

การปรับปรุงจุดทัศนเชิงเสียงแบบไลน์ไฟกัสสำหรับการหาลักษณะเฉพาะของวัสดุ



นายทวีเกียรติ อิ่มสำราญ

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชามาตรวิทยา

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2550

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

IMPROVEMENT OF LINE-FOCUS-BEAM ACOUSTIC MICROSCOPY  
FOR MATERIAL CHARACTERIZATION

Mr. Tawikiat Iamsamran

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science Program in Metrological Science

Faculty of Science

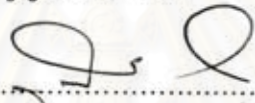
Chulalongkorn University

Academic Year 2007

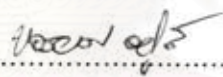
Copyright of Chulalongkorn University

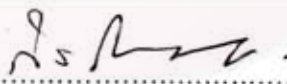
หัวข้อวิทยานิพนธ์	การปรับปรุงจุดทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์ไฟกัสสำหรับการหาลักษณะเฉพาะของวัสดุ
โดย	นายทวีเกียรติ อิมสำราญ
สาขาวิชา	สาขาวิชามาตรวิทยา
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์กิริณันต์ รัตนธรรมพันธ์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์ ดร.มนต์เทียน เทียนประทีป

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต


  
..... กณบดีคณะวิทยาศาสตร์  
(ศาสตราจารย์.ดร.สุพจน์ หารหนองบัว)

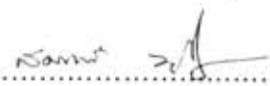
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชงยศ อดูดี)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กิริณันต์ รัตนธรรมพันธ์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(อาจารย์ ดร.มนต์เทียน เทียนประทีป)

  
..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุกเกษศ ตุงกะสมิต)

  
..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.สมฤทธิ วงศ์มณีโรจน์)

ทวีเกียรติ อิ่มสำราญ : การปรับปรุงจุลทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัสสำหรับการหาลักษณะเฉพาะของวัสดุ. (IMPROVEMENT OF LINE-FOCUS-BEAM ACOUSTIC MICROSCOPY FOR MATERIAL CHARACTERIZATION) อ. ที่ปรึกษา : ผศ.กฤษณ์ดี รัตนธรรมพันธ์, อ.ที่ปรึกษาร่วม: อ. ดร.มนต์เทียน เทียนประทีป, 62 หน้า.

ในงานวิทยานิพนธ์นี้เป็นการสานต่องานวิทยานิพนธ์ของ คุณปกรณ์ ปรีชาบุรณะ ใช้คลื่นอัลตราโซนิก ในการวัดค่าคงที่ยืดหยุ่นของวัสดุ โดยใช้อุปกรณ์ที่เรียกว่าแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสที่สามารถทำให้เกิดคลื่นเรย์ลีขึ้นบนผิววัสดุ แล้ววัดค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีแล้วนำค่าที่ได้ไปคำนวณค่าคงที่ยืดหยุ่นในโปรแกรมต่อไป เนื่องด้วยเครื่องมือจากงานเดิมให้คลื่นอัลตราโซนิกที่สะท้อนกลับจากผิวหลังของวัสดุที่วัดมีขนาดเล็กมากขนาดไมโครโวลต์ ( $\mu\text{V}$ ) ด้านเทคนิคการส่งต่อสัญญาณขนาดไมโครโวลต์ที่มีช่วงกว้างคลื่นแคบแคบ เป็นเรื่องยากและเกิดความคลาดเคลื่อนของข้อมูลสูงทำให้เกิดผลการวัดที่ถูกต้องมากขึ้นจึงได้ดำเนินการออกแบบและสร้างวงจรกำเนิดพัลส์ ขึ้นมาใหม่ โดยคาดหวังว่าจะได้ขนาดสัญญาณใหญ่มากขึ้น ดังผลต่าง ๆ ที่ปรากฏ

## สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สาขาวิชา.....มาตรวทยา..... ลายมือชื่อนิสิต.....  
 ปีการศึกษา.....2550..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....  
 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

## 4772306723 : MAJOR Metrological Science

KEY WORD: OF LINE-FOCUS -TRANSDUCER

TAWIKIAT IAMSAMRAN : IMPROVEMENT OF LINE-FOCUS-BEAM ACOUSTIC MICROSCOPY FOR MATERIAL CHARACTERIZATION. THESIS ADVISOR : ASST.PROF.KIRANANT RATANATHAMMAPAN, THESIS COADVISOR : Dr. MONTIAN TIANPRATEEP .,62 pp.

This thesis is a continuous work from the thesis of Pakorn Preechaburana. Ultrasonic is used to measure elasticity of matter. A device called "line focus" has been used, which can produce Rayleigh wave on the surface of investigated matter, After, the speed of Rayleigh wave is measured. Then, the obtained speed value is used in the calculating program. Since, the reflected wave amplitude from the back surface of matter is very small, in order of microvolt ( $\mu\text{V}$ ). Technically, to process a signal of microvolt amplitude with a very narrow pulse width, which is very difficult and a high erroneous of data result. For more accurate measurement result. Then, design and fabrication of a new pulser has been done. By the expectation of larger signal amplitude is obtained. All the experimental results are shown.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Field of Study. Metrological Science...

Academic Year .....2007.....

Student's Signature : .....<sup>ทวิวัฒน์</sup>.....

Advisor's Signature : ..........

Co-advisor's Signature : ..........

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความเรียบร้อย โดยได้รับคำแนะนำและ  
ข้อคิดเห็นต่าง ๆ จากผู้ช่วยศาสตราจารย์กริณันต์ รัตนธรรมพันธ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และ  
อาจารย์ ดร.มนต์เทียน เทียนประทีป อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

ผู้ศึกษาขอขอบพระคุณ อาจารย์ ชนะ ศิวล่อง ที่ให้ความช่วยเหลือทางด้านการ  
ออกแบบและพัฒนาตัวรับและส่งคลื่นอัลตราโซนิก

ผู้ศึกษาขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ขจรยศ อยู่ดี ผู้ช่วยศาสตราจารย์  
ดร.สุกคณศ ตุงคะสมิต และ อาจารย์ ดร.สมฤทธิ วังสัมพันธ์โรจน์ ที่ให้คำแนะนำ และข้อคิดเห็นใน  
การตรวจทานวิทยานิพนธ์



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญภาพ.....	ฌ
สารบัญตาราง.....	ฉ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ.....	ฎ
บทที่1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	1
บทที่2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	2
2.1 สมบัติความยืดหยุ่นของของแข็ง.....	2
2.1.1 ความเค้น.....	2
2.1.2 ความเครียด.....	6
2.1.3 ค่าคงที่ยืดหยุ่น.....	12
2.1.4 คลื่นเสียงในเนื้อของแข็ง.....	14
2.1.4.1 คลื่นตามยาว.....	18
2.1.4.2 คลื่นตามขวาง.....	19
2.1.5 คลื่นที่เคลื่อนที่บนผิวของของแข็ง.....	20
2.1.6 คลื่นเรย์ลีที่เคลื่อนที่ตรงรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว.....	24
2.1.7 อิมพีแดนซ์อคูสติก.....	27
2.1.8 การสะท้อนและการหักเหของเสียงที่รอยต่อระหว่างของเหลวและ ของแข็ง.....	27
2.1.8.1 คลื่นเสียงตกกระทบตั้งฉาก.....	27
2.1.8.2 คลื่นเสียงตกกระทบทำมุม.....	29
2.2 วัสดุที่ใช้ทำระบบแทรนสดิวเซอร์ไลน์ไฟกัส.....	34

บทที่ 3 การพัฒนาและการออกแบบสร้างวงจรกำเนิดและรับสัญญาณ.....	36
3.1 การพัฒนาระบบการวัดจุดทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส.....	36
3.1.1 ส่วนประกอบของเครื่องจุดทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส.....	36
3.1.2 หลักการและขั้นตอนการทำงานของเครื่อง จุดทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส.....	37
3.2 การสร้างเครื่องมือรับส่งสัญญาณ.....	43
3.2.1 การออกแบบสำหรับการวัดที่ใช้เครื่องมือที่สร้างขึ้น.....	43
3.2.2 ส่วนประกอบวงจรในภาคส่ง.....	45
3.2.3 วงจรภาครับสัญญาณ.....	46
บทที่ 4 วิธีทดลองและผลการทดลอง.....	48
4.1 การทดลองส่วนที่ 1 การปรับปรุงการประมวลผลข้อมูล.....	48
4.1.1 วิธีทดลอง.....	48
4.1.2 ผลการทดลอง.....	48
4.2 การทดลองที่ 2 การปรับปรุงตัวรับและตัวส่งสัญญาณคลื่นอัลตราโซนิก.....	55
4.2.1 วิธีทดลอง.....	55
4.2.2 ผลการทดลอง.....	55
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	58
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	58
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	58
รายการอ้างอิง.....	61
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	62



สารบัญภาพ

หน้า

รูปที่ 2.1 แรง  $d\vec{F}$  กระทำบนพื้นที่ผิวด้านที่ตั้งฉากกับแกน X ของวัตถุเล็กๆ รูปทรงลูกบาศก์ ... 3

รูปที่ 2.2 ความเค้นแบบต่างๆ (ก) ความเค้นดึง (ข) ความเค้นกด (ค) ความเค้นเฉือน..... 4

รูปที่ 2.3 การเลื่อนตำแหน่งของจุดในเนื้อวัสดุ หลังจากได้รับความเค้น..... 7

รูปที่ 2.4 ความเครียดเฉือน  $S_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$  ที่เกิดขึ้น โดยเส้นประแสดงรูปร่างเดิมก่อน ได้รับความเค้นเฉือน ..... 7

รูปที่ 2.5 ความเค้นกระทำบนรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานเล็กๆ ..... 14

รูปที่ 2.6 เปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของคลื่น (ก) คลื่นตามยาว (ข) คลื่นตามขวาง..... 19

รูปที่ 2.7 ผิวยรอยต่อของของแข็งและสุญญากาศ ที่สามารถเกิดคลื่นเรย์ลีได้..... 20

รูปที่ 2.8 ลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคตัวกลางเมื่อคลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ไปทิศ + X..... 22

รูปที่ 2.9 คลื่นเสียงตกกระทบตั้งฉากบนรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว..... 27

รูปที่ 2.10 คลื่นเสียงตกกระทบทำมุม  $\theta_i$  บนรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว..... 30

รูปที่ 2.11 คลื่นตกกระทบทำให้เกิดคลื่นเรย์ลีจากนั้นเกิดการสูญเสียพลังงานไปเป็นคลื่นตามยาวเคลื่อนที่กลับไปของเหลว..... 33

รูปที่ 2.12 แสดงสมบัติเฟสโซอิลเล็กทริก..... 34

รูปที่ 3.1 ส่วนประกอบของระบบจุลทัศนเชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส..... 36

รูปที่ 3.2 หัววัดที่ใช้ในการวัดความเร็วของคลื่นเรย์ลี..... 37

รูปที่ 3.3 รูปสัญญาณที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป..... 40

รูปที่ 3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม..... 42

รูปที่ 3.5 ระบบการวัดแบบแยกตัวรับตัวส่งคนละตัว..... 43

รูปที่ 3.6 ระบบการวัดแบบตัวรับตัวส่งตัวเดียวกัน..... 44

รูปที่ 3.7 แผนผังการทำงานของวงจรในการส่งคลื่นอัลตราโซนิก..... 45

รูปที่ 3.8 แผนผังการทำงานของวงจรในการรับคลื่นอัลตราโซนิก..... 46

รูปที่ 3.9 เครื่องพัลส์เซอรัชี่ฟเวอร์ที่ได้สร้างขึ้น..... 47

รูปที่ 4.1 ผลการใช้โปรแกรมในการตรวจจับยอดคของรูปคลื่นทั้ง 3 รูปที่ระยะ (a) 3.5 มม., (b) 4.0 มม. และ(c) 4.5 มม..... 49

รูปที่ 4.2 การวัดระยะระหว่างผิวหน้าและผิวหลังของวัสดุ..... 50

รูปที่ 4.3 การวัดระยะเวลาที่คลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่..... 50

รูปที่ 4.4 กราฟระหว่างค่า Z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิววัสดุ..... 51

รูปที่ 4.5 ข้อมูลที่ได้จากสารตัวอย่างที่เป็นเหล็กที่วัดได้จากสต่อเรจออกสซิดโลสโคป..... 55

รูปที่ 4.6 การทดลองส่งและรับสัญญาณอัลตราโซนิกแบบแยกตัวรับ-ส่ง.. ..... 56

รูปที่ 4.7 ผลการทดลองส่งและรับสัญญาณอัลตราโซนิกที่ขนาดความกว้างของพัลส์ต่างกัน. .... 56

รูปที่ 4.8 ผลการทดลองส่งและรับสัญญาณอัลตราโซนิกเมื่อใช้แบบหัวเดียว..... 57

รูปที่ 5.1 ผลการทดลองที่ได้จริงเทียบกับผลที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎี..... 59



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1 การลดตัวห้อยจาก 2 ตัว เหลือ 1 ตัว สำหรับเทนเซอร์	
ความเค้นที่มีสมบัติสมมาตร .....	5
ตารางที่ 2.2 แสดงคุณสมบัติของเพียโซอิเล็กทริกของวัสดุแต่ละชนิด.....	34
ตารางที่ 4.1 ผลการวัดครั้งที่ 1 เมื่อเทียบระหว่างการใช้โปรแกรมและไม่ใช้โปรแกรม.....	53
ตารางที่ 4.2 ผลการวัดครั้งที่ 2 เมื่อเทียบกับค่ามาตรฐาน.....	54



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

สัญลักษณ์	ความหมาย
$A_0$	แอมพลิจูดเริ่มต้นของคลื่น
A	ค่าคงที่ใด ๆ
B	ค่าคงที่ใด ๆ
C	ค่าคงที่ใด ๆ
$C_{II}$	ค่าคงที่ความแข็ง
dA	ขนาดของพื้นที่เล็ก ๆ
dF	ขนาดของแรงน้อยๆที่กระทำกับวัสดุ
E	ค่ามอดูลัสของยัง
F(Z)	ฟังก์ชันที่ขึ้นกับค่า Z
G(Z)	ฟังก์ชันที่ขึ้นกับค่า Z
G	ค่ามอดูลัสเฉือน
H(Z)	ฟังก์ชันที่ขึ้นกับค่า Z
i	ตัวห้อยใช้แทนทิศทางของความเค้น
j	ตัวห้อยใช้แทนทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นที่ผิวที่ ความเค้นกระทำ
k	เลขคลื่นของคลื่นเรย์ลี
$k_l$	เลขคลื่นของคลื่นในของเหลว
$k_L$	เลขคลื่นของคลื่นตามยาวในของแข็ง
$k_T$	เลขคลื่นของคลื่นตามขวางในของแข็ง
K	ค่ามอดูลัสก้อน
M	มวลของวัสดุ
P	ความดัน
$\bar{r}$	เวกเตอร์แสดงตำแหน่งของจุด
R	สัมประสิทธิ์การสะท้อนของคลื่น
u	ระยะการขจัดของวัสดุเมื่อได้รับความเค้น
$S_{ij}$	ค่าความเครียด
T	สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของคลื่น

สัญลักษณ์	ความหมาย
$T_{ij}$	ค่าความเค้น
$V$	สัดส่วนปริมาตรของวัสดุ
$V_L$	อัตราเร็วของคลื่นตามยาว
$V_R$	อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี
$V_T$	อัตราเร็วของคลื่นตามขวาง
$Z_b$	ค่าอิมพีแดนซ์อคูสติกของวัสดุหุนรอง
$Z_p$	ค่าอิมพีแดนซ์อคูสติกของวัสดุเพียส
	โซอีเล็กทริก
$Z_w$	ค่าอิมพีแดนซ์อคูสติกของน้ำ
อักษรกรีก	
$\alpha$	ขนาดของมุมที่เปลี่ยนไปเมื่อวัสดุนั้นได้ รับความเค้นเฉือน
$\alpha_R$	สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของ คลื่นเรย์ลี
$\theta_c$	มุมวิกฤติ
$\theta_i$	มุมที่คลื่นตกกระทบทำมุมกับเส้นตั้งฉาก
$\theta_R$	มุมเรย์ลี
$\delta_{ij}$	Kronecker delta
$\rho$	ความหนาแน่นของวัสดุ
$\lambda$	ค่าคงที่ของลามเมต์วที่ 1
$\mu$	ค่าคงที่ของลามเมต์วที่ 2
$\nu$	อัตราส่วนของปัวส์ซอง
$\phi$	ศักย์ของคลื่นตามยาว
$\phi_1$	ศักย์สเกลาร์ของการจัดของอนุภาคใน ของเหลว
$\omega$	ความถี่เชิงมุม
$\psi$	ศักย์ของคลื่นตามขวาง
$\Delta$	ปริมาตรที่เปลี่ยนไปของวัสดุ

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมา

ในการวัดสมบัติของวัสดุโดยใช้วิธีการแบบไม่ทำลายนั้น มีหลายวิธี สำหรับงานวิทยานิพนธ์นี้จะใช้คลื่นเสียง ย่านความถี่สูงหรือเป็นที่รู้จักกันในชื่อคลื่น อัลตราโซนิก ซึ่งคลื่นดังกล่าวได้ถูกนำมาใช้งานหลายด้าน เช่น ด้านการแพทย์ ด้านวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี และด้านอุตสาหกรรม เป็นต้น

ในงานวิทยานิพนธ์นี้ มีเป้าหมายพัฒนาผล ต่อจากงานวิทยานิพนธ์[1]ของ คุณปกรณ์ ปริชาบุรณะ ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2547 ที่ได้ใช้คลื่นอัลตราโซนิก ในการวัดค่าคงที่ยืดหยุ่น (elastic constant) ของวัสดุ โดยใช้อุปกรณ์รับส่งในตัวเดียวกันที่เรียกว่า แทรนสดิวเซอร์ไลน์แบบโฟกัส(line-focus transducer) ที่สามารถทำให้เกิดคลื่นเรย์ลีขึ้นบนผิววัสดุ แล้ววัดค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี อัตราเร็วของคลื่นตามยาวและสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงาน เพื่อใช้คำนวณหาค่าคงที่ยืดหยุ่นของวัสดุ โดยทรานสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสสร้างจากแผ่นโพลีเมอร์ที่เรียกว่าฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ หรือ PVDF ที่มีสมบัติยืดหยุ่นสูงสามารถโค้งงอได้ เป็นวัสดุที่มีสมบัติเพียโซอิเล็กทริก ซึ่งแต่เดิมนั้นทรานสดิวเซอร์ทำจากซิงค์ออกไซด์ (ZnO) และต้องมีเลนส์อคูสติกเพื่อโฟกัสคลื่น แต่ถ้าใช้ฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ หรือ PVDF ที่โค้งงอได้ทำหน้าที่เป็นเลนส์รวมคลื่น ก็ไม่ต้องใช้เลนส์อคูสติกทำให้ประสิทธิภาพของสัญญาณที่วัดดีขึ้น โดยจะทำการพัฒนาในส่วนวงจรกำเนิดสัญญาณแก่ทรานสดิวเซอร์ และส่วนการวัดข้อมูลและพัฒนาเป็นเครื่องมือวัดสำเร็จรูป ให้สะดวกกับการใช้

### 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อพัฒนาระบบทรานสดิวเซอร์ไลน์โฟกัส (line-focus transducer) สำหรับใช้วัดค่าคงที่ยืดหยุ่นของวัสดุ ในส่วนของสัญญาณไฟฟ้าที่ป้อนแก่หัววัด วิธีการวัด การคำนวณข้อมูลโดยใช้โปรแกรม

## บทที่ 2

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 สมบัติความยืดหยุ่นของของแข็ง (elastic properties in solid)

ความยืดหยุ่นเป็นสมบัติหนึ่งของวัสดุ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างยืดหยุ่นในขอบเขต เมื่อไม่มีความเครียด ความเค้นที่เกิดจะกลับคืนสภาพเดิม ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในวัสดุบางชนิดแปรผันแบบเชิงเส้น แต่บางชนิดไม่เป็นเชิงเส้น ขึ้นกับโครงสร้างพันธะอะตอมของวัสดุ วัสดุที่มีความยืดหยุ่นความเครียดจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเค้นและเป็นไปตามกฎของฮุก (Hooke's law) ถ้าความเครียดที่เกิดไม่เกินขอบเขตยืดหยุ่นคือในช่วงความเครียดน้อยๆ เมื่อความเครียดมากเกินไปแปรแบบเชิงเส้นกฎของฮุกไม่เป็นจริง กฎของฮุก ในขอบเขตยืดหยุ่นคือ

$$T = CS \quad (2.1)$$

เมื่อ  $T$  คือ ค่าความเค้น (stress)

$S$  คือ ค่าความเครียด (strain)

$C$  คือ ค่าคงที่ความแข็ง (stiffness constant)

**2.1.1 ความเค้น (stress)** คือ แรงต่อพื้นที่ที่กระทำบนวัสดุ ซึ่งจะมีทั้งที่มีทิศตั้งฉากกับพื้นที่ผิว และมีทิศขนานไปกับพื้นที่ผิวของวัสดุ พิจารณารูปที่ 2.1 แรง  $d\vec{F}$  กระทำบนพื้นที่เล็กๆ  $dA_x = dydz$  ของวัสดุ สามารถที่จะแตกแรงออกเป็นแรงย่อย  $dF_x$ ,  $dF_y$  และ  $dF_z$  ในทิศ  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ตามลำดับ ดังนี้

$$d\vec{F} = dF_x \hat{x} + dF_y \hat{y} + dF_z \hat{z}$$

ดังนั้นเราจะหาความเค้นในทิศ  $X$  ที่สัมพันธ์กับส่วนประกอบของแรงที่กระทำบนวัสดุได้เป็น

$$\vec{T}_x = T_{xx} \hat{x} + T_{yx} \hat{y} + T_{zx} \hat{z}$$

$$\text{เมื่อ } T_{xx} = \frac{dF_x}{dA_x}, T_{yx} = \frac{dF_y}{dA_x}, T_{zx} = \frac{dF_z}{dA_x}$$

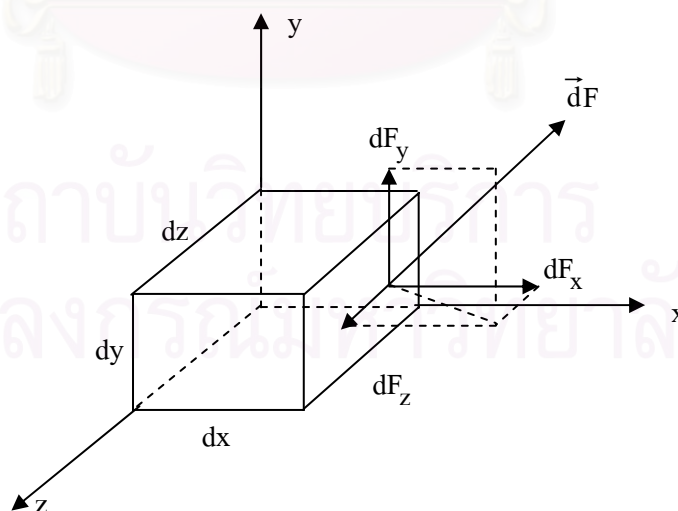
ตัวห้อยตัวแรก แทนทิศทางของความเค้น ส่วนตัวห้อยตัวที่สองแทนทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นที่ผิวที่ความเค้นกระทำ เช่น  $T_{yx}$  เป็นความเค้นในทิศ  $y$  กระทำบนพื้นที่  $dydz$  ที่ตั้งฉากกับแกน  $X$  ในทำนองเดียวกันเราสามารถหาความเค้นที่กระทำกับอีก 2 ด้านที่เหลือคือ  $dA_y = dx dz$  และ  $dA_z = dx dy$  ได้เป็น  $T_{xy} T_{yy} T_{zy}$  และ  $T_{xz} T_{yz} T_{zz}$  ตามลำดับ และสามารถเขียนความเค้นในทิศ  $y$  และทิศ  $Z$  คือ  $\vec{T}_y$   $\vec{T}_z$  ตามลำดับ ได้เป็น

$$\vec{T}_y = T_{xy} \hat{X} + T_{yy} \hat{y} + T_{zy} \hat{z}$$

$$\text{เมื่อ } T_{xy} = \frac{dF_x}{dA_y}, T_{yy} = \frac{dF_y}{dA_y}, T_{zy} = \frac{dF_z}{dA_y}$$

$$\vec{T}_z = T_{xz} \hat{X} + T_{yz} \hat{y} + T_{zz} \hat{z}$$

$$\text{เมื่อ } T_{xz} = \frac{dF_x}{dA_z}, T_{yz} = \frac{dF_y}{dA_z}, T_{zz} = \frac{dF_z}{dA_z}$$



รูปที่ 2.1 แรง  $d\vec{F}$  กระทำบนพื้นที่ผิวด้านที่ตั้งฉากกับแกน  $X$  ของวัสดุเล็กๆ รูปทรงลูกบาศก์ [2]



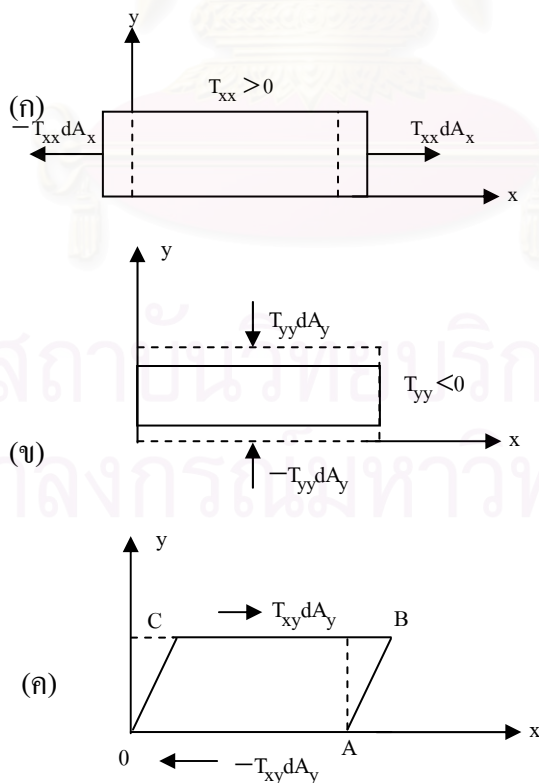
ดังนั้นเราจะเห็นว่าส่วนประกอบของความเค้นจะมีอยู่ทั้งหมด 9 ตัว และสามารถเขียนในรูปแบบเทนเซอร์อันดับ 2 ได้เป็น

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{yx} & T_{zx} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{zy} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

เมื่อ  $i = x \ y \ z$  แทนทิศทางของความเค้น

$j = x \ y \ z$  แทนทิศที่ตั้งฉากกับพื้นที่ผิวที่ความเค้นกระทำ

กรณีที่  $i = j$  ถ้า  $T_{ij} > 0$  จะได้ว่า  $T_{ij}$  เป็นความเค้นดึง (extensional stress) คือความเค้นที่ดึงวัสดุให้มีขนาดยาวขึ้นดังแสดงในรูป 2.2 (ก) หรือถ้า  $T_{ij} < 0$  จะได้ว่า  $T_{ij}$  เป็นความเค้นกด (compressional stress) คือความเค้นที่กดวัสดุให้มีขนาดหดสั้นลง ดังแสดงในรูป 2.2 (ข) ซึ่งจะมีอยู่ทั้งหมด 3 ตัวคือ  $T_{xx}$   $T_{yy}$  และ  $T_{zz}$  และกรณีที่  $i \neq j$  จะได้  $T_{ij}$  เป็นความเค้นเฉือน (Shear Stress) คือความเค้นที่ทำให้รูปร่างของวัสดุเบี่ยงไปจากรูปร่างเดิม จะมีอยู่ทั้งหมด 6 ตัว คือ  $T_{xy}$   $T_{xz}$   $T_{yx}$   $T_{yz}$   $T_{zx}$   $T_{zy}$  ตัวอย่างของความเค้นเฉือน  $T_{xy}$  แสดงไว้ในรูป 2.2 (ค)



รูปที่ 2.2 ความเค้นแบบต่างๆ (ก) ความเค้นดึง (ข) ความเค้นกด (ค) ความเค้นเฉือน[2]

ในที่นี้ความเค้นที่เราพิจารณามีสมบัติสมมาตร (symmetry) จะได้ว่า  $T_{ij} = T_{ji}$  ดังนั้น เทนเซอร์ความเค้นในสมการที่ (2.2) จะเหลือสมาชิกเพียง 6 ตัวที่เป็นอิสระต่อกัน เพื่อความสะดวก เราจะกำหนดสัญลักษณ์ของเทนเซอร์ความเค้นใหม่ โดยลดตัวห้อยจาก 2 ตัวเหลือเพียงตัวเดียว ดังตารางที่ 2.1 จะได้เทนเซอร์ความเค้นใหม่  $[T_1]$  เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} T_{xx} & T_{yx} & T_{zx} \\ T_{xy} & T_{yy} & T_{zy} \\ T_{xz} & T_{yz} & T_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{bmatrix}$$

หรือจะลดรูปจากเทนเซอร์อันดับ 2 ให้เหลือเป็นเวกเตอร์หลัก (column vector) ได้ดังนี้

$$[T_1] = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 2.1 การลดตัวห้อยจาก 2 ตัวเหลือ 1 ตัว สำหรับเทนเซอร์ความเค้นที่มีสมบัติสมมาตร

ij หรือ kl	I หรือ J
xx	1
yy	2
zz	3
yz = zy	4
xz = zx	5
xy = yx	6

**2.1.2 ความเครียด (strain)** คือ การที่วัสดุเกิดการเปลี่ยนแปลงปริมาตรหรือรูปร่าง หรือเปลี่ยนแปลงทั้งรูปร่างและปริมาตรเมื่อถูกความเค้นมากระทำ แบ่งได้เป็น

1. ความเครียดอัดทั้งปริมาตร (bulk compressional strain) คือ ความเครียดที่เกิดจากความเค้น กระทำกับวัสดุทั้ง 3 ด้านแล้ววัสดุเปลี่ยนแปลงปริมาตร
2. ความเครียดตามยาว (longitudinal strain) คือ ความเครียดที่เกิดจากความเค้นดึงหรือกด แล้วทำให้วัสดุเปลี่ยนแปลงความยาว
3. ความเครียดเฉือน (shear strain) คือ ความเครียดที่เกิดจากความเค้นเฉือน แล้วทำให้ผิวหน้าทั้งสองด้านของวัสดุที่ขนานกันถูกบิดให้เลื่อนออกจากกัน

ต่อไปเราจะหาความเครียดที่เกิดในวัสดุโดยใช้รูปที่ 2.3 พิจารณาการเลื่อนของจุด P หลังจากได้รับความเค้นไปที่จุด P' ซึ่งเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งจาก  $\vec{r}_p = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  ไปที่  $\vec{r}'_p = x'\hat{x} + y'\hat{y} + z'\hat{z}$  ซึ่ง  $x' = x + u_x$   $y' = y + u_y$   $z' = z + u_z$  และ  $u_x$   $u_y$   $u_z$  คือ ระยะกระจัดในทิศ x y z ตามลำดับ จากนั้นพิจารณาจุด Q ที่อยู่ติดกับจุด P ที่ตำแหน่ง  $\vec{r}_Q = (x + dx)\hat{x} + (y + dy)\hat{y} + (z + dz)\hat{z}$  ว่าเปลี่ยนไปอย่างไรหลังจากได้รับความเค้นแล้ว จากรูป Q จะเปลี่ยนไปอยู่ที่จุด Q' ที่ตำแหน่ง  $\vec{r}'_Q = (x' + dx')\hat{x} + (y' + dy')\hat{y} + (z' + dz')\hat{z}$  ซึ่ง  $dx' = dx + du_x$   $dy' = dy + du_y$   $dz' = dz + du_z$  จะได้ว่า  $du_x$   $du_y$   $du_z$  ก็คือ ระยะที่วัสดุเปลี่ยนขนาดไปตามแกน x y และ z ตามลำดับ ซึ่งถ้า dx dy และ dz เล็กมากๆ เราจะได้

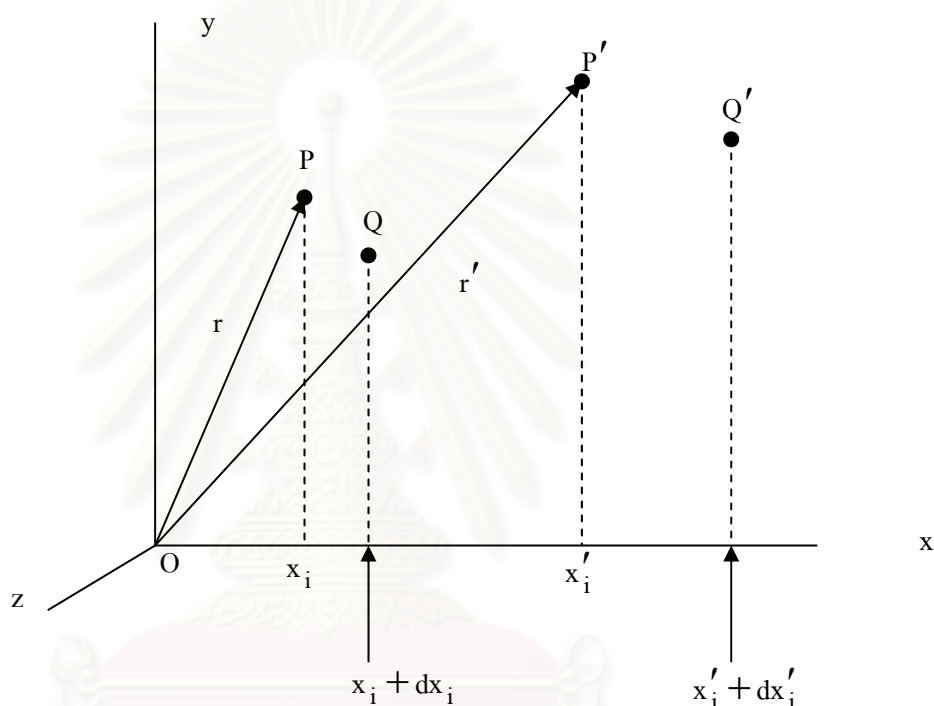
$$\begin{aligned} du_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + \frac{\partial u_x}{\partial y} dy + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz \\ du_y &= \frac{\partial u_y}{\partial x} dx + \frac{\partial u_y}{\partial y} dy + \frac{\partial u_y}{\partial z} dz \\ du_z &= \frac{\partial u_z}{\partial x} dx + \frac{\partial u_z}{\partial y} dy + \frac{\partial u_z}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (2.3)$$

จากสมการที่ (2.3) จะได้ปริมาณ 9 ตัวที่เกี่ยวข้องกับเทนเซอร์ความเครียด คือ  $\frac{\partial u_x}{\partial x}, \frac{\partial u_y}{\partial y}, \frac{\partial u_z}{\partial z}, \frac{\partial u_x}{\partial y}, \frac{\partial u_x}{\partial z}, \frac{\partial u_y}{\partial x}, \frac{\partial u_y}{\partial z}, \frac{\partial u_z}{\partial x}, \frac{\partial u_z}{\partial y}$  ซึ่ง 3 ตัวแรกเป็นความเครียดตามยาวที่ขนานกับแกน x y และ z ตามลำดับ เขียนสัญลักษณ์ได้เป็น

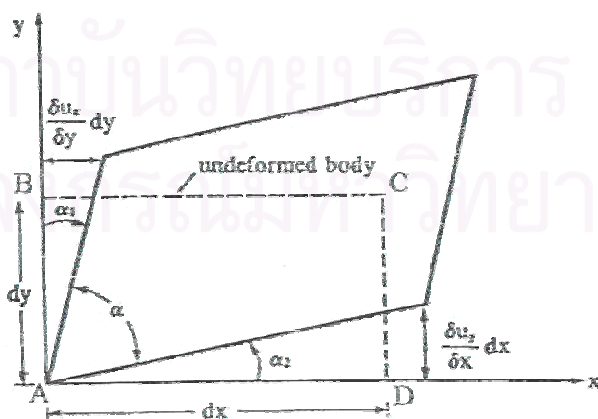
$$S_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

$$S_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}$$

$$S_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$



รูปที่ 2.3 การเลื่อนตำแหน่งของจุดในเนื้อวัสดุ หลังจากได้รับความเค้น [2]



รูปที่ 2.4 ความเครียดเฉือน  $S_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$  ที่เกิดขึ้น โดยเส้นประแสดงรูปร่างเดิม

ก่อนได้รับความเค้นเฉือน [2]

ส่วน 6 ตัวที่เหลือเป็นความเครียดเฉือน สามารถอธิบายความหมายโดยพิจารณาจากรูปที่ 2.4 ที่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD เปลี่ยนไปเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หลังจากได้รับความเค้นโดยมุมระหว่างด้าน  $\overline{AB}$  กับด้าน  $\overline{AD}$  เปลี่ยนจาก  $\frac{\pi}{2}$  ไปเป็น  $\alpha$  ดังนั้นค่าของมุมที่เปลี่ยนไปจะเท่ากับ

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (2.4)$$

เมื่อค่า  $\alpha_1$  และ  $\alpha_2$  เป็นมุมที่เล็กมาก ๆ เราสามารถประมาณค่า  $\alpha_1$  และ  $\alpha_2$  ได้เป็น

$$\alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{\frac{\partial u_x}{\partial y} dy}{dy} = \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

และ 
$$\alpha_2 \approx \tan \alpha_2 = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x} dx}{dx} = \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

แทนค่า  $\alpha_1$  และ  $\alpha_2$  ลงในสมการที่ (2.4) จะได้

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = S_{xy} \quad (2.5)$$

ซึ่ง  $S_{xy}$  ก็คือ ค่าความเครียดเฉือนที่เกิดบนระนาบ  $xy$

ในทำนองเดียวกันกับ  $S_{xy}$  เราสามารถหาความเครียดเฉือนตัวอื่น ๆ ได้เป็น

$$S_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (2.6)$$

$$S_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad (2.7)$$

$$S_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (2.8)$$

$$S_{zy} = \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \quad (2.9)$$

$$S_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (2.9)$$

จะเห็นได้ว่า  $S_{xy} = S_{yx}$ ,  $S_{xz} = S_{zx}$  และ  $S_{yz} = S_{zy}$  สรุปได้ว่าเทนเซอร์ความเครียดมีสมบัติสมมาตรกล่าวคือ

$$S_{ij} = S_{ji}$$

ดังนั้นสมาชิกของเทนเซอร์ความเครียดทั้งหมด 9 ตัวจะลดลงเหลือ 6 ตัวที่อิสระกัน จึงเขียนเทนเซอร์ความเครียดได้ดังนี้

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{yx} & S_{zx} \\ S_{xy} & S_{yy} & S_{zy} \\ S_{xz} & S_{yz} & S_{zz} \end{bmatrix}$$

หรือจะใช้ตัวห้อยเพียงตัวเดียวโดยลดจาก ตัวห้อย ij เหลือเพียงตัวห้อย I ตัวเดียว และเขียนให้อยู่ในรูปเวกเตอร์คอลัมน์ได้เป็น

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = [S_I] \quad (2.11)$$

เมื่อรวมสมการที่ (2.6) ถึง (2.11) เข้าด้วยกันเราจะได้

$$[S_I] = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

จากสมการที่ (1) เขียนให้อยู่ในรูปเทนเซอร์ได้เป็น

$$T_I = C_{ij} S_j \quad (2.13)$$

เมื่อ  $I, J = 1, 2, 3, 4, 5$  และ  $6$

และ  $C_{IJ}$  คือ ค่าคงที่ความแข็งเป็นเมตริกซ์  $6 \times 6$  มีสมาชิกทั้งหมด 36 ตัว แต่  $C_{IJ}$  มีลักษณะสมมาตรกล่าวคือ  $C_{IJ} = C_{JI}$  ทำให้เหลือสมาชิกที่อิสระต่อกัน 21 ตัว ดังนี้

$$C_{IJ} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix}$$

จากสมบัติความเป็นไอโซโทรปิก (isotropic) ของวัสดุ คือ ปริมาณทางฟิสิกส์จะไม่ขึ้นอยู่กับทิศทาง ทำให้ค่าคงที่ความแข็งในแต่ละทิศทาง  $x$   $y$  และ  $z$  จะเท่ากัน ดังนั้นเรา

สามารถเขียนค่าคงที่ความแข็ง  $C_{ij}$  โดยใช้ตัวแปรเพียง 2 ตัวได้แก่  $\lambda$  และ  $\mu$  ซึ่งเรียกว่า ค่าคงที่ของลามเม่ (Lame' constant) ได้เป็น

$$C_{ij} = C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.14)$$

เมื่อ  $\delta_{ij}$  คือ Kronecker delta มีสมบัติคือ

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$$

จากตารางที่ 1 และสมการที่ (2.14) จะได้ว่า

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \lambda + 2\mu, \quad C_{12} = C_{23} = C_{13} = \lambda$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \mu = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12})$$

ส่วนค่า  $C_{ij}$  ตัวอื่น ๆ จะเป็นศูนย์หมด ดังนั้นสำหรับของแข็งที่เป็นไอโซโทรปิก ค่าคงที่ความแข็งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าคงที่ของลามเม่ได้เป็น

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่า  $C_{ij}$  แต่ละตัวลงในสมการที่ (2.13) เราจะได้

$$T_1 = \lambda \Delta + 2\mu s_1, \quad T_2 = \lambda \Delta + 2\mu s_2, \quad T_3 = \lambda \Delta + 2\mu s_3$$



$$T_4 = \mu S_4, T_5 = \mu S_5, T_6 = \mu S_6 \quad (2.15)$$

เมื่อ  $\Delta = S_1 + S_2 + S_3$

จะเห็นได้ว่าค่าคงที่ของลามเ 2 ตัว คือ  $\lambda$  และ  $\mu$  สามารถใช้นิยามสมบัติความยืดหยุ่นของวัสดุได้อย่างสมบูรณ์ แต่ในทางปฏิบัติค่าสมบัติความยืดหยุ่นที่นิยมใช้ในการทดสอบสมบัติทางฟิสิกส์ของวัสดุ จะมีอยู่ 4 ค่า คือ

1. ค่ามอดูลัสของยัง (Young's Modulus) ใช้สัญลักษณ์เป็น E
2. อัตราส่วนของปัวส์ซอง (Poisson's ratio) ใช้สัญลักษณ์เป็น  $\nu$
3. ค่ามอดูลัสเชิงปริมาตร (bulk modulus) ใช้สัญลักษณ์เป็น K
4. ค่ามอดูลัสเฉือน (shear modulus) ใช้สัญลักษณ์เป็น G

เพราะทั้ง 4 ค่าสามารถแทนความหมายทางฟิสิกส์ได้ดีกว่า

### 2.1.3 ค่าคงที่ยืดหยุ่น (elastic constant)

1. ค่ามอดูลัสของยัง คือ อัตราส่วนของ ความเค้นตามยาวต่อความเครียดตามยาวเมื่อวัสดุถูกความเค้นกระทำที่ปลายทั้งสองด้านอย่างสม่ำเสมอ และพื้นที่ด้านข้างมีอิสระไม่ถูกยึดไว้และไม่มีความเค้นกระทำในทิศ y และ z เลย จากสมการที่ (2.15) จะได้ว่า

$$T_1 = \lambda \Delta + 2\mu S_1 = (\lambda + 2\mu)S_1 + \lambda(S_2 + S_3)$$

$$0 = \lambda \Delta + 2\mu S_2 = (\lambda + 2\mu)S_2 + \lambda(S_1 + S_3)$$

$$0 = \lambda \Delta + 2\mu S_3 = (\lambda + 2\mu)S_3 + \lambda(S_1 + S_2)$$

แก้สมการหาค่า  $S_1$ ,  $S_2$  และ  $S_3$  ได้เป็น

$$S_1 = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} T_1 \quad \text{และ} \quad S_2 = S_3 = -\frac{\lambda}{3\mu(3\lambda + 2\mu)} T_1 \quad (2.16)$$

และจากนิยามค่ามอดูลัสของยังจะได้

$$E = \frac{T_1}{S_1} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (2.17)$$

2. อัตราส่วนของปิวส์ของ คือ อัตราส่วนระหว่างระยะด้านกว้าง ต่อระยะด้านยาวที่เปลี่ยนแปลง เมื่อได้รับความเค้น

จากสมการที่ (2.16) จะได้อัตราส่วนของปิวส์ของเป็นดังนี้

$$\nu = -\frac{S_2}{S_1} = -\frac{S_3}{S_1} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (2.18)$$

3. ค่ามอดูลัสเชิงปริมาตร คือ อัตราส่วนระหว่าง ความดันที่ให้กับปริมาตรของวัตถุที่เปลี่ยนแปลง เมื่อวัตถุนั้นได้รับความเค้นที่ลดลงอย่างสม่ำเสมอ

เมื่อให้ความเค้น  $T_1 = T_2 = T_3$  กดลงทุกด้าน (วัสดุได้รับความดัน) ทำให้ปริมาตรของวัสดุลดลง จากสมการที่ (2.15) ถ้าให้  $T_1 = T_2 = T_3 = -T$  และ  $T_4 = T_5 = T_6 = 0$  จะได้

$$S_1 = S_2 = S_3 = -\frac{T}{3\lambda + 2\mu}$$

เมื่อ  $\Delta = S_1 + S_2 + S_3$  คือปริมาตรที่เปลี่ยนไปของวัตถุ จะได้

$$K = -\frac{T}{\Delta} = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad (2.19)$$

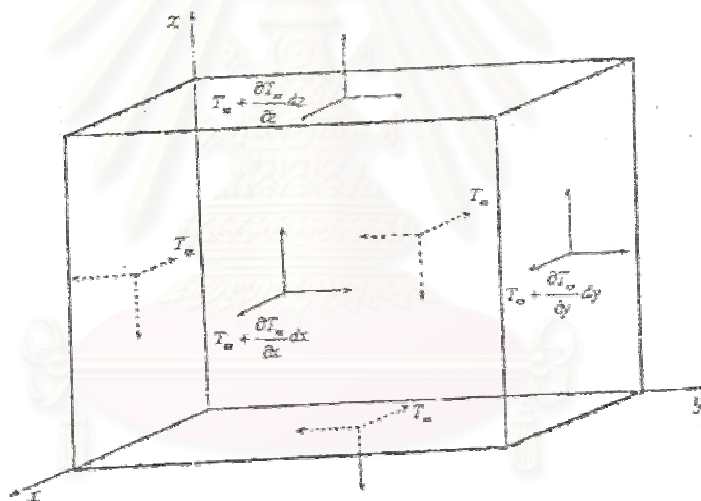
4. ค่ามอดูลัสเฉือน คือ อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่อความเครียดเฉือน จากสมการที่ (2.15) จะได้

$$G = \frac{T_4}{S_4} = \frac{T_5}{S_5} = \frac{T_6}{S_6} = \mu \quad (2.20)$$

### 2.1.4 คลื่นเสียงในเนื้อของแข็ง (bulk wave in solids)

- สมการการเคลื่อนที่ของคลื่นเสียงในของแข็ง

ในการหาสมการเคลื่อนที่สำหรับตัวกลางยืดหยุ่น เราจะพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของความเค้นที่ผ่านจากด้านหนึ่งไปอีกด้านหนึ่งของวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมเล็ก ๆ ที่มีด้านขนานกันดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ความเค้นกระทำบนรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานขนาดเล็ก ๆ [3]

ความเค้นจะเปลี่ยนค่าไป เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านไปอีกด้านหนึ่งของรูปทรงสี่เหลี่ยม ในการหาค่าแรงที่กระทำบนจุดศูนย์กลางของผิวแต่ละด้าน เราจะนำค่าความเค้นคูณด้วยพื้นที่ผิวของด้านนั้น ๆ สังเกตได้จากรูป จะมีแรงอยู่ 6 ค่าที่กระทำบนด้านแต่ละด้านที่ขนานกัน ถ้าเราพิจารณาผลของแรงที่กระทำในทิศ X จะได้

$$F_x = \left( T_{xx} + \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} dx \right) dydz - T_{xx} dydz + \left( T_{xy} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} dy \right) dx dz - T_{xy} dx dz \\ + \left( T_{xz} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} dz \right) dx dy - T_{xz} dx dy = \left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz$$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน เราจะได้ว่า

$$\left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right) dx dy dz = (\rho dx dy dz) \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของวัสดุ

$u_x$  คือ ระยะการขจัดในทิศ X

ดังนั้นจะได้

$$\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (2.21)$$

ในทำนองเดียวกัน เราจะหาสมการการเคลื่อนที่ในทิศ y และ z ได้เป็น

$$\frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial T_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (2.23)$$

เมื่อ  $u_y$  และ  $u_z$  คือ ระยะการขจัดในทิศทาง y และ z ตามลำดับ

จากนั้นเราจะเขียนสมการการเคลื่อนที่ให้อยู่ในรูปของค่าคงที่  $\lambda$  และ  $\mu$  โดยใช้สมการที่ (2.15) แทนค่าในสมการที่ (2.21) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\lambda\Delta + 2\mu S_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\mu S_6) + \frac{\partial}{\partial z}(\mu S_5) = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (2.24)$$

และจากสมการที่ (2.12)

$$S_1 = \frac{\partial \mu_x}{\partial x}, S_5 = \frac{\partial \mu_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}, S_6 = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

แทนค่าลงในสมการที่ (2.24) จะได้สมการการเคลื่อนที่ในทิศ X คือ

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 \mu_x = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (2.25)$$

เมื่อ 
$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$$

ในทำนองเดียวกันเราจะได้สมการการเคลื่อนที่ในทิศ y และ z คือ

$$\rho \frac{\partial^2 \mu_y}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 u_y \quad (2.26)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \mu_z}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 u_z \quad (2.27)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ที่ได้ เราจะมาพิจารณาลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคตัวกลางเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่าน โดยสมมติคลื่นระนาบ (plane wave) เคลื่อนที่ในตัวกลางในทิศ X อัตราเร็วในการเคลื่อนที่เป็น  $v$  ดังนั้น ระยะการกระจัดของอนุภาคตัวกลางในทิศ x y และ z

คือ  $u_x$ ,  $u_y$  และ  $u_z$  ตามลำดับ จะเป็นฟังก์ชันของตัวแปร  $\psi = x - vt$  ที่ขึ้นกับ  $x$  และ  $t$  เพียงอย่างเดียวก็คือ

$$u_x = u_x(\psi)$$

$$u_y = u_y(\psi)$$

$$u_z = u_z(\psi)$$

ดังนั้นเราจะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} &= \frac{\partial u_x}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -v \frac{\partial u_x}{\partial \psi} \Rightarrow \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial \psi^2} \\ \frac{\partial u_{xx}}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial \psi} \Rightarrow \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial \psi^2} \end{aligned} \quad (2.28)$$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial \psi^2}, \quad \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_y}{\partial \psi^2} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial \psi^2}, \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial \psi^2} \quad (2.30)$$

นำสมการที่ (2.28) แทนลงในสมการที่ (2.25) เราจะได้

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_x}{\partial \psi^2} = \rho v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial \psi^2} \quad (2.31)$$

ในทำนองเดียวกัน นำสมการที่ (2.29) และ (2.30) แทนลงในสมการ (2.26) และ (2.27) ตามลำดับเราจะได้

$$\rho v^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial \psi^2} = \mu \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (2.32)$$

$$\rho v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial \psi^2} = \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \quad (2.33)$$

จากสมการ (2.31) (2.32) และ (2.33) จะมีทางที่ทั้งสามสมการจะเป็นไปได้อยู่ 2 กรณี คือ

1. เมื่อ  $v^2 = \frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}$  และ  $\frac{\partial^2 u_y}{\partial \psi^2} = 0, \frac{\partial^2 u_z}{\partial \psi^2} = 0$
2. เมื่อ  $v^2 = \frac{\mu}{\rho}$  และ  $\frac{\partial^2 u_x}{\partial \psi^2} = 0$

#### 2.1.4.1 คลื่นตามยาว (longitudinal wave)

คลื่นตามยาว (longitudinal wave) คือคลื่นที่อนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ขนานกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นดังแสดงในรูปที่ 2.6(ก) ซึ่งคลื่นนี้เคลื่อนที่ผ่านตัวตัวกลางด้วยอัตราเร็ว

$$V = V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (2.34)$$

หรือเขียนในรูปมอดูลัสโดยใช้สมการที่ (2.19) และ (2.20) จะได้เป็น

$$V_L = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad (2.35)$$

เมื่อตัวกลางเป็นของเหลว ค่า  $G = 0$  เราจะได้

$$v_L = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.36)$$

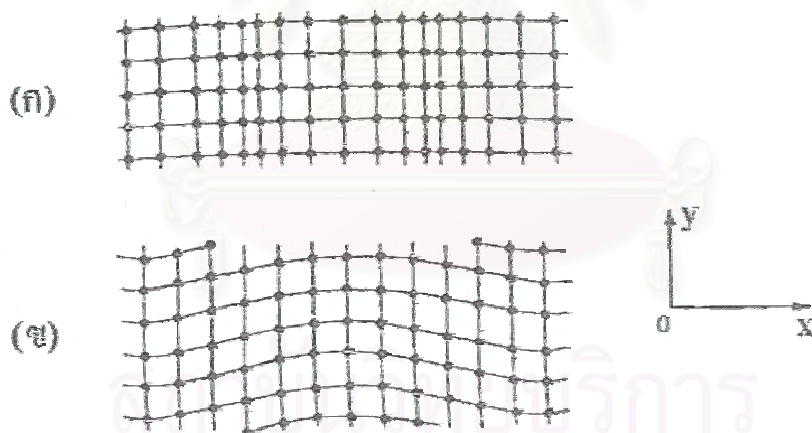
#### 2.1.4.2 คลื่นตามขวาง (transverse wave)

คลื่นตามขวาง (transvers wave) คือคลื่นที่อนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น ดังแสดงในรูปที่ 2.6 (ข) และคลื่นนี้เคลื่อนที่ผ่านตัวกลางด้วยอัตราเร็ว

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.37)$$

หรือเขียนในรูปของมอดูลัส โดยใช้สมการที่ (2.20) ได้เป็น

$$V = v_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.38)$$

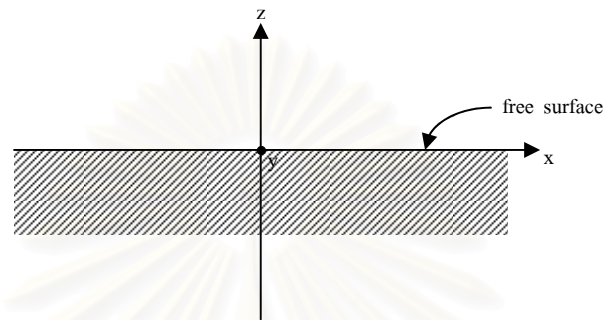


รูปที่ 2.6 เปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของคลื่น (ก) คลื่นตามยาว (ข) คลื่นตามขวาง[2]



### 2.1.5 คลื่นที่เคลื่อนที่บนผิวของของแข็ง (surface acoustic wave)

คลื่นเรย์ลี (Rayleigh wave) คือคลื่นที่สามารถเคลื่อนที่บนระนาบรอยต่อระหว่างของแข็งและสุญญากาศได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.7 ซึ่งแอมพลิจูดของคลื่นจะลดลงอย่างรวดเร็วในทิศ  $-z$



รูปที่ 2.7 ผิวรอยต่อของของแข็งและสุญญากาศ ที่สามารถเกิดคลื่นเรย์ลีได้

คลื่นเรย์ลีประกอบด้วยเคลื่อนที่แบบคลื่นในเนื้อของแข็งทั้งสองแบบคือ คลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง ผสมกันที่ผิวรอยต่อระหว่างสองตัวกลาง ดังนั้นเราสามารถเขียนเวกเตอร์การกระจัดของอนุภาคตัวกลางได้เป็น

$$\vec{u} = \vec{u}_L + \vec{u}_T$$

หรือเขียนในรูปของศักย์เวกเตอร์ (vector potential,  $\vec{\Psi}$ ) และศักย์สเกลาร์ (scalar potential,  $\phi$ ) ได้เป็น

$$\vec{u} = \nabla\phi + \nabla_x\Psi \quad (2.39)$$

ให้คลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ในทิศ  $+x$  และแอมพลิจูดลดลงในทิศ  $+z$  ดังนั้นค่า  $\phi$  และ  $\Psi$  จะไม่ขึ้นกับตัวแปร  $y$  เลย กล่าวคือ

$$\phi = \phi(x, z) \exp(i\omega t) \quad (2.40)$$

$$\vec{\Psi} = \hat{y}\Psi(x, z) \exp(i\omega t) \quad (2.41)$$

เราจะเรียก  $\phi$  และ  $\psi$  ว่าเป็นศักย์ของคลื่นตามยาว และศักย์ของคลื่นตามขวาง ตามลำดับ และ ศักย์ทั้ง 2 ตัวจะสอดคล้องกับสมการคลื่นดังนี้

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k_L^2 \phi = 0 \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_T^2 \psi = 0 \quad (2.43)$$

เมื่อ  $k_L = \frac{\omega}{V_L}$  และ  $k_T = \frac{\omega}{V_T}$  เป็นเลขคลื่น (wave number) ของคลื่นตามยาวและ คลื่นตามขวางในของแข็ง ตามลำดับ

$$\omega = 2\pi f \text{ เป็นความถี่เชิงมุม}$$

พิจารณาสมการที่ (2.39) โดยแทนค่าสมการที่ (2.40) และ (2.41) เราจะได้ ส่วนย่อยของเวกเตอร์การกระจัดเป็น

$$u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{และ} \quad u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.44)$$

โดยใช้สมการที่ (2.12) (2.15) (2.16) และ สมการที่ (2.44) เราจะได้

$$T_{xx} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \quad (2.45)$$

$$T_{zz} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right) \quad (2.46)$$

$$T_{xz} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) \quad (2.47)$$

ต่อไปเราจะหาคำตอบของสมการ (2.42) และ (2.43) ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของ คลื่นฮาร์มอนิก (harmonic wave) ที่เคลื่อนที่ในทิศ +x โดยให้

$$\phi = F(z)\exp[i(kx - \omega t)] \quad (2.48)$$

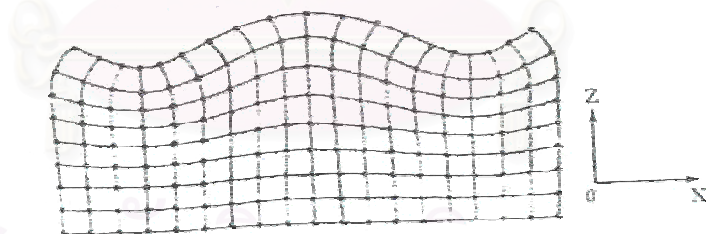
$$\psi = G(z)\exp[i(kx - \omega t)] \quad (2.49)$$

เมื่อ  $F(z)$  และ  $G(z)$  เป็นปริมาณที่บ่งชี้ว่าแอมพลิจูดของคลื่นจะเปลี่ยนตามค่า  $Z$  จากนั้นนำค่า  $\phi$  และ  $\psi$  ในสมการที่ (2.48) และ (2.49) แทนค่าในสมการ (2.42) และ (2.43) เพื่อหาค่า  $F(z)$  และ  $G(z)$  จะได้

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} - (k^2 - k_L^2)F(z) = 0 \quad (2.50)$$

$$\frac{d^2 G(z)}{dz^2} - (k^2 - k_T^2)G(z) = 0 \quad (2.51)$$

คำตอบของสมการ (2.50), (2.51)  $F(Z)$  จะอยู่ในรูปแบบ  $\exp(\pm \sqrt{k^2 - k_L^2} z)$  และ  $\exp(\pm \sqrt{k^2 - k_T^2} z)$  ตามลำดับ คำตอบที่เป็นเครื่องหมายบวก จะหมายถึง แอมพลิจูดของคลื่นจะเพิ่มขึ้นตามความลึกของตัวกลาง ส่วนคำตอบที่เป็นลบจะหมายถึง แอมพลิจูดของคลื่นจะลดลงตามความลึกของตัวกลาง ตรงกับลักษณะการเคลื่อนที่ของคลื่นเรย์ลีดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 ลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคตัวกลางเมื่อคลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ไปในทิศ  $+x$  [3]

ดังนั้นเราจึงเลือกคำตอบที่เป็นเครื่องหมายลบ จะได้ว่า

$$\phi = Ae^{-qz} e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.52)$$

$$\psi = Be^{-sz} e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.53)$$

เมื่อ  $q^2 = k^2 - k_L^2, s^2 = k^2 - k_T^2$  ,  $A$  และ  $B$  เป็นค่าคงที่ใดๆ

พิจารณารอยต่อ (ระนาบ  $Z = 0$ ) เราจะได้เงื่อนไขค่าขอบ (boundary condition)

$$T_{zz} = 0 \quad (2.54)$$

$$T_{xz} = 0 \quad (2.55)$$

จากสมการที่ (2.47), (2.52), (2.53) และ (2.55) หาความสัมพันธ์ของ  $A$  และ  $B$  ได้เป็น

$$B = \frac{-2ikqA}{k^2 + S^2} \quad \text{ดังนั้นเราจะได้ว่า}$$

$$\phi = +Ae^{i(kx - \omega t) - qz} \quad (2.56)$$

$$\psi = -iA \frac{2kq}{k^2 + S^2} e^{i(kx - \omega t) - sz} \quad (2.57)$$

ต่อไปจากสมการที่ (2.46) (2.54) (2.56) และ (2.57) สุดท้ายเราจะได้สมการลักษณะเฉพาะ (characteristic equation) ของ  $k$  เป็นดังนี้

$$4k^2 qs - (k^2 + S^2)^2 = 0 \quad (2.58)$$

เมื่อแทนค่า  $q^2 = k^2 - k_L^2$  และ  $S^2 = k^2 - k_T^2$  ลงในสมการที่ (2.58) เราจะได้

$$\left(\frac{V_R}{V_T}\right)^6 - 8\left(\frac{V_R}{V_T}\right)^4 + 8\left[3 - 2\left(\frac{V_T}{V_L}\right)^2\right]\left(\frac{V_R}{V_T}\right)^2 - 16\left[1 - \left(\frac{V_T}{V_L}\right)^2\right] = 0$$

เมื่อ  $V_R = \frac{\omega}{k}$  คือค่า อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี

สมการนี้เป็นสมการที่ใช้หาอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี โดยการคำนวณเชิงตัวเลข (numerical method) ซึ่งจะมีคำตอบของสมการอยู่ 6 คำตอบ แต่มีคำตอบอยู่คำตอบเดียวที่เป็นค่าจริงและเป็นบวก ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

### 2.1.6 คลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ตรงรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว

ในหัวข้อที่แล้วมา เป็นการเคลื่อนที่ของคลื่นเรย์ลี ที่รอยต่อระหว่างของแข็งและสุญญากาศซึ่งคลื่นกลไม่สามารถเคลื่อนที่ผ่าน ตัวกลางที่เป็นสุญญากาศได้ จึงไม่มีผลของการสั่นของอนุภาคของตัวกลางที่สุญญากาศ แต่ถ้าเป็นของเหลวคลื่นกลสามารถเคลื่อนที่ผ่านได้ เราจึงต้องนำผลของการสั่นของอนุภาคตัวกลางที่ของเหลวมาคิดด้วย ซึ่งผลอันนี้จะทำให้คลื่นเรย์ลี มีการสูญเสียพลังงานไปกับของเหลว ดังนั้นค่า  $k$  ต้องเป็นจำนวนเชิงซ้อน เราจะนิยาม  $k$  เป็น  $k = \frac{\omega}{V_R} + i\alpha$  ซึ่ง  $\alpha$  คือสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลี และจะเรียกคลื่นเรย์ลี

ที่มีการสูญเสียพลังงานไปกับของเหลวนี้ว่าคลื่นเรย์ลีรั่วซึม (leaky Rayleigh wave)

ต่อไปเราจะพิจารณาการสั่นของอนุภาคของตัวกลางในของเหลวโดยให้  $\phi_1$  เป็นศักย์สเกลาร์ของการกระจัดของอนุภาคในของเหลว ซึ่งการกระจัดจะเหมือนกับการกระจัดของคลื่นตามยาวในของแข็ง ดังนั้นเราสามารถเขียน  $\phi_1$  ให้สอดคล้องกับสมการที่ (2.42) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + k_1^2 \phi_1 = 0 \quad (2.59)$$

เมื่อ  $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$  คือ เลขคลื่นของคลื่นในของเหลว

คำตอบของสมการที่ (2.59) จะเป็นการเคลื่อนที่ของคลื่นระนาบในทิศทาง  $X$  เช่นเดียวกับการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาวในของแข็ง ดังนั้นเราให้

$$\phi_1 = H(z)e^{i(kx - \omega t)} \quad (2.60)$$

แล้วแทนค่าลงในสมการ (2.59) จะได้  $H(z) = Ce^{-\sqrt{(k^2 - k_1^2)z}}$  เนื่องจากค่า  $k$  น้อยกว่า  $k_1$  เราจะเขียน  $H(z)$  ใหม่ได้เป็น  $H(z) = Ce^{-i\sqrt{(k_1^2 - k^2)z}}$  แล้วแทนกลับลงในสมการที่ (2.60) จะได้

$$\phi_1 = Ce^{i(kx - q_w z - \omega t)}$$

เมื่อ  $q_w^2 = k_1^2 - k^2$  เทียบกับค่าศักย์สเกลาร์และศักย์เวกเตอร์ของการกระจัดของอนุภาคของของแข็งจากสมการที่ (2.52) และ (2.53) คือ

$$\begin{aligned}\phi &= Ae^{-qz} e^{i(kx - \omega t)} \\ \psi &= Be^{-sz} e^{i(kx - \omega t)}\end{aligned}$$

ซึ่งเราจะหาความสัมพันธ์ของ A และ B โดยใช้เงื่อนไขค่าขอบที่  $z = 0$  ค่า  $T_{xz} = 0$  จะได้

$$\begin{aligned}\phi &= +Ae^{i(kx - \omega t) - qz} \\ \psi &= -iA \frac{2kq}{k^2 + S^2} e^{i(kx - \omega t) - sz}\end{aligned}$$

ต่อไปเราจะหาการกระจัดในแนว X และ Z ของอนุภาคในของเหลวและของแข็งโดยใช้สมการ (2.44) จะได้

$$\begin{aligned}u_{x1} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = Cike^{i(kx - q_w z - \omega t)} \\ u_{z1} &= \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = -iCq_w e^{i(kx - q_w z - \omega t)} \\ u_x &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z} = Aki \left[ e^{-qz} - \frac{2sq}{k^2 + S^2} e^{-sz} \right] e^{i(kx - \omega t)} \\ u_z &= \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x} = -Aq \left[ e^{-qz} - \frac{2k^2}{k^2 + S^2} e^{-sz} \right] e^{i(kx - \omega t)}\end{aligned}$$

หาความสัมพันธ์ของ C และ A โดยใช้เงื่อนไขค่าขอบเขตที่  $z = 0$  ค่า  $k_{z1} = k_z$  จะได้

$$C = \frac{iAqk_T^2}{(k^2 + S^2)q_w}$$

ดังนั้นเราจะได้

$$u_{x1} = -Ak \frac{qk_T^2}{(k^2 + S^2)q_w} (e^{i(kx - q_w z - \omega t)})$$

$$u_{z1} = +A \frac{qk_T^2}{(k^2 + S^2)} e^{i(kx - q_w z - \omega t)}$$

สุดท้ายเราจะใช้เงื่อนไขค่าขอบที่  $z = 0$  ความดันในของเหลว  $\left[ P = \lambda \left( \frac{\partial u_{x1}}{\partial x} + \frac{\partial u_{z1}}{\partial z} \right) \right]$  เท่ากับ ความเค้น  $T_{zz}$  ในของแข็งจะได้ สมการลักษณะเฉพาะของ  $k$  เป็น

$$4k^2qs - (k^2 + S^2)^2 = i \frac{\rho_l}{\rho} \cdot \frac{qk_T^4}{q_w} \quad (2.61)$$

สมการนี้จะต่างจากสมการที่ (2.58) ตรงที่ข้างขวาของสมการจะมีผลของของเหลวเพิ่มเข้าไปด้วย ซึ่งประโยชน์ของสมการนี้จะใช้หาค่าความหนาแน่น ( $\rho$ ) และอัตราเร็วของคลื่นตามขวาง ( $V_T$ ) ในของแข็ง เมื่อทราบค่าความหนาแน่นของของเหลว อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี ( $V_R$ ) อัตราเร็วของคลื่นตามยาว ( $V_L$ ) และสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงาน ( $\alpha$ ) ซึ่งคำตอบของสมการนี้หาได้จากการคำนวณเชิงตัวเลข จะได้คำตอบของสมการอยู่ 6 คำตอบแต่มีคำตอบอยู่คำตอบเดียวที่เป็นค่าจริงและเป็นบวก ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### 2.1.7 อิมพีแดนซ์อคูสติก (acoustic impedance)

อิมพีแดนซ์อคูสติกเป็นปริมาณที่บ่งบอกถึงความสามารถในการส่งผ่านพลังงานเสียงของวัสดุ นิยามโดยค่าความหนาแน่นของวัสดุคูณด้วยอัตราเร็วเสียงในวัสดุนั้น

$$Z = \rho V \quad (2.62)$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของวัสดุมีหน่วยเป็น  $\text{kg/m}^3$

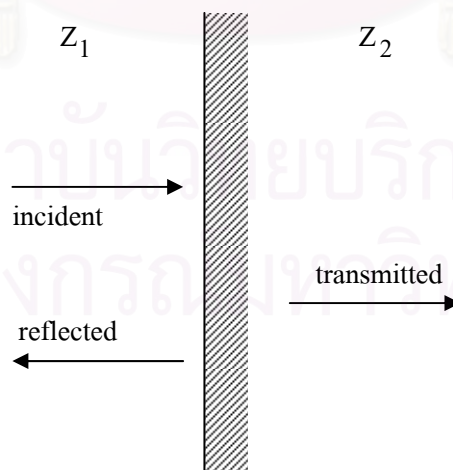
$V$  คือ อัตราเร็วเสียงของวัสดุมีหน่วยเป็น  $\text{m/s}$

ดังนั้น ค่าอิมพีแดนซ์อคูสติก จะมีหน่วยเป็น  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{S}}$  แต่นิยมใช้กันเป็น Mrayl โดยที่

$$1 \text{ Mrayl} = 1 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{S}}$$

### 2.1.8 การสะท้อนและการหักเหของเสียงที่รอยต่อระหว่างของเหลวและของแข็ง (reflection and refraction at liquid-solid interface)

#### 2.1.8.1 คลื่นเสียงตกกระทบตั้งฉาก



รูปที่ 2.9 คลื่นเสียงตกกระทบตั้งฉากบนรอยต่อระหว่างของเหลวและของแข็ง



จากรูปที่ 2.9 เมื่อคลื่นระนาบเคลื่อนที่จากตัวกลางที่เป็นของเหลว ไปตกกระทบตัวกลางที่เป็นของแข็ง คลื่นบางส่วนจะสะท้อนกลับมาจากของเหลว และบางส่วนจะส่งผ่านเข้าไปในเนื้อของของแข็ง สามารถเขียนสัจของคลื่นทั้งสามได้ดังนี้

$$\phi_i = A_i e^{i(k_1 z - \omega t)}$$

$$\phi_r = A_r e^{i(k_1 z - \omega t)}$$

$$\phi_t = A_t e^{i(k_L z - \omega t)}$$

โดยใช้เงื่อนไขค่าขอบที่  $z = 0$  อัตราเร็วของคลื่นจะเป็นไปตามสมการความต่อเนื่อง (continuity equation)

$$u_i + u_r = u_t \quad (2.63)$$

โดยใช้สมการที่ (2.44) แทนในสมการที่ (2.63) จะได้

$$-k_1 A_i + k_1 A_r = -k_1 A_t \quad (2.64)$$

และจากเงื่อนไขค่าขอบที่  $z = 0$  ความดันของคลื่นจะเป็นไปตามสมการความต่อเนื่อง

$$P_i + P_r = T_{zz} \quad (2.65)$$

โดยใช้สมการที่ (2.19) และ (2.46) จะได้

$$\lambda_1 A_i k_1^2 - \lambda_1 A_r k_1^2 = (\lambda_s + 2\mu_s)(-A_t k_L^2) \quad (2.66)$$

จากสมการที่ (2.34) (2.36) และ (2.66) จะได้สัมประสิทธิ์การสะท้อน (reflection coefficient)

$$R = \frac{A_r}{A_i} = \frac{V_L \rho_s - V_1 \rho_1}{V_L \rho_s + V_1 \rho_1} \quad (2.67)$$

และสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (transmission coefficient)

$$T = \frac{A_t \rho_s}{A_i \rho_1} = \frac{2V_L \rho_s}{V_L \rho_s + V_1 \rho_1} \quad (2.68)$$

จากสมการที่ (2.62) สามารถเขียนสัมประสิทธิ์การสะท้อนและสัมประสิทธิ์การส่งผ่านให้อยู่ในรูปของอิมพีแดนซ์อคูสติกของทั้งสองตัวกลางได้เป็น

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (2.69)$$

$$T = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad (2.70)$$

เมื่อ  $Z_1$  และ  $Z_2$  คือ อิมพีแดนซ์อคูสติกของของแข็งและของของเหลวตามลำดับ

### 2.1.8.2 คลื่นเสียงตกกระทบทำมุม

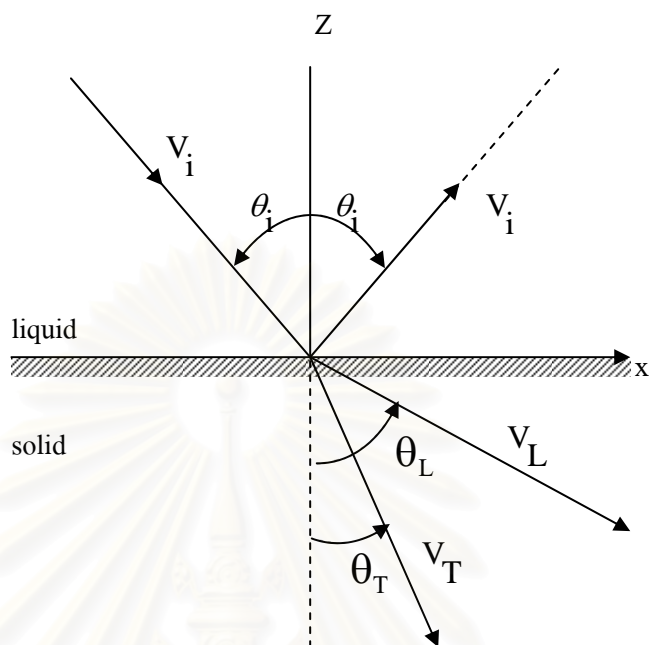
จากรูปที่ 2.10 เมื่อคลื่นระนาบที่เป็นคลื่นตามยาว เคลื่อนที่จากของเหลวมาตกกระทบทำมุม  $\theta_i$  กับเส้นตั้งฉากกับระนาบต่อบนผิวของแข็ง จะมีคลื่นบางส่วนที่เป็นคลื่นตามยาวสะท้อนกลับไปที่ของเหลว และบางส่วนส่งผ่านเข้าไปในเนื้อของแข็งแล้วเกิดการหักเหของคลื่น ซึ่งจะมีคลื่นอยู่ 2 ชนิด คือ คลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง เกิดการหักเหในเนื้อของแข็งที่มุมต่างกันสามารถเขียนสัจของคลื่นทั้งหมดได้ดังนี้

$$\phi_i = A e^{i(k_1 \sin \theta_i x - k_1 \cos \theta_i z - \omega t)} \quad (2.71)$$

$$\phi_r = A \operatorname{Re} e^{i(k_1 \sin \theta_r x - k_1 \cos \theta_r z - \omega t)} \quad (2.72)$$

$$\phi = A T_L e^{i(k_L \sin \theta_L x - k_L \cos \theta_L z - \omega t)} \quad (2.73)$$

$$\psi = A T_T e^{i(k_S \sin \theta_T x - k_T \cos \theta_T z - \omega t)} \quad (2.74)$$



รูปที่ 2.10 คลื่นเสียงตกกระทบทำมุม  $\theta_i$  บนรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว

โดยใช้เงื่อนไขค่าขอบที่  $Z = 0$  อัตราเร็วของคลื่นในแนวตั้งฉากกับระนาบรอยต่อจะเป็นไปตามสมการความต่อเนื่อง

$$u_i = u_r = u_t \quad (2.75)$$

และใช้สมการที่ (2.44) แทนในสมการ (2.75) จะได้

$$\frac{\sin \theta_i}{V_i} = \frac{\sin \theta_r}{V_i} = \frac{\sin \theta_L}{V_L} = \frac{\sin \theta_T}{V_T} \quad (2.76)$$

เราสามารถหาค่ามุมหักเหของคลื่นตามยาว  $\theta_L$  ได้ดังนี้

$$\theta_L = \sin^{-1} \left( \frac{V_L}{V_i} \sin \theta_i \right)$$

ซึ่งค่า  $\theta_L$  จะเป็นค่าจริงก็ต่อเมื่อ  $v_L \sin \theta_i \leq 1$  และค่า  $\theta_i$  ที่ทำให้  $v_L \sin \theta_i = 1$  เราเรียกว่ามุมนี้ว่ามุมวิกฤติ (critical angle,  $\theta_C$ )

ที่นี้เราจะมาพิจารณาเมื่อ  $\theta_i = \theta_{CL}$  จะทำให้  $\theta_L = 90^\circ$  ผลก็คือคลื่นตามยาวจะเคลื่อนที่ขนานไปบนผิวยรอยต่อ และถ้า  $\theta_i > \theta_{CL}$  จะเกิดการสะท้อนกลับหมด (total internal refraction) ของคลื่นตามยาว

ต่อไปเราจะดูลักษณะของคลื่นเมื่อ  $\theta_i > \theta_{CL}$  โดยจากสมการที่ (2.73) พิจารณาพจน์ที่สองของตัวชี้กำลัง

$$\begin{aligned} \cos \theta_{Lz} &= \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta_L} \\ &= \pm \sqrt{1 - \left(\frac{v_L}{v_1}\right)^2 \sin^2 \theta_i} \end{aligned}$$

เมื่อ  $\theta_i > \theta_{CL}$  ทำให้  $\left(\frac{v_L}{v_1}\right)^2 \sin^2 \theta_i > 1$  ดังนั้น  $\cos \theta_{Lz} = \pm i \sqrt{\left(\frac{v_L}{v_1}\right)^2 \sin^2 \theta_i - 1}$  จะ

เห็นว่า  $\cos \theta_L$  จะเป็นจำนวนเชิงซ้อนเราจะเลือกค่าที่เป็นลบและให้  $b = \sqrt{\left(\frac{v_L}{v_1}\right)^2 \sin^2 \theta_i - 1}$

แล้วแทนกลับในสมการ (2.73) จะได้

$$\phi = A T_L e^{-b k_L z} e^{i(k_1 \cos \theta_i x - \omega t)}$$

ลักษณะการเคลื่อนที่ของคลื่นแบบนี้เราเรียกว่าคลื่นอีวานเนสเซนท์ (evanescent wave) ซึ่งจะเคลื่อนที่ไปบนรอยต่อในทิศ +X และแอมพลิจูดของคลื่นจะลดลงในทิศ-Z

และในทำนองเดียวกันถ้ามุม  $\theta_i > \theta_{CT}$  (มุมวิกฤติของคลื่นตามขวาง) จากสมการที่(2.74) จะได้

$$\psi = A T_T e^{-c k_T z} e^{i(k_T \sin \theta_i x - \omega t)}$$

เมื่อ  $C = \sqrt{\left(\frac{V_T}{V_t}\right)^2 \sin^2 \theta_i - 1}$  และคลื่นนี้ก็คือคลื่นอิวานเนสเซนท์ของคลื่นตามขวาง

พิจารณาคคลื่นอิวานเนสเซนท์ของคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง จะเห็นว่าลักษณะการเคลื่อนที่ของคลื่นจะเหมือนกับ คลื่นในสมการที่ (2.52) และ (2.53) ซึ่งเป็นองค์ประกอบของคลื่นเรย์ลีที่เป็นคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวางตามลำดับ ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าถ้ามุม  $\theta_i > \theta_{CT}$  แล้วคลื่นอิวานเนสเซนท์ของคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวางที่เกิดขึ้นบนรอยต่อ จะทำให้เกิดเรย์ลีขึ้นบนรอยต่อได้ และนี่ก็เป็นวิธีกำหนดคลื่นเรย์ลี โดยใช้คลื่นตามยาวเคลื่อนที่ตกกระทบทำมุมที่รอยต่อระหว่าง ของแข็งและของเหลว

เมื่อพิจารณารูปที่ 2.10 ถ้ามุม  $\theta_i$  เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จะมีเหตุการณ์ต่าง ๆ เกิดขึ้นดังนี้

1. เมื่อ  $\theta_i = \theta_{CL}$  (มุมวิกฤติของคลื่นตามยาว) เป็นผลทำให้  $\theta_L = 90^\circ$  นั่นคือคลื่นตามยาวจะเคลื่อนที่บนผิวรอยต่อ ระหว่าง 2 ตัวกลาง และเหลือคลื่นตามขวางเท่านั้นที่เคลื่อนที่อยู่ในเนื้อของแข็ง

2. เมื่อ  $\theta_{CL} < \theta_i < \theta_{CT}$  จะเกิดการสะท้อนกลับหมดของคลื่นตามยาว เป็นผลทำให้เกิดคลื่นอิวานเนสเซนท์ของคลื่นตามยาวที่รอยต่อ ขณะที่คลื่นตามขวางยังเคลื่อนที่อยู่ในเนื้อของแข็ง

3. เมื่อ  $\theta_i = \theta_{CT}$  (มุมวิกฤติของคลื่นตามขวาง) เป็นผลทำให้  $\theta_T = 90^\circ$  นั่นคือคลื่นตามขวางจะเคลื่อนที่บนผิวรอยต่อระหว่าง 2 ตัวกลางและไม่มีคลื่นชนิดใดเหลืออยู่ในเนื้อของแข็งเลย

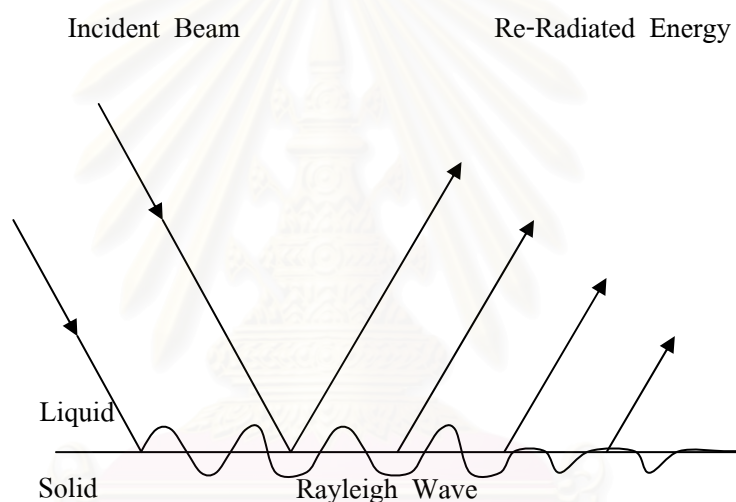
4. เมื่อ  $\theta_{CT} < \theta_i < \theta_R$  จะเกิดการสะท้อนกลับหมดของคลื่นตามขวาง เป็นผลทำให้เกิดคลื่นอิวานเนสเซนต์ของคลื่นตามขวางที่ผิวรอยต่อ จะเห็นว่าในขณะนี้จะมีการอิวานเนสเซนท์ของคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวางเกิดขึ้นที่ผิวรอยต่อ ซึ่งจะไปกระตุ้นให้เกิดคลื่นเรย์ลีขึ้นที่ผิวรอยต่อได้

5. เมื่อ  $\theta_i = \theta_R$  คลื่นเรย์ลีที่เกิดขึ้นจะมีแอมพลิจูดสูงที่สุดที่มุมตกกระทบนี้ โดย

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{V_L}{V_R}\right) \quad (2.77)$$

เมื่อคลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ผ่านระหว่างรอยต่อของแข็งและของเหลว อนุภาคของตัวกลาง จะมีการสั่น ทั้งในทิศทางกับผิวรอยต่อ และตั้งฉากกับผิวรอยต่อ ในส่วนที่อนุภาคตัวกลางที่สั่น ตั้งฉากกับผิวรอยต่อ จะทำให้เกิดคลื่นตามยาวเคลื่อนที่กลับเข้าไปในของเหลว โดยทำมุมกับมุม ตกกระทบ จึงทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีไปเป็นคลื่นตามยาวในของเหลว ผลก็คือ คลื่นเรย์ลีจะเคลื่อนที่ระยะทางสั้น ๆ แล้วก็หายไป ดังแสดงในรูปที่ 2.11

ดังนั้นเราจึงสามารถที่จะหาอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี ที่เกิดขึ้นบนผิวของของแข็งได้ โดยอาศัยการวัดเวลาระหว่างคลื่นที่ส่งไปกับที่คลื่นสะท้อนกลับมาจากที่ของเหลว โดยใช้หัววัดที่สามารถรับรู้สัญญาณเสียงที่มาตกกระทบตัวมันได้



รูปที่ 2.11 คลื่นตกกระทบทำให้เกิดคลื่นเรย์ลี จากนั้นเกิดการสูญเสียพลังงานไปเป็นคลื่นตามยาวเคลื่อนที่กลับไปที่ของเหลว

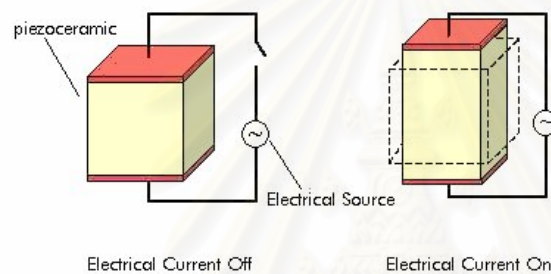
## 2.2 วัสดุที่ใช้ทำระบบทรานสดิวเซอร์โฟกัส (line-focus transducer)

วัสดุที่ใช้ทำต้องเป็นวัสดุประเภทเพียโซอิเล็กทริก

Piezoelectricity หมายถึงความสามารถของวัสดุที่เปลี่ยนแรงดันเป็นไฟฟ้าได้ การสร้างความต่างศักย์ไฟฟ้า เมื่อมีแรงดันมากระทำ โดยเกิดจากแรงดันเปลี่ยนแปลง ความหนาแน่นของไดโพล (dipole) ในเนื้อวัสดุ โดยสามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธีคือ

1. direct piezoelectric effect จะหมายถึงการสร้างประจุไฟฟ้าเมื่อมีแรงดันมากระทำ

2. converse piezoelectric effect จะหมายถึงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่เกิดจากความเค้นหรือความเครียด (stress/strain) เมื่อป้อนความต่างศักย์ไฟฟ้า



รูป 2.12 แสดงสมบัติเพียโซอิเล็กทริก

โดยวัสดุที่มีคุณสมบัติเพียโซอิเล็กทริก มีหลายชนิดเช่น Quartz , Lithium niobate โพลีเมอร์บางชนิด เป็นต้น ซึ่งตารางที่ 2.1 จะแสดงคุณสมบัติของเพียโซอิเล็กทริกของวัสดุแต่ละชนิด

ตารางที่ 2.1 แสดงคุณสมบัติของเพียโซอิเล็กทริกของวัสดุแต่ละชนิด

Material	Mass Density Kg/m <sup>3</sup>	Longitudinal Velocity m/s	Acoustic Impedance X 10 <sup>6</sup> kg/m <sup>2</sup> s
Quartz(X Cut)	2650	5740	15.2
Lithium niobate (Y + 30 ° Cut)	4640	7400	34
Zinc Oxide (Z Cut)	5680	6330	36
PZT 5A	7750	4350	33.7
PVDF	1777	2150	3.82

ซึ่งจากข้อมูลในตารางพบว่า พอลิเมอร์โพลีไวนิลิดีนฟลูออไรด์ (PVDF) ข้อดีคือ

มีค่า อิมพีแดนซ์อะคูสติก (Acoustic Impedance)  $3.82 \times 10^6 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$  ซึ่งใกล้เคียงกับน้ำ ที่มีค่า  $1.5 \times 10^6 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$  ในกรณีที่ใช้น้ำเป็นตัวกลาง ค่า อิมพีแดนซ์อะคูสติก ที่ใกล้เคียงกันจะช่วยลดการสูญเสียพลังงานในการเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางทั้งสองชนิด



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



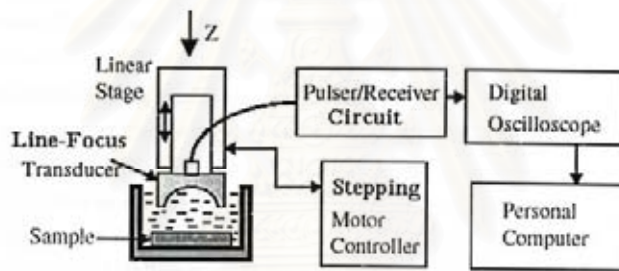
## บทที่ 3

### การพัฒนาและการออกแบบสร้างวงจรกำเนิดและรับสัญญาณ

#### 3.1 การพัฒนาระบบการวัดจุลทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส

โดยงานวิจัยนี้ได้พัฒนาต่อจากงานวิทยานิพนธ์[1] ของ คุณปกรณ์ ปรีชาบุรณะ ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2547 ที่ได้ใช้คลื่นอัลตราโซนิก ในการวัดค่าคงที่ยืดหยุ่นของวัสดุ โดยใช้อุปกรณ์รับส่งในตัวเดียวกันที่เรียกว่าทรานสดิวเซอร์แบบไลน์โฟกัส ที่สามารถทำให้เกิดคลื่นเรย์ลีขึ้นบนผิววัสดุ แล้ววัดค่าอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี อัตราเร็วของคลื่นตามยาวและสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานเพื่อใช้คำนวณหาค่าคงที่ยืดหยุ่นของวัสดุ

##### 3.1.1 ส่วนประกอบของเครื่องจุลทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส



รูปที่ 3.1 ส่วนประกอบของระบบจุลทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส

ระบบจุลทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัสที่สร้างขึ้นจะประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังรูปที่ 3.1 มีดังนี้คือ

ทรานสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสจะทำหน้าที่ในการแปลงสัญญาณไฟฟ้าไปเป็นคลื่นอัลตราโซนิก ในการส่งสัญญาณออกไป ในทางกลับกันก็จะสามารถรับคลื่นอัลตราโซนิกที่สะท้อนกลับมาจากวัสดุแล้วแปลงเป็นสัญญาณไฟฟ้า โดยทรานสดิวเซอร์ไลน์โฟกัส ที่ใช้ทำมาจากวัสดุที่มีสมบัติเพียโซอิเล็กทริก การศึกษาที่ใช้วัสดุพอลิเมอร์ที่เรียกว่าฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ โดยหนุนรองด้วยวัสดุที่มีค่าอิมพีแดนซ์อคูสติกที่ใกล้เคียงกับฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ เพื่อลดการสูญเสียพลังงานและเพิ่มความสามารถในการรับสัญญาณสะท้อนกลับที่มีขนาดเล็กได้ดียิ่งขึ้น

พัลส์เซอร์รี่ย์ฟเวอรั ในส่วนนี้จะทำหน้าที่เป็นตัวกำเนิดสัญญาณพัลส์ ที่ไปกระตุ้น แทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสให้สร้างสัญญาณคลื่นอัลตราโซนิกส่งไปที่วัสดุ และรับสัญญาณคลื่น อัลตราโซนิก ที่สะท้อนกลับมาจากวัสดุ โดยเครื่องพัลส์เซอร์รี่ย์ฟเวอรั จะทำการแยกสัญญาณ รับและส่งออกจากกัน

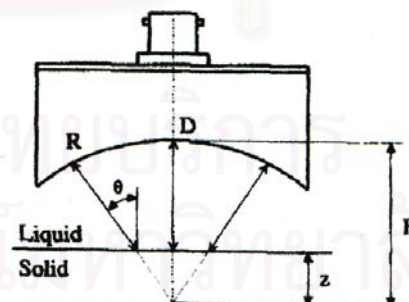
ออสซิลโลสโคป จะรับสัญญาณจาก พัลส์เซอร์รี่ย์ฟเวอรัเป็นสัญญาณ ของการเปลี่ยนแปลง แอมพลิจูด กับเวลา ที่ระยะทางนั้น ๆ

คอมพิวเตอร์ จะทำหน้าที่ในการรับข้อมูลจาก ออสซิลโลสโคป โดยการส่งข้อมูลผ่าน ช่อง RS-232C มาทำการวิเคราะห์และประมวลผล

สเตปมอเตอร์ , แทนแนวตั้ง จะทำหน้าที่ในการเลื่อน แทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัส ไปที่ ระยะต่าง ๆ เพื่อให้ได้สัญญาณที่ดีเหมาะสม

### 3.1.2 หลักการและขั้นตอนการทำงานของเครื่องจูลัทสน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัส

เริ่มต้นจะทำการตั้งตำแหน่งของ แทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสไว้ที่ตำแหน่งโฟกัส หลังจากนั้น จะใช้วิธีที่เรียกว่าดีโฟกัสซึ่ง คือการเลื่อนตำแหน่งของแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัส เข้าหาวัสดุ และทำการเก็บค่าที่ตำแหน่งต่าง ๆ เนื่องจากแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสจะเป็นลักษณะโค้งจึงทำให้เกิดการกระตุ้นคลื่นเรย์ลีได้ เมื่อทำการเลื่อนตำแหน่งของแทรนสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสเข้าหาวัสดุก็ จะทำให้คลื่นเรย์ลีที่ได้มีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งต่างๆทำให้หาอัตราเร็ว ของคลื่นเรย์ลี ได้



รูปที่ 3.2 หัววัดที่ใช้ในการวัดความเร็วของคลื่นเรย์ลี

โดยเครื่องมือนี้จะทำการวัดอัตราเร็วของคลื่นตามยาว อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี และสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลี แล้วใช้ค่าที่วัดได้คำนวณหาค่าความหนาแน่น อัตราเร็วของคลื่นตามขวาง ค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสเฉือน และค่ามอดูลัสเชิงปริมาตรของวัสดุต่อไป

ในการวัดอัตราเร็วของคลื่นเรย์ลี โดยใช้เทรนสดีฟเฟอร์ไลน์โฟกัสจะต้องใช้วิธีที่เรียกว่าดีโฟกัสซิง (defocusing) ดังแสดงในรูปที่ 3.2 เมื่อเลื่อนเทรนสดีฟเฟอร์เข้าหาวัสดุในแนวตั้งเป็นระยะ  $Z$  จะเกิดคลื่นเรย์ลีที่มุม  $\theta_R$  ตามเส้นแนว  $R$  ซึ่งคลื่นเรย์ลีที่เกิดขึ้นจะเคลื่อนที่บนผิวหน้าของวัสดุ แล้วเปลี่ยนเป็นคลื่นตามยาวเคลื่อนที่กลับไปเทรนสดีฟเฟอร์ เนื่องจากการสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลีให้กับของเหลว ส่วนเส้นแนว  $D$  จะเป็นคลื่นตามยาวที่เคลื่อนที่ในเนื้อวัสดุ โดยจะเกิดพัลส์สะท้อนกลับ 2 พัลส์จากผิวหน้า และผิวหลังของวัสดุ ดังนั้นถ้าทราบความหนาแน่นของวัสดุก็จะสามารถหาอัตราเร็วของคลื่นตามยาวในวัสดุได้จากสมการตามยาวจากสมการ

$$V_L = \frac{2d}{t_d} \quad (3.1)$$

เมื่อ  $d$  = ความหนาแน่นของวัสดุ

$t_d$  = ช่วงเวลาการเคลื่อนที่ของคลื่นสะท้อนกลับจากผิวหน้าและผิวหลัง

$V_L$  = อัตราเร็วของคลื่นตามยาว

และจากรูปที่ 3.2 จากลักษณะโครงสร้างของหัววัด คลื่นที่สะท้อนโดยตรง (เส้น  $D$ ) เป็นค่าอ้างอิง เราสามารถคำนวณหาค่าเวลาที่ใช้ในการเดินทางของคลื่นเรย์ลี (เส้น  $R$ ) ถึงหัววัดได้จากสมการ[5]

$$t = \frac{2(1 - \cos\theta)Z}{V_w} \quad (3.2)$$

- $t$  คือ เวลาที่ใช้ในการเดินทางของคลื่นเรย์ลี  
 $Z$  คือ ระยะจากจุดโฟกัสถึงรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว  
 $V_w$  คือ ความเร็วของคลื่นตามยาวในของเหลว  
 $V_R$  คือ ความเร็วของคลื่นเรย์ลี  
 $\theta$  คือ มุมที่ทำให้เกิดคลื่นเรย์ลี

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{V_w}{V_R} \right) \quad (3.3)$$

จาก (3.2) จะเห็นว่าเวลาที่ใช้ในการเดินทางของคลื่นเรย์ลี  $t$  จะแปรผันโดยตรงกับ ระยะ  $Z$  ซึ่งเป็น (ระยะจากจุดโฟกัสถึงรอยต่อระหว่างของแข็งและของเหลว) หรืออัตราการเปลี่ยนระยะ  $Z$  เทียบ กับ เวลาหาได้ตามสมการ

$$\frac{dZ}{dt} = \frac{V_w}{2(1 - \cos \theta)} \quad (3.4)$$

หมายความว่าเมื่อสร้างกราฟระหว่างระยะ  $Z$  กับ เวลา  $t$  จะได้ ความชันของกราฟจะสัมพันธ์ตาม สมการ (3.4) หลังจากแทนค่ามุม  $\theta$  จากสมการ (3.3) ลงในสมการที่ (3.4) แล้วจัดรูปจะได้ดังสมการ (3.5)

$$V_R = \left[ \frac{1}{V_w \left( \frac{dZ}{dt} \right)} - \frac{1}{4 \left( \frac{dZ}{dt} \right)^2} \right]^{-1/2} \quad (3.5)$$

ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงาน จะหาได้จาก การลดลงของแอมพลิจูดของคลื่นเรย์ลี ซึ่ง เขียนได้เป็น[8]

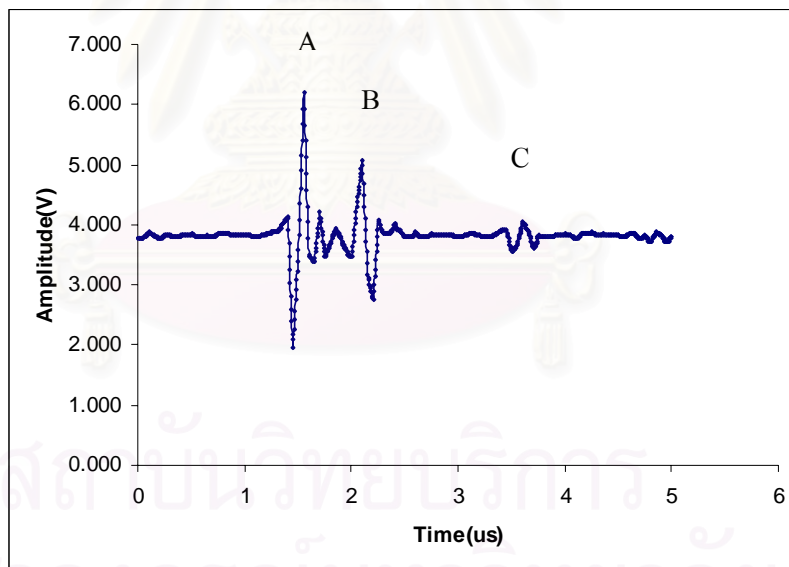
$$A(z) = A_0 \exp \left[ -2\alpha_w \left( F - \frac{z}{\cos \theta_R} \right) - 2\alpha_R z \tan \theta_R \right] \quad (3.6)$$

ดังนั้นสามารถหาค่า  $\alpha_R$  ได้เป็น

$$\alpha_R = \frac{\alpha_W}{\sin\theta_R} - \frac{1}{2\tan\theta_R} \frac{d[\ln A(z)]}{dz} \quad (3.7)$$

เมื่อ  $\alpha_W$  คือสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของน้ำ

โดยแนวทางในการพัฒนาคือการเก็บและอ่านค่าโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เนื่องจากในการวัดแบบเดิมขั้นตอนนี้มีการเก็บข้อมูลโดยคอมพิวเตอร์แต่ข้อมูลได้ขาดหายไปโดยเข้าใจว่าการอ่านค่าน่าจะใช้คนอ่านค่า ซึ่งถ้าเป็นจริงจะใช้เวลาค่อนข้างมากในการเก็บและการประมวลผล ดังนั้นจึงได้ทดลองใช้โปรแกรมในการเก็บและประมวลผล โดยมีแนวทางคือ นำข้อมูลที่จัดเก็บในคอมพิวเตอร์ที่เป็นเป็นหน้าจอของออสซิลโลสโคปมาตรวจจับหายอดคลื่น โดยหาค่าที่มากและน้อยที่สุดแล้วเก็บค่าไว้ หลังจากนั้นลบข้อมูลส่วนนี้ออกไป ทำไปจนครบ 3 ครั้งแล้วเปลี่ยนเป็นข้อมูลใหม่ต่อไป โดยข้อมูลที่ได้จากออสซิลโลสโคปให้ผลดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 รูปสัญญาณที่อ่านได้จากออสซิลโลสโคป

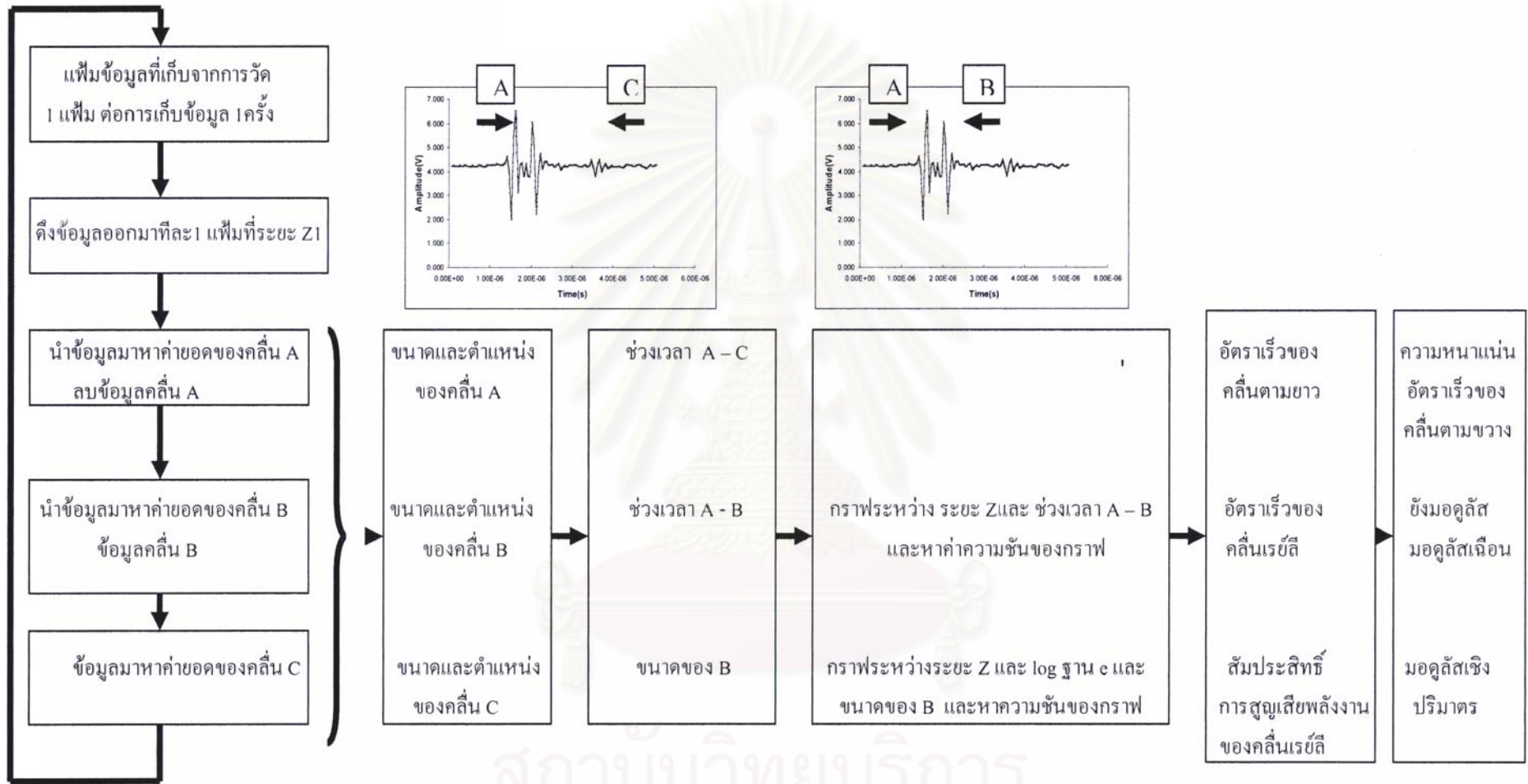
คลื่นรูป A เกิดจากการที่คลื่นอัลตราโซนิคตกกระทบที่ผิวหน้าของวัสดุแล้วสะท้อนกลับเข้าหัววัด

คลื่นรูป B เกิดจากการที่หัววัดเคลื่อนที่เข้าหาวัสดุ จะทำคลื่นเกิดการตกกระทบที่มุมต่าง ๆ กันของคลื่นอัลตราโซนิคทำให้เกิดการรวมกันของคลื่นตามยาว และคลื่นตามขวางที่ผิวรอยต่อระหว่างเนื้อวัสดุและของเหลวทำให้เกิดคลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่บนผิว ของวัสดุและสะท้อนเข้าหัววัด

คลื่นรูป C เกิดจากการที่คลื่นอัลตราโซนิคตกกระทบที่ผิวหลังของวัสดุแล้วสะท้อนกลับเข้าหัววัด

ดังนั้นจึงได้ทำการออกแบบโปรแกรมในการตรวจวัดยอดของรูปคลื่นทั้ง 3 รูป โดยหลักการทำงานของโปรแกรมนี้นี้คือ

1. ทำการตรวจวัดยอดของรูปคลื่นที่มีขนาดแอมพลิจูดโตที่สุดก่อน และทำการจัดเก็บตำแหน่งและแอมพลิจูดของยอดรูปคลื่นทั้งทางด้านบนและด้านล่างเอาไว้
2. ทำการลบข้อมูลในส่วนของคลื่นรูปที่โตที่สุดที่เก็บข้อมูลไปแล้วออกไปทั้งหมดเพื่อป้องกันการตรวจวัดซ้ำ
3. ทำการตรวจวัดยอดของรูปคลื่นที่มีขนาดโตรองลงมา คราวนี้จะได้ข้อมูลของยอดของรูปคลื่นรูป B และทำการจัดเก็บตำแหน่งและแอมพลิจูดของยอดรูปคลื่นทั้งทางด้านบนและด้านล่างเอาไว้
4. ทำการลบข้อมูลในส่วนของคลื่นรูปที่โตรองลงมา ที่เก็บข้อมูลไปแล้วออกไปทั้งหมดเพื่อป้องกันการตรวจวัดซ้ำ
5. ทำการตรวจวัดยอดของรูปคลื่นที่มีขนาดโตรองลงมาอีก คราวนี้จะได้ข้อมูลของยอดของรูปคลื่นรูป C และทำการจัดเก็บตำแหน่ง และแอมพลิจูดของยอดรูปคลื่นทั้งทางด้านบนและด้านล่างเอาไว้
6. นำข้อมูลที่ระยะ Z อื่น ๆ มาตรวจหายอดคลื่นจนครบ
7. ทำการคำนวณค่าต่าง ๆ ดังขั้นตอนดำเนินงานของโปรแกรมรูปที่ 3.4



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

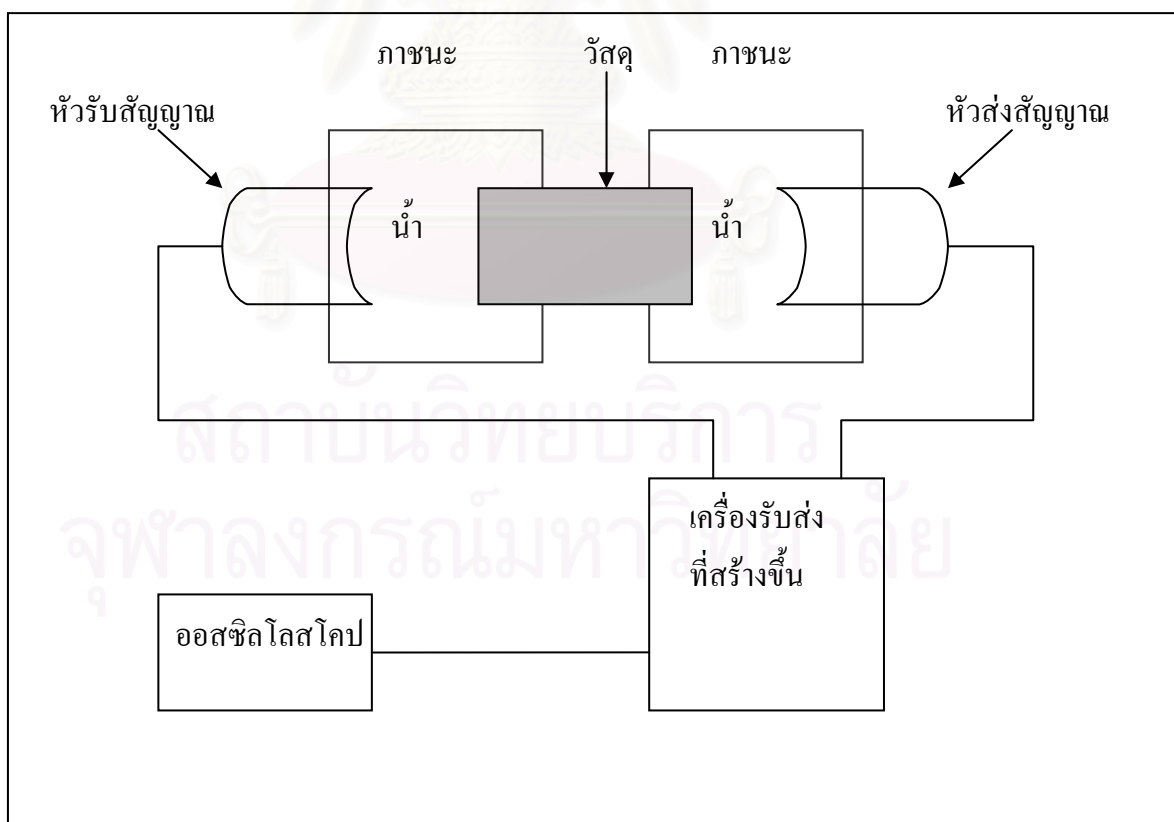
รูปที่ 3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

### 3.2 การสร้างเครื่องมือรับส่งสัญญาณ

จากการใช้เครื่องมือที่ออกแบบและสร้างโดย คุณปกรณ ปรึกษาบูรณะสามารถวัดค่าต่าง ๆ ของวัสดุที่วัดมีความแม่นยำถูกต้อง(คลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง 0.3 % - 15.7 %) แต่ปัญหาสำหรับเครื่องทดลองนี้ต้องนำผลของตำแหน่งระยะห่างและช่วงเวลามาใส่สูตรคำนวณจึงจะได้ผลการวัด ฉะนั้น จุดมุ่งหมายของมาตรวิทยาคือการสร้างเครื่องวัดสำเร็จรูป สามารถแปลงผลสัญญาณไฟฟ้าที่เกิดจากการวัดเป็นปริมาณวัดได้ทันทีจึงจำเป็นต้องสร้างวงจรกำเนิดสัญญาณ ปัญหาใหญ่อีกประการของอุปกรณ์วัดเดิมคือขนาดสัญญาณมีขนาดเล็กมากเป็นไมโครโวลต์ ( $\mu\text{V}$ ) ฉะนั้นการต่อสัญญาณเพื่อใช้ในการวัดค่าโดยวงจรอิเล็กทรอนิกส์นั้นจึงกระทำไม่ได้ นี่เป็นสาเหตุของการที่ต้องสร้างวงจรใหม่เพื่อใช้วัดผล และวงจรรับสัญญาณพร้อมวัดระยะห่างและช่วงเวลา

#### 3.2.1 การออกแบบสำหรับการวัดที่ใช้เครื่องมือที่สร้างขึ้น

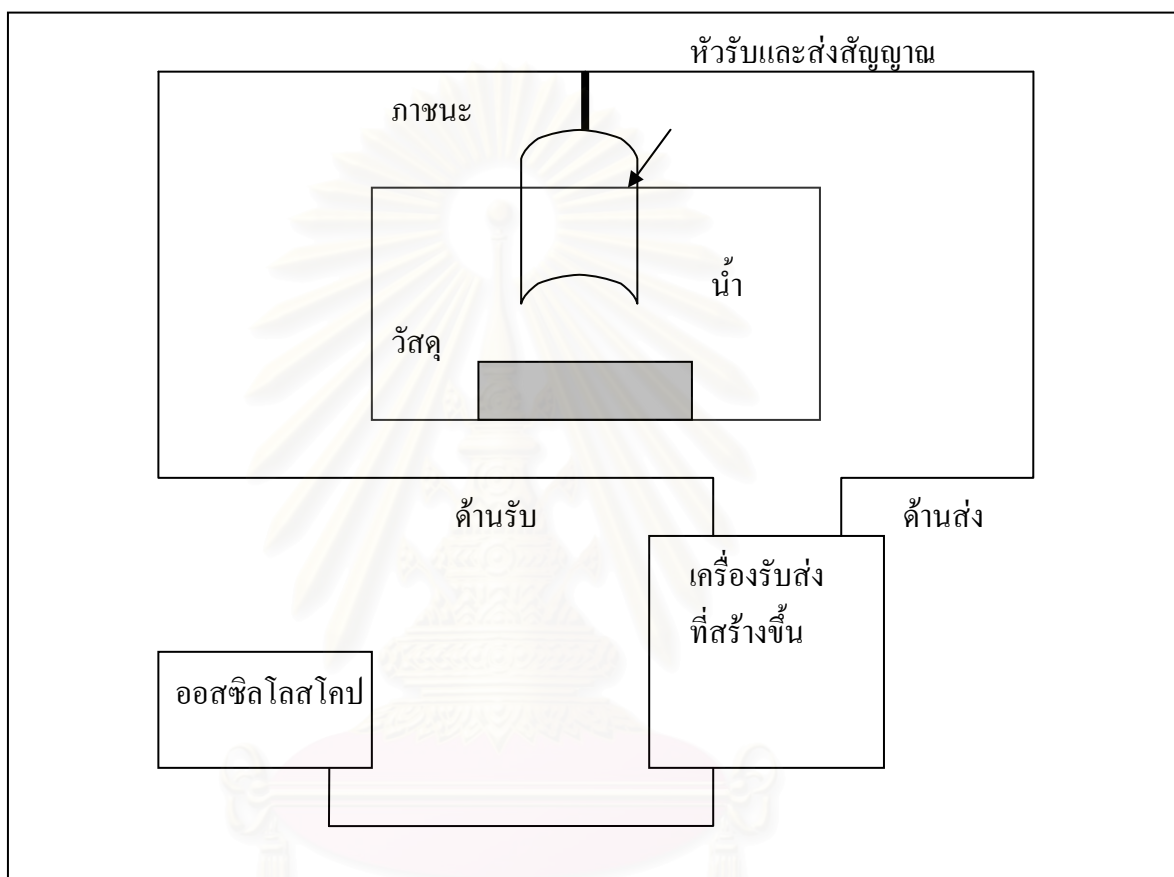
1. ใช้แบบแยกตัวรับตัวส่งคนละตัว สามารถอธิบายได้ดังรูปที่ 3.5 โดยจะแยกหัวส่งสัญญาณและหัวรับสัญญาณคนละภาชนะเพื่อป้องกันคลื่นอัลตราโซนิก ติดต่อกันผ่านตัวกลางที่เป็นน้ำ โดยมีวัสดุที่ต้องการวัดอยู่ตรงกลาง



รูปที่ 3.5 ระบบการวัดแบบแยกตัวรับตัวส่งคนละตัว



2. ใช้แบบตัวรับตัวส่งตัวเดียวกัน สามารถอธิบายได้ดังรูปที่ 3.6 โดยลักษณะการทำงานจะคล้ายกับระบบที่แยกตัวรับ – ส่ง แต่ใช้ตัวรับส่งเป็นตัวเดียวกัน

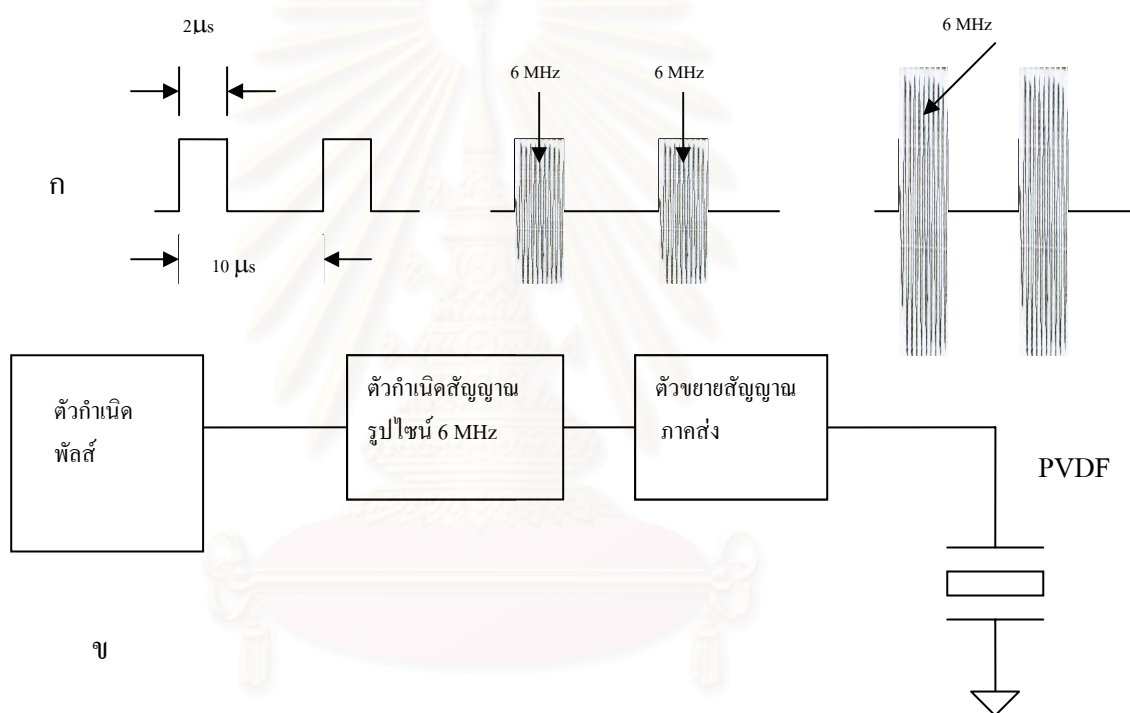


รูปที่ 3.6 ระบบการวัดแบบตัวรับตัวส่งตัวเดียวกัน

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### 3.2.2 ส่วนประกอบวงจรในภาคส่ง

วงจรกำเนิดสัญญาณหรือสัญญาณไฟฟ้า ที่ต้องป้อนแก่หัว แทรนสดีวเซอร์แบบ ไลน์โพกัส ประกอบไปด้วย 3 กลุ่มคือกลุ่มวงจรกำเนิดพัลส์ กลุ่มวงจรกำเนิดสัญญาณแบบไซน์และ วงจรผสมสัญญาณ พัลส์กับคลื่นแบบไซน์ ภาคขยายสัญญาณและ ภาคส่งสัญญาณดังแผนภาพใน รูป 3.7 ข และในรูปที่ 3.7 ก จะแสดงถึงรูปสัญญาณที่เกิดขึ้นที่ส่วนต่าง ๆ ของวงจร

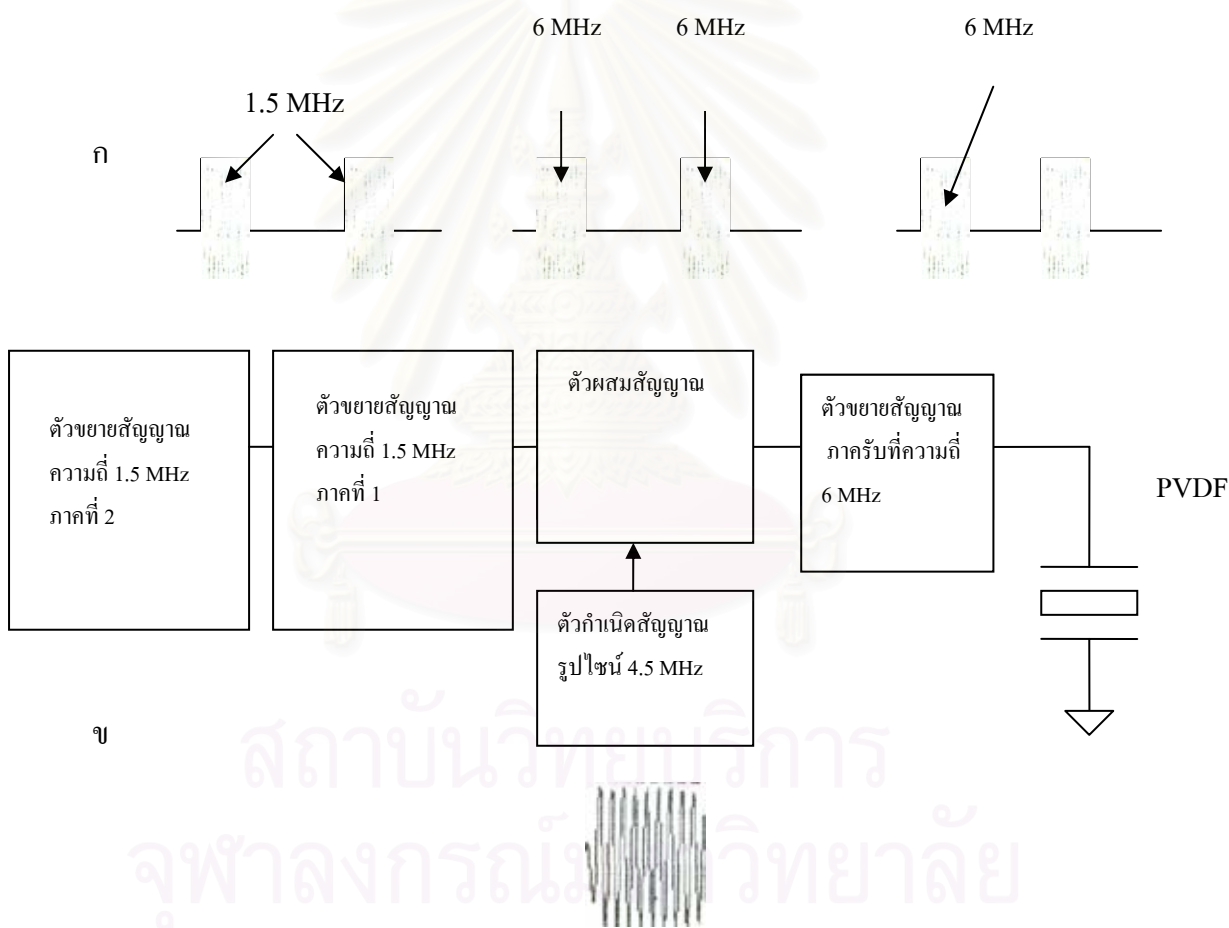


รูปที่ 3.7 แผนผังการทำงานของวงจรในการส่งคลื่นอัลตราโซนิก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

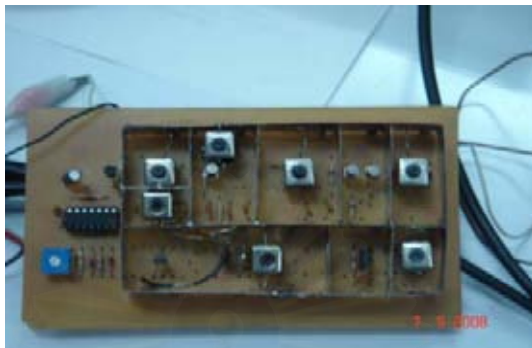
### 3.2.3 วงจรภาครับสัญญาณ

จากรูปที่ 3.8 เป็นภาพแสดงกลุ่มวงจรที่ประกอบด้วยส่วนภาครับสัญญาณจากตัวรับรู้คลื่นอัลตราโซนิก (ตัวรับ) ในที่นี้ใช้ฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ (PVDF) จะรับสัญญาณคลื่นอัลตราโซนิก หลังจากนั้นจะขยายสัญญาณส่งเข้าวงจรรวมจรผสมสัญญาณเพื่อเปลี่ยนสัญญาณจากความถี่ 6 MHz ไปเป็นความถี่ 1.5 MHz โดยการนำความถี่ 4.5 MHz ไปลบ ซึ่งเหตุผลคือเพื่อป้องกันการรบกวนกันของภาคส่งและภาครับที่ความถี่ 6 MHz หลังจากนั้นจะทำการขยายสัญญาณส่งเข้าเครื่องมือวัดต่อไป โดยรูปสัญญาณที่เกิดขึ้นจะแสดงในรูปที่ 3.8 ก



รูปที่ 3.8 แผนผังการทำงานของวงจรในการรับคลื่นอัลตราโซนิก

หลังจากนั้น ได้ทำการสร้างได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 เครื่องพัลส์เซอร์รชีพเวอร์ที่ได้สร้างขึ้น

หลังจากประกอบวงจรเสร็จได้ทำการทดลองวัดผลเทียบกับวงจรเดิม แต่ผลที่ได้ไม่เป็นไปตามที่ได้ตั้งสมมุติฐานไว้ ได้ทำการปรับปรุงอีกหลายครั้งแต่ผลที่ได้จากการทดลองก็ไม่ดีขึ้น

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 4

### วิธีทดลองและผลการทดลอง

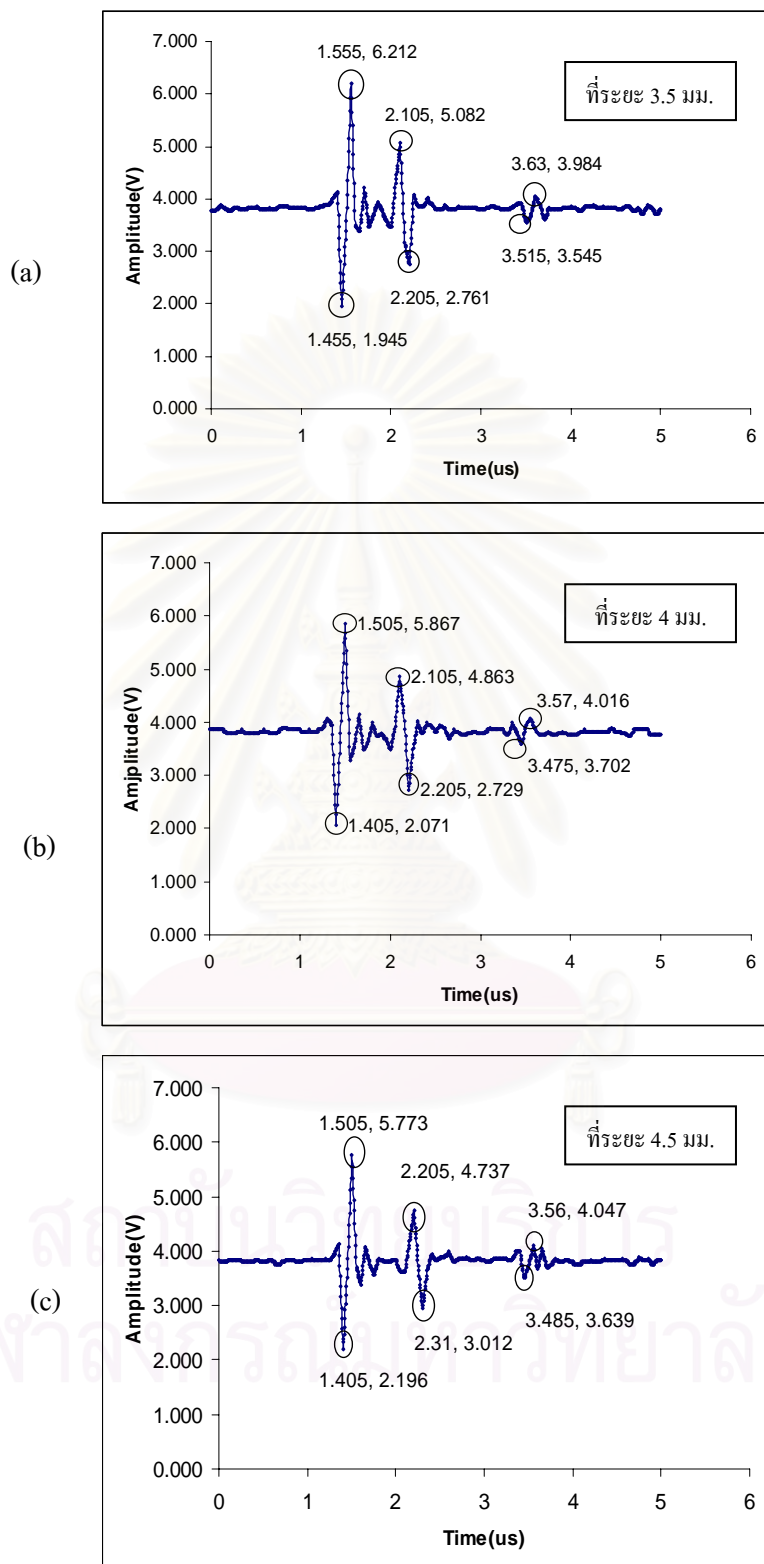
#### 4.1 การทดลองส่วนที่ 1 การปรับปรุงการประมวลผลข้อมูล

##### 4.1.1 วิธีทดลอง

1. จัดเตรียมการทดลองดังรูปที่ 3.1 โดยจัดให้แทรนสควิเซอร์อยู่ที่ระยะโฟกัสจากผิวหน้าของวัสดุ
  2. เลื่อนแทรนสควิเซอร์เข้าหาวัสดุที่ระยะ  $Z$  ต่าง ๆ แล้วเก็บข้อมูลที่วัดได้ของแต่ละระยะ  $Z$
  3. คำนวณหาค่า  $V_L$  โดยวัดความหนาของวัสดุ และวัดค่าเวลาที่คลื่นเสียงใช้เดินทางในเนื้อวัสดุแล้วแทนค่าในสมการ (3.1)
  4. วาดกราฟระหว่างระยะ  $Z$  และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวของวัสดุจากนั้นหาค่าความชันของกราฟแล้วแทนค่าลงในสมการที่ (3.5) จะได้อ่านค่า  $V_R$
  5. แทนค่า  $V_R$  ลงในสมการที่ (3.3) จะได้อ่านค่า  $\theta_R$
  6. วาดกราฟระหว่างค่าลอการิทึมของแอมพลิจูดของคลื่นเรย์ลี ( $\ln(A)$ ) กับระยะ  $Z$  จากนั้นหาค่าความชันของกราฟแล้วแทนลงในสมการที่ (3.6) จะได้อ่านค่า  $\alpha_R$
  7. หาค่า  $V_T$  และ  $\rho$  จากสมการที่ (2.61)
  8. หาค่า  $\mu$  โดยใช้สมการที่ (2.37) แทนในสมการที่ (2.34) จะได้อ่านค่า  $\lambda$
  9. แทนค่า  $\mu$  และ  $\lambda$  ลงในสมการที่ (2.17) (2.19) และ (2.20) จะได้อ่านค่ามอดูลัสของยัง ค่ามอดูลัสเชิงปริมาตร และค่ามอดูลัสเฉือน
- โดยโปรแกรมจะทำหน้าที่ในการตรวจจับรูปยอดของคลื่น แล้วนำผลไปคำนวณต่อไป

##### 4.1.2 ผลการทดลอง

1. ทำการทดลองวัดยอดของรูปคลื่นระหว่างขนาด ความสูงของสัญญาณกับเวลาที่ได้อ่านจากเครื่องสเตรจเจอร์สซิลโลสโคป สำหรับตัวอย่างกระจกโซดาไลม์ พบว่าสามารถตรวจจับ ยอดของรูปคลื่น ได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ผลการใช้โปรแกรมในการตรวจจับยอดของรูปคลื่นทั้ง 3 รูปที่ระยะ (a) 3.5 มม., (b) 4.0 มม. และ(c) 4.5 มม.

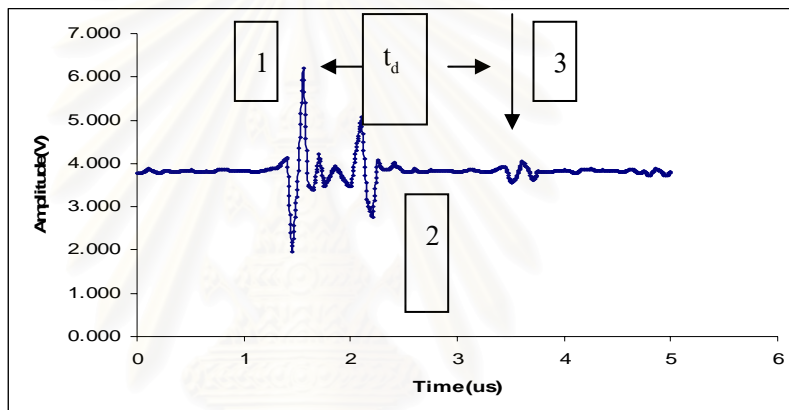
2. ทำการวัดระยะระหว่างยอดของรูปคลื่นรูปที่ 1 และ ยอดของรูปคลื่นรูปที่ 3 เพื่อ  
 คำนวณหาค่าความเร็วของคลื่นตามยาวจากสมการ (3.1)

$$V_L = \frac{2d}{t_d}$$

เมื่อ  $d$  = ความหนาของวัสดุ

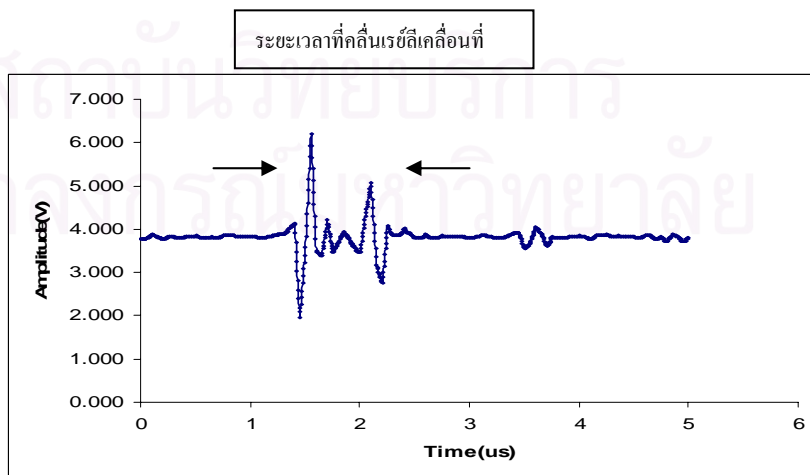
$t_d$  = ช่วงเวลาการเคลื่อนที่ของคลื่นสะท้อนกลับจากผิวหน้าและผิวหลัง

$V_L$  = อัตราเร็วของคลื่นตามยาว



รูปที่ 4.2 การวัดระยะระหว่างผิวหน้าและผิวหลังของวัสดุ

3 ทำการวัดเวลาที่คลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ได้ที่ระยะ  $z$  ต่าง ๆ



รูปที่ 4.3 การวัดระยะเวลาที่คลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่

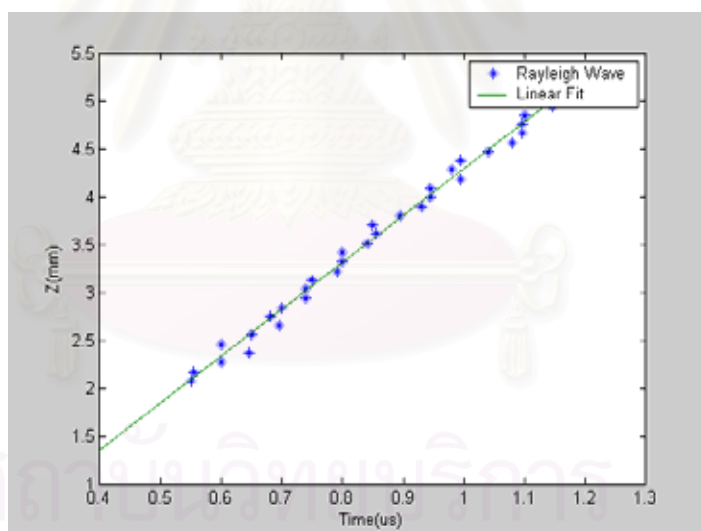
4. นำเวลาที่คลื่นเรย์ลีเคลื่อนที่ได้ที่ระยะ Z ต่างๆ แล้วนำมาเขียนกราฟ ระหว่าง ระยะ Z กับ เวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิววัสดุ จากนั้นหาความชันของกราฟแล้วแทนค่าลงใน สมการ(3.5)

$$V_R = \left[ \frac{1}{V_W \left( \frac{dZ}{dt} \right)} - \frac{1}{4 \left( \frac{dZ}{dt} \right)^2} \right]^{-1/2}$$

เมื่อ  $V_R$  = อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีบนผิวของวัสดุ

$V_W$  = อัตราเร็วของคลื่นในของเหลว

$dZ/dt$  = ความชันของกราฟระหว่างระยะดีโพกัสซิ่ง(Z)กับเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิวของ วัสดุ



รูปที่ 4.4 กราฟระหว่างค่า Z และเวลาที่คลื่นเรย์ลีใช้เดินทางบนผิววัสดุ

เมื่อได้อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีบนผิวของวัสดุ( $V_R$ ) แทนค่าลงในสมการ (3.3)

$$\theta_R = \sin^{-1} \left[ \frac{V_I}{V_R} \right]$$



เมื่อ  $V_R =$  อัตราเร็วของคลื่นเรย์ลีบนผิวของวัสดุ

$\theta_R =$  มุมตกกระทบของคลื่นเรย์ลี

$V_I =$  อัตราเร็วของคลื่นตามยาวในของเหลว

5. วัดระยะทาง  $Z$  กับ แอมพลิจูดของคลื่นเรย์ลีวาดกราฟระหว่าง  $\ln$  ของ แอมพลิจูด และ ระยะ  $z$  จากนั้นแทนค่าลงในสมการ(3.6)

$$\alpha_R = \frac{\alpha_w}{\sin\theta_R} - \frac{1}{2\tan\theta_R} \frac{d[\ln A(z)]}{dz}$$

เมื่อ  $\alpha_w =$  สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของน้ำ

$\alpha_R =$  สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานของคลื่นเรย์ลี

$\frac{d[\ln A(z)]}{dz}$  = หาได้จากความชันของกราฟระหว่างลอการิทึมของแอมพลิจูดของคลื่นเรย์ลี( $\ln(Z)$ )กับระยะ  $Z$

6. หาค่า  $V_T$  และ  $\rho$  จากสมการ (2.61)

$$\operatorname{Re} \left[ 4k^2qs - (k^2 + s^2)^2 = i \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{qk_T^4}{q_w} \right] = 0 \quad \operatorname{Im} \left[ 4k^2qs - (k^2 + s^2)^2 = i \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{qk_T^4}{q_w} \right] = 0$$

7. หาค่า  $\mu$  จากสมการ (2.37)

$$\mu = \rho V_T^2$$

8. หาค่า  $\lambda$  จากสมการ (2.34)

$$\lambda = \rho (V_L^2 - 2V_T^2)$$

9. ค่ามอดูลัสของยัง (Young's modulus)  $E$  จากสมการ (2.17)

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$$

10. หาค่ามอดูลัสเชิงปริมาตร (Bulk modulus) K จากสมการ (2.19)

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$$

11. หาค่ามอดูลัสเฉือน (Shear modulus) G จากสมการ (2.20)

$$G = \mu$$

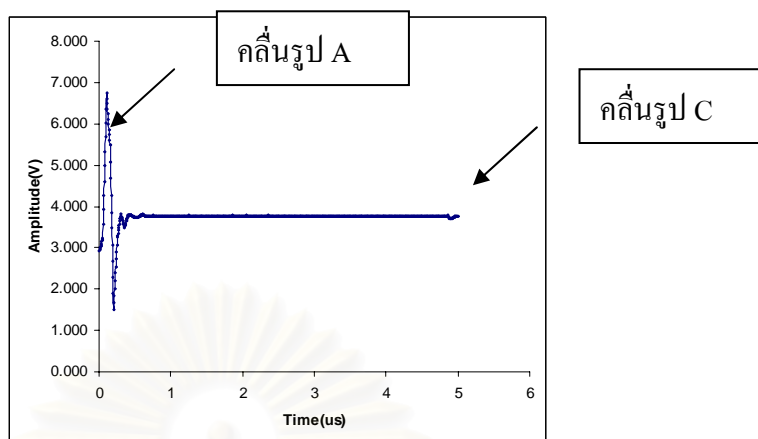
ตารางที่ 4.1 ผลการวัดครั้งที่ 1 เมื่อเทียบระหว่างการใช้โปรแกรมและไม่ใช้โปรแกรม

	ค่ามาตรฐาน[6]	ค่าที่วัดได้ แบบใช้โปรแกรม	ค่าผิดพลาด	ค่าวัดได้แบบ แบบไม่ใช้โปรแกรม	ค่าผิดพลาด
$V_R$	$3.15 \times 10^3$ m/s	$3.12 \times 10^3$ m/s	0.95 %	$3.13 \times 10^3$ m/s	0.64 %
$V_L$	$6.00 \times 10^3$ m/s	$5.88 \times 10^3$ m/s	2.00 %	$5.94 \times 10^3$ m/s	1.00 %
$V_T$	$3.41 \times 10^3$ m/s	$3.38 \times 10^3$ m/s	0.88 %	$3.38 \times 10^3$ m/s	0.88 %
E	$7.37 \times 10^{10}$ Pa	$8.01 \times 10^{10}$ Pa	8.68 %	$8.03 \times 10^{10}$ Pa	8.96 %
G	$2.91 \times 10^{10}$ Pa	$3.20 \times 10^{10}$ Pa	9.97 %	$3.18 \times 10^{10}$ Pa	9.28 %
K	$5.12 \times 10^{10}$ Pa	$5.39 \times 10^{10}$ Pa	5.27 %	$5.33 \times 10^{10}$ Pa	4.10 %
Density	$2.50 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>	$2.80 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>	12.00 %	$2.80 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>	12.00 %

ตารางที่ 4.2 ผลการวัดครั้งที่ 2 เมื่อเทียบกับค่ามาตรฐาน

	ค่ามาตรฐาน[6]	ค่าที่วัดได้ แบบใช้โปรแกรม	ค่าผิดพลาด	ค่าผิดพลาดของงานวิจัย ที่ผ่านมา[1]เทียบกับค่า มาตรฐาน[6]
$V_R$	$3.15 \times 10^3$ m/s	$3.04 \times 10^3$ m/s	3.49 %	0.32 %
$V_L$	$6.00 \times 10^3$ m/s	$5.90 \times 10^3$ m/s	1.67 %	1.17 %
$V_T$	$3.41 \times 10^3$ m/s	$3.29 \times 10^3$ m/s	3.52 %	0.59 %
E	$7.37 \times 10^{10}$ Pa	$7.04 \times 10^{10}$ Pa	4.48 %	6.51 %
G	$2.91 \times 10^{10}$ Pa	$2.71 \times 10^{10}$ Pa	6.87 %	5.84 %
K	$5.12 \times 10^{10}$ Pa	$5.78 \times 10^{10}$ Pa	12.89 %	7.62 %
Density	$2.50 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>	$2.81 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup>	12.40 %	4.80 %

จากผลการทดลองโดยใช้เครื่องมือชุดเดิมกับงานวิจัยที่ผ่านมา[1] โดยตัวแปรหลักคือการอ่านค่าโดยวิธีใช้โปรแกรมกับการอ่านค่าโดยไม่ใช้โปรแกรมในตารางที่ 4.1 และตารางที่ 4.2 พบว่าการอ่านค่าโดยใช้โปรแกรมไม่สามารถให้ความถูกต้องดีกว่าได้ อาจเกิดจากความผิดพลาดในการถ่ายโอนข้อมูลจากโหมคอสซิลโลสโคปธรรมดาไปเป็นแบบดิจิทัล โดยจะพบว่าข้อมูลที่อ่านได้ครั้งที่ 1 และ ครั้งที่ 2 มีความแตกต่างกัน โดยข้อดีของการใช้โปรแกรมอยู่ที่ให้ความสะดวกรวดเร็วในการประมวลผลข้อมูล แต่ในขณะเดียวกันก็จะมีข้อจำกัดคือ ไม่สามารถให้ความถูกต้องในการวัดได้ดีกว่าเดิม และในการวัดแต่ละครั้งมีการกระจายตัวของข้อมูลการวัดมากจึงต้องทำการวัดซ้ำหลาย ๆ ครั้ง อีกทั้งโปรแกรมที่ทำการวัดของรูปคลื่นจะมีปัญหาเมื่อสัญญาณที่วัดได้มีขนาดเล็ก จะทำให้ไม่สามารถแยกได้ว่ายอดของรูปคลื่นรูปใดคือยอดของรูปคลื่นที่ต้องการวัด ดังนั้นจึงต้องมีการกำหนดความหนาของวัสดุให้เหมาะสมถ้าวัสดุหนามากหรือน้อยเกินไป ก็จะไม่สามารถวัดได้ดังรูปที่ 4.5 จะพบว่ายอดของรูปคลื่นรูป C จะมีขนาดเล็กมาก



รูปที่ 4.5 ข้อมูลที่ได้จากสารตัวอย่างที่เป็นเหล็กที่วัดได้จากสต่อเรจอสซิลโลสโคป

## 4.2 การทดลองที่ 2 การปรับปรุงตัวรับและตัวส่งสัญญาณคลื่นอัลตราโซนิก

### 4.2.1 วิธีการทดลอง

เนื่องจากการใช้งานระบบจูลทัศน์เชิงเสียงแบบไลน์โฟกัสพบว่าการวัดวัสดุที่มีความหนาแน่นสูง สัญญาณที่ได้จะมีขนาดเล็กจนยากแก่การตัดสินใจเลือกสัญญาณที่ถูกต้อง ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวจึงจำเป็นต้องปรับปรุง โดยแนวทางการปรับปรุงที่เลือกคือออกแบบสร้างเครื่อง พัลส์เซอร์รีซีฟเวอร์ใหม่ โดยสร้างจากสมมุติฐานที่ว่า การที่จะทำให้สัญญาณที่รับมีขนาดใหญ่ขึ้น ก็จะต้องส่งสัญญาณที่มีขนาดใหญ่ขึ้น แต่เนื่องจากตัวรับรู้สัญญาณอัลตราโซนิกที่ใช้คือฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ (PVDF) ซึ่งสามารถทนความต่างศักย์ไฟฟ้าได้เพียง 80 V ดังจึงต้องใช้วิธีการเพิ่มจำนวนของคลื่นที่ส่งออกไป ซึ่งจากเดิมส่งสัญญาณเพียงลูกเดียว

1. ทำการทดลองใช้งานเครื่องรับและเครื่องส่งคลื่นอัลตราโซนิก
2. ทำการทดลองเปรียบเทียบผลการทดลองกับงานวิจัยที่ผ่านมา

### 4.2.2 ผลการทดลอง

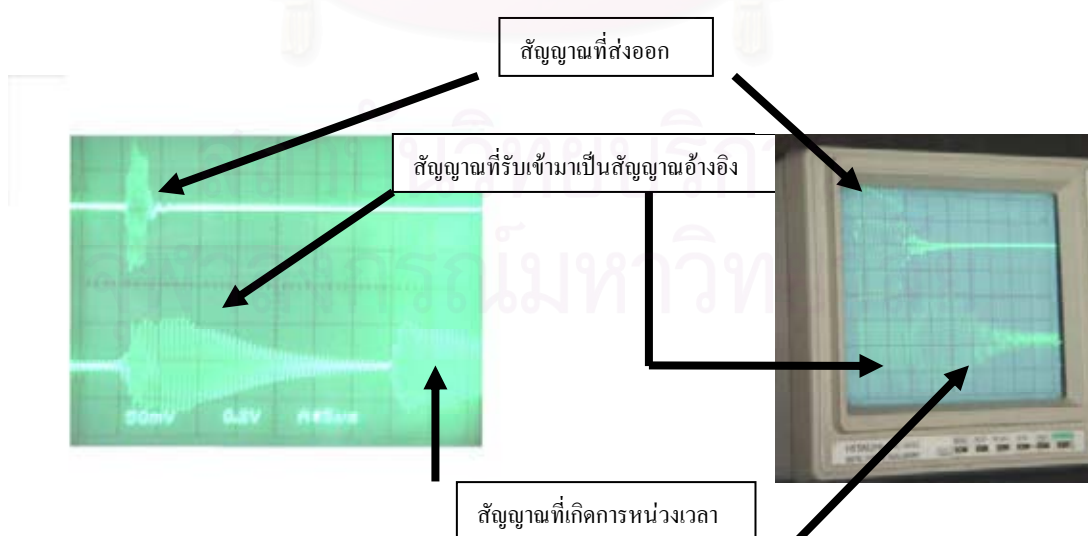
1. ทำการทดลองเครื่องรับและเครื่องส่งคลื่นอัลตราโซนิก

ทำการต่ออุปกรณ์ดังรูปที่ 4.6



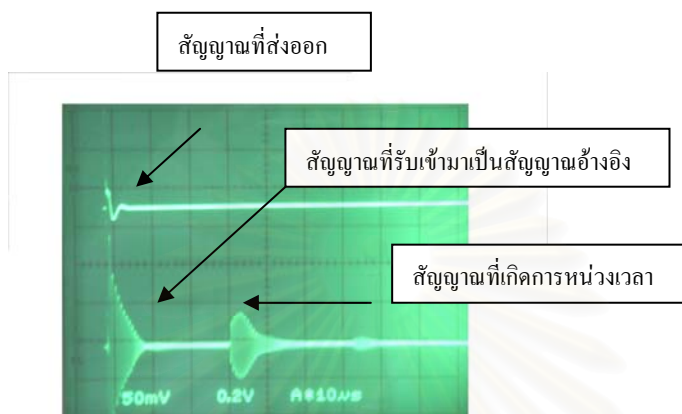
รูปที่ 4.6 การทดลองส่งและรับสัญญาณอัลตราโซนิกแบบแยกตัวรับ-ส่ง

ผลการทดลองได้ผลดังรูปที่ 4.7 และ 4.8 โดยที่สัญญาณด้านบนเป็นสัญญาณจากตัวส่งที่ส่งไปที่ ตัวรับรู้คลื่นอัลตราโซนิก(ตัวส่ง) ส่วนสัญญาณด้านล่างคือสัญญาณที่รับกลับมาจากตัวรับรู้คลื่นอัลตราโซนิก (ตัวรับ) โดยสัญญาณที่กลับเข้ามาจะมี 2 สัญญาณคือสัญญาณอ้างอิงซึ่งระบบออกแบบมาเพื่อใช้ในการเป็นจุดอ้างอิงในการวัดการหน่วงเวลา ของสัญญาณที่เกิดขึ้นและสัญญาณที่เกิดการหน่วงเวลา



รูปที่ 4.7 ผลการทดลองส่งและรับสัญญาณอัลตราโซนิกที่ขนาดความกว้างของพัลส์ต่างกัน

นอกจากนั้นได้ทำการทดลองใช้ระบบการวัดแบบหัวเดียวเป็นทั้งตัวรับและตัวส่งผลที่ได้เป็นไปตามรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 ผลการทดลองส่งและรับสัญญาณอัลตราโซนิกเมื่อใช้แบบหัวเดียว

และจากการได้ทดลองปรับเปลี่ยนขนาดความกว้างของสัญญาณ ที่ส่งเข้าไปที่หัววัดพบว่า ได้ผลการทดลองไม่เปลี่ยนจากเดิมมากนัก ซึ่งจากการทดลองพบว่าเกิดการหน่วงเวลาของสัญญาณ ขึ้นแต่ข้อมูลที่ได้พบว่าสัญญาณที่หน่วงเวลานั้นไม่มีความสัมพันธ์กับความหนาของวัสดุ แต่กลับเป็นระยะจากหัววัดถึงผิวหน้าของวัสดุ ซึ่งไม่ตรงกับที่ตั้งสมมุติฐานไว้

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

##### การทดลองที่ 1

จากวัตถุประสงค์ ที่ต้องการใช้โปรแกรมในการอ่านค่าที่ได้จากการวัด เพื่อความถูกต้อง สะดวกและรวดเร็ว แต่จากการทดลองพบว่าโปรแกรมสามารถทำงานได้แต่ยังไม่มีความแม่นยำเพียงพอในการวัด อาจจะเนื่องมาจากอัตราการสุ่มสัญญาณไม่เพียงพอที่จะได้สัญญาณที่ถูกต้องและการใช้โปรแกรมนี้จะต้องมีเงื่อนไขคือ

1. ยอดของรูปคลื่นทั้ง 3 จะต้องเรียงลำดับความสูงกัน โดยจะต้องมีการทดลองวัดในระยะ Z ที่เหมาะสมในการเกิดสภาพนี้
2. ยอดของรูปคลื่น ที่จะวัด จะต้องมีความมากกว่าสัญญาณรบกวน แต่ถ้าสัญญาณรบกวน มีขนาดที่โตกว่าจะทำให้การวัดผิดพลาด
3. ปัญหาที่พบคือ วัสดุบางชนิดจะลดทอนสัญญาณลงไปมาก จะทำให้ยอดของรูปคลื่นที่ต้องการวัดมีขนาดเล็กลงมากจนยากในการวัด

##### การทดลอง ที่ 2

จากวัตถุประสงค์ที่ต้องการสร้างพัลส์เซอร์รี่ย์ชิฟเวอร์ ที่มีคุณสมบัติดีกว่าเดิม แต่จากการทดลองพบว่า พัลส์เซอร์รี่ย์ชิฟเวอร์ที่สร้างขึ้น ยังทำงานได้ไม่สมบูรณ์เนื่องจากต้องทำการปรับแต่งวงจรขนาดของพัลส์ ต้องสามารถทำให้แคบมากกว่านี้และสัญญาณต้องมีความคมชัดมากขึ้น และอีกประการคือการแปรผลจากการวัดซึ่งคงต้องอาศัยเวลาในการศึกษา มากกว่านี้อุปสรรคอีกประการคืออุปกรณ์ที่หาซื้อจากบ้านหม้อมีคุณภาพไม่ได้มาตรฐาน ทำให้สัญญาณและการตอบสนองต่อความถี่ไม่เป็นตามที่คาด เนื่องจากเวลาจำกัดจึงทำให้ผลที่ได้ไม่สมบูรณ์ ถ้าได้อุปกรณ์ที่มีคุณภาพมาตรฐานผลการทดลองจะดีและสมบูรณ์ขึ้น

#### 5.2 ข้อเสนอแนะ

##### การทดลองที่ 1

1. จำกัดความหนาของวัสดุที่ทดสอบให้มีขนาดความหนาที่เหมาะสม ไม่บางหรือหนาเกินไปจนไม่สามารถวัดได้
2. ทำการปรับปรุง พัลส์เซอร์รี่ย์ชิฟเวอร์ ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

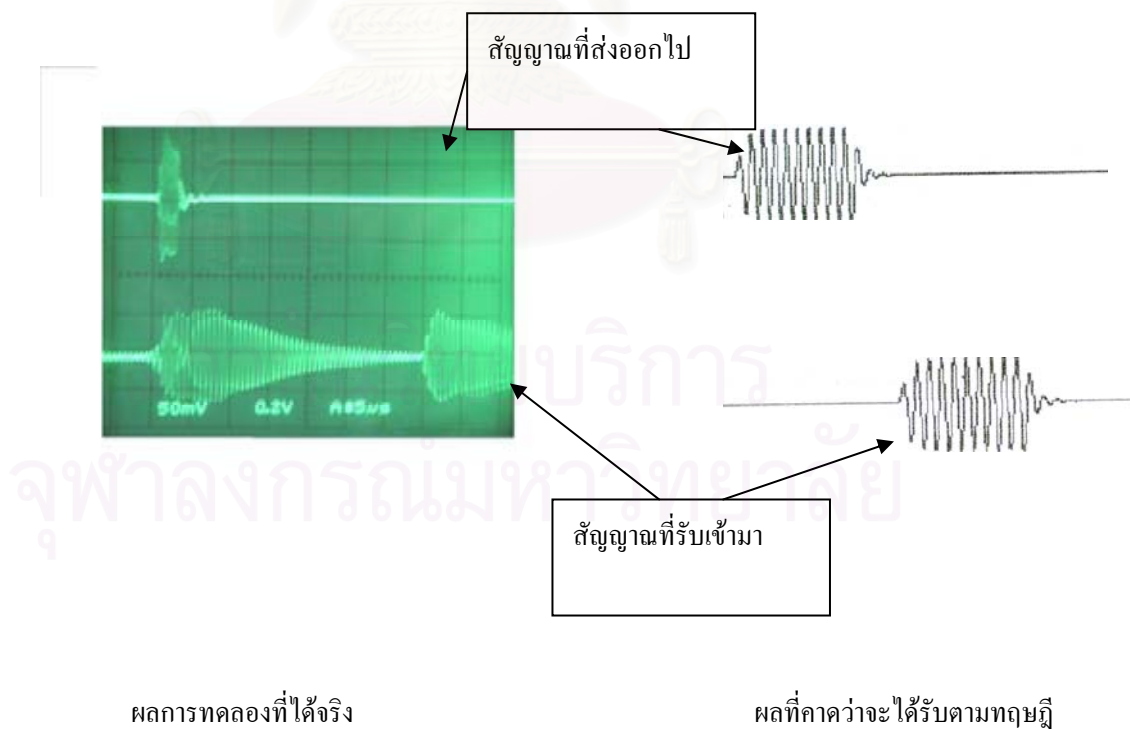
3. ทำการปรับเปลี่ยนตัวกลางจากน้ำเป็นสารอื่นที่มีค่า อิมพีแดนซ์อคูสติกใกล้เคียงกับฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ (PVDF) 3.82 Mrayl ซึ่งน้ำ ที่มีค่า 1.5 Mrayl เช่น ไฮโดรเจนเปอร์ออกไซด์ ที่มีค่า 2.26 Mrayl ในกรณีที่ใช้ตัวกลางที่มีค่าอคูสติกอิมพีแดนซ์ที่ใกล้เคียงกันจะช่วยลดการสูญเสียพลังงานในการเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางทั้งสองชนิด

4. ปรับปรุงส่วนที่ทำการอ่านค่าโดยอาจจะใช้ออสซิลโลสโคปที่มีความสามารถในการเก็บสัญญาณได้เร็วขึ้นมากกว่าเดิม

#### การทดลอง ที่ 2

การที่ได้พัฒนาพัลส์เซอร์รี่ย์เฟเวอร์ที่แตกต่างจากของเดิม แต่พัลส์เซอร์รี่ย์เฟเวอร์ ที่จะออกแบบใหม่ ก็จะมีข้อจำกัดที่สำคัญคือ ไม่สามารถจ่ายสัญญาณได้มากกว่า 80 V เนื่องจาก ฟิล์มพอลิไวนิลิดีนฟลูออไรด์ (PVDF) สามารถทนได้ไม่เกิน 80 V และจะเปลี่ยนจากการที่ป้อนสัญญาณเป็นพัลส์ไปเป็นการป้อนสัญญาณที่เป็นความถี่เดียวที่ 6 MHzหลายรูปคลื่นแทนโดยแนวทางในการประยุกต์ใช้งานสามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธีคือ

1. ใช้วิธีเทคนิคและวิธีการวัดแบบเดิมซึ่งในกรณีจะมีปัญหาเนื่องจากสัญญาณพัลส์ที่สร้างขึ้นมีความกว้าง 2 ไมโครวินาทีและสัญญาณยังมีสัญญาณคลื่นเล็กๆตามมาดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 ผลการทดลองที่ได้จริงเทียบกับผลที่คาดว่าจะได้ตามทฤษฎี



มีข้อดีคือทำให้ได้สัญญาณชัดเจนขึ้นแต่เนื่องจากช่วงสัญญาณพัลส์มีความยาวมากเกินไปทำให้ไปทับซ้อนกับสัญญาณอื่นที่ต้องการ

การแก้ไขต้องทำให้สัญญาณพัลส์ที่สร้างขึ้นมี ขนาดความกว้างแคบลงมากกว่านี้ จะติดปัญหาเรื่องอุปกรณ์ที่มีความสามารถให้กำเนิดพัลส์ที่มี ขนาดแคบและมีสัญญาณรบกวนน้อย นั้นค่อนข้างเป็นไปได้ยาก

2.ใช้วิธีเทคนิคและวิธีการวัดแบบอื่น ในการหาค่าคุณสมบัติของวัสดุ เช่น มอดูลัสของยัง (Young's modulus) E , ค่ำมอดูลัสเชิงปริมาตร (Bulk modulus) K และ ค่ำมอดูลัสเฉือน (Shear modulus) G จากสมการอื่น ซึ่งพบว่าสามารถหาค่าเหล่านี้ได้โดยการประมาณค่าจากค่าอัตราเร็วของคลื่นตามยาว, อัตราเร็วของคลื่นตามขวางและความหนาแน่นดังสมการ โดยอ้างอิงจาก Appendix X1. Formula E 494 -95(2001) ASTM Standard Practice for Measuring Ultrasonic Velocity in Materials

ค่ำมอดูลัสของยัง(Young's modulus) E จากสมการ

$$E = \frac{\rho V_T^2 (3V_L^2 - 4V_T^2)}{(V_L^2 - V_T^2)}$$

ค่ำมอดูลัสเชิงปริมาตร(Bulk modulus) K จากสมการ

$$K = \rho \left[ V_L^2 - \left[ \left( \frac{4}{3} \right) V_T^2 \right] \right]$$

ค่ำมอดูลัสเฉือน(Shear modulus) G จากสมการ

$$G = \rho V_T^2$$

เมื่อ  $\rho$  คือความหนาแน่นของวัสดุ

$V_L$  คืออัตราเร็วของคลื่นตามยาว

$V_T$  คืออัตราเร็วของคลื่นตามขวาง

## รายการอ้างอิง

- (1). ปกรณ์ ปรีชาบุรณะ, การสร้างทรานสดิวเซอร์ไลน์โฟกัสเพื่อการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของวัสดุ, ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2547.
- (2). Verimir, M.R., Principles of acoustic devices. New York: John Wiley & Sons, 1983.
- (3). Pollard, H.F., Sound waves in solids., London: Pion Limited, 1977.
- (4). Kushibiki, J., Chunbachi, N., Material Characterization by Line-Focus-Beam Acoustic Microscope, IEEE Trans. Sons. Ultraon. 32 (1985) : 189-212.
- (5). Xiang, D., Hsu, N.N., Blessing, G.V., The Design, Construction and Application of a Large Aperture Lens-Less Line-Focus PVDF Transducer. Ultrasonics. 34(1996):641-647.
- (6). Briggs, A., Acoustic microscopy, Oxford: Clarendon Press, 1992.
- (7). Igor, A.V., Rayleigh and Lamb waves., New York: Plenum Press, 1967.
- (8). Koichiro, K.; Ikuya, F.; Naoki, T.; and Yasushi, I. Time-domain measurement of velocities and attenuation with low frequency acoustic microscope. IEEE Ultrasonics Symposium(1998):1313-1316.

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ	นายทวีเกียรติ อิ่มสำราญ
วัน เดือน ปีเกิด	8 มีนาคม 2514
ประวัติการศึกษา	สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อปีการศึกษา 2535



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย