

วรรณคดีและการวิจัยที่เกี่ยวข้อง



ตรรกศาสตร์ (Logic)

คำว่า "ตรรกศาสตร์" หรือ "ตรรกวิทยา" ได้มีผู้นิยามไว้กว้างขวางแตกต่างกัน แต่เมื่อพิจารณาจำกัดความทั้งหลายแล้วจะพบว่า หมายถึงการหาเหตุผลและหลักเกณฑ์ทั้งนั้น ดังเช่น

กีรติ บุญเจือ ว่า "ตรรกวิทยา คือ วิชาที่ว่าด้วยธรรมชาติและหลักเกณฑ์การใช้เหตุผล เหตุผลเป็นสิ่งที่คิดไว้ในสมองและแสดงออกมาให้รับรู้โดยใช้ภาษา จะเป็นภาษาพูดหรือเขียนก็ได้"¹

ขุนประเสริฐศุกุมাত্রา ได้ประมวลใจความการวิเคราะห์ศัพท์ "ตรรกศาสตร์" ที่นักปราชญ์ต่าง ๆ ได้ให้ไว้ว่า "ตรรกวิทยา คือ วิชาที่ว่าด้วยเงื่อนไขและกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ซึ่งจะต้องใช้ในการคิดหรือตรึกตรองหาเหตุผลอย่างถูกต้อง

วิลเลียม เซนเนอร์ (William Shaner) ได้กล่าวว่า การคิดในทางตรรกศาสตร์ หรือการคิดเชิงตรรกศาสตร์ (Logical thinking) จะต้องเป็นการคิดที่ถูกต้องชัดเจน การคิดเชิงตรรกศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพและสมเหตุสมผลยิ่งขึ้น นอกจากนี้การคิดเชิงตรรกศาสตร์ยังช่วยในการตัดสินใจ (Decision making)

¹กีรติ บุญเจือ, ปรัชญาเบื้องต้นและตรรกวิทยาเบื้องต้น, (กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ดวงวิद्याการพิมพ์, 2512), หน้า 179.

²ขุนประเสริฐศุกุมাত্রา, ตรรกวิทยา, (พระนคร: โรงพิมพ์มกุฎราชวิทยาลัย, 2494), หน้า 1-2.

ของมนุษย์¹

เออร์วิง เอ็ม โคปี (Irving M. Copi) ได้กล่าวว่าตรรกศาสตร์ (Logic) เป็นศาสตร์ของการคิดให้เหตุผล²

โจเอล คัปเปอร์แมน และ อาร์เธอร์ เอส. แมคเกรด (Joel Kupperman, and Arther S. Mc. Grade) ได้แบ่งการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์เป็น 2 วิธี คือ การคิดแบบนิรนัย และ การคิดแบบอุปนัย³

การคิดแบบนิรนัย (Deduction) และการคิดแบบอุปนัย (Induction)

วิธีการให้เหตุผลแบบนิรนัย ชาวกรีกเป็นผู้นำวิธีการนี้มาใช้ในทางคณิตศาสตร์ เป็นพวกแรก แต่พวกบาบิโลเนียนและอียิปต์ใช้วิธีการแบบอุปนัย คือ วิธีการสรุปสูตรจากการสังเกตหรือจากประสบการณ์ วิธีการเช่นนี้เรียกว่าการให้เหตุผลโดยการสังเกต (Empirical reasoning) วิธีนี้ไม่มีคำถามว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น การสรุปแบบอุปนัยซึ่งได้จากการสังเกตและประสบการณ์บางอย่างที่เป็นจริงเสมอด้วย ถึงแม้ว่าการสรุปผลแบบนี้จะเป็นการตัดสินใจเกินกว่าที่จะเป็นจริงก็ตาม เราก็มอมรับว่าเป็นจริง แต่อย่างไรก็ตามการให้เหตุผลแบบนี้ใช้ว่าจะใช้ได้เสมอไป สิ่งที่ไม่เป็นธรรมชาติเราจะใช้วิธีนี้ไม่ได้จะต้องใช้วิธีอื่นนั่นคือวิธีนิรนัย

¹William Shaner, A Guide to Logical Thinking, (Illinois: Science Research Associates, Inc., 1959), P.3.

²Irving M. Copi, Introduction to Logic, 3d ed. (New York: The Macmillan Co., 1968), p.1.

³Joel Kupperman and Arther S. Mc Grade, Foundamentals of Logic, (London: Doubleday and Company, Inc., 1966), p.21.

การคิดแบบนิรนัย (Deduction) เป็นการคิดหาเหตุผลจากประโยคอ้าง (Premise) ไปยังข้อสรุป (Conclusion) ซึ่งข้อสรุปนั้นเป็นผลสรุปที่จำเป็นจะต้องสมเหตุสมผล ถ้าการสรุปผลไม่สมกับเหตุผลที่กำหนดขึ้นเรียกว่าไม่สมเหตุสมผล

การคิดแบบอุปนัย (Induction) เป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปที่รวมส่วนย่อยเหล่านั้นเข้ามามี นั่นคือเป็นการคิดหาเหตุผลจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม

กีรติ บุญเจือ ให้ความหมายว่า วิธีนิรนัย (Deduction) คือ วิธีการพิสูจน์โดยอ้างข้อความทั่วไปที่แน่ใจไว้ก่อนไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่แน่ใจไ้ภายหลัง หรือสนับสนุนประสมการเฉพาะหน่วยให้แน่ใจยิ่งขึ้น ส่วนวิธีอุปนัย (Induction) คือการพิสูจน์โดยอ้างประสมการเฉพาะหน่วยที่แน่ใจแล้วไปสนับสนุนข้อความทั่วไปที่ยังไม่แน่ใจให้มีความแน่ใจมากขึ้น¹

ตัวอย่างการให้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย

- ก. นิรนัย เหตุ 1. สี่เหลี่ยมมุมฉากทุกรูปเป็นสี่เหลี่ยมคางหมู
2. สี่เหลี่ยมคางหมูทุกรูปเป็นสี่เหลี่ยม
ผล 3. ดังนั้นสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นสี่เหลี่ยม
- ข. อุปนัย เหตุ 1. ถ้า S เป็นเซตของจำนวนธรรมชาติแล้วจะต้องมี I E S
2. และถ้า K E S แล้ว (K+1) E S
ผล 3. S คือจำนวนธรรมชาติทั้งหมด

เวสลีย์ ซี. แซลมอน (Wesley C. Salmon) ได้ชี้ให้เห็นว่าข้อสรุปของการให้เหตุผลทั้งสองชนิดมีข้อแตกต่าง 2 ประการใหญ่ ๆ ซึ่งยกมาเปรียบเทียบให้เห็นดัง

¹กีรติ บุญเจือ, ตรรกวิทยาทั่วไป, (กรุงเทพมหานคร:บริษัทโรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช จำกัด, 2516), หน้า 4.

นี้

แบบนิรนัย

1. ถ้าประโยคอ้าง (Premise) ทั้งหมดเป็นจริง ข้อสรุปจะต้องเป็นจริงอย่างแน่นอน
2. เนื้อหาหรือสาระความจริงทั้งหมดในข้อสรุปนั้นมีจริงอยู่แล้ว อย่างน้อยก็ปรากฏอยู่ในประโยคอ้าง

แบบอุปนัย

1. ถ้าประโยคอ้างเป็นจริงข้อสรุปก็เป็นไปได้ว่าจะเป็นจริง แต่ก็ไม่แน่ว่าจะเป็นจริงเสมอไป
2. ข้อสรุปมีเนื้อหาที่กินความมากกว่าประโยคอ้าง

เออร์วิง เอ็ม. คอปิ (Irving M. Copi) ได้กล่าวถึงความแตกต่างของการใช้เหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัยไว้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นประโยคอ้างจะเสนอหลักฐานโดยสมบูรณ์สำหรับการสรุป แต่ในการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้นประโยคอ้างจะเสนอหลักฐานสำหรับการสรุปไว้เพียงบางส่วนเท่านั้น ข้อแตกต่างระหว่างการคิดแบบอุปนัยด้วยกันจึงอยู่ที่ระดับความเป็นไปได้ หรือความน่าจะเป็น (Probability) ที่จะนำไปตามผลสรุปอันเกิดจากหลักฐานในประโยคที่อ้าง²

ประเภทของการให้เหตุผลแบบนิรนัย

โรเบิร์ต เฮช. เอนนิส (Robert H. Ennis) ได้กล่าวว่ามีใครจัดแบ่งประเภทของวิธีนิรนัยให้ครบทุกชนิดได้สำหรับเขาเองได้จัดแบ่งการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์โดยวิธีนิรนัยเป็น 2 ประเภท คือ³

¹Wesley C. Salmon, Logic, 2d ed., (New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1973), p. 14.

²Irving M. Copi, Symbolic Logic, 3d ed. (New York: The Macmillan Co., 1967), pp. 3-4.

³Robert H. Ennis, Ordinary Logic, (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice -Hall, 1969), pp. 11-12.

1. ประโยคแห่งการให้เหตุผล (Sentence Reasoning)
ตัวอย่างเช่น ถ้าสี่สวาคเป็นแมว, แล้วแมวเป็นสัตว์ชนิดหนึ่ง
เพราะฉะนั้น สี่สวาคเป็นสัตว์ชนิดหนึ่ง
2. ชั้นแห่งการให้เหตุผล (Class Reasoning)
ตัวอย่างเช่น ผลไม้บางชนิดเป็น ภูเขา
ภูเขาทั้งหมดเป็นอาหาร
เพราะฉะนั้น ผลไม้บางชนิดเป็นอาหาร

ดังนั้นวิธีการคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย นั้นจะต้องประกอบด้วย 3 เหมอ แต่ละเหมอ
หนึ่ง ๆ เป็นสัญลักษณ์ของมโนคติ (Concept) หนึ่ง ๆ ฉะนั้นในการอ้างเหตุผล
(Syllogism) หนึ่งต้องมี 3 มโนคติ มิฉะนั้นจะไม่สมเหตุผล

ที.ซี.โอเบรียน และ บี.เจ.ซาไปโร (T.C.O'Brien and B.J.Shapiro)
ได้กล่าวถึงการศึกษาของฮิลล์ (Hill) ที่ศึกษาเกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลเชิงตรรก
ศาสตร์แบบนิรนัยจากสมมติฐาน ซึ่งฮิลล์ได้แบ่งการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แบบ
นิรนัยออกเป็น 3 ประเภท คือ¹

1. Sentential Logic เช่น

ก. ถ้ารองเท่าคุณนี้เป็นสีแดง แล้วจะเป็นของน้อย

ถ้ารองเท่าคุณนี้ไม่ใช่ของน้อย

เพราะฉะนั้น รองเท่าคุณนี้เป็นสีแดง (สรุปผิด)

¹ดูวิล ฮาราโกทน์, "การอบรมเลี้ยงดูและผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อ
พัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย"
(ปริทัศน์นิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520),
หน้า 13 อ้างถึง T.C., O'Brien, and B.J. Shapiro, "The Development of
Logical Thinking in Children," American Educational Research
Journal, 5 (4) (November 1968) : 531-543.

ข. ถ้าจีนแดงข้ามแม่น้ำโขงแล้ว ประเทศไทยจะประกาศสงคราม
ประเทศไทยประกาศสงคราม
เพราะฉะนั้นจีนแดงข้ามแม่น้ำโขง (สรุปผิด)

2. Classical Syllogism เช่น

ก. ถ้าแมวร้องเมี้ยว-เมี้ยว แล้วมันจะตองหิว
ถ้าแมวหิวแล้วเขาตองหาอาหารให้มัน
เพราะฉะนั้นถ้าแมวร้องเมี้ยว-เมี้ยว แล้วเขาตองหาอาหาร
ให้มัน (จริง)

ข. สมรปิวขาวกวารัชนี
นีสاپิวขาวกวาสมร
เพราะฉะนั้นนีสاپิวขาวกวารัชนี (จริง)

3. Logic of Quantification เช่น

ก. นักเรียนทุกคนที่อยู่ในโรงเรียนนี้ชอบเล่นฟุตบอล
เด็กชายถาวรไม่ชอบเล่นฟุตบอล
เพราะฉะนั้นเด็กชายถาวรไม่ได้อยู่ในโรงเรียนนี้ (จริง)

ข. นักฟุตบอลทีมชาติไทยบางคนเป็นเพื่อนของสมพงศ์
วิชัยเป็นเพื่อนคนหนึ่งของสมพงศ์
เพราะฉะนั้นวิชัยเป็นนักฟุตบอลทีมชาติ (สรุปผิด)

เจมส์ เจ รอเบิร์ต (James J. Roberge) ได้ศึกษาถึงการคิดหาเหตุ

ผลเชิงตรรกศาสตร์แบบนิรนัย และได้แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ¹

¹James J. Roberge, "A Study of Children's Abilities to Reason with Basic Principles of Deductive Reasoning," American Educational Research Journal 7 (4) (November, 1970): 583-596.

1. Class Reasoning
2. Conditional Reasoning

ทั้งสองแบบตรงกับของ โรเบิร์ต เอช. เอนนิส (Robert H. Ennis) นั้นเอง กล่าวคือ Conditional Reasoning นั้นเป็นรูปแบบของ Sentence Reasoning¹

ชาตรี เมืองนาโพธิ์ และ ชัยวัฒน์ ปานพลอย ได้สรุปแบบแผนของการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลที่สำคัญ ๆ ไว้ดังนี้²

1. Modus Ponens (Way of assertion)

เหตุ $p \longrightarrow q$
 p

 ผล q

004006

2. Modus Tollens (Way of denial)

เหตุ $p \longrightarrow q$
 $\sim q$

 ผล $\sim p$

3. Hypothetical Syllogism

เหตุ $p \longrightarrow q$
 $q \longrightarrow r$

 ผล $p \longrightarrow r$

¹ Robert H. Ennis, Ordinary Logic, p. 13.

² ชาตรี เมืองนาโพธิ์ และ ชัยวัฒน์ ปานพลอย, Symbolic Logic (กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์นิยมวิทยา, 2512), หน้า 55-56.

4. Disjunctive Syllogism

$$\begin{array}{l} \text{เหตุ} \quad p \vee q \\ \quad \quad \quad \sim p \\ \hline \text{ผล} \quad q \end{array}$$

5. Constructive Dilemma

$$\begin{array}{l} \text{เหตุ} \quad p \rightarrow q \\ \quad \quad r \rightarrow q \\ \quad \quad \quad p \vee r \\ \hline \text{ผล} \quad q \end{array}$$

6. Destructive Dilemma

$$\begin{array}{l} \text{เหตุ} \quad p \rightarrow q \\ \quad \quad p \rightarrow r \\ \quad \quad \quad \sim q \vee \sim r \\ \hline \text{ผล} \quad \sim p \end{array}$$

7. Simplification

$$\begin{array}{l} \text{เหตุ} \quad p \wedge q \\ \hline \text{ผล} \quad p \end{array}$$

8. Conjunction

$$\begin{array}{l} \text{เหตุ} \quad p \\ \quad \quad \quad q \\ \hline \text{ผล} \quad p \wedge q \end{array}$$

9. Addition

$$\begin{array}{l} \text{เหตุ} \quad p \\ \hline \text{ผล} \quad p \vee q \end{array}$$



ประเภทของการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ปานใจ สุขสวัสดิ์ กล่าวว่ามีด้วยกัน 4 วิธี คือ¹

1. อุปนัยจากตัวอย่างเฉพาะ (Induction from Specific Instance)
วิธีการนี้คือการหาตัวอย่างใหม่ ๆ จากตัวอย่างที่มีอยู่ก็สรุปคาดพิง (Infer) ไป
ถึงกรณีทั้งหมด เช่น

- นาย ก. กินน้ำผึ้ง แล้วผิวดี
- นางสาว ข กินน้ำผึ้ง แล้วผิวดี
- นาย ค. กินน้ำผึ้ง แล้วผิวดี
- นาง ง. กินน้ำผึ้ง แล้วผิวดี
- ∴ ใคร ๆ ที่กินน้ำผึ้งแล้วผิวดี

2. อุปนัยจากผู้มีอิทธิพล (Induction from Authorities) ใน
ที่นี้หมายถึง อังคารา สถาบัน หรือบุคคล ที่น่าเชื่อถือมาสนับสนุนการสรุป การอุปนัยแบบ
นี้มีรูปแบบเป็น

- x ยืนยันว่า p เป็นจริง
- ∴ สรุปว่าเรื่อง p เป็นจริง
- หรือ x เป็นสถาบันเชื่อถือได้ในเรื่อง p
- x ยืนยันว่าเรื่อง p เป็นจริง
- ∴ สรุปว่าเรื่อง p เป็นจริงด้วย

3. อุปนัยจากการอุปมาอุปไมย (Induction from Analogy)
ซึ่งเป็นการนำเอากรณีตั้งแต่สองกรณีที่มีคุณสมบัติต่าง ๆ ที่คล้ายกัน มาเปรียบเทียบข้อ
สรุป เช่น

¹ม.ร.ว.ปานใจ สุขสวัสดิ์ และเสรี วงษ์มณฑา, ตรรกวิทยาเบื้องต้น,
(กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2517), หน้า 79-83.

- ก, ข, ค. ง. ต่างก็มีคุณสมบัติ ย และ ว
 ก, ข, ค. ต่างก็มีคุณสมบัติ ร
 . . . ง. น่าจะมีคุณสมบัติ ร ด้วย

4. วิธีอุปนัยจากความสัมพันธ์ที่เป็นเหตุผลซึ่งกันและกัน (Induction from Causal Relation) ซึ่งอาจทำได้⁽²⁾ 2) อย่างคือ

4.1 การใช้เหตุผลจากสาเหตุไปสู่ผลลัพธ์ (Cause-to-Effect Reasoning) เช่น การแข่งขันกรีฑานักเรียนครั้งหนึ่ง เข้าในวันแข่งขันฝนตก เราก็กล่าวว่า งานวันนี้ไม่สนุกแน่ เราพูดอย่างนั้นเพราะเชื่อว่าฝนตกเป็นสาเหตุของความไม่สนุก

4.2 การให้เหตุผลจากผลลัพธ์ไปสู่สาเหตุ (Effect-to-Cause Reasoning) คือ จากผลที่พบเราสรุปพาดพิงไปถึงสาเหตุที่เราไม่ได้พบได้เห็น เช่น เราตื่นตอนเช้าพบว่าสนามหน้าบ้านเปียกชายคามีหยกน้ำเราก็อาจสรุปว่า เมื่อคืนนี้ฝนตก ทั้งที่เรานอนหลับสนิทไม่รู้เลยว่าฝนตกจริงหรือไม่

4.3 การให้เหตุผลจากผลลัพธ์ไปสู่ผลลัพธ์ (Effect-to-Effect Reasoning) การให้เหตุผลแบบนี้คือ การที่ผลลัพธ์สองอย่างเกิดขึ้นด้วยสาเหตุอันเดียวกัน เมื่อเราพบว่ามีการณ์หนึ่งเกิดขึ้น อีกการณ์หนึ่งก็น่าจะเกิดขึ้นด้วย เช่น นักเรียน 2 คน มีระดับสติปัญญาใกล้เคียงกัน ชยันพอกันไปศึกษาวิชาพิเศษกับครูคนหนึ่งด้วยกัน เราพบว่านักเรียนคนหนึ่งบอกว่าได้คะแนน A เราก็สรุปว่านักเรียนอีกคนหนึ่งที่เรายังไม่ได้พบนั้นน่าจะได้อะแนน A ด้วยเช่นเดียวกัน

จอห์น สจวต มิลล์ (John- Staurt Mill) ได้รวบรวมวิธีการสรุปแบบอุปนัยสำหรับตรวจสอบดูความสัมพันธ์ของกรณีต่าง ๆ ว่าเป็นสาเหตุหรือผลลัพธ์ต่อกันจริง

วิธีการดังกล่าวนี้เรียกว่า วิธีการของ มิลล์ (Mill's Method) มี 5 วิธี คือ^{1,2}

1. วิธีการว่าด้วยความสะดวกคล้องกัน (Method of Agreement) คือ จากหลายตัวอย่างที่เราสังเกตเห็นว่ามีสิ่งที่เป็นเหตุเหมือนกัน และเกิดผลออกมาเหมือนกันในทุกตัวอย่าง หรือทุกครั้งที่มีเหตุเช่นนั้น เราก็บรรลุได้ว่าเหตุ นั้น เป็นเหตุของผลนั้นเช่น

ตัวอย่าง (Instant)	เหตุ (Cause)	ผล (Effect)
A	a	b
B	a	b
C	a	b
D	a	b

จาก 4 ตัวอย่าง มีเหตุอันเดียวกันคือ a เกิดผลอย่างเดียวกันสม่ำเสมอคือ b เพราะฉะนั้น a เป็นเหตุของ b

ตัวอย่าง นักเรียน 4 คนไปทัศนาร่วมกันและเมื่อกลับจากทัศนารทั้ง 4 คน มีอาการท้องเสีย จากการสอบถามทั้ง 4 คน ได้รับคำตอบว่าได้รับประทานอาหารต่าง ๆ กันที่เหมือนกันอย่างเดียวกันคือมะม่วงคอง ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า สาเหตุของอาการท้องเสียคือ มะม่วงคอง

2. วิธีการว่าด้วยความแตกต่าง (Method of Difference) คือ จาก ประสบการณ์เราเห็นว่าหน่วยหนึ่งหรือบางหน่วยมีเหตุผลที่ผิดแยกไปจากหน่วยอื่น และเกิด ผลออกมาผิดกับผลของหน่วยอื่น เราก็บรรลุเอาว่า ผลที่ต่างไปนั้นจะเป็นผลของเหตุที่ต่าง ออกไปดังนี้

¹ E.M. Adams, The Fundamental of General Logic, (New York : Longmans, Green and Co., 1954), pp.308 - 313.

² คำนี้ ฎริปริญา "พัฒนาการของการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกเริ่ม" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518), หน้า 12-15.

ตัวอย่าง (Instant)	เหตุ (Cause)	ผล (Effect)
A	a	b
B	a	b
C	c	d

เพราะฉะนั้นผล d ก็ย่อมจะเป็นผลของเหตุ c

ตัวอย่าง มีนักเรียน 3 คน คือ ก, ข, ค ไปทัศนศึกษาด้วยกัน กลับจากทัศนศึกษาปรากฏว่า ก.ท้องเสีย ส่วน ข, และ ค. ไม่เป็นอะไร จากการสอบถามพบว่า ก, ข, ค, รับประทานอาหารต่าง ๆ เหมือนกัน มีอยู่อย่างเดียวกับที่ ก. กิน และ ข, ค, ไม่ได้กิน คือ มะม่วงคอง ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า มะม่วงคองน่าจะเป็นสาเหตุของการท้องเสีย

3. วิธีการว่าด้วยความสอดคล้องกันและความแตกต่างกัน (Joint Method of Agreement and Difference) วิธีนี้มักจะใช้ควบคู่กันไป เช่น

ตัวอย่าง (Instant)	เหตุ (Cause)	ผล (Effect)
A	B C D	P
A	C X Y	P
A	X B D	P
-	B C X	-
A	Y D C	P

จากรูปจะเห็นว่าทุกกรณีที่มี A มีผลลัพธ์ P แต่ที่ไม่มี A จะไม่มี P ส่วนประกอบอื่น ๆ นั้นกระจายอยู่แตกต่างกัน จึงสรุปว่า A เป็นสาเหตุ

ตัวอย่าง คำ แดง เขียว ขาว ขำ ปวดท้องทุกคนแถม เขียว ท้องเดินด้วย
จงหาสาเหตุของการปวดท้องและท้องเดิน ผลของการสำรวจสมมติว่าเป็นดังนี้

คำ : ข้าว แงงไก่ หอหมก ปากท้องโก่

แดง : ข้าว แงงไก่ ปาท่องโก่ ฝรั่งคอง

เขียว : ข้าว แงงไก่ หอหมก ฝรั่งคอง เครื่องในวัว ปูเค็ม

ขาว : แงงไก่ หอหมก ปาท่องโก่ ขนมจีน เครื่องในวัว

ขำ : แงงไก่ ปาท่องโก่ ขนมจีน เครื่องในวัว

ดังนั้นสรุปได้ว่า สาเหตุของการปวดท้องน่าจะเป็นแกงไก่ (Agreement)
และสาเหตุของการท้องเดินน่าจะเป็น ปูเค็ม (Difference)

4. วิธีการขจัดเงื่อนไขบางกรณีออกไปเพื่อให้เหลือตัวเงื่อนไขที่แท้จริงเอาไว้ (Method of Residue) ประสพการณ์หลายประเภท มีสาเหตุหลายอย่างที่ทำให้กระทำ การร่วมกันทำให้เกิดผลร่วมกันเป็นผลลัพธ์ ในสาเหตุหลายอย่างดังกล่าวนี้มีบางอย่าง ที่ เรารู้อยู่สมาก่อน มีอยู่อย่างเดียวหรือน้อยอย่างที่เราไม่ทราบว่าเกิดผลอะไร ให้เราหัก ผลที่ทราบสาเหตุแน่นอนออกเสียก่อน ผลที่เหลือจากการหักแล้วย่อมเป็นผลของสาเหตุที่เหลือ ดังนี้

สาเหตุ	A + B + C + D	เกิดผล	a + b + c + d
จาก	A	เกิดผล	a
	B	เกิดผล	b
	C	เกิดผล	c
เหตุที่เหลือคือ	D	ยอมเกิดผลที่เหลือคือ	d

ตัวอย่าง วันหนึ่งไปซื้อเสื้อ กางเกง หมวก รองเท้า กระเป๋า รวมเป็นเงิน 200 บาท จำได้ว่า เสื้อราคา 20 บาท กางเกง 30 บาท หมวก ราคา 15 บาท รองเท้า 50 บาท กระเป๋า ราคาเท่าไร จำไม่ได้ใช้วิธีขจัดเงื่อนไขบางประการ (Residue) ก็จะทราบว่ากระเป๋า ราคา 85 บาท เพราะ 85 บาทที่เหลือเป็นผลของ เหตุที่เหลือ

5. วิธีการพิจารณาความแปรผันที่เกิดขึ้นร่วมกัน (Method of Concomitant Variation) สาเหตุเดียวกันถ้าเปลี่ยนระดับความเข้มข้นในการกระทำ ก็อาจจะเกิดผล ต่างกันไปได้ เช่น

ตัวอย่าง (Instant)	เหตุ (Cause)	ผล (Effect)
A B	C D	R
A B	C D	R
A B	C D ₁	R ₁
A B	C D ₂	R ₂
A B	C D ₃	R ₃

จะเห็นว่าเมื่อ D เปลี่ยนไป R จะผันแปรไปด้วย แสดงว่า D และ R เกี่ยวข้องกันเป็นเหตุเป็นผลกัน

ตัวอย่าง แดงรับประทานยาแก้ปวด 1 เม็ด ไม่มีผลอะไรเลย รับประทาน 2 เม็ด ทำให้หายปวดศีรษะ รับประทาน 10 เม็ด ทำให้ตาย เป็นต้น

วิธีการของมิลส์ได้มีการนำไปใช้กันอย่างกว้างขวางทั้งนี้เพราะว่าทุกสิ่งทุกอย่างต้องมีเหตุไม่มีผลอย่างใดเกิดขึ้นลอย ๆ โดยปราศจากเหตุ ซึ่งความเชื่อเช่นนี้ตรงกับหลักการพื้นฐานของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยนั่นเอง¹

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ คือ การคิดหาเหตุผลแบบนิรนัย และการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยเพื่อให้สอดคล้องกับความคิดของนักปราชญ์ทั้งหลายดังกล่าวมาแล้ว

พัฒนาการทางสติปัญญา

จีน. เพียเจท์ (Jean Piaget) เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิส ที่สนใจศึกษาถึงความสามารถในการคิดของเด็กจนกระทั่งได้สรุปผลออกมาเป็นแนวพัฒนาทางการคิดหรือพัฒนาการทางสติปัญญาซึ่ง พรณี ชูหทัย ได้กล่าวถึงเพียเจท์ (Piaget) ซึ่งแบ่งขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาออกเป็น 4 ขั้นดังนี้²

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensori-motor Intelligence) พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับ การเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่

¹อมร โสภณวิเศษฐวงศ์, ตรรกวิทยา, (กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2518), หน้า 1.

²พรณี ชูหทัย, จิตวิทยาการเรียนการสอน, (กรุงเทพมหานคร: วรุณีการพิมพ์, 2522), หน้า 56-59.

2. ขั้นการคิดก่อนปฏิบัติการ (Preoperation Thought) เด็กในวัยนี้ยังไม่สามารถใช้สมองคิดกระทำสิ่งต่าง ๆ อย่างเต็มที่ ความคิดความเข้าใจของเด็กวัยนี้ขึ้นอยู่กับความรู้สึกจากสิ่งภายนอกไม่สามารถใช้เหตุผล

3. ขั้นการคิดด้วยรูปธรรม (Concrete Operation) เด็กในวัยนี้สามารถใช้สมองคิดอย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหา (Operation) กับสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมได้

4. ขั้นคิดปฏิบัติการตามแบบแผนหรือแบบตรรกศาสตร์ (Formal Operation) วัยนี้เด็กจะมีพัฒนาการทางด้านความรู้ความเข้าใจถึงระดับสูงสุดและมีความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับปัญหาทุกชนิด เริ่มมีความคิดแบบผู้ใหญ่ สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่มีความพอใจที่จะคิดถึงสิ่งที่ไม่มีความจริงหรือสิ่งที่เป็นนามธรรมได้

เจอร์โรม เอส. บรูเนอร์ (Jerome S. Bruner) เป็นนักจิตวิทยาอีกผู้หนึ่งที่ได้อธิบายถึงพัฒนาการทางการคิด ซึ่ง พรหมณี ชูชัย กล่าวว่าทฤษฎีพัฒนาการของบรูเนอร์ (Bruner) เป็นทฤษฎีที่คู่ขนานกับทฤษฎีของเพียเจต์ (Piaget) โดยที่บรูเนอร์ (Bruner) ศึกษาค้นคว้าโดยยึดขั้นต่าง ๆ ของพัฒนาการของเพียเจต์ เป็นหลัก โดยเน้นที่การถ่ายทอดประสบการณ์ด้วยลักษณะต่าง ๆ บรูเนอร์ (Bruner) ได้แบ่งพัฒนาการทางสติปัญญาของคนประกอบด้วย 3 ลักษณะดังนี้¹

1. ลักษณะที่แทนด้วยการแสดงออก (Enactive Representation) เด็กแสดงให้เห็นถึงความมีสติปัญญาด้วยการกระทำ

2. ลักษณะที่แทนด้วยภาพในความคิด (Iconic Representation) พัฒนาการทางความคิดในขั้นนี้อยู่ที่การมองเห็นและการใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ

3. ลักษณะที่แทนด้วยสัญลักษณ์ (Symbolic Representation) หมายถึงการถ่ายทอดประสบการณ์หรือเหตุการณ์ต่าง ๆ โดยการใช้สัญลักษณ์หรือภาษา ซึ่งภาษาเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความคิด ขั้นนี้ บรูเนอร์ ถือว่าเป็นขั้นสูงสุดของพัฒนาการทางความรู้ความเข้าใจเด็กสามารถคิดหาเหตุผลและในที่สุดจะเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมได้และสามารถ

¹ เรื่องเดียวกัน, หน้า 80-82

แก้ปัญหาได้ บรูเนอร์ เห็นว่าความเข้าใจและภาษาที่พัฒนาการขึ้นมาพร้อม ๆ กัน

งานวิจัยในประเทศไทย

สามารถ วีระสัมพันธ์ ได้ทำการศึกษาสมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 444 คน โดยใช้แบบทดสอบการคิดแบบอุปมาอุปไมยประเภทการจัดเข้าพวกและอุปมาอุปไมย ผลปรากฏว่าคะแนนการจัดเข้าพวกรวมคะแนนอุปมาอุปไมยของทั้ง 2 เพศไม่แตกต่างกัน แสดงว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลไม่แตกต่างกัน¹

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์และความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียนที่จบชั้นประถมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2514 ภาคการศึกษา 5 กลุ่ม ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 480 คน เป็นชาย 249 คน หญิง 231 คน ให้กลุ่มตัวอย่างแต่ละคนทำแบบทดสอบการคิดหาเหตุผลแบบอนุमानและแบบอุปมาอุปไมยพบว่า²

1. เด็กหญิงมีความสามารถทางการคิดหาเหตุผลแบบอนุमानสูงกว่าเด็กชาย
2. เด็กหญิงมีความสามารถทางการคิดหาเหตุผลแบบอุปมาอุปไมยสูงกว่าเด็กชาย
3. เด็กหญิงมีความสามารถทางการศึกษาเหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่าเด็กชาย

¹สามารถ วีระสัมพันธ์, "สมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับความสามารถทางการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7" (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยการศึกษาระสาณมิตร, 2512), หน้า 98-103.

²ทองหล่อ วงษ์อินทร์, "ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลในเชิงตรรกศาสตร์ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์และความอยากรู้อยากเห็น" (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยการศึกษาระสาณมิตร, 2517), หน้า 33-68.

4. นักเรียนที่มีพ่อแม่มีอาชีพต่างกัน จะมีการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาไม่แตกต่างกัน

สมศักดิ์ วะนะนันท์ ได้ศึกษาความสามารถในการคิดแบบอเนกนัย เอกนัยและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็กไทยโดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จำนวน 353 เป็นชาย 213 คน หญิง 140 คน ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการคิดแบบอเนกนัยและเอกนัยกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันกับนักเรียนหญิงและนักเรียนชายไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ¹

ถวิล ชาราโกชน์ ได้ศึกษาถึงการอบรมเลี้ยงดูและผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อการพัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนอยู่ในชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ปีการศึกษา 2519 ของโรงเรียนกรุงเทพมหานคร จำนวน 424 คน เป็นนักเรียนชาย 237 คน นักเรียนหญิง 187 คน พบว่า²

1. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงในวิชาคณิตศาสตร์มีความสามารถในการคิดหาเหตุผลในทุกแบบ สูงกว่านักเรียนที่เรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำในวิชาคณิตศาสตร์
2. นักเรียนที่ผู้ปกครองมีอาชีพค้าขาย รับราชการ รับจ้าง และอื่น ๆ มีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
3. นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความคิดหาเหตุผลเชิงตรรกวิทยาไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

¹สมศักดิ์ วะนะนันท์, "การศึกษาความสามารถในการคิดแบบอเนกนัย เอกนัยและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์" (ปริญญาานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, 2517), หน้า 16-50.

²ถวิล ชาราโกชน์, "การอบรมเลี้ยงดูและผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อการพัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย" (ปริญญาการศึกษา มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520), หน้า 41-67.

คำนี้ ฎริปริญา ได้ศึกษาพัฒนาการของการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกเริ่ม ในกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมปีที่ 6,7 และมีมัธยมศึกษาปีที่ 1,2 และ 3 ปีการศึกษา 2517 จำนวน 400 คน เป็นชาย 200 คน หญิง 200 คน ในแต่ละระดับอายุมีจำนวน 80 คน พบว่า¹

1. ความสามารถในการเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกเริ่มในแต่ละระดับอายุมีความแตกต่างกัน ยกเว้นที่ระดับอายุ 14 และ 15 ปี และมีแนวโน้มของลักษณะพัฒนาการเพิ่มขึ้น เป็นเส้นตรง

2. เด็กไทยวัยรุ่นชายและหญิงมีความสามารถในการคิดเชิงตรรกไม่แตกต่างกัน

การวิจัยในต่างประเทศ

แอล.แอล. เซอร์สโตน (L.L. Thurstone) ได้ศึกษาองค์ประกอบทางสติปัญญาของมนุษย์ โดยใช้วิธีสังเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) พบว่าความสามารถพื้นฐานทางสมอง (Primary Mental Abilities) ของมนุษย์มีอยู่ 7 ด้าน คือ²

1. ความเข้าใจภาษา (Verbal Comprehension)
2. ความคล่องในการใช้คำ (Word Fluency)
3. ความสามารถคำนวณตัวเลข (Number)
4. ความสามารถในการรับรู้มิติสัมพันธ์ (Space)
5. ความสามารถด้านความจำ (Memory)
6. ความเร็วในการรับรู้ (Perceptual Speed)

¹คำนี้ ฎริปริญา, "พัฒนาการคิดเชิงตรรกของเด็กไทยวัยแรกเริ่มในกรุงเทพมหานคร," (วิทยานิพนธ์ปริญาโทฉบับจิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520), หน้า 42-62.

²L.L. Thurstone, Primary Mental Abilities, (Chicago Illinois: The University of Chicago, Press, 1938), pp.341-345.

7. ความสามารถในการคิดหาเหตุผล (Induction of General Reasoning)

วิลเลียม เอ็ม คริกเชค (William M. Cruickshak) นักศึกษาการ
แก้ปัญหาลेखคณิตและการคิดหาเหตุผลของนักเรียนเกรด 3 อายุ 8-10 ปี พบว่านักเรียน
ที่เรียนซ้ำมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลกับการแก้ปัญหาลेखคณิตดีกว่าเด็กปกติอย่าง
มีนัยสำคัญทางสถิติ¹

เบอร์ เอเวดิส ฮารูตุนเนียน (Berj Avedis Harootunian) ศึกษา
ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลการเรียนรู้ และสติปัญญาของเด็กเกรด 8 จำนวน
88 คน โดยใช้แบบทดสอบการคิดหาเหตุผล 3 ชุด คือ The Davis - Eells Games,
Number Series, Maw Critical Thinking) พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการ
เรียนกับสติปัญญาอยู่ระหว่าง 0.14-0.65 สติปัญญากับการคิดหาเหตุผลอยู่ระหว่าง 0.43-
0.63 และการเรียนกับการคิดหาเหตุผลอยู่ระหว่าง 0.36-0.58²

มavis คอฟท์ลี มาติน (Mavis Doughtly Martin) ศึกษาทาง
สมรรถภาพทางสมองด้านการคิดหาเหตุผล ความเข้าใจในการอ่าน และความคล่องในการ
คำนวณที่มีต่อการแก้ปัญหาลेखคณิตของเด็กเกรด 4 จำนวน 523 คน พบว่าสมรรถภาพ
ด้านเหตุผลมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาลेखคณิตเท่ากับ 0.61³

¹William M. Cruickshak, "Arithmetic Ability of Mentally Retarded Children : I.Ability to Differential Extraneous Materials from Needed Arithmetic Factor," The Journal of Educational Research, 42 (April 1948) : 161-170.

²Berj Avedis Harootunian, "The Relationships Among Tests of Intelligence, Learning, and Reasoning," Dissertation Abstracts. 20 (July 1959) : 203-204.

³Mavis Doughtly Martin, "Reading Comprehension Abstract Verbal Reasoning and Computation as Factors in Arithmetic Problem Solving," Dissertation Abstract, 24 (June 1964): 2547-2548.

เฟรดเคอร์ริก เฮอร์เบิร์ก และ มิลตัน เลพกิน (Frederick Herzburg, and Milton Lepkin) พบว่า ในระดับเตรียมอุดมศึกษาระหว่างช่วงอายุ 16-18 ปี หญิง อายุ 17 ปี มีความสามารถในการใช้ภาษาคำนเหตุผลและความคล่องในการใช้คำสูงกว่าชายช่วงอายุเดียวกัน ส่วนช่วงอายุอื่น ๆ ชายมีความสามารถด้านเหตุผลสูงกว่าหญิง¹

ที.ซี. โอเบรียน และ บี.เจ. ซาปิโร (T.C.O'Brien and B.J. Shapiro) พบว่านักเรียนชั้นเกรด 1-3 ที่มีอายุ 6-8 ปี นักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความสามารถในการหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ²

บี.เจ. ซาปิโร และ ที.ซี. โอเบรียน (B.J. Shapiro and T.C.O'Brien) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ร่วมกันอีก โดยใช้นักเรียนที่มีอายุ 6-13 ปี ในชั้นเกรด 1-8 เครื่องมือที่ใช้ครั้งนี้เหมือนกับครั้งแรก (1968) พบว่าความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนหญิงสูงกว่านักเรียนชาย³

โลเรน ดีน เวย์ไบร์ท (Loren Dean, Weybright) ได้ศึกษาพัฒนาการและประเด็นวิธีการของความเจริญของการคิดเชิงตรรกศาสตร์ในเด็กวัยรุ่นพบว่าเมื่อพิจารณาตัวแปรตามเพศปรากฏว่าเด็กวัยรุ่นทั้ง 2 เพศ มีความคิดเชิงตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกัน⁴

¹Frederick Herzburg, and Milton Lepkin, "A Study of Sex difference on the Primary Mental Abilities test," Educational and Psychological, 34(October 1954) : 687-689.

²T.C.O.'Brien, and B.J. Shapiro, "The Development of Logical Thinking in Children," American Educational Research Journal, 5 (4) (November 1968): 531-543.

³B.J. Shapiro, and T.C.O' Brien, "Logical Thinking in Children Ages Six through Thirteen," Child Development 41 (November 1970) : 823-824.

⁴Loren Dean, Weybright, "Developmental and Methodological Issues in the Growth of Logical Thinking in Adolescence," Dissertation Abstracts, 33 (August 1972) : 2779-A.

อี.ดี. เคลเลอร์ และ วี.เอ็น. โรว์เลย์ (E.D. Keller and V.N. Rowley) ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดหรือสติปัญญา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7, 8, และ 9 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นเกรด 7 มีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างความคิดหรือสติปัญญา กับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชายเป็น 0.68 และ ของนักเรียนหญิงเป็น 0.62 นักเรียนเกรด 8 มีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างความคิดหรือสติปัญญา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายเป็น 0.81 และ ของนักเรียนหญิงเป็น 0.73 นักเรียนเกรด 9 มีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างการคิดหรือสติปัญญา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ธรรมชาติของนักเรียนชายเป็น 0.68 และนักเรียนหญิงเป็น 0.61 จากผลที่ได้จะเห็นว่าความคิดหรือสติปัญญา มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ในวิชาเหล่านั้นสูง โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์จะสูงมาก¹

อี. ฟิชเบิน (E. Fishbein) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจและความคิดที่เกิดขึ้นภายในใจหรือญาณ ในการเรียนคณิตศาสตร์ได้สรุปผลไว้ว่า การเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นพื้นฐานของความรู้ลึกลับที่นึกคิดที่เกิดขึ้นภายในใจจนกระทั่งเกิดเป็นนิสัยในการคิดทางตรรกศาสตร์²

¹E.D. Keller, and V.N. Rowley, "The Relation Among Anxiety, Intelligence and Scholastic Achievement in Junior High School Children." The Journal of Education Research, 59 (June 1964):167-170.

²E. Fishbein, "Comprehension and Intuition in Learning Mathematics," Psychological Abstracts, 49 (6) (November 1973): 1257-1258.