าง พบว่า มีความซับซ้อนที่สูงกว่าเครื่องรับแบบธรรมดาและต้องการข้อมูลข่าวสารต่างๆ เช่น แอมพลิจูด, เฟส, ไทม์มิงและลำดับสัญญาณ (Signature sequence) หรือลำดับรหัสแฉ่ของผู้ใช้คนแต่ละคนเพื่อให้เครื่องรับแต่ละชนิดสามารถทำงานได้อย่างเหมาะสม ดังนั้นเพื่อขจัดความต้องการข่าวสารต่างๆ ข้างต้น งานวิจัยในเวลาต่อมาจึงนำไปสู่การพัฒนาเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ โดยส่วนใหญ่ พบว่าโครงสร้างของเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้สามารถใช้ประโยชน์จากการประมวลผลค่าตัวอย่าง (Sample) ของสัญญาณที่ได้รับโดยตรง ทำให้สามารถขจัดแฉ่ของแมตซ์ฟิลเตอร์ (Matched filter bank) ซึ่งถือเป็นข้อแตกต่างอันหนึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องรับทั้งแบบเชิงเส้นและเครื่องรับที่ใช้หลักการของการขจัดสัญญาณแทรกสอดโดยการหักล้างข้างต้น

เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้โดยใช้ลำดับการฝึกฝน (Training sequence) และเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอด (Blind) เครื่องรับทั้ง 2 ประเภทนี้มีสมรรถนะที่ดีกว่าเครื่องรับแบบธรรมดาเป็นอย่างมาก

#### 1.3.1 เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้โดยใช้ลำดับการฝึกฝน (Adaptive multiuser receivers using training sequence)

เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้โดยใช้ลำดับการฝึกฝนยังสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ ดีคอรีเลตตีเทกเตอร์เตอร์ที่ปรับตัวได้ (Adaptive decorrelating detectors) [10, 11] และดีเทกเตอร์เตอร์ที่ปรับตัวได้แบบค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด (Adaptive MMSE detectors) [12, 13] อย่างไรก็ตาม ดีเทกเตอร์เตอร์แบบ MMSE มีความเหมาะสมมากกว่าดีคอรีเลตตีเทกเตอร์ สำหรับการนำไปใช้งานแบบปรับตัวได้

นอกจากนี้ยังมีใช้การตัดสินใจแบบป้อนกลับ (Decision feedback) ร่วมกับดีคอรีเลตตีเทกเตอร์เตอร์ที่ปรับตัวได้ [10] และดีเทกเตอร์เตอร์ที่ปรับตัวได้แบบค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด [14, 15] อีกด้วย



- **หลักการทํางานของเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้**

ในส่วนนี้จะอธิบายถึงหลักการทํางานของเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ โดยเฉพาะกรณีของดีเทกเตอร์เตอร์ที่ปรับตัวได้แบบค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด [16]

เริ่มจาก เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ต้องการให้เครื่องส่งแต่ละเครื่องส่งลำดับการฝึกฝน (Training sequence) ของข้อมูลที่ส่งและความรู้แบบหยาบของไทม์มิงของผู้ใช้คนที่ต้องการในช่วงเริ่มต้นก่อนการส่งข้อมูลจริง โดยทางด้านเครื่องรับจะใช้กฎการปรับตัวได้ (Adaptive law) เพื่อปรับการทราฟฟมเชิงเส้นของเครื่องรับในขณะที่ลำดับการฝึกฝนกำลังถูกส่ง การปรับตัวในช่วงแรกนี้เรียกว่า “โหมดการฝึกฝน (Training mode)” หลังสิ้นสุดระยะการฝึกฝน (Training phase) แล้วเครื่องรับสามารถดำเนินการต่อไปเพื่อปรับตัวใน **โหมดการตัดสินใจโดยตรง (Decision-directed mode)** ซึ่งเป็นการปรับตัวในระหว่างการส่งข้อมูลจริงและการตัดสินใจบิตข้อมูลที่ได้จะถูกป้อนกลับสำหรับการปรับตัวต่อไป

ปัญหาที่สำคัญของเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้ คือ เมื่อเวลาใดก็ตามที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรุนแรงในสภาพแวดล้อมของช่องสัญญาณ ได้แก่ การเปิดที่รุนแรงหรือมีผู้ใช้รายอื่นที่มีกำลังแรงกว่าเข้ามาหรือมีองค์ประกอบพหุวิถีใหม่เกิดขึ้นสำหรับผู้ใช้อื่นๆ จะมีผลทำให้การปรับตัวในโหมดการตัดสินใจโดยตรงไม่มีความน่าเชื่อถือเกิดขึ้น และการส่งข้อมูลของผู้ใช้คนที่ต้องการต้องหยุดลงชั่วคราวและยอมให้มีการส่งลำดับการฝึกฝนใหม่ ทำให้ต้องมีการส่งลำดับการฝึกฝนเป็นระยะๆ เพื่อปรับการทราฟฟมเชิงเส้นของเครื่องรับใหม่ ดังนั้นความน่าเชื่อถือของลำดับการฝึกฝนจึงกลายเป็นภาวะที่สำคัญในระบบ CDMA แต่การใช้ลำดับการฝึกฝนบ่อยครั้งเป็นการสิ้นเปลืองแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณ

ดังนั้นเพื่อที่จะแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นข้างต้นโดยไม่ต้องมีการใช้ลำดับการฝึกฝน จึงได้มีการพัฒนาเครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอด (Blind adaptive multiuser receivers) ขึ้นมา ซึ่งจะได้กล่าวถึงรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

### 1.3.2 เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอด (Blind adaptive multiuser receivers)

เครื่องรับชนิดนี้มีจุดเด่นที่สามารถปรับตัวได้โดยไม่ต้องใช้ลำดับการฝึกฝน (Training sequence) ลักษณะการปรับตัวแบบนี้เรียกกันว่า “การปรับตัวแบบบอด (Blind adaptation)” เครื่องรับมัลติยูสเซอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอดแบ่งประเภทตามความรู้ที่เครื่องรับต้องการได้ 3 ประเภท [17] คือ

1. **เครื่องรับที่ทราบไทม์มิง** (หรือช่องสัญญาณการแพร่) และรูปลักษณ์การแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ ได้แก่ เครื่องรับในงานวิจัย [16, 18-19] เป็นต้น

2. เครื่องรับที่ทราบเพียงรูปคลื่นการแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ ได้แก่ เครื่องรับในงานวิจัย [17] เป็นต้น
3. เครื่องรับที่ไม่ทราบข่าวสารใดๆ เกี่ยวกับผู้ใช้ที่สนใจ นอกจากข้อเท็จจริงที่ว่า สัญญาณที่ต้องการถูกมอดูเลตแบบดิจิทัล คุณ อัตราการส่งข้อมูลที่กำหนด โดยทั่วไป เครื่องรับประเภทนี้ถูกประยุกต์ใช้งานกับระบบแถบแคบ (Narrowband system) และการประมวลผลแถวลำดับ (Array processing) แต่ยังไม่เหมาะสมในการประยุกต์ใช้งานกับระบบ CDMA

ในวิทยานิพนธ์นี้ ผู้วิจัยมุ่งเน้นศึกษาเครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบบอดประเภทแรกเป็นหลัก โดยเฉพาะเครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบบอดบนพื้นฐานปริภูมิย่อย [18-19] ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาเครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอดบนพื้นฐานปริภูมิย่อย [20] ซึ่งถูกนำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

เครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบบอดประเภทแรกนี้ต้องการความรู้เกี่ยวกับไทม์มิงและรูปคลื่นการแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ ดังนั้น เครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบบอดประเภทนี้มีความซับซ้อนทางข่าวสาร (Informational complexity) เหมือนกับเครื่องรับแบบธรรมดาแต่มีสมรรถนะที่ดีกว่าอย่างมาก จากความต้องการดังกล่าวนี้ทำให้เครื่องรับกลุ่มแรกมีความเหมาะสมเป็นอย่างมากต่อการใช้งานในสภาพแวดล้อมข่ายเชื่อมโยงขาลงรายละเอียดเครื่องรับประเภทนี้มีดังนี้

### 1.3.2.1 ดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอดเพื่อให้พลังงานเอาต์พุตมีค่าต่ำที่สุด (Minimum Output Energy (MOE) blind adaptive multiuser detector)

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นนี้เป็นเครื่องรับแบบบอดรูปแบบแรกที่ถูกพัฒนาขึ้น [17] โดยแสดงอยู่ในรูปแบบแบบบัญญัติ (Canonical form) ซึ่งเป็นผลรวมขององค์ประกอบ 2 ส่วนที่ตั้งฉากกัน องค์ประกอบอันหนึ่งได้แก่ รูปคลื่นสัญญาณ (Signature waveform) ของผู้ใช้คนที่สนใจ ดีเทกเตอร์เชิงเส้นนี้อยู่บนพื้นฐานเงื่อนไขการทำให้พลังงานเอาต์พุตเฉลี่ยมีค่าต่ำที่สุด ใน [17] พิสูจน์ให้เห็นว่าเงื่อนไขการทำให้พลังงานเอาต์พุตเฉลี่ยมีค่าต่ำที่สุดสมมูลกับการทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยมีค่าต่ำที่สุดและดีเทกเตอร์เชิงเส้นนี้เข้าสู่ดีเทกเตอร์แบบค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด

สมรรถนะของดีเทกเตอร์นี้จะขึ้นอยู่กับความรู้ที่ถูกต้องของรูปคลื่นสัญญาณ (Signature waveform) ของผู้ใช้คนที่ต้องการเป็นอย่างมาก ฉะนั้นถ้ามีการแทรกสอดพหุวิถีเกิดขึ้น ทำให้มีการไม่แมตช์กัน (Mismatch) ของรูปคลื่นสัญญาณ ส่งผลให้สมรรถนะของดีเทกเตอร์แยกลง

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอดนี้ยังสามารถขยายไปสู่เครื่องรับกลุ่มที่ 2 ซึ่งทราบเพียงรูปคลื่นการแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ [17] ได้อีกด้วย

### 1.3.2.2 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอดบนพื้นฐานของปริภูมิย่อย (Blind linear detector based on subspace)

มัลติยูสเซอร์ดีเทกชันเชิงเส้นแบบบอดโดยใช้เทคนิคปริภูมิย่อยเป็นแบบแผนมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันอันใหม่ถูกพัฒนาขึ้นเป็นครั้งแรกอย่างละเอียดในงานวิจัย [18-19] ซึ่งจะได้ดีคอรรีเลตดีเทกเตอร์และดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุดในรูปแบบบอด นั่นคือดีเทกเตอร์ทั้งสองสามารถสร้างขึ้นได้ทั้งกรณีที่มีการประมาณจากสัญญาณที่ได้รับด้วยความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับไทม์มิงและรูปคลื่นการแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจและกรณีของรูปแบบการดำเนินการปรับตัวแบบบอด (Blind adaptive implementation) ได้โดยใช้อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ ดีเทกเตอร์ทั้งสองซึ่งสามารถขจัดได้ทั้งการแทรกสอดจากเข้าถึงหลายทางและการแทรกสอดระหว่างสัญญาณถูกสร้างอยู่ในรูปสำเร็จ (Closed form) ที่ประกอบด้วยพจน์ต่างๆ ขององค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณ

ในงานวิจัย [18] แสดงให้เห็นว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้แบบบอดบนพื้นฐานของปริภูมิย่อยมีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำกว่าและมีสมรรถนะที่ดีกว่าในพจน์ต่างๆ ของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด (SIR) ในสถานะอยู่ตัว (Steady-state) เมื่อเปรียบเทียบกับ ดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบบอดเพื่อให้พลังงานเอาต์พุตมีค่าต่ำที่สุด [16]

นอกจากนี้ ภายในโครงสร้างปริภูมิย่อยสามารถขยายไปยังช่องสัญญาณเฟดดิ้งที่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ (Frequency-selective fading channels) [18] และช่องสัญญาณแบบกระจายตามความถี่ (Dispersive channels) [19] เป็นต้น

### 1.3.2.3 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดบนพื้นฐานของปริภูมิย่อย (Group-Blind linear detector based on subspace)

ในช่วงเวลาต่อมา เทคนิคปริภูมิย่อยจากงานวิจัย [18-19] ถูกขยายไปยังสภาพแวดล้อมระบบ CDMA ข่ายเชื่อมโยงขา (Uplink) ขึ้น โดย Wang และ Host-Madsen [20] จากเหตุผลที่ว่าทางสถานีฐานมีความรู้ของลำดับการแผ่ของกลุ่มผู้ใช้ที่อยู่ในเซลล์ แต่ไม่มีความรู้ของลำดับการแผ่ของผู้ใช้คนจากเซลล์ข้างเคียงอื่นๆ ฉะนั้น ถ้าใช้ประโยชน์จากลำดับการแผ่ของผู้ใช้คนอื่นๆ ที่อยู่ในเซลล์มาพิจารณาพร้อมด้วยแล้ว จะทำให้วิธีการดังกล่าวนี้มีสมรรถนะที่เหนือกว่าวิธีการแบบบอดที่ใช้ประโยชน์เพียงลำดับการแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจเท่านั้นในการดีเทกต์ข้อมูลของผู้ใช้แต่ละคน แนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ครั้งแรกในงานวิจัย [21] โดยมีการพัฒนาทั้งดีเทกเตอร์เชิงเส้นและดีเทกเตอร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นสำหรับระบบ CDMA แบบซิงโครนัส

ดีเทกเตอร์ตระกูลใหม่ที่ถูกพัฒนาสำหรับสภาพแวดล้อมระบบ CDMA ข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น ถูกเรียกว่า “มัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด (Group-blind multiuser detectors)”

เช่นเดียวกับกรณีของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอด ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดสามารถสร้าง ขึ้นได้ทั้งจากกรณีการประมาณจากสัญญาณที่ได้รับด้วยความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับไทม์มิงและ รูปคลื่นการแผ่ของกลุ่มผู้ใช้ภายในเซลล์และกรณีของรูปแบบการดำเนินการปรับตัวแบบบอดได้ โดยใช้อัลกอริทึมการติดตามปริมาณย่อยของสัญญาณซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้มุ่งเน้นไปที่กรณี หลังเป็นหลัก เช่นกัน

เทคนิคต่างๆ ของมัลติยูสเซอร์ดีเทกชันเชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดบนพื้นฐานปริมาณย่อย คือ จะสามารถจัดการแทรกสอดภายในเซลล์ (Intracell Interference) โดยใช้ความรู้ของลำดับการ แผ่และช่องสัญญาณพหุวิถีที่ถูกประมาณขึ้นของกลุ่มผู้ใช้ที่อยู่ในเซลล์เดียวกันและทำการจัดการ แทรกสอดระหว่างเซลล์ (Inter-cell Interference) อย่างบอดได้

- **การแบ่งประเภทของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด**

ในงานวิจัย [20] ได้พัฒนาดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดบนพื้นฐานปริมาณย่อยขึ้นมา 2 รูปแบบ โดยอาศัยมุมมองของการประมาณปริมาณย่อยของสัญญาณที่แตกต่างกัน กล่าวคือ

**ในรูปแบบที่ 1** การประมาณปริมาณย่อยของสัญญาณจะมีโครงสร้างเจาะจง (Eigen-structure) ที่พิจารณาปริมาณย่อยของสัญญาณเฉพาะส่วนของผู้ใช้จากเซลล์ข้างเคียง

**ในรูปแบบที่ 2** การประมาณปริมาณย่อยของสัญญาณจะมีโครงสร้างเจาะจงที่พิจารณา ปริมาณย่อยของสัญญาณของผู้ใช้ทั้งหมดในระบบ

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดทั้ง 2 รูปแบบสามารถแสดงอยู่ในรูปสำเร็จ (Closed form) โดยรายละเอียดต่างๆ และข้อเปรียบเทียบของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดทั้ง 2 รูปแบบข้างต้น จะได้อธิบายในบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.7

ในแต่ละรูปแบบของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดข้างต้นยังแบ่งย่อยได้อีก 3 ประเภท โดยแต่ละประเภทมีหลักการทำงาน ดังนี้คือ

1. **ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดการบังคับเป็นศูนย์ (Group-Blind Linear Zero-forcing Detector)**

หลักการทำงานของดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดการบังคับเป็นศูนย์ คือ สัญญาณแทรก สอดจากกลุ่มผู้ใช้คนที่อยู่ภายในเซลล์ถูกขจัดออก (Null out) โดยการโปรเจกต์สัญญาณที่ได้รับไป บนปริมาณย่อยเชิงตั้งฉากของปริมาณย่อยสัญญาณของผู้ใช้เหล่านี้ ส่วนสัญญาณแทรกสอดจากกลุ่ม ผู้ใช้คนที่อยู่ในเซลล์ข้างเคียงจะถูกขจัดออกโดยการระบุ (Identify) ปริมาณย่อยที่ถูกแผ่ทั่วโดยผู้ใช้ เหล่านี้ โดยการทรานฟอร์มแบบเชิงเส้นของปริมาณย่อยนี้บนมาตรฐานการบังคับเป็นศูนย์



## 2. ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม (Group-Blind Linear Hybrid Detector)

หลักการการทำงานของดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม คล้ายกับ หลักการทำงานของ ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดการบังคับเป็นศูนย์ แต่ต่างกันที่ส่วนสัญญาณแทรกสอดจากกลุ่ม ผู้ใช้คนที่อยู่ในเซลล์ข้างเคียงจะถูกขจัดออกโดยการระบุปริมาณย่อยที่ถูกแผ่ทั่วโดยผู้ใช้นี้ โดยการทรานฟอร์มแบบเชิงเส้นของปริมาณย่อยนี้บนมาตรฐานค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย ต่ำที่สุด (MMSE) แทน

## 3. ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด (Group-Blind Linear MMSE Detector)

หลักการการทำงานของดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด คือ สัญญาณแทรกสอดจากกลุ่มผู้ใช้งานที่อยู่ในเซลล์และสัญญาณแทรกสอดจากกลุ่ม ผู้ใช้งานที่อยู่ในเซลล์ข้างเคียงถูกขจัดออกโดยแยกจากกันภายใต้มาตรฐานค่าความผิดพลาดกำลัง สองเฉลี่ยต่ำที่สุด (MMSE) การจัดการแทรกสอดจากกลุ่มผู้ใช้งานที่อยู่ในเซลล์ข้างเคียงอาศัยการ ระบุ (Identification) ปริมาณย่อยสัญญาณที่ถูกแผ่ทั่วโดยผู้ใช้นี้เป็นสำคัญ

### 1.4 ปัญหาในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับเครื่องรับในงานวิทยานิพนธ์นี้

พิจารณาสภาพแวดล้อมข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น โหมบายทำการส่งสัญญาณไปยังสถานีฐาน ผ่านช่องสัญญาณไร้สาย ผลของการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณไร้สายจะทำให้สัญญาณที่ ได้รับทั้งหมดที่เครื่องรับของสถานีฐานซึ่งเป็นการซ้อนทับของสัญญาณของผู้ใช้ทุกๆ คน บวกกับ สัญญาณรบกวน เกิดความผิดเพี้ยนทางเฟส แอมพลิจูด หรือ ความถี่ขึ้น รวมทั้งการแทรกสอด ระหว่างสัญลักษณ์ เป็นต้น

การประมาณช่องสัญญาณ (Channel estimation) เป็นกระบวนการแสดงคุณลักษณะ ผลกระทบของช่องสัญญาณไร้สายข้างต้น โดยในวิทยานิพนธ์นี้ คือ จะใช้การประมาณ ช่องสัญญาณทางด้านเครื่องรับเพื่อประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณรวม (Composite channel response) ของผู้ใช้งานที่ต้องการ ตามรูปแบบและโครงสร้างของการจำลองสัญญาณ (Signal model) ของงานวิจัย [20, 22]

ผลตอบสนองของช่องสัญญาณรวมที่ประมาณได้นี้จะบรรจุด้วยข่าวสารที่เกี่ยวข้องกับไทม์มิง และอัตราขยายเชิงซ้อนของช่องสัญญาณพหุวิถีของผู้ใช้คนที่ต้องการ ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ อีกส่วนหนึ่งในการสร้างดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดขึ้นมา

ในวิทยานิพนธ์นี้ ผู้วิจัยใช้วิธีการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดบนพื้นฐานปริภูมิย่อย สำหรับการประมาณช่องสัญญาณ โดยวิธีการนี้จะใช้ข้อมูล 3 ส่วน คือ 1) สัญญาณที่ได้รับ 2) การประมาณองค์ประกอบของปริภูมิย่อย และ 3) รหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ

หลักการของการประมาณช่องสัญญาณโดยวิธีปริภูมิย่อย คือ จะใช้ประโยชน์จากการตั้งฉากกันระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Signal subspace) และปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน (Noise subspace) [19, 23-24]

วิธีการมาตรฐาน [20, 22] สำหรับประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ พบว่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ประมาณได้มีค่าเท่ากับ เวกเตอร์เจาะจงต่ำที่สุด (Minimum eigenvector) ของเมตริกซ์ผลคูณระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนและเมตริกซ์รหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ วิธีการนี้เหมาะสมกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดที่ถูกประมาณจากสัญญาณที่ได้รับและใช้วิธีการแยกองค์ประกอบเจาะจง (Eigenvalue decomposition: EVD) ของเมตริกซ์อัตราสหสัมพันธ์ของสัญญาณที่ได้รับเพื่อคำนวณหาองค์ประกอบปริภูมิย่อย แต่ไม่เหมาะที่จะนำมาใช้งานกับเครื่องรับที่ปรับตัวได้ในงานวิทยานิพนธ์นี้ เพราะจะต้องมีการคำนวณปริภูมิย่อยของสัญญาณ รบกวนซึ่งเป็นการเพิ่มความซับซ้อนให้กับเครื่องรับและไม่สอดคล้องกับการทำงานของส่วนของ ตัวติดตามปริภูมิย่อยที่จะทำการอัปเดตเฉพาะองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณเท่านั้น

### 1.5 วิธีการที่มีผู้เสนอเพื่อหลีกเลี่ยงการคำนวณปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน

ในงานวิจัย [25] เสนอวิธีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential channel estimation method) ซึ่งใช้ข้อมูล 3 ส่วนในการทำงาน คือ 1) สัญญาณที่ได้รับ 2) การประมาณองค์ประกอบของปริภูมิย่อยของสัญญาณ และ 3) รหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่ต้องการ และเลือกใช้อัลกอริทึมแบบคาลแมน (Kalman-type algorithm) [26-27] ในการประมาณช่องสัญญาณ ซึ่งเรียกวิธีการดังกล่าวว่า “การติดตามแบบคาลแมน (Kalman tracking)” วิธีการนี้สามารถประมาณรูปคลื่นสัญญาณรวม (Composite signature waveform) ของกลุ่มผู้ใช้ภายในเซลล์ได้โดยปราศการประมาณปริภูมิย่อยสัญญาณรบกวน (วิธีการนี้ได้นำมาใช้ในงานวิจัย [25, 28-30]) รูปแบบการทำงานของวิธีการนี้เหมาะสมที่จะนำมาใช้งานกับเครื่องรับที่ปรับตัวได้ในวิทยานิพนธ์นี้

วิธีการติดตามแบบคาลแมนข้างต้นมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O(N^2)$  โดยที่  $N$  มีค่าเท่ากับ จำนวนเท่าของความยาวของผลตอบสนองอิมพัลส์ เมื่อพิจารณาประเด็นความซับซ้อนทางการคำนวณ พบว่า การติดตามแบบคาลแมนมีความซับซ้อนทางการคำนวณที่สูงอยู่ เพราะในอัลกอริทึมคาลแมนต้องมีการคำนวณเมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ  $N \times N$  ซึ่งเมตริกซ์ดังกล่าว คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าน้ำหนักความผิดพลาด (Weight-error correlation error)

## 1.6 แนวคิดที่นำเสนอ

เพื่อต้องการลดความซับซ้อนทางคำนวณของวิธีการประมาณช่องสัญญาณอย่างต่อเนื่องแบบบอด [25] ผู้วิจัยได้ศึกษาอัลกอริทึมการกรองที่ปรับตัวได้ (Adaptive filtering algorithm) อื่นๆ และได้เลือกอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถ่วงนอร์มอลไลซ์ (Normalized least-mean square (NLMS)-type algorithm) [31-34] ซึ่งเป็นอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ค่าช่วงก้าว (Step-size) สามารถปรับค่าได้สัมพันธ์กับขนาดของสัญญาณอินพุตที่เปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลา มาประยุกต์ใช้งานแทนที่อัลกอริทึมแบบคาลแมน ด้วยเหตุผลที่ว่า อัลกอริทึมแบบ NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำในระดับ  $O(N)$  และมีเสถียรภาพที่ดีซึ่งตรงตามวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์และสามารถนำมาใช้งานกับวิธีการประมาณช่องสัญญาณอย่างต่อเนื่องแบบบอด ซึ่งจะมีลักษณะของสัญญาณอินพุตเป็นแบบอิสระเชิงสถิติ (Statistically independent) ได้เช่นเดียวกับอัลกอริทึมแบบคาลแมน

## 1.7 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.7.1 ศึกษาและพัฒนารูปแบบของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดที่มีประสิทธิภาพและมีความซับซ้อนต่ำลง สำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด โดยใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถ่วงนอร์มอลไลซ์ (NLMS-type algorithm)

1.7.2 ปรับปรุงการทำงานของมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดให้ยังคงมีสมรรถนะที่ดีในแง่ของ BER และ SIR โดยใช้การประมาณช่องสัญญาณที่มีความซับซ้อนต่ำลงซึ่งถูกพัฒนาขึ้นมาในวิทยานิพนธ์นี้ร่วมกับการเลือกใช้อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยที่มีสมรรถนะดีและมีความซับซ้อนต่ำ เพื่ออัปเดตองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณ

## 1.8 ขอบเขตของงานวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถ่วงนอร์มอลไลซ์ สำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอด โดยมีจุดประสงค์เพื่อปรับปรุงเทคนิคที่นำมาใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดให้มีสมรรถนะที่ดีโดยมีความซับซ้อนที่ลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยเดิม [25, 28-29]

- โดยทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของดีเทกเตอร์ที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอดในแง่ของอัตราบิตผิดพลาด (Bit error rate: BER) อัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด (Signal-to-interference ratio: SIR) และค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ถ่วงนอร์มอลไลซ์ (Normalized mean square error: NMSE) ของการประมาณช่องสัญญาณจาก



วิธีการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบ NLMS ซึ่งนำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้และการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบคาลแมน [25]

- ศึกษาผลของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีผลต่อทั้งค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ อัตราบิดผิดพลาด (BER) และอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SIR) ได้แก่ ค่าเริ่มต้นของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่านำหนักความผิดพลาด ( $K[0]$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมน และค่าคงที่การปรับตัวได้ (Adaptation constant) ของอัลกอริทึมแบบ NLMS
- ศึกษาผลของค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณ
- ประเมินสมรรถนะและความซับซ้อนของวิธีการประมาณช่องสัญญาณที่นำเสนอเปรียบเทียบกับวิธีการที่ได้มีผู้นำเสนอ

ในส่วนของการติดตามปริภูมิย่อย วิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ Noise-Averaged Hermitian Jacobi-Fast Subspace Tracking (NAHJ-FST) [29] ซึ่งมีสมรรถนะที่ดีในการติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณและมีความซับซ้อนต่ำ สำหรับการอัปเดตองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Signal subspace component)

### พารามิเตอร์และสภาวะที่ใช้ในการจำลองระบบได้แก่

1. การส่งข้อมูลเป็นแบบข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (Uplink) คือจากสถานีเคลื่อนที่ไปยังสถานีฐาน
2. การส่งข้อมูล พิจารณากรณีที่สัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนมาถึงเครื่องรับไม่พร้อมกัน (Asynchronous) และพิจารณาช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ (Additive White Gaussian Noise: AWGN) โดยพิจารณาผลของคลื่นพหุวิถี (Multipath) และ เฟดดิ้ง (Fading)
3. สมมติให้เครื่องรับที่สถานีฐานทราบค่าประวิงเวลาของสัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนและค่าประวิงเวลาของวิถีที่ยาวที่สุดของสัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนที่เดินทางมาถึงเครื่องรับอย่างแม่นยำ

### 1.9 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

สามารถปรับปรุงการทำงานของดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดให้มีความซับซ้อนของระบบโดยรวมลดลงแต่ยังคงมีสมรรถนะในแง่ของ BER และ SIR ที่ดี โดยใช้ในการติดตามในรูปแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนซึ่งถูกพัฒนาขึ้นมาสำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดและเลือกใช้อัลกอริทึม NAHJ-FST สำหรับการอัปเดตองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณ

โดยที่ดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ถูกปรับปรุงนี้คาดว่าจะสามารถนำไปใช้ได้ในระบบจริงที่สถานีฐาน เพราะที่สถานีฐานทราบรหัสการแผ่ของผู้ใช้คนอื่นๆ ที่อยู่ในเซลล์เดียว ซึ่งอาศัยคุณสมบัติที่สำคัญของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดนี่ คือ จะใช้ดีเทกเตอร์แบบบอดนี่เพื่อจัดการแทรกสอดระหว่างเซลล์ ในขณะที่ใช้ข่าวสารเกี่ยวกับรหัสแผ่ของผู้ใช้ที่อยู่ในเซลล์เพื่อจัดการแทรกสอดภายในเซลล์ และประมาณช่องสัญญาณพหุวิถีของผู้ใช้ที่อยู่ในเซลล์เดียวกันได้ตามสภาพของระบบที่มีเปลี่ยนแปลงตามเวลาแบบช้าๆ

### 1.10 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการ

1.13.1 ศึกษาการทำงานของมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้แบบบอดนี่และแบบกลุ่ม-บอดนี่บนพื้นฐานการติดตามปริภูมิย่อย

1.13.2 ศึกษาหลักการและรายละเอียดของวิธีการติดตามปริภูมิย่อยและอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi โดยเฉพาะอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ NAHJ-FST [29] ซึ่งมีประสิทธิภาพที่ดี และความซับซ้อนทางการคำนวณต่ำ

1.13.3 พัฒนาและวิเคราะห์การติดตามในรูปแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลบอร์มอลไลซ์ (NLMS tracking) สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดนี่

1.13.4 นำอัลกอริทึม NAHJ-FST ที่ได้ศึกษาจากข้อที่ 1.13.2 และเทคนิคการติดตามแบบใหม่ที่ถูกพัฒนาในข้อที่ 1.13.3 มาใช้งานกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอดนี่บนพื้นฐานปริภูมิย่อยเพื่อให้สามารถปรับปรุงการทำงานของดีเทกเตอร์นี้ให้มีความซับซ้อนที่ลดลงโดยยังคงรักษาสมรรถนะของดีเทกเตอร์ให้ดีขึ้น

1.13.5 เขียนโปรแกรมทดสอบผล เพื่อเปรียบเทียบผลของวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการที่มีผู้นำเสนอไว้แล้ว [25, 28-29]

1.13.6 วิเคราะห์ผลที่ได้ และสรุปผล

1.13.7 เขียนวิทยานิพนธ์

### 1.11 ภาพรวมของวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 บทนำ มีเนื้อหาเกี่ยวกับความเป็นมา ความรู้เบื้องต้นของระบบ DS-CDMA เครื่องรับแบบมัลติยูสเซอร์ประเภทต่างๆ ที่ถูกพัฒนาขึ้นมา ปัญหาในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดนี่ แนวคิดในการปรับปรุง วัตถุประสงค์ ขอบเขตงานวิจัย ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ และสรุปท้ายขั้นตอนวิธีการดำเนินการ

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี ในบทนี้กล่าวถึง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับช่องสัญญาณไร้สาย และเฟดดิ้ง จากนั้นจะอธิบายแบบจำลองสัญญาณ หลักการปริภูมิย่อย โครงสร้างของเครื่องรับที่

ปรับตัวได้ หลักการทำงานและรายละเอียดของมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบต่างๆ รวมทั้งรายละเอียดในส่วนของตัวติดตามปริมาณย่อย

บทที่ 3 การปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนแบบสุ่ม โดยเปรียบเทียบการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดและนำเสนอเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนแบบสุ่มร่วมกับวิธีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดและการวิเคราะห์การลู่เข้าของ อัลกอริทึมแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนแบบสุ่ม เปรียบเทียบกับอัลกอริทึมแบบคาลแมน

บทที่ 4 ผลการจำลองแบบ ในบทนี้แสดงถึงผลการวิจัยพร้อมทั้งการวิเคราะห์ผลที่ได้โดยเปรียบเทียบสมรรถนะของดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอด ซึ่งใช้การประมาณช่องสัญญาณด้วยวิธีที่เสนอและวิธีการในงานวิจัย [25] โดยพิจารณาจาก ค่าเริ่มต้นของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าน้ำหนักความผิดพลาด ( $K[0]$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมน, ค่าคงที่การปรับตัวได้ (Adaptation constant) และลักษณะการลู่เข้า (Convergence) อัลกอริทึมทั้งสอง, ค่าเริ่มต้นของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณ, ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวน (NMSE) ของการประมาณช่องสัญญาณ, อัตราผิดพลาด (BER) และอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด (SIR)

ในบทสุดท้าย บทที่ 5 บทสรุป ทำการสรุปผลการวิจัย ความซับซ้อนของวิธีที่นำเสนอเมื่อนำไปประยุกต์ใช้ พร้อมทั้งข้อเสนอแนะการทำการวิจัยในอนาคตต่อไป

## บทที่ 2

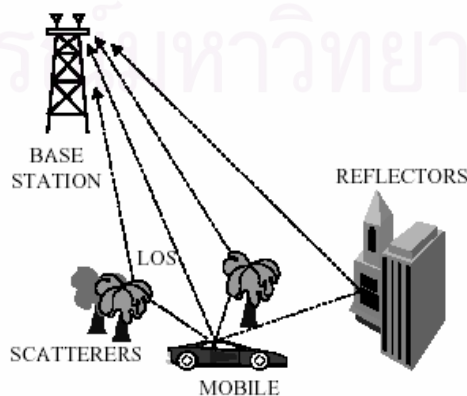
### หลักการและทฤษฎี

ในบทนี้ เริ่มต้นจะกล่าวถึงความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับช่องสัญญาณไร้สายและเฟดดิ้ง จากนั้นจะอธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณ หลักการปริภูมิย่อย โครงสร้างของเครื่องรับที่ปรับตัวได้ หลักการทำงานและรายละเอียดของมัลติยูสเซอร์ทีเทคเตอร์เชิงเส้นแบบบอดและมัลติยูสเซอร์ทีเทคเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบต่างๆ รวมทั้งรายละเอียดในส่วนของตัวติดตามปริภูมิย่อย

#### 2.1 ช่องสัญญาณไร้สาย (Wireless channel)

เมื่อสัญญาณวิทยุเดินทางผ่านช่องสัญญาณไร้สาย คลื่นวิทยุจะแพร่กระจายผ่านตัวกลางทางกายภาพและมีปฏิกิริยาต่อวัตถุและสิ่งก่อสร้างต่างๆ เช่น อาคาร ต้นไม้ เป็นต้น ที่กีดขวางเส้นทางเดิน การแพร่กระจายของคลื่นวิทยุนี้เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนซึ่งเกี่ยวข้องกับการดูดกลืน (Absorption) การเลี้ยวเบน (Diffraction) การหักเห (Refraction) การกระจัดกระจาย (Scattering) และการสะท้อน (Reflection)

พิจารณาระบบการสื่อสารเคลื่อนที่ไร้สาย โดยเฉพาะบริเวณพื้นที่ตัวเมือง พบว่า ความสูงของสายอากาศโมบายจะอยู่ต่ำกว่าสิ่งกีดขวางเส้นทางเดินที่อยู่ล้อมรอบ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ไม่มีเส้นทางเดินตรง (Line of sight: LOS) ระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับ การแพร่กระจายโดยส่วนใหญ่จึงเกิดขึ้นเนื่องจากการสะท้อน การเลี้ยวเบนและการกระจัดกระจายจากอาคารต่างๆ การที่สัญญาณเดินทางจากเครื่องส่งไปยังเครื่องรับบนวิถีสะท้อนหลายวิถีด้วยการประวิงเวลาที่แตกต่างกัน ปรากฏการณ์นี้ถูกอ้างถึงว่าเป็น การแพร่กระจายพหุวิถี (Multipath propagation) ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งมีผลทำให้เกิดการกระเพื่อม (Fluctuations) ของแอมพลิจูด เฟส และมุมของการมาถึง (Angle of arrival) ของสัญญาณที่ได้รับ และทำให้เกิดศัพท์เฉพาะว่า เฟดดิ้งพหุวิถี (Multipath fading)



รูปที่ 2.1 สภาพแวดล้อมของการแพร่กระจายไร้สาย

ส่วนต่อไปกล่าวถึงช่องสัญญาณด้วยผลของเฟดดิ้ง 2 รูปแบบที่แสดงถึงลักษณะพิเศษของการสื่อสารเคลื่อนที่ไร้สาย คือ เฟดดิ้งสเกลใหญ่ (Large-scale fading) และเฟดดิ้งสเกลเล็ก (Small-scale fading) [35]

### 2.1.1 เฟดดิ้งสเกลใหญ่ (Large-scale fading)

เฟดดิ้งสเกลใหญ่ แสดงถึง การลดทอนกำลังสัญญาณเฉลี่ย หรือ การสูญเสียทางวิถี (Path loss) เนื่องจากการเคลื่อนที่ในบริเวณพื้นที่ขนาดใหญ่ ปრაการณนี้ได้รับผลจากโครงสร้างทางภูมิประเทศที่ยื่นออกมา เช่น เนินเขา ป่าไม้ และกลุ่มของอาคารต่างๆ เป็นต้น ระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับ บ่อยครั้งที่พบว่าเครื่องรับถูกเงาบัง (Shadow) โดยโครงสร้างภูมิประเทศ ข้อมูลทางสถิติของเฟดดิ้งสเกลใหญ่จะช่วยให้ได้วิธีการคำนวณค่าประมาณการสูญเสียทางวิถีในรูปฟังก์ชันของระยะทาง ซึ่งจะถูกอธิบายในพจน์ของการสูญเสียทางวิถีเฉลี่ย และการเปลี่ยนแปลงที่ถูกแจกแจงแบบปรกติล็อก (Log-normal) รอบๆ ค่าเฉลี่ย

### 2.1.2 เฟดดิ้งสเกลเล็ก (Small-scale fading)

เฟดดิ้งสเกลเล็ก อ้างอิงถึง การเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูดและเฟสที่รวดเร็วของสัญญาณซึ่งเป็นผลของการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก ในการแยกกันเชิงที่ว่าง (Spatial separation) ระหว่างเครื่องส่งและเครื่องรับ

เฟดดิ้งสเกลเล็กมี 2 กลไกที่สำคัญ คือ การแผ่ทางเวลา (Time-spreading) ของสัญญาณ หรือการกระจายสัญญาณ (Signal dispersion) และพฤติกรรมผันแปรทางเวลา (Time-variant) ของช่องสัญญาณ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### 2.1.2.1 กลไกการแผ่ทางเวลาของสัญญาณ แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

##### 2.1.2.1.1 ในมุมมองของโดเมนทางเวลา

จากความสัมพันธ์ระหว่างการแผ่ประวิงเวลา (Delay spread:  $T_m$ ) และคาบเวลาสัญลักษณ์ (Symbol period:  $T_s$ ) สามารถแบ่งช่องสัญญาณเฟดดิ้งได้ 2 ประเภท ดังนี้

- เฟดดิ้งแบบเปลี่ยนแปลงตามความถี่ (Frequency-selective fading)

ถ้า  $T_m > T_s$  แล้วช่องสัญญาณจะแสดงเฟดดิ้งแบบเปลี่ยนแปลงตามความถี่ ทำให้ส่วนประกอบพหุวิถีที่ได้รับของสัญลักษณ์ขยายออกมากกว่าคาบเวลาของสัญลักษณ์ซึ่งส่งผลให้เกิดการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (ISI) ขึ้น สัญญาณที่ได้รับจะเกิดลดทอนของแอมพลิจูดรวมทั้งทำให้รูปคลื่นสัญญาณมีการเพี้ยนขึ้นอีกด้วย



- เฟดดิ้งแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ (Frequency nonselective fading)

ถ้า  $T_s > T_m$  แล้วช่องสัญญาณจะแสดงเฟดดิ้งแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ ส่วนประกอบพหุวิถิตที่ได้รับของสัญญาณเดินทางมาถึงภายในช่วงเวลาสัญญาณ ทำให้ส่วนประกอบพหุวิถีไม่สามารถแยกได้ แต่จะไม่มีเฟดดิ้งที่เนื่องจากการแทรกสอดระหว่างสัญญาณเพราะการแผ่ทางเวลาของสัญญาณไม่ได้ทำให้เกิดการวางซ้อนที่สำคัญระหว่างสัญญาณข้างเคียงที่ได้รับ

### 2.1.2.1.2 ในมุมมองของโดเมนทางความถี่

ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ร่วมนัย (Coherence bandwidth:  $f_0$ ) ซึ่งเป็นส่วนกลับของการแผ่ประวิงเวลาและแบนด์วิดท์สัญญาณ ( $W$ ) จะแบ่งช่องสัญญาณเฟดดิ้งได้ 2 ประเภท คือ

- เฟดดิ้งแบบเปลี่ยนแปลงตามความถี่ (Frequency-selective fading)

ถ้า  $f_0 < W$  แล้วช่องสัญญาณจะแสดงเฟดดิ้งแบบเปลี่ยนแปลงตามความถี่ ความผิดเพี้ยนของเฟดดิ้งแบบนี้จะเกิดขึ้นเมื่อส่วนประกอบเชิงสเปกตรัมของสัญญาณไม่ได้รับผลกระทบที่เท่ากันทั้งหมดผ่านช่องสัญญาณ ส่วนประกอบเชิงสเปกตรัมของสัญญาณบางส่วนซึ่งอยู่ภายนอกแบนด์วิดท์ร่วมนัยจะได้รับผลที่ต่างกันเมื่อเปรียบเทียบกับส่วนประกอบภายในแบนด์วิดท์ร่วมนัย

- เฟดดิ้งแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ (Frequency nonselective fading)

ถ้า  $f_0 > W$  แล้วช่องสัญญาณจะแสดงเฟดดิ้งแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่ ดังนั้นส่วนประกอบเชิงสเปกตรัมของสัญญาณทั้งหมดจะได้รับผลกระทบจากช่องสัญญาณในรูปแบบเดียวกันเฟดดิ้งแบบนี้ไม่ทำให้เกิดความผิดเพี้ยนของการแทรกสอดระหว่างสัญญาณจากช่องสัญญาณ

### 2.1.2.2 กลไกการผันแปรทางเวลาของสัญญาณ แบ่งได้เป็น 2 กลุ่ม คือ

#### 2.1.2.2.1 ในมุมมองของโดเมนทางเวลา แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

- เฟดดิ้งแบบเร็ว (Fast fading)

เฟดดิ้งแบบเร็ว คือ การอธิบายช่องสัญญาณซึ่งมีความสัมพันธ์ว่า  $T_0 < T_s$  โดยที่  $T_0$  คือเวลาร่วมนัยของช่องสัญญาณ (Channel coherent time) ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่เหมาะสมว่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณไม่มีการแปรผัน เฟดดิ้งแบบเร็วจึงเป็นการอธิบายสภาวะของช่วงเวลานั้นๆ ของสัญญาณที่ประพัตติตัวแบบคอรีเลตกันเมื่อเปรียบเทียบกับคาบเวลาสัญญาณ ดังนั้นคุณลักษณะของเฟดดิ้งแบบนี้จะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงของผลตอบสนองของช่องสัญญาณหลายครั้งภายในคาบเวลาสัญญาณ ทำให้รูปคลื่นสัญญาณเบสแบนด์เกิดการผิดเพี้ยน

- เฟดดิ้งแบบช้า (Slow fading)



เฟดดิ้งแบบช้า คือ การอธิบายช่องสัญญาณซึ่งมีความสัมพันธ์ว่า  $T_0 > T_s$  นั่นคือ ช่วงเวลาที่ช่องสัญญาณประพฤติตัวในแบบที่ถูกคอรีเลตมีค่ายาวนานเมื่อเปรียบเทียบกับ ช่วงเวลาสัญลักษณ์ ดังนั้น สถานะช่องสัญญาณ (Channel state) ยังคงไม่มีการเปลี่ยนแปลงใน ระหว่างเวลาที่สัญลักษณ์ถูกส่ง การแพร่กระจายสัญลักษณ์จะไม่ได้รับผลจากการผิดเพี้ยนของ พัลส์สัญญาณที่ถูกอธิบายข้างต้น

### 2.1.2.2 ในมุมมองของโดเมนทางเวลา

การผันแปรทางเวลาในมุมมองของโดเมนทางเวลา สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

- **เฟดดิ้งแบบเร็ว (Fast fading)**

ช่องสัญญาณถูกอ้างอิงว่าเป็นเฟดดิ้งแบบเร็ว ถ้าอัตราสัญลักษณ์ (Symbol rate:  $1/T_s$ ) ซึ่งโดยประมาณมีค่าเท่ากับอัตราการส่งสัญญาณหรือแบนด์วิธ ( $W$ ) นั้นมีค่าน้อยกว่าอัตราเฟดดิ้ง  $1/T_0$  (โดยประมาณเท่ากับการแผ่ดอปเปลอร์ (Doppler spread:  $f_d$ )) นั่นคือ เฟดดิ้งแบบเร็วถูก แสดงลักษณะดังนี้  $W < f_d$  หรือ  $T_s > T_0$

- **เฟดดิ้งแบบช้า (Slow fading)**

ช่องสัญญาณถูกอ้างอิงว่าเป็นเฟดดิ้งแบบช้า ถ้าอัตราสัญลักษณ์ ( $1/T_s$ ) ซึ่งโดยประมาณ มีค่าเท่ากับอัตราการส่งสัญญาณหรือแบนด์วิธ ( $W$ ) นั้นมีค่ามากกว่าอัตราเฟดดิ้ง  $1/T_0$  (โดยประมาณเท่ากับ  $f_d$ ) นั่นคือ เฟดดิ้งแบบช้าถูกแสดงลักษณะดังนี้  $W > f_d$  หรือ  $T_s < T_0$

## 2.2 ข้อสมมติฐานช่องสัญญาณกับในวิทยานิพนธ์นี้

ในวิทยานิพนธ์พิจารณาช่องสัญญาณในกรณีที่ได้รับผลของเฟดดิ้งแบบเฟดดิ้งแบบ เปลี่ยนแปลงตามความถี่ซึ่งได้รับผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol interference: ISI) ด้วย สภาพแวดล้อมที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์นี้ กำหนดให้โมบายไม่มีการ เคลื่อนที่หรือมีการเคลื่อนที่แบบช้าๆ หรือช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างช้าๆ (โดย ละเว้นผลของการแผ่ดอปเปลอร์และผลของเฟดดิ้งสเกลขนาดใหญ่) และมีสิ่งกีดขวางเส้นทางเดิน ของคลื่นสัญญาณระหว่างสถานีฐานและโมบาย ดังนั้นช่องสัญญาณจึงถูกจำลองแบบให้ ประกอบด้วยองค์ประกอบพหุวิถิต่างกัน  $L$  วิถี โดยแต่ละวิถีจะมีความยาวที่แตกต่างกัน การ จำลองแบบของผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse response) ของช่องสัญญาณพหุวิถิต่างกันถูกกำหนด ไว้ดังสมการที่ (2.3.3)

ในหัวข้อต่อไปจะกล่าวถึงแบบจำลองสัญญาณร่วมกับความสัมพันธ์ของสัญญาณที่ได้ กล่าวข้างต้น

### 2.3 แบบจำลองสัญญาณ (Signal Model)

ในวิทยานิพนธ์นี้ ผู้วิจัยนำแบบจำลองระบบ CDMA แบบอะซิงโครนัสพหุวิถีที่ถูกพัฒนาโดย Wang และ Høst-Madsen [20] มาใช้งาน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

เริ่มแรก พิจารณาระบบการสื่อสารไบนารีที่มีผู้ใช้  $K$  คน โดยใช้รูปคลื่นการมอดูเลตที่ถูกนอร์มอลไลซ์  $s_1, s_2, \dots, s_K$  และทำการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณพหุวิถีที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ สัญญาณที่ถูกส่งเนื่องจากผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกกำหนดโดย

$$x_k(t) = A_k \sum_{i=0}^{M-1} b_k[i] s_k(t - iT - d_k) \quad (2.3.1)$$

โดยที่

$M$  แสดงถึง ความยาวของเฟรมข้อมูล

$T$  แสดงถึง คาบเวลาของสัญลักษณ์

$A_k, \{b_k[i]\}$  และ  $d_k \in [0, T)$  แสดงถึง แอมพลิจูด สตรีมสัญลักษณ์และการประวิงเวลาของสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$

สมมติว่า สำหรับดัชนี  $k$  แต่ละค่า จะได้ว่า  $\{b_k[i]\}$  คือ เซตของตัวแปรสุ่มอิสระที่มีค่าเท่ากับ  $+1$  และ  $-1$  ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากัน และสตรีมสัญลักษณ์ของผู้ใช้ที่แตกต่างกันเป็นอิสระจากกัน

สำหรับระบบสเปกตรัมแผ่แบบไดเรกต์ซีควเอนซ์ (Direct sequence-spread spectrum: DS-SS) มีรูปแบบของรูปคลื่นการส่งสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  ดังนี้

$$s_k(t) = \sum_{j=0}^{N-1} c_k[j] \cdot \psi(t - jT_c), \quad 0 \leq t \leq T \quad (2.3.2)$$

โดยที่

$N$  คือ อัตราขยายการประมวลผล (Processing gain)

$\{c_k[j]\}_{j=1}^{N-1}$  คือ ลำดับสัญญาณ (Signature sequence) ที่มีค่า  $\pm 1$  ของผู้ใช้คนที่  $k$

$\psi(t)$  คือ รูปคลื่นชิปที่ถูกนอร์มอลไลซ์และมีคาบเวลาเท่ากับ  $T_c$  ซึ่ง  $NT_c = T$

สัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  ( $x_k(t)$ ) แพร่กระจายผ่านช่องสัญญาณพหุวิถีซึ่งผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse response) ถูกกำหนดโดย

$$g_k(t) = \sum_{l=0}^L \alpha_{kl} \delta(t - \tau_{kl}) \quad (2.3.3)$$

โดยที่

$\delta(t)$  คือ เดลตาฟังก์ชัน (The Dirac's delta function)

$L$  คือ จำนวนของวิถีในช่องสัญญาณ ซึ่งในแบบจำลองนี้ กำหนดให้ผู้ใช้ทุกคนมีจำนวนของวิถีที่เท่ากัน

$\alpha_{kl}$  และ  $\tau_{kl}$  คือ อัตราขยายวิถีเชิงซ้อน (Complex path gain) และการประวิงเวลาของเส้นทางที่  $l$  ของผู้ใช้คนที่  $k$  ตามลำดับ

**ในการพิจารณาส่วนต่อไปทั้งหมด** สมมติให้ช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างช้าๆ ซึ่งอัตราขยายเส้นทางและการประวิงเวลามีค่าคงที่ตลอดช่วงเวลาของสัญญาณหนึ่งเฟรม (MT)

จากสมการที่ (2.3.1) และสมการที่ (2.3.3) **ส่วนประกอบสัญญาณที่ได้รับ** เนื่องจากผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกกำหนดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} y_k(t) &= x_k(t) * g_k(t) \\ &= \sum_{i=0}^{M-1} b_k[i] \underbrace{[A_k s_k(t - iT - d_k)]}_{h_k(t - iT)} * g_k(t) \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

โดยที่ สัญลักษณ์ดอกจัน “\*” แสดงถึง คอนโวลูชัน (Convolution) และโดยการใช้สมการที่ (2.3.2) จะได้ **รูปคลื่นสัญญาณรวม** (Composite signature waveform:  $h_k(t)$ ) ดังนี้

$$\begin{aligned} h_k(t) &\stackrel{\Delta}{=} A_k s_k(t - d_k) * g_k(t) \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} c_k[j] \underbrace{[A_k \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} \psi(t - jT_c - d_k - \tau_{kl})]}_{\bar{g}_k(t - jT_c)} \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

ในสมการที่ (2.3.5)  $\bar{g}_k(t)$  คือ **ผลตอบสนองของช่องสัญญาณรวม** (Composite channel response) ซึ่งถูกกำหนดโดย

$$\bar{g}_k(t) \stackrel{\Delta}{=} A_k \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} \psi(t - d_k - \tau_{kl}). \quad (2.3.6)$$

ผลตอบสนองของช่องสัญญาณรวมในสมการที่ (2.3.6) คำนึงถึงผลของกำลังเครื่องส่ง รูปคลื่นพัลส์ชีพและช่องสัญญาณพหุวิถี

เนื่องจาก  $\psi(t)$  มีค่าเป็นศูนย์ภายนอกช่วง  $[0, T_c]$  และ  $\bar{g}_k(t)$  มีค่าเป็นศูนย์ภายนอกช่วง  $[d_k + \tau_{k1}, d_k + \tau_{kL} + T_c]$  ฉะนั้นรูปคลื่นสัญญาณรวม (Composite signature waveform)

ของผู้ใช้คนที่  $k$  ( $h_k(t)$ ) ซึ่งถูกนิยามในสมการที่ (2.3.5) มีค่าเป็นศูนย์ภายนอกช่วง  $[d_k + \tau_{k1}, d_k + \tau_{kL} + T]$

**สัญญาณที่ได้รับทั้งหมดที่เครื่องรับ** เป็นการซ้อนทับกันของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้  $K$  คนบวกกับสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์ ถูกกำหนดโดย

$$r(t) = \sum_{k=1}^K y_k(t) + v(t) \quad (2.3.7)$$

โดยที่

$v(t)$  คือ กระบวนการสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์เชิงซ้อน (Complex Gaussian noise process) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์

**พิจารณาที่เครื่องรับ** สัญญาณที่ได้รับ  $r(t)$  ถูกชักตัวอย่าง (Sample) ซึ่งเป็นจำนวนเท่า  $(p)$  ของอัตราชีพ นั่นคือ ช่วงเวลาการชักตัวอย่าง (Sampling) มีค่าเท่ากับ  $\Delta = T_c/p = T/P$  โดยที่  $P \stackrel{\Delta}{=} pN$  คือ จำนวนตัวอย่างทั้งหมดต่อหนึ่งช่วงสัญลักษณ์

ค่าตัวอย่างที่  $n$  ของสัญญาณที่ได้รับในระหว่างสัญลักษณ์ที่  $i$  ถูกกำหนดโดย

$$\begin{aligned} r[i, n] &\stackrel{\Delta}{=} r((iP + n)\Delta) = r(iT + n\Delta) \\ &= \sum_{k=1}^K \underbrace{y_k(iT + n\Delta)}_{y_k[i, n]} + \underbrace{v(iT + n\Delta)}_{v[i, n]} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

กำหนดให้  $\tau_k \stackrel{\Delta}{=} \lceil (d_k + \tau_{kL} + T_c)/T \rceil$  คือ การแผ่ประวิงเวลา (Delay spread) ของผู้ใช้คนที่  $k$

สัญลักษณ์  $\lceil x \rceil$  หมายถึง จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดแต่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ  $x$  ดังนั้น โดยการใช้สมการที่ (2.3.4) จะได้

$$\begin{aligned} y_k[i, n] &\stackrel{\Delta}{=} y_k(iT + n\Delta) = \sum_{j=0}^{M-1} b_k[j] h_k(iT + n\Delta - jT) \\ &= \sum_{j=i-\tau_k}^i b_k[j] \underbrace{h_k(iT + n\Delta - jT)}_{h_k[i-j, n]} \\ &= \sum_{j=0}^{\tau_k} h_k[j, n] b_k[i-j] \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

จากสมการที่ (2.3.9) จะเห็นได้ว่า  $h_k(t)$  มีค่าเท่ากับศูนย์ภายนอกช่วง  $[0, (\tau_k + 1)T]$  ดังนั้น สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  สามารถเขียนสมการที่ (2.3.8) ใหม่ได้ดังนี้

$$r[i,n] = h_k[0,n]b_k[i] + \underbrace{\sum_{j=1}^{l_k} h_k[j,n]b_k[i-j]}_{\text{ISI}} + \underbrace{\sum_{k' \neq k} y_{k'}[i,n]}_{\text{MAI}} + v[i,n] \quad (2.3.10)$$

ในสมการที่ (2.3.10) พจน์แรกทางขวามือประกอบด้วยบิตที่  $i$  ของผู้ใช้คนที่  $k$  พจน์ที่สองประกอบไปด้วยการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interference: ISI) จากบิตก่อนหน้าของผู้ใช้คนที่  $k$  พจน์ที่สามประกอบไปด้วยการแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง (MAI) จากผู้ใช้คนอื่น และพจน์สุดท้าย คือ สัญญาณรบกวนช่องสัญญาณที่ล้อมรอบ

ฉะนั้นจึงสามารถแสดงความสัมพันธ์ของบิตที่  $i$  ทั้งสัญญาณที่ได้รับ สัญญาณรบกวนบิตข้อมูล และรูปคลื่นสัญญาณรวม ดังนี้

$$\underline{r}[i] \triangleq \begin{bmatrix} r[i,0] \\ \vdots \\ r[i,P-1] \end{bmatrix}_{P \times 1}, \quad \underline{v}[i] \triangleq \begin{bmatrix} v[i,0] \\ \vdots \\ v[i,P-1] \end{bmatrix}_{P \times 1}, \quad \underline{b}[i] \triangleq \begin{bmatrix} b_1[i] \\ \vdots \\ b_K[i] \end{bmatrix}_{K \times 1}$$

และ

$$\underline{H}[j] \triangleq \begin{bmatrix} h_1[j,0] & \cdots & h_K[j,0] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ h_1[j,P-1] & \cdots & h_K[j,P-1] \end{bmatrix}_{P \times K} \quad j = 0, 1, \dots, l_k$$

จากสมการที่ (2.3.8) และ (2.3.9) จะได้

$$\underline{r}[i] = \underline{H}[i] * \underline{b}[i] + \underline{v}[i] \quad (2.3.11)$$

**นิยาม**  $\tau \triangleq \max_{1 \leq k \leq K} \{\tau_k\}$  คือ ค่าการแผ่ประวิงเวลาสูงสุด (Maximum delay spread) ที่แสดงอยู่ในพจน์ต่างๆของคาบเวลาของสัญลักษณ์ โดยการสแตก (Stacking) เวกเตอร์ตัวอย่างที่ได้รับอย่างต่อเนื่องจำนวน  $m$  เวกเตอร์ ทำให้สามารถนิยามปริมาณต่อไปนี้

$$\underline{r}[i] \triangleq \begin{bmatrix} r[i] \\ \vdots \\ r[i+m-1] \end{bmatrix}_{Pm \times 1}, \quad \underline{v}[i] \triangleq \begin{bmatrix} v[i] \\ \vdots \\ v[i+m-1] \end{bmatrix}_{Pm \times 1}, \quad \underline{b}[i] \triangleq \begin{bmatrix} b[i-\tau] \\ \vdots \\ b[i+m-1] \end{bmatrix}_{r \times 1}$$

และ

$$H \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \underline{H}[1] & \cdots & \underline{H}[0] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \underline{H}[1] & \cdots & \underline{H}[0] \end{bmatrix}_{Pm \times r}$$

โดยที่  $r \stackrel{\Delta}{=} K(m+1)$  คือ มิติปริภูมิย่อยของสัญญาณ ซึ่งค่า Smoothing factor ( $m$ ) ถูกเลือกตามความสัมพันธ์ดังนี้  $m = \lceil (P+K)/(P-K) \rceil \cdot 1$  รายละเอียดในการเลือกค่า Smoothing factor ( $m$ ) จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3

ในทำนองสุดท้าย สมการที่ (2.3.11) สามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$r[i] = Hb[i] + v[i] \quad (2.3.12)$$

โดยที่  $r$  คือ เวกเตอร์บิตข่าวสารที่ได้รับ,  $v$  คือ เวกเตอร์สัญญาณรบกวนแบบขาวแบบเกาส์,  $b$  คือ เวกเตอร์บิตข่าวสาร และ  $H$  คือ เมตริกซ์ของสัญญาณ

## 2.4 หลักการปริภูมิย่อย (Subspace Concept)

เมตริกซ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation matrix) ของสัญญาณที่ได้รับในสมการที่ (2.3.12) คือ

$$R = E\{r[i]r[i]^H\} = HH^H + \sigma^2 I_{Pm} \quad (2.4.1)$$

โดยที่

$I_{Pm}$  หมายถึง เมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix) ที่มีขนาด  $Pm \times Pm$  และ

$(\cdot)^H$  หมายถึง ทรานสโปกอนจูเกต (Conjugate transpose)

หรือเรียกว่าอีกชื่อหนึ่งว่า Hermitian transpose

เนื่องจากเมตริกซ์ของสัญญาณ  $H$  มี rank เท่ากับ  $r = K(m+1)$  ดังนั้นเมตริกซ์  $(HH^H)$  ในสมการที่ (2.4.1) มี rank เท่ากับ  $r$  ด้วย

โดยการแยกองค์ประกอบเจาะจง (Eigendecomposition) ของเมตริกซ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์  $R$  จะได้

$$\begin{aligned} R = U\Lambda U^H &= [U_s \ U_n] \begin{bmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_n \end{bmatrix} [U_s \ U_n]^H \\ &= U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma^2 U_n U_n^H \end{aligned} \quad (2.4.2)$$



โดยที่  $U = [U_s \ U_n]$  และ  $\Lambda = \text{diag}(\Lambda_s, \Lambda_n)$  ซึ่ง  $\Lambda_s = \text{diag}(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r)$  บรรจุไปด้วยค่าเจาะจง (Eigenvalue) ที่ใหญ่ที่สุด  $r$  ค่าของเมตริกซ์อัตราสัมพันธ์  $R$  ที่มีค่าเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย และ  $U_s = [u_1 \dots u_r]$  บรรจุไปด้วยเวกเตอร์เจาะจงเชิงตั้งฉากปรกติ (Orthonormal eigenvector) ที่สอดคล้องกันกับค่าเจาะจง  $\Lambda_s$

ส่วน  $\Lambda_n = \sigma^2 I_{Pm}$  และ  $U_n = [u_{r+1} \dots u_{Pm}]$  ประกอบด้วยเวกเตอร์เจาะจงเชิงตั้งฉากปรกติ ( $Pm - r$ ) เวกเตอร์ที่สอดคล้องกับค่าเจาะจง  $\sigma^2$  ซึ่งเป็นการง่ายที่จะได้ว่า  $\text{range}(H) = \text{range}(U_s)$

ปริภูมิคอลัมน์ของ  $U_s$  ถูกเรียกว่า **ปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Signal subspace)** และส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉาก (Orthogonal complement) ของ  $U_s$  ถูกเรียกว่า **ปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน (Noise subspace)** ที่ถูกแผ่ทั่วปริภูมิโดยคอลัมน์ของ  $U_n$

## 2.5 โครงสร้างเครื่องรับที่ปรับตัวได้ (Adaptive receiver structure)

โครงสร้างของเครื่องรับในวิทยานิพนธ์นี้ ดังรูปที่ 2.2 มีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ส่วนคือ

1. ส่วนของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด (Group-blind linear detectors)
2. ส่วนของตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Signal subspace tracker) และ
3. ส่วนของตัวประมาณช่องสัญญาณแบบบอด (Blind channel estimator)

### • การทำงานของเครื่องรับที่ปรับตัวได้สามารถอธิบายได้ดังนี้

เมื่อสัญญาณที่ได้รับซึ่งผ่านกระบวนการสุ่มค่าตัวอย่าง (Sampling) มาถึงส่วนหน้าของเครื่องรับ สัญญาณที่ได้รับนี้จะถูกส่งผ่านไปยังองค์ประกอบของเครื่องรับทั้ง 3 ส่วน

โดยเริ่มแรกพิจารณาตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ ซึ่งจะนำเอาสัญญาณที่ได้รับมาใช้ในการอัปเดตองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณ ( $U_s, \Lambda_s$ ) ที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา องค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณที่ผ่านการอัปเดตแล้วจะถูกส่งต่อไป ทั้งส่วนของดีเทกเตอร์และส่วนของตัวประมาณช่องสัญญาณ รายละเอียดในส่วนนี้จะได้กล่าวถึงในหัวข้อ 2.8 ต่อไป

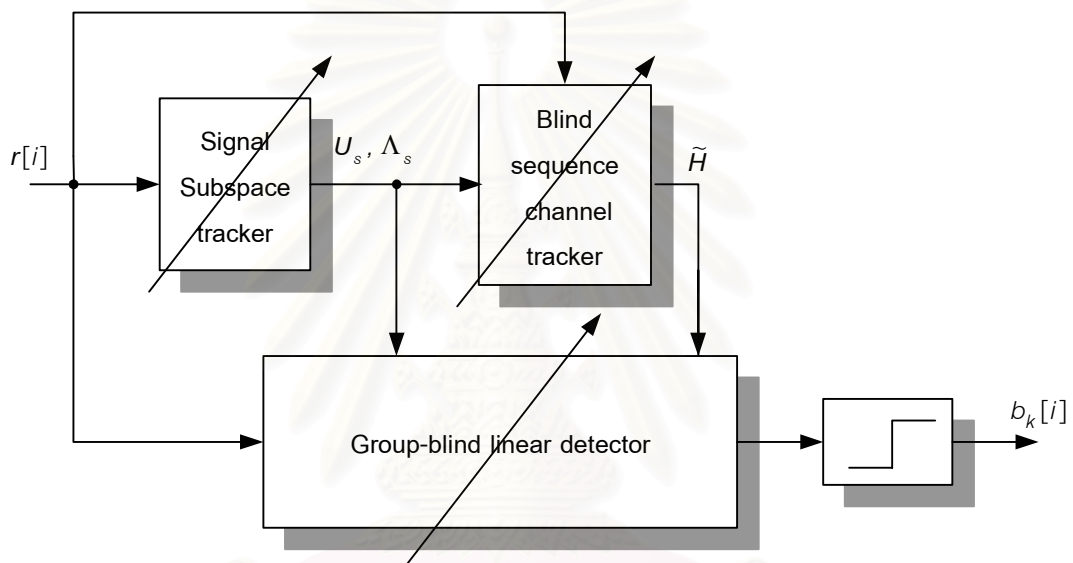
ในส่วนของตัวประมาณช่องสัญญาณแบบบอดจะใช้ข้อมูลจากสัญญาณที่ได้รับและองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณที่ผ่านการอัปเดต มาใช้ในการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณซึ่งเป็นการประมาณค่าแบบต่อเนื่อง จากนั้นนำมาคำนวณหาเวกเตอร์สัญญาณรวม (Composite signature vectors) สุดท้ายจึงทำการสร้างเมตริกซ์ช่องสัญญาณที่คำนึงถึงกลุ่มผู้ใช้ภายในเซลล์ ( $\tilde{H}$ )

**นิยาม** เซตของเมตริกซ์  $\{\tilde{H}_j\}_{j=1}^{m+l-1}$  ซึ่ง  $\tilde{H}_j$  คือ เมตริกซ์ที่มีมิติ  $Pm \times \tilde{K}$  ซึ่งประกอบด้วยคอลัมน์ที่  $jK + 1$  ถึงคอลัมน์ที่  $jK + \tilde{K}$  ของเมตริกซ์ช่องสัญญาณ  $H$  และ

นิยาม เมตริกซ์  $\tilde{H} = [\tilde{H}_0 \tilde{H}_1 \dots \tilde{H}_{m+l-1}]$  ซึ่งมีมิติ  $Pm \times \tilde{r}$  โดยที่  $\tilde{r} \stackrel{\Delta}{=} \tilde{K}(m+l)$

เมตริกซ์ช่องสัญญาณนี้ ( $\tilde{H}$ ) จะถูกส่งไปยังส่วนของดีเทกเตอร์ต่อไป รายละเอียดในส่วนนี้จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3

ส่วนประกอบสุดท้าย คือ ส่วนของดีเทกเตอร์ โดยในวิทยานิพนธ์นี้ผู้วิจัยเลือกใช้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดสำหรับการจำลองแบบ ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดนี้จะใช้ข้อมูลขององค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณที่ผ่านการอัปเดตแล้วและเมตริกซ์ช่องสัญญาณที่ได้จากตัวประมาณช่องสัญญาณแบบบอดมาทำการสร้างดีเทกเตอร์ในรูปสำเร็จ (Closed form) เพื่อดีเทกต์ข้อมูลของผู้ใช้คนที่ต้องการ ก่อนจะผ่านไปสู่อัตดสินบิตในท้ายที่สุด



รูปที่ 2.2 โครงสร้างเครื่องรับที่ปรับตัวได้

ส่วนต่อไปจะกล่าวถึงรูปแบบทั่วไปของการดีเทกต์และการตัดสินใจข้อมูลของดีเทกเตอร์เชิงเส้นและมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดในหัวข้อที่ 2.6 และ 2.7 ตามลำดับ

## 2.6 การดีเทกต์และตัดสินใจข้อมูลจากดีเทกเตอร์เชิงเส้น

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นสำหรับผู้คนที่  $k$  สามารถแสดงอยู่ในรูปของเวกเตอร์เชิงซ้อนที่มีมิติ  $Pm$  นั่นคือ  $w_k \in C^{Pm}$  ดีเทกเตอร์เชิงเส้นนี้ถูกประยุกต์ใช้กับสัญญาณที่ได้รับ  $r[l]$  ในสมการที่ (2.3.12) เพื่อคำนวณบิตที่  $i$  ของผู้คนที่  $k$  ตาม กฏดังต่อไปนี้

$$\hat{b}_k = \text{sgn} \{ \Re(w_k^H r[i]) \} \quad (2.6)$$

เนื่องจากโครงสร้างของสัญญาณที่ได้รับ  $r[i]$  ในสมการที่ (2.3.12) พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่เหมาะสม  $(w_k)$  ควรสอดคล้องกับความสัมพันธ์  $w_k \in \text{range}(H)$  ด้วยเหตุผลที่ว่าองค์ประกอบใดๆ ของ  $w_k$  ที่อยู่ภายนอก  $\text{range}(H)$  จะไม่มีผลต่อองค์ประกอบของสัญญาณในเอาต์พุตของดีเทกเตอร์ ( $w_k^H r[i]$ ) แต่จะมีผลทำให้เพิ่มระดับของสัญญาณรบกวนเอาต์พุตขึ้น

## 2.7 มัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด (Group-blind linear multiuser detectors)

ในงานวิจัย [20] ได้พัฒนาดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดบนพื้นฐานปริภูมิย่อยขึ้นมา 2 รูปแบบ ซึ่งมีมุมมองของการประมาณปริภูมิย่อยของสัญญาณที่แตกต่างกันดังที่ได้กล่าวในบทที่ 1 โดยในแต่ละรูปแบบของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดข้างต้นยังสามารถแบ่งย่อยได้อีก 3 ประเภท คือ ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดการบังคับเป็นศูนย์ (Group-Blind Linear Zero-forcing Detector) ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม (Group-Blind Linear Hybrid Detector) และดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด (Group-Blind Linear MMSE Detector) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ในแบบแผนมัลติยูสเซอร์แบบกลุ่ม-บอด สมมติให้เครื่องรับทราบลำดับการแผ่ของผู้ใช้  $\tilde{K}$  ( $\tilde{K} \leq K$ ) คนแรก แต่จะไม่ทราบลำดับการแผ่ของผู้ใช้คนที่เหลือ  $K - \tilde{K}$  คน

**นิยาม** เมตริกซ์การโปรเจก (Projection matrices) (เมตริกซ์ของสัญญาณ  $\tilde{H}$  ถูกนิยามในหัวข้อที่ 2.5)

$$\tilde{P} \stackrel{\Delta}{=} \tilde{H}^H (\tilde{H}^H \tilde{H})^{-1} \tilde{H} \quad \text{และ} \quad \tilde{P} \stackrel{\Delta}{=} I_{p_m} - \tilde{P} \quad (2.7.1)$$

โดยที่ เมตริกซ์  $\tilde{P}$  ทำการโปรเจกสัญญาณใดๆ ไปบนปริภูมิย่อย  $\text{range}(\tilde{H})$  ในขณะที่เมตริกซ์  $\tilde{P}$  ทำการโปรเจกสัญญาณใดๆ ไปบนปริภูมิย่อย  $\text{null}(\tilde{H}^T)$  และเป็นการง่ายที่จะได้ว่าเมตริกซ์  $(\tilde{P}\tilde{R}\tilde{P})$  มีโครงสร้างเจาะจง (Eigenstructure) ในรูปแบบดังนี้ คือ

$$\tilde{P}\tilde{R}\tilde{P} = \begin{bmatrix} \tilde{U}_s & \tilde{U}_n & \tilde{U}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\Lambda}_s & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 I_{p_m-r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_s^H \\ \tilde{U}_n^H \\ \tilde{U}_o^H \end{bmatrix} \quad (2.7.2)$$

โดยที่

$\tilde{\Lambda}_s = \text{diag}(\tilde{\lambda}_1, \dots, \tilde{\lambda}_{r-\tilde{r}})$  ซึ่ง  $\tilde{\lambda}_i > \sigma^2, i = 1, \dots, r-\tilde{r}$  และคอลัมน์ของ  $\tilde{U}_s$  สร้างมูลฐานเชิงตั้งฉากปกติ (Orthonormal basis) ของปริภูมิย่อย  $\text{range}(\tilde{H}) \cap \text{null}(\tilde{H}^T)$  ปริภูมิ

คอลัมน์ของ  $\tilde{U}_s$  ถูกเรียกว่า “ปริภูมิย่อยของสัญญาณที่ถูกแผ่ทั่วโดยผู้ใช้งานเซลล์ข้างเคียง” ส่วนปริภูมิคอลัมน์ของ  $\tilde{U}_n$  ถูกเรียกว่า “ปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน” และปริภูมิคอลัมน์ของ  $\tilde{U}_o$  ถูกเรียกว่า “ปริภูมิย่อยศูนย์ (Null subspace)”

### 2.7.1 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบที่ 1

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นรูปแบบที่ 1 นี้ อยู่บนพื้นฐานการประมาณปริภูมิย่อยสัญญาณของเมตริกซ์ ( $\tilde{P}\tilde{R}\tilde{P}$ ) ในสมการที่ (2.7.2)

- ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดการบังคับเป็นศูนย์ สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  กำหนดดังนี้

$$\bar{d}_k = [I_{Pm} - \tilde{U}_s (\tilde{\Lambda}_s - \sigma^2 I_{r-\tilde{r}})^{-1} \tilde{U}_s^H R] \tilde{H} (\tilde{H}^H \tilde{H})^{-1} 1_{\tilde{K}l+k}, \quad k=1, \dots, \tilde{K} \quad (2.7.1.1)$$

- ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกกำหนดดังนี้

$$\bar{w}_k = [I_{Pm} - \tilde{U}_s \tilde{\Lambda}_s^{-1} \tilde{U}_s^H R] \tilde{H} (\tilde{H}^H \tilde{H})^{-1} 1_{\tilde{K}l+k}, \quad k=1, \dots, \tilde{K} \quad (2.7.1.2)$$

- ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกกำหนดดังนี้

$$\bar{m}_k = [I_{Pm} - \tilde{U}_s \tilde{\Lambda}_s^{-1} \tilde{U}_s^H R] \tilde{H} (\tilde{H}^H \tilde{H} + \sigma^2 I_{\tilde{r}})^{-1} 1_{\tilde{K}l+k}, \quad k=1, \dots, \tilde{K} \quad (2.7.1.3)$$

### 2.7.2 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบที่ 2

ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 2 อยู่บนพื้นฐานการประมาณปริภูมิย่อยสัญญาณของเมตริกซ์อัตราสัมพันธ์  $R$  ดังสมการที่ (2.4.2)

- ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดการบังคับเป็นศูนย์ สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  กำหนดดังนี้

$$\bar{d}_k = U_s (\Lambda_s - \sigma^2 I_r)^{-1} U_s^H \tilde{H} [\tilde{H}^H U_s (\Lambda_s - \sigma^2 I_r)^{-1} U_s^H \tilde{H}]^{-1} 1_{\tilde{K}l+k}, \quad k=1, \dots, \tilde{K} \quad (2.7.2.1)$$

- ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกกำหนดดังนี้

$$\bar{w}_k = U_s \Lambda_s^{-1} U_s^H \tilde{H} [\tilde{H}^H U_s \Lambda_s^{-1} U_s^H \tilde{H}]^{-1} 1_{\tilde{K}l+k}, \quad k=1, \dots, \tilde{K} \quad (2.7.2.2)$$

- ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำที่สุด สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกกำหนดดังนี้

$$\bar{m}_k = [I_{Pm} - (Q_s R_s^{-H}) (\Pi \Lambda_s \Pi^T)^{-1} (Q_s R_s^{-H})^H R] \tilde{H} (\tilde{H}^H \tilde{H} + \sigma^2 I_{\tilde{r}})^{-1} 1_{\tilde{K}l+k}, \quad k=1, \dots, \tilde{K} \quad (2.7.2.3)$$

จากความจริงที่ว่า  $\text{range}(\tilde{P}U_s) = \text{range}(\tilde{U}_s)$  พิจารณาการแยกตัวประกอบแบบ QR (Rank-deficient) ของเมตริกซ์  $(\tilde{P}U_s)$  ที่มีขนาด  $(Pm \times r)$

$$\tilde{P}U_s = [Q_s \ Q_o] \begin{bmatrix} R_s & R_o \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Pi \quad (2.7.2.4)$$

โดยที่

$Q_s$  คือ เมตริกซ์ที่มีขนาด  $(Pm \times \tilde{r})$

$R_s$  คือ เมตริกซ์สามเหลี่ยมด้านบนแบบนอน-ซิงกูลาร์ที่มีขนาด  $(\tilde{r} \times \tilde{r})$

และ  $\Pi$  คือ เมตริกซ์เพอมิวเตชัน (Permutation matrix)

ดังนั้น คอลัมน์ของ  $Q_s$  สร้างมูลฐานเชิงตั้งฉากปรกติ (Orthonormal basis) ของ  $\text{range}(\tilde{U}_s)$

### 2.7.3 เปรียบเทียบความซับซ้อนและการนำไปใช้งานของดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดทั้ง 2 รูปแบบ

เนื่องจากมิติของปริภูมิย่อยสัญญาณ  $(r - \tilde{r})$  ของเมตริกซ์  $\tilde{P}R\tilde{P}$  มีค่าน้อยกว่ามิติของปริภูมิย่อยสัญญาณ  $(r)$  ของเมตริกซ์อัตราสัมพันธ์ ดังนั้นดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 1 มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำกว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดรูปแบบที่ 2 และในการใช้งานทั่วไป ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 1 จะให้การประมาณของดีเทกเตอร์แบบกลุ่มบอดที่มีความถูกต้องมากกว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 2

แต่ในการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่สนใจ เพื่อสร้างเมตริกซ์  $\tilde{H}$  นั้นอยู่บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบเจาะจงดังสมการที่ (2.4.2) ดังนั้นดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 2 มีประสิทธิภาพมากกว่าในการนำไปใช้งาน เพราะดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 2 ไม่ต้องการการแยกองค์ประกอบเจาะจงตามสมการที่ (2.7.2) ซึ่งจำเป็นสำหรับดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอด รูปแบบที่ 1 [20]

### 2.7.4 การเลือกดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดมาใช้ในงานวิทยานิพนธ์นี้

ในการเลือกใช้ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดในงานวิทยานิพนธ์นี้ ผู้วิจัยพิจารณาจากผลการจำลองแบบในงานวิจัย [20, 29] เป็นหลัก โดยมีสภาพแวดล้อมของการจำลองแบบที่เหมือนกับในวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งผลการจำลองแบบที่ได้ แสดงให้เห็นว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 มีสมรรถนะที่ดีมากเมื่อเปรียบเทียบกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดอื่นทั้งหมด แม้ว่าจะมีความซับซ้อนทางการคำนวณต่ำที่สุดก็ตาม ทำให้สามารถนำไปใช้งานในปฏิบัติได้ [20, 29] ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ดังสมการที่ (2.7.2.2) มาใช้ร่วมกับเครื่องรับในวิทยานิพนธ์นี้



## 2.8 ตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Signal subspace tracker)

ตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณซึ่งก็คือ อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อย เป็นส่วนประกอบหนึ่งที่สำคัญของดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอดและแบบบอดบนพื้นฐานของปริภูมิย่อย เพราะดีเทกเตอร์เหล่านี้แสดงอยู่ในพจน์ต่างๆ ขององค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณ ( $U_s, \Lambda_s$  และ  $\sigma^2$ ) ซึ่งสามารถประมาณได้จากสัญญาณที่ได้รับ [7]

วิธีการชั้นเยี่ยมสำหรับการประมาณปริภูมิย่อย คือ วิธีการแยกองค์ประกอบค่าเจาะจง (Eigenvalue decomposition: EVD) ของเมตริกซ์โคเวเรียนซ์ค่าตัวอย่าง ซึ่งได้กล่าวถึงรายละเอียดไว้ในหัวข้อที่ 2.4 และวิธีการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐาน (Singular value decomposition: SVD) ของเมตริกซ์ข้อมูล แต่วิธีการทั้ง 2 วิธีนี้ มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่สูงมากเกินไปสำหรับการประยุกต์ใช้ในรูปแบบที่ปรับตัวได้ (Adaptive application) ดังนั้นงานวิจัยจำนวนมากในสาขาการประมวลผลสัญญาณ จึงมุ่งเน้นที่จะพัฒนาอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยที่ปรับตัวได้ให้มีประสิทธิภาพทั้งในทางการคำนวณและการนำมาใช้งานในทางปฏิบัติ อัลกอริทึมที่ได้มีการพัฒนาขึ้นมา ได้แก่ [29, 36-39] โดยแต่ละอัลกอริทึมมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับที่แตกต่างกัน เช่น  $O(Pmr)$ ,  $O((Pm)^2r)$ ,  $O((Pm)r^2)$  หรือ  $O((Pm)^2)$  ซึ่ง  $r < Pm$  โดยที่  $Pm$  หมายถึง มิติของเวกเตอร์ข้อมูลและ  $r$  หมายถึง มิติของปริภูมิย่อยของสัญญาณ ในการใช้งานแบบเวลาจริง (Real-time) ของดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้แบบกลุ่ม-บอดและแบบบอด ต้องการอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยที่มีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับต่ำ คือ  $O(Pmr)$

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยมาประยุกต์ใช้ร่วมกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นที่ปรับตัวได้บนพื้นฐานปริภูมิย่อย สามารถแบ่งได้ 2 กลุ่ม คือ

**กลุ่มที่ 1.** เป็นการนำอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยมาใช้งานร่วมกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอด ได้แก่ งานวิจัย [18] ประยุกต์ใช้อัลกอริทึมการติดตามแบบ PASTd (Projection Approximation Subspace Tracking with deflation) [36] ซึ่งมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O(Pmr)$ , และงานวิจัย [40] ประยุกต์ใช้อัลกอริทึมการติดตามแบบ RO-FST (Refinement-Only Fast Subspace Tracking) [37] ซึ่งมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O(Pmr)$

**กลุ่มที่ 2.** เป็นการนำอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยมาใช้งานร่วมกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด ได้แก่ งานวิจัย [41] ประยุกต์ใช้อัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD (Noise Average Cross-term Singular Value Decomposition) [38] ซึ่งมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O(Pmr)$  และงานวิจัย [28] ประยุกต์ใช้อัลกอริทึมการติดตามแบบ FASIR (FASt Subspace Iteration with Ritz acceleration) [39] ซึ่งมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O((Pm)r^2)$  นอกจากนี้ในงานวิจัย [29] ได้นำเสนออัลกอริทึมอันใหม่ คือ อัลกอริทึมการติดตาม



แบบ NAHJ-FST (Noise-Averaged Hermitian-Jacobi Fast Subspace Tracking) ซึ่งมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O(Pmr)$

ในหัวข้อต่อไป ผู้วิจัยจะกล่าวถึงรายละเอียดของอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi ซึ่งมีความซับซ้อนในระดับที่ต่ำ  $O(Pmr)$  จากงานวิจัย [29, 37, 38] และเปรียบเทียบสมรรถนะของแต่ละอัลกอริทึม โดยผู้วิจัยจะเลือกอัลกอริทึมที่มีสมรรถนะดีเพื่อนำมาใช้งานร่วมกับเครื่องรับที่ปรับตัวได้ในวิทยานิพนธ์นี้ รายละเอียดมีดังนี้

### 2.8.1 อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi

อัลกอริทึมการติดตามแบบ RO-FST [37] และอัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD [38] เป็นอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi ที่อยู่บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐาน (SVD) ส่วนอัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST เป็นอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi ที่อยู่บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบเจาะจง (EVD) อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยข้างต้นเหล่านี้อาศัยการหมุนแบบกีฟเวินส์ (Givens rotations) ในระหว่างกระบวนการอัปเดต ทำให้ลดความซับซ้อนและมีข้อได้เปรียบในการรักษาการตั้งฉากเชิงปรกติ (Orthonormality) ของเมตริกซ์อีกด้วย

#### 2.8.1.1 อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐาน (SVD)

ให้  $R(l) = [r[1] \dots r[l]]$  แสดงถึงเมตริกซ์ที่มีขนาด  $Pm \times l$  ซึ่งคอลัมน์ของเมตริกซ์บรรจไปด้วยสัญญาณที่ได้รับใน  $l$  ช่วงเวลา นิยาม เมตริกซ์  $\Gamma(l) = \text{diag}(\sqrt{\gamma^{l-1}}, \dots, \sqrt{\gamma}, 1)$  ดังนั้นเมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าตัวอย่างที่ถูกจัดให้มีหน้าตาแบบเอ็กโปเนนเชียลถูกกำหนดดังนี้

$$C(l) = \left(\frac{1}{M(l)}\right) R(l)\Gamma(l) \cdot [R(l)\Gamma(l)]^H \quad (2.8.1.1)$$

โดยที่

$$M(l) = (1 - \gamma^l) / (1 - \gamma) \text{ คือ ความยาวของหน้าต่างประสิทธิผล}$$

กล่าวโดยทั่วไป อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยที่อยู่บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐานพยายามติดตามการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐานของเมตริกซ์ข้อมูลของมิติที่เติบโตขึ้น (Growing dimension) ซึ่งถูกนิยามแบบรีเคอร์ซีฟดังนี้

$$\Gamma(l)R^H(l) = \begin{bmatrix} \sqrt{\gamma}\Gamma(l-1)R^H(l-1) \\ r^H[l] \end{bmatrix} \quad (2.8.1.2)$$

ทำการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐานของเมตริกซ์ในสมการที่ (2.8.1.2) จะได้

$$\Gamma(l)R^H(l) = U(l)\Sigma(l)V^H(l) = U(l) \begin{bmatrix} \Sigma_s(l) & 0 \\ 0 & \Sigma_n(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s^H(l) \\ V_n^H(l) \end{bmatrix} \quad (2.8.1.3)$$

โดยที่  $V_s(l)$  คือ เมตริกซ์ซึ่งคอลัมน์ต่างๆ ของเมตริกซ์นี้ คือ เวกเตอร์เจาะจงค่าต่างๆที่แผ่ทั่วปริภูมิย่อยของสัญญาณและ  $\text{diag}[\Sigma_s(l)]$  บรรจุไปด้วยรากที่สองของค่าเจาะจงที่สอดคล้องกัน ส่วนเมตริกซ์  $U(l)$  ไม่ต้องถูกติดตาม เนื่องจากปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนไม่ต้องถูกคำนวณ ดังนั้นจึงไม่ต้องทำการติดตามเมตริกซ์  $V_n(l)$  หรือ  $\Sigma_n(l)$  ดังนั้นเมื่อใช้การหาค่าเฉลี่ยของสัญญาณรบกวน [42] จะทำให้สามารถลดความซับซ้อนของอัลกอริทึมลงได้

ขั้นตอนการทำงานที่สำคัญของอัลกอริทึมในตระกูล QR-Jacobi ซึ่งใช้การเฉลี่ยของสัญญาณรบกวนมี 3 ขั้นตอน คือ

### ขั้นตอนที่ 1

เริ่มต้นด้วยการทรานสฟอร์มแบบเฮาส์โฮลเดอร์ (Householder transformation) ซึ่งทำการหมุนเวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณรบกวน โดยการโปรเจกเวกเตอร์ข้อมูลอันใหม่  $r[l+1]$  ไปบนปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนขนานกันกับเวกเตอร์อันดับแรกของสัญญาณรบกวน เวกเตอร์สัญญาณอันใหม่นี้แทนด้วย  $v_n$  ดังนี้ ให้

$$r_s = V_s^H(l)r[l+1] \quad (2.8.1.4)$$

และ

$$v_n = \frac{r[l+1] - V_s(l)r_s}{\beta} \quad (2.8.1.5)$$

โดยที่  $\beta = \|r[l+1] - V_s(l)r_s\|$  แสดงถึงขนาดของ  $r[l+1]$  ในทิศทางของ  $v_n$

จากนั้นผนวกเวกเตอร์ข้อมูลอันใหม่เป็นแถวสุดท้ายของเมตริกซ์ข้อมูลที่ถูกจัดให้มีหน้าตาแบบเอกซ์โพเนนเชียล  $\Gamma(l)R^H(l)$  ผลลัพธ์ คือ factorization ที่ถูกปรับปรุงดังนี้

$$\begin{bmatrix} \sqrt{\gamma}\Gamma(l)R^H(l) \\ r^H[l+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(l) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\gamma}\Sigma(l)}{r_s^H \beta} \\ 0 \end{bmatrix} [V_s(l) | v_n | V_n^\perp]^H \quad (2.8.1.6)$$

โดยที่  $V_n^\perp$  แสดงถึงปริภูมิย่อยของ  $V_n(l)$  ซึ่งตั้งฉากกับ  $v_n$  องค์ประกอบของเวกเตอร์ข้อมูลอันใหม่ที่วางอยู่ใน  $V_n^\perp$  มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงไม่ต้องคำนวณมูลฐานสำหรับ  $V_n^\perp$

## ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 ของวิธีการ QR-Jacobi ซึ่งบางครั้งถูกเรียกว่า **ขั้นตอน QR** จะเกี่ยวข้องกับ การใช้การหมุนระนาบแบบกิปเฟนส์ เพื่อให้แต่ละอิลิเมนต์ของการโปรเจกของเวกเตอร์ข้อมูลอันใหม่บนปริภูมิย่อยของสัญญาณมีค่าเป็นศูนย์ (รายละเอียดเกี่ยวกับการหมุนแบบกิปเฟนส์สามารถศึกษาได้จาก [33, 43]) ขั้นตอน QR จะแทนที่แถวสุดท้ายของเมตริกซ์ตรงกลางในการแยกองค์ประกอบในสมการที่ (2.8.1.6) ซึ่งมีการทรานสฟอร์มแบบแถว (Row-type) โดยการคูณข้างหน้าของเมตริกซ์ตรงกลางด้วยลำดับของเมตริกซ์เชิงตั้งฉาก ในขั้นตอนนี้ไม่ต้องสะสมการทรานสฟอร์มเหล่านี้ในเมตริกซ์  $U(I)$  เพราะ  $U(I)$  ไม่ต้องถูกติดตาม

## ขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนนี้ว่า **ขั้นตอนการทำให้เป็นทแยงมุม (Diagonalization step)** เกี่ยวข้องกับเซตของการหมุนระนาบทั้งแบบแถวและแบบคอลัมน์อย่างน้อยที่สุดแบบละหนึ่งเซต เพื่อทำการรวมพลังงานในเมตริกซ์ตรงกลางตามแนวเส้นทแยงมุมหลัก ในบางครั้งขั้นตอนนี้ถูกเรียกว่า **ขั้นตอนการกลั่นกรอง (Refinement step)** โดยที่อัลกอริทึมต่างๆ ในตระกูล QR-Jacobi ซึ่งอยู่บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบค่าเอกฐาน (SVD) จะมีการทำงานภายในขั้นตอนนี้ที่แตกต่างกัน ดังนี้

- อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบเร็วที่มีเพียงการกลั่นกรอง (*Refinement Only Fast Subspace Tracking algorithm: RO-FST algorithm*)

อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ RO-FST จะดำเนินการด้วยเซตของการหมุนระนาบ 2 เซตที่ถูกกำหนดไว้ตายตัวในขั้นตอนการทำให้เป็นทแยงมุม โดยอนุญาตให้เมตริกซ์ตรงกลางในสมการที่ (2.8.1.6) อยู่ในรูปของเมตริกซ์สามเหลี่ยมบน (Upper triangular) และไม่พยายามทำให้เป็นทแยงมุม

การดำเนินการดังกล่าวนี้จะมีประสิทธิภาพเป็นพิเศษสำหรับการประยุกต์ใช้งานต่างๆ ที่ไม่ต้องการค่าเจาะจงเต็มเซต แต่จะไม่มีประโยชน์ในที่นี้เพราะการสร้างดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดต้องการค่าเจาะจงของปริภูมิย่อยของสัญญาณทั้งหมด [29, 37] ดังนั้นอัลกอริทึมนี้จึงไม่ถูกนำมาเปรียบเทียบกับสมรรถนะร่วมกับอัลกอริทึมอื่นๆ ในส่วนต่อไป

- อัลกอริทึมการแยกองค์ประกอบเอกฐานแบบข้ามปริภูมิที่มีการเฉลี่ยกำลังสัญญาณรบกวน (*Noise-Average Cross-space Singular Value Decomposition: NA-CSVD*)

ในกรณีของอัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD นั้นพยายามทำให้ตัวเลือกของการหมุนมีค่าเหมาะสมที่สุดเพื่อให้ได้การทำให้เป็นทแยงมุมที่ดีที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

### 2.8.1.2 อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยในตระกูล QR-Jacobi บนพื้นฐานการแยกองค์ประกอบเจาะจง

- อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ NAHJ-FST

อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ NAHJ-FST เป็นอัลกอริทึมใหม่ที่ถูกพัฒนาขึ้นโดย D. Reynolds และ X. Wang สำหรับใช้งานร่วมกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดและแบบบอด [29] อัลกอริทึมนี้เป็นสมาชิกหนึ่งในตระกูล QR-Jacobi จากเหตุผลที่ว่า อัลกอริทึมนี้ใช้การหมุนแบบกึ่งพิวอนส์ในระหว่างการอัปเดต แต่มีส่วนที่แตกต่างกัน คือ อัลกอริทึมนี้จะหลีกเลี่ยงขั้นตอน QR ทั้งหมดและแทนที่การแยกองค์ประกอบค่าเอกฐานในสมการที่ (2.8.1.3) ด้วยการแยกองค์ประกอบดังนี้

$$C'(I) = V(I)\Sigma^2(I)V^H(I) \quad (2.8.1.7)$$

โดยที่  $C'(I) = M(I)C(I)$  คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ร่วม และ  $\Sigma^2(I)$  คือ Hermitian เมตริกซ์ ซึ่งเกือบจะเป็นเมตริกซ์แนวทแยงมุม

**นิยาม** Hermitian เมตริกซ์  $Q$  คือ เมตริกซ์ที่มีความสัมพันธ์กับสมการ  $Q^H = Q$

สมการที่ (2.8.1.7) อยู่ในรูปแบบการแยกองค์ประกอบค่าเจาะจง (EVD) แต่มีการผ่อนคลายสมมติฐานที่ว่า  $\Sigma^2(I)$  เป็นเมตริกซ์ทแยงมุมอย่างสมบูรณ์ (รายละเอียดของอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ NAHJ-FST ศึกษาได้จาก [29])

**สรุปขั้นตอนการทำงานของอัลกอริทึม NAHJ-FST ได้ดังนี้**

กำหนดให้: ค่าเริ่มต้น  $\Sigma^2(I-1) = \begin{bmatrix} \Sigma_s^2(I-1) & 0 \\ 0 & \sigma^2(I-1)I \end{bmatrix}; V_s(I-1)$

1. เริ่มต้นด้วยการทรานสฟอร์มแบบเฮาส์โฮลเดอร์ ดังสมการที่ (2.8.1.4)-(2.8.1.5)
2. ขั้นตอนนี้เกี่ยวข้องกับการสร้างการแยกตัวประกอบที่ถูกปรับปรุงใหม่ดังนี้

$$V(I)\Sigma^2(I)V^H(I) = \gamma V(I-1)\Sigma^2(I-1)V^H(I-1) + r(I)r^H(I) \\ = \begin{bmatrix} V_s & | & v_n & | & V_n^\perp \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \gamma \Sigma_s^2 & & 0 \\ & \gamma \sigma^2 & \\ 0 & & \sigma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [r_s^H | \beta]^H [r_s^H | \beta] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} V_s & | & v_n & | & V_n^\perp \end{bmatrix}^H \quad (2.8.1.8)$$

โดยที่  $V_n^\perp$  แสดงถึง ปริภูมิย่อยของ  $V_n$  ซึ่งตั้งฉาก (Orthogonal) กับ  $v_n$

3. ขั้นตอนนี้กำหนดให้  $R_s$  เป็นเมตริกซ์ย่อยที่สำคัญซึ่งมีมิติ  $(r+2) \times (r+2)$  ของเมตริกซ์ผลรวมในขั้นตอนที่ 2 จากนั้นประยุกต์ใช้การหมุนแบบกิปเฟเวนด์  $r+1$  ครั้ง เพื่อที่จะทำให้เมตริกซ์  $R_s$  เป็นเมตริกซ์ทแยงมุมเพียงบางส่วน จะได้  $R_a = \Theta_{r+1}^T \cdots \Theta_1^T R_s \Theta_1 \cdots \Theta_{r+1}$  โดยที่  $\Theta_i$  หมายถึง เมตริกซ์การหมุนแบบกิปเฟเวนด์ครั้งที่  $i$
4. กำหนดให้  $\Lambda_s$  เป็นเมตริกซ์แนวทแยงมุมที่สมาชิกในแนวทแยงมุมมีค่าเท่ากับ  $r$  อิลิเมนต์แรกของสมาชิกในแนวทแยงมุมของเมตริกซ์  $R_a$  โดยที่  $R_a$  คือ เมตริกซ์ที่ได้จากการประยุกต์ใช้ลำดับการหมุนแบบกิปเฟเวนด์  $r+1$  ครั้งกับเมตริกซ์  $R_s$  ในขั้นตอนที่ 3
5. จัดให้  $\Sigma_s^2(I)$  เท่ากับ เมตริกซ์ย่อยที่สำคัญซึ่งมีขนาด  $(r+1) \times (r+1)$  ของเมตริกซ์  $R_a$
6. ให้  $V_s(I)$  ประกอบด้วย  $r+1$  คอลัมน์แรกของเมตริกซ์เวกเตอร์เจาะจงที่คูณกับเมตริกซ์การหมุนระบอบแบบกิปเฟเวนด์ที่คำนวณจากขั้นตอนที่ 3 ดังนี้  $[V_s | v_n] \Theta_1 \cdots \Theta_{r+1}$
7. ขั้นตอนนี้ทำการหาค่าเฉลี่ยของกำลังสัญญาณรบกวนใหม่:

$$\sigma^2(I) = \frac{(Pm-r-2)(\sqrt{\gamma}\sigma^2(I-1)) + |\sigma^2|}{(Pm-r-1)} \quad (2.8.1.9)$$

โดยที่  $\sigma^2 = (R_a)_{r+2,r+2}$

### 2.8.2 เปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณ (Computational Complexity) และสมรรถนะของอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแต่ละอัลกอริทึม

ความซับซ้อนทางการคำนวณเป็นประเด็นที่สำคัญเมื่อพิจารณาตัวติดตามปริภูมิย่อยสำหรับมัลติยูสเซอร์ดีเทกชัน ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมทั้ง 3 ข้างต้นแสดงได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมในตระกูล QR-Jacobi

อัลกอริทึมการติดตามแบบ	ความซับซ้อนทางการคำนวณ (Flops) ต่อการทำซ้ำ
RO-FST	$10Pmr+3Pm+9.5r^2+2.5r$ ( $O(Pmr)$ )
NA-CSVD	$10Pmr+3Pm+7.5r^2+7r$ ( $O(Pmr)$ )
NAHJ-FST	$10Pmr+3Pm+4.5r^2+7r$ ( $O(Pmr)$ )

เมื่อ  $Pm$  คือ มิติของเวกเตอร์อินพุตข้อมูล และ  $r$  คือ มิติของปริภูมิย่อยสัญญาณ

จากตารางที่ 2.1 พบว่าอัลกอริทึมทั้ง 3 มีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับที่ใกล้เคียงกัน แต่อัลกอริทึม NAHJ-FST มีความซับซ้อนทางการคำนวณต่ำที่สุด

ส่วนต่อไปเป็นการเปรียบเทียบสมรรถนะของอัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD และอัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST เท่านั้น ดังตารางที่ 2.2



ตารางที่ 2.2 เปรียบเทียบสมรรถนะของอัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD และ อัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST

รายการ	อัลกอริทึม NA-CSVD	อัลกอริทึม NAHJ-FST
ประเภทของอัลกอริทึม	QR-Jacobi	QR-Jacobi
เทคนิคสำคัญที่ใช้	ใช้เมตริกซ์การหมุนระนาบแบบกิปเวนส์ (Given rotaion) ในระหว่างกระบวนการอัปเดตองค์ประกอบปริภูมิย่อยสัญญาณ	ใช้เมตริกซ์การหมุนระนาบแบบกิปเวนส์ ในระหว่างกระบวนการอัปเดตองค์ประกอบปริภูมิย่อยสัญญาณ แต่จะหลีกเลี่ยงขั้นตอน QR
สมรรถนะของอัลกอริทึม	การใช้เมตริกซ์การหมุนระนาบแบบกิปเวนส์ ในระหว่างกระบวนการอัปเดต - ทำให้สามารถลดความซับซ้อนลงเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี SVD และ - รักษาคุณลักษณะการตั้งฉากกันระหว่างเวกเตอร์เจาะจงหลังจากการอัปเดต	การใช้เมตริกซ์การหมุนระนาบแบบกิปเวนส์ ในระหว่างกระบวนการอัปเดต - ทำให้สามารถลดความซับซ้อนลงเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี SVD - รักษาคุณลักษณะการตั้งฉากกันระหว่างเวกเตอร์เจาะจงหลังจากการอัปเดต
ความซับซ้อนทางการคำนวณ	ในระดับต่ำ $O(Pmr)$	ในระดับต่ำ $O(Pmr)$ (ต่ำกว่าอัลกอริทึม NA-CSVD)

จากตารางที่ 2.2 จะเห็นได้ว่า อัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST และอัลกอริทึมการติดตามแบบ NA-CSVD มีสมรรถนะที่ดีใกล้เคียงกัน แต่เมื่อพิจารณาถึงประเด็นการใช้งานกับเครื่องรับในวิทยานิพนธ์นี้ พบว่า อัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST ง่ายต่อการนำไปใช้งาน เพราะมีการแยกองค์ประกอบและการแยกพจน์ดังสมการที่ (2.8.1.7)-(2.8.1.8) สอดคล้องกับการองค์ประกอบปริภูมิย่อยสัญญาณที่ใช้ในการสร้างดีเทกเตอร์แบบ-กลุ่มบอด รูปแบบที่ 2 และจากผลการจำลองระบบในงานวิจัย [29] ซึ่งเป็นงานวิจัยที่พัฒนาอัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST พบว่าอัลกอริทึมอันใหม่มีสมรรถนะที่ดีในการติดตามปริภูมิย่อยสัญญาณ ดังตารางที่ 2.2 และในแง่ของความซับซ้อนทางการคำนวณ อัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST นี้มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำที่สุด จากข้อดีข้างต้น ในวิทยานิพนธ์นี้ จึงเลือกอัลกอริทึมการติดตามแบบ NAHJ-FST มาใช้งานร่วมกับดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2



### บทที่ 3

## การปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด โดยประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกระบุโดยไลต์

ในบทนี้เป็นการศึกษาปัญหาการประมาณช่องสัญญาณทางกายภาพ (Physical channel) ของผู้ใช้คนที่ต้องการจากสัญญาณที่ได้รับ ซึ่งอยู่บนพื้นฐานความรู้ของลำดับการแผ่ของ ผู้ใช้คนที่ต้องการ ช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ถูกประมาณนี้จะนำไปสร้างมัลติยูสเซอร์ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอด ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 2.7 โดยหัวข้อที่ 3.1 แสดงแบบจำลองช่องสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา หัวข้อที่ 3.2 กล่าวถึง ขั้นตอนการประมาณช่องสัญญาณ หัวข้อที่ 3.3 กล่าวถึงการประมาณช่องสัญญาณด้วยวิธีการมาตรฐานและวิธีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ซึ่งในหัวข้อนี้จะนำเสนอการปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดโดยประยุกต์ใช้อัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกระบุโดยไลต์ (Normalized least-mean square: NLMS) หัวข้อที่ 3.4 กล่าวถึงข้อสังเกตสำคัญสำหรับวิธีการประมาณช่องสัญญาณทั้ง 2 วิธีในหัวข้อที่ 3.3 และหัวข้อที่ 3.5 ศึกษาความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกระบุโดยไลต์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด

### 3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete-time channel model) [20]

จากสมการที่ (2.3.5) และสมการที่ (2.3.9) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} h_k[j, n] &\stackrel{\Delta}{=} h_k(jT + n\Delta) \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} c_k[l] \bar{g}_k(jT + n\Delta - lT_c) \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

โดยที่

$$j = 0, \dots, L_k \text{ และ } n = 0, \dots, P-1$$

แยก (Decimate)  $h_k[j, n]$  ออกเป็นลำดับย่อย  $p$  ลำดับดังนี้

$$\begin{aligned} h_{k,q}[j, i] &\stackrel{\Delta}{=} h_k(j, q + pi) = h_k(jT + (q + pi)\Delta) \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} c_k[l] \bar{g}_k(jT + (q + pi)\Delta - lT_c) \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} c_k[l] \underbrace{\bar{g}_k(q\Delta + (jN + i + l)p\Delta)}_{\bar{g}_k[(jN + i + l)p + q] \stackrel{\Delta}{=} \bar{g}_{k,q}(jN + i + l)} \end{aligned}$$

$$= \sum_{l=0}^{N-1} c_k[l] \bar{g}_{k,q}(jN+i+l) \quad (3.1.2)$$

โดยที่

$$j=0, \dots, \iota_k, \quad i=0, \dots, N-1 \quad \text{และ} \quad q=0, \dots, p-1$$

ความเท่ากันลำดับที่ 4 ของสมการที่ (3.1.2) เป็นผลมาจากความจริงที่ว่า  $T = NT_c$  และ  $T_c = p\Delta$

ลำดับ  $\{\bar{g}_k[i]\}$  ได้มาโดยการซีกค่าตัวอย่างผลตอบสนองช่องสัญญาณรวม (Composite channel response:  $\bar{g}_k(t)$ ) ซึ่งถูกกำหนดในสมการที่ (2.3.6) ที่อัตรา  $(1/\Delta) = (p/T_c)$

$$\bar{g}_k[i] \stackrel{\Delta}{=} \bar{g}_k(i\Delta) = A_k \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} \psi(i\Delta - d_k - \tau_{kl}) \quad (3.1.3)$$

โดยที่

$$i=0, \dots, p\mu_k - 1$$

ความยาวของลำดับ  $\{\bar{g}_k[i]\}$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $p\mu_k$  สามารถคำนวณได้จากความยาวของการสนับสนุนผลตอบสนองช่องสัญญาณรวม  $\bar{g}_k(t)$  และจากความสัมพันธ์ที่ว่า  $\bar{g}_k(t)$  มีค่าไม่เป็นศูนย์เพียงในช่วง  $[d_k + \tau_{k1}, d_k + \tau_{kL} + T_c]$  ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mu_k = \left\lceil \frac{d_k + \tau_{kL} + T_c}{p\Delta} \right\rceil = \left\lceil \frac{d_k + \tau_{kL} + T_c}{T} \cdot \frac{T}{T_c} \right\rceil \leq \iota_k N \quad (3.1.4)$$

โดยที่

สัญลักษณ์  $\lceil x \rceil$  หมายถึง จำนวนเต็มบวกน้อยที่สุดที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ  $x$  (Smallest integer greater than or equal to  $x$ )

ลำดับ  $\{\bar{g}_{k,q}[i]\}$  ในสมการที่ (3.1.2) ได้รับโดยลดการซีกค่าตัวอย่าง (Down sampling) ลำดับ  $\{\bar{g}_k[i]\}$  โดยค่า Oversampling ( $p$ ) นั่นคือ

$$\bar{g}_{k,q}[i] = \bar{g}_k[ip+q] \quad (3.1.5)$$

โดยที่

$$i=0, \dots, p\mu_k - 1 \quad \text{และ} \quad q=0, \dots, p-1$$

จากสมการที่ (3.1.2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} & \{h_{k,q}[0,0], \dots, h_{k,q}[0,N-1], \dots, h_{k,q}[\iota_k,0], \dots, h_{k,q}[\iota_k,N-1]\} \\ & = \{c_k[0], \dots, c_k[N-1]\} * \{\bar{g}_{k,q}[0], \dots, \bar{g}_{k,q}[\mu_k - 1]\} \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

แสดงถึง

$$h_{k,q} = \begin{bmatrix} h_{k,q}[0,0] \\ \vdots \\ h_{k,q}[0,N-1] \\ \vdots \\ h_{k,q}[l_k,0] \\ \vdots \\ h_{k,q}[l_k,N-1] \end{bmatrix}_{(l_k+1)N \times 1}$$

$$\bar{g}_{k,q} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{k,q}[0] \\ \vdots \\ \bar{g}_{k,q}[\mu_k - 1] \end{bmatrix}_{\mu_k \times 1}$$

$$C_k = \begin{bmatrix} c_k[0] & & & & & \\ c_k[1] & c_k[0] & & & & \\ \vdots & c_k[1] & \ddots & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & & \\ c_k[N-1] & \vdots & & c_k[1] & & \\ & c_k[N-1] & & \vdots & & \\ & & \ddots & \vdots & & \\ & & & c_k[N-1] & & \end{bmatrix}_{(l_k+1)N \times \mu_k}$$

ฉะนั้น สมการที่ (3.1.6) สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$h_{k,q} = C_k \bar{g}_{k,q} \quad (3.1.7)$$

สุดท้ายแล้วจะได้

$$h_k = [h_k[0,0], \dots, h_k[0, P-1], \dots, h_k[l_k, 0], \dots, h_k[l_k, P-1]]_{(l_k+1)P \times 1}^T$$

$$\bar{g}_k = [\bar{g}_k[0], \dots, \bar{g}_k[p\mu_k - 1]]_{p\mu_k \times 1}^T$$

ดังนั้น

$$h_k = \tilde{C}_k \bar{g}_k \quad (3.1.8)$$

โดยที่

$\tilde{C}_k$  คือ เมตริกซ์ที่มีมิติ  $[(l_k + 1)P \times p\mu_k]$  ซึ่งถูกสร้างขึ้นจากรหัสแผ่สำหรับผู้ใช้คนที่  $k$

ตัวอย่างเช่น เมื่อค่า Oversampling  $(p) = 2$  จะได้ว่าเมตริกซ์  $\tilde{C}_k$  มีรูปแบบดังนี้



จากขั้นตอนทั้ง 3 ขั้นตอนข้างต้น พบว่า ขั้นตอนที่ 1 เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดสำหรับการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดซึ่งจะได้กล่าวถึงรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

### 3.3 การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ (Channel response: $\bar{g}_k$ )

กำหนดให้ **สัญลักษณ์**  $1_l$  หมายถึง เวกเตอร์ที่มีความยาว  $[K(m+l)]$  โดยที่ในตำแหน่งต่างๆ มีค่าเป็นศูนย์ยกเว้นตำแหน่งที่  $l$  มีค่าเท่ากับหนึ่ง และให้  $\bar{h}_k \stackrel{\Delta}{=} H1_{Kl+k}$  ดังนั้นโดยสมการที่ (3.1.8) จะได้

$$\bar{h}_k = \begin{bmatrix} h_k \\ 0_{(m-l-1)P \times 1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{c}_k \\ 0_{(m-l-1)P \times p} \end{bmatrix}}_{\tilde{c}_k} \cdot \bar{g}_k \quad (3.3.1)$$

**หลักการของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k$  สำหรับดีเทกเตอร์เชิงเส้นบนพื้นฐานปริภูมิย่อยแบบกลุ่ม-บอด** คือ การใช้ประโยชน์ของการตั้งฉากกัน (Orthogonality) ระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Signal subspace) และปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน (Noise subspace) [19-20, 23-24] โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เพราะปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน  $U_n$  ตั้งฉากกับปริภูมิคอลัมน์ของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ  $H$  และ  $\bar{h}_k$  อยู่ในปริภูมิคอลัมน์ (Column space) ของเมทริกซ์ช่องสัญญาณ  $H$  จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$U_n^H \bar{h}_k = U_n^H \tilde{c}_k \bar{g}_k = 0 \quad (3.3.2)$$

การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ ( $\bar{g}_k$ ) แบบบอดสำหรับดีเทกเตอร์เชิงเส้นบนพื้นฐานปริภูมิย่อยที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์มีอยู่ด้วยกัน 2 วิธี คือ

#### 3.3.1 วิธีการมาตรฐาน (Standard method)

การหาผลเฉลยของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k$  โดยวิธีการมาตรฐาน เริ่มต้นจากการพิจารณาผลการโปรเจกของสมการที่ (3.3.2) ซึ่งในทางปฏิบัติพบว่าจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ด้วยเหตุนี้ จึงใช้วิธีการทำให้ระยะห่างยูคลิเดียน (Euclidean distance) หรือนอร์ม  $l_2$  ( $l_2$  norm) ของการโปรเจกระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณและปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนมีค่าต่ำที่สุด สำหรับการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k$  ซึ่งจะได้ผลเฉลยอยู่ในรูปสองกำลังน้อยที่สุด ดังนี้

$$\bar{g}_k = \arg \min_{\bar{g} \in G} \|U_n^H \tilde{c}_k \bar{g}\|^2 \quad (3.3.3)$$

โดยที่เซตเงื่อนไขบังคับ  $G$  คือ เซตของผลตอบสนองอิมพัลส์ที่เป็นไปได้ซึ่งถูกตัดสินโดย บางส่วนของแบบจำลองช่องสัญญาณเบื้องต้น (a priori channel model) และเมื่อแสดงสมการที่ (3.3.3) ในรูปผลคูณของเมตริกซ์ จะได้

$$\bar{g}_k = \arg \min_{\bar{g} \in G} \bar{g}^H (\bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k) \bar{g} \quad (3.3.4)$$

การประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณข้างต้นขึ้นอยู่กับเซตเงื่อนไขบังคับ ทำให้ปัญหา การทำให้เหมาะที่สุด (Optimization problem) นี้จะยากต่อการหาคำตอบ ด้วยเหตุที่ไม่ทราบ แอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณที่ส่งมาของผู้ใช้คนที่ต้องการ ฉะนั้นค่าประมาณผลตอบสนอง ช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k$  จะสามารถคำนวณได้เพียงภายในค่าคงที่ผลคูณเชิงซ้อน (Complex multiplicative constant) เท่านั้น และโดยปราศจากการสูญเสียหลักการ จะใช้เงื่อนไขบังคับที่ง่าย คือ  $\|\bar{g}\| = 1$  ทำให้สามารถแสดงเขียนสมการ (3.3.4) ได้ใหม่ดังนี้

$$\bar{g}_k = \arg \min_{\|\bar{g}\|=1} \bar{g}^H \underbrace{(\bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k)}_Q \bar{g} \quad (3.3.5)$$

การหาค่าการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของปัญหาการทำให้เหมาะที่สุด (Optimization problem) ในสมการที่ (3.3.5) สามารถหาผลเฉลยได้จากวิธีการของ Lagrange multipliers. ให้

$$L(\bar{g}) = \bar{g}^H \underbrace{(\bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k)}_Q \bar{g} + \lambda(1 - \bar{g}^H \bar{g}) = \min \quad (3.3.6)$$

หาอนุพันธ์เทียบกับ  $\bar{g}$  หรือ  $\nabla L(\bar{g}) = 0$  แล้วจัดพจน์ใหม่จะได้

$$Q\bar{g} = \lambda\bar{g} \quad (3.3.7)$$

จากสมการที่ (3.3.7) พบว่า  $\lambda$  คือ ค่าเฉพาะจริง (Eigenvalue) ของเมตริกซ์  $Q$  ด้วยเวกเตอร์ เฉพาะจริง (Eigenvector:  $\bar{g}$ ) ที่สอดคล้องกัน

การหาค่า  $\lambda$ : ทำได้โดยการคูณ  $\bar{g}^H$  ทางด้านซ้ายทั้งสองด้านของสมการที่ (3.3.7) จะได้

$$\bar{g}^H Q \bar{g} = \lambda \bar{g}^H \bar{g} \quad (3.3.8)$$

และใช้เงื่อนไข  $\|\bar{g}\| = 1 \rightarrow \bar{g}^H \bar{g} = 1$  ดังนั้น



$$\lambda = \bar{g}^H Q \bar{g} = \min \quad (3.3.9)$$

จากสมการที่ (3.3.7) และ (3.3.9) พบว่า  $\lambda$  จะต้องเป็นค่าเฉพาะงที่มีค่าน้อยที่สุด (Smallest eigenvalue) ของเมตริกซ์  $Q$  ด้วยเวกเตอร์เฉพาะง (Eigenvector:  $\bar{g}$ ) ที่สอดคล้องกัน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่าการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k$  ในวิธีการมาตรฐานนี้ สามารถคำนวณได้จากเวกเตอร์เฉพาะงที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะงที่มีค่าน้อยที่สุดของเมตริกซ์  $(\bar{C}_k^T U_n U_n^H \bar{C}_k)$  หรือเขียนสรุปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\bar{g}_k = \text{Minimum eigenvector of } (\bar{C}_k^T U_n U_n^H \bar{C}_k) \quad (3.3.10)$$

เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับวิธีการประมาณช่องสัญญาณนี้ คือ เมตริกซ์  $U_n^H \bar{C}_k$  จะมีค่าแรงค์ (rank) เท่ากับ  $(p \mu_k - 1)$  ซึ่งบังคับให้เมตริกซ์นี้เป็นเมตริกซ์สูง (Tall matrix) นั่นคือจำนวนของแถวมากกว่าจำนวนของคอลัมน์ หรือ  $[Pm - K(m + \iota)] \geq p \mu_k$  และความสัมพันธ์  $\mu_k \leq \iota_k N$  ในสมการที่ (3.1.4) ทำให้สามารถเลือกค่า Smoothing factor ( $m$ ) ที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$[Pm - K(m + \iota)] \geq \iota P \geq \iota_k N p \geq p \mu_k \quad (3.3.11)$$

นั่นคือ ค่า smoothing factor ( $m$ ) มีค่าเท่ากับ  $\lceil (P + K)/(P - K) \rceil \iota$

ในอีกแง่มุมหนึ่ง จากเงื่อนไขในสมการที่ (3.3.11) มีนัยสำคัญว่า เมื่อค่า Smoothing factor ( $m$ ) ถูกเจาะจงค่า (fixed) ทำให้สามารถคำนวณจำนวนผู้ใช้ทั้งหมดที่สามารถจัดให้ได้ในระบบดังนี้

$$\text{จำนวนผู้ใช้ทั้งหมดในระบบที่พิจารณา} = \lceil (m - \iota)/(m + \iota) \cdot P \rceil \quad (3.3.12)$$

### 3.3.2 วิธีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential channel estimation)

จากวิธีการมาตรฐานข้างต้นพบว่า ส่วนประกอบที่สำคัญนอกเหนือจากเมตริกซ์ของรหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจก็คือ ปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน  $U_n$  ฉะนั้นถ้านำวิธีการมาตรฐานมาใช้ในการประมาณช่องสัญญาณร่วมกับเครื่องรับในวิทยานิพนธ์นี้ ทำให้ต้องมีการคำนวณ  $U_n$  ซึ่งจะ

เป็นการเพิ่มความซับซ้อนของเครื่องรับมากขึ้นเพราะตัวติดตามปริภูมิย่อยในเครื่องรับจะติดตามเฉพาะองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณเท่านั้น

ในงานวิจัย [25] Wang และ Poor ได้พัฒนาเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดขึ้นมา เทคนิคนี้สามารถประมาณรูปคลื่นสัญญาณรวม (Composite signature waveform) ของผู้ใช้ที่ทราบลำดับการแผ่ โดยปราศจากการประมาณปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวน  $U_n$  แต่จะใช้ประโยชน์จากการประมาณปริภูมิย่อยของสัญญาณ  $U_s$  ที่ได้ร่วมกับสัญญาณที่ได้รับและเมตริกซ์ของรหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่สนใจ

ในส่วนตัวไป กล่าวถึงรายละเอียดของวิธีการประมาณช่องสัญญาณในงานวิจัย [25] ดังนี้

### 3.3.2.1 เทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential channel estimation technique)

สมมติว่าเครื่องรับทราบปริภูมิย่อยของสัญญาณ  $U_s$  การทำงานเริ่มต้นจากการทำการโปรเจกต์สัญญาณที่ได้รับ  $r[i]$  ไปบนปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนเพื่อให้ได้สัญญาณ  $z[i]$  ดังนี้

$$z[i] = r[i] - U_s U_s^H r[i] = U_n U_n^H r[i] \quad (3.3.13)$$

โดยการใช้สมการที่ (3.3.2) จะได้

$$\bar{g}_k^H \bar{C}_k^{-H} z[i] = 0 \quad (3.3.14)$$

ใช้เทคนิคการกรองที่ปรับตัวได้แบบมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้เพื่อประมาณสถานะช่องสัญญาณ (Channel state)

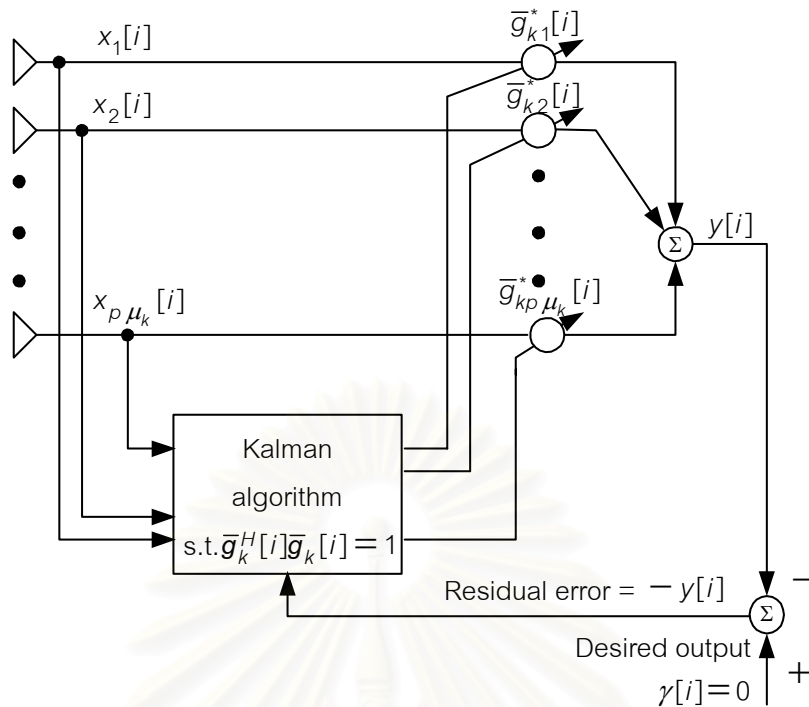
$$\min_{\bar{g}_k} E\{|\bar{g}_k^H \bar{C}_k^{-H} z[i]|^2\} \quad (3.3.15a)$$

$$\text{เงื่อนไข} \quad \|\bar{g}_k\| = 1 \quad (3.2.15b)$$

โดยที่  $\|\cdot\|$  หมายถึง ตัวดำเนินการนอร์ม (Norm operator)

### 3.3.2.2 การประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential Kalman channel estimation)

ในงานวิจัย [26] เลือกใช้อัลกอริทึมแบบคาลแมน (Kalman-type of algorithm) [27] เพื่อแก้ปัญหาการทำให้เหมาะที่สุดแบบมีเงื่อนไขในสมการที่ (3.3.15a) - (3.3.15b) สำหรับการประมาณช่องสัญญาณ ซึ่งมีบล็อกไดอะแกรมแสดงการทำงานดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่มีเงื่อนไขในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่  $k$

3.3.2.2.1 การประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบคาลแมน

1. พิจารณาเวกเตอร์น้ำหนักที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข (Optimum-constrained weight vector) ซึ่งในที่นี้ คือ ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  ( $\bar{g}_k[i]$ ) เป็นหลัก โดย  $\bar{g}_k[i]$  มีค่าคงที่สำหรับสภาพแวดล้อมคงที่ [27] ทำให้สมการกระบวนการ (Process equation) ของอัลกอริทึมคาลแมน มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\bar{g}_k[i] = \bar{g}_k[i-1] \tag{3.3.16}$$

2. พิจารณาสมการการวัด (Measurement equation) ของตัวกรองคาลแมนจะได้

$$y[i] = \mathbf{x}^T[i] \bar{\mathbf{g}}_k^*[i] + v[i] \tag{3.3.17}$$

หรือเขียนใหม่ได้เป็น

$$v[i] = y[i] - \mathbf{x}^T[i] \bar{\mathbf{g}}_k^*[i] \tag{3.3.18}$$

โดยที่

เวกเตอร์สัญญาณ  $\mathbf{x}[i] = \bar{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{z}[i] = [x_1[i], x_2[i], \dots, x_{p\mu_k}[i]]^T$  ผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{\mathbf{g}}_k[i] = [\bar{g}_{k1}[i], \bar{g}_{k2}[i], \dots, \bar{g}_{kp\mu_k}[i]]^T$  และ  $v[i]$  คือ ค่าความผิดพลาดที่เหลือ (Residual error) ระหว่างผลตอบสนองที่ต้องการ (Desired response:  $y[i]$ ) กับค่าประมาณของผลตอบสนองที่ต้องการ  $\mathbf{x}^T[i] \bar{\mathbf{g}}_k^*[i]$  ส่วนตัวยก (\*) แสดงถึง คอนจูเกตเชิงซ้อน

3. กำหนดให้  $y[i]=0$  จะได้ค่าความผิดพลาดที่เหลือนำกำลังสองเฉลี่ย ดังนี้

$$E[|0 - \mathbf{x}^T [i] \bar{\mathbf{g}}_k^* [i]|^2] = \bar{\mathbf{g}}_k^H \mathbf{R}_{xx} \bar{\mathbf{g}}_k \quad (3.3.19)$$

โดยที่

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}[i]\mathbf{x}^H [i]\}$$

จากสมการที่ (3.3.19) และ (3.3.15b) อัลกอริทึมแบบคาลแมนที่มีเงื่อนไขสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\min_{\bar{\mathbf{g}}_k} E[|0 - \mathbf{x}^T [i] \bar{\mathbf{g}}_k^* [i]|^2] \quad (3.3.20a)$$

$$\text{subject to } \bar{\mathbf{g}}_k^H [i] \bar{\mathbf{g}}_k [i] = 1 \quad (3.3.20b)$$

จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า การทำให้กำลังเอาต์พุตของระบบ (ขนาดของการโปรเจกทีวระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณกับปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนกำลังสอง) ในสมการที่ (3.3.15a) มีค่าน้อยที่สุด แปลความหมายทางกายภาพได้เหมือนกับการทำให้ความผิดพลาดที่เหลือนำกำลังสองเฉลี่ยในสมการที่ (3.3.20a) มีค่าน้อยที่สุดเมื่อผลตอบสนองที่ต้องการ ( $y[i]$ ) ถูกกำหนดให้เป็นศูนย์ ดังนั้นค่าความผิดพลาดที่เหลือนำกำลังสองเท่ากับ  $-y[i]$  ดังรูปที่ 3.1 ส่วนสมการที่ (3.3.20b) จะบังคับให้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณตามทิศทางที่ค้นหาเป็นหนึ่งขณะที่กำลังเอาต์พุตของระบบมีค่าน้อยที่สุด ด้วยเหตุนี้  $y[i]$  จึงไม่ต้องถูกประมาณเป็นค่าเบื้องต้น (a priori)

จากสมการที่ (3.3.17) ถึงสมการที่ (3.3.20b) สมการการวัดของอัลกอริทึมคาลแมนสามารถจำลองแบบได้ดังนี้

$$0 = \mathbf{x}^T [i] \bar{\mathbf{g}}_{kd}^* [i] + v_o [i] \quad (3.3.21)$$

$$\bar{\mathbf{g}}_k^* [i] = \bar{\mathbf{g}}_{kd}^* [i] / \|\bar{\mathbf{g}}_{kd}^* [i]\| \quad (3.3.22)$$

4. ประยุกต์ใช้อัลกอริทึมตัวกรองคาลแมนแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Kalman filter algorithm) [27] กับสมการที่ (3.3.21) และ (3.3.22) จะได้ว่าเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ถูกประมาณในสภาพแวดล้อมที่ สามารถอัปเดตในรูปแบบที่ปรับตัว ได้ดังนี้

$$\mathbf{q}[i] = \mathbf{K}[i-1]\mathbf{x}[i] / [\mathbf{x}^H [i]\mathbf{K}[i-1]\mathbf{x}[i] + Q_o [i]] \quad (3.3.23)$$

$$\mathbf{K}[i] = \mathbf{K}[i-1] - \mathbf{q}[i]\mathbf{x}^H [i]\mathbf{K}[i-1] \quad (3.3.24)$$

$$\bar{\mathbf{g}}_{kd} [i] = \bar{\mathbf{g}}_k [i-1] - \mathbf{q}[i]\mathbf{x}^H [i]\bar{\mathbf{g}}_k [i-1] \quad (3.3.25)$$

$$\bar{\mathbf{g}}_k [i] = \bar{\mathbf{g}}_{kd} [i] / \|\bar{\mathbf{g}}_{kd} [i]\| \quad (3.3.26)$$

โดยที่

$q[i]$  คือ เวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน (Kalman gain vector)

$K[i]$  คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าน้ำหนักความผิดพลาด (Weight-error correlation error)

$\bar{g}_k[i]$  คือ เวกเตอร์ค่าน้ำหนักที่ถูกอัปเดต ซึ่งในที่นี้ คือ ผลตอบสนองช่องสัญญาณ

$Q_o[i]$  คือ ค่าแวกเรียนซ์ (Variance) ของ  $v_o[i]$  ในสมการที่ (3.3.21)

การดำเนินการทั้ง 4 ขั้นตอนข้างต้นของอัลกอริทึมแบบคาลแมนร่วมกับเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ถูกเรียกว่า “การติดตามแบบคาลแมน (Kalman tracking)”

**พิจารณาความสัมพันธ์ของ  $Q_o[i]$**

จากสมการที่ (3.3.21) จะได้

$$v_o[i] = 0 - x^T[i] \bar{g}_{kd}^*[i] \quad (3.3.27)$$

ใช้ความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.3.16) ทำให้สมการที่ (3.3.27) กลายเป็น

$$v_o[i] = 0 - x^T[i] \bar{g}_{kd}^*[i-1] \quad (3.3.28)$$

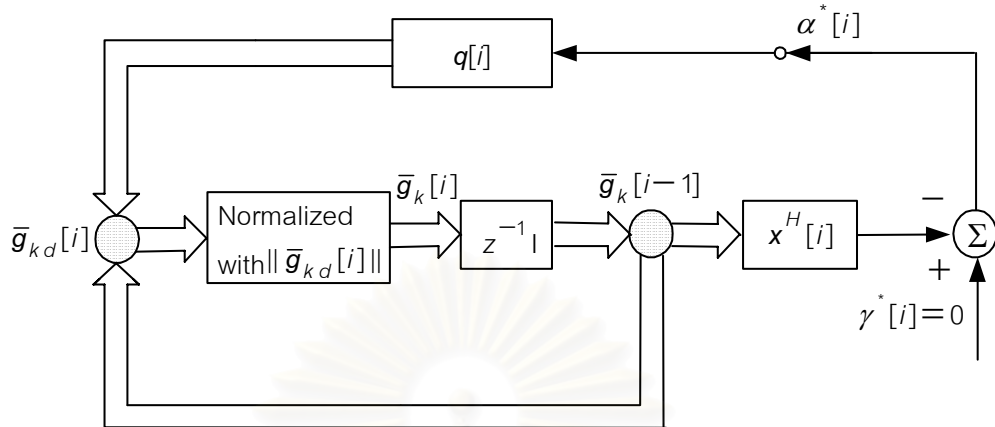
จากสมการที่ (3.3.28) สามารถหาค่า  $Q_o[i]$  ได้ดังนี้

$$Q_o[i] = \|v_o[i]\|^2 = \|x^T[i] \bar{g}_{kd}^*[i-1]\|^2 \quad (3.3.29)$$

ความสัมพันธ์ของสมการที่ (3.3.28) และ (3.3.29) สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ถ้าเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_{kd}[i-1]$  ตั้งฉากกับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  แล้ว ทำให้ค่าความผิดพลาดที่เหลือ (Residual error:  $v_o[i]$ ) มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่งผลให้ค่า  $Q_o[i]$  ในสมการที่ (3.3.29) มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วยเช่นกัน [25, 27]
2. ถ้าเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_{kd}[i-1]$  ไม่ตั้งฉากกับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  แล้ว ทำให้ค่าความผิดพลาดที่เหลือ  $v_o[i]$  มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ส่งผลให้  $Q_o[i]$  ในสมการที่ (3.3.29) มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ด้วยเช่นกัน

เมื่อใช้สมการ (3.3.21), (3.3.25) และ (3.3.26) สามารถแสดงกราฟการไหลของสัญญาณ (Signal-flow graph) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่เงื่อนไขได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 กราฟการไหลสัญญาณ (Signal-flow graph) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่มีเงื่อนไขในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่  $k$

ในสภาวะเริ่มต้น (initial condition) กำหนดให้  $K(0) = a \cdot I$  เมื่อ  $a$  คือ จำนวนจริงบวก

จากการดำเนินการของขั้นตอนข้างต้น ทำให้ได้การประมาณของสถานะช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k$  ซึ่งจะนำไปคำนวณเวกเตอร์สัญญาณรวม (Composite signature vector:  $\bar{h}_k$ ) ของผู้ใช้คนที่ต้องการดังสมการที่ (3.3.1) และสร้างเมตริกซ์ช่องสัญญาณ  $\tilde{H}$  ในท้ายที่สุด

### 3.3.2.2.2 พฤติกรรมการลู่เข้าของการประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนอย่างต่อเนื่องแบบบอด

ภาคผนวกในงานวิจัย [26] และงานวิจัย [44] ได้พิสูจน์การลู่เข้าของเวกเตอร์น้ำหนัก หรือเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k[i]$  ในงานวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งสรุปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

- การลู่เข้าของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณ

เวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k[i]$  ที่ประมาณได้ คือ

$$\bar{g}_k[i] = \frac{\hat{R}_{xx}^{-1}[i] \bar{g}_k[0]}{\|\hat{R}_{xx}^{-1}[i] \bar{g}_k[0]\|} \quad (3.3.30)$$

โดยที่ การประมาณของเมตริกซ์โควาเรียนซ์  $R_{xx}$  ถูกกำหนดจาก  $\hat{R}_{xx}[i] = \frac{1}{i} \sum_{n=1}^i x[n] x^H[n]$

ดังนั้น

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \bar{g}_k[i] = \frac{R_{xx}^{-1} \bar{g}_k[0]}{\|R_{xx}^{-1} \bar{g}_k[0]\|} \quad (3.3.31)$$

ด้วยความน่าจะเป็นของการลู่เข้าเท่ากับ 1 เพราะ  $\lim_{i \rightarrow \infty} \hat{R}_{xx}[i] = R_{xx}$



หาค่า  $R_{xx}$  จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned}
 R_{xx} &= E\{x[i]x^H[i]\} = E\{\bar{C}_k^H z[i][\bar{C}_k^H z[i]]^H\} \quad (\text{โดยที่ } x[i] = \bar{C}_k^H z[i]) \\
 &= E\{\bar{C}_k^H z[i]z^H[i]\bar{C}_k\} = \bar{C}_k^H E\{z[i]z^H[i]\}\bar{C}_k \\
 &= \bar{C}_k^H E\{[r[i] - U_s U_s^H r[i]][r[i] - U_s U_s^H r[i]]^H\}\bar{C}_k \\
 &= \bar{C}_k^H E\{[r[i] - U_s U_s^H r[i]][r^H[i] - r^H[i]U_s U_s^H]\}\bar{C}_k \\
 &= \bar{C}_k^H E\{r[i]r^H[i] - r[i]r^H[i]U_s U_s^H \\
 &\quad - U_s U_s^H r[i]r^H[i] - U_s U_s^H r[i]r^H[i]U_s U_s^H\}\bar{C}_k \\
 &= \bar{C}_k^H \{E\{r[i]r^H[i]\} - E\{r[i]r^H[i]U_s U_s^H\} \\
 &\quad - E\{U_s U_s^H r[i]r^H[i]\} - E\{U_s U_s^H r[i]r^H[i]U_s U_s^H\}\}\bar{C}_k \\
 &= \bar{C}_k^H \{E\{r[i]r^H[i]\} - E\{r[i]r^H[i]\}U_s U_s^H \\
 &\quad - U_s U_s^H E\{r[i]r^H[i]\} - U_s U_s^H E\{r[i]r^H[i]\}U_s U_s^H\}\bar{C}_k
 \end{aligned}$$

(ใช้ความสัมพันธ์  $E\{r[i]r^H[i]\} = U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H$  จากสมการที่ (2.4.1)-(2.4.2))

$$\begin{aligned}
 &= \bar{C}_k^H \{U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H\} \\
 &\quad - \{U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H\}U_s U_s^H - U_s U_s^H \{U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H\} \\
 &\quad + U_s U_s^H \{U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H\}U_s U_s^H\}\bar{C}_k \\
 &= \bar{C}_k^H \{U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H\} - U_s \Lambda_s U_s^H U_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H U_s U_s^H \\
 &\quad - U_s U_s^H U_s \Lambda_s U_s^H + U_s U_s^H \sigma_n^2 U_n U_n^H \\
 &\quad + U_s U_s^H U_s \Lambda_s U_s^H U_s U_s^H + U_s U_s^H \sigma_n^2 U_n U_n^H U_s U_s^H\}\bar{C}_k
 \end{aligned}$$

(ใช้ความสัมพันธ์  $U_n^H U_s = \mathbf{0}_{(Pm-r) \times r}$ ;  $U_s^H U_n = \mathbf{0}_{r \times (Pm-r)}$ ;

$$U_n^H U_n = I_{(Pm-r) \times (Pm-r)} \text{ และ } U_s^H U_s = I_{r \times r} )$$

$$= \bar{C}_k^H \{U_s \Lambda_s U_s^H + \sigma_n^2 U_n U_n^H\} - U_s \Lambda_s U_s^H - U_s \Lambda_s U_s^H + U_s \Lambda_s U_s^H\}\bar{C}_k$$

$$R_{xx} = \underbrace{\sigma_n^2 \bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k}_Q \quad (3.32)$$

ฉะนั้น  $R_{xx}^{-1} = \sigma_n^{-2} Q^{-1}$  (3.33)

ให้การแยกองค์ประกอบเจาะจงของเมตริกซ์  $Q$  มีความสัมพันธ์ ดังนี้

$$Q = V \Lambda V^H \quad (3.34)$$

โดยที่

$V = [v_1, v_2, \dots, v_{p\mu_k}]$  คือ เมตริกซ์ที่บรรจด้วยเวกเตอร์เจาะจงเชิงตั้งฉากปรกติ (Orthonormal eigenvectors) และ  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{p\mu_k})$  คือ เมตริกซ์ที่บรรจด้วยค่าเจาะจงในแนวทแยงมุม สมมติให้  $v_t$  คือ เวกเตอร์เจาะจงที่สอดคล้องกับค่าเจาะจง (Eigenvalue) ที่มีค่าน้อยที่สุด ( $\lambda_t$ ) ของเมตริกซ์  $Q$  นั่นคือ  $v_t =$  Minimum eigenvector ของเมตริกซ์  $Q$  โดยที่  $1 \leq t \leq p\mu_k$

แทนสมการที่ (3.3.34) ลงในสมการที่ (3.3.33) จะได้

$$R_{xx}^{-1} = \sigma_n^{-2} V \Lambda^{-1} V^H \quad (3.3.35)$$

โดยที่

$$\Lambda^{-1} = \text{diag}(1/\lambda_1, 1/\lambda_2, \dots, 1/\lambda_{p\mu_k}) \text{ และ } \lambda_j \neq 0 \text{ สำหรับ } j = 1, \dots, p\mu_k$$

แทนสมการที่ (3.3.35) ลงในสมการที่ (3.3.31) แล้วจัดพจน์ใหม่จะได้

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{g}_k[i] &= \frac{(\sigma_n^{-2} V \Lambda^{-1} V^H) \bar{g}_k[0]}{\|(\sigma_n^{-2} V \Lambda^{-1} V^H) \bar{g}_k[0]\|} = \frac{\sigma_n^{-2} \left( \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j^{-1} v_j v_j^H \right) \bar{g}_k[0]}{\| \sigma_n^{-2} \left( \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j^{-1} v_j v_j^H \right) \bar{g}_k[0] \|} \\ &= \frac{\sigma_n^{-2} \left( \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j^{-1} v_j^H \bar{g}_k[0] v_j \right)}{\| \sigma_n^{-2} \left( \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j^{-1} v_j^H \bar{g}_k[0] v_j \right) \|} \end{aligned} \quad (3.3.36)$$

พิจารณาค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_k[0]$

**กรณี 1** กำหนดให้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณเริ่มต้นมีค่า  $\bar{g}_k[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{p\mu_k}^T$  โดย  $b$  เป็นค่าเชิงซ้อนที่ถูกสร้างจากการแจกแจงแบบเกาส์เชิงซ้อน (complex Gaussian distribution) เมื่อแทนค่า  $\bar{g}_k[0]$  นี้ลงในสมการที่ (3.3.36) จะได้

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \bar{g}_k[i] = \frac{\sigma_n^{-2} \left( \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j^{-1} h_j v_j \right)}{\| \sigma_n^{-2} \left( \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j^{-1} h_j v_j \right) \|} \quad (3.3.37)$$

โดยที่

$$h_j = v_j^H \bar{g}_k[0]$$

**กรณี 2** กำหนดให้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณเริ่มต้น  $\bar{g}_k[0]$  คำนวณจากวิธีการประมาณช่องสัญญาณมาตรฐาน ดังนี้

$$\bar{g}_k[0] = \text{Minimum - eigenvector of } (\bar{C}_k^H U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_k) \quad (3.3.38)$$

โดยที่

$U_n[0]$  เป็นผลพลอยได้ของการคำนวณค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์เจาะจง (Eigenvector) และค่าเจาะจง (Eigenvalue) จากเวกเตอร์สัญญาณที่ได้รับ  $r[i]$  สำหรับตัวติดตามปริภูมิย่อยสัญญาณ โดยวิธีการแยกองค์ประกอบเอกฐาน (Singular value decomposition: SVD) ซึ่งสามารถคำนวณได้ทั้งองค์ประกอบปริภูมิย่อยของสัญญาณและสัญญาณรบกวน

ดังนั้น เมื่อแทนสมการที่ (3.3.3 8) ลงในสมการที่ (3.3.36) จะได้

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{g}_k[i] &= \frac{\sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} v_t^H \bar{g}_k[0] v_t}{\| \sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} v_t^H \bar{g}_k[0] v_t \|} = \frac{\sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} v_t}{\| \sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} v_t \|} \\ &= \frac{\sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} v_t}{\| \sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} \| \| v_t \|} = \frac{\sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} v_t}{\| \sigma_n^{-2} \lambda_t^{-1} \|} \quad (\text{เนื่องจาก } \| v_t \| = 1) \\ \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{g}_k[i] &= v_t \quad (3.3.39) \end{aligned}$$

โดยที่

$v_t$  = Minimum eigenvector ของเมตริกซ์  $Q$  ตามที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น

ความเท่ากันลำดับที่ 2 ของสมการที่ (3.3.39) เป็นผลมาจาก

$$\begin{aligned} v_j^H \bar{g}_k[0] &= 0 \text{ เมื่อ } j \neq t \\ v_j^H \bar{g}_k[0] &= 1 \text{ เมื่อ } j = t \end{aligned}$$

และความเท่ากันลำดับที่ 4 ของสมการที่ (3.3.39) เป็นผลมาจาก  $\| v_t \|$  มีค่าเท่ากับ 1

ในกรณีที่ 2 นี้ พบว่า เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ประมาณนี้จะเข้าสู่เวกเตอร์เจาะจงที่มีค่าน้อยที่สุด (Minimum eigenvector) เมื่อ  $i$  เข้าสู่อนันต์ ดังสมการที่ (3.3.39) ซึ่งจะเห็นได้อย่างชัดเจนมากกว่าในกรณีที่ 1

เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ได้นี้เป็นค่าที่สอดคล้องกับการหาผลตอบสนองช่องสัญญาณจากวิธีการมาตรฐานในสมการที่ (3.3.10) นั่นเอง

- ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (Average mean-square error: Average MSE) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมน

จากเอกสารอ้างอิง [27, 44] ได้คำนวณค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย  $E[J(i)]$  ของอัลกอริทึมแบบคาลแมน ซึ่งสรุปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$E[J(i)] \approx Q_0 \left(1 + \frac{p \mu_k}{i}\right) \quad (3.3.40)$$

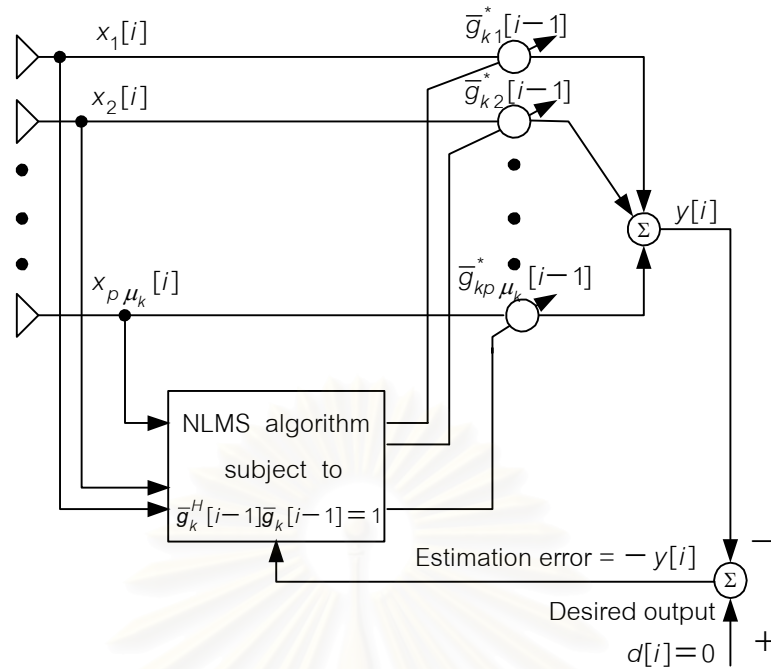
สมการที่ (3.3.40) แสดงให้เห็นว่าการลู่เข้าของอัลกอริทึมแบบคาลแมนซึ่งถูกประยุกต์ใช้ในสภาพแวดล้อมแบบหยุดนิ่งสามารถได้รับโดยทางทฤษฎีภายในการทำซ้ำเท่ากับ  $2 * p \mu_k$  และเมื่อจำนวนการทำซ้ำเข้าใกล้อนันต์ ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยส่วนเกิน (Average excess mean-square error) จะเข้าใกล้ศูนย์และค่าเฉลี่ยความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยจะเข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมที่สุด  $Q_0$

ในส่วนต่อไปเป็นการนำเสนอการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมกับเทคนิคประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด [25] สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ในหัวข้อย่อยที่ 3.3.2.3 ดังนี้

### 3.3.2.3 การประมาณช่องสัญญาณด้วยวิธีกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมกับเทคนิคต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential NLMS channel estimation)

การประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมกับเทคนิคต่อเนื่องแบบบอด (NLMS-type of algorithm) [31-34] สำหรับการประมาณช่องสัญญาณร่วมกับเทคนิคประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด [25] มีบล็อกไดอะแกรมแสดงการทำงานดังรูปที่ 3.3

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่มีเงื่อนไขในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้คนที่  $k$

### 3.3.2.3.1 การประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบ NLMS

1. พิจารณาสมการเอาต์พุตตัวกรอง

$$y[i] = \bar{g}_k^H[i-1] x[i] \quad (3.3.41)$$

โดยที่

เวกเตอร์สัญญาณ  $x[i] = \bar{C}_k^H z[i] = [x_1[i], x_2[i], \dots, x_{p\mu_k}[i]]^T$  และผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_k[i-1] = [\bar{g}_{k1}[i-1], \bar{g}_{k2}[i-1], \dots, \bar{g}_{kp\mu_k}[i-1]]^T$

2. สมการการประมาณความผิดพลาด (Estimation error)

$$e[i] = d[i] - y[i] \quad (3.3.42)$$

โดยที่

$e[i]$  คือ ค่าการประมาณความผิดพลาดระหว่างผลตอบสนองที่ต้องการ  $d[i]$  กับค่าประมาณของผลตอบสนองที่ต้องการ  $y[i]$

3. กำหนดให้  $d[i] = 0$  จะเขียนสมการการประมาณความผิดพลาดได้ใหม่ ดังนี้

$$e[i] = 0 - \bar{g}_k^H[i-1] x[i] \quad (3.3.43)$$

จะได้ความสัมพันธ์ของความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสอง ดังนี้

$$E[|0 - \bar{g}_k^H [i-1]x[i]|^2] = \bar{g}_k^H R_{xx} \bar{g}_k \quad (3.3.44)$$

จากสมการที่ (3.3.43) และ (3.3.15b) อัลกอริทึมแบบ NLMS ที่มีเงื่อนไขสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\min_{\bar{g}_k} E[|0 - \bar{g}_k^H [i-1]x[i]|^2] \quad (3.3.45a)$$

$$\text{subject to } \bar{g}_k^H [i-1] \bar{g}_k [i-1] = 1 \quad (3.3.45b)$$

จะเห็นได้ชัดเจนว่า การทำให้กำลังเอาต์พุตของระบบ (ขนาดของการโปรเจกทีวระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณกับปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนยกกำลังสอง) ในสมการที่ (3.3.15a) มีค่าน้อยที่สุด แปลความหมายทางกายภาพได้ว่าเป็นการทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยในสมการที่ (3.3.45a) มีค่าน้อยที่สุดเมื่อผลตอบสนองที่ต้องการ ( $d[i]$ ) ถูกกำหนดให้เป็นศูนย์ ดังนั้นการประมาณความผิดพลาด มีค่าเท่ากับ  $-y[i]$  ดังรูปที่ 3.3 สมการที่ (3.3.45b) บังคับให้ผลตอบสนองของสัญญาณตามทิศทางที่ค้นหาเป็นหนึ่งขณะที่กำลังเอาต์พุตของระบบมีค่าน้อยที่สุด ด้วยเหตุนี้  $d[i]$  จึงไม่ต้องถูกประมาณเป็นค่าเบื้องต้น (a priori)

4. พิจารณาสมการการอัปเดตเวกเตอร์ผลตอบสนองของสัญญาณของอัลกอริทึมแบบ NLMS ร่วมกับการประมาณความผิดพลาดในสมการที่ (3.3.43)

โดยในอัลกอริทึมแบบ NLMS ค่าช่วงก้าวสามารถปรับตัวได้โดยนำเอาสัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าสู่ตัวกรอง (Filter) มาใช้ประโยชน์ในการควบคุมค่าช่วงก้าวที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนี้

กำหนดให้

$$\mu[i] = \frac{\bar{\mu}}{x^H [i]x[i]} = \frac{\bar{\mu}}{\|x[i]\|^2} \quad (3.3.46)$$

โดยที่

$\bar{\mu}$  คือ ค่าคงที่การปรับตัว (Adaptation constant)

ดังนั้นสมการการอัปเดตเวกเตอร์ผลตอบสนองของสัญญาณสำหรับการประมาณของสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS คือ

$$\bar{g}_{kn} [i] = \bar{g}_k [i-1] - \mu[i]x[i]y^* [i] \quad (3.3.47)$$

โดยที่ตัวยก \* คือ คอนจูเกตเชิงซ้อน

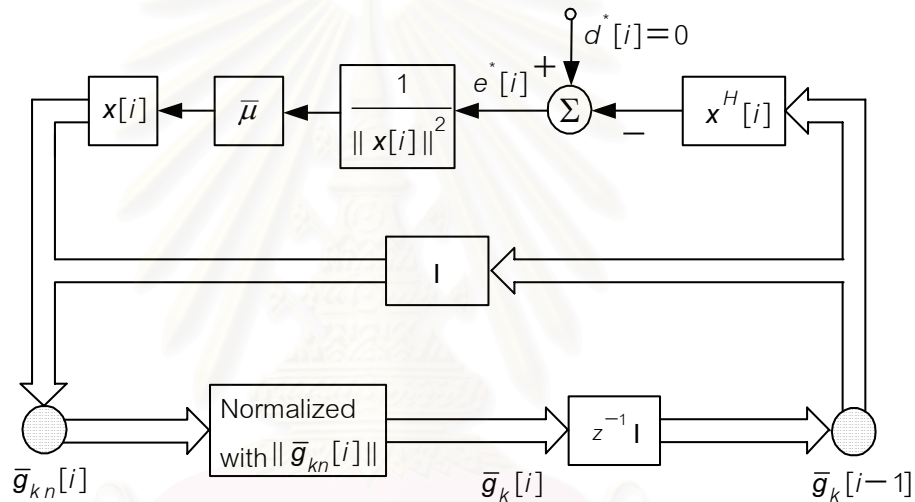


และใช้เงื่อนไขนอร์มอลไลซ์  $\bar{g}_k[i]$  ให้มีขนาดเท่ากับ 1 จะได้

$$\bar{g}_k[i] = \frac{\bar{g}_{kn}[i]}{\|\bar{g}_{kn}[i]\|} \quad (3.3.48)$$

การดำเนินการทั้ง 4 ขั้นตอนข้างต้นของอัลกอริทึมแบบ NLMS ร่วมกับเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ถูกเรียกว่า “การติดตามแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลนอร์มอลไลซ์ (NLMS tracking)”

จากสมการที่ (3.3.40), (3.3.46)-(3.3.48) จะได้กราฟการไหลของสัญญาณ (Signal-flow graph) ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่มีเงื่อนไขดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 กราฟการไหลของสัญญาณ (Signal-flow graph) ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่มีเงื่อนไขในการประมาณช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้งานที่  $k$

### 3.3.2.3.2 พฤติกรรมการลู่เข้าของการประมาณช่องสัญญาณด้วยวิธีกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลนอร์มอลไลซ์อย่างต่อเนื่องแบบบอด

- การลู่เข้าของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณ

แทนสมการที่ (3.3.46) ลงในสมการที่ (3.3.47) แล้วจัดพจน์ใหม่จะได้

$$\begin{aligned} \bar{g}_{kn}[i] &= \bar{g}_k[i-1] - \bar{\mu} (x^H[i] x[i])^{-1} x[i] y^*[i] \\ &= \bar{g}_k[i-1] - \bar{\mu} x[i] (x^H[i] x[i])^{-1} x^H[i] \bar{g}_k[i-1] \\ &= [I_p \mu_k \times_p \mu_k - \bar{\mu} x[i] (x^H[i] x[i])^{-1} x^H[i]] \bar{g}_k[i-1] \end{aligned} \quad (3.3.49)$$

ใส่ Expectation ทั้ง 2 ข้างของสมการที่ (3.3.49) ภายใต้ข้อสมมติความเป็นอิสระ (Independence assumption) ทำให้สามารถแยก Expectation ของทั้งเวกเตอร์ผลตอบแทนของช่องสัญญาณและเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  ออกจากกันได้ ดังนั้นสมการที่ (3.3.49) กลายเป็น

$$E\{\bar{g}_{kn}[i]\} = [I_{p\mu_k \times p\mu_k} - \bar{\mu} E\{x[i](x^H[i]x[i])^{-1}x^H[i]\}] E\{\bar{g}_k[i-1]\} \quad (3.3.50)$$

พิจารณาค่า  $E\{x[i](x^H[i]x[i])^{-1}x^H[i]\}$

$$\begin{aligned} E\{x[i](x^H[i]x[i])^{-1}x^H[i]\} &= E\left\{\frac{x[i]x^H[i]}{x^H[i]x[i]}\right\} \\ &= \frac{E\{x[i]x^H[i]\}}{E\{x^H[i]x[i]\}} \end{aligned}$$

(ใช้ความสัมพันธ์  $E\{x^H[i]x[i]\} = E\{\text{trace}[x[i]x^H[i]]\} = \text{trace}(R_{xx})$ )

โดยที่ ตัวดำเนินการ  $\text{trace}(\cdot)$  หมายถึง ผลรวมของสมาชิกในแนวทแยงมุมของเมตริกซ์)

$$E\{x[i](x^H[i]x[i])^{-1}x^H[i]\} = \frac{E\{x[i]x^H[i]\}}{\text{trace}(R_{xx})}$$

(จากสมการที่ (3.3.33) จะได้  $E\{x[i]x^H[i]\} = R_{xx} = \sigma_n^2 \bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k$ )

$$E\left\{\frac{x[i]x^H[i]}{x^H[i]x[i]}\right\} = \frac{\sigma_n^2 \bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k}{\text{trace}(R_{xx})} \quad (3.3.51)$$

แทนสมการที่ (3.3.51) ลงในสมการที่ (3.3.50) จะได้

$$E\{\bar{g}_{kn}[i]\} = [I_{p\mu_k \times p\mu_k} - \bar{\mu} \frac{\sigma_n^2 \bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k}{\text{trace}(R_{xx})}] E\{\bar{g}_k[i-1]\} \quad (3.3.52)$$

กำหนดให้

$$Q = \bar{C}_k^H U_n U_n^H \bar{C}_k$$

$Q$  คือ เมตริกซ์ที่มีขนาด  $p\mu_k \times p\mu_k$  และการแยกองค์ประกอบเจาะจงของเมตริกซ์  $Q$  มีความสัมพันธ์ดังสมการที่ (3.3.34) รวมทั้งข้อสมมติที่ว่า  $v_t = \text{Minimum eigenvector}$  ของเมตริกซ์  $Q$  โดยที่  $1 \leq t \leq p\mu_k$

แทนสมการที่ (3.3.34) ลงในสมการที่ (3.3.52) จะได้

$$\begin{aligned}
 E\{\bar{g}_{kn}[i]\} &= [I_{p\mu_k \times p\mu_k} - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\{V\Lambda V^H\}]E\{\bar{g}_k[i-1]\} \\
 &= [V V^H - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\{V\Lambda V^H\}]E\{\bar{g}_k[i-1]\} \\
 &= [\sum_{j=1}^{p\mu_k} v_j v_j^H - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})} \sum_{j=1}^{p\mu_k} \lambda_j v_j v_j^H]^i \bar{g}_k[0] \\
 &= [\sum_{j=1}^{p\mu_k} (1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})} \lambda_j) v_j v_j^H]^i \bar{g}_k[0] \\
 &= \sum_{j=1}^{p\mu_k} (1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})} \lambda_j)^i v_j^H \bar{g}_k[0] v_j
 \end{aligned} \tag{3.3.53}$$

พิจารณาค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_k[0]$

**กรณี 1** กำหนดให้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณเริ่มต้นมีค่า  $\bar{g}_k[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{p\mu_k}$  โดย  $b$  เป็นค่าเชิงซ้อนที่ถูกรังจากการแจกแจงแบบเกาส์เชิงซ้อน เมื่อแทนค่า  $\bar{g}_k[0]$  นี้ ลงในสมการที่ (3.3.53) จะได้

$$E\{\bar{g}_{kn}[i]\} = \sum_{j=1}^{p\mu_k} (1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})} \lambda_j)^i h_j v_j \tag{3.3.54}$$

โดยที่

$$h_j = v_j^H \bar{g}_k[0]$$

และเมื่อใช้เงื่อนไขนอร์มขนาดหนึ่งหน่วยดังสมการที่ (3.3.48) จะได้

$$E\{\bar{g}_k[i]\} = \sum_{j=1}^{p\mu_k} \frac{(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})} \lambda_j)^i h_j v_j}{C[i]} \tag{3.3.55}$$

โดยที่ ตัวหารนอร์มอลไลซ์  $C[i]$  มีค่าเท่ากับ (เนื่องจาก  $\|v_j\| = 1$ )

$$C[i] = \sqrt{\sum_{j=1}^{p\mu_k} (1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})} \lambda_j)^{2i} |h_j|^2} \tag{3.3.56}$$

**กรณี 2** กำหนดให้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณเริ่มต้น  $\bar{g}_k[0]$  คำนวณจากวิธีการประมาณช่องสัญญาณมาตรฐาน ดังสมการที่ (3.3.38)

เมื่อแทนสมการที่ (3.3.38) ลงในสมการที่ (3.3.53) จะได้

$$\begin{aligned} E\{\bar{g}_{kn}[i]\} &= \left(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\lambda_t\right)^i v_t^H \bar{g}_k[0] v_t \\ &= \left(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\lambda_t\right)^i v_t \end{aligned} \quad (3.3.57)$$

โดยที่

$v_t$  = Minimum eigenvector ของเมตริกซ์  $Q$  ตามที่ได้กำหนดไว้ข้างต้น

ความเท่ากันลำดับที่ 2 ในสมการที่ (3.3.57) เป็นผลมาจาก

$$\begin{aligned} v_j^H \bar{g}_k[0] &= 0 \text{ เมื่อ } j \neq t \\ v_j^H \bar{g}_k[0] &= 1 \text{ เมื่อ } j = t \end{aligned}$$

และเมื่อใช้เงื่อนไขนอร์มขนาดหนึ่งหน่วยดังสมการที่ (3.3.48) จะได้

$$E\{\bar{g}_k[i]\} = \frac{\left(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\lambda_t\right)^i v_t}{D[i]} \quad (3.3.58)$$

โดยที่ ตัวหารนอร์มอลไลซ์  $D[i]$  มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} D[i] &= \left\| \left(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\lambda_t\right)^i v_t \right\| \quad (\text{เนื่องจาก } \|v_t\| = 1) \\ &= \sqrt{\left(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\lambda_t\right)^{2i}} = \left(1 - \frac{\bar{\mu}\sigma_n^2}{\text{trace}(R_{xx})}\lambda_t\right)^i \end{aligned} \quad (3.3.59)$$

ในกรณีที่ 2 นี้ พบว่า เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณในรูปค่าเฉลี่ยจะเข้าสู่เวกเตอร์เจาะจงที่มีค่าน้อยที่สุด (Minimum eigenvector) เมื่อ  $i$  เข้าสู่อนันต์ ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนมากกว่าในกรณีที่ 1 ดังนี้

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E\{\bar{g}_k[i]\} = v_t \quad (3.3.60)$$

เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ได้นี้เป็นค่าที่สอดคล้องกับการหาผลตอบสนองของช่องสัญญาณจากวิธีการมาตรฐานในสมการที่ (3.3.10) นั่นเอง

- การวิเคราะห์ในรูปความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย

โดยใช้หลักการในงานวิจัย [31] พิจารณาการประมาณความผิดพลาดในสมการที่ (3.3.43)

$$\begin{aligned} e[i] &= 0 - \bar{g}_k^H[i-1]x[i] \\ &= e_o[i] - \varepsilon^H[i-1]x[i] \end{aligned} \quad (3.3.61)$$

โดยที่

$\varepsilon[i-1]$  คือ เวกเตอร์ความผิดพลาดของผลตอบสนองของช่องสัญญาณ นั่นคือ

$$\varepsilon[i-1] = \bar{g}_k[i-1] - q \quad (3.3.62)$$

โดยที่

$q$  คือ เวกเตอร์เจาะจงที่น้อยที่สุด (Minimum eigenvector) และความผิดพลาดของการประมาณที่เหมาะสมที่สุด (Optimum estimation error:  $e_o[i]$ ) นั่นคือ

$$e_o[i] = -q^H x[i] \quad (3.3.63)$$

ใช้สมการที่ (3.3.61) เพื่อประเมินค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของการประมาณช่องสัญญาณที่เวลา  $i$  จะได้ [33]

$$\begin{aligned} J[i] &= E[|e[i]|^2] \\ &= E[|e_o[i]|^2] + E[\varepsilon^H[i-1]x[i]x^H[i]\varepsilon[i-1]] \\ &= J_{\min} + \text{trace}[R_{xx}K[i-1]] \end{aligned} \quad (3.3.64)$$

โดยที่  $R_{xx}$  คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  และ  $K[i-1]$  คือ เมตริกซ์สหสัมพันธ์ของเวกเตอร์ความผิดพลาดของผลตอบสนองช่องสัญญาณ

กำหนดให้  $J_{\text{ex}}[i]$  แสดงถึง ความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยส่วนเกิน (Excess mean-square error) ซึ่งมีค่าดังนี้

$$J_{\text{ex}}[i] = J[i] - J_{\min} = \text{trace}[R_{xx}K[i]] \quad (3.3.65)$$

จากสมการที่ (3.3.47) และ (3.3.48) การนอร์มอลไลซ์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  ถูกใช้ในความสัมพันธ์แบบรีเคอร์ซีฟของอัลกอริทึมแบบ NLMS สำหรับการอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณ อย่างไรก็ตาม ถ้าเงื่อนไขเริ่มต้น  $\bar{g}_k[0]$  ถูกเลือกอย่างเหมาะสมและ



ค่าคงที่การปรับตัวได้ (Adaptation constant:  $\bar{\mu}$ ) จะมีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับกำลังของสัญญาณ อินพุต ทำให้พจน์  $\|\bar{g}_{kn}[l]\|$  มีค่าเกือบเท่ากับ 1 ในแต่ละรอบของการทำซ้ำ ดังนั้นการนอร์มอล-ไลซ์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  ข้างต้นจึงมีผลต่อการปรับตัวของอัลกอริทึม NLMS น้อยมาก ทำให้สมการรีเคอร์ซีฟของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของเวกเตอร์ความผิดพลาดของผลตอบสนองของช่องสัญญาณยังคงใช้ได้ [33]

ตามสมการที่ (3.3.64) และ (3.3.65) Haykin [33] แสดงให้เห็นว่าค่าการปรับที่ผิด (Misadjustment) ซึ่งถูกนิยามว่าเป็นอัตราส่วนของค่าสถานะอยู่ตัว  $J_{ex}(\infty)$  ของความผิดพลาดกำลังเฉลี่ยส่วนเกิน ต่อค่าความผิดพลาดกำลังเฉลี่ยที่น้อยที่สุด  $J_{min}$  มีค่าเท่ากับ

$$M_k = \frac{J_{ex}(\infty)}{J_{min}} = \frac{\sum_{i=1}^p \mu_k [(\bar{\mu}/\text{trace}(R_{xx}))\lambda_i / (2 - (\bar{\mu}/\text{trace}(R_{xx}))\lambda_i)]}{1 - \sum_{i=1}^p \mu_k [(\bar{\mu}/\text{trace}(R_{xx}))\lambda_i / (2 - (\bar{\mu}/\text{trace}(R_{xx}))\lambda_i)]} \quad (3.3.66)$$

ค่าการปรับที่ผิด (Misadjustment) แปรผันตามจำนวนของจำนวนเท่าของความยาวผลตอบสนองของช่องสัญญาณและสามารถมีค่าน้อยลงได้โดยการใช้  $\bar{\mu}$  ให้มีค่าน้อย นั่นเอง.

### 3.3.2.4.2 ตัวแปรการลู่เข้า (Convergence factor) หรือค่าคงที่การปรับตัว (Adaptation constant: $\bar{\mu}$ ) สำหรับอัลกอริทึม NLMS

จากงานวิจัย [34] พบว่า การลู่เข้าของอัลกอริทึม NLMS จะเกิดขึ้นเมื่อ

$$\bar{\mu} \in (0, 2) \quad (3.3.67)$$

ซึ่งเป็นสภาวะของค่าช่วงก้าว (Step-size) ที่เป็นอิสระของการแจกแจงค่าเจาะจง (Eigenvalue distribution) ของ  $R_{xx}$  และการลู่เข้าจะเกิดขึ้นเร็วที่สุดเมื่อ  $\bar{\mu} = 1$

## 3.4 ข้อสังเกตสำคัญสำหรับวิธีการประมาณช่องสัญญาณทั้ง 2 วิธีด้วยแบบจำลองสัญญาณในวิทยานิพนธ์ มีดังนี้

1. ลักษณะของลำดับสัญญาณอินพุตสำหรับการประมาณช่องสัญญาณโดยใช้เทคนิคการประมาณช่องสัญญาณอย่างต่อเนื่องแบบบอด มีความสัมพันธ์ดังนี้

สัญญาณ  $z[i]$  จากสมการที่ (3.3.13) คือ เวกเตอร์สัญญาณที่มีขนาด  $Pm \times 1$  และสัญญาณ  $x[i] = \bar{C}_k^H z[i]$  คือ เวกเตอร์สัญญาณที่มีขนาด  $p \mu_k \times 1$

ฉะนั้นลักษณะของลำดับสัญญาณอินพุต  $x[i]$ ,  $x[i+1]$  จะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$x[i] = \underbrace{[x_1[i] \ x_2[i] \ \cdots \ x_{p\mu_k}[i]]^T}_{p\mu_k \text{ ค่าตัวอย่าง}}$$

$$x[i+1] = \underbrace{[x_1[i+1] \ x_2[i+1] \ \cdots \ x_{p\mu_k}[i+1]]^T}_{p\mu_k \text{ ค่าตัวอย่าง}}$$

สัญญาณ  $x[i]$  และ  $x[i+1]$  ที่ต่อเนื่องนี้ไม่มีการซ้อนทับกันของค่าตัวอย่าง หรือ กล่าวได้ว่าไม่มีความสัมพันธ์การเลื่อน (Shifting relationship) ของข้อมูล ลักษณะของลำดับสัญญาณนี้ เรียกว่า “**เวกเตอร์ที่มีอิสระเชิงสถิติ (Statistically independent vector)**”

นอกจากนี้ พบว่า อัลกอริทึมในตระกูลกำลังสองน้อยที่สุดรีเคอร์ซีฟแบบเร็ว (Fast recursive least square: Fast RLS) ซึ่งมีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำในระดับเดียวกับ อัลกอริทึม LMS แต่มีการลู่เข้าที่เร็วกว่า เช่น อัลกอริทึมตัวกรองตัดขวางแบบเร็วที่มีเสถียรภาพ (Stabilized fast transversal filter) ไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดได้เพราะอัลกอริทึมแบบ Fast RLS ใช้ประโยชน์จากคุณสมบัติการเลื่อน (Shifting property) ของข้อมูลอินพุต ซึ่งมีลักษณะของลำดับอินพุต  $x[i]$ ,  $x[i+1]$  ดังนี้

$$x[i] = \underbrace{[x[i] \ x[i-1] \ \cdots \ x[i-p\mu_k+1]]^T}_{p\mu_k \text{ ค่าตัวอย่าง}}$$

$$x[i+1] = \underbrace{[x[i+1] \ x[i] \ \cdots \ x[i-p\mu_k]]^T}_{p\mu_k \text{ ค่าตัวอย่าง}}$$

เมื่อพิจารณา  $x[i+1]$  พบว่า  $x[i+1]$  คือ ค่าตัวอย่างอันใหม่ที่เข้ามา ส่วน  $x[i-p\mu_k+1]$  คือ ค่าตัวอย่าง (Sample) อันเก่าที่สุดซึ่งจะถูกขจัดออกไปและ  $x[i] \ x[i-1] \ \cdots \ x[i-p\mu_k]$  คือ ค่าตัวอย่างที่เหลือซึ่งเหมือนกับใน  $x[i]$  ลักษณะของลำดับสัญญาณแบบนี้ เรียกว่า “**เวกเตอร์ที่ไม่อิสระเชิงสถิติ (Statistically dependent vector)**” ดังนั้นงานวิจัย [45] ซึ่งเป็นการประยุกต์ใช้อัลกอริทึม SFTF ร่วมกับเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด จึงเป็นงานวิจัยที่มีความผิดพลาดเกิดขึ้นในขั้นตอนการเลือกใช้อัลกอริทึมที่ไม่เหมาะสม และจากความผิดพลาดข้างต้นนี้จึงนำมาสู่การประยุกต์ใช้อัลกอริทึมแบบอื่น ๆ ที่มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำและมีลักษณะของลำดับอินพุตเช่นเดียวกับเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด เช่น อัลกอริทึมแบบ NLMS ที่สามารถนำมาใช้งานร่วมกับเทคนิคการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดในงานวิทยานิพนธ์นี้ นั่นเอง

2. เวกเตอร์ช่องสัญญาณที่ถูกประมาณ  $\hat{g}_k$  นี้บรรจุไปด้วยข่าวสารที่เกี่ยวกับทั้งไทม์มิง (Timings) และอัตราขยายเชิงซ้อนของช่องสัญญาณพหุวิถีของผู้ใช้คนที่  $k$  ดังนั้นวิธีการประมาณ

ช่องสัญญาณทั้ง 2 วิธีข้างต้น สามารถจัดความต้องการสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณ { $\tau_{kl}$ } $_{l=1}^L$  ของช่องสัญญาณพหุวิถีของผู้ใช้คนที่สนใจแยกกันในแต่ละวิถีได้ (โดยพารามิเตอร์ของสัญญาณที่ต้องการ คือ  $\tau_{kl}$  เมื่อ  $L$  หมายถึง วิถีที่มีค่าการประวิงเวลาสูงสุด และสมมติว่าเครื่องรับที่สถานีฐานสามารถประมาณค่า  $\tau_{kl}$  นี้ได้อย่างถูกต้อง) ส่วนความรู้เบื้องต้นที่ต้องการ คือ รูปคลื่นการแผ่รวมทั้งเวลาประวิงของการแผ่ (Delay spread) (ในพจน์ของจำนวนของช่วงสัญญาณลักษณะ) ของผู้ใช้ที่สนใจ ซึ่งในทางปฏิบัติระบบ CDMA จะมีค่าการแผ่เวลาประวิงเท่ากับหนึ่งช่วงสัญญาณลักษณะ

3. การประมาณช่องสัญญาณแบบบอดข้างต้นทั้งหมด พบว่า มีความไม่แน่นอนทางเฟส (Phase ambiguity) ในสถานะช่องสัญญาณที่ถูกประมาณ ซึ่งทำให้จำเป็นต้องมีการเข้ารหัสเชิงอนุพันธ์ (Differential encoding) และการถอดรหัสเชิงอนุพันธ์ (Differential decoding) ของข้อมูลที่ส่ง เพื่อช่วยให้สามารถตีเทกต์ข้อมูลได้อย่างถูกต้อง [20, 22] นั่นคือ

ตีเทกเตอร์ทำการตีเทกต์ข้อมูลที่ส่ง  $d_k[i] \stackrel{\Delta}{=} b_k[i]b_k[i-1]$  ตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$\hat{d}_k[i] \stackrel{\Delta}{=} \text{sgn}(\text{Re}[(w_k^H[i]r[i])(w_k^H[i-1]r[i-1])^*]) \quad (3.4.1)$$

4. ค่า Smoothing factor และจำนวนผู้ใช้ทั้งหมดในระบบที่คำนวณดังสมการที่ (3.3.11) และ (3.3.12) สามารถนำไปใช้กับวิธีการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดอย่างต่อเนื่องได้

### 3.5 ความซับซ้อนทางการคำนวณของการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด

ในหัวข้อนี้ พิจารณาการคำนวณความซับซ้อนทางการคำนวณ (Computational complexity) ของการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบต่างๆ ได้แก่ อัลกอริทึมแบบคาลแมน (วิธีการอ้างอิง) และอัลกอริทึมแบบ NLMS (วิธีการนำเสนอ) ซึ่งหลักในการคำนวณค่าความซับซ้อนแสดงไว้ในภาคผนวก ก

โดยเริ่มแรก จะคำนวณความซับซ้อนของเวกเตอร์สัญญาณ  $z[i]$  และเวกเตอร์สัญญาณอินพุต  $x[i]$  จากนั้นจึงคำนวณความซับซ้อนของแต่ละอัลกอริทึมดังกล่าวข้างต้น ดังนี้

#### 3.5.1 ความซับซ้อนทางการคำนวณของเวกเตอร์สัญญาณ $z[i]$

เวกเตอร์สัญญาณ  $z[i]$  มีความสัมพันธ์กับสัญญาณที่ได้รับ  $r[i]$  และปริมาณย่อยของสัญญาณ  $U_s$  ดังสมการที่ (3.3.13)

กำหนดให้ การดำเนินการ (Operation) 1 ครั้ง แทนการนับ 1 ฟลอป (Flop)

- การคำนวณความซับซ้อนของเวกเตอร์สัญญาณ  $z[i]$  แบ่งได้เป็น 2 กรณีคือ กรณีที่ 1 เมื่อมีการจัดพจน์การคำนวณดังนี้

$$z[i] = r[i] - (U_s U_s^H) r[i] \quad (3.5.1.1)$$

- พจน์  $\underbrace{(U_s[i] U_s^H[i])}_{Pm \times r \quad r \times Pm}$  มีการดำเนินการ (Operations) ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อน (Complex multiplications) จำนวน  $r(Pm)^2$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อน (Complex additions) จำนวน  $(r-1)(Pm)^2$  ครั้ง
- พจน์  $\underbrace{(U_s[i] U_s^H[i])}_{Pm \times Pm} \underbrace{r[i]}_{Pm \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $(Pm)^2$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(Pm-1)Pm$  ครั้ง
- พจน์  $z[i] = \underbrace{r[i]}_{Pm \times 1} - \underbrace{(U_s U_s^H) r[i]}_{Pm \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $Pm$  ครั้ง

### สรุปกรณีที่ 1

เวกเตอร์สัญญาณ  $z[i]$  มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $2r(Pm)^2 + (Pm)^2 + 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง (Operations/iteration)

- กรณีที่ 2 เมื่อมีการจัดพจน์การคำนวณดังนี้

$$z[i] = r[i] - U_s (U_s^H r[i]) \quad (3.5.1.2)$$

- พจน์  $\underbrace{U_s^H[i] r[i]}_{r \times Pm \quad Pm \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $Pmr$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(Pm-1)r$  ครั้ง
- พจน์  $\underbrace{U_s[i]}_{Pm \times r} \underbrace{(U_s^H[i] r[i])}_{r \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $rPm$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(r-1)Pm$  ครั้ง

- พจน์  $z[i] = \underbrace{r[i]}_{Pm \times 1} - \underbrace{U_s^H r[i]}_{Pm \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $Pm$  ครั้ง

### สรุปกรณีที่ 2

เวกเตอร์สัญญาณ  $z[i]$  มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $4Pmr - r + 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

### 3.5.2 ความซับซ้อนทางการคำนวณของเวกเตอร์สัญญาณ $x[i]$

เวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่าเท่ากับ  $\bar{C}_k^H z[i]$

- พจน์  $x[i] = \underbrace{\bar{C}_k^H}_{p \mu_k \times Pm} \underbrace{z[i]}_{Pm \times 1}$  มีการดำเนินการทั้งหมด ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $(Pm) p \mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(Pm - 1) p \mu_k$  ครั้ง

### 3.5.3. การคำนวณความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมน

#### 3.5.3.1 ความซับซ้อนทางการคำนวณของเวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน

จากสมการที่ (3.3.23) กำหนดให้

$$\underbrace{p[i]}_{p \mu_k \times 1} = \underbrace{K[i-1]}_{p \mu_k \times p \mu_k} \underbrace{x[i]}_{p \mu_k \times 1} \quad \text{ซึ่งมีการดำเนินการ} \quad \text{ประกอบด้วย}$$

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $(p \mu_k)^2$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(p \mu_k - 1) p \mu_k$  ครั้ง
- พจน์  $x^H[i] K[i-1] x[i]$  หรือ  $\underbrace{x^H[i]}_{1 \times p \mu_k} \underbrace{p[i]}_{p \mu_k \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k - 1$  ครั้ง
- พจน์  $Q_0[i]$  ในสมการที่ (3.3.29) มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k + 4$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k + 2$  ครั้ง
- พจน์  $x^H[i] K[i-1] x[i] + Q_0[i]$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง

□ พจน์  $q[i] = \underbrace{K[i-1]x[i]}_{p \mu_k \times 1} / \underbrace{[x^H[i]K[i-1]x[i] + Q_0[i]]}_{1 \times 1}$  มีการดำเนินการประกอบด้วย

- การหารเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k$  ครั้ง

**สรุปเวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน  $q[i]$**  ในสมการที่ (3.3.23) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $2(p \mu_k)^2 + 4 p \mu_k + 6$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

**3.5.3.2 ความซับซ้อนทางการคำนวณของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าน้ำหนักความผิดพลาด  $K[i]$**  (จากสมการที่ (3.3.24))

กำหนดให้  $p[i] = K[i-1]x[i]$  เช่นเดียวกับในหัวข้อ 3.5.3.1

□ พจน์  $\underbrace{q[i]}_{p \mu_k \times 1} \underbrace{p^H[i]}_{1 \times p \mu_k}$  มีการดำเนินการประกอบด้วย

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $(p \mu_k)^2$  ครั้ง

□ พจน์  $K[i] = \underbrace{K[i-1]}_{p \mu_k \times p \mu_k} - \underbrace{q[i]x^H[i]K[i-1]}_{p \mu_k \times p \mu_k}$  มีการดำเนินการประกอบด้วย

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(p \mu_k)^2$  ครั้ง

**สรุปเมตริกซ์สหสัมพันธ์ค่าน้ำหนักความผิดพลาด  $K[i]$**  ในสมการที่ (3.3.24) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $2(p \mu_k)^2 + 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

**3.5.3.3 ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณ** (จากสมการที่ (3.3.25))

การคำนวณความซับซ้อนของสมการอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณ แบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ

**กรณีที่ 1** เมื่อมีการจัดกลุ่มดังนี้

$$\bar{g}_{kd}[i] = \bar{g}_k[i-1] - (q[i]x^H[i])\bar{g}_k[i-1] \quad (3.5.3.3.1)$$

□ พจน์  $(\underbrace{q[i]}_{p \mu_k \times 1} \underbrace{x^H[i]}_{1 \times p \mu_k})$  มีการดำเนินการประกอบด้วย

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $(p \mu_k)^2$  ครั้ง



- พจน์  $(\underbrace{q[i]x^H[i]}_{p\mu_k \times p\mu_k} \underbrace{\bar{g}_k[i-1]}_{p\mu_k \times 1})$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $(p\mu_k)^2$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(p\mu_k - 1)p\mu_k$  ครั้ง
- พจน์  $\bar{g}_{kd}[i] = \underbrace{\bar{g}_k[i-1]}_{p\mu_k \times 1} - \underbrace{(q[i]x^H[i])\bar{g}_k[i-1]}_{p\mu_k \times 1}$  มีการดำเนินการซึ่งประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง

### สรุปกรณีที่ 1

การอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_{kd}[i]$  ในสมการที่ (3.2.25) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $3(p\mu_k)^2 + 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

### กรณีที่ 2 เมื่อมีการจัดพจน์การคำนวณดังนี้

$$\bar{g}_{kd}[i] = \bar{g}_k[i-1] - q[i](x^H[i]\bar{g}_k[i-1]) \quad (3.5.3.3.2)$$

- พจน์  $\underbrace{x^H[i]}_{1 \times p\mu_k} \underbrace{\bar{g}_k[i-1]}_{p\mu_k \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k - 1$  ครั้ง
- พจน์  $\underbrace{q[i]}_{p\mu_k \times 1} \underbrace{(x^H[i]\bar{g}_k[i-1])}_{1 \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง
- พจน์  $\bar{g}_{kd}[i] = \underbrace{\bar{g}_k[i-1]}_{p\mu_k \times 1} - \underbrace{(q[i]x^H[i])\bar{g}_k[i-1]}_{p\mu_k \times 1}$  มีการดำเนินการซึ่งประกอบด้วย
- การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง

### สรุปกรณีที่ 2

การอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณ  $\bar{g}_{kd}[i]$  ในสมการที่ (3.2.25) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $4(p\mu_k)$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

### 3.5.3.4 ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการการนอร์มอลไลซ์ ผลตอบสนของช่องสัญญาณ (จากสมการที่ (3.3.26))

- พจน์  $\|\bar{g}_{kd}[i]\|$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k - 1$  ครั้ง
- พจน์  $\bar{g}_k[i] = \bar{g}_{kd}[i] / \|\bar{g}_{kd}[i]\|$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การหารเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง

ดังนั้น การนอร์มอลไลซ์ผลตอบสนของช่องสัญญาณในสมการที่ (3.3.26) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $3p\mu_k - 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

### 3.5.3.5 ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมแบบคาลแมน

1. เมื่อคำนวณจากสมการที่ (3.3.23)-(3.3.24), สมการที่ (3.3.25) ในการจัดกลุ่มแบบที่ 1 และสมการที่ (3.3.26) อัลกอริทึมแบบคาลแมนมีความซับซ้อนทางการคำนวณทั้งหมดเท่ากับ  $7(p\mu_k)^2 + 7p\mu_k + 7$  ฟลอปต่อการทำซ้ำ

2. เมื่อคำนวณจากสมการที่ (3.3.23)-(3.3.24), สมการที่ (3.3.25) ในการจัดกลุ่มแบบที่ 2 และสมการที่ (3.3.25) อัลกอริทึมแบบคาลแมนมีความซับซ้อนทางการคำนวณทั้งหมดเท่ากับ  $4(p\mu_k)^2 + 7p\mu_k + 6$  ฟลอปต่อการทำซ้ำ

จากการข้อสรุปการคำนวณความซับซ้อนข้างต้น ทำให้กล่าวได้ว่าอัลกอริทึมแบบคาลแมนมีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O((p\mu_k)^2)$

## 3.5.4 การคำนวณความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์

### 3.5.4.1 ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการเอาต์พุตตัวกรอง

(จากสมการที่ (3.3.41))

- พจน์  $y[i] = \underbrace{\bar{g}_k^H[i-1]}_{1 \times p\mu_k} \underbrace{x[i]}_{p\mu_k \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p\mu_k - 1$  ครั้ง

### 3.5.4.2 ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการการอัปเดตผลตอบสนองของสัญญาณ (จากสมการที่ (3.3.47))

แทนค่า  $\mu[i]$  ในสมการที่ (3.3.46) ลงในสมการที่ (3.3.47) จะได้

$$\bar{g}_{kn}[i] = \bar{g}_k[i-1] - \bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1}x[i]y^*[i] \quad (3.5.4.2.1)$$

- พจน์  $\underbrace{(x^H[i] \quad x[i])}_{1 \times p \quad p \quad p \quad \mu_k \times 1}$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k - 1$  ครั้ง
- พจน์  $\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1}x[i]y^*[i]$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k + 1$  ครั้ง
  - การหารเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
- พจน์  $\bar{g}_{kn}[i] = \bar{g}_k[i-1] - \bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1}x[i]y^*[i]$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k$  ครั้ง

ดังนั้นการอัปเดตผลตอบสนองของสัญญาณ  $\bar{g}_{kn}[i]$  ในสมการที่ (3.3.47) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $4p\mu_k + 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

### 3.5.4.3 ความซับซ้อนทางการคำนวณของสมการการนอร์มอลไลซ์ผลตอบสนองของสัญญาณ (จากสมการที่ (3.3.48))

- พจน์  $\|\bar{g}_{kn}[i]\|$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k$  ครั้ง
  - การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k - 1$  ครั้ง
- พจน์  $\bar{g}_k[i] = \bar{g}_{kn}[i] / \|\bar{g}_{kn}[i]\|$  มีการดำเนินการ ประกอบด้วย
  - การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $p \mu_k$  ครั้ง

ดังนั้น การนอร์มอลไลซ์ผลตอบสนองของสัญญาณในสมการที่ (3.3.47) มีการดำเนินการทั้งหมดเท่ากับ  $3p\mu_k - 1$  ครั้งต่อการทำซ้ำหนึ่งครั้ง

### 3.5.4.4 ความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ย น้อยที่สุดที่ถูกรบกวนโดยไลต์

เมื่อคำนวณจากสมการที่ (3.3.41), และ (3.3.46) – (3.3.48) อัลกอริทึมแบบ NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณทั้งหมดเท่ากับมีค่าเท่ากับ  $9p\mu_k - 1$  หรือกล่าวได้ว่าอัลกอริทึมแบบ NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณในระดับ  $O(p\mu_k)$

### 3.5.5 เปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึม

จากการคำนวณความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึมข้างต้นมานำมาเปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณได้ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 การเปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึม

ชนิดของอัลกอริทึม	ความซับซ้อนทางการคำนวณ (ฟลอป/การทำซ้ำ)
1. อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 1	$7(p\mu_k)^2 + 7p\mu_k + 7$
2. อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 2	$4(p\mu_k)^2 + 7p\mu_k + 6$
3. อัลกอริทึมแบบ NLMS	$9p\mu_k - 1$

จากตาราง พบว่า อัลกอริทึมแบบ NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำกว่าอัลกอริทึมแบบ Kalman อย่างเห็นได้ชัด ในส่วนของอัลกอริทึมแบบ Kalman พบว่า การจัดกลุ่มของการดำเนินการคูณกันระหว่างเมตริกซ์กับเวกเตอร์ หรือระหว่างเวกเตอร์กับเวกเตอร์ จะมีผลต่อการคำนวณความซับซ้อนด้วยเช่นกัน

## บทที่ 4

### ผลการจำลองแบบ

เนื้อหาในบทนี้แบ่งออกเป็น 4 หัวข้อ คือ หัวข้อแรก อธิบายเกี่ยวกับพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองแบบ หัวข้อที่สอง กล่าวถึงค่าความสัมพันธ์ต่างๆ ที่ใช้ในการประเมินการประมาณช่องสัญญาณและการวัดสมรรถนะของเครื่องรับที่เสนอ หัวข้อที่สาม กล่าวถึงข้อกำหนดของการจำลองแบบและในหัวข้อสุดท้ายเป็นการแสดงและวิเคราะห์ผลที่ได้จากการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์

#### 4.1 พารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการจำลองแบบ

##### 4.1.1 ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ถูกระบุโดยนอร์มอลไลซ์ (Normalized mean square error: NMSE) ของการประมาณช่องสัญญาณ

ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยที่ถูกระบุโดยนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณ หมายถึง การหาเฉลี่ยของขนาดของผลต่างระหว่างเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ถูกประมาณกับเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณจริงยกกำลังสองแล้วหารด้วยขนาดของเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณกำลังสอง ในการจำลองแบบ  $D$  รอบ ซึ่งถูกนิยามดังนี้

$$NMSE = E \frac{\|g - \bar{g}\|^2}{\|g\|^2} = \frac{1}{D} \left( \sum_{i=1}^D \frac{\|g - \bar{g}^{(i)}\|^2}{\|g\|^2} \right) \quad (4.1.1)$$

โดยที่

$g$  คือ เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณ (True channel response vector) ที่คำนวณจากสมการที่ (3.1.3)

$\bar{g}$  คือ เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ถูกประมาณ

$D$  คือ จำนวนรอบของการจำลองแบบ

##### 4.1.2 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-noise ratio: SNR)

ค่า SNR ที่ใช้ในการจำลองแบบ คือ ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนก่อนการดีเทกต์ (Predetection SNR) ซึ่งถูกนิยามสำหรับผู้ใช้นี้  $k$  ดังนี้

$$(SNR)_k = \frac{\|\bar{h}_k\|^2}{\sigma_{noise}^2} \quad (4.1.2)$$

โดยที่  $\bar{h}_k \triangleq H1_{k,l+k}$  ซึ่งถูกนิยามไว้ในหัวข้อที่ 3.3

#### 4.1.3 อัตราบิดผิดพลาด (Bit error rate: BER)

โดยทั่วไปค่าที่ใช้ในการวัดสมรรถนะของเครื่องรับที่พิจารณา คือ BER ซึ่งหาค่าได้จากการวัดเมื่อระบบอยู่ในสถานะต่างๆ เช่น เมื่อค่า SNR เปลี่ยนไปหรือเมื่อจำนวนผู้ใช้เปลี่ยนไป เป็นต้น ค่า BER ของผู้ใช้คนที่  $k$  มีนิยามดังนี้

$(BER)_k$  คือ (จำนวนบิตที่ตัดสินผิดพลาดหลังจากผ่านเครื่องรับที่พิจารณา) / จำนวนบิตทั้งหมด

#### 4.1.4 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด (Signal-to-interference ratio: SIR)

ค่าที่ใช้ในการวัดสมรรถนะของเครื่องรับที่พิจารณาอีกค่าหนึ่ง คือ SIR ซึ่งถูกนิยามดังนี้ [29]

$$SIR = \frac{\Delta}{E^2} \{w^H r\} / \text{var}\{w^H r\} \quad (4.1.3)$$

โดยที่

ตัวดำเนินการ Expectation เทียบกับบิตข้อมูลของผู้ใช้ที่แทรกสอด (Interfering users) บิตการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (ISI bits) และสัญญาณรบกวนล้อมรอบ (Ambient noise)

ในการจำลองระบบ การดำเนินการของ Expectation ถูกแทนที่โดยการดำเนินการเฉลี่ยทางเวลา (Time averaging operation)

#### 4.1.5 กลุ่มสัญญาณข้อมูล (Signal constellation) ที่ผ่านการดีเทกต์บิตข้อมูลจากดีเทกเตอร์

กลุ่มสัญญาณข้อมูล (Signal constellation) ที่ผ่านการดีเทกต์บิตข้อมูลจากดีเทกเตอร์สามารถใช้เป็นตัววัดสมรรถนะของเครื่องรับในทางปฏิบัติ

กำหนดให้ข้อมูลที่ส่งอยู่ในรูปแบบ BPSK กลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ดีเทกต์ได้จึงแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม โดยใช้ค่าส่วนจริงของบิตข้อมูลที่ดีเทกต์ได้เป็นเกณฑ์ในการแบ่งซึ่งมีทั้งค่าบวกและค่าลบ ความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มสัญญาณข้อมูลกับประสิทธิภาพของดีเทกเตอร์มีดังนี้

1. ถ้ากลุ่มของสัญญาณสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน โดยในแต่ละกลุ่มมีลักษณะเกาะกลุ่มหรือมีการกระจายตัวน้อย แสดงว่าดีเทกเตอร์สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้ถูกต้องอย่างมีประสิทธิภาพ
2. ถ้ากลุ่มของสัญญาณยังสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม โดยในแต่ละกลุ่มมีลักษณะมีการกระจายตัวมากขึ้น แสดงว่าดีเทกเตอร์สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้ถูกต้องแต่มีประสิทธิภาพน้อยกว่ากรณีที่ 1



3. ถ้ากลุ่มของสัญญาณมีลักษณะมีการกระจายตัวมากขึ้นจนไม่สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม แสดงว่าดีเทกเตอร์ไม่สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้อย่างถูกต้อง

#### 4.2 ค่าความสัมพันธ์ต่างๆ ที่ใช้ในการประเมินการประมาณช่องสัญญาณและการวัดสมรรถนะของเครื่องรับที่ปรับตัวได้

การวิเคราะห์ผลของการประมาณช่องสัญญาณและสมรรถนะของเครื่องรับที่เสนอ ทำได้โดยการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ โดยจะพิจารณาจากค่าความสัมพันธ์ต่างๆ ที่ได้จากการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ดังต่อไปนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสอง (Mean Square Error, MSE) ของอัลกอริทึมทั้ง 3 แบบ กับ จำนวนของการทำซ้ำ (The number of iterations) ที่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับ 20 dB
2. ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ของอัลกอริทึมคาลแมนในสมการที่ (3.3.29) กับ จำนวนของการทำซ้ำ (The number of iterations) ที่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับ 20 dB
3. ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกระบุโดย (Normalized Mean Square Error, NMSE) ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณกับจำนวนของการทำซ้ำ (The number of iterations) ที่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับ 20 dB
4. ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกระบุโดย (Normalized Mean Square Error, NMSE) ของการประมาณช่องสัญญาณ กับ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน
5. ความสัมพันธ์ของกลุ่มสัญญาณข้อมูล (Signal constellation) ที่ผ่านการดีเทกต์บิตข้อมูลจากดีเทกเตอร์
6. ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิตผิดพลาด กับ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน
7. ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด กับ จำนวนของการทำซ้ำ ที่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับ 20 dB
8. ความสัมพันธ์ระหว่างความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบต่างๆ ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณ โดยในที่นี้นิยามความซับซ้อนเป็นจำนวนการบวกหรือการคูณหรือการหารที่ต้องใช้ต่อการทำซ้ำ 1 ครั้งหรือต่อการตัดสินใจบิต 1 บิต นั่นเอง

**หมายเหตุ** จำนวนของการทำซ้ำ 1 ครั้งข้างต้น หมายถึง จำนวนบิต 1 บิต ที่ใช้ในการจำลองแบบ

### 4.3 ข้อกำหนดของการจำลองแบบ

#### 4.3.1 พารามิเตอร์และสภาวะที่ใช้สำหรับการจำลองแบบในวิทยานิพนธ์นี้ ได้แก่

1. พิจารณากรณีข่ายเชื่อมโยงขาขึ้น (Uplink) คือ พิจารณาเครื่องรับที่สถานีฐาน
2. พิจารณากรณีที่สัญญาณจากผู้ใช้แต่ละคนมาถึงเครื่องรับไม่พร้อมกัน (Asynchronous)
3. กำหนดให้ช่องสัญญาณมีผลของ Additive White Guassian Noise (AWGN) รวมทั้งผลของการแทรกสอดระหว่างเซลล์ (Intercell Interference), ผลของ เฟดดิ้ง (Fading) และผลของการได้รับสัญญาณแบบพหุวิถี (Multipath)
4. อัตราขยายการประมวลผล (Processing gain:  $N$ ) เท่ากับ 31 และรหัสการแผ่ที่ใส่ คือ Gold codes ที่มีความยาวเท่ากับ 31 ชิป (Chips)
5. รูปคลื่นพัลส์ชิป (Chip pulse waveform) คือ พัลส์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular pulse)
6. กำหนดให้ช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนมีวิถี (Path) เท่ากับ 3 วิถี
7. การประวิงเวลา (Delay)
  - 7.1 การประวิงเวลาเริ่มต้น (Initial delay) ของผู้ใช้แต่ละคนถูกแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง  $[0, 8T_c]$
  - 7.2 การประวิงเวลาในวิถีแต่ละวิถีของผู้ใช้แต่ละคนถูกแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง  $[0, 12T_c]$
  - 7.3 พิจารณาผลของการประวิงเวลาในข้อย่อยที่ (7.1) และ (7.2) จะได้ว่าค่าการแผ่ประวิงเวลาสูงสุด (Maximum delay spread:  $\tau$ ) มีค่าเท่ากับช่วงเวลาหนึ่งสัญลักษณ์ นั่นคือ  $\tau = 1$
8. อัตราขยายเฟดดิ้ง (Fading gain) ของวิถีแต่ละวิถีในช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนถูกสร้างจากการแจกแจงแบบเกาส์เชิงซ้อน (complex Gaussian distribution) และถูกคงค่าไว้ (fixed) สำหรับการจำลองระบบทั้งหมด
9. กำหนดให้ อัตราขยายวิถี (Path gain) ในช่องสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนถูกนอร์มอลไลซ์ ดังนั้นสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนมาถึงเครื่องรับด้วยกำลังที่เท่ากัน
10. ค่าปัจจัย (Factor) อื่นๆ
  - 10.1 ค่า Oversampling factor ( $p$ ) มีค่าเท่ากับ 2 และค่า Smoothing factor ( $m$ ) ซึ่งคำนวณจากสมการที่ (3.3.11) มีค่าเท่ากับ 2

- 10.2 จากข้อกำหนดในข้อย่อยที่ (10.1) พบว่า จำนวนของผู้ใช้ทั้งหมดที่ระบบนี้สามารถรองรับได้เมื่อคำนวณจากสมการที่ (3.3.12) มีค่าเท่ากับ 20 คน
- 10.3 ค่า Forgetting factor สำหรับอัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อย มีค่าเท่ากับ 0.995 [29]
11. กำหนดให้จำนวนผู้ใช้ในการจำลองแบบทั้งหมด เท่ากับ 8 คน โดยแบ่งเป็น
- 11.1 จำนวนผู้ใช้ที่ทราบรหัสแ่ หรือ ผู้ใช้ที่อยู่ในเซลล์เดียวกัน เท่ากับ 6 คน
- 11.2 จำนวนผู้ใช้ที่ไม่ทราบรหัสแ่ หรือ ผู้ใช้จากเซลล์ข้างเคียง เท่ากับ 2 คน (จำนวนผู้ใช้ในหัวข้อที่ 11.1 และ 11.2 มีค่าคงที่ตลอดการจำลองแบบทั้งหมด)
12. กำหนดให้จำนวนบิตที่เก็บข้อมูลเท่ากับ 1000 บิตในแต่ละรอบ โดยทำการจำลองแบบจำนวน 50 รอบที่เป็นอิสระกัน เพื่อหาค่าเฉลี่ยทั้งชุดเชิงสถิติ (Ensemble Average) ได้แก่ ค่าเฉลี่ย BER และค่าเฉลี่ย MSE เป็นต้น

#### 4.3.2 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นและตัวติดตามปริภูมิย่อยสัญญาณที่ใช้สำหรับการจำลองแบบในวิทยานิพนธ์นี้ ได้แก่

1. ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 (Group-blind linear hybrid detector-Form II) ดังสมการที่ (2.7.7.2)
2. อัลกอริทึมการติดตามปริภูมิย่อยแบบ Noise-Averaged Hermitian-Jacobi Fast Subspace Tracking (NAHJ-FST) [29]

#### 4.3.3 การคำนวณค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์เจาะจง (Eigenvector) และค่าเจาะจง (Eigenvalue) สำหรับตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ

ในงานวิจัย [19] แนะนำวิธีการคำนวณค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์เจาะจง (Eigenvector) และค่าเจาะจง (Eigenvalue) สำหรับตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ โดยการประยุกต์ใช้วิธีการแยกค่าเอกฐาน (Singular value decomposition: SVD) กับเวกเตอร์สัญญาณที่ได้รับเริ่มแรกประมาณ 50 เวกเตอร์ เพื่อให้ได้ทิศทางและความเร็วของการลู่อเข้าสำหรับตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณที่เหมาะสม

#### 4.3.4 พิจารณาค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณ $g[0]$ ใน 2 กรณี ได้แก่

(โดยในการจำลองแบบ กำหนดให้ผู้ใช้คนที่ 1 เป็นผู้ใช้คนที่สนใจ)

**กรณีที่ 1** กำหนดให้ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 เป็นแบบค่าสุ่มดังนี้

$$\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T \quad (4.3.4.1)$$

โดยที่  $b$  เป็นค่าเชิงซ้อนที่สร้างขึ้นจากการแจกแจงแบบเกาส์เชิงซ้อน (Complex Gaussian distribution)

**กรณีที่ 2** กำหนดให้ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าที่เหมาะสมดังนี้

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum - eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \quad (4.3.4.2)$$

สมการที่ (4.3.4.2) คำนวณตามสมการที่ (3.3.10) โดยที่  $U_n[0]$  เป็นผลพลอยได้ของการคำนวณค่าเริ่มต้นของเวกเตอร์เจาะจง (Eigenvector) และค่าเจาะจง (Eigenvalue) จากเวกเตอร์สัญญาณที่ได้รับ  $r[i]$  โดยใช้วิธีการ SVD สำหรับตัวติดตามปริภูมิย่อยสัญญาณในหัวข้อที่ 4.3.3

ในวิธีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดนี้ กำหนดว่าทางด้านรับทราบค่าการประวิงเวลาของผู้ใช้คนที่ 1 และค่าการประวิงเวลาของวิถีที่ 3 ซึ่งเป็นวิถีที่มีค่าการประวิงเวลาสูงสุดของผู้ใช้คนที่ 1 ทำให้สามารถคำนวณความยาว  $p\mu_1$  ของ  $\bar{g}_1[i]$  ดังสมการที่ (3.1.4)

#### 4.3.5 การแก้ความไม่แน่นอนทางเฟส (Phase ambiguity) ของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณจากการประมาณช่องสัญญาณแบบบอด

การจำลองแบบในวิทยานิพนธ์นี้เพื่อให้ได้การเปรียบเทียบที่เหมาะสมของผลตอบสนองช่องสัญญาณจริง ( $g$ ) กับผลตอบสนองช่องสัญญาณที่ถูกประมาณ ( $\bar{g}$ ) จะใช้อิเล็กเมนต์แรกของ  $g(0)$  ในผลตอบสนองช่องสัญญาณจริง  $g$  เป็นเหมือนเฟสอ้างอิง (Phase reference) ในการขจัดความไม่แน่นอนทางเฟส (Phase ambiguity) ของผลตอบสนองช่องสัญญาณที่ถูกประมาณ ( $\bar{g}$ ) ออกไป [46-47] ดังนั้นจะได้ผลตอบสนองช่องสัญญาณที่ถูกประมาณ ( $\bar{g}$ ) มีเฟสถูกต้องและนำมาใช้คำนวณหาค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.1.1)

#### 4.4 ผลการจำลองแบบ (Simulation results)

ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณจากหัวข้อที่ 4.3.4 เป็นหลักเกณฑ์ในการแบ่งการจำลองแบบ ดังนี้

4.4.1 กรณี  $\bar{g}_1[0] = b^*[1, 1, \dots, 1]^T$  (ในการจำลองแบบ กำหนดให้ผู้ใช้คนที่ 1 เป็นผู้ใช้คนที่สนใจ)

#### 4.4.1.1 การประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนอย่างต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential Kalman channel estimation) [26] (วิธีการอ้างอิง)

พิจารณาการปรับค่าเริ่มต้นของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ความผิดพลาดของเวกเตอร์น้ำหนัก (Weight-error correlation matrix:  $K[0]$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนให้มีค่าที่เหมาะสม

ในงานวิจัย [26-28] แนะนำให้  $K[0]$  มีค่าเท่ากับ  $a \cdot I$  โดยที่  $I$  หมายถึง เมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix) และ  $a$  หมายถึง ค่าคงที่บวก (Positive constant)

การจำลองแบบส่วนนี้ใช้ค่า  $K[0]$  ข้างต้น โดยพิจารณาค่า  $a$  หลายๆ ค่าในช่วง (0.0001, 1) ด้วยการจำลองแบบโดยใช้วิธี try and error และหลังจากการจำลองแบบด้วยวิธี try and error แล้ว ในที่นี้เลือกแสดงค่า  $a$  ที่มีค่าแตกต่างกัน 4 ค่า คือ 1, 0.1, 0.01 และ 0.001 ทั้งนี้เพื่อจะเปรียบเทียบให้เห็นถึงความแตกต่างของผลการจำลองที่ได้ อย่างชัดเจน

##### 4.4.1.1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองของอัลกอริทึมแบบคาลแมนกับจำนวนของการทำซ้ำ

การหาค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมน เริ่มจากพิจารณาสมการที่ (3.3.25) เมื่อ  $k = 1$  ซึ่งเขียนในรูปเต็มดังนี้

$$\bar{g}_{1,d}[i] = \bar{g}_1[i-1] + q[i] \alpha^*[i] \quad (4.4.1.1.1)$$

โดยที่

$$\alpha[i] = y[i] - x^T[i] \bar{g}_1^*[i-1]$$

และแทนค่าผลตอบสนองที่ต้องการ  $y[i] = 0$

$$\alpha[i] = -x^T[i] \bar{g}_1^*[i-1] \quad (4.4.1.1.2)$$

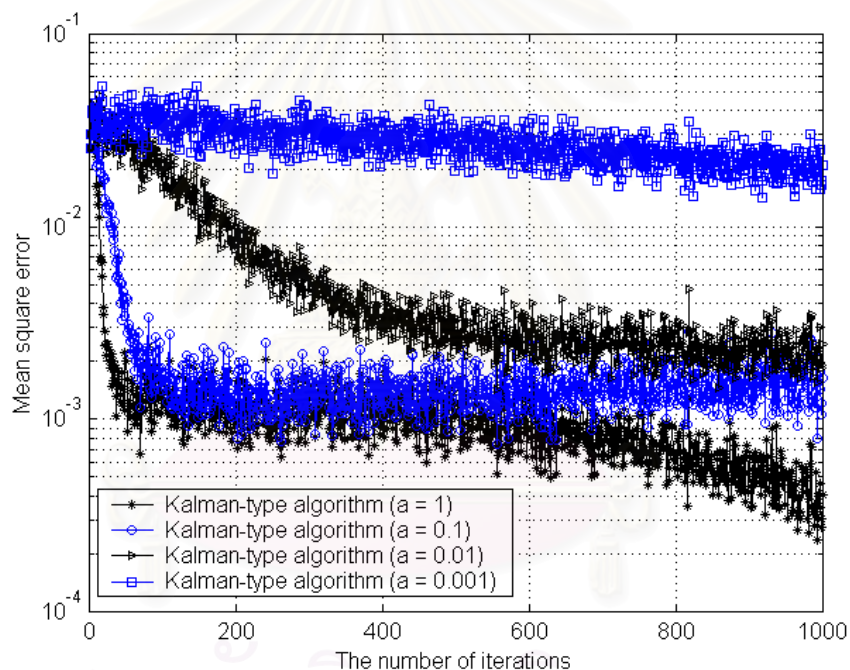
หาขนาดของค่าความผิดพลาดที่เหลือ  $\alpha[i]$  จากสมการที่ (4.4.1.1.2) แล้วยกกำลังสอง จะได้ค่าความผิดพลาดกำลังสอง ดังนี้

$$\|\alpha[i]\|^2 = \|-x^T[i] \bar{g}_1^*[i-1]\|^2 \quad (4.4.1.1.3)$$



ทำการจำลองแบบหลายๆ รอบแล้วค่าเฉลี่ยของ  $\|\alpha[i]\|^2$  ทำให้ได้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของอัลกอริทึมแบบคาลแมน สำหรับการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ซึ่งกราฟที่พล็อตจากค่า MSE หรือเรียกว่า กราฟเส้นโค้งการเรียนรู้ (Learning curve) จะใช้บ่งบอกลักษณะของการลู่เข้าของอัลกอริทึมได้

สมการที่ (4.4.1.1.3) มีความหมายได้ว่าเป็นการหาขนาดกำลังสองของการโปรเจกต์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) ไปบนเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  หรือ เมื่อพิจารณาจากความสัมพันธ์ของการตั้งฉากกันระหว่างปริภูมิย่อยของสัญญาณและสัญญาณรบกวน กล่าวได้ว่า  $\|\alpha[i]\|^2$  คือ ค่าความผิดพลาดกำลังสองของการไม่ตั้งฉากกันระหว่างผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  นั่นเอง ผลการจำลองแบบที่ได้แสดงดังรูปที่ 4.1



**รูปที่ 4.1** เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2 \times \mu_1}$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.1, 0.01$  และ  $0.001$

จากรูปที่ 4.1 พิจารณาค่าคงที่  $a$  พบว่า เมื่อ  $a$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ กราฟของค่า MSE มีลักษณะของการลู่เข้าที่ช้าและมีค่า MSE ที่สูงมาก โดยเฉพาะเมื่อ  $a = 0.001$  กราฟของค่า MSE จะมีการลู่เข้าที่ช้าที่สุดและมีค่า MSE เฉลี่ยประมาณ  $2.0667 \times 10^{-2}$  ที่จำนวนของการทำซ้ำเท่ากับ 1000 ครั้ง ซึ่งมีค่ามากที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่าคงที่  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า หรือกล่าวได้ว่า



ค่าความผิดพลาดกำลังสองที่เกิดจากการการไม่ตั้งฉากกันของผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่ามากที่สุด นั่นเอง

ในทางตรงกันข้าม เมื่อค่าคงที่  $a$  มีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับ 1 กราฟของค่า MSE มีลักษณะการลู่เข้าที่เร็วกว่าและมีค่า MSE ที่น้อย โดยเมื่อ  $a = 1$  กราฟของค่า MSE มีการลู่เข้าอย่างรวดเร็วที่จำนวนของการทำซ้ำประมาณ 70 ครั้งและมีค่า MSE เฉลี่ยประมาณ  $1.1478 \times 10^{-3}$  หลังจากอัลกอริทึมลู่เข้าแล้ว และเมื่อ  $a = 0.1$  กราฟของค่า MSE มีการลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำประมาณ 100 ครั้งและมีค่า MSE เฉลี่ยประมาณ  $1.1578 \times 10^{-3}$  หลังจากอัลกอริทึมลู่เข้าแล้ว ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าค่าความผิดพลาดกำลังสองที่เกิดจากการการไม่ตั้งฉากกันของผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่าน้อยลงเมื่อ  $a$  ค่าเข้าใกล้ 1

จากกราฟ สังเกตพบว่า ในกรณี  $a = 1$  กราฟค่า MSE จะมีลักษณะปลายบานออกซึ่งเกิดขึ้นหลังจากที่อัลกอริทึมลู่เข้าแล้วเพียงเล็กน้อย แต่จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อจำนวนของการทำซ้ำมากกว่า 400 ครั้ง แม้ว่าค่า MSE ที่ได้หลังจากนั้นจะมีค่าลดต่ำลง ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

ก่อนอื่นพิจารณาสมการที่ (4.4.1.1.1) ซึ่งเวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน  $q[i]$  เป็นฟังก์ชันของพจน์  $K[i-1]$  และพจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.1.1) นี้แสดงถึง พจน์ของการแก้ไข (Correction) ที่ถูกประยุกต์ใช้กับผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) เพื่อประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i$  ( $\bar{g}_1[i]$ )

ในกรณีที่พิจารณานี้ ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) อยู่ในแบบค่าสุ่ม การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ควรเลือกค่าเริ่มต้น  $K[0]$  ด้วยค่า  $a$  ที่มีค่ามาก เช่น  $a = 1$  เป็นต้น เพราะจะทำให้พจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  มีค่ามากในช่วงเวลาแรกของการทำซ้ำ ส่งผลให้อัลกอริทึมแบบคาลแมนสามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในแต่ละช่วงเวลาให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็ว แต่ในกรณี  $a = 1$  พบว่า หลังจากอัลกอริทึมลู่เข้าแล้วหรือกล่าวได้ว่าทำการปรับผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 จนเข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมแล้ว การอัปเดตในช่วงเวลาในเวลาต่อมา จะได้รับผลจากพจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  ซึ่งยังคงมีค่าที่มากอยู่ ทำให้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ประมาณได้ตั้งสมการที่ (3.3.25) มีค่าลดต่ำลงหรือกล่าวได้ว่าการเริ่มลู่ออกจากค่าที่เหมาะสม

พิจารณาสมการที่ (3.3.23) และ (3.3.29) ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้ ตามลำดับ

$$q[i] = K[i-1]x[i] / [x^H[i]K[i-1]x[i] + Q_0[i]]$$

โดยที่

$$Q_0[i] = \|x^T[i]\bar{g}_{1d}^*[i-1]\|^2$$

จากสมการที่ (3.3.29) พบว่า เมื่อผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ประมาณได้ดังสมการที่ (3.3.25) ( $\bar{g}_{1d}[i]$ ) มีค่าลดลงทำให้  $Q_0[i]$  มีค่าลดลงอย่างรวดเร็วตามไปด้วย ดังนั้นเวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน  $q[i]$  มีค่าเพิ่มมาอย่างรวดเร็วขึ้น แม้ว่าความผิดพลาด  $\alpha[i]$  จากสมการที่ (4.4.1.1.2) จะลดลงก็ตาม จึงเป็นผลทำให้พจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  มีค่ามาก นั่นเอง

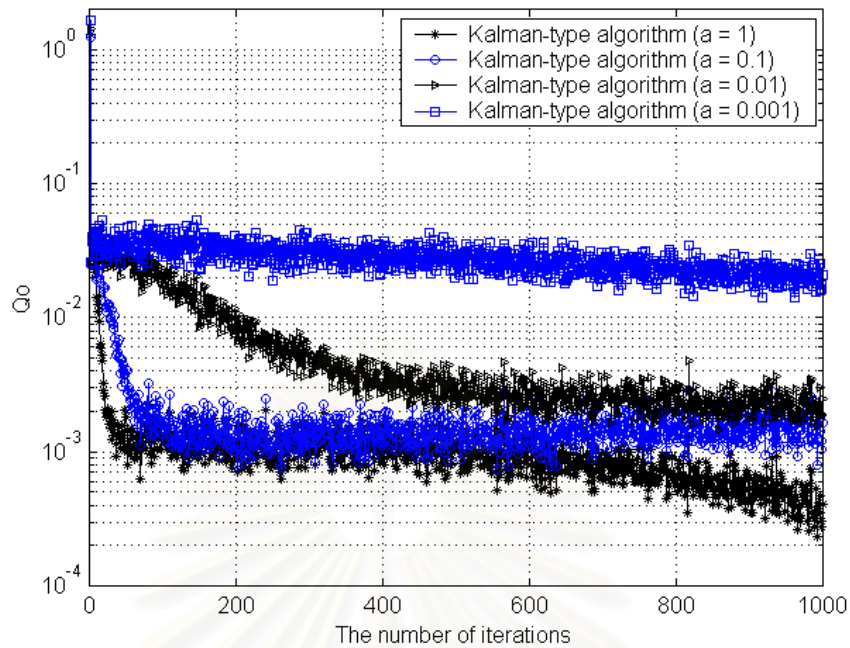
ฉะนั้นเมื่อจำนวนการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ประมาณได้จึงมีค่าลดลงอย่างมากเพราะ  $q[i]$  มีค่าเพิ่มมากในช่วงเวลาของการทำซ้ำต่อมา ส่งผลให้พจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  มีค่าที่สูงขึ้น ดังนั้น MSE จึงมีค่าลดลงจากช่วงที่อัลกอริทึมลู่เข้าแล้ว

ในทางตรงข้าม เมื่อเลือกค่าเริ่มต้น  $K[0]$  ด้วยค่า  $a$  ที่มีค่าน้อยกว่า 1 จะทำให้พจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  มีค่าน้อยลงตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ ทำให้การปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ต้องใช้เวลานานกว่าจึงจะเข้าใกล้ค่าที่เหมาะสม แต่หลังจากอัลกอริทึม ลู่เข้าแล้วจะไม่มีการลู่ออกจากค่าที่เหมาะสม เช่น กรณี  $a = 1$  เพราะพจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  จะมีผลต่อการอัปเดตผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เข้าใกล้ค่าเหมาะสมแล้วน้อยมาก

ดังนั้น จากผลการจำลองแบบที่ได้และการวิเคราะห์ข้างต้น พบว่า เมื่อ  $a = 0.1$  กราฟของค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนจะมีการลู่เข้าที่มีเสถียรภาพดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า

#### 4.4.1.1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ของอัลกอริทึมคาลแมนกับจำนวนของการทำซ้ำ

ค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ในสมการที่ (3.3.29) คำนวณจากขนาดของการโปรเจกชันระหว่างเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  กับผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $\bar{g}_{1d}[i-1]$  ยกกำลังสอง ในงานวิจัย [26, 28] กำหนดให้ค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) มีค่าเท่ากับศูนย์ โดยสมมติว่าเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  กับผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $\bar{g}_{1d}[i-1]$  ตั้งฉากกันอย่างสมบูรณ์ การกำหนดค่า  $Q_0 = 0$  กล่าวได้ว่าเป็นค่าทางอุดมคติ (Ideal) เพราะในช่วงเริ่มต้นของการทำซ้ำ พบว่า การโปรเจกชันระหว่างค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_{1d}[0]$  ดังสมการที่ (4.3.4.1) กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์อย่างแน่นอนและจากการจำลองแบบหาค่า MSE ในหัวข้อที่ 4.4.1.1.1 ดังรูปที่ 4.1 พบว่าในการอัปเดตผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ได้ในเวลาต่อมาจะไม่ตั้งฉากกับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  อย่างสมบูรณ์ ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงกำหนดให้ค่านวนค่า  $Q_0$  จากสมการที่ (3.3.29) แทนการกำหนดให้เป็นศูนย์ ผลการจำลองแบบที่ได้แสดงในรูปที่ 4.2



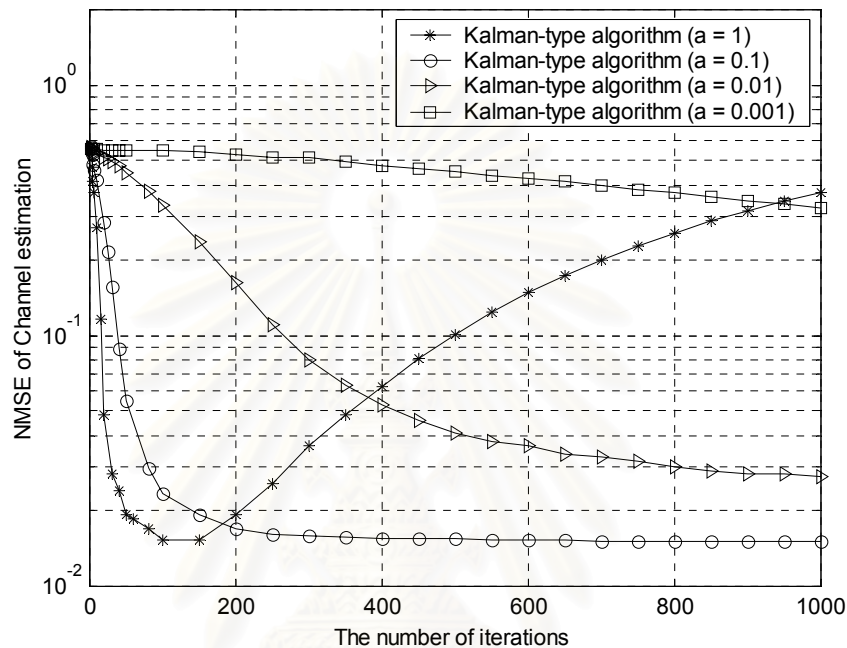
**รูปที่ 4.2** เปรียบเทียบค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ  
ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2\mu \times 1}$   
ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.1, 0.01$  และ  $0.001$

จากรูปที่ 4.2 พบว่า เมื่อค่าคงที่  $a$  มีค่าต่างๆ กัน กราฟของค่า  $Q_0$  ที่ได้จะคล้ายกับกราฟ MSE ในรูปที่ 4.1 มาก เพราะเปรียบเทียบสมการที่ (3.3.29) กับสมการที่ (4.4.1.1.3) จะมีส่วนแตกต่าง คือ ในสมการที่ (4.4.1.1.3) จะใช้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) ดังสมการที่ (3.3.26) มาคำนวณ แต่ในสมการที่ (3.3.29) จะใช้ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_{1d}[i-1]$ ) ซึ่งไม่ถูกนอร์มอลไลซ์มาคำนวณแทน ความแตกต่างนี้จะลดลง เพราะ  $\|\bar{g}_{1d}[i-1]\|$  จะมีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อจำนวนรอบของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้น นั่นคือ  $\bar{g}_{1d}[i-1] \approx \bar{g}_1[i-1]$  ซึ่งพิสูจน์ได้จากรูปที่ 4.2 โดยพิจารณาช่วงแรกของการทำซ้ำของค่าคงที่  $a$  ใดๆ ค่า พบว่า ค่า  $Q_0$  ที่ได้จะมีค่าสูงมากกว่า 1 แต่เมื่อจำนวนรอบของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้น ค่า  $Q_0$  จะลดลงอย่างรวดเร็วและจะได้กราฟของค่า  $Q_0$  เหมือนกับกราฟค่า MSE

ฉะนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $Q_0$  กับค่าคงที่  $a$  จึงเหมือนกับในกรณีหาค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมน กล่าวคือ กรณี  $a = 0.01$  และ  $a = 0.001$  กราฟของค่า  $Q_0$  ที่ได้มีลักษณะการลู่เข้าที่ช้าและค่า  $Q_0$  ที่ได้จะมีค่ามาก ส่วนกรณี  $a$  มีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับ 1 กราฟของค่า  $Q_0$  มีลักษณะของการลู่เข้ารวดเร็วมากในช่วงแรกของการทำซ้ำและค่า  $Q_0$  ที่ได้มีค่าน้อยกว่า ในกรณี  $a = 1$  กราฟของค่า  $Q_0$  มีลักษณะปลายบานออกหลังจากที่อัลกอริทึมลู่เข้าแล้วเช่นเดียวกับกราฟ MSE ในรูปที่ 4.1 เพราะจะได้รับผลของการลู่ออกจากค่าที่เหมาะสม ตามที่ได้อธิบายในหัวข้อ

4.4.1.1.1 และกรณี  $a = 0.1$  พบว่า การลู่เข้าของกราฟของค่า  $Q_0$  มีเสถียรภาพที่ดีกว่า เช่นเดียวกับกราฟของค่า MSE

#### 4.4.1.1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสอง ที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับจำนวนของการทำซ้ำ



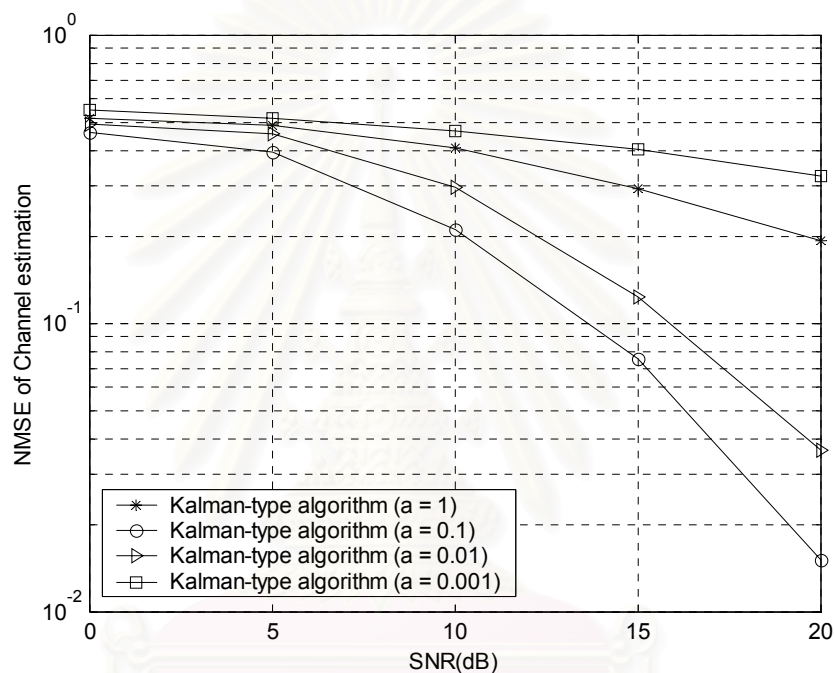
**รูปที่ 4.3** เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2 \times 1 \times 1}$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.1, 0.01$  และ  $0.001$

จากรูปที่ 4.3 จะเห็นได้ว่า ผลของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับค่าคงที่  $a$  มีความสัมพันธ์สอดคล้องกับการหาค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนในรูปที่ 4.1 กล่าวคือ เมื่อ  $a = 1$  กราฟ NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วที่สุด แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำมากกว่า 200 ครั้ง กราฟ NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 จะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ซึ่งเป็นผลมาจากการลู่ออกจากค่าที่เหมาะสมของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 หลังจากช่วงเวลาที่ยัลกอริทึมลู่เข้าแล้วเพียงเล็กน้อย ตามที่ได้อธิบายในหัวข้อ 4.4.1.1.1 และมีค่า NMSE สูงเท่ากับ  $3.7192 \times 10^{-1}$  ที่จำนวนของการทำซ้ำเท่ากับ 1000 ครั้ง

ในกรณีค่า  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า พบว่า กราฟ NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีลักษณะของการลู่เข้าที่ช้ากว่าแต่จะมีเสถียรภาพที่ดีกว่า เพราะหลังจากกราฟ NMSE

ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ลู่เข้าแล้ว จะไม่มีลักษณะปลายบานออกเช่นในกรณี  $a=1$  โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อ  $a=0.1$  กราฟ NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วและมีเสถียรภาพที่ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่าและค่า NMSE ที่คำนวณได้จะมีค่าต่ำประมาณ  $1.5128 \times 10^{-2}$  ที่จำนวนของการทำซ้ำเท่ากับ 1000 ครั้ง

#### 4.4.1.1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกลบออกมอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2 \times 1}^T \mu_{1 \times 1}$$

กับค่า SNR เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.1, 0.01$  และ  $0.001$

จากรูปที่ 4.4 พบว่า ค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าลดลงเมื่อ SNR มีค่ามากขึ้น หรือกล่าวได้ว่า การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณจะมีความถูกต้องมากขึ้นเมื่อระดับสัญญาณรบกวนมีค่าลดลง

ผลการจำลองแบบที่ได้ดังรูปที่ 4.4 สอดคล้องกับรูปที่ 4.3 คือ เมื่อพิจารณาในช่วงที่ SNR มีค่าสูงพบว่า กรณี  $a=0.1$  ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 จะมีค่าต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $a$  ค่าอื่นๆ แต่เมื่อพิจารณาในช่วง SNR ต่ำจนถึงปานกลาง พบว่า กรณีที่  $a=0.1$  ยังคงให้ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ต่ำที่สุดแต่ค่าที่ได้นี้จะใกล้เคียงกับกรณี  $a$  ค่าอื่นๆ มากกว่ากรณี SNR มีค่าสูง ในกรณีที่  $a=1$  แม้ว่าจะมีการ

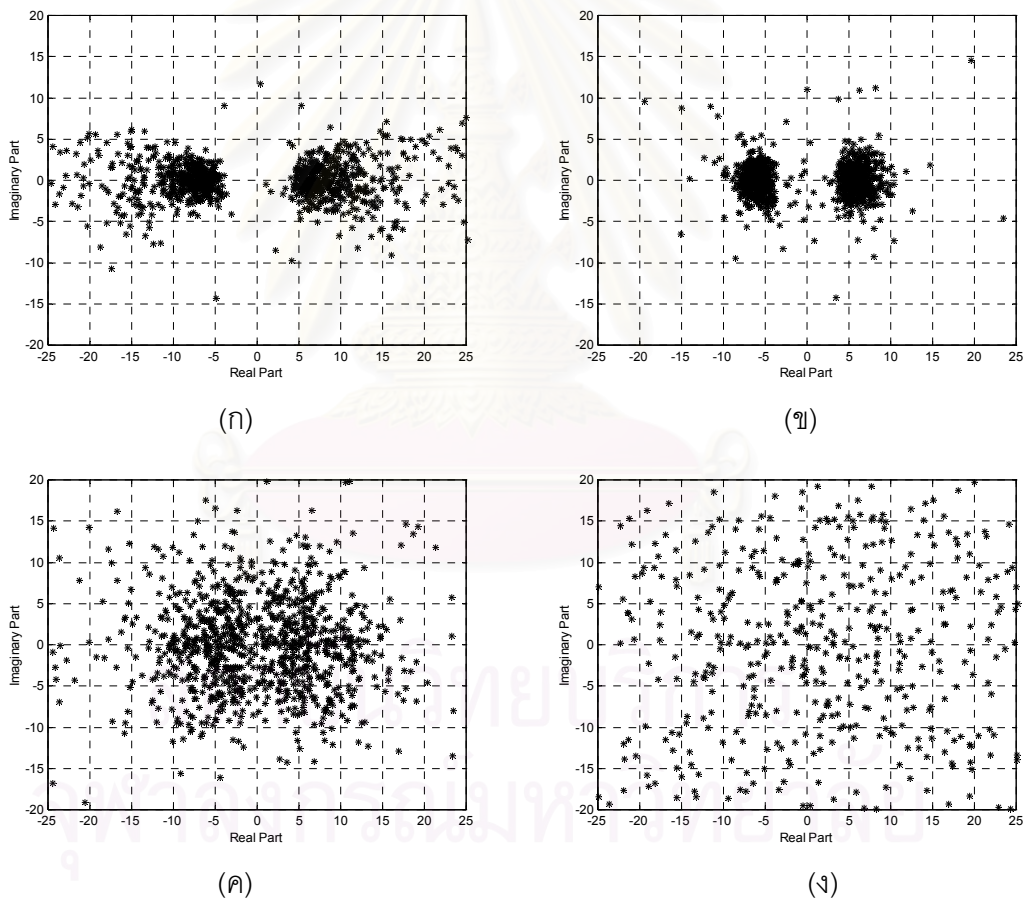


ประมาณช่องสัญญาณจะมีความถูกต้องสูงในช่วงแรก แต่จะมีความผิดพลาดขึ้นเมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มขึ้นดังเช่นรูปที่ 4.4 ทำให้ค่า NMSE เฉลี่ยของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าที่สูงตลอดช่วงค่า SNR ที่พิจารณา

ดังนั้นจากรูปที่ 4.4 จึงสรุปได้ว่า เมื่อกำหนดให้  $a = 0.1$  จะได้การประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีความถูกต้องมากที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า

#### 4.4.1.1.5 ความสัมพันธ์ของกลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ผ่านการตีเทกต์ บิตข้อมูลจากตีเทกเตอร์

ในหัวข้อนี้พิจารณากลุ่มสัญญาณข้อมูล (Signal constellation) ที่ผ่านการตีเทกต์บิตข้อมูลจากตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ผลการจำลองแบบที่ได้แสดงดังรูปที่ 4.5



**รูปที่ 4.5** เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการตีเทกต์ข้อมูลด้วยตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2\mu_1 \times 1}$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $a = 1$  (ข)  $a = 0.1$ , (ค)  $a = 0.01$  (ง)  $a = 0.001$

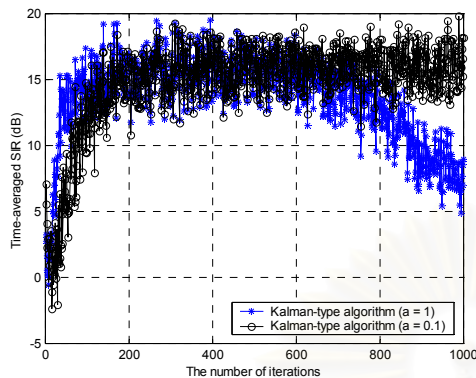


ผลการจำลองแบบที่ได้ในรูปที่ 4.5 พบว่า ความถูกต้องในการประมาณผลตอบสนองของสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 ในช่วงแรกของการทำซ้ำ จะมีผลต่อการตีเทกต์บิตข้อมูล โดยจะเห็นได้ว่า ทั้งกรณีที่มีค่า  $a = 1$  และ  $a = 0.1$  ซึ่งมีการลู่เข้าของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำดังรูปที่ 4.3 ทำให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีความถูกต้องสูงตามไปด้วยและดีเทกต์ข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ ดังนั้นกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ผ่านการตีเทกต์ข้อมูลแล้วจึงสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน ดังรูปที่ 4.5 (ก) และ (ข)

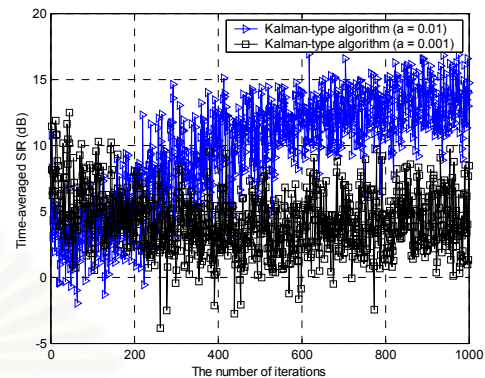
ในกรณี  $a = 0.1$  กลุ่มของสัญญาณแต่ละกลุ่มที่ได้จะมีการกระจายตัวน้อยที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่าคงที่  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า ทั้งนี้เพราะจากรูปที่ 4.3 จะเห็นได้ชัดเจนว่า กราฟของค่า NMSE การประมาณของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าตลอดช่วงการทำซ้ำและมีค่าน้อยมากซึ่งบ่งบอกได้ว่าการประมาณของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีความถูกต้องมากนั่นเอง แต่ในกรณีค่า  $a = 1$  กลุ่มของสัญญาณแต่ละกลุ่มที่ได้จะมีการกระจายมากกว่าซึ่งเป็นผลมาจากการประมาณของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีความผิดพลาดเกิดขึ้นหลังจากการลู่เข้าของผลตอบสนองของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ตามที่ได้อธิบายหัวข้อที่ 4.4.1.1.1 ดังนั้นดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจึงมีประสิทธิภาพน้อยกว่ากรณี  $a = 0.1$

ส่วนกรณีที่ค่าคงที่  $a = 0.01$  ดังรูปที่ 4.5 (ค) และ  $a = 0.001$  ดังรูปที่ 4.5 (ง) ซึ่งมีลักษณะการลู่เข้าของกราฟค่า NMSE ของการประมาณของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ช้ากว่ามากในช่วงแรกของการทำซ้ำดังรูปที่ 4.3 ทำให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ด้อยกว่าในช่วงแรกของการทำซ้ำ ดังนั้น กลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ผ่านการตีเทกต์แล้วจะมีการกระจายตัวอย่างมาก ซึ่งจะมีผลทำให้การตัดสินบิตหลังจากผ่านกระบวนการตีเทกต์บิตข้อมูลแล้วมีความผิดพลาดเกิดขึ้นสูงมากตามไปด้วย แต่อัตราการกระจายตัวข้างต้นจะลดลง เมื่ออัลกอริทึมมีการลู่เข้าเกิดขึ้น เช่น ในกรณี  $a = 0.01$

#### 4.4.1.1.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอดกับจำนวนของการทำซ้ำ



(ก)



(ข)

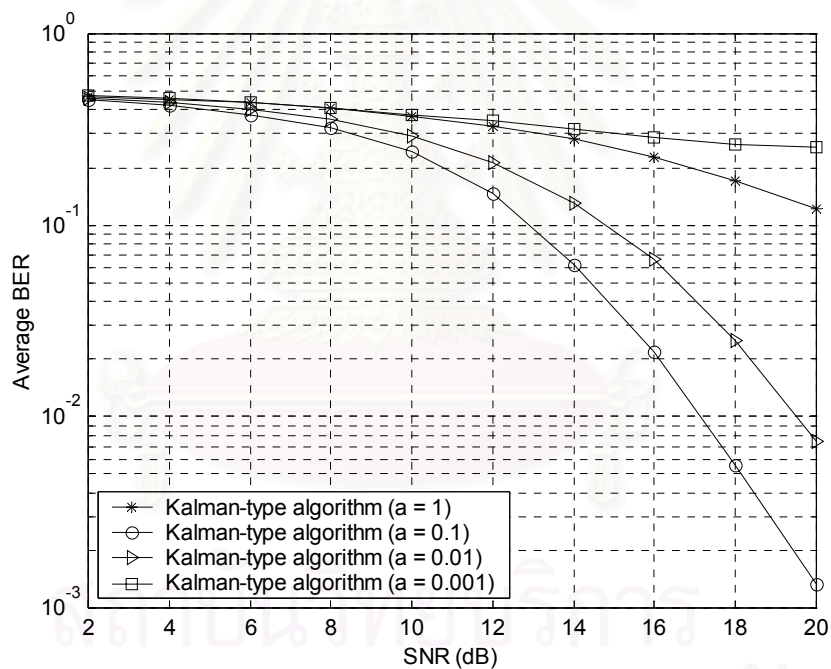
**รูปที่ 4.6** เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b \cdot [1, 1, \dots, 1]_2^T \mu_1 \times 1$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $a = 1$  และ 0.1 (ข)  $a = 0.01$  และ 0.001

จากรูปที่ 4.6 พิจารณาความสัมพันธ์ของค่าคงที่  $a$  กับค่า SIR ของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 กราฟของค่า SIR ที่ได้นี้จะสอดคล้องกับทั้งกราฟค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนในรูปที่ 4.1 และกราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณในรูปที่ 4.3 กล่าวคือ เมื่อ  $a = 1$  และ 0.1 ดังรูปที่ 4.6 (ก) พบว่า กราฟของค่า SIR มีลักษณะการลู่เข้าที่เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำ โดยในช่วงเริ่มต้นของการทำซ้ำ SIR มีค่าประมาณ 0 dB และหลังจากการลู่เข้าแล้ว SIR มีค่าเฉลี่ยประมาณ 15.625 dB จากรูปสังเกตพบว่า กราฟของค่า SIR มีการลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำสูงกว่ากราฟค่า MSE ทั้งนี้เพราะมีผลจากการปรับตัวของตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย การที่กราฟ SIR มีค่าเพิ่มขึ้นต่อเนื่องอย่างรวดเร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำเป็นเพราะดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องเพิ่มมากขึ้นสัมพันธ์กับจำนวนการทำซ้ำที่เพิ่มขึ้น ทำให้สามารถจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ได้อย่างมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น ส่งผลให้ได้ค่า SIR ที่มีสูงขึ้น

แต่จากกราฟของค่า SIR พบว่าในกรณี  $a = 1$  เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มขึ้นจนถึงประมาณ 600 ครั้ง พบว่าค่า SIR ของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 เริ่มมีค่าลดลงเรื่อยๆ และมีค่าเฉลี่ยประมาณ 7.296 dB เมื่อการทำซ้ำเท่ากับ 1000 ครั้ง ซึ่งเป็นผลมาจากการลู่ออกจากค่าที่เหมาะสมของการช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 หลังจากช่วงเวลา

อัลกอริทึมลู่อื่นแล้วเพียงเล็กน้อย ตามที่ได้อธิบายในหัวข้อ 4.4.1.1.1 ฉะนั้นดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่สร้างขึ้นจะมีประสิทธิภาพในขจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ลดลงอย่างรวดเร็ว ทำให้มีความผิดพลาดในการตีความข้อมูลเกิดขึ้น ส่งผลให้มีค่า SIR ลดลงเมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มขึ้น ในกรณีค่า  $a = 0.1$  พบว่า กราฟค่า SIR หลังจากที่ถูกเข้าแล้วจะรักษาระดับของค่า SIR ตลอดช่วงการทำซ้ำ เพราะอัลกอริทึมมีเสถียรภาพหลังจากการลู่อื่น จากรูปที่ 4.6 (ข) พบว่าเมื่อ  $a = 0.01$  และ  $0.001$  กราฟค่า SIR มีการลู่อื่นที่ช้ากว่ามากและให้ค่า SIR เฉลี่ยที่ต่ำกว่าทั้งกรณี  $a = 1$  และ  $0.1$  เพราะมีความผิดพลาดของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่สูงกว่าตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ ดังรูปที่ 4.3

#### 4.4.1.1.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย (Average BER) ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2 \times \mu_1}^T$  กับค่า SNR เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.1, 0.01$  และ  $0.001$

จากรูปที่ 4.7 พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 จะมีสมรรถนะที่ดีที่สุด เมื่อค่าคงที่  $a = 0.1$  นั่นคือ ให้ค่า BER ที่ต่ำที่สุดตลอดช่วง SNR ที่พิจารณา ซึ่งจากการจำลองแบบข้างต้นทั้งหมด ตั้งแต่หัวข้อที่ 4.4.1.1.1-4.4.1.1.6 ดังรูปที่ 4.1-4.6 จะเห็นได้ว่าเมื่อ

$a = 0.1$  การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 จะมีความถูกต้องและมีเสถียรภาพมากที่สุด ฉะนั้นถ้านำผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 ที่ประมาณได้อย่างถูกต้องนี้ไปสร้างดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 แล้ว จะทำให้สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้ถูกต้องอย่างมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้ได้ค่า BER ต่ำที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่านั้นเอง

โดยสรุป จากการพิจารณาความสัมพันธ์ข้างต้นทั้งหมดในหัวข้อที่ 4.4.1.1-4.4.1.1.7 จะเห็นชัดเจนได้ว่า เมื่อเงื่อนไขเริ่มต้นของ  $K[0] = 0.1^*$  หรือ  $a = 0.1$  ทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องดีที่สุดในเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $a$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า ส่งผลให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพดีที่สุดในด้วย

#### 4.4.1.2 การประมาณช่องสัญญาณด้วยกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนออร์มอลไลซ์ต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential NLMS channel estimation)

พิจารณาการปรับค่าคงที่การปรับตัวได้ (Adaptation constant:  $\mu$ ) ในสมการที่ (3.3.46) ของอัลกอริทึม NLMS ให้มีค่าที่เหมาะสม โดยในงานวิจัย [34] พบว่า ค่าคงที่การปรับตัวได้ถูกเลือกให้มีค่าอยู่ในช่วง (0,2) ดังสมการที่ (3.3.67)

แต่ในการจำลองแบบด้วยเงื่อนไขค่าเริ่มของผลตอบสนองของช่องสนองแบบค่าสุ่มนี้จะพิจารณาค่า  $\mu$  หลายๆ ค่าในช่วง (0.1, 1) ด้วยการจำลองแบบโดยใช้วิธี try and error เหตุผลที่เลือกค่า  $\mu$  ในช่วง (0.1, 1) เพราะต้องการให้มีช่วงก้าวของการปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณที่มีค่าค่อนข้างมาก เพื่อให้มีการลู่อเข้าที่เร็วขึ้น และหลังจากการจำลองแบบด้วยวิธี try and error แล้ว ในที่นี้เลือกแสดงค่า  $\mu$  ที่มีค่าแตกต่างกัน 4 ค่า คือ 1, 0.5, 0.25 และ 0.1 ทั้งนี้เพื่อจะเปรียบเทียบให้เห็นถึงความแตกต่างของผลการจำลองที่ได้อย่างชัดเจน

##### 4.4.1.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนออร์มอลไลซ์กับจำนวนของการทำซ้ำ

การหาค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของอัลกอริทึมแบบ NLMS เริ่มจากพิจารณาการประมาณความผิดพลาดในสมการที่ (3.3.43) เมื่อ  $k = 1$  จะได้

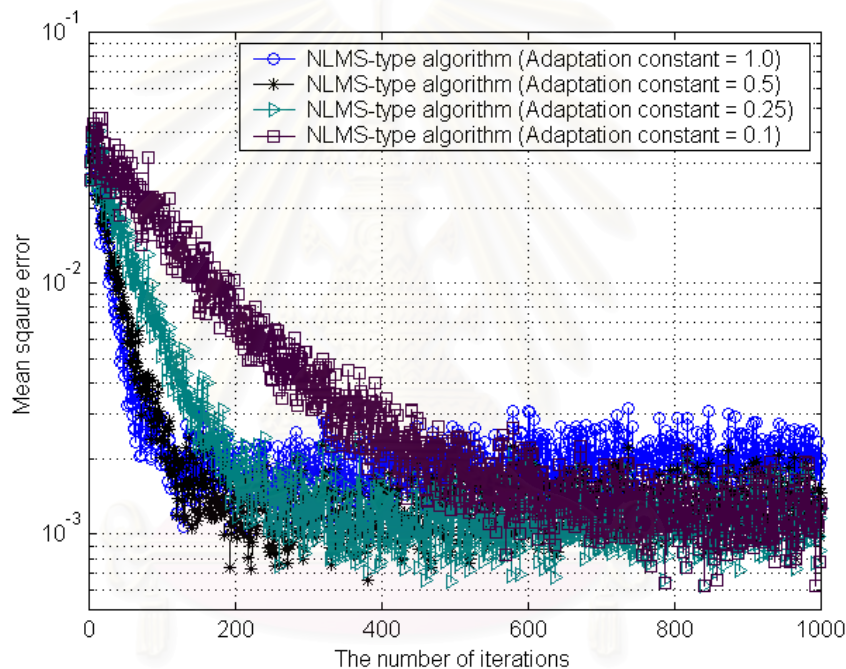
$$e[i] = 0 - \bar{g}_1^H [i-1] x[i] \quad (4.4.1.2.1)$$

หาขนาดของค่าความผิดพลาด  $e[i]$  จากสมการที่ (4.4.1.2.1) แล้วยกกำลังสอง จะได้ค่าความผิดพลาดกำลังสอง ดังนี้

$$\|e[i]\|^2 = \|\bar{g}_1^H[i-1]x[i]\|^2 \quad (4.4.1.2.2)$$

ทำการจำลองแบบหลายๆ รอบแล้วค่าเฉลี่ยของ  $\|e[i]\|^2$  ทำให้ได้ค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยของอัลกอริทึมแบบ NLMS สำหรับการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1

สมการที่ (4.4.1.2.2) มีความหมายได้ว่าเป็นการหาขนาดกำลังสองของการโปรเจกต์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1  $\bar{g}_1[i-1]$  ไปบนเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  เช่นเดียวกับอัลกอริทึมแบบคาลแมน ผลการจำลองแบบในส่วนนี้แสดงดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2 \times \mu_1 \times 1}$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1

จากรูปที่ 4.8 พิจารณาค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  พบว่า เมื่อ  $\bar{\mu} = 1$  กราฟของค่า MSE จะมีการลู่เข้าเร็วที่สุดที่จำนวนของการทำซ้ำประมาณ 160 ครั้งและมีค่า MSE เฉลี่ยประมาณ  $1.5047 \times 10^{-3}$  หลังการลู่เข้าแล้ว ในกรณี  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อยกว่า 1 ลงมา พบว่ากราฟของค่า MSE มีลักษณะการลู่เข้าที่ช้าลง โดยกราฟของค่า MSE ลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำประมาณ 200 ครั้ง, 350 ครั้ง และ 700 ครั้ง สำหรับค่า  $\bar{\mu} = 0.5, 0.25$  และ 0.1 ตามลำดับ นอกจากนี้พบว่ากราฟของ



ค่า MSE เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.5, 0.25$  และ  $0.1$  จะมีค่า MSE ที่มีใกล้เคียงกันประมาณ  $1.2124 \times 10^{-3}$  หลังจากการลู่เข้าของอัลกอริทึมแล้ว และมีค่าต่ำกว่ากรณี  $\bar{\mu} = 1$

ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าค่าความผิดพลาดกำลังสองที่เกิดจากการการไม่ตั้งฉากกันของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  หลังจากการลู่เข้าของกราฟค่า MSE แล้ว จะมีค่ามากที่สุด เมื่อ  $\bar{\mu} = 1$  ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่สำคัญประจำตัวของอัลกอริทึมแบบ NLMS เมื่อ  $\bar{\mu} = 1$  นั่นเอง

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  ค่าต่างๆ ข้างต้นร่วมกับสมการที่ (3.3.46) – (3.3.47) จะได้สมการที่ (4.4.1.2.3) ดังนี้

$$\bar{g}_{kn}[i] = \bar{g}_k[i-1] - \bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1} x[i]y^*[i] \quad (4.4.1.2.3)$$

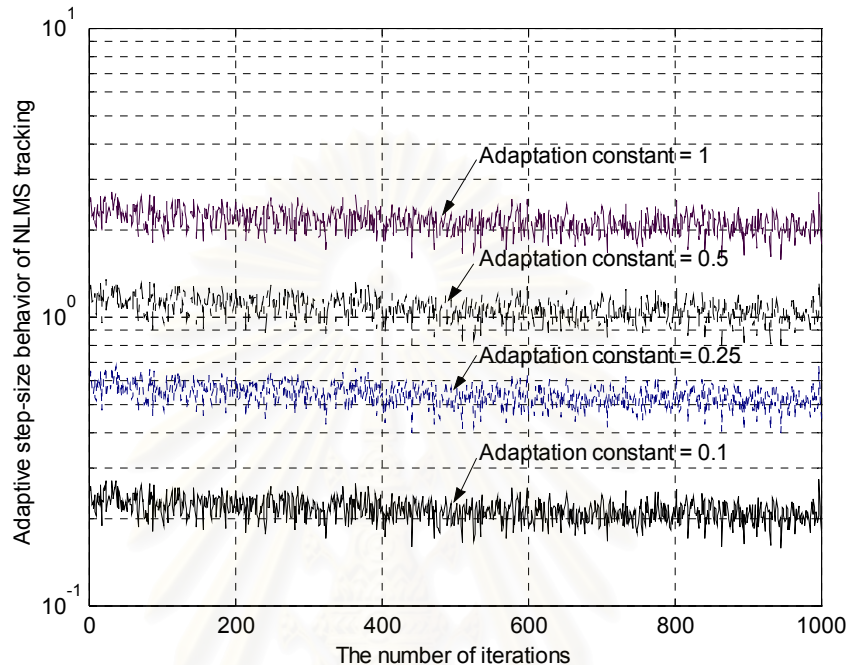
โดยพจน์  $-\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1} x[i]y^*[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.2.3) แสดงถึง พจน์ของการแก้ไข (Correction) ที่ถูกประยุกต์ใช้กับค่าการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

ในกรณีที่พิจารณานี้ ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) อยู่ในรูปแบบค่าสุ่ม การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ควรเลือกช่วงก้าวในการปรับตัวให้มีค่ามาก ซึ่งในที่นี้ คือ ให้ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่ามาก (เข้าใกล้ 1) ทั้งนี้เพราะผลต่างระหว่างเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลาเริ่มต้น ( $\bar{g}_1[0]$ ) กับค่าที่เหมาะสมของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่ามาก การเลือกค่าดังกล่าวทำให้พจน์  $-\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1} x[i]y^*[i]$  มีค่ามากในช่วงแรกของการทำซ้ำ ส่งผลให้อัลกอริทึมแบบ NLMS สามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในช่วงเวลาต่อมาให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็ว แต่จะมีค่า MSE ที่สูงขึ้น หลังจากอัลกอริทึมลู่เข้าแล้ว

ในทางตรงข้าม เมื่อกำหนดให้ช่วงก้าวในการปรับตัวให้มีค่าน้อย นั่นคือ ให้ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อย จะทำให้พจน์  $-\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1} x[i]y^*[i]$  มีค่าน้อยตามไปด้วยในช่วงแรกของการทำซ้ำ ส่งผลให้อัลกอริทึมแบบ NLMS ต้องใช้เวลานานในการปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในช่วงเวลาต่อมาให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสม แต่หลังจากลู่เข้าแล้วจะได้ค่า MSE ที่ต่ำกว่า



#### 4.4.1.2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัว ได้กับจำนวนของการทำซ้ำ



รูปที่ 4.9 เปรียบเทียบพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้กับจำนวนของการทำซ้ำที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu \times 1}^T \quad \text{กับค่า SNR} = 20 \text{ dB} \quad \text{เมื่อ } \bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25 \text{ และ } 0.1$$

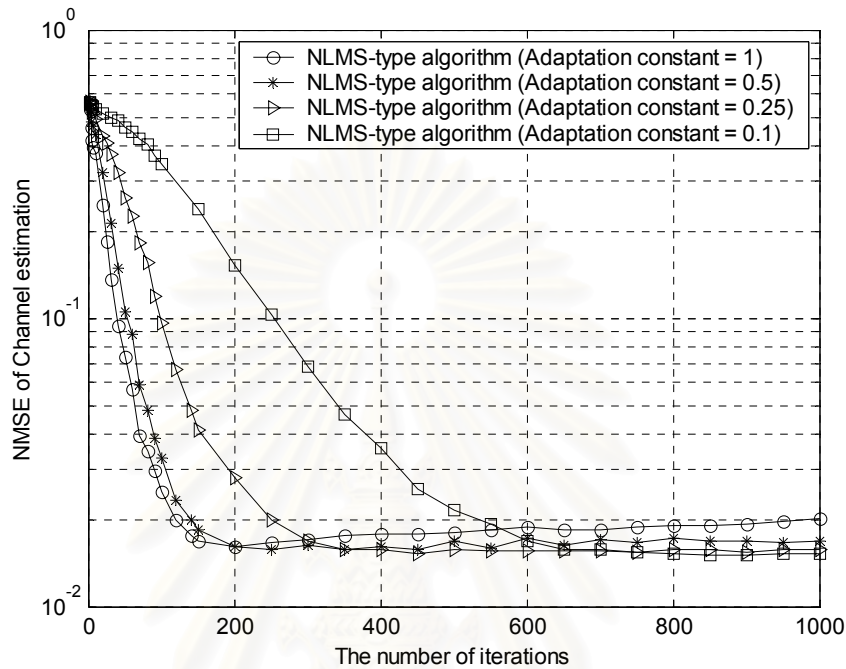
รูปที่ 4.9 แสดงพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้  $\mu[i]$  ดังสมการที่ (3.3.46) ที่ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ  $0.1$  ซึ่งสัมพันธ์กับขนาดของสัญญาณยกกำลังสอง จากรูปจะเห็นได้ว่า ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ที่ค่า  $\bar{\mu}$  ทุกๆ ค่าจะมีการเปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องกัน โดยในช่วงเริ่มต้นของการทำซ้ำ ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้จะมีค่าสูง แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้น ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ จะมีแนวโน้มลดลง ซึ่งแสดงว่าขนาดของสัญญาณยกกำลังสองมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มขึ้น

การเปลี่ยนแปลงของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ สำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ค่าต่างๆมีดังนี้

- เมื่อ  $\bar{\mu} = 1$  ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง  $[1.5926, 2.7402]$
- เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.5$  ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง  $[0.7963, 1.3701]$
- เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.25$  ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง  $[0.3982, 0.6851]$
- เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.1$  ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้ มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง  $[0.1593, 0.2740]$

โดยที่ ขนาดของสัญญาณอินพุต ยกกำลังสอง ที่ได้มีค่าน้อยโดยมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง [0.3649, 0.6279]

4.4.1.2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสอง ที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับจำนวนของการทำซ้ำ



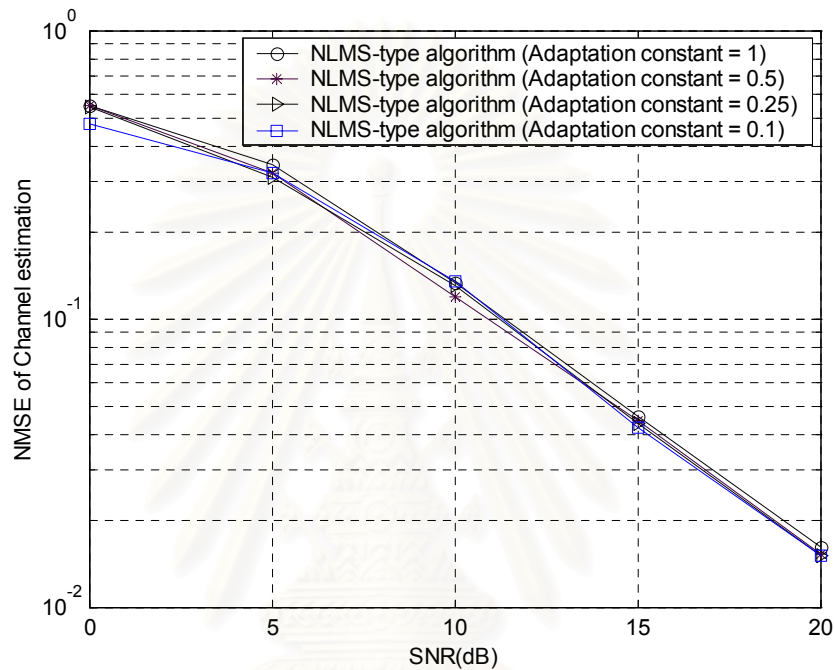
รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดอย่างต่อเนื่องด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2\mu \times 1}$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1

จากรูปที่ 4.10 จะเห็นได้ว่า ผลของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีความสัมพันธ์ดังนี้ คือ เมื่อค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu} = 1$  กราฟ NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีลักษณะการลู่เข้าที่เร็วที่สุด และมีค่า NMSE เฉลี่ยประมาณ  $1.6269 \times 10^{-2}$  หลังจากการลู่เข้าแล้ว นั่นคือ การปรับตัวของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ของอัลกอริทึมแบบ NLMS จะได้ค่าที่เข้าใกล้ผลตอบสนองช่องสัญญาณจริงของผู้ใช้คนที่ 1 เร็วที่สุดและมีลักษณะของกราฟ NMSE สอดคล้องกับกราฟค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ในรูปที่ 4.8 คือ เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มขึ้น กราฟค่า NMSE มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ

กรณีค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu} = 0.5, 0.25$  และ 0.1 พบว่า กราฟ NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีลักษณะการลู่เข้าที่ช้าลง และค่า NMSE ของการ

ประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ได้จะมีค่าประมาณใกล้เคียงกันสำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่าข้างต้นหลังจากการดูเข้าของกราฟ NMSE ซึ่งต่ำกว่ากรณีค่า  $\bar{\mu} = 1$  อยู่เล็กน้อย

#### 4.4.1.2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



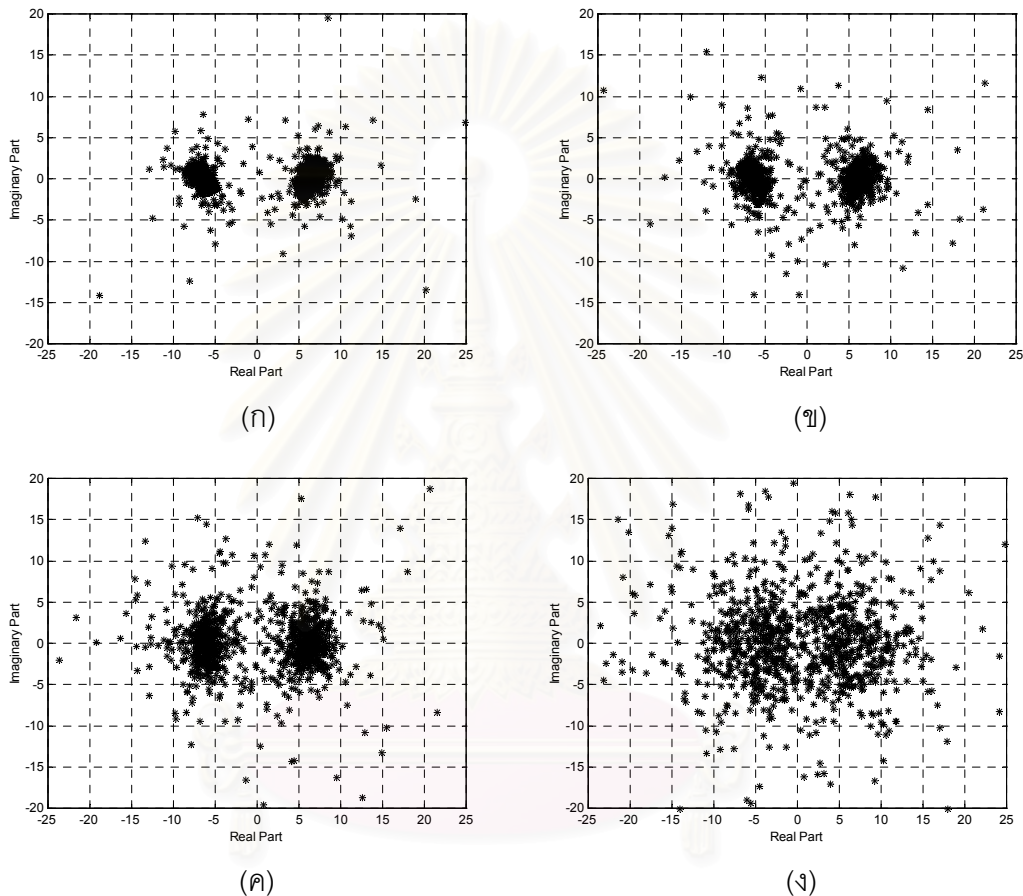
รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^*[1,1,\dots,1]_2^T \mu_{1 \times 1}$  กับค่า SNR เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ  $0.1$

จากรูปที่ 4.11 แสดงค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 หลังจากการดูเข้าของกราฟค่า NMSE เทียบกับค่า SNR ค่าต่างๆ ซึ่งมีค่าลดลงเมื่อ SNR มีค่ามากขึ้น หรือกล่าวได้ว่า การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณจะมีความถูกต้องมากขึ้นเมื่อระดับสัญญาณรบกวนมีค่าลดลง

ผลการจำลองแบบที่ได้ดังรูปที่ 4.11 สอดคล้องกับรูปที่ 4.10 คือ เมื่อ  $\bar{\mu} = 1$  ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 หลังจากการดูเข้าแล้วจะมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อยตลอดช่วง SNR ที่พิจารณา โดยเมื่อพิจารณาในช่วงที่ SNR มีค่าสูง พบว่า หลังจากการดูเข้าของกราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 จะได้ค่า NMSE ที่มีค่าใกล้เคียงกันสำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 4 ค่า และในช่วงที่ SNR มีค่าต่ำ พบว่า หลังจากการดูเข้าของกราฟค่า

NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 จะได้ค่า NMSE ที่มีค่าแตกต่างกันสำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 4 ค่า โดยเฉพาะที่ค่า SNR = 5 dB

#### 4.4.1.2.5 ความสัมพันธ์ของกลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ผ่านการตีเทกต์ บิตข้อมูลจากตีเทกเตอร์



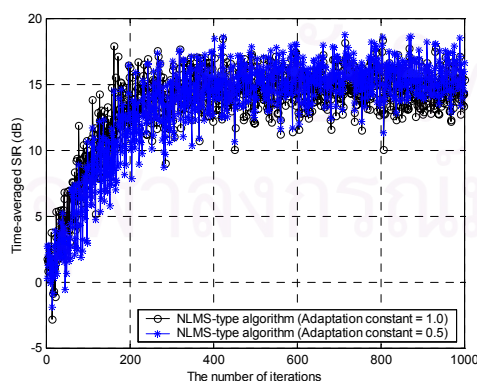
**รูปที่ 4.12** เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการตีเทกต์ข้อมูลด้วยตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $\bar{\mu} = 1$ , (ข)  $\bar{\mu} = 0.5$ , (ค)  $\bar{\mu} = 0.25$ , (ง)  $\bar{\mu} = 0.1$

ผลการจำลองแบบที่ได้ในรูปที่ 4.12 พบว่า ความถูกต้องในการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 ในช่วงแรกของการทำซ้ำ จะมีผลต่อการตีเทกต์บิตข้อมูลอย่างมาก รวมทั้งความมีเสถียรภาพของอัลกอริทึมหลังจากเข้าสู่แล้ว โดยจะเห็นได้ว่า กรณี  $\bar{\mu} = 1$  กราฟค่า

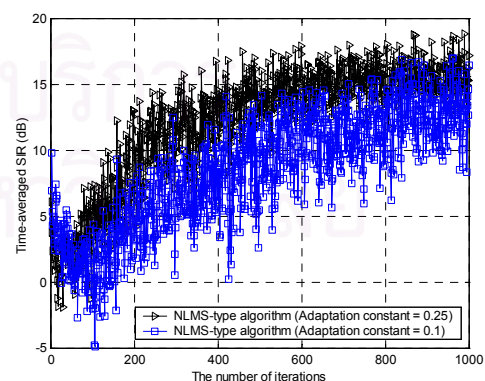
NMSE ของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วที่สุดในช่วงแรกของการทำซ้ำ แม้ว่าค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณจะมีค่าสูงขึ้นเล็กน้อยหลังจากการลู่เข้าแล้วก็ตาม ดังรูปที่ 4.10 ฉะนั้น ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจึงมีความถูกต้องสูงกว่าตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ ส่งผลให้สามารถดีเทกต์ข้อมูลได้ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ ดังนั้นกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ผ่านการดีเทกต์ข้อมูลแล้วจึงสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน ซึ่งภายในแต่ละกลุ่มพบว่ามีลักษณะของสัญญาณที่ได้จะมีการเกาะกลุ่มกันของข้อมูลมากที่สุด ดังรูปที่ 4.12 (ก) การกระจายตัวที่เกิดขึ้นในรูปที่ 4.12 (ก) เป็นผลมาจากการที่กราฟค่า NMSE เริ่มมีค่าเพิ่มขึ้นหลังจากการลู่เข้าของการประมาณช่องสัญญาณแล้วดังรูปที่ 4.10

กรณีที่มีค่า  $\mu = 0.5, 0.25$  และ  $0.1$  ซึ่งกราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่ช้ากว่ากรณี  $\mu = 1$  ในช่วงแรกของการทำซ้ำดังรูปที่ 4.10 ทำให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นในช่วงแรกของการทำซ้ำมีประสิทธิภาพต่ำกว่า ดังนั้น กลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ผ่านการดีเทกต์แล้วจะมีการกระจายตัวเกิดขึ้นมากกว่า ดังรูปที่ 4.11 (ข)-(ง) การกระจายตัวของกลุ่มสัญญาณเหล่านี้จะมีผลทำให้การตัดสินใจหลังจากการดีเทกต์มีความผิดพลาดเกิดขึ้นสูงมากตามไปด้วย แต่อัตราการกระจายตัวข้างต้นจะลดลง เมื่ออัลกอริทึมมีการลู่เข้าเกิดขึ้น เช่น ในกรณี  $a = 0.5, 0.25$  ทำให้ข้อมูลที่ดีเทกต์ได้มีลักษณะที่เกาะกลุ่มกันมากขึ้น

#### 4.4.1.2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด กับ จำนวนของการทำซ้ำ



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.13 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด



ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เมื่อค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าต่างๆ กัน

ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2 \times 1} \mu_{1 \times 1}$  กับค่า SNR = 20 dB

(ก)  $\bar{\mu} = 0.5$  และ 1 (ข)  $\bar{\mu} = 0.25$  และ 0.1

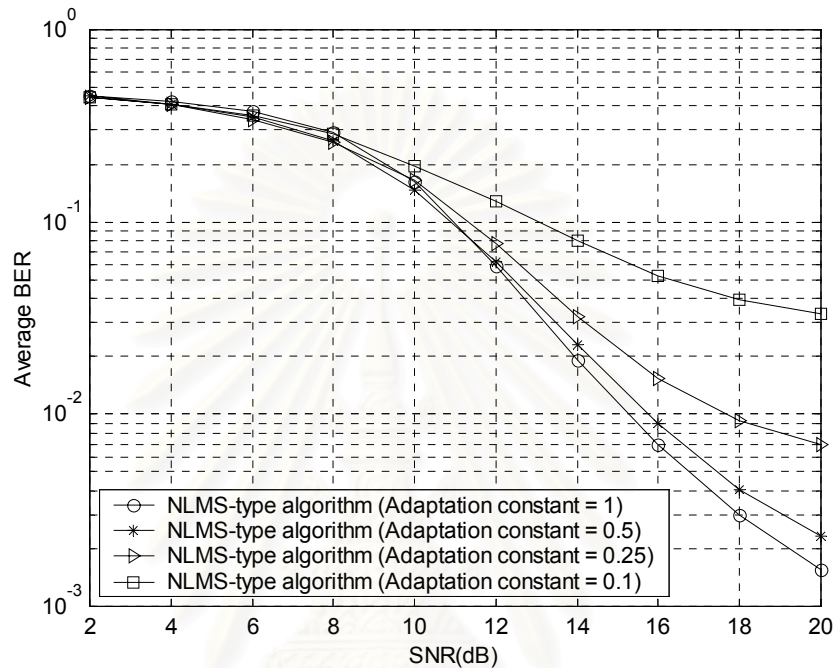
จากรูปที่ 4.13 พิจารณาค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  ซึ่งสัมพันธ์กับค่า SIR ของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอดกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 กราฟของค่า SIR ที่ได้นี้จะสอดคล้องกับกราฟค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ในรูปที่ 4.8 และกราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณในรูปที่ 4.10 กล่าวคือ เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.5$  และ 1 ดังรูปที่ 4.13 (ก) พบว่า กราฟของค่า SIR มีลักษณะการลู่เข้าที่เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำ โดยในช่วงเริ่มต้นของการทำซ้ำ SIR มีค่าประมาณ 0 dB และหลังจากการลู่เข้าแล้ว มีค่า SIR เฉลี่ยประมาณ 15.465 dB สำหรับ  $\bar{\mu} = 1$  และประมาณ 15.552 dB สำหรับ  $\bar{\mu} = 0.5$  กราฟของค่า SIR มีการลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำสูงกว่ากราฟค่า MSE เพราะจะได้รับผลของการปรับตัวของตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณเข้ามาเกี่ยวข้องอีกด้วย

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 4.10 จะเห็นได้ชัดเจนว่า เมื่อค่า  $\bar{\mu} = 1$  และ 0.5 กราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าเร็ว นั่นคือ สามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำ หรือกล่าวได้ว่า การประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องเพิ่มมากขึ้นสัมพันธ์กับจำนวนการทำซ้ำที่เพิ่มขึ้น ส่งผลให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอดกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นในช่วงแรกของการทำซ้ำนี้สามารถจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้ SIR ที่คำนวณได้มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในช่วงแรกของการทำซ้ำ

ส่วนกรณีที่ค่า  $\bar{\mu} = 0.25$  และ 0.1 ดังรูปที่ 4.13 (ข) กราฟของค่า SIR มีลักษณะของการลู่เข้าช้าลงและจะได้ SIR ที่มีค่าต่ำกว่ากรณี  $\bar{\mu} = 0.5$  และ 1 ทั้งนี้เพราะจากรูปที่ 4.10 จะเห็นได้ว่า เมื่อค่า  $\bar{\mu} < 0.5$  กราฟของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าช้า นั่นคือ ไม่สามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำได้ ส่งผลให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบบอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นในช่วงแรกของการทำซ้ำมีประสิทธิภาพที่ด้อยกว่าในการจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ จึงทำให้ค่า SIR ที่คำนวณได้มีค่าที่ต่ำตามไปด้วย



#### 4.4.1.2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย กับ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.14 เปรียบเทียบอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย (Average BER) ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณ

ต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]^T_{2\mu_1 \times 1}$

กับค่า SNR เมื่อ  $\bar{\mu} = 1, 0.5, 0.25$  และ 0.1

จากรูปที่ 4.14 พิจารณาในช่วงที่ SNR มีค่าตั้งแต่ 12-20 dB พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 จะมีสมรรถนะที่ดีที่สุด เมื่อ ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu} = 1$  นั่นคือ จะได้ค่า BER ที่ต่ำที่สุด ตลอดช่วง SNR ข้างต้น เมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $\bar{\mu}$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า ทั้งนี้เพราะจากรูปที่ 4.8 และ 4.10 จะเห็นได้ว่าเมื่อ  $\bar{\mu} = 1$  ทั้งกราฟของค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS และกราฟของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 มีการลู่เข้าเร็วที่สุดหรือกล่าวได้ว่ามีความถูกต้องในการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 เร็วที่สุดในช่วงแรกของการทำซ้ำ แม้ว่าหลังจากอัลกอริทึมลู่เข้าแล้วค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS และค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 จะมีค่าสูงกว่ากรณี  $\bar{\mu} = 0.5, 0.25$  และ 0.1 นั้นแสดงให้เห็นว่า ค่าความผิดพลาดนี้มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นน้อยมาก

และจากรูปที่ 4.12 พบว่าข้อมูลที่ตีเทกต์ได้สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน โดยข้อมูลแต่ละกลุ่มที่ตีเทกต์ได้จะมีการเกาะกลุ่มกันดีที่สุด รวมทั้งกราฟ SIR ที่ได้ก็แสดงให้เห็นว่าตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดี

ส่วนในช่วงที่ SNR มีค่าน้อยกว่า 10 dB พบว่า ตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นร่วมกับค่า  $\mu$  ทั้ง 4 ค่าจะมีสมรรถนะที่ใกล้เคียงกัน

โดยสรุป จากการพิจารณาความสัมพันธ์ข้างต้นทั้งหมดในหัวข้อที่ 4.4.1.2.1-4.4.1.2.7 จะเห็นได้ว่า ในการพิจารณาความถูกต้องของการประมาณช่องสัญญาณ โดยเฉพาะในส่วนของอัลกอริทึมแบบ NLMS พบว่า นอกจากจะพิจารณาค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ หลังจากการลู่เข้าแล้ว ยังต้องคำนึงถึงลักษณะการลู่เข้าของกราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ เพราะการลู่เข้าของกราฟ NMSE ที่เร็วกว่าจะให้ผลที่ดีกว่าการลู่เข้าของกราฟ NMSE ที่ช้ากว่าแม้ว่าจะมีค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณหลังการลู่เข้าที่สูงกว่าเล็กน้อยก็ตาม

เมื่อกำหนดให้ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\mu = 1$  ทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องเร็วที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $\mu$  ที่เหลือทั้ง 3 ค่า ส่งผลให้ตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดด้วย แม้ว่าจะมีค่า MSE ของอัลกอริทึม NLMS และค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 สูงกว่าค่า  $\mu$  ที่เหลืออีก 3 ค่า

#### 4.4.2 กรณี $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$

(ในการจำลองแบบ กำหนดให้ผู้ใช้คนที่ 1 เป็นผู้ใช้คนที่สนใจ)

##### 4.4.2.1 การประมาณช่องสัญญาณด้วยคาลแมนอย่างต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential Kalman channel estimation) [25] (วิธีการอ้างอิง)

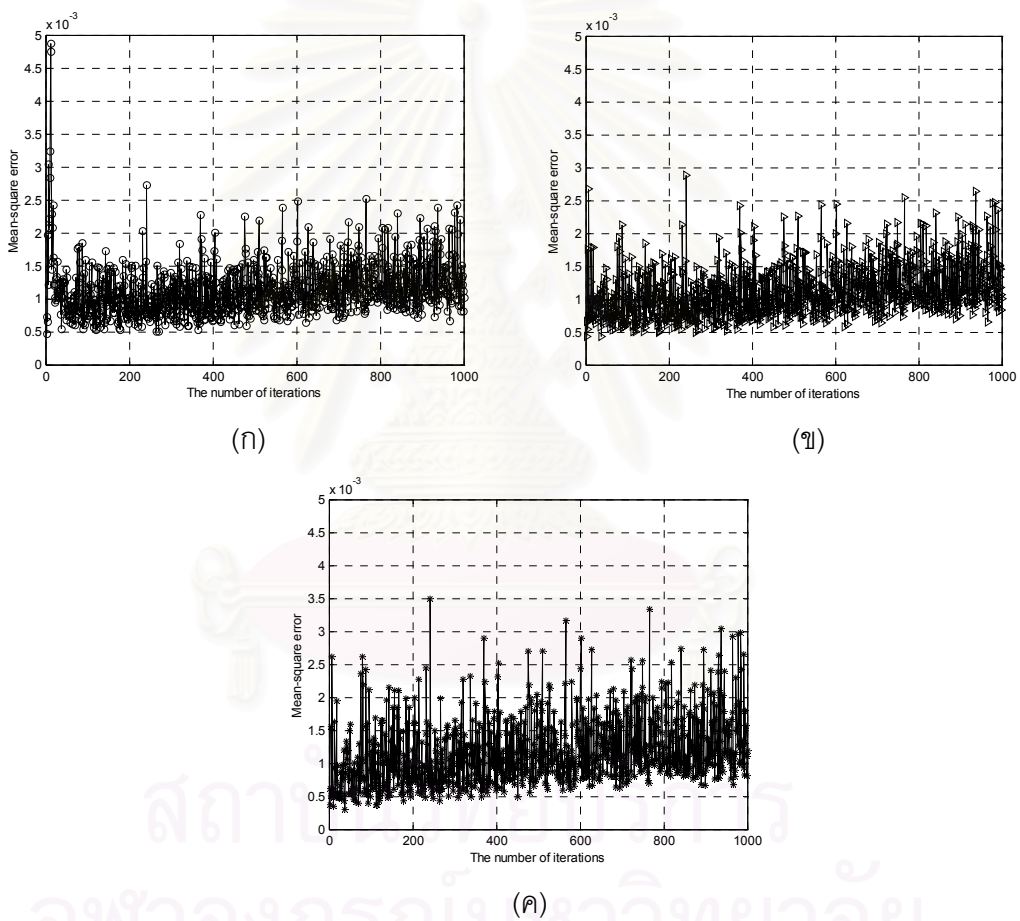
พิจารณาการปรับค่าเริ่มต้นของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ ความผิดพลาดของเวกเตอร์น้ำหนัก (Weight-error correlation matrix:  $K[0]$ ) ของอัลกอริทึมคาลแมน ให้มีค่าที่เหมาะสม

การจำลองแบบส่วนนี้ใช้ค่า  $K[0] = a \cdot I$  เช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.4.2.1 โดยพิจารณาค่า  $a$  หลายๆ ค่าในช่วง (0.0001, 1) ด้วยการจำลองแบบโดยใช้วิธี try and error และหลังจากการจำลองแบบด้วยวิธี try and error แล้ว ในที่นี้เลือกแสดงค่า  $a$  ที่มีค่าแตกต่างกัน 3 ค่า คือ 1, 0.01 และ 0.0001 ทั้งนี้เพื่อจะเปรียบเทียบให้เห็นถึงความแตกต่างของผลการจำลองที่ได้เป็นอย่างดี

ซึ่งเหตุผลที่เลือกค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่า โดยไม่เลือกค่า  $a = 0.1$  และ  $0.001$  เพราะผลของการจำลองแบบที่ได้ พบว่า ในกรณี  $a = 0.1$  และ  $0.001$  จะให้ผลที่ใกล้เคียงกับค่า  $a = 1$  และ  $0.01$  ตามลำดับ ดังนั้นผู้วิจัยจึงจะเว้นการแสดงผลการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบสำหรับค่า  $a = 0.1$  และ  $0.001$  ที่จะได้กล่าวถึงในส่วนต่อไป

#### 4.4.2.1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองของอัลกอริทึมแบบคาลแมนกับจำนวนของการทำซ้ำ

การหาค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนมีขั้นตอนเช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.4.1.1.1 ผลการจำลองแบบในส่วนนี้แสดงดังรูปที่ 4.16

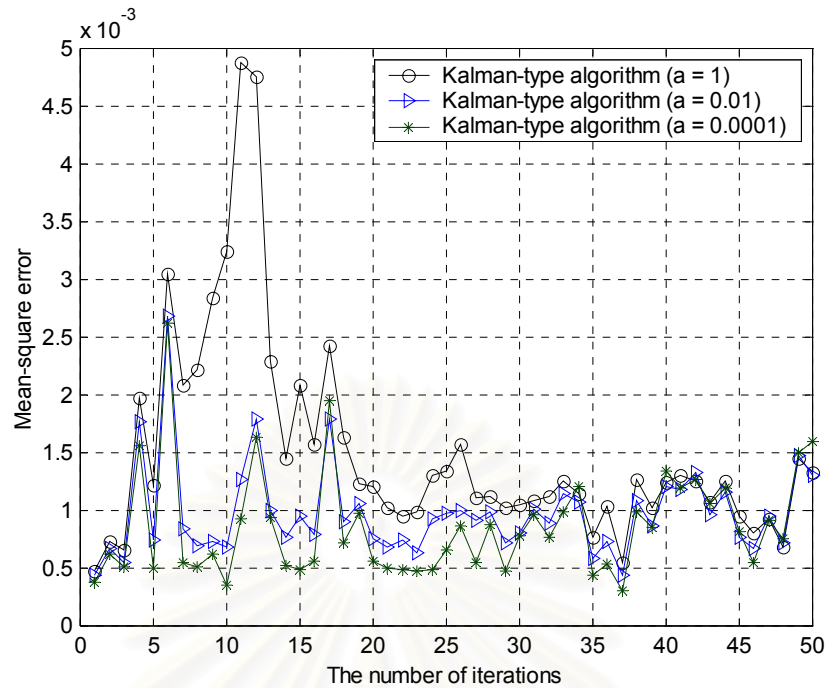


รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ

ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ ที่ค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

เมื่อค่าคงที่ (ก)  $a = 1$  (ข)  $a = 0.01$  (ค)  $a = 0.0001$



รูปที่ 4.16 ส่วนขยายในช่วงการทำซ้ำ 1-50 ครั้ง ของรูปที่ 4.15

จากรูปที่ 4.15 พบว่า กราฟค่า MSE จะมีลักษณะการลู่เข้าที่รวดเร็วและค่า MSE ที่คำนวณจากสมการที่ (4.4.1.1.3) จะมีค่าต่ำสำหรับค่าคงที่  $a$  ทุกๆ ค่า ทั้งนี้เป็นผลมาจากการเลือกค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 อย่างเหมาะสมดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองของการไม่ตั้งฉากกันระหว่างผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่าน้อยที่สุดตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้น พบว่า กราฟค่า MSE มีแนวโน้มที่จะมีค่าสูงขึ้น ทั้งนี้ เพราะ การอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในการทำซ้ำแต่ละครั้งจะเกิดค่าความผิดพลาดสะสมทางโปรแกรมเกิดขึ้น โดยในช่วงแรกของการทำซ้ำ ค่าความผิดพลาดสะสมนี้ยังมีค่าน้อยมากจึงไม่มีผลต่อการอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำมีค่ามากๆ ความผิดพลาดสะสมทางโปรแกรมจะมีค่ามากขึ้นส่งผลให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองของการไม่ตั้งฉากกันระหว่างผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย

เมื่อพิจารณาช่วงการทำซ้ำ 1-50 ของรูปที่ 4.15 ดังรูปที่ 4.16 พบว่า เมื่อ  $a = 1$  กราฟค่า MSE จะมีค่าต่ำที่สุดเมื่อเริ่มต้นการทำซ้ำแต่จะมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วจนมีค่าสูงสุดเท่ากับ  $4.8729 \times 10^{-3}$  ที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากับ 11 ครั้งหลังจากนั้นกราฟ MSE จะมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วหรือกล่าวได้ว่าลู่เข้าที่ค่า MSE ประมาณ  $1 \times 10^{-3}$  ที่จำนวนการทำซ้ำประมาณ 50 ครั้ง ส่วนในกรณี  $a = 0.01$  และ  $a = 0.0001$  กราฟของค่า MSE มีลักษณะคล้ายกับกรณีค่า  $a = 1$  แต่

จะมีความแตกต่างกันที่ค่าสูงสุดของค่า MSE โดยค่าสูงสุดของค่า MSE ที่คำนวณได้จะมีค่าน้อยกว่าและมีการลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำที่น้อยกว่า กล่าวคือ ในกรณี  $\alpha = 0.01$  ค่า MSE มีค่าสูงสุดเท่ากับ  $2.6852 \times 10^{-3}$  ที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากับ 6 ครั้งและมีการลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำประมาณ 10 ครั้งและเมื่อ  $\alpha = 0.0001$  ค่า MSE มีค่าสูงสุดเท่ากับ  $2.6239 \times 10^{-3}$  ที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากับ 6 ครั้งและจะมีการลู่เข้าที่จำนวนของการทำซ้ำประมาณ 10 ครั้งเช่นกัน นอกจากนี้เมื่อพิจารณาช่วงของการทำซ้ำที่เหลือทั้งหมด จะพบว่า กราฟของค่า MSE ที่ค่า  $\alpha = 0.0001$  จะมีการแกว่งตัวมากที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $\alpha$  ค่าอื่นๆ

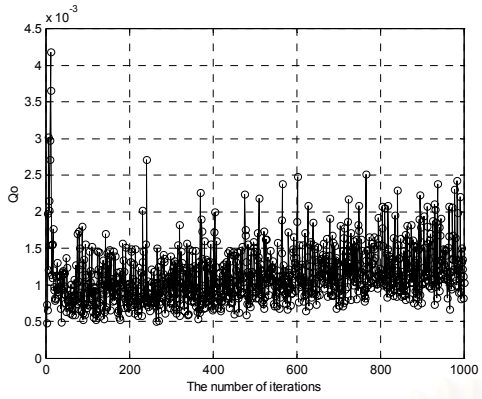
พิจารณาความสัมพันธ์ของค่า  $\alpha$  ค่าต่างๆ ข้างต้นร่วมกับสมการที่ (4.4.1.1.1) ซึ่งเวกเตอร์อัตราขยายคาลแมน  $q[i]$  เป็นฟังก์ชันของพจน์  $K[i-1]$  และพจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.1.1) นี้แสดงถึง พจน์ของการแก้ไข (Correction) ที่ถูกประยุกต์ใช้กับค่าการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สามารถอธิบายได้ดังนี้

ในกรณีนี้ที่พิจารณานี้ ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) มีค่าที่เหมาะสมดังสมการที่ (4.3.4.2) การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ควรเลือกค่าเริ่มต้น  $K[0]$  ด้วยค่า  $\alpha$  ที่มีค่าน้อยๆ เพราะจะทำให้พจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  มีค่าน้อยด้วยขณะเริ่มต้น ซึ่งทำให้อัลกอริทึมแบบคาลแมนมีการลู่เข้าเร็วเพื่อปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสม ในทางตรงข้าม นั่นคือ เลือกค่าเริ่มต้น  $K[0]$  ด้วยค่า  $\alpha$  ที่มีค่ามาก ในกรณีนี้ เริ่มต้นจากพิจารณาการกำหนดค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ซึ่งเป็นค่าที่ดี ดังนั้นจึงทำให้พจน์ความผิดพลาด  $\alpha[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.1.2) มีค่าน้อยตั้งแต่เริ่มต้นการทำซ้ำ ทำให้พจน์  $q[i]\alpha^*[i]$  มีค่าน้อยตามไปด้วย ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จึงไม่แตกต่างจากการกำหนดให้ค่า  $\alpha$  มีค่าน้อย นั่นคืออัลกอริทึมแบบคาลแมนสามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในช่วงเวลาต่อมาให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็ว

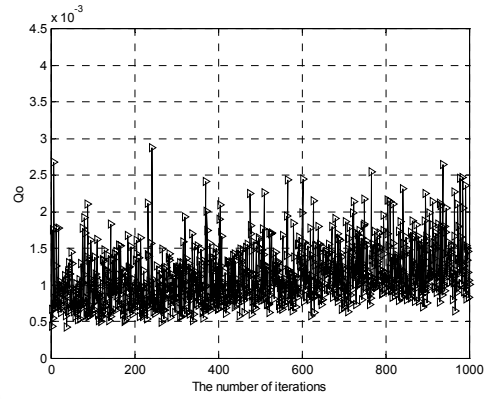
#### 4.4.2.1.2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ของอัลกอริทึมคาลแมน กับ จำนวนของการทำซ้ำ

พิจารณาค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ในสมการที่ (3.3.29) เช่นเดียวกับหัวข้อที่ 4.4.1.1.2 ผลการจำลองแบบที่ได้แสดงในรูปที่ 4.17 ดังนี้

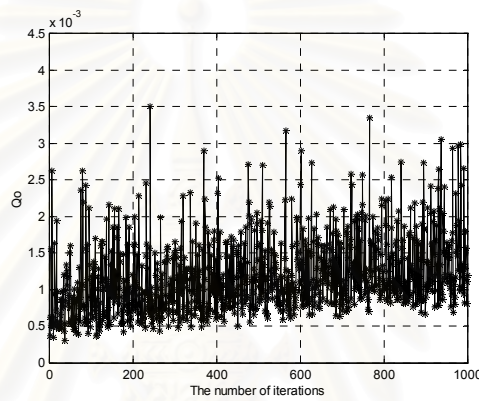




(ก)



(ข)



(ค)

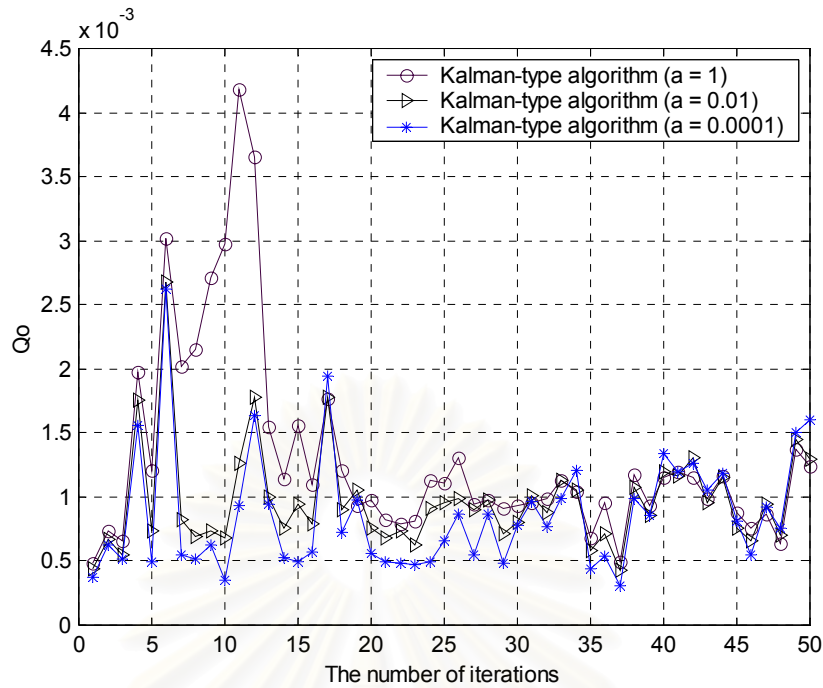
**รูปที่ 4.17** เปรียบเทียบค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนที่ใช้ในการประมาณ  
ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี

$$\hat{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ ที่ค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.01$  และ  $0.0001$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย





รูปที่ 4.18 ส่วนขยายในช่วงการทำซ้ำ 1-50 ของรูปที่ 4.17

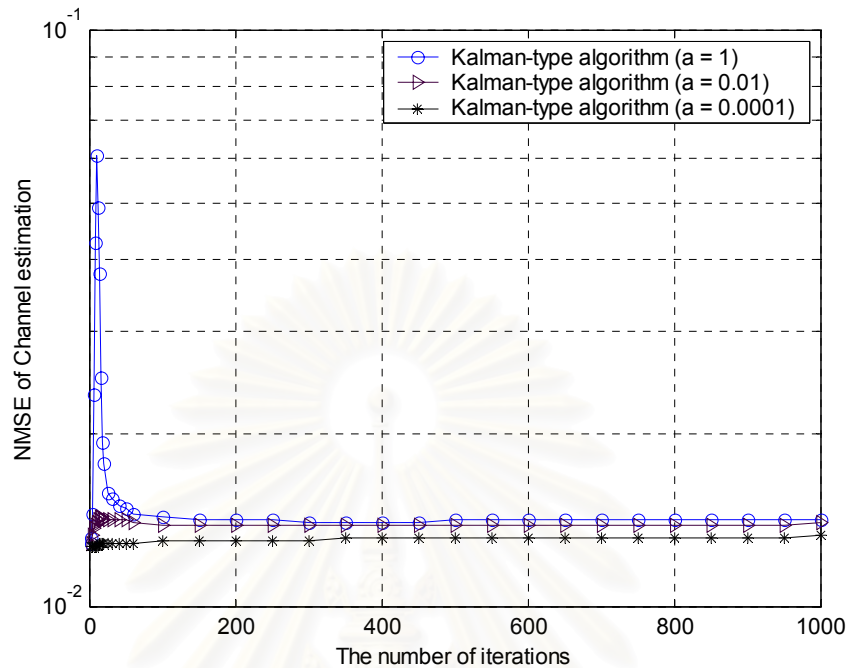
จากรูปที่ 4.17 พบว่า เมื่อ  $a$  มีค่าต่างๆ กัน กราฟของค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) ที่ได้จะคล้ายกับกราฟของค่า MSE ในรูปที่ 4.15 มาก โดยมีข้อแตกต่างจากกรณี  $\bar{g}_1[0]$  ซึ่งมีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) ในรูปที่ 4.3 เพราะในกรณี  $\bar{g}_1[0]$  ซึ่งมีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วยและเกือบจะตั้งฉากอย่างสมบูรณ์กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  ทำให้ผลตอบสนองของสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 หลังจากการอัปเดตดังสมการที่ (3.3.25) พจน์  $\|\bar{g}_{1d}[i-1]\|$  มีค่าเข้าใกล้ 1 หรือ กล่าวได้ว่า  $\bar{g}_{1d}[i-1] \approx \bar{g}_1[i-1]$  ตั้งแต่เริ่มต้นการทำซ้ำ

สำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่า พบว่า ค่าแควเรียนซ์ ( $Q_0$ ) มีค่าน้อยที่สุดที่ตำแหน่งแรกของการทำซ้ำ แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้นพบว่ากราฟของค่า  $Q_0$  มีแนวโน้มที่จะมีค่าสูงขึ้นด้วยเหตุผลเช่นเดียวกับค่า MSE ในหัวข้อที่ 4.4.2.1.1

ฉะนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $Q_0$  กับค่า  $a$  เหมือนกับในกรณีหาค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนในหัวข้อที่ 4.4.2.1.1 กล่าวคือ กรณี  $a$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ กราฟของค่า  $Q_0$  ที่ได้มีลักษณะการลู่เข้าที่เร็วและค่า  $Q_0$  ที่ได้จะมีค่าน้อยประมาณ  $1 \times 10^{-3}$  หลังจากการลู่เข้าแล้ว

ส่วนกรณี  $a$  มีค่าเข้าใกล้หรือเท่ากับ 1 กราฟของค่า  $Q_0$  มีแนวโน้มของการลู่เข้าที่ช้ากว่าเล็กน้อย แต่ค่า  $Q_0$  ที่คำนวณได้จะมีค่าที่ใกล้เคียงกันมากเมื่อเปรียบเทียบกับกรณี  $a$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ

#### 4.4.2.1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับจำนวนของการทำซ้ำ



รูปที่ 4.19 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี

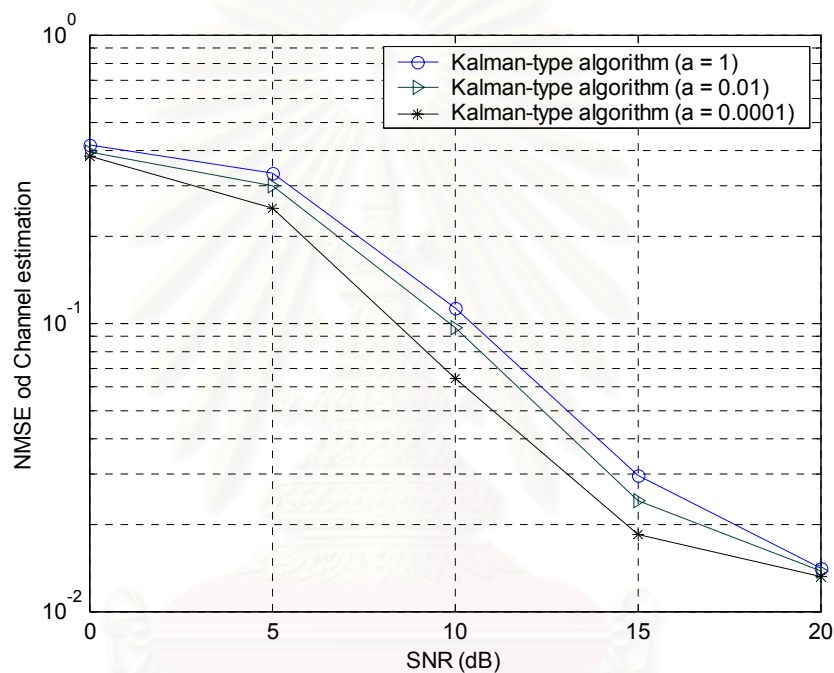
$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ ที่ค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.01$  และ  $0.0001$

จากรูปที่ 4.19 จะเห็นได้ว่า ผลของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับค่าคงที่  $a$  มีความสัมพันธ์สอดคล้องกับการหาค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนในรูปที่ 4.15 กล่าวคือ เมื่อ  $a = 0.0001$  กราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วที่สุดตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำและจะได้ค่า NMSE ประมาณ  $1.3025 \times 10^{-2}$  หลังจากการลู่เข้าแล้ว ส่วน  $a = 0.01$  กราฟ NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วยาวลงมาและจะได้ค่า NMSE ประมาณ  $1.3673 \times 10^{-2}$  หลังจากการลู่เข้าแล้ว และเมื่อ  $a = 1$  กราฟ NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 จะมีการเปลี่ยนแปลงสั้นๆ เกิดขึ้นในช่วงแรกของการทำซ้ำเหมือนกับกราฟของค่า MSE ในรูปที่ 4.15 แต่ยังมีลู่เข้าที่เร็วเช่นเดียวกัน และจะได้ค่า NMSE ประมาณ  $1.4157 \times 10^{-2}$  หลังจากการลู่เข้าแล้ว และจากรูปจะเห็นได้ชัดว่ากราฟทั้ง 3 กราฟจะมีเสถียรภาพดีมากหลังจากการลู่เข้าแล้ว

ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า เมื่อกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ให้มีค่าที่เหมาะสมดังสมการที่ (4.3.4.2) และกำหนดให้  $a$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ จะมีผลทำให้กราฟค่า NMSE ความผิดพลาดของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วมากและได้ NMSE ที่มีค่าต่ำตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ

#### 4.4.2.1.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.20 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี

$$\hat{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n^H[0] U_n[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR}$$

เมื่อค่าคงที่  $a = 1, 0.01$  และ  $0.0001$

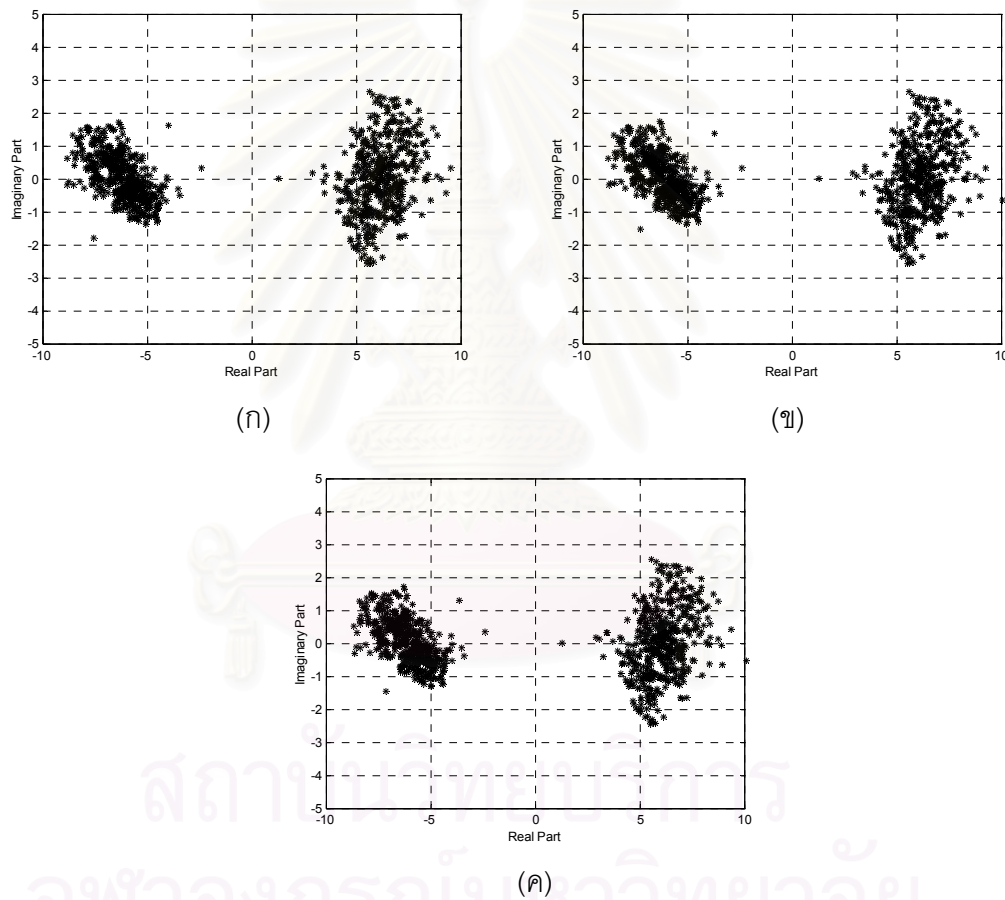
จากรูปที่ 4.20 พบว่า ค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าลดลงเมื่อ SNR มีค่ามากขึ้น หรือกล่าวได้ว่า การประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณจะมีความถูกต้องมากขึ้นเมื่อระดับสัญญาณรบกวนมีค่าลดลง สำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่า

โดยในช่วงที่ SNR มีค่าสูง จะเห็นได้ว่า ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่า จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ในกรณีที่  $a = 0.0001$  จะได้ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าต่ำที่สุดซึ่งสอดคล้องกับผลการจำลอง

แบบดังรูปที่ 4.19 ในช่วงที่ SNR มีค่าปานกลาง พบว่า ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่าจะมีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยอย่างเห็นได้ชัด และช่วงที่ SNR มีค่าต่ำ พบว่า มีแนวโน้มเช่นเดียวกับช่วงที่ SNR มีค่าสูง คือค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่า จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก

โดยสรุปเมื่อ  $a = 0.0001$  ทำให้ได้ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าต่ำที่สุดตลอดช่วง SNR ที่พิจารณา

#### 4.4.2.1.5 ความสัมพันธ์ของกลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ผ่านการตีเทกต์ บิตข้อมูลจากตีเทกเตอร์



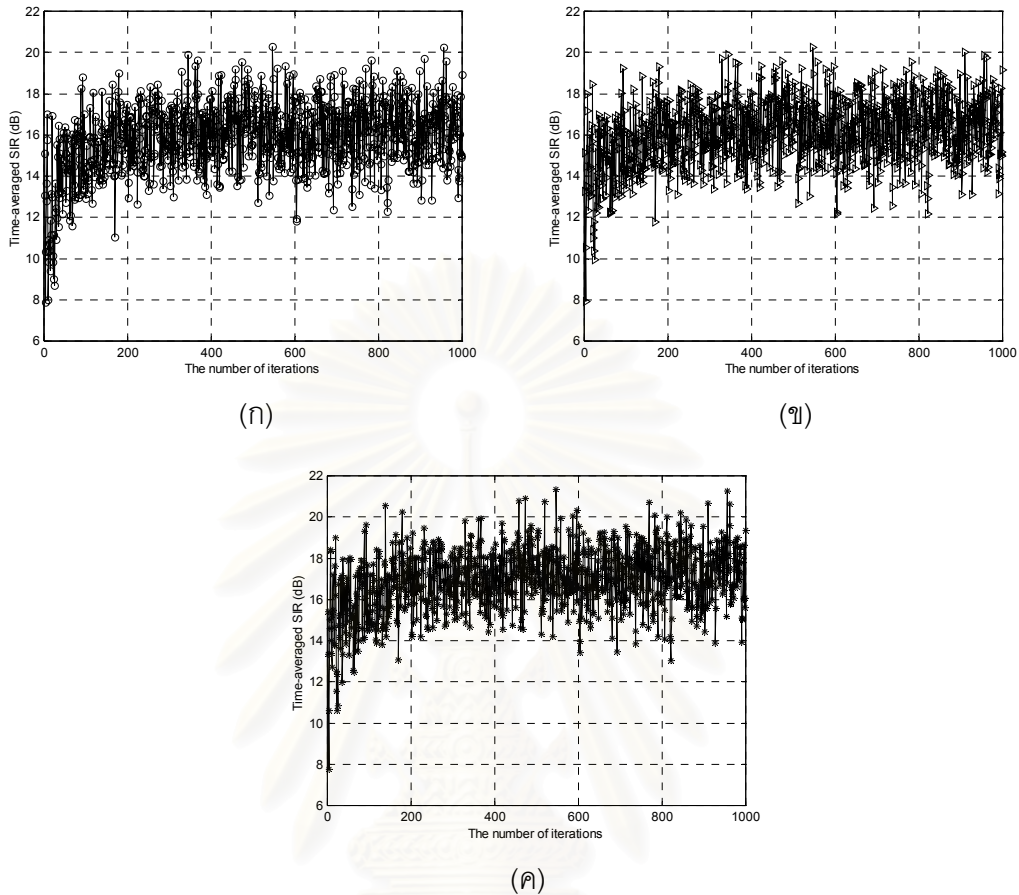
รูปที่ 4.21 เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการตีเทกต์ข้อมูลด้วยตีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสม รูปแบบที่ 2 ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ ที่ค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

เมื่อ (ก)  $a = 1$  (ข)  $a = 0.01$ , (ค)  $a = 0.0001$

ตามที่ได้อธิบายในหัวข้อที่ 4.4.1.1.5 พบว่า ความถูกต้องในการประมาณผลตอบสนองของสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 ในช่วงแรกของการทำซ้ำ (นั่นคือ การลู่เข้าที่เร็วของกราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ) มีผลต่อการดีเทกต์บิตข้อมูลอย่างมาก รวมทั้งความมีเสถียรภาพ หลังจากการลู่เข้าของกราฟค่า NMSE ซึ่งผลการจำลองแบบที่ได้ในรูปที่ 4.21 แสดงให้เห็นว่า สำหรับค่าคงที่  $a = 1, 0.01, 0.0001$  กลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ผ่านการดีเทกต์บิตข้อมูลแล้วจะสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน โดยเฉพาะเมื่อ  $a = 0.01$  และ  $a = 0.0001$  ดังรูปที่ 4.21 (ข) และ 4.21 (ค) ตามลำดับ เนื่องมาจากผลของค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ดังสมการที่ (4.3.4.2) ซึ่งเป็นค่าเริ่มต้นที่ดี ทำให้การประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 ในช่วงแรกของการทำซ้ำสำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่าในรูปที่ 4.19 มีค่าที่ถูกต้องใกล้เคียงกันมาก ดังนั้น ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่มบอดชอนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ค่า  $a$  ทั้ง 3 จึงมีสมรรถนะที่ดีมากใกล้เคียงกัน ทำให้สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ

#### 4.4.2.1.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด กับ จำนวนของการทำซ้ำ



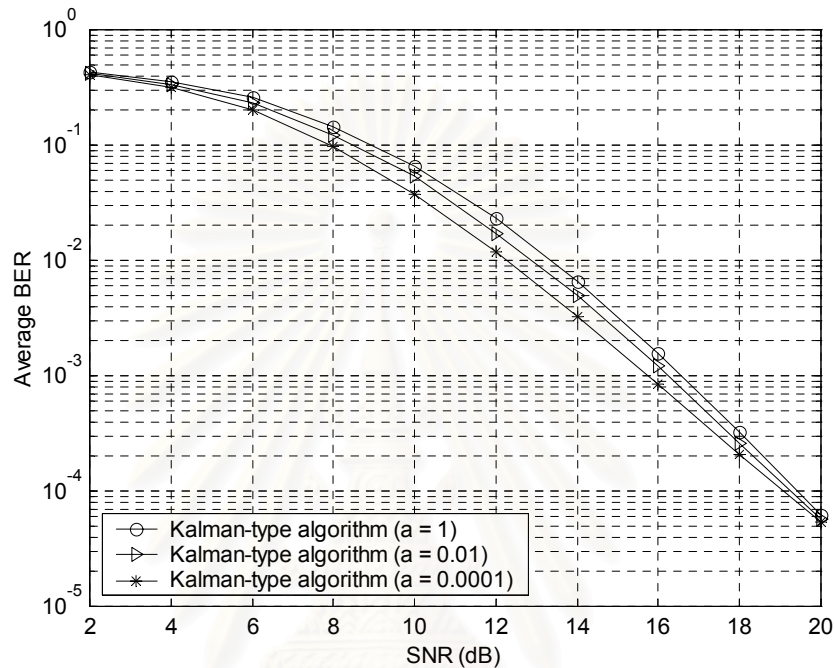
รูปที่ 4.22 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาล ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector}(\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $a = 1$  (ข)  $a = 0.01$  (ค)  $a = 0.0001$

จากรูปที่ 4.22 พิจารณาค่าคงที่  $a$  ซึ่งสัมพันธ์กับค่า SIR ของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 กราฟของค่า SIR ที่ได้นี้จะสอดคล้องกับกราฟค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนในรูปที่ 4.15 และกราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณในรูปที่ 4.17 กล่าวคือ กราฟของค่า SIR สำหรับค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่ามีลักษณะของการลู่เข้าที่เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำ โดยกราฟของค่า SIR ทั้ง 3 กราฟจะมีค่า SIR เริ่มต้นประมาณ 8 dB และมีค่า SIR เฉลี่ยสูงประมาณ 16.236 dB, 16.394 dB และ 17.252 dB สำหรับ  $a = 1, 0.01$  และ  $0.0001$  ตามลำดับหลังจากการลู่เข้าแล้ว นั่นคือ ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องสูงตั้งแต่ช่วงแรกของการ



ทำซ้ำจะทำให้สามารถจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์อย่างมีประสิทธิภาพมากกว่ากรณีค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ดังสมการที่ (4.3.4.1) ในรูปที่ 4.6

#### 4.4.2.1.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.23 เปรียบเทียบอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย (Average BER) ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR} \\ \text{เมื่อค่าคงที่ } a = 1, 0.01 \text{ และ } 0.0001$$

จากรูปที่ 4.23 พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 จะมีสมรรถนะที่ดีที่สุด เมื่อ ค่า  $a = 0.0001$  นั่นคือ ให้ค่า BER ที่ต่ำที่สุดตลอดช่วง SNR ที่พิจารณา ทั้งนี้เพราะจากรูปที่ 4.20 จะเห็นได้ว่าเมื่อ  $a = 0.0001$  การประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 จะมีความถูกต้องมากที่สุดตลอดช่วง SNR ที่พิจารณาเช่นกัน แต่เมื่อพิจารณาเฉพาะช่วงค่า SNR ที่มีค่าสูงพบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่สร้างขึ้นจากค่า  $a$  ทั้ง 3 ค่าจะมีสมรรถนะที่ใกล้เคียงกันเพราะการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 มีความถูกต้องใกล้เคียงกันในช่วงที่ SNR มีค่าสูง ทำให้ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงในการจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ ส่งผลให้สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้อย่างถูกต้องตามไปด้วย ดังนั้นจึงได้ BER ที่มีค่าต่ำใกล้เคียงกันด้วย

#### 4.4.2.2 การประมาณช่องสัญญาณด้วยกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวน มอลไลซ์อย่างต่อเนื่องแบบบอด (Blind sequential NLMS channel estimation)

พิจารณาการปรับค่าคงที่การปรับตัวได้ (Adaptation constant) ในสมการที่ (3.3.46) ของอัลกอริทึม NLMS ให้มีค่าที่เหมาะสม ในการจำลองแบบด้วยเงื่อนไขค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณที่ดี จะพิจารณาค่า  $\mu$  หลายๆ ค่าในช่วง (0.00001, 0.002) ด้วยการจำลองแบบโดยใช้วิธี try and error

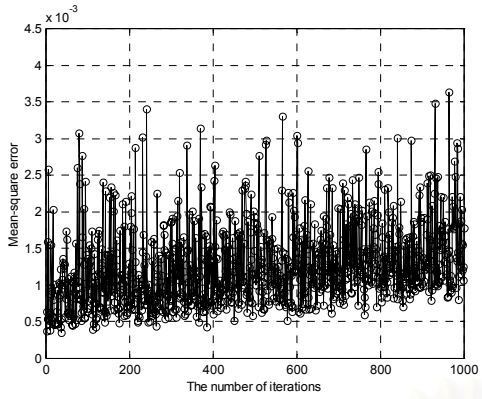
เหตุผลที่เลือกค่า  $\mu$  ในช่วง (0.00001, 0.002) เพราะต้องการให้ช่วงก้าว (Step-size) ของการปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณมีค่าน้อยในการอัปเดตที่เวลาถัดไป เนื่องจากการใช้ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณที่ดี การปรับผลตอบสนองช่องสัญญาณในการทำซ้ำครั้งต่อไป ควรให้มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นอย่างช้าๆ เพื่อให้ผลตอบสนองช่องสัญญาณต้องการลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสม

และหลังจากการจำลองแบบด้วยวิธี try and error แล้ว ในที่นี้เลือกแสดงค่า  $\mu$  ที่มีค่าแตกต่างกัน 3 ค่า คือ 0.002, 0.0005 และ 0.00002 ทั้งนี้เพื่อจะเปรียบเทียบให้เห็นถึงความแตกต่างของผลการจำลองที่ได้อย่างชัดเจน

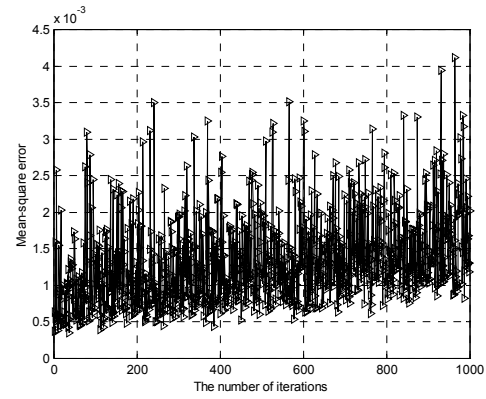
##### 4.4.2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนมอลไลซ์กับจำนวนของการทำซ้ำ

การหาค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (MSE) ของอัลกอริทึมแบบ NLMS มีขั้นตอนเช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 4.4.1.1.2 ผลการจำลองแบบในส่วนนี้แสดงดังรูปที่ 4.24

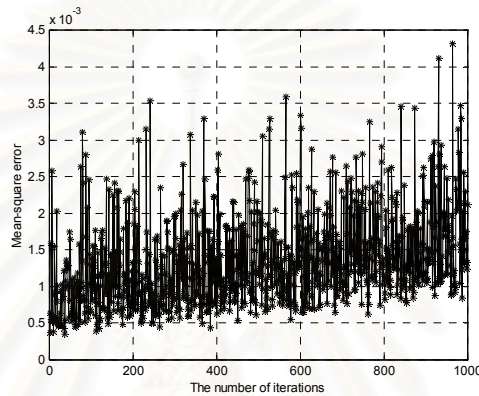
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 4.24 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ในการประมาณ  
ช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดของผู้ใช้คนที่ 1 ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ ที่ค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

เมื่อค่าคงที่ (ก)  $\bar{\mu} = 0.002$  (ข)  $\bar{\mu} = 0.0005$  (ค)  $\bar{\mu} = 0.00002$

จากรูปที่ 4.24 พบว่า กราฟค่า MSE จะมีลักษณะการลู่เข้าที่รวดเร็วและค่า MSE ที่คำนวณจากสมการที่ (4.4.1.2.2) จะมีค่าต่ำเหมือนกันสำหรับค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  ทุกๆ ค่า ทั้งนี้เป็นผลมาจากการเลือกค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 อย่างเหมาะสมดังสมการที่ (4.3.4.2) ซึ่งจะทำให้ค่าความผิดพลาดกำลังสองของการไม่ตั้งฉากกันระหว่างผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่าน้อยที่สุดตั้งแต่เริ่มการทำซ้ำ แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้น พบว่า กราฟค่า MSE มีแนวโน้มที่จะมีค่าสูงขึ้น ทั้งนี้เพราะในการอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่การทำซ้ำแต่ละครั้งจะเกิดค่าความผิดพลาดสะสมทางโปรแกรมเกิดขึ้น โดยในช่วงแรกของการทำซ้ำ ค่าความผิดพลาดสะสมนี้ยังมีค่าน้อยมากจึงไม่มีผลต่อการอัปเดตผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำมีค่ามากๆ ความผิดพลาดสะสมทางโปรแกรมจะมีค่ามากขึ้นส่งผลให้ค่า

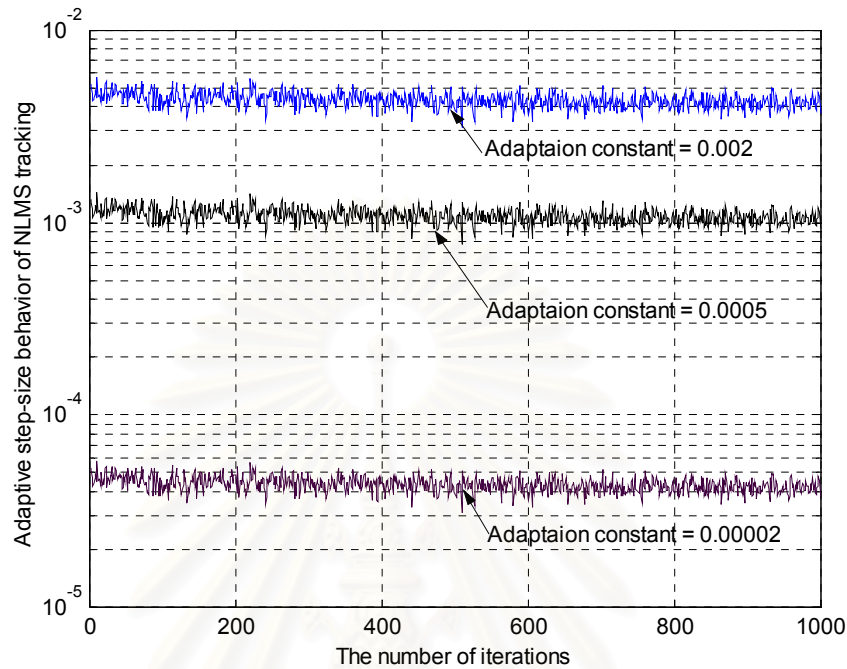
ความผิดพลาดกำลังสองของการไม่ตั้งฉากกันระหว่างผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 กับเวกเตอร์สัญญาณ  $x[i]$  มีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย กราฟรูปนี้จะมีลักษณะการลู่เข้าเหมือนกับกราฟรูปที่ 4.15 ของอัลกอริทึมคาลแมน

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของค่า  $\bar{\mu}$  ค่าต่างๆ ข้างต้นร่วมกับสมการที่ (3.3.46) โดยพจน์  $-\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1}x[i]y^*[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.2.3) แสดงถึง พจน์ของการแก้ไข (Correction) ที่ถูกประยุกต์ใช้กับค่าการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลา  $i-1$  ( $\bar{g}_1[i-1]$ ) การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณสามารถอธิบายได้ดังนี้

ในกรณีที่พิจารณานี้ ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) มีค่าที่เหมาะสมดังสมการที่ (4.3.4.2) การปรับตัวของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ควรเลือกช่วงก้าวในการปรับตัวให้มีค่าน้อยๆ ซึ่งในที่นี้ คือ ให้ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อย (เข้าใกล้ 0) ทั้งนี้เพราะผลต่างระหว่างเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่เวลาเริ่มต้น ( $\bar{g}_1[0]$ ) กับค่าที่เหมาะสมของเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าน้อย การเลือกค่าดังกล่าวทำให้พจน์  $\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1}x[i]y^*[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.2.3) มีค่าน้อยในช่วงแรกของการทำซ้ำ ส่งผลให้อัลกอริทึมแบบ NLMS สามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในช่วงเวลาต่อมาให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็ว

ในทางตรงกันข้าม กำหนดให้ช่วงก้าวในการปรับตัวให้มีค่ามาก นั่นคือ ให้ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่ามาก ในกรณีนี้ เริ่มต้นจากพิจารณาการกำหนดค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ซึ่งเป็นค่าที่ดี จะทำให้พจน์ความผิดพลาด ( $-y[i]$ ) ในสมการที่ (4.4.1.2.1) มีค่าน้อยตั้งแต่เริ่มต้นการทำซ้ำ ทำให้พจน์  $\bar{\mu}(x^H[i]x[i])^{-1}x[i]y^*[i]$  ในสมการที่ (4.4.1.2.3) มีค่าน้อยตามไปด้วยในช่วงแรกของการทำซ้ำ ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จึงไม่แตกต่างจากการกำหนดให้ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อย นั่นคืออัลกอริทึมแบบ NLMS สามารถปรับเวกเตอร์ผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ในช่วงเวลาต่อมาให้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมได้อย่างรวดเร็ว เช่นกัน

#### 4.4.2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัว ได้กับจำนวนของการทำซ้ำ

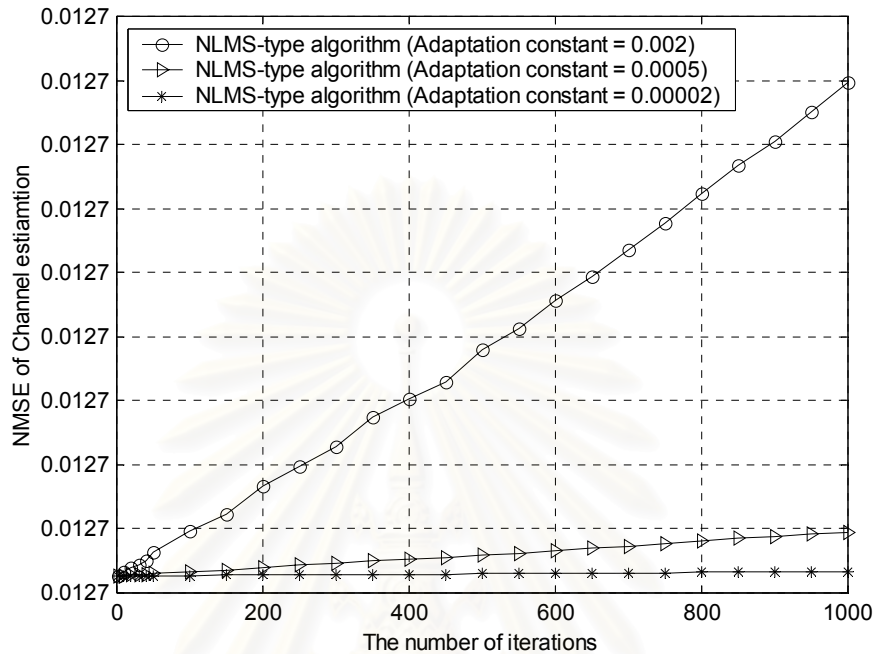


รูปที่ 4.25 เปรียบเทียบพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้กับจำนวนของการทำซ้ำที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี  $\bar{\sigma}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector}(\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  กับค่า SNR = 20 dB เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$  และ  $0.00002$

รูปที่ 4.25 แสดงพฤติกรรมของค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้  $\mu[i]$  ดังสมการที่ (3.3.46) ที่ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$  และ  $0.00002$  ซึ่งสัมพันธ์กับขนาดของสัญญาณยกกำลังสอง จากรูป พบว่า ขนาดของสัญญาณอินพุตยกกำลังสอง มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง  $[0.3477, 0.6423]$  ดังนั้น เมื่อค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้  $\mu[i]$  จึงมีการแกว่งในช่วงที่สั้นมากๆ แม้ว่าขนาดของสัญญาณยกกำลังสองจะมีค่าน้อยกว่า 1 เล็กน้อย ทำให้สามารถประมาณได้ว่า ค่าช่วงก้าวที่ปรับตัวได้  $\mu[i]$  เกือบจะเป็นค่าคงที่ เช่นเดียวกับ ค่า ช่วงก้าว (Step-size)  $\mu$  ในอัลกอริทึม LMS



#### 4.4.2.2.3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับจำนวนของการทำซ้ำ



รูปที่ 4.26 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดตัวอย่างต่อเนื่องด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

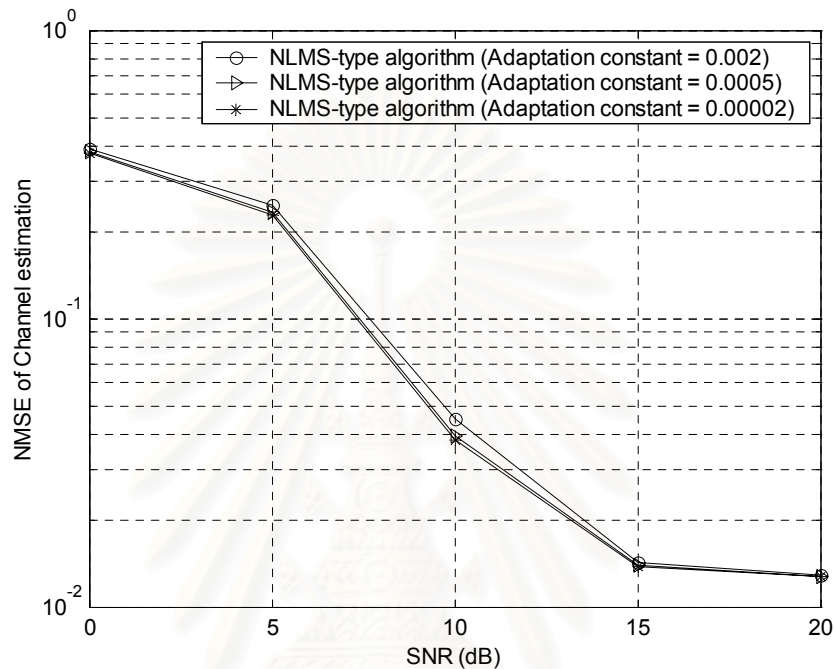
$$\text{เมื่อ } \bar{\mu} = 0.002, 0.0005 \text{ และ } 0.00002$$

จากรูปที่ 4.26 จะเห็นได้ว่า ในช่วงเริ่มต้นของการทำซ้ำ กราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ทั้ง 3 กราฟจะมีค่าประมาณ  $1.20726 \times 10^{-2}$  แต่เมื่อจำนวนของการทำซ้ำเพิ่มมากขึ้นพบว่า กราฟของค่า NMSE ทั้ง 3 จะมีแนวโน้มเพิ่มค่าขึ้นในอัตราที่แตกต่างกัน กล่าวคือ ในกรณีค่า  $\bar{\mu} = 0.002$  กราฟของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นสูงที่สุด และมีค่า NMSE เท่ากับ  $1.20734 \times 10^{-2}$  ที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากับ 1000 ครั้ง ส่วนค่า  $\bar{\mu} = 0.0005$  และ  $\bar{\mu} = 0.00002$  พบว่า กราฟของค่า NMSE ของการประมาณผลตอบช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นลดลง และมีค่า NMSE เท่ากับ  $1.20727 \times 10^{-2}$  และ  $1.20726 \times 10^{-2}$  ที่จำนวนการทำซ้ำเท่ากับ 1000 ครั้งตามลำดับ ดังนั้นจากสมการที่ (3.3.47) จะได้ว่าเมื่อกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ให้มีค่าที่เหมาะสมดังสมการที่ (4.3.4.2) และเลือกค่า



$\bar{\mu}$  ให้มีค่าน้อยๆ จะมีผลทำให้กราฟค่า NMSE ความผิดพลาดของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีการลู่เข้าที่เร็วมากและได้ NMSE ที่มีค่าต่ำตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ

#### 4.4.2.2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกรวมออร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.27 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR}$$

เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$  และ  $0.00002$

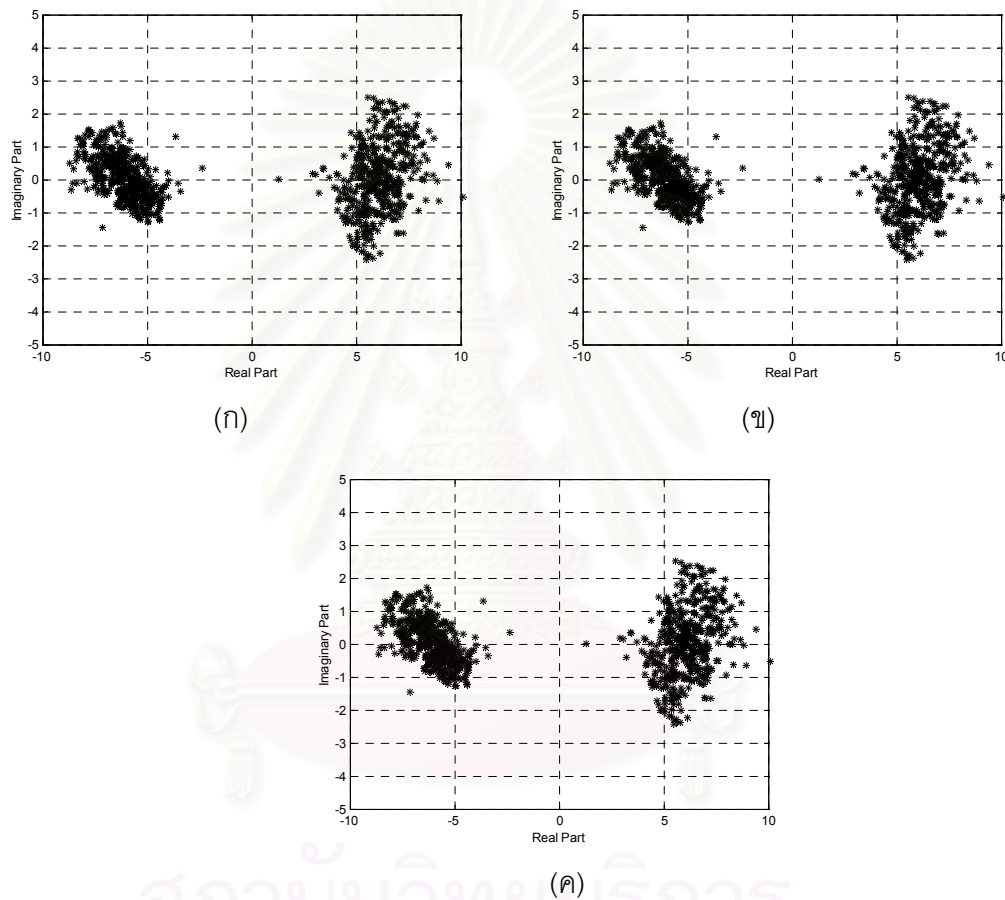
จากรูปที่ 4.27 พบว่า ค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าลดลงเมื่อ SNR มีค่ามากขึ้น หรือกล่าวได้ว่า การประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณจะมีความถูกต้องมากขึ้นเมื่อระดับสัญญาณรบกวนมีค่าลดลง สำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่า

โดยในช่วงที่ SNR มีค่าสูง จะเห็นได้ว่า ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่า จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก แต่ในกรณีที่  $\bar{\mu} = 0.00002$  พบว่า ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าต่ำที่สุดซึ่งสอดคล้องกับผลการจำลองแบบดังรูปที่ 4.26 ในช่วงที่ SNR มีค่าปานกลาง พบว่า ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับค่า  $\bar{\mu} = 0.0005$  และ  $0.00002$  จะมีค่าน้อยกว่า  $\bar{\mu} = 0.002$  อย่างเห็นได้

ชัด และช่วงที่ SNR มีค่าต่ำ พบว่า มีแนวโน้มเช่นเดียวกับช่วงที่ SNR มีค่าสูง นั่นคือ ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่า จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก

โดยสรุปเมื่อ  $\bar{\mu} = 0.00002$  ทำให้ได้ค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 มีค่าต่ำที่สุดตลอดช่วง SNR ที่พิจารณา

#### 4.4.2.2.5 ความสัมพันธ์ของกลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ผ่านการตีเทกต์ บิตข้อมูลจากดีเทกเตอร์



**รูปที่ 4.28** เปรียบเทียบกลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 หลังผ่านการตีเทกต์ข้อมูลด้วยดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1) \text{ กับค่า SNR} = 20 \text{ dB}$$

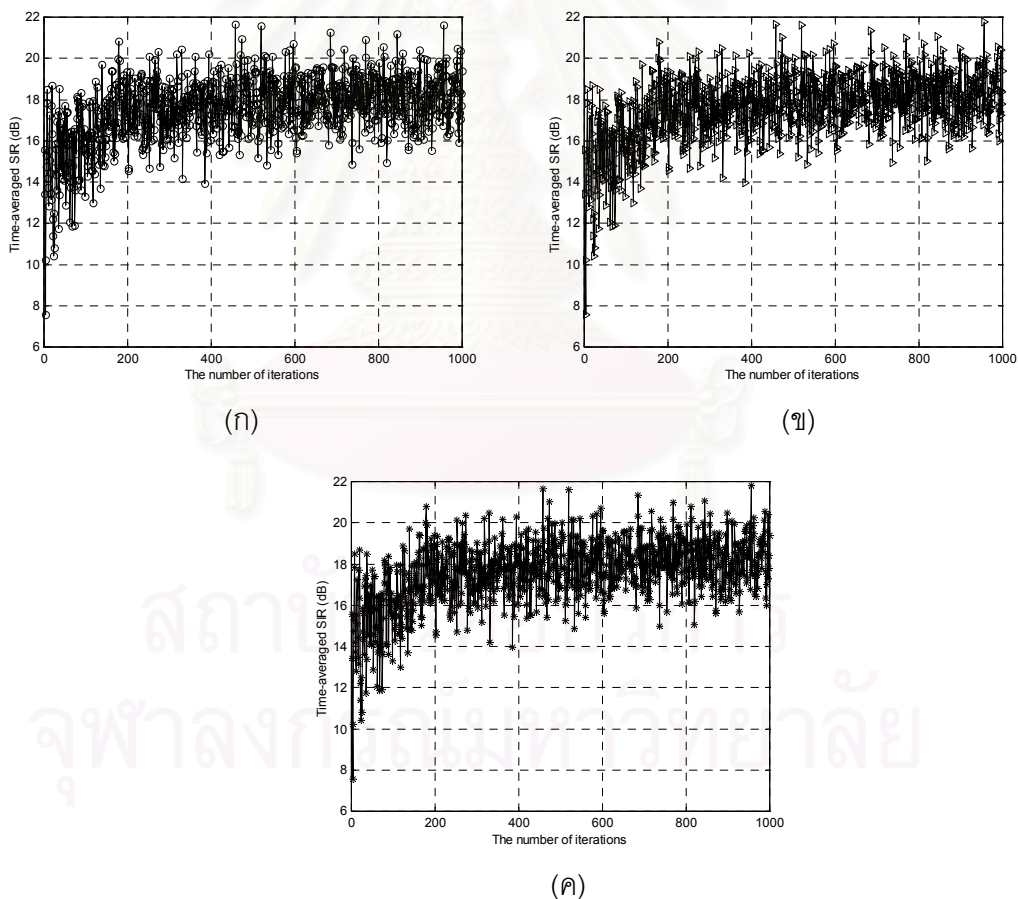
เมื่อ (ก)  $\bar{\mu} = 0.002$ , (ข)  $\bar{\mu} = 0.0005$ , (ค)  $\bar{\mu} = 0.00002$

ตามที่ได้อธิบายในหัวข้อที่ 4.4.1.1.5 พบว่า ความถูกต้องในการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 ในช่วงแรกของการทำซ้ำ และความมีเสถียรภาพของกราฟค่า NMSE

ของการประมาณช่องสัญญาณหลังจากการลู่เข้า จะมีผลต่อการดีเทกต์บิตข้อมูลเป็นอย่างมาก ซึ่งผลการจำลองแบบที่ได้ในรูปที่ 4.28 แสดงให้เห็นว่า สำหรับค่า  $\mu = 0.002, 0.0005, 0.00002$  กลุ่มของสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ผ่านการดีเทกต์ข้อมูลแล้วจะสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน เนื่องมาจากผลของค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ดังสมการที่ (4.3.4.2) ซึ่งเป็นค่าเริ่มต้นที่ดี ทำให้การประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 มีความถูกต้องสูงที่ใกล้เคียงกันอย่างมาก ตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ สำหรับค่า  $\mu$  ทั้ง 3 ค่า ดังรูปที่ 4.26

ดังนั้นดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ค่า  $\mu$  ทั้ง 3 ค่าจึงมีสมรรถนะที่ดีมาก ทำให้สามารถดีเทกต์บิตข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

#### 4.4.2.2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอดกับ จำนวนของการทำซ้ำ

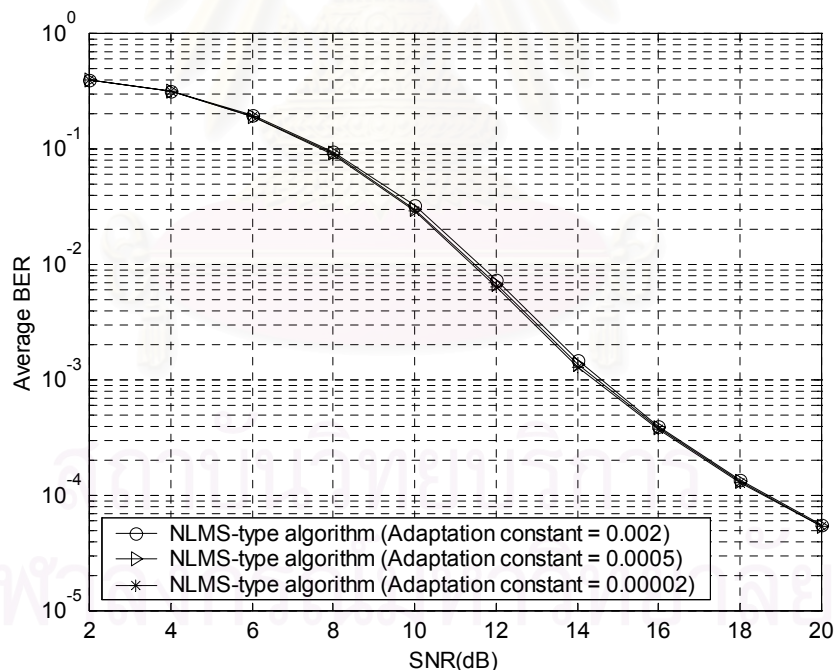


รูปที่ 4.29 เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เมื่อค่าคงที่การปรับตัวได้  $\mu$  มีค่าต่างๆ กัน

ในกรณี  $\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  ที่ค่า SNR = 20 dB  
เมื่อ (ก)  $\bar{\mu} = 0.002$ , (ข)  $\bar{\mu} = 0.0005$ , (ค)  $\bar{\mu} = 0.00002$

จากรูปที่ 4.29 พิจารณาค่าคงที่  $\bar{\mu}$  ซึ่งสัมพันธ์กับค่า SIR ของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 กราฟของค่า SIR ที่ได้นี้จะสอดคล้องกับกราฟค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ NLMS ในรูปที่ 4.24 และกราฟค่า NMSE ของการประมาณผลตอบสนองช่องสัญญาณในรูปที่ 4.26 กล่าวคือ กราฟของค่า SIR สำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่ามีลักษณะของการลู่เข้าที่เร็วในช่วงแรกของการทำซ้ำ ดังรูปที่ 4.29 (ก)-(ค) โดยกราฟของค่า SIR ทั้ง 3 กราฟจะมีค่า SIR เริ่มต้นที่สูงประมาณ 8 dB และมีค่า SIR เฉลี่ยสูงประมาณ 18 dB หลังจากการลู่เข้าแล้ว นั่นคือ ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องสูงตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ จะช่วยให้สามารถขจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

#### 4.4.2.2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.30 เปรียบเทียบอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย (Average BER) ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ในกรณี

$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum-eigenvector} (\bar{C}_1^T U_n[0] U_n^H[0] \bar{C}_1)$  กับค่า SNR  
เมื่อ  $\bar{\mu} = 0.002, 0.0005$  และ  $0.00002$

จากรูปที่ 4.30 พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 จะมีสมรรถนะที่ดีที่สุด เมื่อ ค่า  $\bar{\mu} = 0.00002$  นั่นคือ ให้ค่า BER ที่ต่ำที่สุดตลอดช่วง SNR ที่พิจารณา ทั้งนี้เพราะจากรูปที่ 4.27 จะเห็นได้ว่าเมื่อ  $\bar{\mu} = 0.00002$  การประมาณผลตอบแทนของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 จะมีความถูกต้องมากที่สุด ในช่วง SNR มีค่า 0-20 dB

เมื่อพิจารณาเฉพาะช่วงค่า SNR ที่มีค่าสูง พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่สร้างขึ้นจาก ค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่าจะมีสมรรถนะที่ใกล้เคียงกันเพราะการประมาณผลตอบแทนของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 มีความถูกต้องใกล้เคียงกัน แต่ในช่วงที่ SNR มีค่าปานกลาง ความผิดพลาดจากการประมาณช่องสัญญาณที่ได้จะมีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยสำหรับค่า  $\bar{\mu}$  ทั้ง 3 ค่า ส่งผลให้ดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดที่สร้างขึ้นมีสมรรถนะที่แตกต่างกันเล็กน้อย และในช่วงที่ SNR มีค่าต่ำ ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดที่ถูกสร้างขึ้นจะมีสมรรถนะที่ใกล้เคียง เช่นเดียวกับช่วง SNR ที่มีค่าสูง เพราะความผิดพลาดจากการประมาณผลตอบแทนของช่องสัญญาณของผู้ใช้ที่ 1 มีค่าใกล้เคียงกัน

โดยสรุป จากการพิจารณาความสัมพันธ์ข้างต้นทั้งหมดในหัวข้อที่ 4.4.2.2.1-4.4.2.2.7 จะเห็นได้ว่า เมื่อกำหนดให้ค่าคงที่การปรับตัวได้มีค่าน้อยๆ เช่น  $\bar{\mu} = 0.00002$  จะทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องเร็วที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับค่า  $\bar{\mu}$  ที่มีค่ามาก เช่น  $\bar{\mu} = 0.002$  และ  $0.0005$  ส่งผลให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุดด้วย

**4.4.3 เปรียบเทียบผลการจำลองแบบของการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื้องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ เมื่อค่าเริ่มของผลตอบแทนของช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2)**

ในหัวข้อนี้เป็นการเปรียบเทียบผลการจำลองแบบของการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื้องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดเมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

$$\bar{g}_1[0] = b^* [1, 1, \dots, 1]_{2\mu_1 \times 1}^T$$

และสมการที่ (4.3.4.2)

$$\bar{g}_1[0] = \text{Minimum - eigenvector } (\bar{C}_1^T U_n^H [0] U_n^H [0] \bar{C}_1)$$



โดยในส่วนของ การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน

- จะเลือกใช้  $K[0] = 0.1 \cdot I$  หรือ ค่าคงที่  $a = 0.1$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ
- เลือกใช้  $K[0] = 0.0001 \cdot I$  หรือ ค่าคงที่  $a = 0.0001$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)

ในส่วนการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยที่น้อยที่สุดที่ถูกรบกวนอิมพัลส์

- จะเลือกใช้ค่าคงการปรับตัวได้  $\bar{\mu} = 1$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ
- เลือกใช้  $\bar{\mu} = 0.00002$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)

โดยในการแสดงรูปภาพผลการจำลองต่อไปนี้จะกำหนดให้

ข้อความ Proposed method 1 หมายถึง การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ค่า  $\bar{\mu} = 1$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

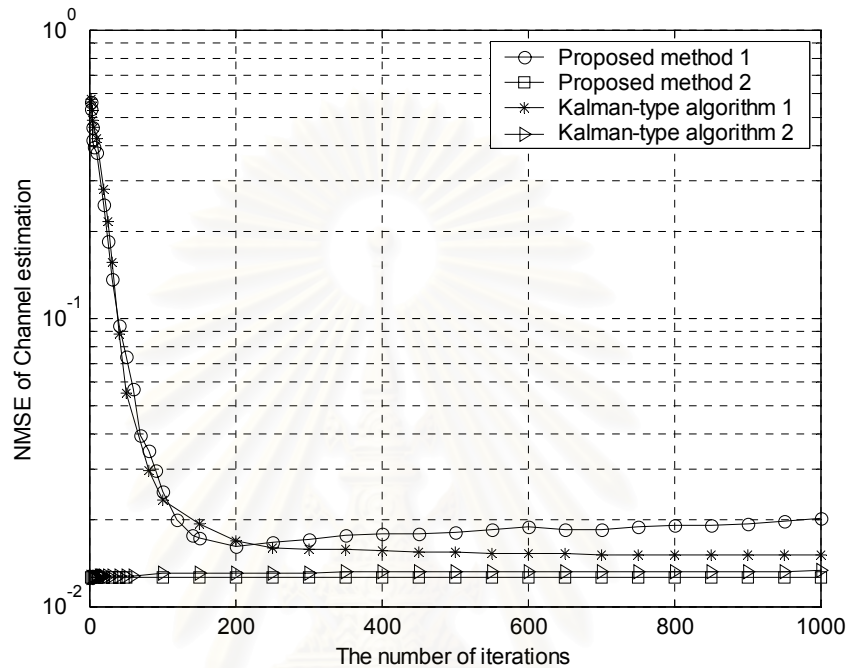
ข้อความ Proposed method 2 หมายถึง การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ค่า  $\bar{\mu} = 0.00002$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)

ข้อความ Kalman-type algorithm 1 หมายถึง การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ที่ใช้ค่าคงที่  $a = 0.1$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

ข้อความ Kalman-type algorithm 2 หมายถึง การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ที่ใช้ค่าคงที่  $a = 0.0001$  สำหรับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)



#### 4.4.3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่ ถูกนอร์มอลไลซ์ของการประมาณช่องสัญญาณกับจำนวนของการทำซ้ำ



**รูปที่ 4.31** เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2) ที่ค่า SNR = 20 dB

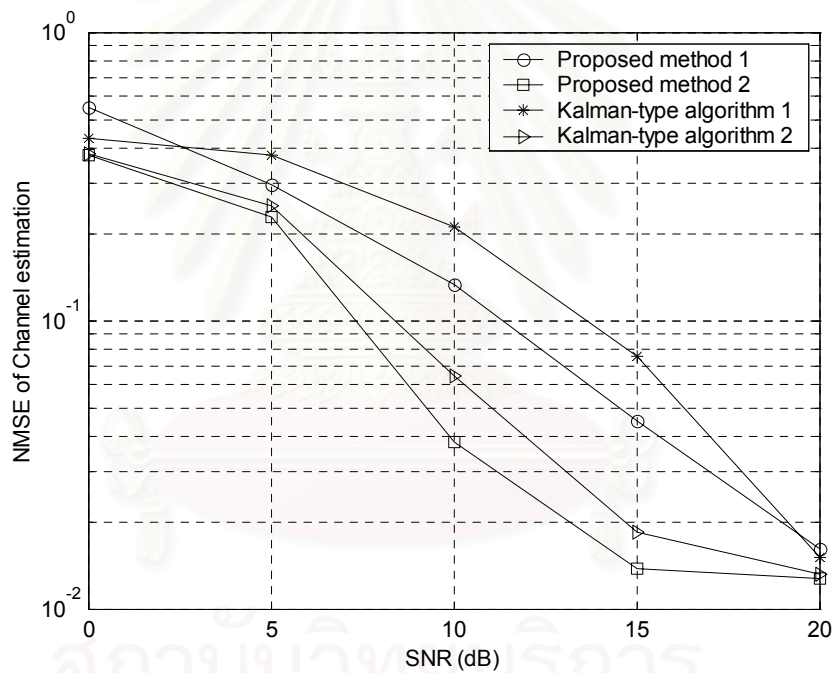
จากรูปที่ 4.31 จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) พบว่า กราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีการลู่เข้าที่เร็วใกล้เคียงกับกราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน แต่หลังจากการลู่เข้าแล้ว กราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีค่า NMSE ที่สูงกว่า

ในกรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า กราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีการลู่เข้าที่เร็วกว่าและมีค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ

ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ต่ำกว่าหลังจากการลู่เข้าแล้วเมื่อเปรียบเทียบกับกราฟค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน

และเมื่อเปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) กับค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่าในกรณีที่ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) จะได้รับการประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องมากกว่าค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) สำหรับทั้งการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS และอัลกอริทึมแบบคาลแมน

#### 4.4.3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองที่ถูกลบออกไล่ของ การประมาณช่องสัญญาณกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.32 เปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลบออกไล่ เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2) กับค่า SNR

จากรูปที่ 4.32 พิจารณากรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) พบว่า การประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีค่า NMSE ที่น้อยกว่าการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วย

อัลกอริทึมแบบคาลแมน ในช่วงที่ SNR มีค่าประมาณ 3-19 dB และสามารถแสดงเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบกับค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนโดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) ดังตารางที่ 4.1

**ตารางที่ 4.1** เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบกับค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

SNR (dB)	0	5	10	15	20
% ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ	-27.63	20.56	36.99	39.90	-7.04

จากตารางที่ 4.1 จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า การประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนจะมีความถูกต้องสูงกว่าการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ SNR มีค่าน้อยกว่า 3 dB และที่ค่า SNR = 20 dB

ในกรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\hat{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) จากรูปที่ 4.32 ทำให้สามารถแสดงเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบกับค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนโดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ดังตารางที่ 4.2

**ตารางที่ 4.2** เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบกับค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2)

SNR (dB)	0	5	10	15	20
% ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณ	0.45	8.60	41.35	25.27	4.02

ช่องสัญญาณ					
------------	--	--	--	--	--

จากตารางที่ 4.2 พบว่า การประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีค่า NMSE ที่น้อยกว่าการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ คาลแมนในช่วงที่ SNR มีค่าประมาณ 0-20 dB

ในส่วนตัวต่อมา เมื่อเปรียบเทียบค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยการใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) กับค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า

- ในกรณีการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ซึ่งเป็นวิธีที่นำเสนอ พบว่า เมื่อ ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้ได้การประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องมากกว่าค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) โดยในตารางที่ 4.3 แสดงเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

**ตารางที่ 4.3** เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่า  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่า  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดในสมการ (4.3.4.1)

SNR (dB)	0	5	10	15	20
อัลกอริทึม NLMS					
% ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ	31.64	22.98	71.58	69.39	21.12

จากตารางที่ 4.3 จะเห็นได้ชัดเจนว่าเมื่อกำหนดให้ค่า  $\bar{g}_1[0]$  มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องมากกว่าการกำหนดค่า  $\bar{g}_1[0]$  ให้มีค่าดังสมการที่

(4.3.4.1) ตลอดช่วงที่ SNR มีค่า 0-20 dB โดยเฉพาะในช่วง SNR มีค่า 10-15 dB จะมีเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณมากที่สุด

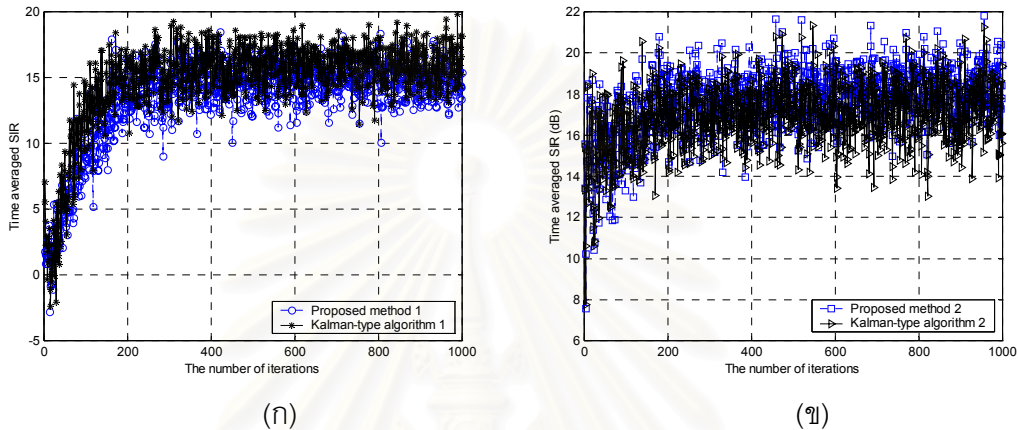
- ในกรณีการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ซึ่งเป็นวิธีอ้างอิง พบว่า เมื่อ ค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้ได้การประมาณช่องสัญญาณที่มีความถูกต้องมากกว่าค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) เช่นเดียวกับกรณีของอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยในตารางที่ 4.4 แสดงเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

**ตารางที่ 4.4** เปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่า  $\hat{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่า  $\hat{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดในสมการ (4.3.4.1)

SNR (dB)	0	5	10	15	20
อัลกอริทึมคาลแมน					
% ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณ	12.36	22.78	69.36	75.38	12.29

จากตารางที่ 4.4 จะเห็นได้ชัดเจนว่าเมื่อกำหนดให้ค่า  $\hat{g}_1[0]$  มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องมากกว่าการกำหนดค่า  $\hat{g}_1[0]$  ให้มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) ตลอดช่วง SNR โดยเฉพาะในช่วง SNR มีค่า 10-15 dB จะมีเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงของค่า NMSE ของการประมาณช่องสัญญาณมากที่สุด เช่นเดียวกับตารางที่ 4.3

#### 4.4.3.3 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณแทรกสอด กับ จำนวนของการทำซ้ำ



**รูปที่ 4.33** เปรียบเทียบค่า SIR ของผู้ใช้คนที่ 1 ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ที่ค่า SNR = 20 dB เมื่อ (ก)  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)  
(ข)  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)

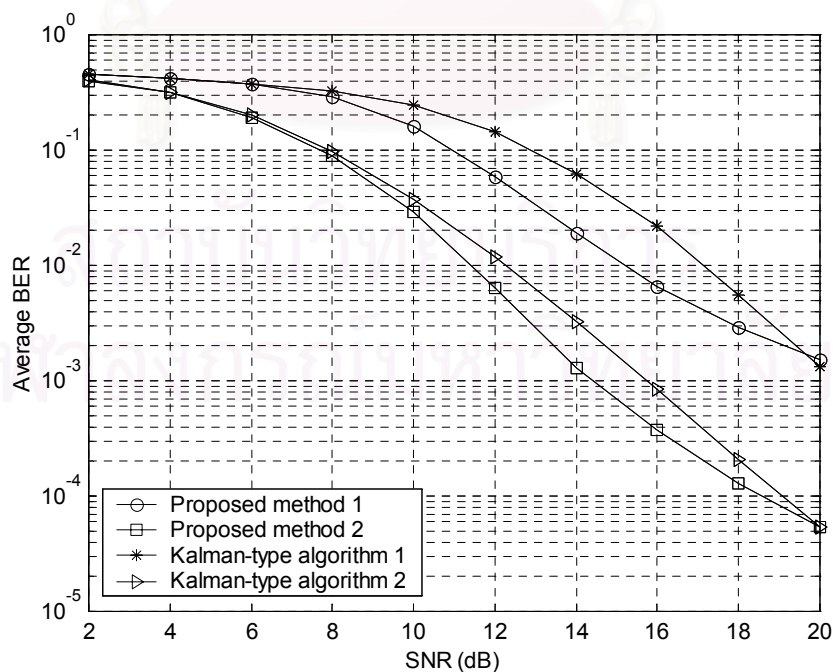
จากรูปที่ 4.33 จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) พบว่า กราฟค่า SIR ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนจะมีการลู่เข้าที่เร็วกว่ากราฟค่า SIR ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS และหลังจากการลู่เข้าแล้ว การประมาณช่องสัญญาณของอัลกอริทึมแบบคาลแมน จะมีค่า SIR ที่สูงกว่า ทั้งนี้เพราะการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบคาลแมนจะมีความถูกต้องสูงกว่า ดังรูปที่ 4.31 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจึงมีประสิทธิภาพสูงกว่าตามไปด้วย ส่งผลให้สามารถจัดการแทรกสอดทั้งจากภายนอกเซลล์และภายในเซลล์ได้ดีกว่า ดังนั้นจึงมีค่า SIR ที่สูงกว่า ในกรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ( $\bar{g}_1[0]$ ) ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า กราฟค่า SIR ของการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีการลู่เข้าที่เร็วพอๆ กัน และหลังจากการลู่เข้าแล้ว การประมาณช่องสัญญาณของอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีค่า SIR ที่



สูงกว่า ทั้งนี้เพราะการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีความถูกต้องสูงกว่าเล็กน้อย ดังรูปที่ 4.31 ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าตามไปด้วย ทำให้สามารถการขจัดการแทรกสอดทั้งจากภายนอกเซลล์และภายในเซลล์ได้ดีกว่า ดังนั้นจึงมีค่า SIR ที่สูงกว่า

และเมื่อเปรียบเทียบค่า SIR ของการประมาณช่องสัญญาณด้วยค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) กับค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่าในกรณีที่ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) จะได้ค่า SIR เริ่มที่ค่าสูงกว่า ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) ประมาณ 8 dB สำหรับการประมาณช่องสัญญาณของอัลกอริทึมแบบ NLMS และอัลกอริทึมแบบคาลแมน ทั้งนี้เพราะค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) จะมีผลทำให้อัลกอริทึมแบบคาลแมนและแบบ NLMS การลู่เข้าที่เร็วและทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องสูงตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำเช่นกัน ส่งผลให้สามารถสร้างดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่มีประสิทธิภาพในการขจัดการแทรกสอดทั้งจากภายนอกเซลล์และภายในเซลล์สูงกว่าอย่างมาก ในทางตรงกันข้ามถ้ากำหนดให้  $\bar{\sigma}_1[0]$  มีค่าสมการที่ (4.3.4.1) จะมีผลทำให้การประมาณช่องสัญญาณในช่วงแรกของการทำซ้ำมีประสิทธิภาพที่ด้อยกว่าอย่างเห็นได้ชัด

#### 4.4.3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน



รูปที่ 4.34 เปรียบเทียบค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง

แบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมโมดไลซ์  
เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2) กับค่า SNR

จากรูปที่ 4.34 พิจารณาในกรณีนี้ที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณถูกกำหนดดัง  
สมการที่ (4.3.4.1) โดยนำผลการจำลองแบบที่ได้ในส่วนนี้มาคำนวณเปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่  
ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบการประมาณ  
ช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ได้ผลดังตารางที่ 4.5

**ตารางที่ 4.5** เปอร์เซนต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอด  
ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ  
คาลแมน โดยใช้  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) ในช่วง SNR มีค่า 10-20 dB

SNR(dB)	10	12	14	16	18	20
% ที่ลดลง ของค่า BER	32.80	59.59	69.26	69.61	48.15	-16.48

จากรูปที่ 4.34 และตารางที่ 4.5 พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบ  
ที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะ  
มีสมรรถนะที่ดีกว่าตั้งแต่ช่วง SNR มีค่าปานกลางจนถึงค่าสูง ยกเว้นที่ SNR = 20 dB ทั้งนี้เพราะ  
จากรูปที่ 4.32 จะเห็นได้ว่าการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ  
NLMS จะมีความถูกต้องสูงกว่าการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน  
ในช่วง SNR มีค่าปานกลางจนกระทั่ง SNR มีค่าสูง

โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ที่ค่า SNR = 20 dB การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วย  
อัลกอริทึมแบบคาลแมนจะมีความถูกต้องสูงกว่าเล็กน้อย มีผลทำให้ได้ค่า BER ที่ต่ำกว่าตามไป  
ด้วย ดังนั้นเปอร์เซนต์ที่ลดลงของค่า BER จึงมีค่าติดลบและส่งผลให้เกิดการตัดกันของ  
เส้นกราฟขึ้น ที่ค่า SNR นี้

และในช่วงที่ SNR มีค่าต่ำพบว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดที่ถูกสร้างขึ้นจากการ  
ประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึมจะมีสมรรถนะใกล้เคียงกันมาก

ในกรณีที่ค่าเริ่มของผลตอบสนองช่องสัญญาณถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เมื่อนำ  
ผลการจำลองแบบที่ได้ในส่วนนี้มาคำนวณเปอร์เซนต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณ

ช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ได้ผลดังตารางที่ 4.6

**ตารางที่ 4.6** เปอร์เซนต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS เทียบการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ในช่วง SNR มีค่า 10-20 dB

SNR(dB)	10	12	14	16	18	20
% ที่ลดลง ของค่า BER	22.88	46.80	61.07	54.84	36.83	0.18

จากรูปที่ 4.34 และตารางที่ 4.6 พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าตั้งแต่ช่วง SNR มีค่าปานกลางจนถึงมีค่าสูง ทั้งนี้เพราะจากรูปที่ 4.32 จะเห็นได้ว่าการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีความถูกต้องสูงกว่าการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนในช่วง SNR ปานกลางจนถึงมีค่าสูง

โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ที่ค่า SNR = 20 dB การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีความถูกต้องที่ใกล้เคียงกันมาก มีผลทำให้ได้ค่า BER ที่ต่ำกว่าตามไปด้วย เส้นกราฟของค่า BER ที่ได้ทั้ง 2 เส้นจึงเกือบจะซ้อนทับ

ส่วนในช่วงที่ SNR มีค่าต่ำพบว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณด้วยอัลกอริทึมทั้ง 2 อัลกอริทึมจะมีสมรรถนะใกล้เคียงกันมาก ซึ่งมีแนวโน้มเหมือนกับในกรณี  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

และเมื่อเปรียบเทียบค่า BER ด้วยค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) กับค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า

- ในกรณีการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ซึ่งเป็นวิธีที่นำเสนอ พบว่า เมื่อ ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่สูงกว่าเมื่อใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) โดยในตารางที่ 4.7 แสดงเปอร์เซนต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS โดย

ใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

**ตารางที่ 4.7** เปรอ์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

SNR(dB)	10	12	14	16	18	20
% ที่ลดลง ของค่า BER	82.19	89.19	93.26	94.84	95.50	96.49

จากรูปที่ 4.34 และตารางที่ 4.7 จะเห็นได้ชัดเจนว่า เมื่อ SNR มีค่าเพิ่มขึ้น เปรอ์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) จะมีค่าเพิ่มมากขึ้น แสดงว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นโดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าการใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) มาก ส่งผลให้มีค่า BER ที่ต่ำกว่ามากด้วยเช่นกัน

- ในกรณีการประมาณช่องสัญญาณของผู้ใช้คนที่ 1 ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน ซึ่งเป็นวิธีอ้างอิง พบว่า เมื่อ ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ทำให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่สูงกว่าการใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) เช่นเดียวกับกรณีของอัลกอริทึมแบบ NLMS โดยในตารางที่ 4.8 แสดงเปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{\sigma}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

**ตารางที่ 4.8** เปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วย อัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)

SNR(dB)	10	12	14	16	18	20
% ที่ลดลง ของค่า BER	84.40	91.79	94.67	96.19	96.30	95.91

จากรูปที่ 4.34 และตารางที่ 4.8 จะเห็นได้ชัดเจนว่า เมื่อ SNR มีค่าเพิ่มขึ้น เปอร์เซ็นต์ของค่า BER ที่ลดลงของการประมาณช่องสัญญาณแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน โดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) เทียบกับค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) จะมีค่าเพิ่มมากขึ้น แสดงว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่มบอดที่ถูกสร้างขึ้นโดยใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าการใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1) มาก ส่งผลให้มีค่า BER ที่ต่ำกว่ามากด้วยเช่นกัน ซึ่งจะได้ผลเช่นเดียวกับการประมาณช่องสัญญาณโดยใช้อัลกอริทึม NLMS ในตารางที่ 4.7

โดยสรุปจากรูปที่ 4.34 และจากตารางที่ 4.3-4.8 พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดโดยใช้อัลกอริทึมแบบคาลแมนในช่วงที่ SNR ปานกลางถึงค่า SNR มีค่าสูง (ประมาณ 6 – 19 dB)

และเมื่อใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.2) ซึ่งเป็นค่าเริ่มต้นที่ดีแล้วจะมีผลทำให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าเมื่อใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ที่ถูกกำหนดดังสมการที่ (4.3.4.1)



4.4.4 เปรียบเทียบความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมโมดไลซ์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยเมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) และ (4.3.4.2)

การคำนวณความซับซ้อนของการประมาณช่องสัญญาณในที่นี่จะพิจารณาจากความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมที่นำมาประยุกต์ใช้ ซึ่งได้คำนวณไว้ในตารางที่ 3.1

สมมติให้  $\mu_1$  ในสมการที่ (3.1.4) มีค่าเท่ากับ 15 และค่า Oversampling ( $p$ ) = 2

4.4.4.1 ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมโมดไลซ์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

เมื่อแทนค่า  $\mu_1$  และค่า  $p$  ที่กำหนดไว้ข้างต้นลงในตารางที่ 3.1 จะได้ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมโมดไลซ์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) ตามตารางที่ 4.9 โดยไม่คิดผลของการคำนวณหาค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$

**ตารางที่ 4.9** ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรวมโมดไลซ์ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

ชนิดของอัลกอริทึม	ความซับซ้อนทางการคำนวณ (ฟลอป/การทำซ้ำ/1 ผู้ใช้)	ความซับซ้อนทางการคำนวณ ตั้งแต่ช่วงแรกของการปรับตัว จนกระทั่งอัลกอริทึมมีการ ลู่เข้า / 1 ผู้ใช้
1. อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 1	6517	651700 (กรณี $a = 0.1$ )



2. อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 2	3816	381600 (กรณี $a = 0.1$ )
3. อัลกอริทึมแบบ NLMS	269	53800 (กรณี $\bar{\mu} = 1$ )

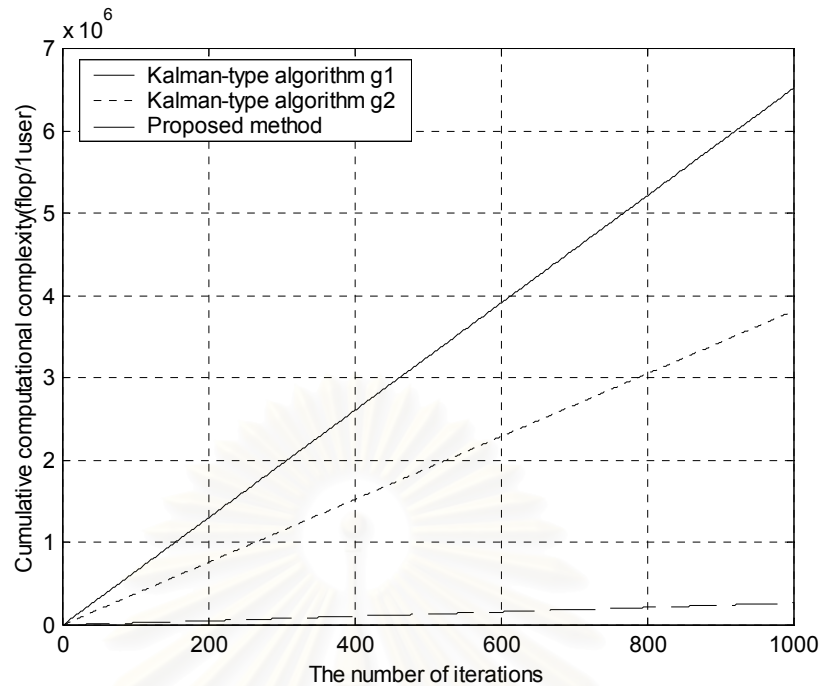
จากตารางที่ 4.9 พบว่า อัลกอริทึมแบบ NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำกว่า อัลกอริทึมแบบ Kalman อย่างเห็นได้ชัด ทั้งกรณีที่คำนวณค่าความซับซ้อนทางการคำนวณต่อการทำซ้ำต่อผู้ใช้ 1 คน และกรณีที่พิจารณาความซับซ้อนทางการคำนวณตั้งแต่ช่วงแรกของการปรับตัวจนกระทั่งอัลกอริทึมมีการลู่เข้าต่อผู้ใช้ 1 คน

ในส่วนของอัลกอริทึมแบบ Kalman พบว่า การจัดกลุ่มของการดำเนินการคูณกันระหว่างเมตริกซ์กับเวกเตอร์ หรือระหว่างเวกเตอร์กับเวกเตอร์ จะมีผลต่อการคำนวณความซับซ้อนด้วยเช่นกัน นอกจากนี้เมื่อคำนวณความซับซ้อนตลอดช่วงการทำซ้ำ 1000 ครั้งของผู้ใช้ 1 คน จะได้ผลการคำนวณดังนี้

โดยกำหนดให้

- ข้อความ Kalman-type algorithm g1 หมายถึง อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 1
- ข้อความ Kalman-type algorithm g2 หมายถึง อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 2
- ข้อความ Proposed method หมายถึง อัลกอริทึมแบบ NLMS

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.35 เปรียบเทียบความซับซ้อนทางการคำนวณของอัลกอริทึมแบบคาลแมน เมื่อมีการจัดกลุ่มที่แตกต่างกัน 2 กลุ่มในสมการที่ (3.3.25) และอัลกอริทึมแบบ NLMS

จากรูปจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าอัลกอริทึมแบบ NLMS มีความซับซ้อนทางการคำนวณที่ต่ำกว่าอัลกอริทึมแบบ Kalman อย่างเห็นได้ชัด โดยที่การทำซ้ำที่ 1000 จะมีความซับซ้อนทางการคำนวณสะสมเท่ากับ  $2.69 \times 10^5$  ฟลอปต่อผู้ใช้ 1 คน ในส่วนของอัลกอริทึมแบบ Kalman พบว่าการจัดกลุ่มของการดำเนินการคูณกันระหว่างเมตริกซ์กับเวกเตอร์ หรือระหว่างเวกเตอร์กับเวกเตอร์ จะมีผลต่อการคำนวณความซับซ้อน คือ เมื่อมีการจัดกลุ่มแบบที่ 1 จะมีความซับซ้อนทางการคำนวณสะสมเท่ากับ  $6.517 \times 10^6$  ฟลอปต่อผู้ใช้ 1 คน และเมื่อมีการจัดกลุ่มแบบที่ 2 จะมีความซับซ้อนทางการคำนวณสะสมเท่ากับ  $3.816 \times 10^6$  ฟลอปต่อผู้ใช้ 1 คน

#### 4.4.4.2 ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ $\bar{g}_1[0]$ มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)

ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดเมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2) จะมีค่าเช่นเดียวกับที่คำนวณในตารางที่ 4.9 (ในกรณีที่คำนวณความซับซ้อนต่อการทำซ้ำ 1 ครั้ง) แต่จะมีค่าที่แตกต่างกันในกรณีที่พิจารณาความซับซ้อนทางการคำนวณตั้งแต่ช่วงแรกของการปรับตัวจนกระทั่งอัลกอริทึมมีการลู่เข้าต่อผู้ใช้ 1 คนดังตารางที่ 4.10

**ตารางที่ 4.10** ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด  
 ที่ถูกนอร์มอลไลซ์ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด  
 เมื่อ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2)

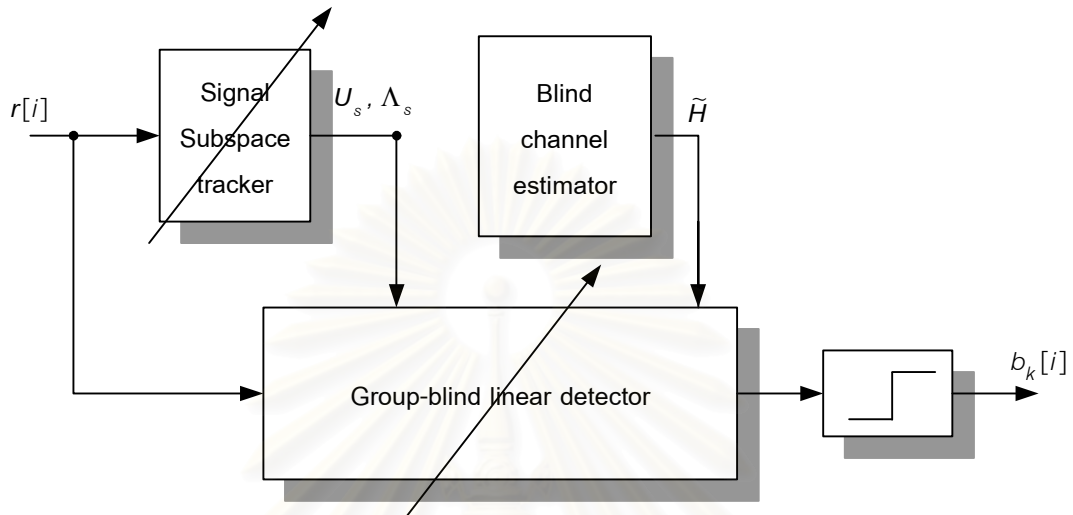
ชนิดของอัลกอริทึม	ความซับซ้อนทางการคำนวณตั้งแต่ช่วงแรกของการปรับตัว จนกระทั่งอัลกอริทึมมีการลู่เข้า / 1 ผู้ใช้
1. อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 1	65170 (กรณี $a = 0.1$ )
2. อัลกอริทึมแบบ Kalman โดยสมการที่ (3.3.25) ใช้การจัดกลุ่มแบบที่ 2	38160 (กรณี $a = 0.1$ )
3. อัลกอริทึมแบบ NLMS	2690 (กรณี $\bar{\mu} = 1$ )

จากตารางที่ 4.10 พบว่า เมื่อเลือกใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  จากสมการที่ (4.3.4.2) มีผลทำให้  
 อัลกอริทึมลู่เข้าเร็ว ดังนั้น ความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมกำลังสองเฉลี่ย  
 น้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ที่ใช้การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด จึงมีค่าน้อยกว่าเมื่อ  
 เปรียบเทียบกับตารางที่ 4.9

นอกจากนี้ยังมีข้อแตกต่างกันตรงที่ต้องมีการคำนวณหาค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ก่อนจะทำการ  
 ดีเทกต์บิตข้อมูล ด้วยวิธีการแยกองค์ประกอบเจาะจง (EVD) ซึ่งมีค่าความซับซ้อนทางการ  
 คำนวณในระดับ  $O((p\mu_1)^3)$  แต่ความซับซ้อนในส่วนนี้ไม่มีผลต่อการคำนวณในส่วนของการ  
 ประมาณช่องสัญญาณ จึงสามารถคิดเสมือนว่าเป็นการหาค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  ทั่วไปค่าหนึ่ง  
 เช่นเดียวกับ  $\bar{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) นั่นเอง

จากการจำลองระบบข้างต้นในหัวข้อที่ 4.4.2 ที่ใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  มีค่าดังสมการที่  
 (4.3.4.2) โดยเฉพาะในส่วนของ การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ  
 NLMS พบว่า เมื่อค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ ทำให้ได้การประมาณ  
 ช่องสัญญาณมีความถูกต้องสูง และส่งผลให้สามารถสร้างดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิด  
 ผลรูปแบบที่ 2 ที่มีประสิทธิภาพสูง ซึ่งการที่ค่า  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ ทำให้พิจารณาได้ว่าผล  
 ตอบสนองของช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากในแต่ละช่วงเวลา จากความสัมพันธ์ของค่า  
 $\bar{\mu}$  ข้างต้นจึงนำไปสู่การพัฒนาเครื่องรับที่ไม่มีการอัปเดตเมตริกซ์ช่องสัญญาณหรือกล่าวได้ว่า

เมตริกซ์ช่องสัญญาณ ( $\tilde{H}$ ) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยโครงสร้างเครื่องรับรูปแบบใหม่แสดงดังรูปที่ 4.36



รูปที่ 4.36 โครงสร้างเครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบใหม่

ซึ่งเครื่องรับนี้จะมีหลักการทำงานเช่นเดียวกับเครื่องรับในรูปที่ 2.2 แต่จะต่างกันที่บล็อกของการประมาณช่องสัญญาณเท่านั้น โดยในส่วนของ การประมาณช่องสัญญาณของเครื่องรับที่ปรับตัวได้แบบใหม่นี้ จะใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณของผู้ใช้ทุกคนภายในเซลล์มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2) มาคำนวณเวกเตอร์สัญญาณรวม (Composite signature vector:  $\bar{h}$ ) แล้วจึงสร้างเมตริกซ์ช่องสัญญาณสำหรับผู้ใช้ในการอยู่ในเซลล์ ( $\tilde{H}$ ) ซึ่งได้กล่าวถึงรายละเอียดของการสร้างเมตริกซ์ช่องสัญญาณ  $\tilde{H}$  ในหัวข้อที่ 2.5 เมตริกซ์ช่องสัญญาณนี้ถูกคงค่าไว้ตลอดช่วงการส่งสัญญาณข้อมูล ส่วนตัวติดตามปริภูมิย่อยของสัญญาณ (Subspace tracker) จะมีการทำงานในรูปแบบที่ปรับตัวได้เช่นเดียวกับเครื่องรับในรูปที่ 2.2 ดังนั้นเครื่องรับแบบใหม่นี้จะทำงานได้ดีเฉพาะในสภาพแวดล้อมคงที่หรือช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงช้าๆ เท่านั้น

สมรรถนะของเครื่องรับแบบใหม่นี้ทั้งในแง่ BER และ SIR จะเหมือนกับกรณีการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS ที่ใช้ค่าเริ่มต้น  $\bar{g}_1[0]$  มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.2) โดยค่าคงที่การปรับตัวได้  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ เช่น  $\bar{\mu} = 0.00002$  เป็นต้น

## บทที่ 5

### บทสรุป

รายละเอียดในบทนี้จะเป็นการสรุปผลการวิจัยที่ได้ในบทที่ 4 ซึ่งแบ่งออก 2 ส่วนโดยใน ส่วนแรกเป็นการสรุปผลที่ได้ของการปรับค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเริ่มของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ความ ผิดพลาดของผลตอบสนองช่องสัญญาณ ( $K[0] = a^*$ ) ของอัลกอริทึมแบบคาลแมนและค่าคงที่ การปรับตัวได้ (Adaptation constant:  $\bar{\mu}$ ) ของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูก นอร์มอลไลซ์ และในส่วนของที่สองเป็นการเปรียบเทียบการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนซึ่งเป็นวิธีการอ้างอิงกับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ด้วยอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ซึ่งเป็นวิธีการที่น่าเสนอ ด้วยค่า พารามิเตอร์ที่ถูกปรับให้มีค่าเหมาะสมในส่วนแรก

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

##### 5.1.1 ผลการปรับค่าพารามิเตอร์ของทั้งอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึม แบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกนอร์มอลไลซ์ที่ใช้ในการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่อง แบบบอด

ในการปรับค่าพารามิเตอร์ให้มีค่าที่เหมาะสม จะพิจารณาจากเงื่อนไขดังต่อไปนี้

- ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสอง (MSE) ของอัลกอริทึมกับ จำนวนของการทำซ้ำ เป็นเครื่องบ่งบอกถึงพฤติกรรมการลู่เข้าและความมีเสถียรภาพหลังจาก การลู่เข้าของอัลกอริทึม
- ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกนอร์มอลไลซ์ (NMSE) ของการประมาณช่องสัญญาณทั้งกับจำนวนของการทำซ้ำและที่ SNR ค่าต่างๆ เป็น เครื่องบ่งบอกถึงพฤติกรรมการปรับตัวของผลตอบสนองช่องสัญญาณที่ถูกอัปเดตใน แต่ละช่วงเวลาและความถูกต้องของการประมาณช่องสัญญาณ
- ลักษณะของกลุ่มสัญญาณข้อมูลที่ดีที่เทกต์บิตข้อมูลจากดีเทกเตอร์ ค่า SIR และ ค่า BER เป็นเครื่องวัดสมรรถนะของเครื่องรับที่ถูกสร้างของขึ้นจากการประมาณช่อง สัญญาณในแต่ละช่วงเวลา

ผลสรุปส่วนนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน โดยใช้ค่าเริ่มค่าของผลตอบสนองช่องสัญญาณเป็นเกณฑ์ การแบ่งดังนี้

1. ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณมีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1)

- การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกำหนดให้ ค่าเริ่มของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ความผิดพลาดของผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $K[0] = 0.1 \cdot I$  นั่นคือ ค่าคงที่  $a = 0.1$  (เปรียบเทียบกับค่าคงที่  $a$  ที่เหลืออีก 3 ค่า)
- การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกำหนดให้ ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\mu = 1$  (เปรียบเทียบกับค่าคงที่  $\mu$  ที่เหลืออีก 3 ค่า)

2. ค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณ ดังสมการที่ (4.3.4.2)

- การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกำหนดให้ ค่าเริ่มของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ความผิดพลาดของผลตอบสนองของช่องสัญญาณ  $K[0] = 0.1000 \cdot I$  นั่นคือ ค่าคงที่  $a = 0.0001$  (เปรียบเทียบกับค่าคงที่  $a$  ที่เหลืออีก 2 ค่า)
- การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกำหนดให้ ค่าคงที่การปรับตัวได้  $\mu = 0.00002$  (เปรียบเทียบกับค่าคงที่  $\mu$  ที่เหลืออีก 2 ค่า)

### 5.1.2 ผลของการเปรียบเทียบการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกรบกวนมอลไลซ์

ในการเปรียบเทียบนี้จะพิจารณาจากผลสรุปของการปรับค่าเริ่มต้น  $K[0]$  และ  $\mu$  ของทั้งอัลกอริทึมแบบคาลแมนและอัลกอริทึมแบบ NLMS ในหัวข้อที่ 5.1 ผลสรุปส่วนนี้จะแบ่งออกเป็น ส่วน 2 โดยใช้ค่าเริ่มค่าของผลตอบสนองของช่องสัญญาณเป็นเกณฑ์การแบ่ง เช่นกัน ดังนี้

- พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองที่ถูกรบกวนมอลไลซ์ (NMSE) ของการประมาณช่องสัญญาณทั้งกับจำนวนของการทำซ้ำและที่ SNR ค่าต่างๆ พบว่า

- กรณีค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองของช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.3.4.1) การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าในช่วง SNR มีค่าประมาณ 3-19 dB เพราะมีความผิดพลาดจากการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณเกิดขึ้นน้อยกว่าการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน แต่เมื่อ SNR มีค่า 20



dB การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมทั้ง 2 จะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน โดยการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมน จะให้ผลดีกว่าเล็กน้อย

- กรณีค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.3.4.2) การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าในช่วง SNR ที่มีค่า 0-20 dB

- **พิจารณาค่า SIR ที่ค่า  $SNR = 20$  dB**

- กรณีค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.3.4.1) พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมคาลแมนมีประสิทธิภาพในการจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ดีกว่า เพราะมีการประมาณช่องสัญญาณที่ถูกต้องมากกว่า จึงทำให้ได้ค่า SIR ที่สูงกว่า
- กรณีค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมคาลแมนและอัลกอริทึมแบบ NLMS มีประสิทธิภาพในการจัดการแทรกสอดทั้งจากภายในเซลล์และภายนอกเซลล์ดีใกล้เคียงกัน จึงทำให้ได้ SIR มีค่าสูงใกล้เคียงกันด้วย

- **พิจารณาค่า Average BER**

- กรณีค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.3.4.1) พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมคาลแมนในช่วงที่ SNR มีค่าประมาณ 6-19 dB ซึ่งเป็นผลมาจากการประมาณช่องสัญญาณในช่วง SNR ดังกล่าวมีความถูกต้องมากกว่า แต่เมื่อ SNR มีค่า 20 dB การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมทั้ง 2 จะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน โดยการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมคาลแมนจะให้ผลดีกว่าเล็กน้อย จึงทำให้ได้ค่า BER ที่ต่ำกว่าเล็กน้อย
- กรณีค่าเริ่มต้นของผลตอบสนองช่องสัญญาณดังสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ถูกสร้างขึ้นจากการ

ประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS จะมีสมรรถนะที่ดีกว่าในช่วงที่ SNR มีค่าประมาณ 6-20 dB ซึ่งเป็นผลมาจากการประมาณช่องสัญญาณในช่วง SNR ดังกล่าวมีความถูกต้องมากกว่า แต่ในช่วง SNR มีค่าสูงพบว่าการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมทั้ง 2 จะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน จึงทำให้ได้ค่า BER ที่ต่ำใกล้เคียงกัน

### 5.1.3 ผลของการเปรียบเทียบการใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.1) กับสมการที่ (4.3.4.2)

การประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนและแบบ NLMS โดยใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) พบว่า จะทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องมากกว่าการใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.1) เพราะการใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) จะทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้องสูงตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำ ส่งผลให้ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดที่ถูกสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงตั้งแต่ช่วงแรกของการทำซ้ำด้วยเช่นกัน

- พิจารณาได้จากค่า SIR เริ่มต้นของดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดที่ใช้การที่ใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) มีค่าประมาณ 8 dB แต่เมื่อใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.1) จะมีค่า SIR ประมาณ 0 dB
- พิจารณาในแง่ BER ที่ค่า SNR = 20 dB พบว่า ดีเทกเตอร์เชิงเส้นแบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 โดยใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) จะมีค่า Average BER =  $5.4167 \times 10^{-5}$  และ  $5.4233 \times 10^{-5}$  สำหรับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบ NLMS และแบบคาลแมน ตามลำดับ ซึ่งมีค่าต่ำกว่าดีเทกเตอร์แบบกลุ่ม-บอดชนิดผสมรูปแบบที่ 2 ที่ใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.1) ซึ่งมีค่า Average BER =  $1.5442 \times 10^{-3}$  และ  $1.3268 \times 10^{-3}$  อย่างเห็นได้ชัด

การใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) ต้องมีการคำนวณค่าด้วยวิธีการแยกองค์ประกอบเจาะจง (EVD) ดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 4.4.4.2 ซึ่งต้องคำนวณค่าก่อนจะทำการดีเทกต์บิตข้อมูล จึงสามารถคิดเสมือนว่าเป็นการหาค่าเริ่มต้น  $\hat{g}_1[0]$  ทัวไปค่าหนึ่งเช่นเดียวกับ  $\hat{g}_1[0]$  ที่มีค่าดังสมการที่ (4.3.4.1) นั่นเอง

จากข้อดีของค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) เมื่อนำมาใช้งานรวมกับการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึม NLMS พบว่า ค่าคงที่การปรับตัว

ได้  $\bar{\mu}$  ควรมีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ จึงทำให้การประมาณช่องสัญญาณมีความถูกต้อง ซึ่งการที่ค่า  $\bar{\mu}$  มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ ทำให้สามารถพิจารณาได้ว่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากในแต่ละช่วงเวลา และนำไปสู่การพัฒนาเครื่องรับที่ไม่มีการอัปเดตเมตริกซ์ของสัญญาณหรือกล่าวได้ว่าเมตริกซ์ของสัญญาณไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา จึงเป็นการลดลงความซับซ้อนในส่วนของการประมาณช่องสัญญาณลงได้ แต่เครื่องรับรูปแบบใหม่นี้จะทำงานได้ดีในสภาพแวดล้อมที่คงที่หรือมีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ เท่านั้น

## 5.2 ความซับซ้อนของวิธีการที่นำเสนอ

จากการคำนวณความซับซ้อนของอัลกอริทึมแบบกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุดที่ถูกลดรูปมอดไลต์เมื่อนำมาประยุกต์ใช้ร่วมการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอด ดังตารางที่ 3.1 และตารางที่ 4.7 จะเห็นได้ว่า วิธีการที่นำเสนอมีความซับซ้อนที่ต่ำกว่าการประมาณช่องสัญญาณต่อเนื่องแบบบอดด้วยอัลกอริทึมแบบคาลแมนอย่างมาก ดังนั้นจึงไม่มีความยุ่งยากต่อการนำไปใช้งาน

ในส่วนของเครื่องรับที่ปรับตัวได้รูปแบบใหม่ จะลดความซับซ้อนในส่วนของการประมาณช่องสัญญาณลงไป แต่ต้องใช้ค่าเริ่มต้นผลตอบสนองของช่องสัญญาณในสมการที่ (4.3.4.2) มาทำการคำนวณหาเมตริกซ์ของช่องสัญญาณและค่าคงไว้เสมือนเป็นค่าคง ตลอดช่วงการส่งข้อมูลที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงทางพลวัตเกิดขึ้น

## 5.3 ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในอนาคต

สำหรับงานที่ควรได้รับการศึกษาหรือพัฒนาต่อไปจากงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คือ

1. ศึกษาสมรรถนะของเครื่องรับมัลติยูสเซอร์เชิงเส้น Space-time ที่ปรับตัวได้แบบบอด โดยใช้วิธีการประมาณที่นำเสนอในงานวิทยานิพนธ์นี้
2. ศึกษาผลของการประมาณช่องสัญญาณที่นำเสนอในสถานะที่เฟดดิ้งมีการเปลี่ยนแปลงเร็วขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

1. T. Ojanpera and R. Prasad. Wideband CDMA for Third Generation Mobile Communications. London: Artech House, 1998.
2. W. C. Y. Lee. Overview of Cellular CDMA. IEEE Transactions on Vehicular Technology. Vol. 40, No. 2 (May 1991) : 291-302.
3. K. S. Gilhousen, I. M. Jacobs, R. Padovani, A. J. Viterbi, 2. K. S. Gilhousen, I. M. Jacobs, R. Padovani, A. J. Viterbi, L. A. Weaver and C. E. Wheatley III. On the Capacity of a Cellular CDMA System. IEEE Transactions on Vehicular Technology. Vol. 40, No. 2 (May 1991) : 303-311.
4. S. Verdu. Multiuser Detection : Cambridge University Press, 1998.
5. R. Lupas and S. Verdu. Linear Multiuser Detectors for Synchronous Code-Division Multiple-Access Channels. IEEE Transactions on Information Theory. Vol. 35 No. 1 (January 1989) : 123-136.
6. R. Lupas and S. Verdu. Near-Far Resistance of Multiuser Detectors in Asynchronous Code Division Multiple Access Communications. IEEE Transactions on Communications. Vol. 38 No. 4 (April 1990) : 496-508.
7. Z. Xie, R. T. Short and C. K. Rushforth. A family of Suboptimum Detectors for Coherent Multi-User Communications. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 8, No. 4 (May 1990) : 683-690.
8. A. D. Hallen, J. Holtzman and Z. Zvonar. Multiuser Detection for CDMA Systems. IEEE Personal Communications. Vol. 2, No. 2 (April 1995) : 46-58.
9. M. K. Varanasi and B. Aazhang. Multistage Detection in Asynchronous Code-Division Multiple-Access Communications. IEEE Transactions on Communications. Vol. 38, No. 4 (April 1990) : 509-519.
10. D. S. Chen and S. Roy. An Adaptive Multiuser Receiver for CDMA Systems. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 12, No. 5 (June 1994) : 808-816.
11. U. Mitra and H. V. Poor. Analysis of an Adaptive Decorrelating Detector for Synchronous CDMA Channels. IEEE Transactions on Communications. Vol. 44, No. 2 (February 1996) : 257-268.

12. U. Madhow and M. Honig. MMSE Interference Suppression for Direct-Sequence Spread-Spectrum CDMA. IEEE Transactions on Communications. Vol. 42, No. 12 (December 1994) : 3178-3188.
13. S. L. Miller . An Adaptive Direct-Sequence Code-Division Multiple-Access Receiver for Multiuser Interference Rejection. IEEE Transactions on Communications. Vol. 43, No. 2/3/4 (February/March/April 1995) : 1746-1755.
14. P. B. Rapajic and B. S. Vucetic. Adaptive Receiver Structures for Asynchronous CDMA Systems. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 12, No. 4 (May 1994) : 685-697.
15. M. Abdulrahman, A. U. H. Sheikh and D. D. Falconer. Decision Feedback Equalization for CDMA in Indoor Wireless Communications. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 12, No. 4 (May 1994) : 698-706.
16. M. Honig, U. Madhow and S. Verdu . Blind Adaptive Multiuser Detection. IEEE Transactions on Information Theory. Vol. 41, No. 4 (July 1995) : 944-960.
17. U. Madhow. Blind Adaptive Interference Suppression for Direct-sequence CDMA. Proceeding of The IEEE. Vol. 86, No. 10 (October 1998) : 2049-2069.
18. X. Wang and H. V. Poor. Blind Multiuser Detection: A Subspace Approach. IEEE Transactions on Information Theory. Vol. 44, No. 2 (March 1998) : 677-690.
19. X. Wang and H. V. Poor. Blind Equalization and Multiuser Detection in Dispersive CDMA Channels. IEEE Transactions on Communications. Vol. 46, No. 1 (January 1998) : 91-103.
20. X. Wang and A. Host-Madsen. Group-Blind Multituser Detection for Uplink CDMA. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 17, No. 11 (November 1999) : 1971-1984.
21. A. Host-Madsen and K. S. Cho. MMSE/PIC Multi-user Detection for DS/CDMA Systems with Inter- and Intra-Interference. IEEE Transactions on Communications. Vol. 47, No. 2 (February 1999) : 291-299.
22. X. Wang and H. V. Poor. Blind Joint Equalization and Multiuser Detection for DS-CDMA in Unknown Correlated Noise . IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing. Vol. 46, No. 7 (July 1999) : 886-892.



23. S. E. Bensley and B. Aazhang. Subspace-Based Channel Estimation for Code Division Multiple Access Communication Systems. IEEE Transactions on Communications. Vol. 44, No.8 (August 1996) : 1009-1019.
24. M. Torlak and G. Xu. Blind Multiuser Channel Estimation in Asynchronous CDMA systems. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol.45, No.1 (January 1997) : 137-147
25. X. Wang and H. V. Poor. Blind Adaptive Joint Suppression of MAI and ISI in Dispersive CDMA Channels. Proc. Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Vol. 2 (November 1997) : 1013-1017.
26. Y-H. Chen and C-T. Chiang. Kalman-based Estimators for DOA Estimations. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 42, No. 12 (December 1994) : 3543-3547.
27. S. Haykin. Adaptive filter theory. Englewood Cliffs. NJ : Prentice-Hall, 1991.
28. J-C. Yu, A. Host-Madsen and X. Wang . Subspace Tracking for Group-Blind Multiuser Detections in Asynchronous DS-CDMA Systems. Proc. IEEE Vehicular Technology Conference. (VTC-2000-spring) Tokyo. (May2000) : 1130-1134.
29. D. Reynolds and X. Wang. Adaptive Group-Blind Multiuser Detection Based on a New Subspace Tracking Algorithm. IEEE Transactions on Communications. Vol.49, No. 7 (July 2001) : 1135-1141
30. D. Reynolds, X. Wang and H. V. Poor. Blind Adaptive Space-Time Multiuser Detection with Multiple Transmitter and Receiver Antennas. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 50, No. 6 (June 2002) : 1261-1276.
31. Y-H. Chen and C-T. Chiang. On the Inflation Method in Adaptive Noise-Subspace Estimator. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 47, No. 4 (April 1999) : 1125-1129.
32. M. G. Larimore and R. J. Clavert. Convergence Studies of Thompson's Unbiased Adaptive Spectral Estimator. Proc. Asilomar Conference Circuits, Systems, and Computers. (1982) : 258-262.
33. S. Haykin. Adaptive filter theory. 3 rd ed. Englewood Cliffs. NJ : Prentice-Hall, 1996.
34. D. Slock. On the Convergence Behavior of the LMS and the Normalized LMS Algorithms. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 41, No. 9 (September



- 1993) : 2811-2825.
35. B. Sklar. Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems-Part I: Characterization. IEEE Communications Magazine. Vol. 35 (September 1997) : 136-146.
  36. B. Yang. Projection approximation subspace tracking. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 44, (January 1995): 95-107.
  37. D. J. Rabideau. Fast, Rank Adaptive Subspace Tracking and Applications. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 44, No. 9 (September 1996) : 2229-2244.
  38. P. Pango and B. Champagne. Accurate Subspace Tracking Algorithms based on Cross-Space Properties. Proc IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Processing. (1997) : 3833-3836.
  39. P. Comom and G. H. Golub. Tracking a Few Extreme Singular Values and Vectors in Signal Processing. Proceeding of The IEEE. Vol. 78, No. 8 (August 1990) : 1327-1343.
  40. Y. Song and S. Roy. Blind adaptive reduced-rank detection for DS-CDMA signals in multipath channels. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. Vol. 17, No. 11 (November 1999) : 1960-1970.
  41. J. Yu and A. Host-Madsen. Subspace Tracking for Group-Blind Multiuser Detectors. Proceeding of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC99). (May 1999) : 1042-1046.
  42. I. Karasalo. Estimating the Covariance Matrix by Signal Subspace Averaging. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Vol. ASSP-34 (February) : 8-12.
  43. G. H. Golub and C. F. Van Loan. Matrix Computations. 1 st ed. Baltimore, MD : The Johns Hopkins University Press, 1983.
  44. Y-H. Chen and C-T. Chiang. Adaptive Beamforming Using the Constrained Kalman Filter. IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Vol. 41, No. 11 (November 1993) : 1576-1580.
  45. S.Tan-a-ram and W. Benjapolakul. Blind Channel Estimation Using a Stabilized Fast Transversal Filter Algorithm for Adaptive Group-Blind Multiuser Detector.

Proceeding of The Second International Symposium on Communcations and Information Technology (ISCIT2002). (October 2002) : 309-312.

46. Z. Xu and M. K. Tsatsanis. Blind Channel Estimation for Long Code Multiuser CDMA Systems. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 48, No. 4 (April 2000) : 988-1000.
47. Z. Xu . Asymtotically Near-Optimal Blind Estimation of Multipath CDMA Channels. IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 49, No. 9 (September 2001) : 2003-2017.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หลักการคำนวณความซับซ้อนของการดำเนินการด้วยเมตริกซ์และเวกเตอร์ แบ่งได้ 6 กรณี ดังนี้

กรณี 1. เมตริกซ์จัตุรัสคูณด้วยเวกเตอร์ = เวกเตอร์

กำหนดให้

$A$  คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ  $A \times A$

$b$  และ  $c$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $A \times 1$

ดังนั้น

$$A \cdot b = c$$

แทนด้วย

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1A} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{A1} & a_{A2} & \cdots & a_{AA} \end{bmatrix}_{A \times A} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_A \end{bmatrix}_{A \times 1} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_A \end{bmatrix}_{A \times 1}$$

พิจารณาพจน์

$$c_1 = a_{11} \cdot b_1 + a_{12} \cdot b_2 + \cdots + a_{1A} \cdot b_A \quad (1)$$

พบว่าการดำเนินการดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $A$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $A-1$  ครั้ง

เวกเตอร์  $c$  มีการดำเนินการสมการที่ (1) ทั้งหมด  $A$  ค่า ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $A^2$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(A-1) \cdot A$  ครั้ง

ดังนั้นเวกเตอร์  $c$  มีการดำเนินการทั้งหมด  $2A^2 - A$  ครั้งต่อการทำซ้ำ

กรณี 2. เมตริกซ์สี่เหลี่ยมผืนผ้าคูณด้วยเวกเตอร์ = เวกเตอร์

กำหนดให้

$A$  คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ  $B \times A$

$b$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $A \times 1$

$c$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $B \times 1$

ดังนั้น

$$A \cdot b = c$$

แทนด้วย

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1A} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{B1} & a_{B2} & \cdots & a_{BA} \end{bmatrix}_{B \times A} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_A \end{bmatrix}_{A \times 1} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_A \end{bmatrix}_{B \times 1}$$

พิจารณาพจน์

$$c_1 = a_{11} \cdot b_1 + a_{12} \cdot b_2 + \cdots + a_{1A} \cdot b_A \quad (2)$$

พบว่า การดำเนินการดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $A$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $A-1$  ครั้ง

เวกเตอร์  $c$  มีการดำเนินการสมการที่ (2) ทั้งหมด  $B$  ค่า ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $AB$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(A-1) \cdot B$  ครั้ง

ดังนั้นเวกเตอร์  $c$  มีการดำเนินการทั้งหมด  $2AB - B$  ครั้งต่อการทำซ้ำ

**กรณี 3.** เมตริกซ์ผืนผ้าคูณเมตริกซ์ผืนผ้า = เมตริกซ์จัตุรัส

กำหนดให้

$A$  คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ  $B \times A$

$B$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $A \times B$

$C$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $B \times B$

ดังนั้น

$$A \cdot B = C$$

แทนด้วย

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1A} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{B1} & a_{B2} & \cdots & a_{BA} \end{bmatrix}_{B \times A} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1B} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{A1} & b_{A2} & \cdots & b_{AB} \end{bmatrix}_{A \times B} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1B} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{B1} & c_{B2} & \cdots & c_{BB} \end{bmatrix}_{B \times B}$$

พิจารณาพจน์

$$c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + \dots + a_{1A} \cdot b_{A1} \quad (3)$$

พบว่า การดำเนินการดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $A$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $A-1$  ครั้ง

เมตริกซ์  $C$  มีการดำเนินการสมการที่ (3) ทั้งหมด  $B^2$  ค่า ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $AB^2$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $(A-1)B^2$  ครั้ง

ดังนั้นเมตริกซ์  $C$  มีการดำเนินการทั้งหมด  $2AB^2 - B^2$  ครั้งต่อการทำซ้ำ

**กรณี 4.** เวกเตอร์คูณเวกเตอร์ (inner product) = สเกลาร์

กำหนดให้

$a$  และ  $b$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $A \times 1$

$c$  คือ ค่าสเกลาร์

ดังนั้น

$$a^H b = c$$

แทนด้วย

$$\begin{bmatrix} a_1^* & a_2^* & \dots & a_A^* \end{bmatrix}_{1 \times A} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_A \end{bmatrix}_{A \times 1} = [c]_{1 \times 1}$$

**พิจารณาพจน์**

$$c = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_A \cdot b_A \quad (4)$$

สเกลาร์  $c$  มีการดำเนินการทั้งหมดดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $A$  ครั้ง
- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $A-1$  ครั้ง

ดังนั้นสเกลาร์  $c$  มีการดำเนินการทั้งหมด  $2A-1$  ครั้งต่อการทำซ้ำ

**กรณี 5.** เวกเตอร์คูณเวกเตอร์ = เมตริกซ์



กำหนดให้

$a$  และ  $b$  คือ เวกเตอร์ที่มีขนาด  $A \times 1$

$C$  คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ  $A \times A$

ดังนั้น

$$a \cdot b^H = C$$

แทนด้วย

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_A \end{bmatrix}_{A \times 1} \cdot [b_1^* \ b_2^* \ \cdots \ b_A^*]_{1 \times A} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1A} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{A1} & c_{A2} & \cdots & c_{AA} \end{bmatrix}_{A \times A}$$

พิจารณาพจน์

$$c_{11} = a_1 \cdot b_1 \quad (5)$$

พบว่า การดำเนินการดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง

เมตริกซ์  $C$  มีการดำเนินการสมการที่ (5) ทั้งหมด  $A^2$  ค่า ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

- การคูณเชิงซ้อนจำนวน  $A^2$  ครั้ง

ดังนั้นเมตริกซ์  $C$  มีการดำเนินการทั้งหมด  $A^2$  ครั้งต่อการทำซ้ำ

**กรณี 6.** เมตริกซ์บวกเมตริกซ์ = เมตริกซ์

กำหนดให้

$A, B$  และ  $C$  คือ เมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติ  $A \times A$

ดังนั้น

$$A + B = C$$

แทนด้วย

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1A} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{A1} & a_{A2} & \cdots & a_{AA} \end{bmatrix}_{AXA} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1A} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{A1} & b_{A2} & \cdots & b_{AA} \end{bmatrix}_{AXA} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1A} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2A} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{A1} & c_{A2} & \cdots & c_{AA} \end{bmatrix}_{AXA}$$

### พิจารณาพจน์

$$c_{11} = a_{11} + b_{11} \quad (6)$$

พบว่าการดำเนินการดังนี้

- การบวกเชิงซ้อนจำนวน 1 ครั้ง

เมตริกซ์  $C$  มีการดำเนินการสมการที่ (6) ทั้งหมด  $A^2$  ค่า ซึ่งแบ่งได้ดังนี้

- การบวกเชิงซ้อนจำนวน  $A^2$  ครั้ง

ดังนั้นเมตริกซ์  $C$  มีการดำเนินการทั้งหมด  $A^2$  ครั้งต่อการทำซ้ำ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทความทางวิชาการที่ได้รับการเผยแพร่แล้ว

บทความทางวิชาการจากงานประชุมทางวิชาการ The Second International Symposium on Communications and Information Technology (ISCIT 2002) ซึ่งจัดขึ้นระหว่างวันที่ 23 - 25 ตุลาคม พ.ศ. 2545 ที่ Central Hotels&Resorts, พัทยา, ชลบุรี, ประเทศไทย



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# Blind Channel Estimation Using a Stabilized Fast Transversal Filter Algorithm for Adaptive Group-Blind Multiuser Detector

Surapol Tan-a-ram and Watit Benjapolakul

Department of Electrical Engineering, Chulalongkorn University,  
Phayathai Road, Pathumwan, Bangkok 10330, Thailand  
Phone: +66-2218-6902, Fax: +66-2218-6912, E-mail: watit@ee.eng.chula.ac.th

## Abstract

The objective of this article is to apply a Stabilized fast transversal filter (SFTF) algorithm for the blind channel estimation to the technique developed by Wang and Poor instead of Kalman tracking to reduce the complexity of the blind channel estimation. This applied algorithm can produce estimates of the composite signature waveforms of the known user without estimation of a noise subspace for the blind channel estimation as Kalman tracking needs. This new method is called SFTF tracking. The simulation results show that the performance of the proposed method outperforms that of Kalman tracking.

## 1. Introduction

Considerable recent researches in the field of multiuser detection [1] have been focused on adaptive multiuser detection. In particular, blind multiuser detection using subspace techniques was first developed in depth by Wang and Poor [2, 3]. Such techniques were appropriate for downlink environments where only the desired user's code is available. More recently, these subspace techniques were extended by Wang and Høst-Madsen to uplink environments where the base station knows the codes of in-cell users, but not those of users outside the cell [4]. This new family of detectors has been termed group-blind multiuser detectors. One attractive member of this family, the group-blind linear hybrid detector, performs very well compared with the other group-blind detectors, even though it has the lowest computational complexity. In this article, we need to reduce complexity of the blind channel estimation [5]. In [5] Wang and Poor developed the blind, sequential channel estimation technique that has lower complexity than channel estimation method in [3] because there is no need to compute the noise subspace. Since applying Kalman filter algorithm to the blind channel estimation in [5] that is called Kalman tracking still has high complexity of  $O(N^2)$ , where  $N$  is the double length of the impulse response, so we apply the stabilized fast transverse filter (SFTF) algorithm [6] that has low

complexity of  $O(8N)$  and is one of the Fast recursive least-squares (RLS) algorithm for the blind channel estimation as Kalman tracking. This new method is called SFTF tracking. We will also compare the performance of the group-blind detector to that of the blind detector that makes use only of the composite waveform of the user of interest.

The rest of this article is organized as follows. In Section 2, we summarize the signal model. In Section 3, we review subspace methods of blind and group-blind multiuser detection. In Section 4, we describe the blind channel estimation with proposed method. Simulation results are provided in Section 5 and Section 6 concludes the article.

## 2. Signal Model

We adopt the asynchronous multipath CDMA model developed by Wang and Høst-Madsen [4]. In the interest of brevity, we summarize the model here and refer the reading to [4] for a full development. Consider a  $K$ -user binary communication system, employing normalized modulating waveforms  $s_1, s_2, \dots, s_K$ , and signaling through their respective multipath channels with additive Gaussian noise. The transmitted signal due to the  $k$ th user is given by

$$x_k(t) = A_k \sum_{i=0}^{M-1} b_k[i] s_k(t - iT - d_k) \quad (1)$$

where  $M$  denotes the length of the data frame and  $T$  denotes the information symbol interval;  $A_k$ ,  $\{b_k(i)\}$  and  $d_k \in [0, T)$  denote, respectively, the amplitude, symbol stream, and the delay of the  $k$ th user's signal. We assume that for each  $k$ , the symbol stream  $\{b_k(i)\}$  is a collection of independent random variables that take on values of  $+1$  and  $-1$  with equal probability. Furthermore, we assume that the symbol streams of different users are independent. For the direct-sequence spread-spectrum (DS-SS) format, the user signaling waveforms have the form

$$s_k(t) = \sum_{j=0}^{N-1} c_k[j] \cdot \psi(t - jT_c), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2)$$

where  $N$  is the processing gain,  $\{c_k[j]\}$  is a signature sequence of  $\pm 1$ 's assigned to the  $k$ th user, and  $\psi(t)$  is a normalized chip waveform of duration  $T_c = T/N$ . The  $k$ th user's signal  $x_k(t)$  propagates through a multipath channel whose impulse response is given by

$$g_k(t) = \sum_{l=0}^L \alpha_{kl} \delta(t - \tau_{kl}) \quad (3)$$

where  $L$  is the number of paths in the channel;  $\alpha_{kl}$  and  $\tau_{kl}$  are, respectively, the path gain and delay of the  $l$  path of the  $k$ th user. It is assumed that the channel is slowly varying, so that the complex path gains and delays remain constant over the duration of one signal frame ( $MT$ ). Using (1) and (3), the received signal component due to the  $k$ th user is given by

$$\begin{aligned} y_k(t) &= x_k(t) * g_k(t) \\ &= \sum_{i=0}^{M-1} b_k[i] \underbrace{A_k s_k(t - iT - d_k) * g_k(t)}_{h_k(t - iT)} \end{aligned} \quad (4)$$

where  $*$  denotes convolution. After using (2), we have

$$\begin{aligned} h_k(t) &\stackrel{\Delta}{=} A_k s_k(t - d_k) * g_k(t) \\ &= \sum_{j=0}^{N-1} c_k[j] \underbrace{A_k \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} \psi(t - jT_c - d_k - \tau_{kl})}_{\bar{g}_k(t - jT_c)} \end{aligned} \quad (5)$$

In (5),  $\bar{g}_k(t)$  is the composite channel response, taking into account the effects of transmitter power, chip pulse waveform and multipath channel, given by

$$\bar{g}_k(t) \stackrel{\Delta}{=} A_k \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} \psi(t - d_k - \tau_{kl}). \quad (6)$$

Since  $\psi(t)$  is zero outside the interval  $[0, T_c]$ ,  $\bar{g}_k(t)$  is zero outside the interval  $[d_k + \tau_{k1}, d_k + \tau_{kL} + T_c]$ . Hence, the composite signature waveform  $h_k(t)$  of the  $k$ th user, defined in (5), is zero outside the interval  $[d_k + \tau_{k1}, d_k + \tau_{kL} + T]$

The total received signal at the base station receiver is the superposition of the signals of the  $K$  users, plus additive Gaussian noise, given by

$$r(t) = \sum_{k=1}^K y_k(t) + v(t) \quad (7)$$

where  $v(t)$  is a zero-mean complex Gaussian noise process. We can then write (7) in a matrix form as

$$\mathbf{r}[i] = \mathbf{H}\mathbf{b}[i] + \mathbf{v}[i] \quad (8)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{r}[i] &\stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} r[i] \\ \vdots \\ r[i+m-1] \end{bmatrix}_{Pm \times 1}, \quad \mathbf{v}[i] \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} v[i] \\ \vdots \\ v[i+m-1] \end{bmatrix}_{Pm \times 1}, \\ \mathbf{b}[i] &\stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} b[i-t] \\ \vdots \\ b[i+m-1] \end{bmatrix}_{r \times 1}, \quad \text{and} \\ \mathbf{H} &\stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \underline{H}[t] & \cdots & \underline{H}[0] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \underline{H}[t] & \cdots & \underline{H}[0] \end{bmatrix}_{Pm \times r} \end{aligned}$$

$\mathbf{H}$  is channel matrix,  $\mathbf{b}$  is information bits vector,  $\mathbf{v}$  is the additive Gaussian noise vector,  $t$  is the maximum delay spread and the smoothing factor  $m$  is chosen according to  $m = \lceil (P + K)/(P + K) \rceil t$ , where  $P$  is the total number of samples per symbol interval. For more details, see [4].

### 3. Group-Blind Multiuser Detection

Since the ambient noise is white, i.e.,  $E\{\mathbf{v}[i]\mathbf{v}[i]^H\} = \sigma^2 \mathbf{I}_{Pm}$ , the autocorrelation matrix of received signal in (8) is

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{r}[i]\mathbf{r}[i]^H\} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{Pm} \\ &= \mathbf{U}_s \Lambda_s \mathbf{U}_s^H + \sigma^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \end{aligned} \quad (9)$$

where  $\mathbf{U}_s$  is the signal subspace orthonormal eigenvectors,  $\mathbf{U}_n$  is the noise subspace orthogonal eigenvectors, and  $\Lambda_s$  is the signal subspace diagonal eigenvalue matrix.

In the group-blind multiuser detection scenario, we assume we have knowledge of the first  $\tilde{K}$  users' spreading sequences,  $\tilde{K} \leq K$ , whereas the rest of the users are unknown to the receiver.

Define the set  $\{\tilde{\mathbf{H}}_j\}_{j=0}^{m+t-1}$  such that  $\tilde{\mathbf{H}}_j$  is the  $Pm \times \tilde{K}$  matrix composed of column  $jK+1$  through  $jK+\tilde{K}$  of the matrix  $\mathbf{H}$ . We define the matrix  $\tilde{\mathbf{H}} \stackrel{\Delta}{=} [\tilde{\mathbf{H}}_0 \tilde{\mathbf{H}}_1 \cdots \tilde{\mathbf{H}}_{m+t-1}]$ .

The size of  $\tilde{\mathbf{H}}$  is  $Pm \times \tilde{r}$  where  $\tilde{r} = \tilde{K}(m+t)$ . Then the group-blind linear hybrid detector for user  $k$ ,  $k = 1, \dots, \tilde{K}$ , is given by the solution of the following constrained optimization problem:

$$\mathbf{w}_k = \arg \min_{\mathbf{w} \in \text{range}(\tilde{\mathbf{H}})} E\{|b_k[i] - \mathbf{w}^H \mathbf{r}[i]|^2\} \quad (10)$$

subject to the constraint of  $\mathbf{w}^H \tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{1}_{\tilde{K}(m+t)}^T$  where  $\mathbf{1}_l$  is the vector of length  $\tilde{K}(m+t)$  each of whose elements is zero, except that the  $l$ th element is 1. Heuristically speaking,

this detector zero-forces the interference caused by the  $\tilde{K}$  known users, and suppresses the interference from unknown users according to the minimum mean-square-error (MMSE) criterion. The solution (form II) [4] and the corresponding bit estimate for user  $k$  may be written as

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{U}_s \Lambda_s^{-1} \mathbf{U}_s^H \tilde{\mathbf{H}} [\tilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{U}_s \Lambda_s^{-1} \mathbf{U}_s^H \tilde{\mathbf{H}}]^{-1} \mathbf{1}_{\tilde{K}t+k} \quad (11)$$

$$\hat{b} = \text{sgn} \{(\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}[i])\} \quad k = 1, \dots, \tilde{K} \quad (12)$$

The linear blind MMSE multiuser detector, which assumes knowledge only of the signature waveform of the user of interest, is given by [2]

$$\mathbf{m}_k = \mathbf{U}_s \Lambda_s^{-1} \mathbf{U}_s^H \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{1}_{\tilde{K}t+k} \quad (13)$$

#### 4. Blind Channel Estimation with Proposed Method

Recall that by an eigendecomposition on the autocorrelation matrix of the received signal [cf. (9)], the signal subspace and the noise subspace can be identified. The channel response  $\bar{\mathbf{g}}_k$  can then be estimated by exploiting the orthogonality between the signal subspace and noise subspace [4]:

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{h}}_k = \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{C}}_k \bar{\mathbf{g}}_k = 0 \quad (14)$$

since  $\mathbf{U}_n$  is orthogonal to the column space of  $\mathbf{H}$ , and  $\bar{\mathbf{h}}_k$  is in the column space of  $\mathbf{H}$ . Thus an estimation of the channel response  $\bar{\mathbf{g}}_k$  can be obtained by computing the minimum eigenvector of the matrix  $(\bar{\mathbf{C}}_k^T \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{C}}_k)$ . We are here applying SFTF algorithm [6] for the channel estimation instead of Kalman tracking [5]. This new method is called SFTF tracking. This method produces estimates of the composite signature waveforms of the known user without estimation of a noise subspace need. Suppose that the signal subspace  $\mathbf{U}_s$  is known to the receiver, and the received signal  $\mathbf{r}(i)$  is projected onto the noise subspace to obtain a signal  $\mathbf{z}(i)$ , given by

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(i) &= \mathbf{r}(i) - \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H \mathbf{r}(i) \\ &= \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{r}(i) \end{aligned} \quad (15)$$

Using (14), we have

$$\bar{\mathbf{g}}_k^H \bar{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{z}(i) = 0 \quad (16)$$

We propose using the following constrained adaptive filtering technique to estimate the channel state

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{g}}_k} E\{|\bar{\mathbf{g}}_k^H \bar{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{z}(i)|^2\} \\ \text{subject to } \|\bar{\mathbf{g}}_k\| = 1 \end{aligned} \quad (17)$$

Here we apply the following SFTF algorithm [6] for channel estimation

$$\mathbf{x}(i) = \bar{\mathbf{C}}_k^H \mathbf{z}(i) \quad (18)$$

$$\mathbf{X}_N(i) = \mathbf{x}(i) \quad (19)$$

#### Prediction

$$e_N^p(i) = \mathbf{A}_{N,i-1} \mathbf{X}_{N+1}(i)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^{0H} = -\lambda^{-1} \alpha_N^{-1}(i-1) e_N^p(i)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i} = [0 \quad \tilde{\mathbf{C}}_{N,i-1}] + \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^0 \mathbf{A}_{N,i-1}$$

$$\gamma_{N+1}^{-s}(i) = \gamma_N^{-1}(i-1) - \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^0 e_N^p(i)$$

$$e_N(i) = e_N^p(i) \gamma_N(i-1)$$

$$\mathbf{A}_{N,i} = \mathbf{A}_{N,i-1} + e_N(i) [0 \quad \tilde{\mathbf{C}}_{N,i-1}]$$

$$\alpha_N^{-1}(i) = \lambda^{-1} \alpha_N^{-1}(i-1) - \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^{0H} \gamma_{N+1}^s(i) \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^0$$

$$\mathbf{r}_N^{pf}(i) = \mathbf{B}_{N,i-1} \mathbf{X}_{N+1}(i)$$

$$\mathbf{r}_N^{ps}(i) = -\lambda \beta_N(i-1) \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^{NH}$$

$$\mathbf{r}_N^{p(1)} = 1.5 \mathbf{r}_N^{pf}(i) - 0.5 \mathbf{r}_N^{ps}(i)$$

$$\mathbf{r}_N^{p(2)} = 2.5 \mathbf{r}_N^{pf}(i) - 1.5 \mathbf{r}_N^{ps}(i)$$

$$[\tilde{\mathbf{C}}_{N,i} \quad 0] = \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i} - \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^N \mathbf{B}_{N,i-1}$$

$$\gamma_N^{-s}(i) = \gamma_{N+1}^{-s}(i) + \tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i}^N \mathbf{r}_N^{pf}(i)$$

$$\mathbf{r}_N^{(j)}(i) = \mathbf{r}_N^{p(j)}(i) \gamma_N^s(i) \quad , j=1,2$$

$$\mathbf{B}_{N,i} = \mathbf{B}_{N,i-1} + \mathbf{r}_N^{(1)}(i) [\tilde{\mathbf{C}}_{N,i} \quad 0]$$

$$\beta_N(i) = -\lambda \beta_N(i-1) + \mathbf{r}_N^{(2)}(i) \mathbf{r}_N^{p(2)H}(i)$$

$$\gamma_N^{-1}(i) = \lambda^{-N} \alpha_N(i) \beta_N^{-1}(i)$$

#### Filtering

$$\in_N^p(i) = d(i) + \mathbf{W}_{N,i-1} \mathbf{X}_N(i)$$

We set  $d(i) = 0$  to correspond to [cf. (17)]

$$\in_N(i) = \gamma_N(i) \in_N^p(i)$$

$$\mathbf{W}'_{N,i} = \mathbf{W}_{N,i-1} + \in_N(i) \tilde{\mathbf{C}}_{N,i}$$

$$\mathbf{W}_{N,i} = \mathbf{W}'_{N,i} / \|\mathbf{W}'_{N,i}\|$$

where  $\mathbf{W}_{N,i} = \bar{\mathbf{g}}_k$  is the updated channel response,  $\mathbf{A}_{N,i}$  and  $\mathbf{B}_{N,i}$  are the forward and backward prediction filters,  $e_N^p(i)$  and  $e_N(i)$  are the *a priori* and *a posteriori* forward prediction errors,  $\mathbf{r}_N^p(i)$  and  $\mathbf{r}_N(i)$  are the *a priori* and *a posteriori* backward prediction errors,  $\tilde{\mathbf{C}}_{N+1,i} = [\tilde{\mathbf{C}}_{N,i}^0 \dots \tilde{\mathbf{C}}_{N,i}^N]$  is the Kalman gain with increasing order, and  $\alpha_N(i)$  and  $\beta_N(i)$  are the forward and backward prediction error variances. The filter order is  $N = 2 * \mu_k$ , where  $\mu_k$  is the length of the impulse response.



For the initial condition, the initial backward prediction error energy is chosen to be 0.01, the forgetting factor  $\lambda$  is in the range  $(1 - (1/2N), 1)$ . Once an estimate of the channel state  $\bar{\mathbf{g}}_k$  is obtained, the composite signature waveform of the desired user is given by  $\bar{\mathbf{h}}_k = \bar{\mathbf{C}}_k \bar{\mathbf{g}}_k$ .

Note that there is an arbitrary phase ambiguity in the estimated channel state, which necessitates differential encoding and decoding of the transmitted data.

Here, in the part of subspace tracking method, we use the Noise-Average Hermitian-Jacobi Fast Subspace Tracking (NAHJ-FST) algorithm [7] for updating signal subspace. This algorithm relies extensively on given rotations during the updating process. This reduces complexity and has the advantage of maintaining the orthonormality of matrices. The NAHJ-FST algorithm has low complexity of  $O(Pmr)$ , where  $Pm$  is the input vector dimension and  $r$  is the number of desired eigencomponents or signal subspace dimension. For more details, see [7].

## 5. Simulation Results

In this section, we investigate the performance of our adaptive receiver in an asynchronous CDMA system. The processing gain  $N = 31$  and the spreading codes are Gold codes of length 31. The chip pulse waveform is a raised-cosine pulse with a roll-off factor of 0.5. The initial delay  $d_k$  of each user is uniformly distributed on  $[0, 8T_c]$ . Each user's channel has  $L = 3$  paths. The delay of each path  $\tau_{k,l}$  is uniformly distributed on  $[0, 12T_c]$ . The fading gains of each path in each user's channel is generated from a complex Gaussian distribution and is fixed for simulation. The path gain in each user's channel are normalized so that each user's signal arrives at the receiver with the same power. In this simulation, we use differential encoding and decoding of the transmitted data. The oversampling factor is  $p = 2$  and the smoothing factor is  $m = 2$ . The forgetting factor for the subspace tracking algorithms is 0.995 [7].

Fig. 1 presents the average bit error rate (BER) performance of our receiver using SFTF tracking and Kalman tracking to the blind channel estimation for both blind and group-blind detectors. The number of users is 8 and the number of known users is 6. It is seen in Fig. 1 that the blind and group-blind detectors that utilize SFTF tracking for iterative channel estimation outperform the blind and group-blind detectors that utilize Kalman tracking.

At  $E_b/N_0$  of about 6 dB, we see that the group-blind detectors provide a substantial improvement in BER. At low  $E_b/N_0$ , the group-blind detector seem to suffer from the noise enhancement problems that often accompany zero-forcing detectors. We have also seen that at moderate and high  $E_b/N_0$ , the adaptive hybrid group-blind detector provides a substantial performance gain over the blind adaptive MMSE detector.

## 6. Conclusion

In this article, we proposed a new method that has lower complexity than but as good performance as the blind channel estimation with technique developed by Wang and Poor [5] instead of Kalman tracking that has high complexity. This new method is called SFTF tracking. The simulation result shows that the performance of the proposed method outperforms that of Kalman tracking. That is SFTF tracking can produce more correct estimates of the composite signature waveforms of the known users than Kalman tracking.

## 7. References

- [1] S. Verdu, *Multiuser Detection*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1998.
- [2] H. V. Poor and S. Verdu, "Blind multiuser detection: A subspace approach," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 44 pp. 670-690, Mar. 1998.
- [3] X. Wang and H. V. Poor, "Blind equalization and multiuser detection in dispersive CDMA channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46 pp. 91-103, Jan. 1998.
- [4] X. Wang and A. Høst-Madsen, "Group-blind multiuser detection for uplink CDMA," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17 pp. 1971-1984, Nov. 1999.
- [5] H. V. Poor and X. Wang, "Blind adaptive joint suppression of MAI and ISI in dispersive CDMA channels," in *Conf. Rec. Asilomar Conf. Signals, Systems, and Computers*, vol. 2 pp. 1013-1017, Nov. 1997.
- [6] D. T. M. Slock and T. Kailath, "Numerically stable fast transversal filters for recursive least-squares adaptive filtering," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, pp 92-114, Jan. 1991.
- [7] D. Reynolds and X. Wang, "Adaptive group-blind multiuser detection based on a new subspace tracking algorithm," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49 pp. 1135-1141, July. 2001.

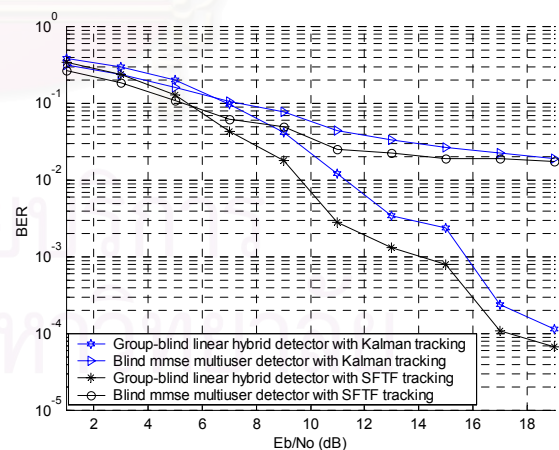


Figure 1 Average BER performance of the blind and group-blind multiuser detector implemented by the SFTF tracking and the Kalman tracking

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายสุรพล ตันอรัมย์ เกิดวันที่ 10 มีนาคม พ.ศ. 2520 ที่จังหวัด นครราชสีมา เข้าศึกษาในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2539 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม เกียรตินิยมอันดับสอง จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2543



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย