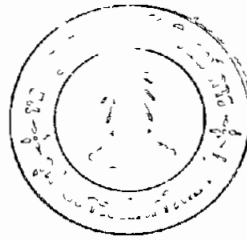


บรรณานุกรม



หนังสือ

จุง เก ฟาน. การวางวิเคราะห์ข้อสอบ. จัดพิมพ์ในประเทศไทยได้รับอนุญาตจาก E.T.S.แห่งสหรัฐอเมริกา. กรุงเทพมหานคร: วัฒนาพานิช, ม.ป.ป.

ชวาล แพร์คกุล. เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 1. พระนคร: อักษรเจริญทัศน์, '2506.

ประคอง กรรณสูต. สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2515.

ยุพิน นิพิชกุล. การเรียบเรียงการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์พีช, 2524.

_____ . การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: กรุงเทพมหานครการพิมพ์, 2519.

_____ . กิจกรรมคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. ม.ป.ท., 2522.

_____ . ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. แบบเรียนคณิตศาสตร์ เล่มสอง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สาม. กรุงเทพมหานคร: กุรุสภา, 2523.

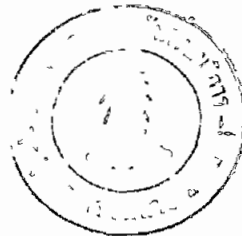
_____ . คู่มือการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่สาม เล่มสอง. กรุงเทพมหานคร: กุรุสภา, 2523.

อุทุมพร ทองอุไทย. แผนวิเคราะห์ข้อสอบพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ม.ป.ท., 2519.

เอกสารอื่น ๆ

การุณี สุทราย. "ลำดับการเกิดและบุคลิกภาพของนิสิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2512.

- แก้วตา คณะวารรณ. "ความสัมพันธ์ของลำดับการเกิดกับบุคลิกภาพบางคน." วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2512.
- ปาริชาติ จันทร์ใหญ่. "ลำดับการเกิดและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของวัยรุ่น." วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.
- ปัญญาภรณ์ ชูตั้งกร. "ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบทางสังคมกับสัมฤทธิผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 อำเภอชัยบุรี จังหวัดปทุมธานี." วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต แผนกวิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- ประณต เล็กสวาสส์. "ความสัมพันธ์ระหว่างครอบครัวเลี้ยงดูเด็ก การพึ่งผู้อื่น พฤติกรรมด้านความเป็นผู้นำ และความรู้สึกรับผิดชอบ." วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517.
- นหาดไทย, กิจชาธิการ, กระหวง. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักนายกรัฐมนตรี. รายงานการวิจัยประสิทธิภาพโรงเรียนประถมศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อสัมฤทธิผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: เอราวิกรมการพิมพ์, 2520.
- ถกวิมล โสภณพันธ์. "ลำดับการเกิดกับการปรับตัว." วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.
- สุข เศษชัย. "การศึกษามีอิทธิพลต่อสัมฤทธิผลทางการเรียนของนักเรียนวัยรุ่นแปลกคน." วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2506.



Books

Ebel, R.L. Measuring Educational Achievement. Englewood Cliffs: N.J. Prentice - Hall, 1965.

Forer, Lucille K. Birth Order and Life Role. U.S.A.: Charles C. Thomas Publisher, 1969.

Hoffman, Lois Wladis and Haffman, Martin L. Review of Child Development Research. New York: Russell Sage Foundation, 1971.

Medinnus, Gene R. and Johnson, Ronald C. Child and Adolescent Psychology. New York: John Wiley and Sons Inc., 1974.

Mussen, C.K. Child Development and Personality. 3d ed. New York: Harper & Row, 1969.

Neisser, Edith G. The Eldest Child. New York: Harper & Row, 1957.

Roger, Dorothy. Issue in Adolescent Psychology. New York: Meredith Co., 1969.

Winer, B.J. Statistical Principles in Experimental Design. 2d ed. New York: McGraw - Hill Inc., 1971.

Other Materials

Altus, William D. "Birth Order and Scholastic Aptitudes." Journal of Consulting Psychology 29: 3 (1965): 202 - 205.

Carrigan, William C. and Julian, James W. "Sex and Birth Order Difference in Conformity as a Function of Need Affiliation Arousal." Journal of Personality and Social Psychology 3 (April 1966): 140 - 144.

- Corsello, Philip. "Birth Order and Children's Perspectives of Love, Authority and Personality Adjustment." Dissertation Abstracts. 33 (1973): 3132-A.
- Gandy, Gerald L. "Birth Order and Vocational Interest." Developmental Psychology 9 (November 1973): 406-410.
- Gandy, Gerald L. "Ordinal Position Research Related to Vocational Interest." Journal of Counseling Psychology 21 (April 1974): 284.
- McGurks, Harry and Lewis, Michael. "Birth Order: Phenomenon in Search of an Explanation." Development Psychology 7 (November 1972): 366.
- Miller and Maruyama. "Ordinal Position and Peer Popularity." Journal of Personality and Social Psychology 33 (February 1976): 123-131.
- Nuttall, Eva Vazquez, et al. "The Effects of Family Size, Birth Order, Sibling Separation and Crowding on the Academic Achievement of Boys and Girls." American Educational Research Journal 13 (Summer 1976): 217-222.
- Rosenblatt, Paul C. and Skoogberg, Elizabeth L. "Birth Order in Cross-Cultural Perspective." Developmental Psychology 10 (January 1974): 48-54.
- Schooler, Garmi. "Birth Order Effects: Not here, Not now." Psychological Bulletin 78 (September 1972): 161-175.

- Schoonover, Sarah M. "The Relationship of Intelligence and Achievement to Birth Order of Sibling and Age Interval." Journal of Educational Psychology 50 (1959): 143-145.
- Sukhendra, Lal Chopra. "Family Size and Sibling Position As Related to Measured Intelligence and Academic Achievement." The Journal of Social Psychology 70 (1966): 133 -137 .
- Warren, Jonathan B. "Birth Order and Social Behavior." Psychological Bulletin 65 (January 1966): 38-49.



ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภ า ศ ใ น ว ก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

ตารางที่ 6 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบหลังการทดลองของกุ่มสูงชายคนโต

x	f	fx	x ²	fx ²
28	4	112	784	3136
26	2	52	676	1352
25	1	25	625	625
22	3	66	484	1452
21	1	21	441	441
19	1	19	361	361
15	2	30	225	450
14	1	14	196	196
13	1	13	169	169
11	1	11	121	121
10	3	30	100	300
9	1	9	81	81
8	4	32	64	256
7	3	21	49	147
5	1	5	25	25
4	1	4	16	16
N = 30		Σ fx=464	Σ fx ² =9128	

จากข้อมูลในตาราง หาค่ามัธยฐานเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกลุ่มตัวอย่างต่อไปนี้

ก. หาค่ามัธยฐานเลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\ &= \frac{464}{30} \\ &= 15.47 \end{aligned}$$

ข. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{9128}{30} - \left(\frac{464}{30}\right)^2} \\ &= \sqrt{304.26667 - 239.21778} \\ &= \sqrt{65.04889} \\ &= 8.07 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 7 ตารางหาค่ามัธยฐาน เดวกณิตและส่วนเบี่ยงเบนทางมาตรฐานของ
คะแนนสอบหลังการทดลองสอนของกุ่มลูกสาว กนโต

x	f	fx	x^2	fx^2
25	2	50	625	1250
24	1	24	576	576
23	1	23	529	529
20	6	120	400	2400
19	3	57	361	1083
17	1	17	289	289
16	3	48	256	768
13	3	39	169	507
11	1	11	121	121
10	1	10	100	100
9	2	18	81	162
8	1	8	64	64
7	2	14	49	98
6	1	6	36	36
5	1	5	25	25
4	1	4	16	16
N =30		$\Sigma fx = 454$	$\Sigma fx^2 = 8024$	

จากข้อมูลในตาราง หาค่ามัธยฐาน เลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนกลุ่มลูกสาวคนโตต่อไปนี้

ก. หาค่ามัธยฐาน เลขคณิต

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\ &= \frac{454}{30} \\ &= 15.13\end{aligned}$$

ข. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{8024}{30} - \left(\frac{454}{30}\right)^2} \\ &= \sqrt{267.46667 - 229.01777} \\ &= \sqrt{38.4489} \\ &= 6.20\end{aligned}$$

ศูนย์วิทยพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 8 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
สอบหลังการทดลองสอนของกลุ่มครูชายคนอื่น ๆ

x	f	fx	x^2	fx^2
30	1	30	900	900
29	1	29	841	841
26	1	26	676	676
25	1	25	625	625
23	1	23	529	529
20	1	20	400	400
19	1	19	361	361
18	1	18	324	324
16	1	16	256	256
15	2	30	225	450
14	1	14	196	196
13	1	13	169	169
12	2	24	144	288
11	1	11	121	121
10	4	40	100	400
9	1	9	81	81
8	1	8	64	64
7	3	21	49	147
6	1	6	36	36
5	2	10	25	50
4	2	8	16	32
$N = 30$		$\Sigma fx = 400$		$\Sigma fx^2 = 6946$

จากข้อมูลในตาราง หากเรามีขีดเลชคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ของคะแนนกลุ่มผู้ขายคนอื่น ๆ ได้ดังนี้

ก. ค่าความถี่เฉลี่ย

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\ &= \frac{400}{30} \\ &= 13.33\end{aligned}$$

ข. ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}\text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{6946}{30} - \left(\frac{400}{30}\right)^2} \\ &= \sqrt{231.53333 - 177.77769} \\ &= \sqrt{53.75564} \\ &= 7.33\end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 ตารางทากามีขั้วมีเลขกมิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ
คะแนนสอบหลังการทดลองสอนของกลุ่มผู้ว่ากนอื่น ๆ

x	f	fx	x ²	fx ²
27	1	27	729	729
26	4	104	676	2704
25	2	50	625	1250
24	2	48	576	1152
21	2	42	441	882
20	2	40	400	800
19	2	38	361	722
18	1	18	324	324
16	1	16	256	256
15	3	45	225	675
14	3	42	196	588
13	5	65	169	845
11	1	11	121	121
8	1	8	64	64
N = 30		$\sum fx = 554$		$\sum fx^2 = 11112$

จากข้อมูลในตาราง หากเรามีขีดเลขวัดและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ของคะแนนกลุ่มผู้สอบคนอื่น ๆ ได้ดังนี้

ก. หากเรามีขีดเลขวัด

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\ &= \frac{554}{30} \\ &= 18.47 \end{aligned}$$

ข. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } S.D. &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{11112}{30} - \left(\frac{554}{30}\right)^2} \\ &= \sqrt{370.4 - 341.0179} \\ &= \sqrt{29.3821} \\ &= 5.42 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

ตารางที่ 10 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
ที่ได้จากแบบทดสอบที่ทดสอบใจ

x	f	fx	x^2	fx^2
47	1	47	2209	2209
46	1	46	2116	2116
42	1	42	1764	1764
40	2	80	1600	3200
39	3	117	1521	4563
38	1	38	1444	1444
37	2	74	1369	2738
36	2	72	1296	2592
35	2	70	1225	2450
34	3	102	1156	3468
33	3	99	1089	3267
32	4	128	1024	4096
31	1	31	961	961
30	4	120	900	3600
29	3	87	841	2523
28	4	112	784	3136
27	7	189	729	5103
26	2	52	676	1352
25	1	25	625	625
24	5	120	576	2880

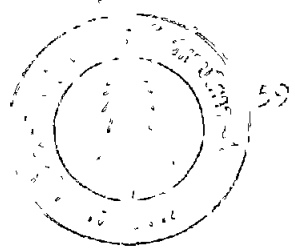
ตารางที่ 10 (ต่อ)

x	f	fx	x ²	fx ²
23	1	23	529	529
22	6	132	484	2904
21	1	21	441	441
20	5	100	400	2000
19	2	38	361	722
18	3	54	324	972
17	2	34	289	578
16	4	64	256	1024
15	2	30	225	450
13	3	39	169	507
12	1	12	144	144
11	2	22	121	242
N = 84		∑fx = 2220	∑fx ² = 64600	

จากตาราง หากคำนวณเลขคณิต และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
ที่ได้จากแบบทดสอบที่ทดลองใช้ครั้งนี้

ก. หากคำนวณเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{2220}{84} \\
 &= 26.428571
 \end{aligned}$$



ข. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
\text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{64600}{84} - \left(\frac{2220}{84}\right)^2} \\
&= \sqrt{769.04762 - 698.46938} \\
&= \sqrt{70.57824} \\
&= 8.4010856
\end{aligned}$$

ดัชนีประสิทธิผลความเชื่อถือใจของแบบทดสอบที่ทดลองใช้เรื่อง "สมการควอดรติก"

$$\sigma_t^2 = 70.57824$$

$$\sum pq = 10.08$$

$$\begin{aligned}
\text{จากสูตร} \quad tt &= \frac{n}{n-1} \left[\frac{\sigma_t^2 - \sum pq}{\sigma_t^2} \right] \\
&= \frac{50}{49} \left[\frac{70.57824 - 10.08}{70.57824} \right] \\
&= 1.0204082 \times 0.8571797
\end{aligned}$$

$$= 0.8746731$$

$$= 0.87$$

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 ตารางหาค่ามัธยฐานเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
ที่ได้จากแบบทดสอบที่คัดเลือกล่วงเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างประชากร
จริง

x	f	fx	x^2	fx^2
28	2	56	784	1568
26	1	26	676	676
25	2	50	625	1250
24	4	96	576	2304
23	2	46	529	1058
22	2	44	484	968
21	1	21	441	441
20	3	60	400	1200
19	4	76	361	1444
18	5	90	324	1620
16	6	96	256	1536
15	6	90	225	1350
14	3	42	196	588
13	6	78	169	1014
12	4	48	144	576
11	1	11	121	121
10	5	50	100	500
9	1	9	81	81
8	6	48	64	384
7	10	70	49	490
6	2	12	36	72

ตาราง 11 (ต่อ)

x	f	fx	x ²	fx ²
5	3	15	25	75
4	3	12	16	48
3	2	6	9	18
N = 84		$\Sigma fx = 1152$		$\Sigma fx^2 = 19382$

จากตาราง หาค่ามัธยฐาน เลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบสอบถามที่คัดเลือกแล้ว เพื่อนำไปใช้กับตัวอย่างประชากรจริงได้ดังนี้

ก. หาค่ามัธยฐาน เลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\Sigma fx}{N} \\ &= \frac{1152}{84} \\ &= 13.714286 \end{aligned}$$

ข. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{19382}{84} - \left(\frac{1152}{84}\right)^2} \\ &= \sqrt{230.7381 - 188.08164} \\ &= \sqrt{42.65646} \\ &= 6.5311913 \end{aligned}$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้ว เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างประชากรจริง เรื่อง "สมการลอการิทึม"

$$\sigma_t^2 = 42.65646$$

$$\Sigma pq = 6.77$$

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[\frac{\sigma_t^2 - \Sigma pq}{\sigma_t^2} \right]$$

$$= \frac{30}{29} \left[\frac{42.65646 - 6.77}{42.65646} \right]$$

$$= 1.0344828 \times 0.8412901$$

$$= 0.8703002$$

$$= 0.87$$

ตารางที่ 12 ตารางแสดงสัดส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) และสัดส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบก่อนนำมาใช้ในการวิจัย

ข้อ	p	q	pq
1	.75	.25	.19
2	.77	.23	.18
3	.79	.21	.17
4	.81	.19	.15
5	.51	.49	.25
6	.39	.61	.24
7	.79	.21	.17
8	.43	.57	.25
9	.51	.49	.25
10	.33	.67	.22

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ข้อ	p	q	pq
11	.50	.50	.25
12	.44	.56	.25
13	.90	.10	.09
14	.79	.21	.17
15	.63	.37	.23
16	.88	.12	.11
17	.92	.08	.07
18	.49	.51	.25
19	.20	.80	.16
20	.83	.17	.14
21	.70	.30	.21
22	.46	.54	.25
23	.32	.68	.22
24	.33	.67	.22
25	.55	.45	.25
26	.38	.62	.24
27	.31	.69	.21
28	.38	.62	.24
29	.36	.64	.23
30	.81	.19	.15
31	.83	.17	.14

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ข้อ	p	q	pq
32	.79	.21	.17
33	.85	.15	.13
34	.42	.58	.24
35	.42	.58	.24
36	.35	.65	.23
37	.37	.63	.23
38	.20	.80	.16
39	.54	.46	.25
40	.23	.77	.18
41	.20	.80	.16
42	.67	.33	.22
43	.24	.76	.18
44	.77	.23	.18
45	.43	.57	.25
46	.51	.49	.25
47	.27	.73	.20
48	.24	.76	.18
49	.48	.52	.25
50	.36	.64	.23

 $\Sigma pq=10.08$

ตารางที่ 13 ตารางแสดงสัดส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) และสัดส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบที่ได้คัดเลือกแล้ว เพื่อนำไปไว้กับกลุ่มตัวอย่างประชากรจริง

ข้อ	p	q	pq
1	.75	.25	.19
2	.77	.23	.18
5	.51	.49	.25
6	.39	.61	.24
8	.43	.57	.25
9	.51	.49	.25
10	.33	.67	.22
11	.50	.50	.25
12	.44	.56	.25
14	.79	.21	.17
18	.49	.51	.25
21	.70	.30	.21
22	.46	.54	.25
23	.32	.68	.22
24	.33	.67	.22
25	.55	.45	.25
26	.38	.62	.24
27	.31	.69	.21
28	.38	.62	.24

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ปี	p	q	pq
34	.42	.58	.24
35	.42	.58	.24
36	.35	.65	.23
39	.54	.46	.25
41	.20	.80	.16
42	.67	.33	.22
43	.24	.76	.18
45	.43	.57	.25
46	.51	.49	.25
48	.24	.76	.18
50	.36	.64	.23
			$\Sigma pq = 6.77$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 14 ตารางแสดงปริมาณยาถ่าย (p) และปริมาณจว่านเทศ (r) ของ
แบบทดสอบก่อนนำมาใช้ในงานวิจัย

ข้อ	% P _H	% P _L	p	r	พบอาการ
1	100	39	.76	.77	x
2	96	43	.74	.65	x
3	87	70	.79	.24	
4	87	74	.81	.19	
5	96	26	.66	.74	x
6	87	4	.42	.81	x
7	96	57	.80	.56	
8	91	9	.50	.79	x
9	91	22	.59	.69	x
10	70	4	.32	.72	x
11	87	26	.58	.61	x
12	87	9	.47	.75	x
13	100	74	.90	.58	
14	96	52	.78	.59	x
15	70	43	.57	.28	
16	96	70	.85	.46	
17	96	83	.90	.31	
18	70	35	.53	.35	x
19	34	17	.25	.22	
20	100	57	.83	.69	
21	87	43	.67	.48	x

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ข้อ	% P _H	% P _L	p	r	หมายเหตุ
22	74	22	.48	.52	x
23	65	0	.25	.70	x
24	74	0	.30	.82	x
25	87	22	.56	.64	x
26	70	26	.48	.44	x
27	48	9	.26	.48	x
28	61	26	.43	.36	x
29	43	26	.34	.19	
30	100	52	.82	.71	
31	100	57	.83	.69	
32	100	52	.82	.71	
33	96	65	.83	.50	
34	78	22	.50	.55	x
35	70	17	.43	.54	x
36	57	22	.39	.37	x
37	52	26	.39	.28	
38	26	9	.17	.28	
39	65	30	.47	.35	x
40	39	17	.27	.27	
41	35	9	.21	.37	x
42	83	30	.57	.54	x

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ข้อ	% P _H	% P _L	p	r	หมายเหตุ
43	43	13	.27	.37	x
44	83	65	.74	.23	
45	61	22	.41	.40	x
46	70	26	.48	.44	x
47	35	35	.35	.00	
48	52	0	.20	.73	x
49	57	52	.55	.05	
50	52	17	.34	.39	x

หมายเหตุ ข้อที่มีเครื่องหมาย x คือ ข้อที่คัดเลือกมาเป็นแบบทดสอบเพื่อใช้ใบ
การวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 ตารางแสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบ CRF - 22

ของคะแนนสอบหลังการทดลองสอน

A หมายถึงลำดับการเกิด ซึ่งแบ่งเป็นคู่คอบโต (a_1) และคู่คอบยี่ ๆ (a_2)

B หมายถึง เลข ซึ่งแบ่งเป็นเพศชาย (b_1) และเพศหญิง (b_2)

i)

a_1	a_1	a_2	a_2					
b_1	b_2	b_1	b_2		b_1	b_2	$\frac{q}{\sum 1} A$	$\frac{(\sum 1 A)^2}{nq}$
21	19	10	15					
10	20	4	14					
10	25	10	15					
8	20	15	24					
5	13	9	16					
22	11	5	26					
8	9	7	13					
26	6	30	13					
28	20	12	21	p				
11	19	7	15	$\sum B$	864	1008		
15	19	13	13	1				
8	5	4	21	$\frac{\sum B^2}{np}$	12441.6	16934.4		
22	16	29	26					
22	13	16	27					
19	20	23	25					
9	7	19	26					
13	8	20	24					
25	25	8	8					
7	17	26	14					

ตารางที่ 15 (ต่อ)

1)	a_1	a_1	a_2	a_2
	b_1	b_2	b_1	b_2
	15	20	15	20
	8	20	25	11
	7	13	14	13
	4	24	18	20
	14	9	10	14
	26	10	5	26
	28	23	10	13
	28	16	7	19
	28	4	6	19
	10	16	12	25
	7	7	11	18

ii) สัญลักษณ์

$$\sum_{1}^N ABS = 21+10+10+\dots+25+18 = 1872$$

$$\sum_{1}^N (ABS)^2 = [ABS] = 21^2 + 10^2 + 10^2 + \dots + 25^2 + 18^2 = 35210$$

$$\frac{\left(\sum_{1}^N ABS\right)^2}{npq} = [X] = \frac{(1872)^2}{120} = 29203.2$$

$$\sum_{1}^p \frac{\left(\sum_{1}^q A\right)^2}{nq} = [A] = 14045.4 + 15168.6 = 29214$$

$$\sum_1^q \left(\frac{\sum_1^p B}{np} \right)^2 = [B] = 12441.6 + 16934.4 = 29376$$

$$\sum_1^p \frac{q}{n} \sum_1^q (AB)^2 = [AB] = \frac{404^2}{30} + \frac{454^2}{30} + \frac{400^2}{30} + \frac{554^2}{30} = 29610.92$$

iii) สูตรคำนวณ

$$SS_{total} = [ABS] - [x] = 6006.8$$

$$SS_A = [A] - [x] = 10.8$$

$$SS_B = [B] - [x] = 172.8$$

$$SS_{AB} = [AB] - [A] - [B] + [x] = 224.12$$

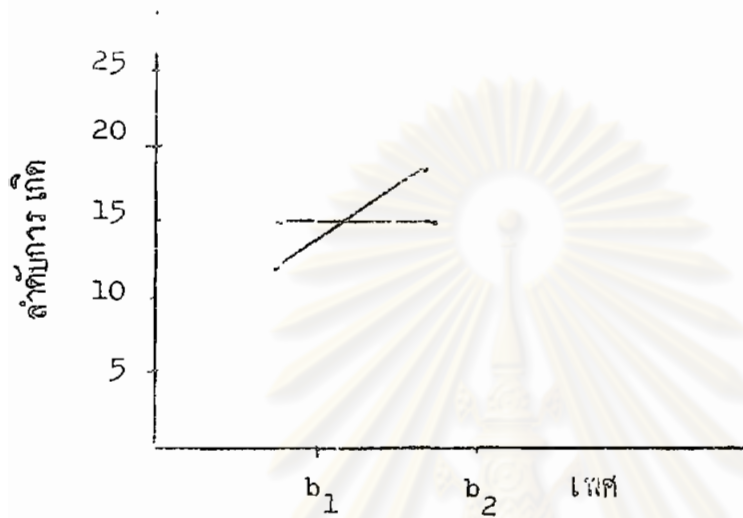
$$SS_{w.cell} = [ABS] - [AB] = 5599.08$$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แบบ CRF - 22

แหล่งความแปรปรวน	SS	df	MS	F
ความแตกต่างระหว่างลำดับการเกิด	10.8	1	10.8	0.22
ความแตกต่างระหว่างเพศ	172.8	1	172.8	3.58
ปฏิกริยารวม	224.12	1	224.12	4.64*
ความแปรปรวนภายในกลุ่ม	5599.08	116	48.27	
ผลรวม	6006.8	119		

$$p^* < .05 \quad F_{.05(1,116)} = 3.92$$

รูป แสดงแรงปะทะระตวาคิวแปร A และ B



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 16 ตารางแสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวนของผลทดสอบ
ผลึกอย่างง่าย (Simple Main Effects)

i) ตารางสรุป AB

	b_1	b_2	$\sum_1^q A$
a_1	464	454	918
a_2	400	554	954
$\sum_1^p B$	864	1008	

$$ii) SS_A \text{ at } b_1 = \frac{\sum_1^p (\sum_{i_1} AB_{i_1})^2}{n} - \frac{B_1^2}{np} = \frac{464^2 + 400^2}{30} - \frac{864^2}{60}$$

$$= 12509.86 - 12441.6$$

$$= 68.26$$

$$SS_A \text{ at } b_2 = \frac{\sum_1^p (\sum_{i_1} AB_{i_1})^2}{n} - \frac{B_2^2}{np} = \frac{454^2 + 554^2}{30} - \frac{1008^2}{60}$$

$$= 17101.06 - 16934.4$$

$$= 166.66$$

As a Computational check $\sum_1^q SS_A \text{ for } b_j = SS_A + SS_{AB}$

$$= 10.8 + 224.12$$

$$= 234.92$$

$$\begin{aligned}
 \text{iii) } SS_B \text{ at } a_1 &= \frac{\sum_1^q (AB_{1j})^2}{n} - \frac{A_1^2}{nq} = \frac{464^2 + 454^2}{30} - \frac{918^2}{60} \\
 &= 14047.06 - 14045.4 \\
 &= 1.66 \\
 SS_B \text{ at } a_2 &= \frac{\sum_1^q (AB_{2j})^2}{n} - \frac{A_2^2}{nq} = \frac{400^2 + 554^2}{30} - \frac{954^2}{60} \\
 &= 15563.86 - 15168.6 \\
 &= 395.26
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{As a Computational Check } \sum_1^p SS_B \text{ for } a_j &= SS_B + SS_{AB} \\
 &= 172.8 + 224.12 \\
 &= 396.92
 \end{aligned}$$

Source	SS	df	MS	F
A	10.8	p-1 = 1	10.8	0.22
A at b ₁	68.26	p-1 = 1	68.26	1.41
A at b ₂	166.26	p-1 = 1	166.26	3.45
B	172.8	q-1 = 1	172.8	3.58
B at a ₁	1.66	q-1 = 1	1.66	0.03
B at a ₂	395.26	q-1 = 1	395.26	8.19*
AB	224.12	(p-1)(q-1) = 1	224.12	4.64
W.cell	5599.08	pq(n-1) = 116	48.27	
Total	6006.8	npq-1 = 119		

$$p^* < .02$$

$$F_{.02}(1,116) = 5.91$$

ตารางที่ 17 แสดงการเปรียบเทียบมัถัฒเลชกัฒตางผลทกตองนัฒกัฒางาย
ของกะแนนผลสัฒกัฒตางการเรืยนคณัฒศาสตรั

	\bar{x}_3	\bar{x}_2	\bar{x}_1	\bar{x}_4
\bar{x}_3 = 13.33	-	1.42	1.69	4.05*
\bar{x}_2 = 15.13		-	0.27	2.63
\bar{x}_1 = 15.47			-	2.37
\bar{x}_4 = 18.47				-

$$p^* < .05 \quad \text{---} \quad q_{.05(4,116)} = 3.68$$

การเปรียบเทียบ \bar{x}_2 กับ \bar{x}_3

$$q = \frac{\bar{x}_j - \bar{x}_{j'}}{\sqrt{\frac{MS_e}{n}}}$$

$$q = \frac{15.13 - 13.33}{\sqrt{\frac{48.27}{30}}}$$

$$= \frac{1.8}{1.268}$$

$$= 1.42$$

การเปรียบเทียบ \bar{x}_1 กับ \bar{x}_3

$$q = \frac{15.47 - 13.33}{\sqrt{\frac{48.27}{30}}}$$

$$= \frac{2.14}{1.268} = 1.69$$

การเปรียบเทียบ

 \bar{x}_4 กับ \bar{x}_3

$$q = \frac{18.47 - 13.33}{\sqrt{\frac{48.27}{30}}}$$

$$= \frac{5.14}{1.268}$$

$$= 4.05$$

การเปรียบเทียบ

 \bar{x}_1 กับ \bar{x}_2

$$q = \frac{15.47 - 15.13}{\sqrt{\frac{48.27}{30}}}$$

$$= \frac{0.34}{1.268}$$

$$= 0.27$$

การเปรียบเทียบ

 \bar{x}_4 กับ \bar{x}_2

$$q = \frac{18.47 - 15.13}{\sqrt{\frac{48.27}{30}}}$$

$$= \frac{3.34}{1.268}$$

$$= 2.63$$

การเปรียบเทียบ

 \bar{x}_4 กับ \bar{x}_1

$$q = \frac{18.47 - 15.47}{\sqrt{\frac{48.27}{30}}}$$

$$= \frac{3.0}{1.268}$$

$$= 2.37$$

ภาคผนวก ค

บันทึกการสอน

วิชา คณิตศาสตร์
ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง สมการวงรี
จุดประสงค์ทั่วไป

1. ให้นักเรียนเข้าใจความหมายของสมการวงรี
2. นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
3. เป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในชั้นต่อไป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้ว นักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบโพลิโนเมียลดีกรีสองในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็มได้
2. หาคำตอบสมการวงรีในรูป $x^2 + bx + c = 0$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็มได้
3. ตรวจสอบคำตอบของสมการวงรีในรูป $x^2 + bx + c = 0$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็มได้
4. แยกตัวประกอบโพลิโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ ได้
5. บอกได้ว่า โพลิโนเมียลดีกรีสองรูปใดอยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง
6. แยกตัวประกอบโพลิโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a < 0$ ได้

7. หากคำตอบของการบวกครatica ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ ได้
8. ตรวจสอบคำตอบของการบวกครatica ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ ได้
9. แยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1, b$ เป็นจำนวนเต็มคู่ และ c เป็นจำนวนเต็มโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้
10. แยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 1$ หรือ b ไม่เป็นจำนวนเต็มคู่ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้
11. แยกตัวประกอบของ โพลีโนเมียลดีกรีสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง อื่น ๆ ที่ไม่ใช่จำนวนเต็มได้
12. หากคำตอบของสมการควอดราติกที่กำหนดให้ได้
13. หากคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ เป็นกรณีทั่วไปได้
14. แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สมการควอดราติกได้

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 1 การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลดีกรีสอง ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มได้อย่างถูกต้อง (เฉพาะบางค่าของ b และ c)
2. สรุปหลักเกณฑ์ในการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลดีกรีสองในข้อ 1 ได้อย่างถูกต้อง
3. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 98%

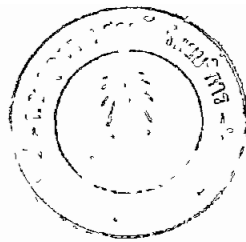
เนื้อหา แยกตัวประกอบของ $x^2 + bx + c = x^2 + (d+e)x + de$
 $= (x+d)(x+e)$

เมื่อ $b = d + e$
 $c = de$

สื่อการเรียนการสอน

1. แบบฝึกหัดทบทวน
2. แผนภูมิแสดงผลคูณโพลีโนเมียล
3. กระดาษซึ่งตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนาดต่าง ๆ ซึ่งจะนำไปประกอบ
การแยกตัวประกอบ
4. แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล

กิจกรรม 1. อภิปรายทบทวนความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบ กฎการจัดหมู่สำหรับการบวกและกฎการกระจายโดยไม่มีแบบฝึกหัดทบทวน



ก. การแยกตัวประกอบ

การเขียน 15 ในรูปการคูณของจำนวนเต็มเรียกว่าอะไร

(การแยกตัวประกอบของ 15)

15 แยกตัวประกอบได้อย่างไร

(15 = 3 x 5)

การเขียน 24 ในรูปการคูณของจำนวนเต็มเรียกว่าอะไร

(การแยกตัวประกอบของ 24)

24 แยกตัวประกอบได้อย่างไร

(24 = 2 x 3 x 4)

การเขียน 35 ในรูปการคูณของจำนวนเต็มเรียกว่าอะไร

(การแยกตัวประกอบของ 35)

35 แยกตัวประกอบได้อย่างไร

(35 = 5 x 7)

ข. กฎการจัดหมู่การบวก

จงเติมจำนวนลงในช่องว่างเพื่อให้ถูกต้องตามกฎการจัดหมู่การบวก

(2 + 3) + 5 =

(5 + 7) + 11 =

a + (b + c) =

ค. กฎการกระจาย

จงเติมจำนวนลงในช่องว่างเพื่อให้ถูกต้องตามกฎการกระจาย

4 (3 + 8) = (4 x 3) + (. x)

6 (. . . + . . .) = (6 x 1) + (6 x 2)

a (b + . . .) = (a x . . .) + (a x c)

2. กรูทึบแฉนภฏมึแฉงผลคูณของโพลีโนเมียล ใ้ักเรื่ยนทุกกนทำโดยกรูปัด
ค่าตอบไว้ก่อนเมื่อแก้เรื่ยนทำเสร็จแล้ว กรูจึงเป็คเจอยค่าตอบ

โจทย	ค่าตอบ
$(x + 2)(x + 3)$	$x^2 + 5x + 6$
$(x - 2)(x + 6)$	$x^2 + 4x - 12$
$(x + 3)(x - 5)$	$x^2 - 2x - 15$
$(x - 8)(x - 3)$	$x^2 - 11x + 24$

$(x + 2)(x + 13)$ อยู่ในรูปอะไร (ผลคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่ง)

$x^2 + 5x + 6$ เรียกว่าอะไร (โพลีโนเมียลดีกรีสอง)

เรียก $x^2 + 5x + 6$ ในรูปผลคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่งว่าอะไร

(การแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $x^2 + 5x + 6$)

$x^2 + 5x + 6$ แยกตัวประกอบได้อย่างไร

$$(x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3))$$

$x^2 + 4x - 12$ แยกตัวประกอบได้อย่างไร

$$(x^2 + 4x - 12 = (x - 2)(x + 6))$$

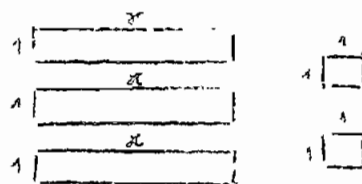
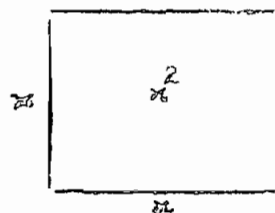
$x^2 - 2x - 15$ แยกตัวประกอบได้อย่างไร

$$(x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5))$$

$x^2 - 11x + 24$ แยกตัวประกอบได้อย่างไร

$$(x^2 - 11x + 24 = (x - 8)(x - 3))$$

3. ใ้ให้นักเรื่ยนทกลองเอารูปต่าง ๆ ที่กำหนดใ้มาเรื่งเป็น \square ใหญ่เพียงรูปเดียว



- 3.1 ให้นักเรียนรวมพื้นที่ของ \square ใหญ่ทั้งหมด โดยการบวกกัน
- 3.2 ให้นักเรียนหาพื้นที่ของ \square ใหญ่ทั้งหมดโดยอาศัยกฎการคูณ

$$\text{พื้นที่ } \square = \dots\dots\dots (\text{กว้าง} \times \text{ยาว})$$

$$\text{พื้นที่ } \square \text{ ใหญ่} \dots\dots\dots (x + 1)(x + 2)$$

- 3.3 จากข้อ 3.1 และ 3.2 อธิบายได้ว่า

.....

$$(x^2 + 3x + 2) = (x + 1)(x + 2)$$

- 3.4 จากตารางข้างต้นนี้ ให้นักเรียนบอกเหตุผลว่า เพราะเหตุใดจึงเท่ากัน

$x^2 + 3x + 2 = x^2 + (2 + 1)x + 2$ (เพราะ $3 = 2+1$)
$= x^2 + (2x + x) + 2$ (กฎการกระจาย)
$= (x^2 + 2x) + (x + 2)$ (กฎการจัดหมู่การบวก)
$= x(x + 2) + 1(x + 2)$ (กฎการกระจาย)
$= (x + 2)(x + 1)$ (กฎการกระจาย)

- 3.5 ให้นักเรียนตรวจสอบดูว่าตัวประกอบที่แยกออกนั้นถูกต้องหรือไม่ โดยเอาผลลัพธ์ที่ได้มาคูณดู

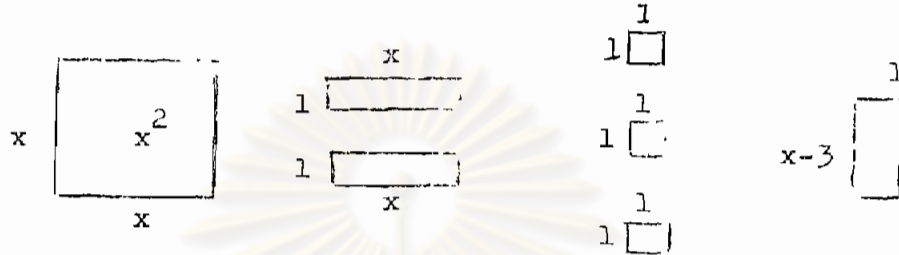
$$\begin{array}{r} x + 2 \\ \times \\ x + 1 \\ \hline x^2 + 2x \\ + x + 2 \\ \hline x^2 + 3x + 2 \end{array}$$

ให้นักเรียนทำ

3.6 ให้นักเรียนใช้วิธีตัดเพื่อหารหาคงตัวกลาง

$$(x + 2)(x + 1)$$

4. ให้นักเรียนหาคงตัวกลางต่าง ๆ ที่กำหนดให้มาเรียงในรูป $x^2 - 2x - 3$



แล้วปฏิบัติเช่นเดียวกับข้อ 3 สรุปผลโดยเขียนในรูปแยกตัวประกอบได้ ดังนี้

$$(x^2 - 2x - 3) = (x - 3)(x + 1)$$

4.1 จากตารางข้างต้นนี้ ให้นักเรียนบอกเหตุผลว่า เพราะเหตุใดจึงเท่ากัน

$x^2 - 2x - 3 = x^2 - (3 + (-1))x - 3$(เพราะ $2 = 3 + (-1)$)
$= x^2 - (3x - x) - 3$(กฎการกระจาย)
$= (x^2 - 3x) + (x - 3)$(กฎการจัดหมู่การบวก)
$= x(x - 3) + 1(x - 3)$(กฎการกระจาย)
$= (x - 3)(x + 1)$(กฎการกระจาย)

4.2 ให้นักเรียนตรวจสอบดูว่า ตัวประกอบที่แยกออกนั้นถูกต้องหรือไม่ โดยเอาผลลัพธ์ที่ได้มาตั้งคูณดู

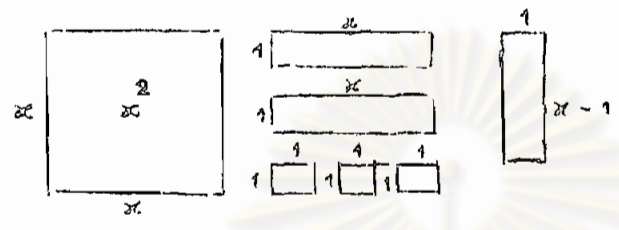
$$\begin{array}{r} x - 3 \\ \times \\ \hline x + 1 \\ \hline x^2 - 3x \\ + x - 3 \\ \hline \hline x^2 - 2x - 3 \end{array}$$

ให้นักเรียนทำ

4.3 ให้นักเรียนใช้วิธีลัด เพื่อพิจารณาพจน์กลาง

$$(x - 3)(x + 1)$$

5. ให้นักเรียนทดลองหากรูปต่าง ๆ ที่กำหนดให้มาเรียงให้อยู่ในรูป $x^2 + 2x - 3$



แล้วปฏิบัติเช่นเดียวกับข้อ 3 สรุปผลโดยเขียนในรูปแยกตัวประกอบได้ดังนี้

..... =

$$(x^2 + 2x - 3) = (x - 1)(x + 3)$$

5.1 จากตารางข้างล่างนี้ ให้นักเรียนบอกเหตุผลว่า เพราะเหตุใดจึงเท่ากัน

$x^2 + 2x - 3 = x^2 + (3+(-1))x - 3$ (เพราะ $2 = 3+(-1)$)
$= x^2 + (3x - x) - 3$ (กฎการกระจาย)
$= (x^2 + 3x) - (x + 3)$ (กฎการจัดหมู่การบวก)
$= x(x + 3) - 1(x + 3)$ (กฎการกระจาย)
$= (x + 3)(x - 1)$ (กฎการกระจาย)

5.2 ให้นักเรียนตรวจสอบดูว่า ตัวประกอบที่แยกออกนั้นถูกต้องหรือไม่ โดยเอาผลลัพธ์ที่ได้มาตั้งคูณดู

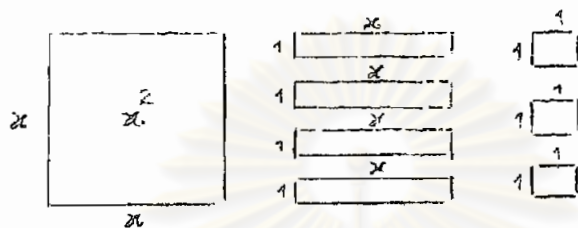
$$\begin{array}{r} x + 3 \\ \underline{x - 1} \\ x + 3x \\ - x - 3 \\ \hline x^2 + 2x - 3 \end{array}$$

ให้นักเรียนทำ

5.3 ให้นักเรียนใช้วิธีตัด เพื่อตัดจรรยาจนท่าง

$$(x + 3)(x - 1)$$

6. ให้นักเรียนทดลองเอารูปต่าง ๆ ที่กำหนดให้มาเรียงไว้ในรูป $x^2 - 4x + 3$



แล้วปฏิบัติเช่นเดียวกับข้อ 3 สรุปผลโดยเขียนในรูปแยกตัวประกอบได้ดังนี้

..... =

$$(x^2 - 4x + 3) = (x - 3)(x - 1)$$

6.1 จากตารางข้างต้นนี้ ให้นักเรียนบอกเหตุผลว่า เพราะเหตุใดจึงเท่ากัน

$x^2 - 4x + 3 = x^2 - (3 + 1)x + 3$ (เพราะ $4 = 3 + 1$)
$= x^2 - (3x + x) + 3$ (กฎการกระจาย)
$= (x^2 - 3x) - (x - 3)$ (กฎการจัดหมู่การบวก)
$= x(x - 3) - 1(x - 3)$ (กฎการกระจาย)
$= (x - 3)(x - 1)$ (กฎการกระจาย)

6.2 ให้นักเรียนตรวจสอบดูว่า ตัวประกอบที่แยกออกนั้นถูกต้องหรือไม่ โดยเอาผลลัพธ์ที่ได้มาคูณดู

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ x - 1 \\ \hline x^2 - 3x \\ - x + 3 \\ \hline x^2 - 4x + 3 \end{array}$$

ให้นักเรียนทำ

6.3 ให้นักเรียนใช้วิธีใด เพื่อพิจารณาพจน์กลาง

$$(x - 3)(x - 1)$$

7. จากกิจกรรมที่ 3, 4, 5, 6 ให้นักเรียนช่วยกันสรุปการแยกตัวประกอบ
โพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b เป็นสัมประสิทธิ์
ของ x , c เป็นตัวคงที่ โดยที่ b และ c เป็นจำนวนเต็ม (หาได้
โดยหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้ c และบวกกันได้ b)
ให้ d และ e แทนจำนวนเต็ม 2 จำนวนดังกล่าว
ดังนั้น $b = d + e$

$$c = de$$

$$\begin{aligned} x^2 + bx + c &= x^2 + (d + e)x + de \\ &= (x + d)(x + e) \end{aligned}$$

8. กรุณาแสดงวิธีทำในการแยกตัวประกอบ โดยใช้วิธีตามขอบ

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $x^2 + 9x + 14$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x^2 + 9x + 14 &= x^2 + (7 + 2)x + 14 \\ &= (x + 7)(x + 2) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $x^2 - x - 12$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x^2 - x - 12 &= x^2 - ((-4) + 3)x - 12 \\ &= (x - 4)(x + 3) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $x^2 - 16$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} x^2 - 16 &= x^2 - (4 + (-4))x - 16 \\ &= (x + 4)(x - 4) \end{aligned}$$

9. กรุณาอภิปรายถึงบนกระดาน 5 ข้อ ให้นักเรียนทุกคนทำพร้อมกัน

โจทย์	คำตอบ
$x^2 + 7x + 6$	
$x^2 - x + 6$	
$x^2 + 3x - 10$	
$x^2 - 2x - 8$	
$x^2 - 25$	

10. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย
- ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 5 ข้อ 1
 - แต่งโจทย์เองและทำให้สำเร็จ 5 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 การแก้สมการควอดราติกในรูป $x^2 + bx + c = 0$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบความนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของสมการควอดราติกได้อย่างถูกต้อง
2. ยกตัวอย่างสมการควอดราติกได้อย่างถูกต้อง
3. เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างสมการควอดราติกกับโพลีโนเมียลได้อย่างถูกต้อง
4. หาคำตอบสมการควอดราติกในรูป $x^2 + bx + c = 0$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็มได้อย่างถูกต้อง (ในกรณีที่ $x^2 + bx + c$ แยกตัวประกอบได้)
5. แสดงการตรวจสอบคำตอบของสมการควอดราติกได้อย่างถูกต้อง
6. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
7. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 95 %

เนื้อหา การแก้สมการควอดราติกในรูป $x^2 + bx + c = 0$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็ม

สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียล
2. เอกสารแนะแนวทาง (Guide - sheet)
3. บัตรคำโดยเขียนโจทย์พิเศษบัตรละ 1 ข้อ

กิจกรรม

1. ทัศนศึกษาความรู้โดยวิธีตาม - ทอย
ถ้า a, b เป็นจำนวนจริง และ $ab = 0$ หมายความว่าอย่างไร
(a หรือ b หรือทั้ง a และ b เท่ากับศูนย์)

2. กรุณหาคำตอบเกี่ยวกับตัวประกอบโพลีโนเมียล โดยการติดแผนภูมิให้นักเรียนทุกคนทำ โดยครูมีคำตอบไว้ก่อน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูจึงเปิดเฉลยคำตอบ

โจนีย์	คำตอบ
$x^2 + 5x + 6$	$(x + 3)(x + 2)$
$x^2 - 5x + 14$	$(x - 7)(x + 2)$
$x^2 + 8x - 33$	$(x + 11)(x - 3)$
$x^2 - 3x - 28$	$(x - 7)(x + 4)$
$x^2 - 36$	$(x - 6)(x + 6)$

3. กรุณหาคำหมายของสมการควอดราติกโดยไข่ออกสารบนแนวทาง

โพลีโนเมียล	สมการควอดราติก
$x^5 + 3x + 7$	$2x^2 + 3x + 5 = 0$
$3x^3 + 2$	$x^2 + 4x - 5 = 0$
$2x^2 + 3x + 5$	$3x^2 - 3x + 4 = 0$
$xy + 2y^2 + x + x^2$	$5x^2 - x = 0$
$5x + 2y$	$x^2 - 9 = 0$

จากสมการข้างบน ให้นักเรียนเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างโพลีโนเมียลกับสมการควอดราติก

- 3.1 โพลีโนเมียลมีตัวแปรตัว (หนึ่งหรือมากกว่าหนึ่ง)
- 3.2 กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น (ศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก)
- 3.3 สมการควอดราติกมีตัวแปรตัว (หนึ่ง)

3.4 กำลังสูงสุดของตัว.ปร.เป็น(๕ ง) และอยู่ในรูปสมการ

3.5 สรุปความหมายของพหุนาม

.....

(พหุนามมีดีกรีหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งก็ได้ โดยที่กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก และไม่อยู่ในรูปสมการ)

3.6 สรุปความหมายของสมการควอดราติก

.....

(สมการควอดราติก เป็นสมการที่มีตัวแปรตัวเดียว โดยที่กำลังสูงสุดของตัวแปรเป็นสอง)

3.7 จากตัวอย่างสมการควอดราติกข้างบน ให้นักเรียนบอกสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์

สมการ	สัมประสิทธิ์ของ x^2	สัมประสิทธิ์ของ x	ตัวคงที่
$2x^2 + 3x + 5 = 0$	(2).....	(3).....	(5).....
$x^2 + 4x - 5 = 0$	(1).....	(4).....	(-5).....
$3x^2 - 3x + 4 = 0$	(3).....	(-3).....	(4).....
$5x^2 - x = 0$	(5).....	(-1).....	(0).....
$x^2 - 9 = 0$	(1).....	(0).....	(-9).....

3.8 สรุปความหมายของสมการควอดราติกในรูปทั่วไป เชื่อกำหนดให้

a เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^2 , b เป็นสัมประสิทธิ์ของ x และ c เป็นตัวคงที่

.....
 (สมการควอดราติกเป็นสมการในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นตัวคงที่ และ $a \neq 0$)

3.9 ให้นักเรียนยกตัวอย่างของสมการควอดราติกมา 3 สมการ

..... $(x^2 + 3x - 8) = 0$

..... $(5x^2 + 2x + 3 = 0)$

..... $(x^2 - 16 = 0)$

4. ครูแสดงวิธีการแก้สมการ $x^2 + 13x + 22 = 0$ ด้วยวิธีตามตอบ โดยอาศัยความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลดีกรีสอง

เพราะว่า $x^2 + 13x + 22 = 0$

แต่ $x^2 + 13x + 22 = (x + 11)(x + 2)$

ดังนั้น $(x + 11)(x + 2) = 0$

เพราะฉะนั้น $x + 11 = 0$ หรือ $x + 2 = 0$

จะได้ $x = -11$ หรือ $x = -2$

คำตอบของสมการคือ -11 และ -2

การตรวจคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการด้วย -11 และ -2

$x = -11$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^2 + 13x + 22 \\ &= (-11)^2 + 13(-11) + 22 \\ &= 121 - 143 + 22 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

$x = -2$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^2 + 13x + 22 \\ &= (-2)^2 + 13(-2) + 22 \\ &= 4 - 26 + 22 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

5. กฎตัวหารร่วมการแก้สมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$ ด้วยวิธีตามขอบ

เพราะว่า $x^2 - 4x + 3 = 0$

แต่ $x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$

ดังนั้น $(x-3)(x-1) = 0$

เพราะฉะนั้น $x-3 = 0$ หรือ $x-1 = 0$

จะได้ $x = 3$ หรือ $x = 1$

คำตอบของสมการคือ 3 และ 1

การตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการด้วย 3 และ 1

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย } x = 3 \\ &= x^2 - 4x + 3 \\ &= 3^2 - 4(3) + 3 \\ &= 9 - 12 + 3 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย } x = 1 \\ &= x^2 - 4x + 3 \\ &= 1^2 - 4(1) + 3 \\ &= 1 - 4 + 3 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

6. ใ้เด็กเขียนช่วยกันแก้สมการ $x^2 - 5x - 36 = 0$ โดยออกมาเขียน

บนกระดานดำ เพราะหา $x^2 - 5x - 36 = 0$

แต่ $x^2 - 5x - 36 = (x-9)(x+4)$

ดังนั้น $(x-9)(x+4) = 0$

เพราะฉะนั้น $x-9 = 0$ หรือ $x+4 = 0$

จะได้ $x = 9$ หรือ $x = -4$

คำตอบของสมการคือ 9 และ -4

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการควม 9 และ - 4

$$x = 9$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^2 - 5x - 36 \\ &= 9^2 - 5(9) - 36 \\ &= 81 - 45 - 36 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

$$x = -4$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= x^2 - 5x - 36 \\ &= (-4)^2 - 5(-4) - 36 \\ &= 16 + 20 - 36 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

7. ครูคิดโจทย์ลงในกระดาษ 5 ข้อ ให้นักเรียนทุกคนทำร่วมกัน

โจทย์	คำตอบ
$x^2 + 8x + 7 = 0$	
$x^2 - 10x + 24 = 0$	
$x^2 + x - 20 = 0$	
$x^2 - 9x - 36 = 0$	
$x^2 - 9 = 0$	

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย

- ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 5 ข้อ 2
- แต่งโจทย์เอง 2 ข้อ

คาบที่ 3 การแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $a \neq 0$ และ $a \neq 1$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ ได้
2. บอกได้ว่า โพลีโนเมียลดีกรีสองรูปใดอยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ หรือรูปผลต่างของกำลังสอง
3. ยกตัวอย่าง โพลีโนเมียลดีกรีสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์หรือรูปผลต่างของกำลังสองได้
4. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a < 0$ ได้
5. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
6. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 95 %

เนื้อหา 1. แยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$

2. รูปทั่วไปของโพลีโนเมียลที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์คือ

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

3. รูปทั่วไปของโพลีโนเมียลที่อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสองคือ

$$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$$

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารแนะแนวทาง
2. กระดาษผนัง พร้อมบัตรคำซึ่งเขียนโจทย์และคำตอบ

3. แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของพหุนาม

กิจกรรม

1. กรุณาทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบพหุนาม โดยให้นักเรียนตั้งโจทย์ถามกันเอง

2. ครูสอนการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ โดยใช้วิธีการแบบแนวทาง

2.1 ใช้คุณสมบัติของการกระจายหาคูณของ $(3x + 2)(2x + 5)$

ได้เท่ากับ $((3x + 2)2x + (3x + 2)5$
 $= 6x^2 + 4x + 15x + 10$
 $= 6x^2 + 19x + 10)$

2.2 เขียน $6x^2 + 19x + 10$ ในรูปการคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งได้เท่ากับ $\{(3x + 2)(2x + 5)\}$

2.3 ใช้คุณสมบัติของการกระจายหาคูณของ $(x + 1)(3x - 2)$

ได้เท่ากับ $\{(x + 1)3x + (x+1)(-2)$
 $= 3x^2 + 3x - 2x - 2$
 $= 3x^2 + x - 2)\}$

2.4 เขียน $3x^2 + x - 2$ ในรูปการคูณของพหุนามดีกรีหนึ่ง

ได้เท่ากับ $\{(x+1)(3x - 2)\}$

2.5 ใช้คุณสมบัติการกระจายหาคูณของ $(3x - 4)(4x + 5)$

ได้เท่ากับ $\{(3x - 4)4x + (3x - 4)5$
 $= 12x^2 - 16x + 15x - 20$
 $= 12x^2 - x - 20)\}$

2.6 เขียน $12x^2 - x - 20$ ในรูปการคูณของพหุนามดีกรีหนึ่ง

ได้เท่ากับ $\{(3x - 4)(4x + 5)\}$

2.7 ใช้คุณสมบัติการกระจายหาผลคูณตรง $(2x - 3)(3x - 7)$

ได้เท่ากับ $\{ (2x - 3) 3x + (2x - 3)(- 7)$
 $= 6x^2 - 9x - 14x + 21$
 $= 6x^2 - 23x + 21$

2.8 เขียน $6x^2 - 23x + 21$ ในรูปการคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่ง

ได้เท่ากับ $(2x - 3)(3x - 7)$

2.9 จากข้อ 2.2, 2.4, 2.6 จะเห็นว่า

โพลีโนเมียล	แยกพจน์ที่มีตัวแปร เป็นเกีกรีสอง	แยกตัวคงที่
$6x^2 + 19x + 10 = (3x+2)(2x+5)$	$6x^2 = 3x \times 2x$	$10 = 2 \times 5$
$3x^2 + x - 2 = (x+1)(3x-2)$	$3x^2 =$	$-2 =$
$12x^2 - x - 20 = (3x-4)(4x+5)$	$12x^2 =$	$20 =$
$6x^2 - 23x + 21 = (2x-3)(3x-7)$	$6x^2 =$	$21 =$

2.10 พิจารณาพจน์กลาง

โพลีโนเมียล	ผลคูณ	พจน์กลาง
$(3x + 2)(2x + 5)$	$15x + 4x$	$+ 19x$
$(x + 1)(3x - 2)$		
$(3x - 4)(4x + 5)$		
$(2x - 3)(3x - 7)$		

สรุป ในการหาพจน์กลาง ขึ้นอยู่กับการแยกแฟกเตอร์ ของพหุนามดีกรีสอง กับตัวลงที่และ จะต้องพิจารณาเครื่องหมายของพจน์กลางด้วยว่าเป็น + หรือ -

2.11 ให้นักเรียนระบุขั้นตอนในการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลดีกรีสอง
 ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$
 และ $a \neq 1$

1.

2.

3.

(1. เขียนสัมประสิทธิ์ของ x^2 ในรูปการคูณของจำนวนเต็ม 2
 จำนวน

2. เขียนตัวคงที่ในโพลีโนเมียล ในรูปการคูณของจำนวนเต็ม 2
 จำนวน

3. ตรวจสอบจนกว่า)

2.12 ใช้คุณสมบัติของการกระจายหาผลคูณของ $(4x + 5)(-3x - 2)$

ได้เท่ากับ

$$\begin{aligned} & (4x-5)(-3x-2) = (4x-5)(-3x) + (4x-5)(-2) \\ & \dots\dots\dots = -12x^2 + 15x - 8x + 10 \\ & \dots\dots\dots = -12x^2 + 7x + 10 \} \\ & \dots\dots\dots \end{aligned}$$

2.13 เขียน $-12x^2 + 7x + 10$ ในรูปการคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่ง

ได้เท่ากับ

$$\dots\dots\dots ((4x-5)(-3x-2))$$

2.14 จากข้อ 2.13

$$-12x^2 + 7x + 10 = (4x - 5)(-3x - 2)$$

$$4x, -3x \quad \text{เป็นตัวประกอบของ } \dots\dots\dots (-12x^2)$$

$$-5, -2 \quad \text{เป็นตัวประกอบของ } \dots\dots\dots (10)$$

2.15 ตรวจสอบจนกว่า

$$(4x - 5)(-3x - 2) = -8x + 15x = 7x$$

2.16 สรุปขั้นตอนในการแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a < 0$
(ทำเช่นเดียวกับข้อ 2.11)

3. กรุณาคัดพหุนามซึ่งเขียนโจทย บนกระดานดำ ให้นักเรียนทำพร้อมกัน

โจทย	คำตอบ
$3x^2 + 11x + 6$	
$2x^2 - 5x + 2$	
$4x^2 + 29x - 24$	
$16x^2 - 62x - 45$	
$-12a^2 - a + 35$	

4. กรุให้นักเรียนแยกตัวประกอบของ โพลีโนเมียลต่อไปนี้โดยใช้กระเป๋ามัง
 โดยครูเสียบโจทยลงไป ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ครูเตรียมมาแล้ว มา
 เติมในช่องคำตอบ

กระเป๋ามัง

โจทย	คำตอบ	รูปแบบของ โพลีโนเมียล
$x^2 + 2x + 1$		กำลังสองสมบูรณ์
$x^2 - 4x + 4$	
$x^2 - 4$		ผลต่างของกำลังสอง
$x^2 - 9$	

4.1 ภารกิจแผนภูมิโจทยบนกระดานดำ ให้นักเรียนบอกค่า ข้อใดอยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ข้อใดอยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง

โจทย์	คำตอบ
$x^2 - 30x + 225$	
$x^2 + 60x + 900$	
$x^2 - 225$	
$x^2 - 12x + 36$	
$x^2 - 36$	

4.2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างวงโพลีโนเมียลที่มีรูปแบบต่อไปนี้

รูปแบบของโพลีโนเมียล	โพลีโนเมียล
กำลังสองสมบูรณ์	1. 2. 3.
ผลต่างของกำลังสอง	1. 2. 3.

4.3 ภารกิจแผนภูมิบนกระดานดำ ให้นักเรียนทำพร้อมกัน

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 = (x + 2)(x + 2) = (x + 2)^2 \\
 x^2 - 2x + 1 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 - 6x + 9 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 + 10x + 25 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 + 2ax + a^2 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 - 2ax + a^2 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 - 9 &= x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3) \\
 x^2 - 36 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 - 49 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \\
 x^2 - a^2 &= \dots\dots\dots = \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

5. กรุณาให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดดังนี้

5.1 ให้นักเรียนหาจากโจทย์ในหนังสือหน้า 9-10 ข้อ 1, 2, 3

5.2 ให้นักเรียนแต่งโจทย์เอง 5 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กาหนด การแกสมการควอดราติกที่สัมประสิทธิ์ของ x^2 ไม่เป็น 1 และไม่เป็น 0

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบกาหนดนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. หาคำตอบสมการควอดราติกในรูป $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ ได้
2. ตรวจสอบคำตอบของสมการควอดราติก $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$ ได้
3. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 98 %

เนื้อหา การแกสมการควอดราติกในรูป $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนเต็ม $a \neq 0$ และ $a \neq 1$

สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบของโบลีนเมียล
2. บัตรคำโดยเขียนโจทย์พิเศษบัตรละ 1 ข้อ

กิจกรรม 1. ทรูบทวนความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบโบลีนเมียล โดยการฝึกแผนภูมิให้นักเรียนทุกคนทำ โดยระบุคำตอบไว้ก่อน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูจึงเปิดเฉลยคำตอบ

โจทย์	คำตอบ
$3x^2+10x+7$	
$6x^2-19x+10$	
$8x^2+19x-15$	
$5x^2-31x-28$	
$4x^2-36$	

2. กรุณาแสดงวิธีการแก้สมการ $9x^2 + 15x + 4 = 0$ ด้วยวิธีตามตอบ โดยอาศัยความรู้เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามในเมมเบดคือกรวดง

เพราะว่า $9x^2 + 15x + 4 = 0$

แต่ $9x^2 + 15x + 4 = (3x + 4)(3x + 1)$

ดังนั้น $(3x + 4)(3x + 1) = 0$

เพราะฉะนั้น $3x + 4 = 0$ หรือ $3x + 1 = 0$

จะได้ $x = -\frac{4}{3}$ หรือ $x = -\frac{1}{3}$

คำตอบของสมการคือ $-\frac{4}{3}$ และ $-\frac{1}{3}$

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการด้วย $-\frac{4}{3}$ และ $-\frac{1}{3}$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= 9x^2 + 15x + 4 \\ &= 9\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + 15\left(-\frac{4}{3}\right) + 4 \\ &= 16 - 20 + 4 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข้างซ้าย} &= 9x^2 + 15x + 4 \\ &= 9\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 15\left(-\frac{1}{3}\right) + 4 \\ &= 1 - 5 + 4 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$$

3. กรุณาแสดงวิธีการแก้สมการ $-12a^2 + 7a + 10 = 0$ ด้วยวิธีตามตอบ

เพราะว่า $-12a^2 + 7a + 10$

แต่ $-12a^2 + 7a + 10 = (4a - 5)(-3a - 2)$

ดังนั้น $(4a - 5)(-3a - 2) = 0$

เพราะฉะนั้น $4a - 5 = 0$ หรือ $-3a - 2 = 0$

จะได้ $a = \frac{5}{4}$ หรือ $a = -\frac{2}{3}$

คำตอบของสมการคือ $\frac{5}{4}$ และ $-\frac{2}{3}$

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า a ในสมการด้วย $\frac{5}{4}$ และ $-\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{5}{4} \\
 \text{ข้างซ้าย} &= -12a^2 + 7a + 10 \\
 &= -12\left(\frac{5}{4}\right)^2 + 7\left(\frac{5}{4}\right) + 10 \\
 &= -\frac{75}{4} + \frac{35}{4} + 10 \\
 &= \frac{-75 + 35 + 40}{4} \\
 &= 0 \\
 &= \text{ข้างขวา}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{2}{3} \\
 \text{ข้างซ้าย} &= -12a^2 + 7a + 10 \\
 &= -12\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 7\left(-\frac{2}{3}\right) + 10 \\
 &= -\frac{16}{3} - \frac{14}{3} + 10 \\
 &= \frac{-16 - 14 + 30}{3} \\
 &= 0 \\
 &= \text{ข้างขวา}
 \end{aligned}$$

4. ให้นักเรียนช่วยกันแก้สมการ $3x^2 - 2x - 5 = 0$ โดยออกมาเขียน

บนกระดานดำ

เพราะว่า $3x^2 - 2x - 5 = 0$

แก้ $3x^2 - 2x - 5 = (3x - 5)(x + 1)$

ดังนั้น $(3x - 5)(x + 1) = 0$

เพราะฉะนั้น $3x - 5 = 0$ หรือ $x + 1 = 0$

จะได้ $x = \frac{5}{3}$ หรือ $x = -1$

คำตอบของสมการคือ $\frac{5}{3}$ และ -1

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการด้วย $\frac{5}{3}$ และ -1

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{5}{3} \\
 \text{ข้างซ้าย} &= 3x^2 - 2x - 5 \\
 &= 3\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{5}{3}\right) - 5 \\
 &= \frac{25}{3} - \frac{10}{3} - 5 \\
 &= \frac{25 - 10 - 15}{3} \\
 &= 0 \\
 &= \text{ข้างขวา}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x &= -1 \\
 \text{ข้างซ้าย} &= 3x^2 - 2x - 5 \\
 &= 3(-1)^2 - 2(-1) - 5 \\
 &= 3(-1)^2 - 2(-1) - 5 \\
 &= 3 + 2 - 5 \\
 &= 0 \\
 &= \text{ข้างขวา}
 \end{aligned}$$

5. ครุฑิณโจทยตั้งบนกระดานค่า 5 ข้อ ให้นักเรียนทุกคนทำพร้อมกัน

โจทย	คำตอบ
$3x^2 + 11x + 6 = 0$	
$15x^2 - 77x + 10 = 0$	
$3x^2 + 19x - 14 = 0$	
$5x^2 - 31x - 28 = 0$	
$9x^2 - 81 = 0$	

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย

6.1 ทำโจทยแบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 10 ข้อ 4

6.2 แต่งโจทยเองและทำให้สำเร็จ 3 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 5 การแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสอง ax^2+bx+c เมื่อ $a=1$ เป็นจำนวนเต็ม และ c เป็นจำนวนเต็ม โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบความนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เมื่อกำหนดพหุนามกำลังสองมาให้ นักเรียนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ หรือผลต่างของกำลังสองได้
2. แยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสองข้างบนได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ
3. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 98 %

เนื้อหา การแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสอง ax^2+bx+c เมื่อ $a=1$ b เป็นจำนวนเต็ม และ c เป็นจำนวนเต็ม โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผนภูมิแสดงรูปแบบของพหุนามกำลังสอง
2. เอกสารแนะนำแนวทาง
3. แผนภูมิโจทย์การแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสอง

กิจกรรม 1. ครูทบทวนความรู้เรื่องพหุนามกำลังสองที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ และรูปผลต่างของกำลังสอง โดยคิดแผนภูมิให้นักเรียนทำพร้อมกัน โดยครูปิดคำตอบไว้ก่อน

พหุนามกำลังสอง	แยกตัวประกอบได้	รูปแบบของพหุนามกำลังสอง
x^2-2x+1	$(x-1)^2$	กำลังสองสมบูรณ์
x^2+4x+4	$(x+2)^2$	กำลังสองสมบูรณ์
x^2-6x+9	$(x-3)^2$	กำลังสองสมบูรณ์
x^2-9	$(x-3)(x+3)$	ผลต่างของกำลังสอง
$4x^2-81$	$(2x-9)(2x+9)$	ผลต่างของกำลังสอง

2. กรุณาดูขั้นตอนการแยกตัวประกอบของพหุนามของโพสิโบนีเมียลดีกรีสองโดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยใช้เอกลักษณ์และแนวทาง

$$2.1 \text{ เพราะว่า } x^2 + 22x + 121 = (x + 11)^2$$

$$\text{และ } (x^2 + 22x + 121) - 36 = x^2 + 22x + 85$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } x^2 + 22x + 85 = (x + 11)^2 - 6^2$$

$$= (x + 11 - 6)(x + 11 + 6)$$

$$= (x + 5)(x + 17)$$

$$2.2 \text{ เพราะว่า } x^2 + 10x + 25 = \dots\dots\dots(x + 5)^2$$

$$\text{และ } (x^2 + 10x + 25) - 81 = \dots\dots\dots(x^2 + 10x - 56)$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } x^2 + 10x - 56 = \dots\dots\dots((x + 5)^2 - 9^2)$$

$$= \dots\dots\dots((x + 5 - 9)(x + 5 + 9))$$

$$= \dots\dots\dots(x - 4)(x + 14)$$

$$2.3 \text{ เพราะว่า } x^2 + 4x + 4 = \dots\dots\dots(x + 2)^2$$

$$\text{และ } (x^2 + 4x + 4) - 100 = \dots\dots\dots(x^2 + 4x - 96)$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } x^2 + 4x - 96 = \dots\dots\dots((x + 4)^2 - 10^2)$$

$$= \dots\dots\dots(x + 4 - 10)(x + 4 + 10)$$

$$= \dots\dots\dots(x - 6)(x + 14)$$

$$2.4 \text{ เพราะว่า } x^2 - 4x + 4 = \dots\dots\dots(x - 2)^2$$

$$\text{และ } (x^2 - 4x + 4) - 100 = \dots\dots\dots(x^2 - 4x - 96)$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } x^2 - 4x - 96 = \dots\dots\dots((x - 2)^2 - 10^2)$$

$$= \dots\dots\dots(x - 2 - 10)(x - 2 + 10)$$

$$= \dots\dots\dots(x - 12)(x + 8)$$

- 2.5 สรุปขั้นตอนในการแยกตัวประกอบของโพสิโบนีเมียลดีกรีสองโดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ ก็คือ

1. (ทำบางส่วนของพหุนามให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์)

2. (จัดให้อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง)

3. (แยกตัวประกอบแล้วทำให้เป็นผลสำเร็จ)

3. ครูให้นักเรียนช่วยกันแยกตัวประกอบของ $x^2 - 16x + 63$ โดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$\begin{aligned} x^2 - 16x + 63 &= x^2 - 16x + 64 - 64 + 63 \\ &= (x - 8)^2 - 1^2 \\ &= (x - 8 - 1)(x - 8 + 1) \\ &= (x - 9)(x - 7) \end{aligned}$$

4. ให้นักเรียนช่วยกันแยกตัวประกอบของ $x^2 + 8x - 84$ โดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$\begin{aligned} x^2 + 8x - 84 &= x^2 + 8x + 16 - 16 - 84 \\ &= (x + 4)^2 - 100 \\ &= (x + 4)^2 - 10^2 \\ &= (x + 4 - 10)(x + 4 + 10) \\ &= (x - 6)(x + 14) \end{aligned}$$

5. กรูคิดแผนภูมิซึ่งเขียนโจทย์โพลีโนเมียล ให้นักเรียนทุกคนแยกตัวประกอบ โดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

โพลีโนเมียล	ตัวประกอบ
$x^2 + 16x = 561$	
$x^2 + 14x + 48$	
$x^2 - 18x + 80$	
$x^2 - 12x + 36$	

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

6.1 ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 12 ข้อ 1, 2, 3, 4

6.2 แกงโจทย์เอง 2 ข้อ

ภาพที่ 6 การแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสอง ax^2+bx+c เมื่อ $a \neq 1$ หรือ b ไม่เป็นจำนวนเต็มคู่ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบภาพนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสอง ax^2+bx+c เมื่อ $a \neq 1$ หรือ b ไม่เป็นจำนวนเต็มคู่ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้
2. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
3. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 95 %

เนื้อหา การแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสอง ax^2+bx+c เมื่อ $a \neq 1$ หรือ b ไม่เป็นจำนวนเต็มคู่ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

สื่อการเรียนการสอน

1. กระดาษนึ่งพร้อมบัตรคำซึ่งเขียนโจทย์และคำตอบ
2. เอกสารแนะแนวทาง
3. บัตรคำซึ่งเขียนโจทย์บัตรละ 1 ข้อ

กิจกรรม 1. ครอบหวนความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสอง ax^2+bx+c เมื่อ $a = 1$, b เป็นจำนวนเต็มคู่ และ c เป็นจำนวนเต็ม ด้วยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยให้บัตรคำซึ่งเขียนโจทย์เสียบบนกระดาษนึ่งแล้วให้นักเรียนเลือกบัตรคำที่ครูเตรียมมาให้เคาะลงไปเพื่อทำให้เป็นผลสำเร็จ

การแยกตัวประกอบโดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$\begin{aligned}
 x^2 + 8x - 105 &= x^2 + 8x + 16 - 16 - 105 \\
 &= (x + 4)^2 - 121 \\
 &= (x + 4)^2 - 11^2 \\
 &= (x + 4 - 11)(x + 4 + 11) \\
 &= (x - 7)(x + 15)
 \end{aligned}$$

2. กรุณหาคำความรู้เกี่ยวกับ โพลีโนเมียลที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ โดยวิธีตามขอบ

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 &= (x + 2)^2 \\
 x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 &= (x + 3)^2 \\
 x^2 - 10x + 25 &= x^2 - 2 \cdot 5x + 5^2 &= (x - 5)^2 \\
 x^2 - 18x + 81 &= x^2 - 2 \cdot 9x + 9^2 &= (x - 9)^2
 \end{aligned}$$

3. กรุณหาคำความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 1$ หรือ b ไม่เป็นจำนวนเต็มคู่ ด้วยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยใช้เอกสารแนบแนวทาง

$$\begin{aligned}
 3.1 \quad x^2 + 3x - 28 &= x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)x - 28 \\
 &= x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 28 \\
 &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 28 \\
 &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} \\
 &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{11}{2}\right)^2 \\
 &= \left(x + \frac{3}{2} - \frac{11}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2} + \frac{11}{2}\right) \\
 &= (x - 4)(x + 7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.2 \quad x^2+5x-14 &= x^2+2\left(\frac{5}{2}\right)x-14 && \left(\frac{5}{2}\right) \\
 &= x^2+2\left(\frac{5}{2}\right)x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2-14 && \left(\frac{5}{2}\right) \\
 &= \left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2-14 && \left(\frac{5}{2}, \frac{25}{4}\right) \\
 &= \left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{81}{4} && \left(\frac{5}{2}, \frac{81}{4}\right) \\
 &= \left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{2} && \left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right) \\
 &= \left(x+\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)-\frac{5}{2}\cdot\frac{9}{2} && \left(\frac{5}{2}\cdot\frac{9}{2}, \frac{5}{2}\cdot\frac{9}{2}\right) \\
 &= \left(x-2\right)\left(x+7\right) && ((x-2)(x+7))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.3 \quad x^2-11x+18 &= x^2-2\left(\frac{11}{2}\right)x+18 && \left(\frac{11}{2}\right) \\
 &= x^2-2\left(\frac{11}{2}\right)x+\left(\frac{11}{2}\right)^2-\left(\frac{11}{2}\right)^2+18 && \left(\frac{11}{2}\right) \\
 &= \left(x-\frac{11}{2}\right)^2-\left(\frac{11}{2}\right)^2+18 && \left(\frac{11}{2}, \frac{121}{4}\right) \\
 &= \left(x-\frac{11}{2}\right)^2-\left(\frac{11}{2}\right)^2+\frac{49}{4} && \left(\frac{11}{2}, \frac{49}{4}\right) \\
 &= \left(x-\frac{11}{2}\right)^2-\left(\frac{11}{2}\right)^2+\frac{7}{2} && \left(\frac{11}{2}, \frac{7}{2}\right) \\
 &= \left(x-\frac{11}{2}\right)\left(x-\frac{11}{2}\right)+\frac{11}{2}\cdot\frac{7}{2} && \left(\frac{11}{2}\cdot\frac{7}{2}, \frac{11}{2}\cdot\frac{7}{2}\right) \\
 &= \left(x-9\right)\left(x-2\right) && (x-9)(x-2)
 \end{aligned}$$

3.4 ระบุขั้นตอนในการแยกตัวประกอบของพหุนามเชิงเส้น โดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ คือ

1.

2.

3.

4.

(1) นำ 2 คูณและหารสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่มีตัวแปร x กำลังหนึ่ง

2. นำสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่มีตัวแปร x กำลังหนึ่งซึ่งถูกหารด้วย 2 ในข้อ 1 ยกกำลังสองแล้วบวกเข้าและลบออก

3. จัดสามพจน์หน้าให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

4. จัด โพลีโนเมียลข้างบนให้เป็นรูปผลต่างของกำลังสอง
5. แยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลตามรูปร่างของการแยกตัวประกอบของผลต่างของกำลังสอง)

4. กรุณาแสดงวิธีการแยกตัวประกอบของ $3x^2 - 6x - 9$ โดยใช้วิธีตามคอม

$$\begin{aligned}
 3x^2 - 6x - 9 &= 3(x^2 - 2x - 3) \\
 &= 3(x^2 - 2\left(\frac{2}{2}\right)x - 3) \\
 &= 3(x^2 - 2(1)x + 1^2 - 1 - 3) \\
 &= 3\{(x - 1)^2 - 4\} \\
 &= 3\{(x - 1)^2 - 2^2\} \\
 &= 3(x - 1 - 2)(x - 1 + 2) \\
 &= 3(x - 3)(x + 1)
 \end{aligned}$$

4.1 กรุณาแสดงวิธีการแยกตัวประกอบของ $2x^2 + 3x + 9$ โดยวิธีตาม

คอม

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 3x + 9 &= 2\left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}\right) \\
 &= 2\left(x^2 + 2\left(\frac{3}{4}\right)x + \frac{9}{2}\right) \\
 &= 2\left\{x^2 + 2\left(\frac{3}{4}\right)x - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{2}\right\} \\
 &= 2\left\{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} - \frac{9}{2}\right\} \\
 &= 2\left\{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{81}{16}\right\} \\
 &= 2\left\{\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right)^2\right\} \\
 &= 2\left(x + \frac{3}{4} - \frac{9}{4}\right)\left(x + \frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right) \\
 &= 2\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) \\
 &= (2x - 3)(x + 3)
 \end{aligned}$$

4.2 ให้นักเรียนสรุปขั้นตอนในการแยกตัวประกอบ

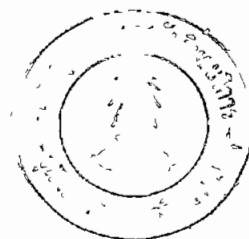
.....

(1) ทำสัมประสิทธิ์ของเทอม x^2 ให้เป็น 1

2. ดำเนินวิธีการทำเหมือนกับการแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล $x^2 + bx + c$ เมื่อ b ไม่เป็นจำนวนเต็มคู่)

5. ครูคิดโจทย์บนกระดานดำให้นักเรียนแยกตัวประกอบโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

โจทย์	คำตอบ
$x^2 - 7x + 10$	
$x^2 + 9x + 18$	
$6a^2 - a - 12$	



6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย
- ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 17 ข้อ 1.1, 2
 - แต่งโจทย์เอง 2 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความที่ 7 การแยกตัวประกอบของ โพลีโนเมียลดีกรีสองที่มีสัมประสิทธิ์ เป็นจำนวนจริงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบความนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. แยกตัวประกอบของ โพลีโนเมียลดีกรีสองที่มีสัมประสิทธิ์ เป็นจำนวนจริงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่จำนวนเต็มได้
2. ทำโจทย์พิเศษเกี่ยวกับถูกต่อง 95 %
3. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต่อง 95 %

เนื้อหา การแยกตัวประกอบของ โพลีโนเมียลดีกรีสองที่มีสัมประสิทธิ์ เป็นจำนวนจริงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรกำเขียน โจทย์บัตรละ 1 ข้อ
2. แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

กิจกรรม 1. ทัศนศึกษาความรู้ เรื่องการแยกตัวประกอบด้วยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยศึกษาคำโจทย์บนบอร์ดผ้าดำสี ใ้แก่เรียนออกมาร่วมกันทำบนกระดานดำ

$$\begin{aligned}
 3a^2 + 11a + 6 &= 3\left(a^2 + \frac{11}{3}a + 2\right) \\
 &= 3\left(a^2 + 2\left(\frac{11}{6}\right)a + 2\right) \\
 &= 3\left\{a^2 + 2\left(\frac{11}{6}\right)a + \left(\frac{11}{6}\right)^2 - \left(\frac{11}{6}\right)^2 + 2\right\} \\
 &= 3\left\{\left(a + \frac{11}{6}\right)^2 - \frac{121}{36} + 2\right\} \\
 &= 3\left\{\left(a + \frac{11}{6}\right)^2 - \frac{49}{36}\right\} \\
 &= 3\left\{\left(a + \frac{11}{6}\right)^2 - \left(\frac{7}{6}\right)^2\right\} \\
 &= 3\left(a + \frac{11}{6} - \frac{7}{6}\right)\left(a + \frac{11}{6} + \frac{7}{6}\right) \\
 &= 3\left(a + \frac{2}{3}\right)(a + 3) \\
 &= (3a + 2)(a + 3)
 \end{aligned}$$

2. กรุณาแสดงวิธีการแยกตัวประกอบของ $x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{2}$ โดยวิธีตามชอบ

วิธีที่ 1
$$x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{12}(12x^2 + x - 6)$$

$$= \frac{1}{12}(4x+3)(3x-2)$$

วิธีที่ 2
$$x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{2} = x^2 + 2\left(\frac{1}{24}\right)x - \frac{1}{2}$$

$$= x^2 + 2\left(\frac{1}{24}\right)x + \left(\frac{1}{24}\right)^2 - \left(\frac{1}{24}\right)^2 - \frac{1}{2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{24}\right)^2 - \frac{1}{576} - \frac{1}{2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{24}\right)^2 - \frac{289}{576} = \left(x + \frac{1}{24}\right)^2 - \left(\frac{17}{24}\right)^2$$

$$= \left(x + \frac{1}{24} - \frac{17}{24}\right) \left(x + \frac{1}{24} + \frac{17}{24}\right)$$

$$= \left(x - \frac{2}{3}\right) \left(x + \frac{2}{4}\right)$$

2.1 ให้นักเรียนสรุปขั้นตอนในการแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

วิธีที่ 1 ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็นเศษส่วน ให้ทำให้เป็นจำนวนเต็มแล้วแยกตัวประกอบโพลีโนเมียลที่เหลืออยู่ในวงเล็บ

วิธีที่ 2 แยกตัวประกอบได้โดยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์

2.2 ให้นักเรียนตั้งเกตุว่า การเขียนโพลีโนเมียลดีกรีสองในรูปการคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่งนั้น เขียนได้กี่คำตอบ

.....
(เขียนได้อย่างน้อยหนึ่งคำตอบ)

3. กรุณาโจทย์บนกระดาษค่า แล้วให้นักเรียนช่วยกันแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียลที่กำหนดให้ โดยกรูใช้วิธีตามชอบ

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 2 &= x^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)x + 2 \\ &= x^2 - 2\left(\frac{5}{2}\right)x + \left\{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2\right\} \\ &= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 2 \\ &= \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 \\ &= \left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}\right) \left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right) \\ &= \left(x - \frac{5 + \sqrt{17}}{2}\right) \left(x - \frac{5 - \sqrt{17}}{2}\right) \end{aligned}$$

4. ครูฝึกเผชิญปัญหาแสงการแยกตัวประกอบ ให้นักเรียนทำพร้อมกัน โยขกรูปค
คำตอบไวก่อน

โจทย์	คำตอบ
$2x^2 - x - 2$ $x^2 - \frac{5}{2}x + 1$	

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย
1. ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 17 ข้อ 1.2,2
 2. แต่งโจทย์เอง 2 ข้อ

หมายเหตุ บัตรกำที่ไว้ในข้อ 1 คำเป็นสีต่าง ๆ ให้นักเรียนเห็นเกณฑ์ชั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ถามที่ 8 การแก้สมการควอดราติกที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. สามารถตอบของสมการควอดราติกที่กำหนดให้ได้
2. ตรวจสอบคำตอบของสมการควอดราติกได้
3. ค่าเฉลี่ยพิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 95 %

เนื้อหา การแก้สมการควอดราติกที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง

สื่อการเรียนการสอน

บัตรกำซึ่งเขียนโจทย์บัตรละ 1 ข้อ

กิจกรรม 1. กรุแสดงวิธีการหาคำตอบสมการ $x^2 - 0.5x - 1.5 = 0$ โดยใช้วิธี

ตามคอม

$$\text{เพราะว่า } x^2 - 0.5x - 1.5 = 0$$

$$\text{แต่ } x^2 - 0.5x - 1.5 = (x - 1.5)(x + 1)$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } (x - 1.5)(x + 1) = 0$$

$$\text{จะได้ } x - 1.5 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 1.5 \quad \text{หรือ} \quad x = -1$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ คือ 1.5 และ -1

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการด้วย 1.5 และ -1

$\begin{aligned} x &= 1.5 \\ \text{ซ้าย} &= x^2 - 0.5x - 1.5 \\ &= (1.5)^2 - 0.5(1.5) - 1.5 \\ &= 2.25 - 0.75 - 1.5 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$	$\begin{aligned} x &= -1 \\ \text{ซ้าย} &= x^2 - 0.5x - 1.5 \\ &= (-1)^2 - 0.5(-1) - 1.5 \\ &= 1 + 0.5 - 1.5 \\ &= 0 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2. กรุณาแสดงวิธีการหาคำตอบสมการ $x^2 + 2\sqrt{2}x = 10$ โดยใช้วิธีการแยก

$$\text{เพราะว่า } x^2 + 2\sqrt{2}x = 10$$

$$x^2 + 2\sqrt{2}x - 10 = 0$$

$$x^2 + 2\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)x - 10 = 0$$

$$x^2 + 2(\sqrt{2})x + (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2 - 10 = 0$$

$$(x + \sqrt{2})^2 - 2 - 10 = 0$$

$$(x + \sqrt{2})^2 - 12 = 0$$

$$(x + \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 0$$

$$(x + \sqrt{2} - 2\sqrt{3})(x + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x + \sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 0 \quad \text{หรือ} \quad x + \sqrt{2} + 2\sqrt{3} = 0$$

$$\text{จะได้ } x = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \quad \text{หรือ} \quad x = -\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

คำตอบของสมการคือ $-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ และ $-\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

ตรวจสอบคำตอบ โดยแทนค่า x ในสมการด้วย $-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ และ $-\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

$$x = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$x = -\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$\text{ซ้าย} = x^2 + 2\sqrt{2}x$$

$$\text{ซ้าย} = x^2 + 2\sqrt{2}x$$

$$= (-\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{2}(-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) = (-\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{2}(-\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$$

$$= 14 - 4\sqrt{6} - 4 + 4\sqrt{6}$$

$$= 14 + 4\sqrt{6} - 4 - 4\sqrt{6}$$

$$= 10$$

$$= 10$$

$$= \text{ขวา}$$

$$= \text{ขวา}$$

3. กรุณาแสดงวิธีการหาคำตอบของสมการ $x^2 = 45$ โดยวิธีตามตอบ

วิธีที่ 1 เพราะ $x^2 = 45$

$$\therefore x^2 - 45 = 0$$

$$x^2 - (3\sqrt{5})^2 = 0$$

$$(x - 3\sqrt{5})(x + 3\sqrt{5}) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } (x - 3\sqrt{5}) = 0 \quad \text{หรือ} \quad (x + 3\sqrt{5}) = 0$$

$$x = 3\sqrt{5} \quad \text{หรือ} \quad x = -3\sqrt{5}$$

วิธีที่ 2 เพราะว่า $x^2 = 45$
 ดังนั้น $x = \pm \sqrt{45}$
 $= \pm 3\sqrt{5}$

คำตอบของสมการคือ $3\sqrt{5}$ และ $-3\sqrt{5}$

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า x ในสมการด้วย $3\sqrt{5}$, $-3\sqrt{5}$

$\begin{aligned} x &= 3\sqrt{5} \\ \text{ข้างซ้าย} &= x^2 \\ &= (3\sqrt{5})^2 \\ &= 45 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$	$\begin{aligned} x &= -3\sqrt{5} \\ \text{ข้างซ้าย} &= x^2 \\ &= (-3\sqrt{5})^2 \\ &= 45 \\ &= \text{ข้างขวา} \end{aligned}$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4. กรูคิดโจทย์บนกระดานดำ ให้นักเรียนทำพร้อมกัน

โจทย์	คำตอบ
$b^2 = 27$ $2.4m^2 - 4.5m - 3.75 = 0$ $3a^2 + 2\sqrt{5}a - 5 = 0$	

5. ให้นักเรียนจำแบบฝึกหัดโดย

1. ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 20 ข้อ 1, 2
2. บดงโจทย์เอง 2 ข้อ

ทฤษฎี การหาคำตอบของสมการ $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ เป็นกรณีทั่ว ๆ ไป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบภายในนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. หาคำตอบของสมการ $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ เป็นกรณีทั่วไปได้
2. หาคำตอบของสมการ $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ โดยการใช้อนุกรมได้
3. ทำโจทย์พิเศษได้อย่างถูกต้อง 95 %
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง 95 %

เนื้อหา การหาคำตอบของสมการ $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b,c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ เป็นกรณีทั่ว ๆ ไป

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- สื่อการเรียนการสอน
1. แผนภูมิแสดงการแยกตัวประกอบ โดยทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์
 2. เอกสารแนวทางการหาคำตอบสมการ $ax^2+bx+c=0$

- กิจกรรม
1. ทรูทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบ โพลีโนเมียลด้วยวิธีทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยฝึกแผนภูมิโจทย์บนกระดานดำ ให้นักเรียนทำพร้อมกัน โดยที่ครูปิดคำตอบไว้ก่อน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{aligned}
 2y^2 + y - 1 &= 2\left(y^2 + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right) \\
 &= 2\left(y^2 + 2\left(\frac{1}{4}\right)y - \frac{1}{2}\right) \\
 &= 2\left(y^2 + 2\left(\frac{1}{4}\right)y + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{2}\right) \\
 &= 2\left\{\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} - \frac{1}{2}\right\} \\
 &= 2\left\{\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right\} \\
 &= 2\left\{\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right\} \\
 &= 2\left(y + \frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right)\left(y + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) \\
 &= 2(y - \frac{1}{2})(y + 1) \\
 &= (2y - 1)(y + 1)
 \end{aligned}$$

2. ครุสอนวิธีการหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ โดยใช้เอกลักษณ์และแนวทาง

2.1 จากสมการ $ax^2 + bx + c = 0$

จะได้ $x^2 + \dots x + \dots = 0 \quad \left(\frac{b}{a}, \frac{c}{a}\right)$

$$x^2 + \dots x + \left(\dots\right)^2 - \left(\dots\right)^2 + \dots = 0 \quad \left(2\left(\frac{b}{-a}\right), \frac{b}{2a}, \frac{b}{2a}\right)$$

$$\left(x + \dots\right)^2 - \left(\dots\right) + \left(\dots\right) = 0 \quad \left(\frac{b}{2a}, \frac{b}{4a^2}, \frac{c}{a}\right)$$

$$\left(x + \dots\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0 \quad \left(\frac{b}{2a}\right)$$

$$\left(x + \dots\right)^2 = \dots \dots \dots \quad \left(\frac{b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)$$

$$x + \dots = \dots \dots \dots \quad \left(\frac{-b}{2a}, \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right)$$

$$x = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2a)$$

2.2 ในนักเรียนพิจารณา 3 กรณีคือ

กรณีที่ 1 ถ้า $b^2 - 4ac = 0$

จะได้ $x = \dots\dots\dots \left(-\frac{b}{2a}\right)$

กรณีที่ 2 ถ้า $b^2 - 4ac > 0$

จะได้ $x = \dots\dots\dots \left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$

กรณีที่ 3 ถ้า $b^2 - 4ac < 0$

จะได้ $x = \dots\dots\dots$ (หาไม่ได้)

2.3 สรุป

1. สำหรับสมการควอดราติก $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง $a \neq 0$ และ $b^2 - 4ac = 0$

คำตอบของสมการคือ $\dots\dots\dots \left(-\frac{b}{2a}\right)$

2. สำหรับสมการควอดราติก $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง $a \neq 0$ และ $b^2 - 4ac > 0$

คำตอบของสมการคือ $\dots\dots\dots \left(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$

3. สำหรับสมการควอดราติก $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง $a \neq 0$ และ $b^2 - 4ac < 0$ จะไม่มี

จำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการ

2.4 ครูคิดแผนภูมิสรุปเกี่ยวกับคำตอบของสมการควอดราติกในรูปแบบต่าง ๆ บนกระดานดำ

3. ครูแสดงวิธีการแก้สมการด้วยวิธีใช้สูตร โดยการถามตอบ

จากสมการ $x^2 - 12x + 11 = 0$

$a = 1, b = -12, c = 11$

สูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } x &= \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)} \\ x &= \frac{12 \pm \sqrt{144 - 44}}{2} \\ x &= \frac{12 \pm \sqrt{100}}{2} \\ &= \frac{12 \pm 10}{2} = 11, 1 \end{aligned}$$

คำตอบของสมการคือ 11 และ 1

4. กรุณาคัดโจทย์บนกระดานดำ ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการด้วยวิธีใช้สูตร

โจทย์	คำตอบ
$x^2 - 5x - 14 = 0$	
$2x^2 + 7x - 15 = 0$	
$3 - x - 4x^2 = 0$	

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย

- ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 25, 26 ข้อ 1, 2
- แต่งโจทย์เอง 3 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 10 โจทย์สมการถวอคราติก

จุดประสงค์เนิ่งนดติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสาบารก

1. แกัโจทย์ปัญหาโดยไ้สมการถวอคราติกได้
2. ตรวจสอบคำตอบได้
3. ทำโจทย์พิเศษได้ยงถูกต้อง 95 %
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ยงถูกต้อง 95 %

เนื้อหา โจทย์สมการถวอคราติก

- สื่อการเรียนการสอน
1. บัตรกำซึ่งเขียนโจทย์บัตรละ 1 ข้อ
 2. แผนภูมิแสดงขั้นตอนในการแกัโจทย์สมการ

- กิจกรรม
1. ทรูทบทวนความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนในการหาค่าตอบของสมการเชิงเส้นโดยไ้แบบฝึกหัดทบทวนขั้นตอนในการแกัสมการเชิงเส้น
 1. (กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ต้อารหา)
 2. (สร้างสมการจากปัญหา)
 3. (ดำเนินการหาค่าตอบของสมการ)
 4. (นำคำตอบสมการไปเป็นคำตอบปัญหาหรือช่วยในการหาค่าตอบปัญหา)
 2. ทรูแสดงวิธีการหาค่าตอบของโจทย์สมการ โดยไ้วิธีตามตบที่นารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแ่งหนึ่งมีความยาวโดยรอบ 94 เมตร และมีพื้นที่ 496 ตารางเมตร จงหาความกว้างและความยาวของที่นาแ่งนี้

วิธีทำ ให้ความกว้างของที่นาเป็น x เมตร

$$\begin{aligned} \text{ความยาวโดยรอบที่นา} &= \text{สองเท่าของความกว้าง} + \text{สองเท่าของความยาว} \\ \text{หรือ } 94 &= 2x + \text{สองเท่าของความยาว} \end{aligned}$$

ดังนั้นความยาวของที่นาเป็น $\frac{94-2x}{2}$ เมตร

พื้นที่ของนา = ความกว้าง \times ความยาว

$$\text{หรือ } 496 = \frac{x(94-2x)}{2} \text{ ตารางเมตร}$$

ดังนั้น ความกว้างและความยาวของที่นาแปลงนี้หาได้โดยการแก้สมการ

$$\frac{x(94-2x)}{2} = 496$$

$$94x - 2x^2 = 992$$

$$2x^2 - 94x + 992 = 0$$

$$x^2 - 47x + 496 = 0$$

$$(x - 16)(x - 31) = 0$$

$$x = 16, 31$$

คำตอบของสมการคือ 16 และ 31

ความกว้างของนา = 16 เมตร

ความยาวของนา = $\frac{94 - (2 \times 16)}{2} = 31$ เมตร

ดังนั้นนาแปลงนี้กว้าง 16 เมตร ยาว 31 เมตร

ตรวจสอบคำตอบ

นากว้าง 16 เมตร ยาว 31 เมตร จะมีพื้นที่ = $16 \times 31 = 496 \text{ ม}^2$

ความยาวรอบที่นา = $(2 \times 16) + (2 \times 31) = 94$

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้

3. กรุณาแสดงวิธีการหาคำตอบของโจทย์สมการ โดยวิธีตามตอบ

มีที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองแปลง แปลงแรกมีพื้นที่ 99 ตารางเมตร

และมีด้านยาว ๆ กว้าง 2 เมตร ที่ดินแปลงที่สองมีด้านยาว ๆ กว้าง

ด้านยาวของที่ดินแปลงแรก 6 เมตร และด้านกว้างสั้นกว่าด้านกว้างของ

ที่ดินแปลงแรก 2 เมตร จงหาว่าที่ดินแปลงที่สองมีพื้นที่เท่าใด

วิธีทำ ใจที่กินแปลงแรกกว้าง x เมตร
 ที่ดินแปลงแรกยาวเป็น $x + 2$ เมตร
 พื้นที่กินแปลงแรก = $x(x + 2)$ ตารางเมตร
 แต่ใจหยกกำหนดว่าที่ดินแปลงนี้ มีพื้นที่ 99 ตารางเมตร
 จะได้สมการ $x(x + 2) = 99$
 $x^2 + 2x - 99 = 0$
 $(x + 11)(x - 9) = 0$

คำตอบของสมการคือ -11 และ 9

นั่นคือ ที่ดินแปลงแรกกว้าง 9 เมตร ยาว 11 เมตร

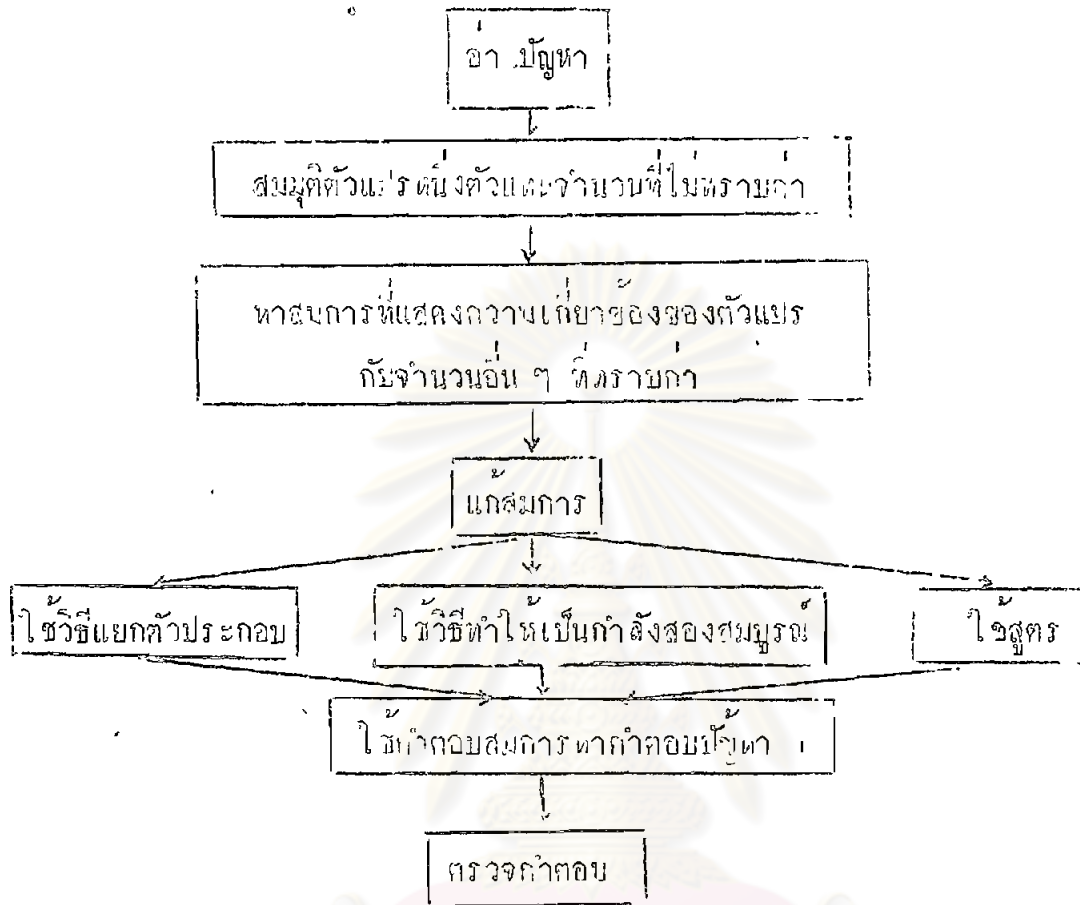
ดังนั้น ที่ดินแปลงที่สองกว้าง 7 เมตร ยาว 17 เมตร

ที่ดินแปลงที่สองมีพื้นที่ = $7 \times 17 = 119$ ตารางเมตร

ตรวจสอบคำตอบ ที่ดินแปลงแรกกว้าง 9 เมตร ยาว 11 เมตร ดังนั้น
 มีพื้นที่ 99 ตารางเมตรตรงตามที่ใจหยกกำหนด

4. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนในการหาคำตอบของโจทย์สมการ เสร็จแล้ว
 ครูจึงคิดแผนภูมิแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบปัญหา ให้นักเรียนดูอีกครั้งหนึ่ง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



5. ครูคิดโจทย์บนกระดานคา ให้นักเรียนทำพร้อมกัน
1. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 48 ตารางนิ้ว ด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 2 นิ้ว จงหาค่าด้านกว้างและด้านยาวของสี่เหลี่ยมนี้
 2. เด็กสองคนมีอายุรวมกัน 18 ปี และผลคูณของอายุเด็กทั้งสองเป็น 56 ปี จงหาอายุของเด็กที่มีอายุน้อยกว่า
6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดย
1. ทำโจทย์แบบฝึกหัดจากหนังสือหน้า 29-31 ข้อ 1,2,4,6,9
 2. แต่งโจทย์เอง 2 ข้อ

แบบสอบถามสถานภาพครอบครัว

นักเรียนที่รัก

ข้อมูลต่อไปนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับงานวิจัย ดังนั้นจึงขอให้นักเรียนกรอกข้อมูลตามความเป็นจริง และขอรับรองว่าข้อมูลเหล่านี้จะเป็นความลับ

ขอขอบคุณในความร่วมมือ

นักเรียนชื่อ นามสกุล

อายุปี เพศ.....

ขณะนี้กำลังศึกษาในชั้น

โรงเรียน

นักเรียนมีพี่น้องรวมบิดามารดาทั้งสิ้นคน (รวมทั้งนักเรียนด้วย)

นักเรียนเป็นบุตรคนที่

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคนว ก ง

แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง

สมการควอดราติก

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 30 ข้อ เวลา 1 ชั่วโมง
2. เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย \times ลงในช่องสี่เหลี่ยมให้ตรงกับข้อที่เลือก

ตัวอย่าง

1. นายแดงมีอายุ 20 ปี นายดำมีอายุมากกว่านายแดง 5 ปี นายดำมีอายุเท่าไร
 - ก. 15 ปี
 - ข. 25 ปี
 - ค. 35 ปี
 - ง. 40 ปี
 - จ. 45 ปีคำตอบที่ถูกต้องคือ ข

กระดาษคำตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1		\times			

2. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ให้ทำเครื่องหมาย = ที่คำตอบเดิมที่ไม่ต้องการและทำเครื่องหมาย \times ลงในช่องที่เลือกใหม่

กระดาษคำตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
1		\times		\times	

1. $x^2 + 2x - 14 + 3x$ เขียนอยู่ในรูปการคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่งได้ในข้อใด

ก. $(x - 7)(x - 2)$

ข. $(x + 7)(x + 2)$

ค. $(x + 7)(x - 2)$

ง. $(x - 7)(x + 2)$

จ. $(x - 10)(x - 4)$

2. $x^2 - 9x - 36$ เขียนอยู่ในรูปการคูณของโพลีโนเมียลดีกรีหนึ่งได้ในข้อใด

ก. $(x - 9)(x + 4)$

ข. $(x + 9)(x - 4)$

ค. $(x - 12)(x - 3)$

ก. $(x - 12)(x + 3)$

ง. $(x + 12)(x - 3)$

3. ค่าตอบของสมการ $x^2 - x - 42 = 0$ คือข้อใด

ก. 21, -2

ข. -21, 2

ค. -13, 4

ง. -7, 6

จ. 7, -6

4. ค่าตอบของสมการ $x^2 - 11x + 28 = 0$ คือข้อใด

ก. 14, 2

ข. -14, 2

ค. -7, 4

ง. 7, 4

จ. -7, -4

5. ค่าตอบของสมการ $x^2 + 11x + 18 = 0$ คือข้อใด

ก. $-9, -2$

ข. $9, 2$

ค. $6, 3$

ง. $-6, -3$

จ. $6, -3$

6. ค่าตอบของสมการ $x^2 + 4x - 21 = 0$ คือข้อใด

ก. $21, -1$

ข. $-7, -3$

ค. $7, 3$

ง. $-7, 3$

จ. $7, -3$

7. สมการควอดราติกในข้อใด ที่มีคำตอบเป็น 2 และ -5

ก. $x^2 - 3x - 10 = 0$

ข. $x^2 - 6x - 10 = 0$

ค. $x^2 + 3x = 0$

ง. $x^2 + 3x + 10 = 0$

จ. $x^2 - 3x = 12$

8. สมการควอดราติกในข้อใด ที่มีคำตอบเป็น -4 และ -8

ก. $x^2 + 12x + 32 = 0$

ข. $x^2 - 12x - 32 = 0$

ค. $x^2 = 12x - 32$

ง. $x^2 + 12x + 12 = 0$

จ. $x^2 - 10x + 12 = 0$

9. สมการควอดราติกในข้อใด ที่มีคำตอบเป็น 5 และ 6

ก. $x^2 + 11x - 30 = 0$

ข. $x^2 - 11x + 30 = 0$

ค. $x^2 + 11x + 30 = 0$

ง. $x^2 - 12x - 30 = 0$

จ. $x^2 + 12x - 30 = 0$

10. ตัวประกอบของ $5x^2 + 4x - 1$ คือข้อใด

ก. $(5x - 1)(x - 1)$

ข. $(5x + 1)(x + 1)$

ค. $(5x - 1)(5x + 1)$

ง. $(5x + 1)(x - 1)$

จ. $(5x - 1)(x + 1)$

11. โพลีโนเมียลข้อใดอยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง

ก. $4x^2 - 289$

ข. $x^2 - 16x + 16$

ค. $x^2 - 4x + 4$

ง. $x^2 + 26x + 25$

จ. $y^2 + 25$

12. ตัวประกอบของ $-3x^2 - 10x - 8$ คือข้อใด

ก. $(-3x - 4)(x - 2)$

ข. $(-3x - 4)(-x - 2)$

ค. $(3x - 4)(x + 2)$

ง. $(3x + 4)(-x - 2)$

จ. $(3x + 4)(x - 2)$

13. ค่าตอบของสมการ $12a^2 = -41a - 35$ คือข้อใด

ก. $\frac{7}{4}, \frac{3}{5}$

ข. $\frac{4}{7}, -\frac{3}{5}$

ค. $-\frac{7}{4}, \frac{5}{3}$

ง. $-\frac{4}{7}, \frac{3}{5}$

จ. $-\frac{7}{4}, -\frac{5}{3}$

14. ค่าตอบของสมการ

$$1 = 14x - 49x^2 \quad \text{คือข้อใด}$$

ก. $\frac{1}{7}, \frac{1}{7}$

ข. $-\frac{1}{7}, -\frac{1}{7}$

ค. $\frac{1}{7}, -\frac{1}{7}$

ง. $-7, -7$

จ. $7, 7$

15. ค่าตอบของสมการ

$$4x^2 - 23x + 15 = 0 \quad \text{คือข้อใด}$$

ก. $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$

ข. $-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

ค. $\frac{3}{4}, -5$

ง. $-\frac{3}{4}, -5$

จ. $\frac{3}{4}, 5$

16. ค่าตอบของสมการ

$$3x^2 + 19x - 14 = 0 \quad \text{คือข้อใด}$$

ก. $\frac{7}{3}, -2$

ข. $-\frac{7}{3}, 2$

ค. $\frac{2}{3}, -7$

ง. $-\frac{2}{3}, 7$

จ. $-\frac{2}{3}, -7$

17. สมการควอดรติกในข้อใดที่มีคำตอบเป็น $-\frac{6}{5}$ และ 2

ก. $5x^2 + 4x + 12 = 0$

ข. $5x^2 + 4x - 12 = 0$

ค. $5x^2 - 4x - 12 = 0$

ง. $5x^2 - 4x + 12 = 0$

จ. $-5x^2 - 4x - 12 = 0$

18. ตัวประกอบของ $x^2 - 4x + 1$ คือข้อใด

ก. $(x - 2 - \sqrt{5})(x - 2 + \sqrt{5})$

ข. $(x + 2 - \sqrt{5})(x + 2 + \sqrt{5})$

ค. $(x - 2 - \sqrt{3})(x - 2 + \sqrt{3})$

ง. $(x - 2 - \sqrt{3})(x - 2 - \sqrt{3})$

จ. $(x - 2 - \sqrt{3})(x - 2 + \sqrt{3})$

19. ตัวประกอบของ $x^2 + 6x - 2$ คือข้อใด

ก. $(x + 3 - \sqrt{7})(x + 3 + \sqrt{7})$

ข. $(x - 3 - \sqrt{7})(x - 3 + \sqrt{7})$

ค. $(x + 3 + \sqrt{11})(x + 3 - \sqrt{11})$

ง. $(x + 3 - \sqrt{11})(x + 3 + \sqrt{11})$

จ. $(x + 3 - \sqrt{11})(x + 3 - \sqrt{11})$

20. ตัวประกอบของ $3a^2 - 18a + 24$ คือข้อใด

ก. $(3a + 6)(a + 4)$

ข. $(3a - 6)(a - 4)$

ค. $(3a - 6)(a + 4)$

ง. $(3a + 6)(a - 4)$

จ. $(3a - 2)(a - 4)$

21. ตัวประกอบของ $x^2 - \frac{7}{3}x - 2$ คือข้อใด

ก. $(x - 2)(x + 1)$

ข. $(x - \frac{2}{3})(x + 5)$

ค. $(x + \frac{2}{3})(x - 5)$

ง. $(x + \frac{2}{3})(x - 3)$

จ. $(x - \frac{2}{3})(x + 3)$

22. ตัวประกอบของ $3x^2 + \frac{19}{10}x - \frac{2}{5}$ คือข้อใด

ก. $(3x - \frac{1}{2})(x + \frac{4}{5})$

ข. $(3x + \frac{1}{2})(x - \frac{4}{5})$

ค. $(x - \frac{1}{2})(3x + \frac{4}{5})$

ง. $(x + \frac{1}{2})(3x - \frac{4}{5})$

จ. $(x + \frac{1}{2})(3x - \frac{2}{5})$

23. คำตอบของสมการ $x^2 = 32$ คือข้อใด

ก. 16, -2

ข. -16, -2

ค. $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$

ง. $-4\sqrt{2}$, $-4\sqrt{2}$

จ. $4\sqrt{2}$, $-4\sqrt{2}$

24. คำตอบของสมการ $x^2 - 12x + 8 = 0$ คือข้อใด

ก. $-12 - 4\sqrt{7}$, $12 + 4\sqrt{7}$

ข. $12 + 4\sqrt{7}$, $12 - 4\sqrt{7}$

ค. $-6 + 2\sqrt{7}$, $6 + 2\sqrt{7}$

ง. $-2\sqrt{7}$, $-6 + 2\sqrt{7}$

จ. $6 - 2\sqrt{7}$, $6 + 2\sqrt{7}$

25. กำตอบของสมการ $ax^2+bx+c=0$ คือข้อใด

ก. $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \frac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ข. $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \frac{b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ค. $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ง. $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \frac{-b\sqrt{b^2+4ac}}{2a}$

จ. $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2}, \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2}$

26. สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 13 นิ้ว ด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 7 นิ้ว ด้านกว้างและด้านยาวของสี่เหลี่ยมเป็นเท่าใด

ก. กว้าง 9 นิ้ว ยาว 16 นิ้ว

ข. กว้าง 8 นิ้ว ยาว 15 นิ้ว

ค. กว้าง 7 นิ้ว ยาว 14 นิ้ว

ง. กว้าง 6 นิ้ว ยาว 13 นิ้ว

จ. กว้าง 5 นิ้ว ยาว 12 นิ้ว

27. จำนวนบวกสองจำนวนต่างกันอยู่ 5 และผลต่างของกำลังสองของจำนวนทั้งสองนั้นเป็น 145 จำนวนบวกทั้งสองจำนวนนั้นเป็นเท่าใด

ก. 13, 18

ข. 12, 17

ค. 11, 16

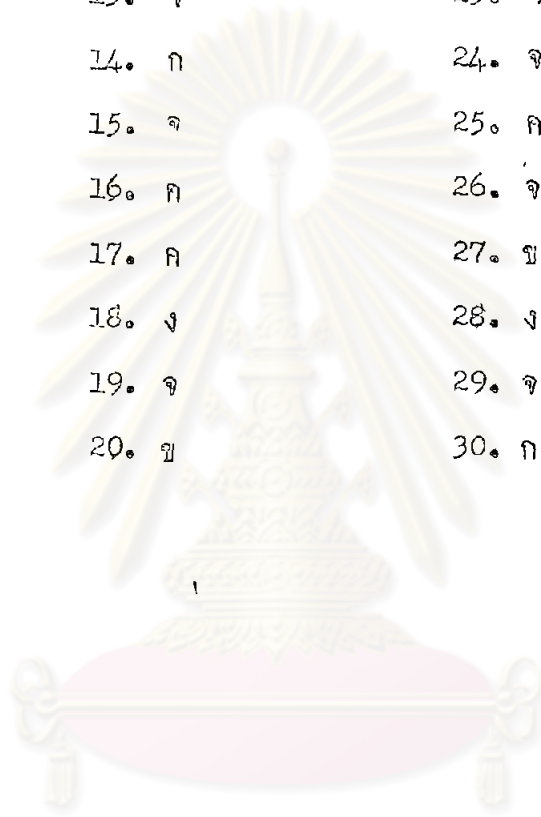
ง. 10, 15

จ. 9, 14

28. กลองสี่เหลี่ยมมีพื้นที่กลอง 120 ตารางเซนติเมตร ความยาวรอบปาก
กลองภายใน 46 เซนติเมตร จุน้ำได้ 720 ลูกบาศก์เซนติเมตร ความสูงของ
กลองนี้เป็นเท่าใด
- ก. 9 เซนติเมตร
ข. 8 เซนติเมตร
ค. 7 เซนติเมตร
ง. 6 เซนติเมตร
จ. 5 เซนติเมตร
29. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาวกว่าอีกด้านหนึ่ง
2 เซนติเมตร และด้านตรงข้ามมุมฉากยาวกว่าด้านที่ยาวอยู่ 2 เซนติเมตร ความยาว
ของด้านทั้งสามเป็นเท่าใด
- ก. 2,4,6 เซนติเมตร
ข. 3,5,7 เซนติเมตร
ค. 4,6,8 เซนติเมตร
ง. 5,7,9 เซนติเมตร
จ. 6,8,10 เซนติเมตร
30. ในการแข่งขันหมากรุก ผู้เด่นแต่ละคนต้องเล่นกับผู้อื่น ๓ คนด้วยกัน
จำนวนการแข่งขันได้ 30 ครั้ง ถ้าถามว่ามีผู้เด่นกี่คน
- ก. 6 คน
ข. 7 คน
ค. 8 คน
ง. 9 คน
จ. 10 คน

เฉลย

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. ก | 11. ก | 21. ง |
| 2. ง | 12. ง | 22. ก |
| 3. จ | 13. จ | 23. จ |
| 4. ง | 14. ก | 24. จ |
| 5. ก | 15. จ | 25. ก |
| 6. ง | 16. ก | 26. จ |
| 7. ก | 17. ก | 27. ข |
| 8. ก | 18. ง | 28. ง |
| 9. ข | 19. จ | 29. จ |
| 10. จ | 20. ข | 30. ก |



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

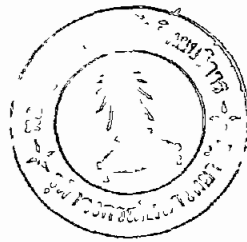
รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จวิศย์ พลกิตติ
2. อาจารย์ ดร.รวีวรรณ รุณชัย
3. อาจารย์ กิตติภูมิ บำรุงสงฆ์



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียน



นางจันทร์สุภา ยงพิทยาพงศ์ เกิดเมื่อวันที่ 19 กันยายน 2492 ที่
อำเภอเมือง จังหวัดหนองคาย จบปริญญาการศึกษามัธยมศึกษา (กศ.บ) จากวิทยาลัย
วิชาการศึกษาประสานมิตร เมื่อปีการศึกษา 2514 เข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษา
กิตติศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา
2522 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนราชสีมาวิทยาลัย
จังหวัด นครราชสีมา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย