



บทที่ 2

ทฤษฎีและทบทวนงานในอดีต

ในการศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและราคาของ เสา เข็มคอนกรีตอัดแรงนี้ ทฤษฎีและการทบทวนงานในอดีตส่วนใหญ่จะเกี่ยวกับการวิเคราะห์หรือการทดสอบเพื่อหาข้อมูลพื้นฐาน อันได้แก่

- การทดสอบการรับน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็ม
- การคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็มจากคุณสมบัติของชั้นดิน
- การคำนวณหาจุดวิบัติของ เสา เข็ม เดี่ยวจากข้อมูลการทดสอบ เสา เข็ม ในกรณีที่ไม่ได้ทำการทดสอบจนถึงจุดวิบัติ
- การพิจารณาน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็มกลุ่ม
- หลักการออกแบบ เสา เข็มคอนกรีตอัดแรง เพื่อให้ทราบถึงองค์ประกอบ เสา เข็มอย่างแท้จริงสำหรับการประมาณราคา
- หลักสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์

2.1 การทดสอบน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม (Pile Load Test)

การประเมินหาน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็ม โดยการทดสอบน้ำหนักบรรทุกจริงของ เสา เข็ม ในสนาม เป็นการทดสอบ เพื่อหาค่าความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและระยะทรุดตัวของ เสา เข็ม การทดสอบน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็มจะมีวัตถุประสงค์ในการทดสอบอยู่ 2 อย่าง คือ

2.1.1 การทดสอบแบบพิสูจน์ (Proof Load Test) เพื่อตรวจสอบว่า เสา เข็มสามารถรับน้ำหนักบรรทุกได้ตามที่ทำการออกแบบไว้หรือไม่ การทดสอบแบบนี้มักจะทำในกรณีที่มิประสบการณในการออกแบบ กล่าวคือ มีข้อมูลสภาพชั้นดินหรือมีข้อมูลการทดสอบ เสา เข็ม ในบริเวณที่ตอกเสา เข็ม โดยสามารถกำหนด ขนาด ความยาว และระดับปลาย เสา เข็มที่จะตอกนี้ได้ก่อน การทดสอบแบบนี้มักจะทำการทดสอบน้ำหนักจนถึง ประมาณ 2.0 เท่าของน้ำหนักที่ออกแบบให้ เสา เข็มรับ ทั้งนี้เพื่อสามารถที่จะใช้งาน เสา เข็มต้นที่ทำการทดสอบได้ต่อไป

2.1.2 การทดสอบจนถึงจุดวิบัติ (Ultimate Load Test) เพื่อหาน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็มที่สามารถรับได้จริง และ เพื่อจะศึกษาถึงพฤติกรรมของ เสา เข็ม ในขณะที่รับน้ำหนักบรรทุกต่าง ๆ กันในบริเวณก่อสร้าง การทดสอบแบบนี้มักจะทำในกรณีที่ไม่มีความรู้เกี่ยวกับ การทดสอบ เสา เข็มในบริเวณที่ตอก เสา เข็มนี้มาก่อน

2.2 ข้อกำหนดสำหรับจุดวิบัติของ เสา เข็มเดี่ยว (Failure Criteria)

น้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็ม คือ น้ำหนักสูงสุดที่ เสา เข็มสามารถรับได้โดยไม่ทำให้ดินที่รองรับ เสา เข็มวิบัติด้วยแรงเฉือน และ /หรือทำให้ เสา เข็มทรุดลงไปมากโดยที่น้ำหนักที่กดหัว เสา เข็มไม่เพิ่มขึ้น การหาน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็มมักอาศัยดูจากลักษณะกราฟ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับระยะทรุดตัว มีผู้ที่ทำการศึกษาและแนะนำการหาน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็มไว้หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีจะมีหลักการแตกต่างกัน สำหรับในการวิจัยนี้ได้ศึกษาเฉพาะวิธีของ Terzaghi (1942) วิธีของ Bullen (1958) และวิธีของ Mazurkiewicz (1972) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันทั่วไป โดยมีรายละเอียดดังนี้

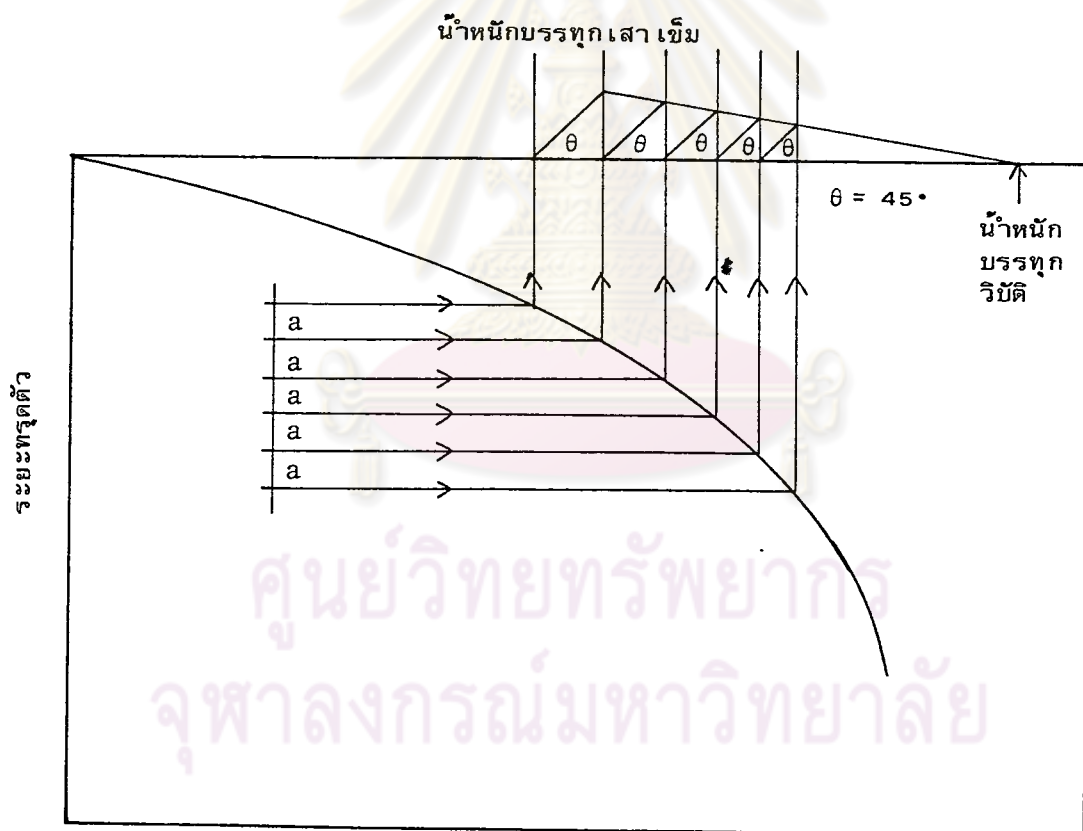
2.2.1 วิธีของ Terzaghi (1942) ได้กำหนดโดยอาศัยระยะทรุดตัวของ เสา เข็ม เป็นเกณฑ์ โดยถือว่าน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็ม เป็นน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้ระยะทรุดตัวของ เสา เข็ม เป็น 10% ของขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางที่ปลาย เสา เข็ม

2.2.2 วิธีของ Bullen (1958) กล่าวไว้ว่า เมื่อ เสา เข็มรับน้ำหนักบรรทุกจนถึงจุดคลาก(Yield Point) กราฟน้ำหนักบรรทุกกับระยะทรุดตัวของ เสา เข็มจะ เป็น เส้นตรงต่อจากจุดคลากนี้ลักษณะกราฟจะมีรูปแบบ เป็น พหาลาโบลา (Parabola) จากคุณสมบัติของ เส้นโค้งพหาลาโบลานี้สามารถที่จะหาค่าน้ำหนักบรรทุกที่จุดวิบัติของ เสา เข็มได้

2.2.3 วิธีของ Mazurkiewicz, B.K. (1972) ได้เสนอวิธีหาน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็มขึ้น แม้ว่า จะทดสอบ เสา เข็มไม่ถึงน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็มก็ตาม โดยอาศัยสมมติฐานที่ว่า ลักษณะกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุก และ ระยะทรุดตัว เป็น เส้นกราฟพหาลาโบล่า ขณะ เมื่อ เสา เข็มวิบัติ การหาน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็ม เริ่มด้วยการเลือกระยะทรุดตัวของ เสา เข็มขึ้นมาหลาย ๆ ค่า โดยให้ค่าระยะทรุดตัวที่เลือกขึ้นมาอยู่ในอนุกรมก้าวหน้าเลขคณิต หาน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็มที่ระยะทรุดตัวของ เสา เข็มที่เลือกขึ้นมาทุกค่า จากกราฟ จากจุดที่แกนน้ำหนักบรรทุก เสา เข็มแต่ละค่าที่หามาได้ ลากเส้นตรงทำมุม 45 องศา

กับแกนน้ำหนักบรรทุกทุก เสา เข้มไปตัดกับ เส้นตรงที่ลากขนานกับแกนแสดงระยะทรุดตัวของ เสา เข้ม และผ่านจุดที่แทนน้ำหนักบรรทุกทุก เสา เข้มค่าถัดไปซึ่งมีค่ามากกว่า

Mazurkiewicz พบว่า จุดตัด เหล่านี้อยู่ในแนว เส้นตรงเดียวกันโดยประมาณ ถ้าลาก เส้นตรง เชื่อมจุดตัด เหล่านี้ให้ไปตัดกับแกนน้ำหนักบรรทุกทุก เสา เข้ม และถึงจุดที่ เส้นตรงนี้ตัด แกนน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข้ม เป็นน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข้ม ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 การหาน้ำหนักบรรทุกวิบัติจากข้อมูลผลการทดสอบน้ำหนักบรรทุกของเสาเข็ม โดยวิธี Mazurkiewicz, B.K. (1972)

2.3 การคำนวณหากำลังรับน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็มจากคุณสมบัติของดิน

พฤติกรรมของ เสา เข็มขณะรับน้ำหนักบรรทุก จะประกอบด้วยแรงต้านทานที่ผิวของ เสา เข็ม (Shaft resistance) และแรงต้านที่ปลายเสาเข็ม (Point resistance) ฉะนั้น ในการคาดคะเนกำลังรับน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็มจากค่าพารามิเตอร์ของดิน โดยคำนวณจาก Static Pile Formula จึงตั้งสมมุติฐานโดยแยกการคำนวณ เป็นแรงเสียดทานที่ผิว เสา เข็ม และแรงต้านทานที่ปลายเสาเข็ม ดังนี้

$$Q_{ult} = Q_s + Q_p - W_p \quad (2.1)$$

$$Q_s = f_s A_s$$

$$Q_p = q_p A_p$$

โดยที่	Q_{ult}	คือ	กำลังรับน้ำหนักบรรทุกวิบัติของ เสา เข็ม
	Q_s	คือ	แรงเสียดทานที่ผิวของ เสา เข็ม
	Q_p	คือ	แรงต้านที่ปลาย เสา เข็ม
	f_s	คือ	หน่วยแรงเสียดทานเฉลี่ยที่ผิว เสา เข็ม
	q_p	คือ	หน่วยแรงต้านที่ปลาย เสา เข็ม
	A_s	คือ	พื้นที่ผิวประสิทธิผลของ เสา เข็ม ในส่วนที่จมอยู่ในดิน
	A_p	คือ	พื้นที่หน้าตัดที่ปลาย เสา เข็ม
	W_p	คือ	น้ำหนักของ เสา เข็ม

สมการ (2.1) นี้ ตั้งสมมุติฐานว่าหน่วยแรงเสียดทานและหน่วยแรงต้านทานที่ปลาย เสา เข็มมีค่าสูงสุดที่ระยะขจัด (displacement) ของ เสา เข็ม เดียวกัน ซึ่งไม่ถูกต้องเพราะหน่วยแรงต้านทานที่ปลาย เสา เข็มจะถึงค่าสูงสุดต้องใช้ระยะขจัดสูงกว่า ดังนั้น สมการ (2.1) จึงเป็นเพียงสมการ แบบ Semi-empirical

2.3.1 การคำนวณกำลังรับน้ำหนักบรรทุกของ เสา เข็ม เดี่ยวในชั้นดินเหนียว

ก. แรงเสียดทานที่ผิวเสาเข็ม (Shaft resistance)

ค่าหน่วยแรงเสียดทานของ เสา เข็มในชั้นดินเหนียว คำนวณได้จากสูตร

$$f_s = s \propto S_u \quad (2.2)$$

เมื่อ s คือ แฟคเตอร์ของรูปร่าง เสา เข็ม (Shape factor) ซึ่งมีค่า = 1.0 สำหรับ เสา เข็มที่มีขนาดหน้าตัดเท่ากันตลอดทั้งต้นและมีค่า = 1.2 สำหรับ เสา เข็มที่มีปลายเรียว (Tapered pile)

α คือ ค่าตัวประกอบการยึดเกาะ (Adhesion factor)

S_u คือ ค่าเฉลี่ยของแรงเฉือนของดินแบบอันเดรน (Undrain Shear Strength) ตลอดความยาว เสา เข็ม

ค่าตัวประกอบการยึดเกาะ (α) จะขึ้นอยู่กับกำลังเฉือนของดิน รูปร่างของเสาเข็ม วิธีการก่อสร้าง เสา เข็ม ระยะเวลาหลังการตอก เสา เข็มแล้ว เสร็จ และแฟคเตอร์อื่น ๆ ซึ่งค่า α จะแปรตามกำลังเฉือนของดิน กล่าวคือ เมื่อ S_u เพิ่มขึ้นค่า α มักจะลดลง (Tomlinson 1974)

Tomlinson (1957) เสนอความสัมพันธ์ระหว่างค่า α กับค่า S_u ของดินเหนียว สำหรับใช้คำนวณแรงเสียดทานของเสาเข็ม ดังรูปที่ 2.2 โดยค่า S_u ได้มาจากการทดสอบ UU และ UC

Holmberg (1970) สรุปว่า α ของเสาเข็มตอกในชั้นดินกรุงเทพฯ มีค่าจาก 1.0 ถึง 0.4 (ดูรูปที่ 2.2) โดยค่า S_u ได้มาจากการทดสอบโดยใช้ Geonor Field Vane.

ข. แรงต้านที่ปลายของเสาเข็มในดินเหนียว (Point resistance)

การคำนวณหน่วยแรงต้านที่ปลายเสาเข็ม ได้มาจากสูตรในการคำนวณหน่วยแรงต้านของฐานรากดินที่เสนอโดย Terzaghi (1943) ดังนี้

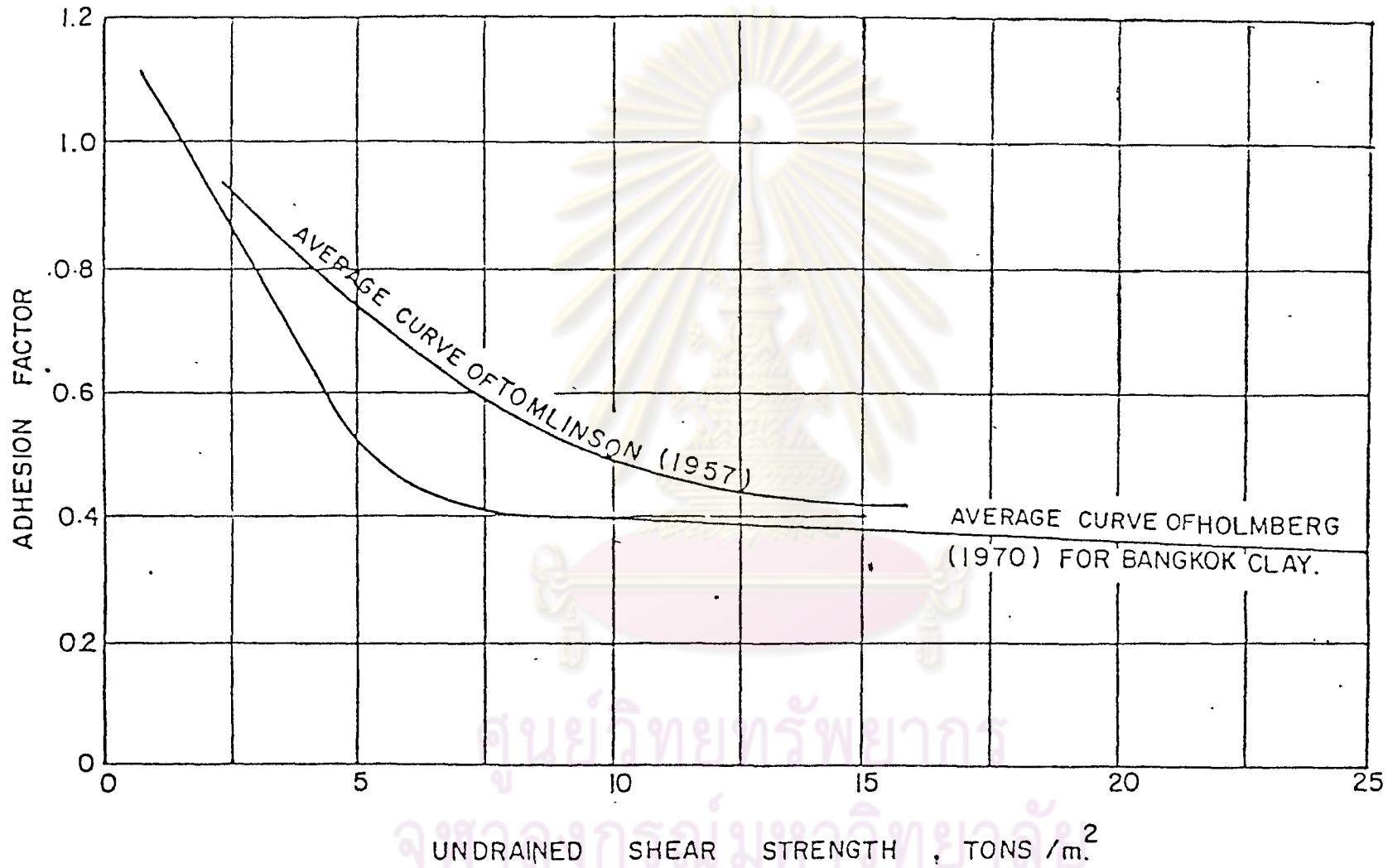
$$q_p = 1.3 N_c C + N_q \bar{\sigma} + \beta YBN_\gamma \quad (2.3)$$

เมื่อ C คือ ค่าหน่วยแรงยึดเกาะของดิน

N_c, N_q, N_r " Bearing capacity factor

$\bar{\sigma}$ " Effective overburden pressure

γ " Effective unit weight



รูปที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า α กับ S_u สำหรับเสาเข็มคอกที่เสนอโดย Tomlinson (1957) และ Holmberg (1970)

β คือ แฟคเตอร์ของรูปร่างฐานรากมีค่าเท่ากับ 0.3 สำหรับฐานรากกลม และเท่ากับ 0.4 สำหรับฐานรากสี่เหลี่ยมจัตุรัส

B คือ ความกว้างของฐานราก

สำหรับดินเหนียว $\phi = 0$, $N_\gamma = 0$, $N_q = 1$, $N_c = 5.7$ (Terzaghi 1943) ดังนั้น สมการ (2.3) อาจเขียนได้เป็น

$$q_p = 7.4 S_u + \bar{\sigma} \quad (2.4)$$

ในการคำนวณส่วนใหญ่จะไม่คิดค่า $\bar{\sigma}$ โดยสมมุติว่ามีค่าใกล้เคียงกับน้ำหนักตัวเสา เข็ม

Sowers (1961) ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่างค่า q_u กับค่า N (SPT) ของดินเหนียว ดังแสดงในรูปที่ 2.3 เพื่อใช้สำหรับหาค่า S_u เมื่อทราบค่า N จากการทดสอบ SPT

2.3.2 การคำนวณกำลังรับน้ำหนักบรรทุกของเสา เข็ม เดี่ยวในชั้นทราย

ก. แรงเสียดทานที่ผิวเสา เข็ม ในชั้นทราย

หน่วยแรงเสียดทานที่ผิวของเสา เข็มตอกจมอยู่ในชั้นทราย (Homogeneous sand) คำนวณได้จากสูตร

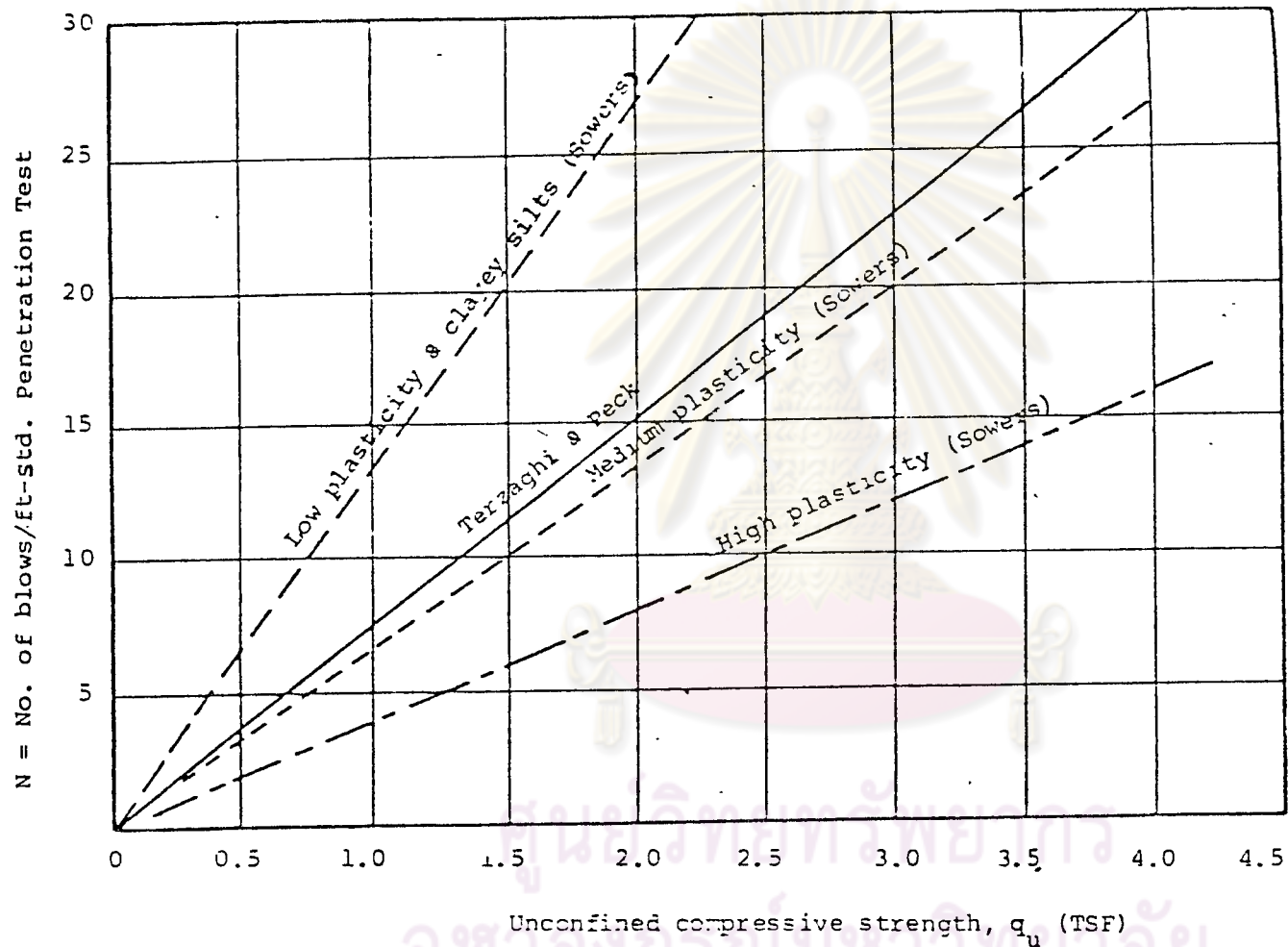
$$f_s = K_s \bar{\sigma}_v \tan \delta \quad (2.5)$$

เมื่อ K_s คือ ค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์ความกดดันด้านข้างของเสา เข็ม (Average coefficient of earth pressure on pile shaft)

$\bar{\sigma}_v$ คือ ค่าเฉลี่ยความเค้นประสิทธิผลในแนวตั้งของดิน ตลอดความยาวเสา เข็ม

δ คือ มุมเสียดทานระหว่างดินกับเสา เข็ม

Meyerhof (1976) สรุปผลการวิจัยจากการทดสอบน้ำหนักบรรทุกของเสา เข็มพบว่า หน่วยแรงเสียดทานวิบัติ จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามความลึกจนมีค่าสูงสุดในช่วงบนของเสา เข็ม และจะมีค่าลดลงจนกระทั่งน้อยที่สุดที่ปลายเสา เข็ม ซึ่งหมายความว่าที่ปลายเสา เข็ม $K_s = K_0 = (1 - \sin \phi)$



รูปที่ 2.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า q_u กับ N(SPT) ของดินเหนียว เสนอโดย Sowers (1961)

ข. แรงต้านที่ปลายเสา เข็มในชั้นทราย (Point resistance)

สูตรการคำนวณหน่วยแรงต้านที่ปลายเสา เข็ม ได้มาจากสูตรในการคำนวณหน่วยแรงต้านของฐานรากค้ำที่เสนอโดย Terzaghi (1943) ตามสมการที่ (2.3) สำหรับการคำนวณหน่วยแรงต้านที่ปลายเสา เข็ม เมื่อปลายเสา เข็มจมอยู่ในชั้นทราย สมการ (2.3) จะมีค่า $C = 0$ สูตรคำนวณหน่วยแรงต้านทานที่ปลายเสา เข็ม เมื่อไม่ค้ำน้ำหนักของเสา เข็มจะเป็น

$$q_p = \bar{\sigma}_v(N_q - 1) \quad (2.6)$$

เมื่อ $\bar{\sigma}_v =$ ความเค้นประสิทธิผลในแนวดิ่งของดิน

ค่า $\beta \gamma B N_\gamma$ ในสมการ (2.3) ไม่ได้นำมารวมไว้ในสมการที่ (2.6) ทั้งนี้ เพราะมีค่าน้อย เมื่อเทียบกับค่า $\bar{\sigma}_v N_q$ อนึ่ง น้ำหนักของดินที่ถูกแทนที่โดยเสา เข็มจะมีค่าใกล้เคียงกับน้ำหนักเสา เข็ม ในทางปฏิบัติจึงนิยมคำนวณหน่วยแรงต้านที่ปลายเสา เข็ม จากสูตร

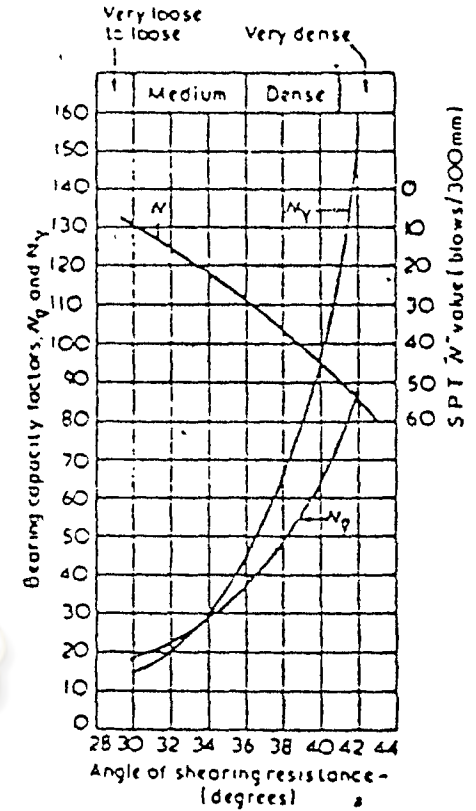
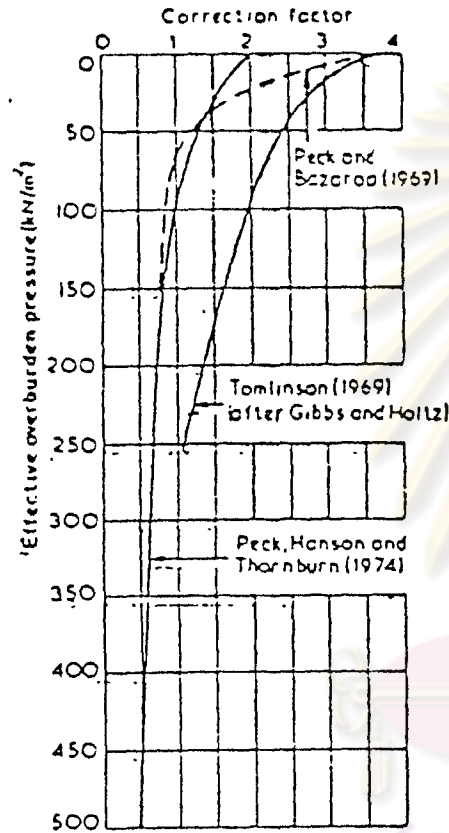
$$q_p = \bar{\sigma}_v N_q \quad (2.7)$$

Peck, Hanson และ Thornburn (1974) ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่างค่า $N(SPT)$ กับมุม ϕ , N_q , N_γ และแฟคเตอร์ที่ใช้ปรับแก้ค่า $N(SPT)$ ในดินทราย (Cohesionless Soil) เนื่องจากอิทธิพลของความกดดินประสิทธิผล (Effective Overburden Pressure) จากน้ำหนักดินชั้นบนตั้งได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.4

Terzaghi และ Peck (1948) แนะนำว่า ในกรณีที่ค่า $N(SPT)$ ที่ได้ในชั้นทรายอิ่มน้ำ มีค่ามากกว่า 15 จะต้องปรับค่า N จากสูตร

$$N' = 15 - \frac{1}{2} (N - 15) \quad (2.8)$$

โดยที่ N' คือ ค่า N ที่ปรับแก้ (N correct)



รูปที่ 24 ก. แฟคเตอร์ที่ใช้ปรับแก้ค่า N ในดิน Cohesionless Soil เนื่องจากอิทธิพลของความกดดินประสิทธิผล จากน้ำหนักดินชั้นบน ที่เสนอโดย Peck Hanson และ Thornburn (1974)

รูปที่ 24 ข. ความสัมพันธ์ระหว่าง N (SPT) กับมุม ϕ N_q และ N_y ที่เสนอโดย Peck Hanson และ Thornburn (1974)

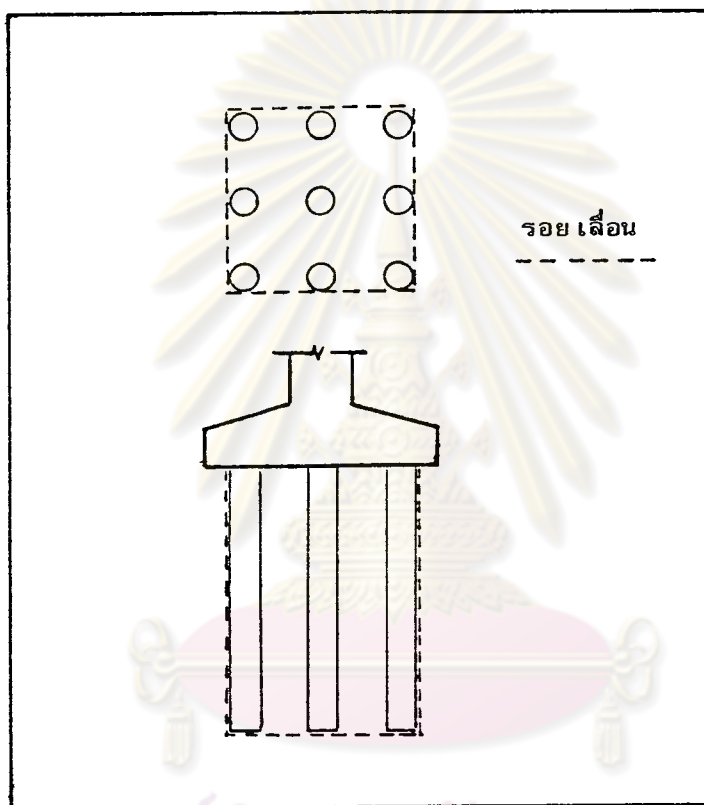
2.4 ฐานรากเสา เข็มกลุ่ม

2.4.1 น้ำหนักบรรทุกของฐานรากเสา เข็มกลุ่ม ในการออกแบบฐานรากโดยใช้เสาเข็ม เมื่อต้องการออกแบบให้ฐานรากรับน้ำหนักบรรทุกที่สูงขึ้น จำเป็นที่จะต้องใช้เสาเข็มจำนวนหลายต้นต่อฐานรากหนึ่งฐานราก เมื่อตอกเสา เข็ม เป็นกลุ่มแล้วความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกย่อมต้องเปลี่ยนแปลงไป ทั้งนี้เกิดเนื่องจากสาเหตุสำคัญ 2 ประการ ประการแรกคือ กลุ่มเสา เข็มจะทำให้ดินมีความหนาแน่นเพิ่มมากขึ้น และทำลายโครงสร้างของดิน ประการที่สอง คือ เมื่อมีการรับน้ำหนักบรรทุก น้ำหนักที่กดเสา เข็มแต่ละต้นจะถ่ายความเค้นให้แก่มวลดินบริ เวณใกล้เคียง เป็นปริมาณมากขึ้นทำให้ความสามารถ ในการรับน้ำหนักบรรทุกของเสา เข็มลดลง

ความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกที่เปลี่ยนไปของเสา เข็มมักจะนิยมแสดงกันในรูปของประสิทธิภาพของเสา เข็มกลุ่ม ซึ่งหาได้จาก อัตราส่วนระหว่างความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกวิบัติของกลุ่มเสา เข็ม ต่อความสามารถในการรับน้ำหนักบรรทุกวิบัติของเสา เข็มเดี่ยวจำนวนเท่ากับเสา เข็มกลุ่ม

โดยทั่วไปแล้ว สภาพดินกรุงเทพฯ เป็นดินประเภทดินเหนียวอ่อนที่ความลึกมาก ดังนั้นกลุ่มเสา เข็มจะมีลักษณะ เป็นกลุ่มเสา เข็มรับแรงเสียดทานด้านข้าง หลักการในการพิจารณาประสิทธิภาพของเสา เข็มกลุ่มที่รับแรงเสียดทานด้านข้างมีผู้ศึกษาและ เสนอแนะวิธีการหาประสิทธิภาพไว้ดังต่อไปนี้

Terzaghi & Peck (1948) ยึดหลักว่ากลุ่มเสา เข็มจะวิบัติในลักษณะ เป็นรูปกล่อง (Block Failure) กล่าวคือ มีรอยเลื่อนที่วิบัติ เป็นรูปกล่องรอบ ๆ กลุ่มเสา เข็มดังรูปที่ 2.5 ดังนั้น น้ำหนักบรรทุกของเสา เข็มกลุ่มจะประกอบด้วยน้ำหนักบรรทุกวิบัติด้านข้างตามรอยเลื่อนทั้งหมดของกลุ่มเสา เข็มกับน้ำหนักบรรทุกวิบัติที่ปลายกลุ่มเสา เข็มตามรอยเลื่อนทั้งหมดของกลุ่มเสา เข็มรวมกัน



รูปที่ 2.5 แสดงการวิบัติของเสาเข็มกลุ่มแบบกล่อง (Block Failure)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Feld, J (1943) ถือหลักว่า เมื่อตอกเสา เข็ม เป็นกลุ่มจะมีผลให้ประสิทธิภาพการรับน้ำหนักบรรทุกลดลง โดยลดลง $\frac{1}{16}$ เท่าของเสา เข็ม เดี่ยวต่อจำนวน เส้นที่ลากจากเสา เข็ม ต้นหนึ่งไปยัง เสา เข็มใกล้เคียงในกลุ่ม ดังแสดงในตารางที่ 2.1 ทั้งนี้พิจารณา เมื่อระยะระหว่างเสา เข็มในกลุ่ม เป็น 3 เท่าของขนาดของ เส้นผ่าศูนย์กลางของ เสา เข็ม

Sowers et al (1961) ได้เปรียบเทียบผลการทดสอบกับผลการคำนวณน้ำหนักบรรทุกของฐานรากเสา เข็มกลุ่ม ในดินเหนียวจำนวน 9 ต้น ดังแสดงในรูปที่ 2.6 ปรากฏว่า ประสิทธิภาพของ เสา เข็มจะมีค่าประมาณ 1 เมื่อระยะห่างของ เสา เข็มมีค่าประมาณ 3-4 เท่าของขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง เสา เข็ม

de Mello (1969) ได้นำผลการทดสอบของ Whitaker (1957) Saffery และ Tate (1961), Sowers et al, (1961) รวบรวมไว้ในรูปที่ 2.7 แล้วสรุปว่าประสิทธิภาพของ เสา เข็มกลุ่มจะมีค่าระหว่าง 0.7 ถึง 0.85 เมื่อจุดศูนย์กลางเสา เข็ม ห่างกัน เท่ากับ 2.5 ถึง 4 เท่าของขนาด เส้นผ่าศูนย์กลางของ เสา เข็ม

Muktabhant et al (1970) ได้ทำการทดสอบน้ำหนักบรรทุกของเสา เข็มกลุ่มโดยใช้ เสา เข็มคอนกรีตขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง 0.15 เมตร ความยาว 4 เมตร ในสภาพทำเป็นฐานรากจริง พบว่า เมื่อระยะห่างระหว่าง เสา เข็มมากกว่า 3 เท่า ของ เส้นผ่าศูนย์กลางของ เสา เข็มแล้ว ประสิทธิภาพของ เสา เข็มกลุ่มจะมีค่าใกล้เคียง 1

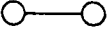
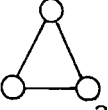
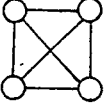
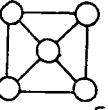
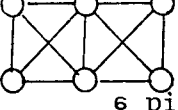
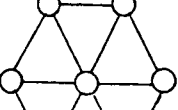
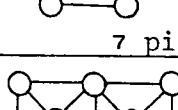
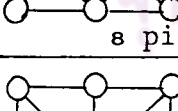
2.4.2 ขนาดของหมวกเสา เข็ม (Pile Cap Shape)

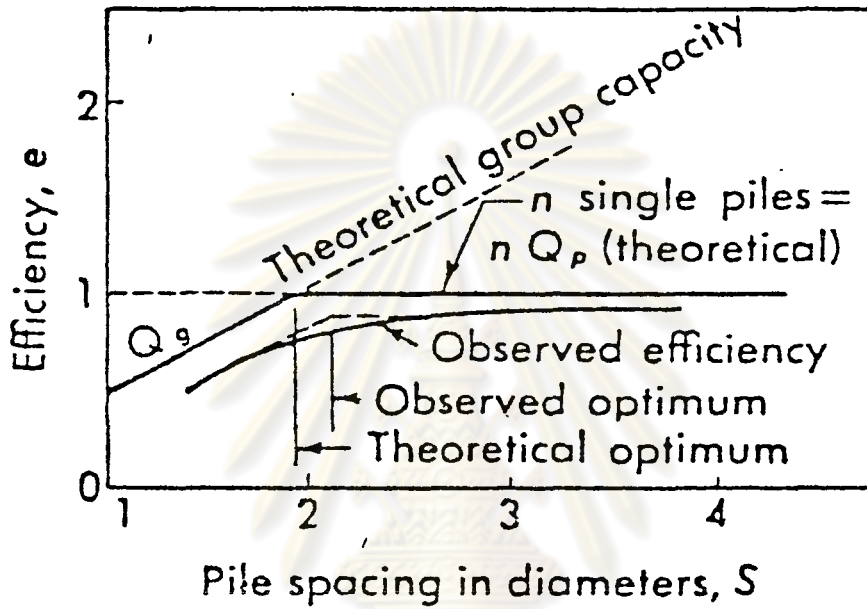
ขนาดของหมวกเสา เข็มจะขึ้นอยู่กับ จำนวน เสา เข็ม การจัด เรียงและน้ำหนักบรรทุกของโครงสร้างที่จะถ่ายลงสู่ฐานราก เป็นต้น

Whittle R.T. และ D. Beattie (1972) ได้กำหนดขนาดมาตรฐานของหมวกเสาเข็ม (Standard Pile Cap) โดยกำหนดรูปแบบของฐานรากเป็นแบบ Isolated Pile Foundation ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.8 ซึ่งเป็นขนาดและการจัด เรียงของหมวกเสา เข็มจำนวนตั้งแต่ 2 ต้น ถึง 9 ต้น ซึ่งหาขึ้นจากผลการออกแบบเหล็กเสริมของหมวกเสา เข็มสำหรับความหนาของหมวกเสา เข็มได้วิเคราะห์ตามขนาดและจำนวน เสา เข็มที่ใช้เปรียบเทียบกับราคาฐานรากดังแสดงในรูปที่ 2.9 แล้วสรุปขนาดความหนาของหมวกเสา เข็มตามขนาด เส้นผ่าศูนย์กลางเสา เข็มไว้ดังนี้ คือ



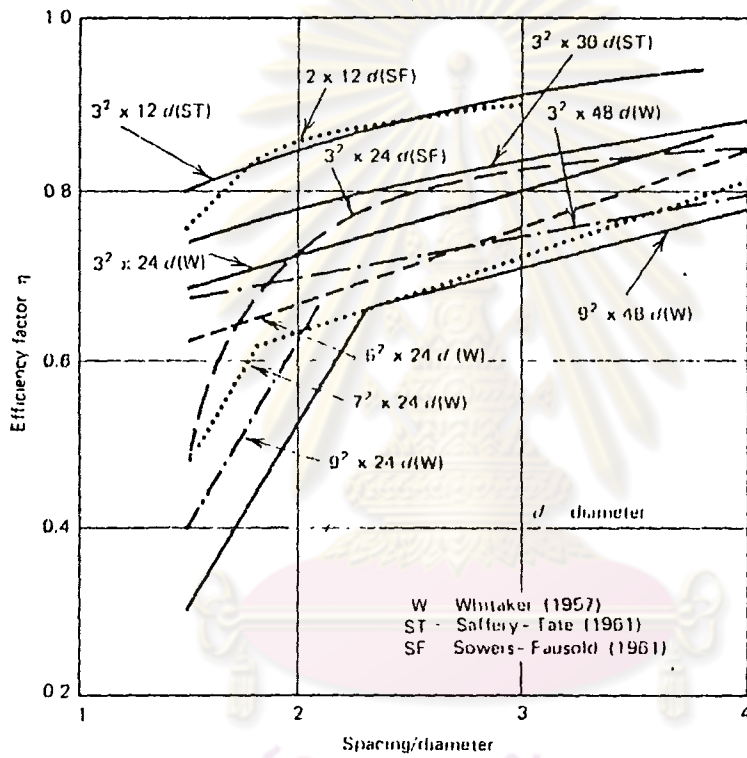
ตารางที่ 2.1 ค่าประสิทธิภาพของเสา เข็มกลุ่ม หาโดยวิธีของ Feld 1943

ลักษณะการจัดเรียง เสา เข็ม	$\frac{1}{16}$ เท่าของ เสา เข็ม เดี่ยวต่อจำนวน เส้นที่ลาก จาก เสา เข็มต้นหนึ่งไปยัง เสา เข็มใกล้ เคียงในกลุ่ม	ประสิทธิภาพ (%)
 2 piles	@ 15/16	94
 3 piles	@ 14/16	87
 4 piles	@ 13/16	81
 5 piles	$\frac{1}{5}$ (4 @ 13/16 + @ 12/16)	80
 6 piles	$\frac{1}{6}$ (4 @ 13/16 + 2 @ 11/16)	77
 7 piles	$\frac{1}{7}$ (6 @ 13/16 + @ 10/16)	78
 8 piles	$\frac{1}{8}$ (4 @ 13/16 + 4 @ 11/16)	75
 9 piles	$\frac{1}{9}$ (4 @ 13/16 + 4 @ 11/16 + 8/16)	72



รูปที่ 2.6 ประสิทธิภาพของเสาเข็มกลุ่มในดินเหนียว (Sowers et al, 1961)

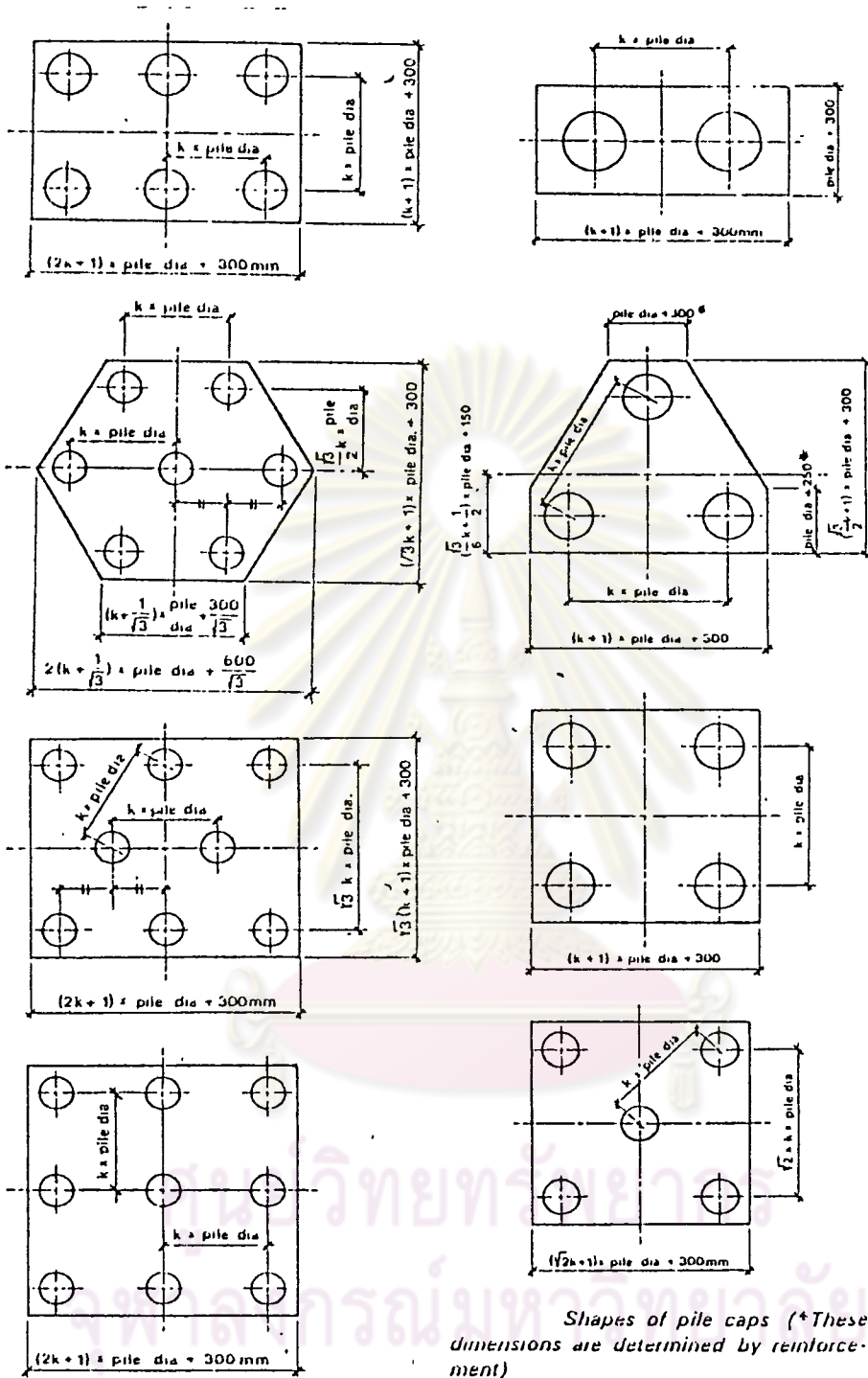
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ของเสา เข็มกลุ่มแบบอิสระ (Freestanding group)

จำนวน 2^2 ถึง 9^2 ความยาวเสา เข็มตั้งแต่ $12d$ ถึง $48d$

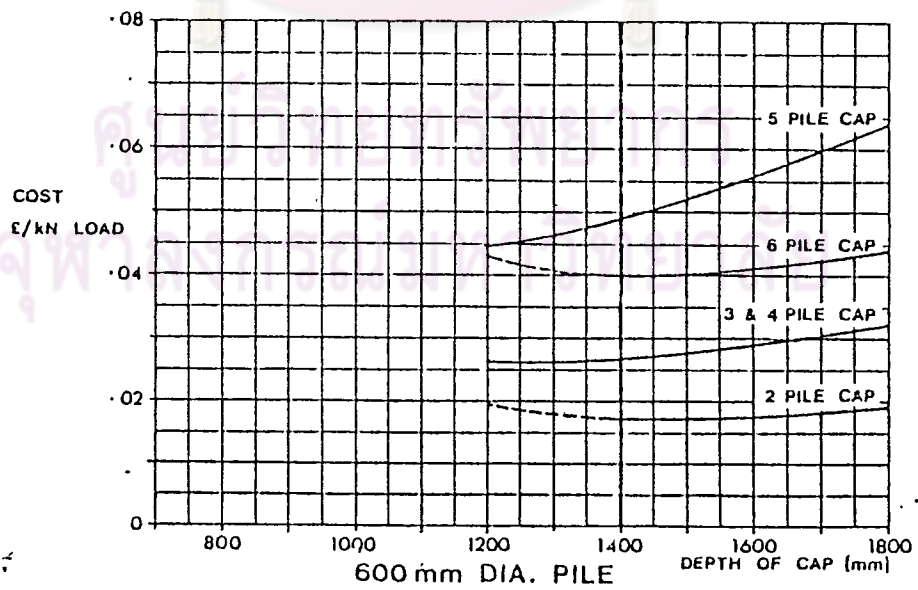
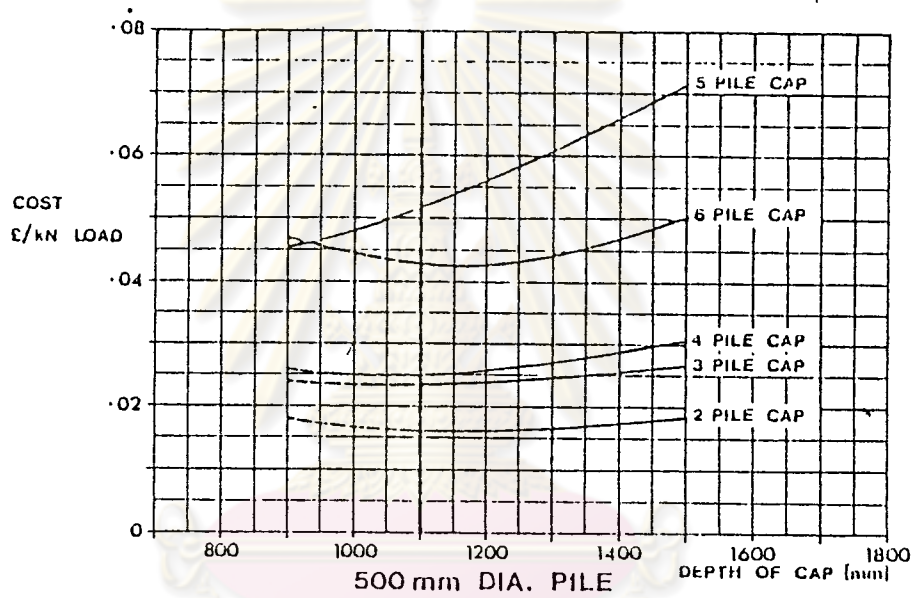
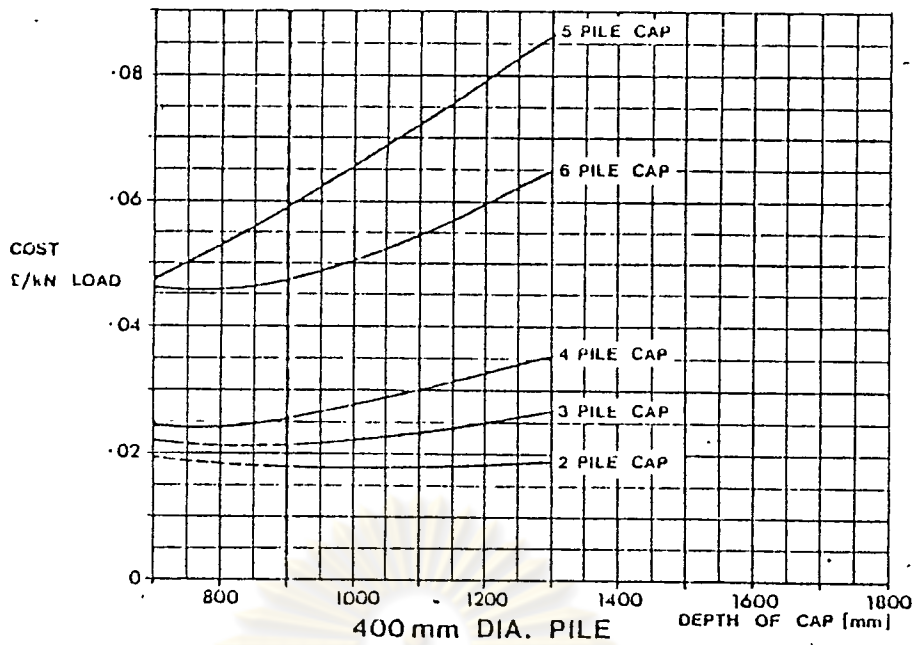
(from model tests after de Mello, 1969)



k : ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของ เสา เข็ม

รูปที่ 2.8 ขนาดของหมวกเสาเข็ม

(Whittle R.T. and D.Beattie, 1972)



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่าง ราคารานรากเสา เข็มกลุ่มกับขนาดความลึกของหมวก เสาเข็ม (Whittle R.T. and D. Beattie, 1972)

ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเสา เข็ม (มิลลิเมตร)	ความหนาของหมวกเสา เข็ม (มิลลิเมตร)
300	700
350	800
400	900
450	1,000
500	1,100
550	1,200
600	1,400
750	1,800

2.5 การออกแบบเสา เข็มคอนกรีตอัดแรง

เสา เข็มที่นิยมผลิตในประเทศไทยขณะนี้ มีอยู่ 2 วิธี คือ

ก. การหล่อเป็นแพยาว (Long Line Prestressing) วิธีนี้จะเป็นวิธีที่นิยมมากที่สุด มักจะหล่อเป็นแพยาวตั้งแต่ 80 เมตร ถึง 100 เมตร และคั่นความยาวของเสา เข็มตามต้องการด้วยทิวแบบ รูปหน้าตัดที่นิยมผลิตคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตัน และ กลมกลวงภายใน รูปหน้าตัดไอ รูปหน้าตัด DH เป็นต้น

ข. การหล่อสำเร็จแบบแรงเหวี่ยง (Centrifugally Spun Pile) เป็นการหล่อโดยวิธีการปั่นแบบหนีศูนย์ในแนวระดับ เป็นเสา เข็มที่ใช้วิธี Pre-Tension โดยขันไว้กับแบบหล่อ ส่วนใหญ่แล้วจะมีหน้าตัด เป็นรูปวงกลมภายในกลวง

หลักการสำคัญที่ใช้ในการออกแบบต้องคำนึงถึงผลรวมของความเค้นต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับเสา เข็มทั้ง เนื่องจากแรงกระทำจากภายนอก และแรงภายในเสา เข็มเอง มิให้เกินค่ากำหนด เช่น ความเค้นอันเกิดจากการคึง (Pre-stress) ในขณะถ่ายแรงอัด เข้าสู่เสา เข็ม การยกเสา เข็ม การขนส่ง การตอก การใช้งาน และความเค้นประสิทธิผล (Effective Prestress)

2.5.1 วัตถุดิบที่ใช้ในการผลิต เสา เข็ม จะประกอบด้วยคอนกรีต และ เหล็กเสริม

2.5.1.1 คอนกรีต คอนกรีตที่จะใช้ผลิต เสา เข็ม จะต้องประกอบด้วยมวลผสมหยาบ (Coarse Aggregate) และมวลผสมละเอียด (Fine Aggregate) ที่มีความแข็งแรง สะอาดตาม ASTM C33 ซึ่งได้กำหนดขนาดใหญ่สุดของมวลผสมหยาบต้องไม่เกิน 30 มิลลิเมตร และต้องมีขนาด เล็กกว่า 2 ใน 5 ของความหนาของเสา เข็ม ปูนซีเมนต์ที่ใช้ต้อง เป็นพอร์ตแลนด์ซีเมนต์ และจะต้องมีปริมาณปูนซีเมนต์ (Cement Content) สูงพอ เพื่อให้รอบ เหล็กเสริม มีแรงยึดเหนี่ยวโดยรอบ ACI กำหนดปริมาณปูนซีเมนต์ไว้ว่าในคอนกรีตปริมาตร 1 ลูกบาศก์เมตร จะต้องมียปริมาณปูนซีเมนต์ ไม่น้อยกว่า 335 กิโลกรัม ทั้งนี้ให้ขึ้นอยู่กับส่วนผสมที่ทำการออกแบบ (Mixed Design) น้ำที่ใช้ในการผสมคอนกรีตจะต้องสะอาดและควรใช้น้ำในปริมาณที่น้อยที่สุดเท่าที่จำเป็น เพื่อให้คอนกรีตมีค่าการยุบตัว (Slump) ต่ำที่สุด

2.5.1.2 เหล็กเสริม เหล็กเสริมที่ใช้สำหรับการผลิต เสา เข็ม จะประกอบด้วย เหล็กเสริมตามยาวหรือลวดเหล็กกล้าอัดแรง (Prestress Concrete Wire) และ เหล็กปลอก (Stirrup)

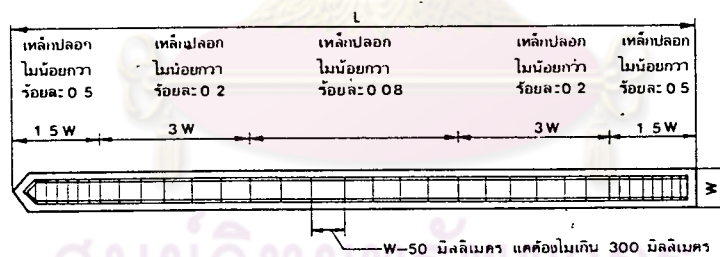
ลวดเหล็กกล้าอัดแรง ที่ใช้ในงานคอนกรีตอัดแรงมีอยู่ 2 ชนิด คือ ลวดเดี่ยว และลวดตีเกลียว ลวดเดี่ยวจะมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางตั้งแต่ 4 มิลลิเมตร ถึง 9 มิลลิเมตร ส่วนลวดตีเกลียวจะมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3/8 นิ้ว และ 1/2 นิ้ว ม.อ.ก. ได้กำหนดปริมาณเหล็กเสริมตามยาวไว้ดังต่อไปนี้

ม.อ.ก. 396-2524 ข้อกำหนดสำหรับ เสา เข็มคอนกรีตอัดแรงหล่อสำเร็จ กำหนดว่าระยะห่างระหว่าง เหล็กเสริมตามยาวต้องไม่น้อยกว่า 3 เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลางของเหล็กเสริมตามยาว และต้องไม่น้อยกว่า $1\frac{1}{3}$ เท่าของขนาดใหญ่ที่สุดของมวลผสมหยาบ

ม.อ.ก. 398-2524 ข้อกำหนดสำหรับ เสา เข็มคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรงหล่อสำเร็จแบบแรงเหวี่ยงกำหนดว่าต้องใช้ เหล็กเสริมตามยาวไม่น้อยกว่า 6 เส้น อัตราส่วนของพื้นที่ภาคตัดขวางของ เหล็กเสริมตามยาว ต่อพื้นที่ภาคตัดขวางของ เสา เข็มต้องไม่น้อยกว่า

ร้อยละ 0.4 และ เหล็กเสริมนี้ ต้องอยู่ห่างกันอย่างสม่ำเสมอ ระยะห่างระหว่าง เหล็กเสริมตามยาวต้องไม่น้อยกว่าหนึ่ง เท่าของ เส้นผ่าศูนย์กลางของ เหล็กเสริมตามยาว และต้องมากกว่า $1\frac{1}{3}$ เท่าของขนาดใหญ่สุดของมวลผสมหยาบ

เหล็กปลอก เหล็กปลอกที่ใช้กันทั่วไป เป็น เหล็ก เส้นกลมขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง ตั้งแต่ 3 มิลลิเมตรขึ้นไป วัตถุประสงค์ของการใส่เหล็กปลอกก็เพื่อป้องกันไม่ให้หัว เส้า เข็มฉีก เวลาตอก เพื่อรับแรงเฉือนขณะใช้งาน หรือขณะขนส่ง และป้องกันการแตกของ เนื้อคอนกรีต เนื่องจากการหดตัว ในทางปฏิบัติปริมาณเหล็กปลอกจะกำหนด เป็น เปอร์เซ็นต์ของพื้นที่หน้าตัดโดยอยู่ระหว่าง 0.06 ถึง 0.2% แต่สำหรับ เส้า เข็มกลมกลวงแบบแรงเหวี่ยงจะต้อง เพิ่มขึ้น เป็น 0.3 ถึง 0.4% ม.อ.ก. 396-2524 กำหนดว่าเหล็กปลอก จะต้องยึดติดกับ เหล็กเสริมตามยาวให้มั่นคง และต้องมีปริมาณเป็นร้อยละของปริมาตรของคอนกรีตในช่วงนั้น ๆ ตามที่กำหนดไว้ในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ปริมาณ เหล็กปลอก

2.5.2 ข้อกำหนดในการออกแบบ เสา เข็มคอนกรีตอัดแรง ในการออกแบบ เสา เข็ม คอนกรีตจะต้องพิจารณาความเค้นที่เกิดขึ้นจากคอนกรีต และ เหล็กเสริม ดังนี้

2.5.2.1 ความเค้นที่เกิดขึ้นในเนื้อคอนกรีต ความเค้นต่าง ๆ ที่ใช้สำหรับการพิจารณาออกแบบจะประกอบด้วย

ก. ความเค้นอัดสูงสุด (Compressive Strength : f_{c1}) หมายถึง ความเค้นอัดสูงสุดที่แท่งคอนกรีตรูปทรงกระบอกมาตรฐานสามารถรับได้ .

ข. f'_{ci} หมายถึง ความเค้นอัดสูงสุดที่แท่งคอนกรีตรูปทรงกระบอกมาตรฐานสามารถรับได้ ก่อนจะตัดหรือปล่อยลวด เหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรง หรือ ลวด เหล็กตี เกลียว

ค. f_{ci} หมายถึง ความเค้นอัดที่ยอมให้คอนกรีตรับได้มากที่สุด ขณะตัดหรือปล่อยลวด เหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรง หรือลวด เหล็กตี เกลียว

ง. f_{ca} หมายถึง ความเค้นอัดใช้งานที่ยอมให้คอนกรีตรับได้มากที่สุดตลอดเวลาที่รับน้ำหนักอยู่ โดยรวมความเค้นอัดของลวด เหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรงหรือลวด เหล็กตี เกลียว และน้ำหนักบรรทุก และความเค้นอัดใช้งานในสภาพแรงอัดที่ยอมให้คอนกรีตรับได้มากที่สุดตลอดเวลาที่รับน้ำหนัก ซึ่งเกิดจากแรงยก และแรงกระแทกโดยรวม ความเค้นอัดของลวด เหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรง หรือลวด เหล็กตี เกลียว

จ. f_{ta} หมายถึง ความเค้นดึงที่ยอมให้คอนกรีตรับได้มากที่สุด ขณะขนส่งหรือยกขึ้นตอกและการใช้งาน

ฉ. f_e หมายถึง ความเค้นอัดในเนื้อคอนกรีตก่อนใช้งาน หลังจากหักค่าการ เสื่อมคุณภาพการอัดแรงแล้ว

มาตรฐานอุตสาหกรรม ได้กำหนดค่าความเค้นต่าง ๆ ไว้ดังนี้ คือ

ม.อ.ก. 396-2524 ได้กำหนดค่าความเค้นต่าง ๆ ในคอนกรีต สำหรับ เสา เข็มคอนกรีตอัดแรงหล่อสำเร็จไว้ ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ความเค้นต่าง ๆ ในคอนกรีตสำหรับ เสาค้ำคอนกรีตอัดแรงหล่อสำเร็จ

ความเค้นต่าง ๆ ในคอนกรีต	กิโลกรัมต่อตาราง เซนติ เมตร
f'_c ไม่น้อยกว่า	350
f'_{ci} ไม่น้อยกว่า	245
f_{ci} ไม่น้อยกว่า	$0.45 f'_c$
f_{ca} ก. ในสภาพใช้งานต้องไม่มากกว่า	$0.33 f'_c$
ข. ในสภาพแรงดัดต้องไม่มากกว่า	$0.45 f'_c$
f_{ta} ก. การขนส่งหรือการยกขึ้นดกต้อง ไม่มากกว่า	$1.59 \sqrt{f'_c}$
ข. การใช้งานต้องไม่มากกว่า	$1.19 \sqrt{f'_c}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ม.อ.ก. 398-2524 ได้กำหนดค่าความเค้นต่าง ๆ ในคอนกรีต

สำหรับเสา เข็มคอนกรีต เสริม เหล็กอัดแรงหล่อสำเร็จแบบแรงเหวี่ยงไว้ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ความเค้นต่าง ๆ ในคอนกรีตของ เสา เข็มคอนกรีต เสริม เหล็กอัดแรงหล่อสำเร็จแบบแรงเหวี่ยง

ความเค้นต่าง ๆ ในคอนกรีต	กิโลกรัมต่อตาราง เซนติ เมตร
f'_c ต้องไม่น้อยกว่า	500
f'_{ci} ต้องไม่น้อยกว่า	250
f_{ci} ต้องไม่น้อยกว่า	$0.45 f'_c$
f_e ต้องไม่น้อยกว่า	40
f_{ca} ก. ในสภาพใช้งานต้องไม่มากกว่า ข. ในสภาพแรงดัดต้องไม่มากกว่า	$0.33 f'_c$ $0.45 f'_c$
f_{ta} ก. การขนส่งหรือการยกขึ้นตอกต้องไม่มากกว่า ข. การใช้งานต้องไม่มากกว่า	$1.59 \sqrt{f'_c}$ $1.19 \sqrt{f'_c}$

2.5.2.2 ความเค้นที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมตามยาว (ลวด เหล็กกล้าอัดแรง)

ก. ความเค้นดึงสูงสุดที่ลวด เหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรงหรือลวดตีเกลียวสามารถรับได้ (f'_s) ในการดึงลวดเหล็กอัดแรง โดยปกติอาจดึงได้สูงถึง 80% ของความเค้นดึงสูงสุด แต่ขณะถ่ายแรงอัด เข้าสู่เสาเข็มแรงดึงไม่ควรเกิน 70% ของความเค้นดึงสูงสุด

ม.อ.ก. 95-2517 ได้กำหนดค่าความเค้นดึงสูงสุด

ไว้ดังนี้ คือ

ความเค้นดึงสูงสุดของลวด เหล็กขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 และ 5 มิลลิเมตร

17,500 กก/ชม.

ความเค้นดึงสูงสุดของลวด เหล็กขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง 7 และ 5 มิลลิเมตร

16,000 กก/ชม.

ความเค้นดึงสูงสุดของลวด เหล็กขนาด เส้นผ่าศูนย์กลาง 9 และ 5 มิลลิเมตร

14,500 กก/ชม.

ข. ความเค้นดึงประสิทธิผล (Effective prestress of wire or stand) หมายถึง ความเค้นดึงในลวดเหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรง หลังจากเกิดการเสื่อมสยการอัดแรง ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลนี้จะมีค่าเป็นเท่าไรนั้นขึ้นอยู่กับสภาพการยก, การขนส่ง, สภาพดินและความยากง่ายในการตอกเสาเข็ม ม.อ.ก. มิได้กำหนดค่าความเค้นดึงประสิทธิผลไว้เพียงแต่กำหนดว่า ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลจะต้องมากพอที่จะไม่ทำให้เกิดรอยร้าว (Crack) เกิน 0.2 มิลลิเมตร ในการเลือกใช้ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลนี้ควรจะเลือกใช้อย่างพอเหมาะ เพราะถ้าหากใช้ค่าความเค้นประสิทธิผลสูงจะทำให้ไม่ประหยัดและเสาเข็มจะสามารถรับแรงได้น้อยลงด้วย มีผู้แนะนำการใช้ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลไว้ดังนี้คือ

AASHO - PCI แนะนำให้ใช้ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลอย่างต่ำ 49 กก/ชม. และต้องไม่เกิน $0.2 f'_c$

บุญชู ปโกฏิประภา (2524) แนะนำว่าสำหรับเสาเข็มที่ใช้ในบริเวณกรุงเทพฯ ให้ใช้ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลในเกณฑ์ 20 กก/ชม² เมื่อความยาวเสาเข็มต่ำกว่า 12 เมตร 30 กก/ชม. เมื่อความยาวเสาเข็มอยู่ในระหว่าง 13 เมตร ถึง 21 เมตร และเมื่อความยาวเสาเข็มมากกว่า 21 เมตร ให้ใช้ค่าความเค้นดึงประสิทธิผลเท่ากับ 40 กก/ชม²

ค. การเสื่อมสยการอัดแรง (Losses) หมายถึง การที่ลวดเหล็กสำหรับงานคอนกรีตอัดแรง หรือลวดเหล็กที่เกลียวสูญเสียแรงเค้นดึงตามขั้นตอนต่าง ๆ เนื่องจากความล้าของเหล็กเสริมตามยาว การหดตัวของคอนกรีต ความล้าของคอนกรีต และการหดตัวอีลาสติกของเสาเข็ม ซึ่งขึ้นอยู่กับคุณภาพของปูนซีเมนต์ ปริมาณน้ำที่ใช้คุณภาพเหล็กอัดแรงและคุณภาพของมวลรวมหยาบและละเอียด ฯลฯ ตามสภาพการทำงาน และคุณสมบัติวัสดุต่าง ๆ ที่ใช้ผลิตเสาเข็มในกรุงเทพฯ ค่าการเสื่อมสยการอัดแรงรวม (Total losses) ไม่ควรใช้ต่ำกว่า 20% (บุญชู 2524)

2.6 หลักสถิติที่ใช้ในการวิจัย

2.6.1 รูปแบบเชิงเส้นตรงของกฎถดถอยแบบธรรมดา (Simple Linear Regression)

หลักการที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิตินั้นใช้หลักการของเส้นถดถอยแบบธรรมดา ซึ่งเป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว ว่ามีความเกี่ยวเนื่องสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ตัวแบบ (Model) ของสมการมีอยู่ 2 ตัวแบบ คือ

ตัวแบบที่ 1 สมการ เส้นถดถอยแบบ เส้นตรง โดยไม่ผ่านจุดศูนย์

$$Y = a + bx \text{ ----- (2.9)}$$

ตัวแบบที่ 2 สมการ เส้นถดถอยแบบ เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์

$$Y = cX \text{ ----- (2.10)}$$

a เป็น Y-Intercept หรือค่า Y เมื่อ X = 0

เมื่อ b และ c เป็นความชันของ เส้นตรงที่ผ่านจุด Y ซึ่งหมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของ Y ต่อการเปลี่ยนแปลงของ X 1 หน่วย

2.6.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ a, b and c

วิธีการประมาณค่า a, b และ c โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of least squares) ซึ่งวิธีนี้จะให้ค่า a, b และ c ที่ทำให้ Sum of squares ของ error มีค่าน้อยที่สุด ค่า a, b และ c สามารถแทนโดยสมการดังต่อไปนี้ คือ

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} \text{ ----- (2.11)}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n(\bar{X})^2} \text{ ----- (2.12)}$$

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \text{ ----- (2.13)}$$

2.6.3 การหาคุณภาพของ เส้นถดถอยแบบธรรมดา

การอธิบายความสัมพันธ์ระหว่าง X และ Y ของสมการ (2.9) และ (2.10) สามารถอธิบายในรูปของ คุณภาพของ เส้นถดถอย (Coefficient of determination, R^2) ค่า R^2 สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของ X และ Y ดังนี้

- สำหรับ เส้นถดถอยแบบ เส้นตรงที่ไม่ผ่านจุดศูนย์

$$R^2 = \frac{S_{x,y}^2}{S_x^2 S_y^2} \text{-----} \quad (2.14)$$

$$S_{x,y} = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y} \right]$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n (\bar{X})^2 \right]$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n (\bar{Y})^2 \right]$$

- สำหรับ เส้นถดถอยแบบ เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2 \sum_{i=1}^n Y_i^2} \text{-----} \quad (2.15)$$

ค่าของ R^2 จะอธิบายความสัมพันธ์ได้ คือ ถ้า R^2 มีค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่า X และ Y จะมีความสัมพันธ์ของความผันแปรอย่างเที่ยงในแบบ เส้นตรงค่าสูงสุดของ R^2 คือ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย