การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

นางวิมลรัตน์ ศรีสุข

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2551
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PROCESS INTEGRATING THE CONCEPT FORMATION MODEL AND THE TRANSLATION MODEL TO ENHANCE MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND INDUCTIVE THINKING ABILITY OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Mrs. Wimorat Srisuk

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy Program in Curriculum and Instruction
Department of Curriculum, Instruction, and Educational Technology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2008

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น
โดย	นางวิมลรัตน์ ศรีสุข
สาขาวิชา	หลักสูตรและการสอน
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	รองศาสตราจารย์ ดร. พิมพันธ์ เดชะคุปต์

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาดุษฎีบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร. ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อลิศรา ชูชาติ)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

(รองศาสตราจารย์ ดร. พิมพันธ์ เดชะคุปต์)

.....กรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร. สุวิมล ว่องวาณิช)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิมลรัตน์ ศรีสุข : การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น (THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PROCESS INTEGRATING THE CONCEPT FORMATION MODEL AND THE TRANSLATION MODEL TO ENHANCE MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND INDUCTIVE THINKING ABILITY OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS.) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร. อัมพร ม้าคนอง, อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : รศ.ดร. พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 209 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อ 1) พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น 2) ศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยพิจารณาจากความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย ดำเนินการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับสภาพปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 การจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลช นำข้อมูลที่ได้จากการศึกษามาสร้างกระบวนการเรียนการสอนแล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 96 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 45 คน กลุ่มควบคุม 51 คน ระยะเวลาในการดำเนินการทดลอง 17 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบทดสอบความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าสถิติที การวิเคราะห์ความแปรปรวน และการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้

2. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต.....วิมลรัตน์ ศรีสุข.....

สาขาวิชา หลักสูตรและการสอน..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

ปีการศึกษา 2551..... ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม.....

4784627127 : MAJOR CURRICULUM AND INSTRUCTION

KEYWORDS : CONCEPT FORMATION MODLE/TRANSLATION MODEL/MATHEMATICAL KNOWLEDGE/INDUCTIVE THINKING ABILITY

WIMONRAT SRISUK : THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PROCESS INTEGRATING THE CONCEPT FORMATION MODEL AND THE TRANSLATION MODEL TO ENHANCE MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND INDUCTIVE THINKING ABILITY OF LOWER SECONDARY SCHOOL STUDENTS. ADVISOR : ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., CO-ADVISOR : ASSOC. PROF. PIMPAN DACHAKUPT, Ph.D. 209 pp.

The purposes of this research were to: 1) develop an instructional process by integrating the concept formation and the translation model to enhance mathematical knowledge and inductive thinking ability of lower secondary school students. 2) study the quality of the developed instructional process on mathematical knowledge which are conceptual knowledge and procedural knowledge, and inductive thinking ability. The researcher conducted the developed instructional process by analyzing and synthesizing fundamental information concerning the state of the problems in mathematical instruction at the basic education level. The instructional process was developed based on the concept formation and the translation model, The developed instructional process was verified by experts and tryout. This research was a Quasi – Experimental Research, two groups pretest – posttest design. The samples of this study were 96 mathayomsuksa three students in Kamphangphetpittayakom school, Kamphangphet Province. They were divided into two groups with 51 students in the control group and 45 students in the experimental group. The duration of the experiment was 17 weeks long. The research instruments were tests of conceptual knowledge, procedural knowledge, and inductive thinking ability. Data were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, t-test, ANOVA, and MANOVA. The findings were as follows:

1. The developed instructional process consisted of 6 steps, namely: 1) reviewing prior knowledge, 2) finding attribute, 3) grouping data, 4) presenting reason, 5) making conclusion, and 6) applying knowledge.

2. The mathematical knowledge and inductive thinking ability of students in the experimental group after learning with developed instructional process were significantly higher than those of students in the control group at .05 level of significance.

3. The mathematical knowledge and inductive thinking ability of students in the experimental group after learning with developed instructional process were significantly higher than before learning with developed instructional process at .05 level of significance.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department : Curriculum, Instruction and Educational Technology Student' s Signature Wimonrat Srisuk

Field of Study : Curriculum and Instruction..... Advisor' s Signature Aumporn Makanong

Academic Year : 2008..... Co- Advisor' s Signature Pimpan Dachakupt

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง และรองศาสตราจารย์ ดร. พิมพันธ์ เดชะคุปต์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำ ให้กำลังใจและให้แนวทางอันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการดำเนินการวิจัย ตลอดจนเป็นต้นแบบของการปฏิบัติงานที่เปี่ยมด้วยจรรยาบรรณวิชาชีพ เสียสละ และอดทนอย่างต่อเนื่อง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการบริหารหลักสูตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอนที่ให้ความรู้ ความเมตตา ความเอาใจใส่ ดูแลติดตามความก้าวหน้าในการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้การทำงานผ่านอุปสรรคมาได้อย่างภาคภูมิ

ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ซึ่งมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อลิศรา ชูชาติ ประธานกรรมการ ศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล ว่องวาณิช และรองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง ที่กรุณาให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิและผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบ ชี้แนะและแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ขอขอบคุณพี่ เพื่อน น้องร่วมสาขาวิชาและคุณคณาพงศ์ ศรีสุขที่ให้ข้อคิด ให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยในการทำวิทยานิพนธ์ให้ลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบคุณผู้อำนวยการโรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือและทดลองสอน และขอขอบคุณนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างตั้งใจ ขอขอบคุณผู้อำนวยการโรงเรียนธัญบุรีที่ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ตั้งใจทำแบบทดสอบอย่างเต็มที่

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่ให้ทุนส่วนหนึ่งเพื่อสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้

ท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และครู อาจารย์ทุกท่านในทุกระดับการศึกษา หากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ก่อให้เกิดคุณประโยชน์ ผู้วิจัยขอมอบความดีงามเหล่านั้นแด่ท่านผู้มีพระคุณทั้งหลายที่ให้ความห่วงใย ให้กำลังใจและวางรากฐานทางการศึกษาแก่ผู้วิจัยตลอดมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ญ

สารบัญภาพ..... ฐ

บทที่ 1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

คำถามวิจัย..... 4

วัตถุประสงค์การวิจัย..... 4

สมมุติฐานการวิจัย..... 5

ขอบเขตของการวิจัย..... 7

นิยามศัพท์เฉพาะ..... 7

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 9

กระบวนการเรียนการสอน..... 10

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์..... 11

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์..... 18

การพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 19

ความรู้ทางคณิตศาสตร์..... 19

การพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 25

การพัฒนาความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์..... 45

การคิดแบบอุปนัย..... 48

ความหมายของการคิดแบบอุปนัย..... 48

ประเภทของการคิดแบบอุปนัย..... 49

ประโยชน์ของการคิดแบบอุปนัย..... 51

การพัฒนาและการวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย..... 52

บทที่ 2 (ต่อ) หน้า

การสร้างมโนทัศน์..... 56
ความหมายของการสร้างมโนทัศน์..... 56
รูปแบบการสร้างมโนทัศน์..... 57
รูปแบบการแปลงของเลซ 60
ความเป็นมา แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการแปลงของเลซ..... 60
ลักษณะการแปลงความรู้ของเลซ..... 65
การนำรูปแบบการแปลงของเลซมาใช้ในการจัดการเรียนรู้..... 65
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 67
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 71
การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน..... 73
การศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน. 74
พัฒนากระบวนการเรียนการสอน..... 76
การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น..... 89
การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้..... 90
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 93
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 97
การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน..... 98
การวิเคราะห์ข้อมูล..... 101
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 103
ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง..... 103
ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง..... 107
ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 108
ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง..... 120

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 122
สรุปผลการวิจัย..... 125
อภิปรายผลการวิจัย..... 128
ข้อเสนอแนะ..... 136
รายการอ้างอิง..... 139
ภาคผนวก..... 149
ภาคผนวก ก กระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการ
สร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง..... 150
ภาคผนวก ข รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ..... 160
ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการสอน..... 162
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือการวิจัย..... 184
ภาคผนวก จ การวิเคราะห์ข้อมูล..... 197
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 209

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	การเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	15
2	ผลการศึกษา วิเคราะห์หลักการการสร้างมโนทัศน์	76
3	ผลการวิเคราะห์ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียน	78
4	สาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์	79
5	ผลการกำหนดเงื่อนไขการเรียนรู้	83
6	ผลการพัฒนาขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน	84
7	แสดงตัวบ่งชี้พฤติกรรมตามเงื่อนไขการเรียนรู้	85
8	แสดงค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ	97
9	แบบแผนการทดลอง	98
10	เปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	100
11	แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	108
12	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	108
13	แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	109
14	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	109
15	แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	110
16	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	110
17	แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	111
18	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	111

ตารางที่ หน้า

19 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรของคะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 113

20 ผลของ Post Hoc Testsคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย..... 114

21 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 116

22 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 117

23 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 118

24 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 119

25 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการและความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม....119

26 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง..... 120

27 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง..... 120

28 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของของนักเรียนกลุ่มทดลอง..... 121

29 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง..... 121

สารบัญภาพ

แผนภาพที่ หน้า

1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและผลการเรียนรู้..... 16
2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542..... 18
3 วงจรการรับรู้ในการเกิดมโนทัศน์..... .. 40
4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์..... 41
5 กระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์..... 43
6 รูปแบบการคิดเกี่ยวกับมโนภาพของบรูเนอร์..... 64
7 รูปแบบการแปลงของเลซ..... 65
8 กรอบแนวคิดในการวิจัย..... 70
9 สรุปขั้นตอนและแผนการดำเนินการวิจัย..... 72
10 แนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน..... 73
11 แนวทางพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย.... 104

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาเป็นพื้นฐานของการพัฒนาประเทศเพราะการศึกษาเป็นกระบวนการที่มุ่งพัฒนาคนให้มีความรู้และทักษะในด้านต่าง ๆ โดยเฉพาะทักษะทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ในปัจจุบันความสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดและการแก้ปัญหาเริ่มมีมากขึ้น เนื่องจากความจำเป็นที่ต้องเตรียมคนให้มีความรู้และมีความสามารถในการจัดการข้อมูลและข่าวสารในภาวะที่สภาวะแวดล้อมเต็มไปด้วยข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงและแผ่ขยายอย่างรวดเร็ว ผู้เรียนจำเป็นต้องได้รับการฝึกทักษะในการเลือกและรู้จักแก้ปัญหาต่าง ๆ บนพื้นฐานของการคิดให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เพราะเป็นสิ่งที่ช่วยให้มีระเบียบวิธีคิดที่ถูกต้องและใช้หลักฐานหรือข้อเท็จจริงจากสิ่งแวดล้อมมาเป็นส่วนประกอบในการตัดสินใจ (วิทยา ศักยาภินันท์, 2548: 15-17) คณิตศาสตร์ถูกจัดเป็นวิชาหลักที่คนไทยต้องได้รับการพัฒนาเนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ เป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศ่าสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องเช่นวิทยาศาสตร์ เป็นต้น (กรมวิชาการ, 2545: 1) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จึงกำหนดจุดหมายข้อหนึ่งซึ่งถือเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะที่พึงประสงค์ คือ การมีทักษะและกระบวนการโดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญญาและทักษะในการดำเนินชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545: 3)

แม้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญแต่ผลการศึกษาประสิทธิภาพของระบบการศึกษาของกลุ่มประเทศสมาชิก OECD (Organization for Economic Co-operation and Development) ตามโครงการประเมินผลนักเรียนในระดับนานาชาติที่เรียกว่า PISA (Program for International Student Assessment) เพื่อประเมินการรู้เรื่องในสามด้าน ได้แก่ การอ่าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ผลการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งวัดในสามด้านคือ เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์ปรากฏว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 433 ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยของ OCED เป็น 500 เป็นลำดับที่ 32 จากจำนวน

ประเทศที่เข้าร่วมโครงการ 41 ประเทศ จากผลการทดสอบดังกล่าวชี้ให้เห็นว่าระบบการศึกษาของประเทศไทยยังเตรียมผู้เรียนไม่เพียงพอสำหรับการใช้ชีวิตทั้งในด้านการศึกษาหาความรู้และการเป็นประชากรที่มีคุณภาพเนื่องจากขาดความรู้ในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ขาดทักษะด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และไม่สามารถใช้คณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547: 2) ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินระดับนานาชาติในโครงการ TIMSS ในปีการศึกษา 2536 2538 2540 2542 และ 2550 (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2550: 19-20) พบว่าคะแนนเฉลี่ยร้อยละของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับประเทศอยู่ในระดับต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนนทุกครั้ง นอกจากนี้ยังเห็นได้จากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (NT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 15.81 คะแนนจากคะแนนเต็ม 40 คะแนน ผลการประเมินดังกล่าวข้างต้นชี้ให้เห็นถึงปัญหาเกี่ยวกับการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงมีความจำเป็นที่จะต้องให้ความสำคัญและสนใจกับการส่งเสริมการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนานักเรียนควรพัฒนาตั้งแต่ระยะเริ่มต้นเพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องอาศัยการพัฒนาอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง

จุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คือ การกำหนดคุณภาพของนักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 1) ดังนั้นการพัฒนาคุณภาพของนักเรียนทางคณิตศาสตร์ควรพัฒนาทั้งด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ (Reys and others, 2004: 22) พร้อมกับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมุ่งเน้นการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างถ่องแท้ (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2539:12) โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองจากการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนด้วยการใช้กระบวนการคิด การแสดงความคิดเห็น การโต้แย้ง การลงมือปฏิบัติหรือการใช้เครื่องมือ อุปกรณ์เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้น

Herbert และ Wearne (อ้างถึงใน Campbell, 1997: 106) ได้ทำการวิจัยพบว่าการจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนและเสริมสร้างการคิดให้แก่ผู้เรียนจะมีความหมายและช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์เนื่องจากมโนทัศน์เป็นความเข้าใจของนักเรียนอันเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ที่สามารถสรุปมาเป็นหลักการ กฎ นิยามทางคณิตศาสตร์ (Schwarz and Hershkowitz,1999:

363) สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Slesnick (1982 อ้างถึงใน Sharp and Adams, 2002: 333-347) ได้ศึกษาความสามารถของนักเรียนในการหารจำนวนเต็ม พบว่าความเข้าใจมโนทัศน์เป็นปัจจัยที่ส่งผลให้นักเรียนใช้กลวิธีทางคณิตศาสตร์สำหรับดำเนินการหารจำนวนเต็มได้ดีขึ้น ถ้านักเรียนขาดความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์กับการดำเนินการนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ตามขั้นตอนที่เรียนมาเท่านั้น ดังนั้นการส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมุ่งการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและสามารถแสดงความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ด้วยแบบการแสดงความรู้ที่แตกต่างกันเพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแบบการแสดงความรู้เพราะจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

การพัฒนามโนทัศน์ในปัจจุบันนิยมนำระบบการแปลงมโนภาพมาใช้มากขึ้น (Goldin และ Shteingold, 2001: 1) เนื่องจากการแสดงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายแบบ (Mode or particular way of thinking) รูปแบบการแปลงของเลซได้เสนอแนวการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ 5 แบบ คือการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) การใช้รูปภาพ (Pictures) การใช้ภาษาเขียน (Written Symbols) การใช้ภาษาพูด (Spoken Symbols) และการใช้สถานการณ์จริง (Real World Situation) การจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการแปลงของเลซนอกจากจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความรู้ได้ 5 แบบแล้วยังช่วยให้ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างมโนทัศน์โดยใช้วิธีแสดงความรู้หลายแบบเพื่อให้นักเรียนเกิดความเชื่อมโยงระหว่างการแสดงความรู้ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และทราบความเกี่ยวข้องของแต่ละแบบการแสดงความรู้ที่แสดงความรู้ออกไป (Cramer and Karnowski, 1995: 333) นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนมีความเพลิดเพลินในการเรียนคณิตศาสตร์ (Clement, 2004: 99) เนื่องจากมีการใช้สื่อการสอนที่เป็นรูปธรรมและกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนและให้ความสนใจกับกิจกรรมที่ครูกำหนดเพื่อที่จะได้แสดงความรู้เป็นแบบต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

Clement (2004: 100) ได้นำรูปแบบการแปลงของเลซไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องทศนิยมในระดับประถมศึกษา โดยนำสถานการณ์จริง สื่อรูปธรรมและภาษาพูดเป็นเครื่องมือในการแสดงความรู้เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องทศนิยมและการเปรียบเทียบผลปรากฏว่านักเรียนมีความเข้าใจและสามารถเปรียบเทียบทศนิยมได้โดยไม่นำจำนวนที่กำหนดให้มาเปรียบเทียบกับจำนวนเต็ม ดังนั้นจึงควรมีการนำรูปแบบการแปลงของเลซมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบการแปลงของเลซยังสอดคล้องกับแนวคิดในการสร้างมโนทัศน์ของ De Cecco (1968: 112-113) ที่กล่าวไว้ว่าผู้เรียนอาจเกิด

มโนทัศน์ ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้าโดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างแล้วเกิดการรับรู้และสังเกตเห็นลักษณะของสิ่งเร้าซึ่งเป็นเหตุที่ทำให้ผู้เรียนจำแนกสิ่งเร้านั้นได้ทำให้เกิดเป็นความรู้ใหม่ เรียกว่าเป็นมโนทัศน์ของสิ่งเร้านั้น ๆ

การพัฒนามโนทัศน์สามารถทำได้หลายวิธีและรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) เป็นรูปแบบการสอนที่นักการศึกษาใช้พัฒนามโนทัศน์ของผู้เรียนโดยมุ่งให้นักเรียนได้รับการพัฒนาการคิดโดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการจำแนกและการนำผลการจำแนกข้อมูลไปใช้ให้เกิดประโยชน์ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์ สามารถเชื่อมโยงข้อมูลกับประสบการณ์ที่มีอยู่ การสร้างมโนทัศน์จึงเป็นรูปแบบการสอนที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียนโดย Joyce และ Weil (2000: 130 -131) กล่าวถึงความเชื่อพื้นฐานเกี่ยวกับการคิดว่าการคิดสามารถสอนได้ การคิดเป็นการกระทำที่เชื่อมโยงกับข้อมูลและกระบวนการคิดเกิดขึ้นอย่างเป็นลำดับ ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์นอกจากจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ด้วยตนเองแล้ว นักเรียนยังมีโอกาสได้ใช้กระบวนการคิดในการจัดการกับข้อมูลซึ่งเป็นทักษะที่จำเป็นอย่างยิ่งในสังคมปัจจุบันและอนาคต

ด้วยเหตุผลที่ได้กล่าวมาทั้งหมด ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

คำถามวิจัย

1. กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงมีขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนอย่างไร

2. กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงสามารถสร้างเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาได้หรือไม่

วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

2. ศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดย

2.1 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้เรียนโดยกระบวนการเรียนการสอนการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงกับกลุ่มปกติ

2.2 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มที่ได้เรียนโดยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง ก่อนและหลังการทดลอง

สมมุติฐานการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างมโนทัศน์และมโนภาพในวิชาคณิตศาสตร์พบว่า ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีเรื่องของการแปลงระหว่างแบบของการแสดงความรู้และวิธีการเป็นเป้าหมายสำคัญ ไม่มีกิจกรรมใดทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นไปได้โดยปราศจากการใช้สื่อในการแสดงข้อความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยที่แบบแสดงข้อความรู้นั้นอาจเกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูเพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจหรืออาจเกิดจากการแสดงข้อความรู้ของนักเรียนหลังกิจกรรมการเรียนรู้ หลักการพื้นฐานของคณิตศาสตร์คือสัญลักษณ์ ในการเริ่มต้นเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์นักเรียนต้องพบกับความยากลำบากในการแปลงประสบการณ์บางอย่างกับคณิตศาสตร์ หรือการแปลงระหว่างมโนภาพของความคิดทางคณิตศาสตร์ เช่นระบบการแปลงมโนภาพระหว่างจำนวนกับสมบัติและการดำเนินการของจำนวนเป็นต้น (Kaput, 1987: 159) นอกจากนี้ Lesh (2000: 245) ได้กล่าวไว้ว่า การแปลงความรู้ระหว่างบริบทหนึ่งไปสู่อีกบริบทหนึ่งจะทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ฝังตรึงอยู่กับนักเรียน และ Cramer (2003: 1) ยังได้กล่าวอีกว่า การแปลงภายในแบบการแสดงความรู้แบบเดียวกันและการแปลงความรู้ระหว่างแบบต่าง ๆ ตามรูปแบบการแปลงของเลชนั้นช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย และสามารถสร้างทางเลือกได้มากที่สุดในการเผชิญสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูใช้สื่อการสอนมากกว่าหนึ่งแบบของการแสดงความรู้สามารถช่วยให้นักเรียนสังเกตพบลักษณะสำคัญร่วมของข้อมูลได้ดียิ่งขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานงานวิจัยดังนี้

1. ความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุม

2. ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุม

3. ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง สูงกว่ากลุ่มควบคุม

4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

5. ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

6. ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

นอกจากนี้ในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยังอาศัยการให้เหตุผลแบบอุปนัยในการช่วยให้ค้นพบลักษณะที่สำคัญของกลุ่มของสิ่งของหรือกลุ่มของข้อมูลต่าง ๆ การค้นพบนี้เกิดจากการได้พบกลุ่มของตัวอย่างที่จัดไว้อย่างเป็นพิเศษที่สามารถเป็นสื่อนำให้นักเรียนมองเห็นลักษณะสำคัญร่วมหรือค้นพบความสัมพันธ์บางอย่างที่มีลักษณะเป็นนามธรรมได้ (Cangelosi, 2003: 177) ผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานดังนี้

7. ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุม

8. ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ประชากรที่ใช้ในการประเมินคุณภาพกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นคือ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. การประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นโดยผู้ทรงคุณวุฒิและการใช้การวิจัยกึ่งทดลองเป็นส่วนหนึ่งของการประเมิน ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

2.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ กระบวนการจัดการเรียนการสอน ซึ่งมี 2 กระบวนการ คือ กระบวนการจัดการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซและกระบวนการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ

2.2 ตัวแปรตาม คือ

2.2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

2.2.1.1 ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.1.2 ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

2.2.2 ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย คือ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้น ช่วงชั้นที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยคือภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษา 2551 (พฤษภาคม – สิงหาคม)

นิยามศัพท์เฉพาะ

กระบวนการจัดการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง หมายถึง ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่มุ่งพัฒนามโนทัศน์ของผู้เรียนจากการจำแนก และการจัดประเภทของความคิดหรือสิ่งของตามลักษณะสำคัญกับรูปแบบการแปลงของเลซที่มุ่งพัฒนาความรู้และการแสดงความรู้ของผู้เรียนในแบบต่าง ๆ ได้แก่ ภาษาพูด ภาษาเขียน รูปภาพ สื่อรูปธรรมและสถานการณ์จริง ได้เป็นกระบวนการเรียนการสอน 6 ขั้น ประกอบด้วย 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป และ 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้

กระบวนการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ หมายถึง ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ประกอบด้วย 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นปฏิบัติกิจกรรม 3) ขั้นสรุป และ 4) ขั้นฝึกทักษะ

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. **ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความหมายของสัญลักษณ์ แนวคิด หลักการ รูปแบบและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์อันเกิดจากการได้เรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. **ความรู้ด้านการดำเนินการ** หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการใช้ขั้นตอนวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ หลักการ แบบรูปหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ การอ่านและการเขียนกราฟและตารางต่าง ๆ และการเลือกใช้ขั้นตอนวิธีการได้เหมาะสมโดยวัดได้จากแบบทดสอบความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย หมายถึง ความสามารถในการคิดเพื่อหาข้อสรุปหรือข้อความรู้ใหม่โดยอาศัยข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปที่รวบรวมลักษณะสำคัญของส่วนย่อยนั้นไว้ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยวัดได้จากคะแนนรวมที่ได้จากแบบทดสอบความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎี แนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. กระบวนการเรียนการสอน
   - 1.1 ความหมายและองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน
   - 1.2 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
   - 1.3 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. การพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์
   - 2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์
   - 2.2 การพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
   - 2.3 การพัฒนาความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
3. การคิดแบบอุปนัย
   - 3.1 ความหมายของการคิดแบบอุปนัย
   - 3.2 ประเภทของการคิดแบบอุปนัย
   - 3.3 ประโยชน์ของการคิดแบบอุปนัย
   - 3.4 การพัฒนาและการวัดความสามารถในการคิดแบบอุปนัย
4. การสร้างมโนทัศน์
   - 4.1 ความหมายของการสร้างมโนทัศน์
   - 4.2 รูปแบบการสร้างมโนทัศน์
5. รูปแบบการแปลง
   - 5.1 แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแปลง
   - 5.2 ลักษณะการแปลงความรู้ของเลซ
   - 5.3 การนำรูปแบบการแปลงไปใช้ในการจัดการเรียนรู้
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. กระบวนการเรียนการสอน

1.1 กระบวนการเรียนการสอน

การศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย ความหมายของกระบวนการเรียนการสอนและองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

1.1.1 ความหมายของกระบวนการเรียนการสอน

ในการอธิบายความหมายของกระบวนการเรียนการสอนนั้น พบว่ามีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของกระบวนการเรียนการสอนไว้น้อยมาก โดยกล่าวถึงประเด็นที่เกี่ยวข้องเช่น องค์ประกอบของการเรียนการสอน ดังนี้

วินน์ (Winn, 1993: 16) กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนว่า “เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เริ่มจากปัจจัยนำเข้าได้แก่ ครูและแหล่งการเรียนรู้ที่ส่งผลให้เกิดการกระทำสู่ผู้เรียนโดยมีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงทั้งคุณลักษณะทางจิตวิทยาและพฤติกรรม”

กู๊ด (Good, 1973: 307) นิยามว่า กระบวนการเรียนการสอน คือ วิธีของการเรียนการสอนที่ใช้นำไปสู่การเปลี่ยนแปลงหรือการเรียนรู้ที่ต้องการ

ทิศนา แขมมณี (2545: 4) กล่าวว่า “กระบวนการเรียนการสอนเป็นขั้นตอนและวิธีการดำเนินการที่ช่วยให้บุคคลอื่นเกิดการเรียนรู้ซึ่งต้องอาศัยความรู้ ความเชื่อ เกี่ยวกับกระบวนการเรียนรู้ของมนุษย์”

อรทัย มูลคำ และ สุวิทย์ มูลคำ (2544:12) นิยามว่ากระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ลักษณะลำดับขั้นตอนของรูปแบบการสอนแบบต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมสองลักษณะ คือ กิจกรรมของครูและกิจกรรมของนักเรียน กิจกรรมของครูได้แก่การวางแผนการสอน การเตรียมการสอน การจัดเตรียมสื่อ แหล่งการเรียนรู้ การจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียน การจัดกิจกรรมในห้องเรียน เป็นต้น กิจกรรมของนักเรียนได้แก่ กิจกรรมที่นักเรียนลงมือปฏิบัติขณะมีการเรียนการสอน ซึ่งลำดับขั้นตอนนี้ได้พัฒนาขึ้นจากหลักการและทฤษฎีการเรียนรู้แบบต่าง ๆ

สรุปได้ว่ากระบวนการเรียนการสอน หมายถึง ขั้นตอนการเรียนการสอน รวมทั้งแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่จัดทำขึ้นตามหลักการของแนวคิดหรือทฤษฎี โดยอาศัยวิธีสอนและเทคนิคการสอนที่สอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

1.1.2 องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

ในการศึกษาองค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน พิจารณาจากแนวคิดของนักการศึกษาดังนี้

เอเรนด์ (Arends, 1998: 6) อธิบายว่ากระบวนการเรียนการสอนประกอบด้วย ครู จุดประสงค์ ผู้เรียน สิ่งแวดล้อมการเรียนการสอน วิธีการเรียน การประเมินผล

ไรเกอรูธ (Reigeruth, 1983 cited in Winn, 1993: 16) อธิบายว่ากระบวนการเรียนการสอนมีความสัมพันธ์กับการออกแบบการสอน ซึ่งเป็นกระบวนการที่จะคัดเลือกวิธีสอนเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ภายใต้เงื่อนไขที่ตั้งไว้

ดังนั้น กระบวนการเรียนการสอนจึงประกอบด้วย ขั้นตอนของการเรียนการสอนโดยมีที่มาจากแนวคิดหรือทฤษฎี และมีวัตถุประสงค์เฉพาะในการพัฒนาผู้เรียน

1.2 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้สาระคณิตศาสตร์ทั้งหมดนั้นมีหลากหลายวิธีการ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนมีคุณภาพตามจุดมุ่งหมายด้านคุณภาพของผู้เรียนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สิ่งที่ต้องคำนึงถึงในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีดังนี้

1.2.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

หลักการสอนคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่นักการศึกษาและครูผู้สอนต้องคำนึงถึงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละสาระหรือในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างเต็มศักยภาพของนักเรียนแต่ละบุคคล

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 39-41) สรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่าในการสอนคณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึง เนื้อหา วิธีสอน ตัวนักเรียนและตัวครู ดังนี้

ด้านเนื้อหา ควรสอนจากง่ายไปยาก จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

ด้านวิธีสอน ควรสอนให้สนุก เปลี่ยนวิธีสอนไม่ให้น่าเบื่อ

ด้านตัวนักเรียน ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานเดิม

ด้านตัวครู ควรมีความกระตือรือร้น หมั่นแสวงหาความรู้ อารมณ์ขัน ไม่เคร่งเครียด

สรุปได้ว่าหลักการสอนคณิตศาสตร์ครูต้องคำนึงถึงองค์ประกอบ 4 ด้านที่จะส่งผลให้การสอนในแต่ละครั้งบรรลุจุดมุ่งหมายสูงสุด คือ เนื้อหา วิธีสอน ตัวนักเรียนและตัวครู

1.2.2 ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับนั้นต้องคำนึงถึงคุณภาพของนักเรียนจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับดังกล่าวด้วย ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คุณภาพของนักเรียนเมื่อเรียนจบกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์แล้ว

นักเรียนต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น และต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่กับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม สำหรับคุณภาพของนักเรียนเมื่อเรียนจบในช่วงชั้นที่สามตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดไว้ดังนี้

1) มีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2) สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

4) มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) การหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

5) สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหา

6) มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูล รวมทั้งอ่าน แปลความหมายและวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอต่าง ๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

7) มีความเข้าใจเกี่ยวกับการสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

8) มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่า และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

9) มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

1.2.3 แนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาเสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bell และคณะ (1983 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 4-8) ได้จำแนกสิ่งที่นักเรียนควรเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ โครงสร้างมโนทัศน์ การเรียนรู้กลวิธีทั่วไปทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเจตคติและความประทับใจต่อคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1) ข้อเท็จจริง คือหน่วยความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เล็กที่สุด เป็นความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริงแต่ละหน่วยประกอบขึ้นเป็นตัวสาระการเรียนรู้ มีการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย ง่ายต่อการจำ จนกลายเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างมโนทัศน์

2) ทักษะ คือการดำเนินการที่มีหลายขั้นตอน รวมถึงทักษะที่คุ้นเคยและทักษะที่ต้องฝึกบ่อย ๆ เช่น การดำเนินการทางจำนวน เช่น การบวกในแนวตั้ง หรือการดำเนินการด้วยเครื่องหมายทางพีชคณิต เช่น การแก้สมการเชิงเส้น นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะได้ด้วยเรียนรู้จากตัวอย่าง ด้วยการสังเกตตัวอย่างที่เคยทำ แล้วจึงปฏิบัติตาม หากเป็นตัวอย่างที่ยากก็ต้องมีฝึกซ้ำ นักเรียนมักเรียนรู้ทักษะคลาดเคลื่อน ซึ่งความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่มักเกิดจากการเรียนรู้ทักษะเพียงบางส่วน ทำให้ทักษะบางส่วนขาดไปหรือรวมทักษะผิดพลาด ความคลาดเคลื่อนอีกส่วนมาจากการใช้กฎผิด เช่น เนื่องจากนักเรียนใช้กฎการคูณในการหารผิด แล้วใช้การบวกแทนการคูณ

3) มโนทัศน์และโครงสร้างมโนทัศน์ มโนทัศน์เป็นสมบัติที่บอกความหมายของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น มโนทัศน์ของจำนวนลบคือจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือรูปในระนาบที่มีด้านเป็นส่วนของเส้นตรงที่เท่ากัน 4 ด้าน และมุมฉาก 4 มุม การเรียนรู้เพียงชื่อจะเป็นการเรียนข้อเท็จจริงเท่านั้น แต่การเรียนรู้ความหมายของชื่อและการให้คำจำกัดความ จึงจะถือเป็นการเรียนรู้มโนทัศน์

โครงสร้างมโนทัศน์เป็นกลุ่มของมโนทัศน์และการเชื่อมโยงสัมพันธ์ระหว่างกัน ซึ่งมีความซับซ้อนและพัฒนามากขึ้นเมื่อนักเรียนเพิ่มเติมมโนทัศน์มากขึ้นและเชื่อมโยงมโนทัศน์เหล่านั้นผ่านการเรียนรู้ เช่น โครงสร้างมโนทัศน์เรื่องการกำหนดค่าประจำหลักของจำนวน การ

กำหนดค่าประจำหลักเป็นระบบทางจำนวนที่เราใช้ในการให้ค่าของตัวเลข เช่น การกำหนดค่าประจำหลักของ 9 จะได้ว่า 9 ในหลักหน่วย หลักสิบ หลักร้อย และทศนิยมตำแหน่งที่หนึ่ง มีค่าเป็น 9 , 90, 900 และ 0.9 ตามตำแหน่งของศูนย์และจุดทศนิยมที่แสดงอยู่ ดังนั้นการคูณด้วย 10, 100, 1000 จึงหมายถึงการย้ายจำนวนเต็มไป 1, 2 หรือ 3 ตำแหน่งตามลำดับ และไม่มีจุดสิ้นสุดในการให้ค่าประจำหลักทั้งทางซ้ายและทางขวาของเส้นจำนวน ส่วนโครงสร้างมโนทัศน์เรื่องรูปสี่เหลี่ยมนั้นเป็นการรู้ความสัมพันธ์ระหว่างรูปหลายเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ความรู้ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ที่นักเรียนเรียนในโรงเรียนถูกสร้างขึ้นตามโครงสร้างของมโนทัศน์ ข้อเท็จจริงและทักษะที่นักเรียนเรียนนั้นรวมอยู่ในโครงสร้างนี้แล้วหรือไม่ก็มีความเชื่อมโยงกันอยู่ ยิ่งนักเรียนมีความเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริง ทักษะ และมโนทัศน์มาก นักเรียนก็จะสามารถจำและนำความรู้มาใช้ได้ง่ายขึ้น

4) กลวิธีทั่วไป เป็นวิธีการหรือกระบวนการที่เป็นแนวทางในการเลือกทักษะหรือความรู้เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแต่ละขั้น ซึ่งถ้าปัญหาที่นักเรียนพบเหมือนกับที่เคยทำมาก่อน นักเรียนจะจำวิธีการแก้ปัญหานั้นได้ แต่ถ้าเป็นปัญหาที่เปลี่ยนไป นักเรียนจะไม่สามารถระลึกถึงวิธีการแก้ปัญหาได้ ดังนั้นกลวิธีทั่วไปจึงมีประโยชน์อย่างมากเพราะนักเรียนจะใช้เป็นแนวทางที่อาจนำไปสู่คำตอบ ปัญหาปลายเปิดและการสืบเสาะจะทำให้นักเรียนสร้างสรรค์วิธีการสำรวจเพื่อหาคำตอบและรูปแบบทางคณิตศาสตร์ กลวิธีทั่วไปที่สามารถนำไปใช้กับปัญหาที่ซับซ้อนมาก ๆ และการค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา มีดังนี้

4.1) การนำเสนอปัญหาด้วยการวาดแผนผัง

4.2) พยายามแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า โดยหวังว่าจะได้ข้อแนะนำวิธีการ

4.3) การสร้างตัวอย่าง

4.4) สร้างตารางผลลัพธ์ต่าง ๆ

4.5) ใส่ผลลัพธ์ในตารางเพื่อเป็นตัวแนะตามลำดับ

4.6) ค้นหารูปแบบจากข้อมูลที่มี

4.7) คิดหาวิธีการที่ต่างออกไปและทดลองหาคำตอบ

4.8) ตรวจสอบคำตอบ

5) เจตคติ เจตคติต่อคณิตศาสตร์เป็นความรู้สึก และการตอบสนองของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งความชอบหรือไม่ชอบ ความเชื่อมั่นในการทำงานคณิตศาสตร์ เป็นต้น เจตคติต่อคณิตศาสตร์มีความสำคัญ และเป็นจุดมุ่งหมายทั่วไปอย่างหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ การมีเจตคติทางบวกนำไปสู่ความพยายาม และการบรรลุความสำเร็จได้มากขึ้น

6) ความประทับใจ ความประทับใจในวิชาคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความเข้าใจภาพรวมทางคณิตศาสตร์ การตระหนักรู้ในความเป็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม ความเข้าใจในคุณค่า และบทบาทของคณิตศาสตร์ต่อสังคม

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้สาระคณิตศาสตร์ทั้งหมดนั้นมีหลากหลายวิธีการ ซึ่งแต่ละวิธีนั้นต่างมีจุดเด่นและจุดด้อย และความเหมาะสมที่แตกต่างกัน ดังนั้นการเลือกการจัดการเรียนการสอนแบบใดนั้นจึงต้องคำนึงถึงเนื้อหาที่สอน ความชำนาญของครู ทรัพยากร เวลา เป็นต้น ซึ่งการเรียนรู้เพื่อความเข้าใจนั้นนักเรียนต้องมีความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลดังนั้นวิธีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเปลี่ยนแปลงจากที่ผ่านมา คือ ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในฐานะที่เป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ที่เน้นให้นักเรียนท่องจำเกี่ยวกับกฎข้อเท็จจริง แล้วจัดกิจกรรมให้นักเรียนฝึกโดยไม่ทราบความหมายมาสู่การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความหมายมากขึ้น เพื่อทำให้นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และสามารถเชื่อมโยงเนื้อหาหรือหลักการทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้ รวมถึงการให้ความสำคัญต่อเทคโนโลยีในฐานะที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 1991: 3 อ้างถึงใน Brahier, 2005 : 159) ได้เสนอการสอนแบบใหม่ โดยแสดงเปรียบเทียบกับการสอนแบบเดิมดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 การเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การสอนแบบใหม่	**การสอนแบบเดิม**
- ทำให้ห้องเรียนเป็นสังคมคณิตศาสตร์ - ทำให้เนื้อหาตรรกศาสตร์และคณิตศาสตร์ได้รับการพิสูจน์ - ส่งเสริมการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ส่งเสริมการคาดคะเน การค้นคว้าและการแก้ปัญหา - ส่งเสริมการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้	- ห้องเรียนเป็นการรวบรวมความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคล - ครูมักมีสิทธิแสดงคำตอบที่ถูกต้องเพียงคนเดียวมักใช้กระบวนการด้านความจำ - เน้นกลวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง - สอนเนื้อหามโนทัศน์และกระบวนการที่แยกจากกัน

ค๊อกคร็อฟท์ (Cockcroft ,1982 อ้างถึงใน Ernest, 2000:13) ได้ศึกษาการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และให้ข้อเสนอแนะว่าในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นควรประกอบด้วยโอกาสต่าง ๆ ดังนี้

1) การอธิบายโดยครู เป็นวิธีที่ครูเป็นผู้บอกนักเรียนเป็นส่วนใหญ่ ใช้ได้กับนักเรียนเป็นจำนวนมาก เช่นการเล่าเรื่องทางประวัติศาสตร์ เช่นประวัติของตัวเลข ประวัติของนักคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2) การอภิปรายระหว่างครูกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนกับนักเรียน เพื่อเปิดโอกาสให้มีการวิเคราะห์ตีความ

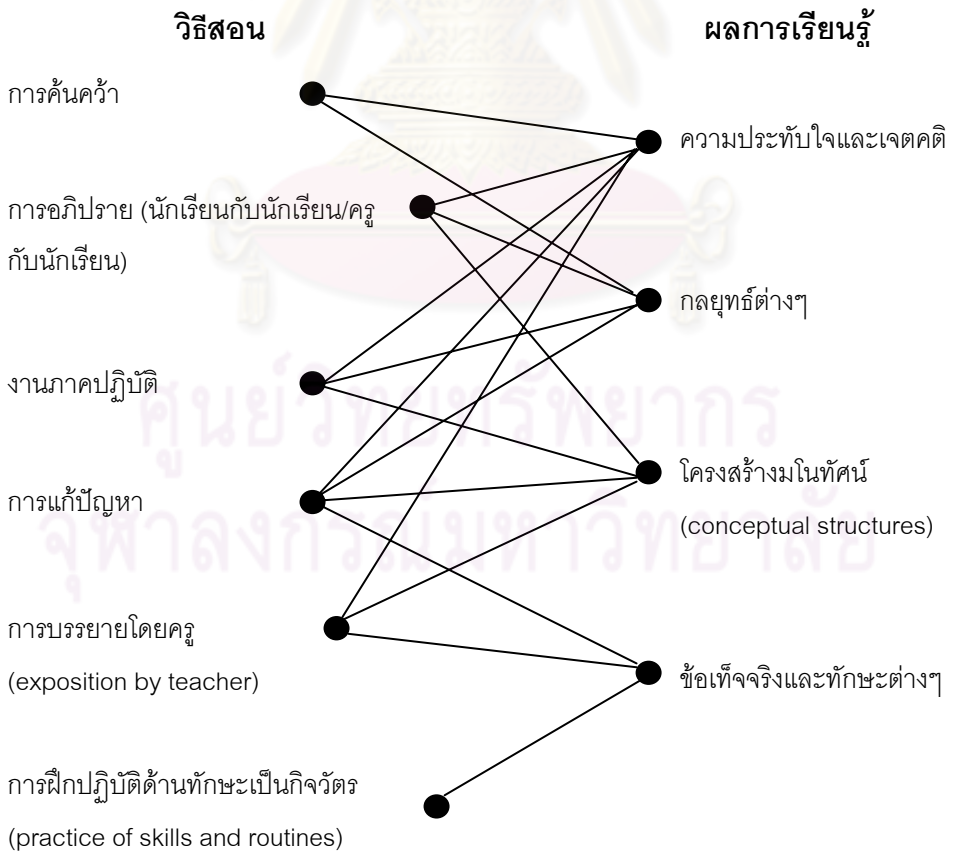
3) การมอบหมายงานภาคปฏิบัติที่เหมาะสม

4) การฝึกทักษะพื้นฐานให้มีความแข็งแกร่ง และทำเป็นกิจวัตร

5) การแก้ปัญหารวมทั้งการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

6) การมอบหมายงานที่ต้องใช้การสืบเสาะเป็นการสอนที่ให้นักเรียนเจอปัญหาหรือสถานการณ์ แล้วให้นักเรียนแสวงหาวิธีแก้ปัญหานั้นแล้วนักเรียนจึงสามารถสรุปมโนทัศน์ได้

การจัดการเรียนการสอนเหล่านี้จะช่วยพัฒนากลวิธีการแก้ปัญหาใหม่ ๆ โครงสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เรื่องข้อเท็จจริง และทักษะทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งวิธีการสอนดังกล่าวมีอิทธิพลต่อผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังแสดงในแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและผลการเรียนรู้

(Cockcroft, 1982 อ้างถึงใน Ernest, 2000: 13)

แนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ในการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์เพื่อพัฒนาคุณภาพของชีวิต และพัฒนาสังคมไทยให้ดีนั้น ผู้จัดควรคำนึงถึงความต้องการหลาย ๆ ด้านได้แก่ ความพร้อมของสถานศึกษาในด้านบุคลากรผู้บริหาร ผู้สอน ผู้เรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก การจัดสาระการเรียนรู้ต้องจัดให้สอดคล้องกับสาระของกลุ่มคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ที่กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ 6 สาระคือ จำนวน การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษาต้องจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ และมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตร นอกจากนี้สถานศึกษาสามารถจัดสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนเพิ่มขึ้นนอกเหนือจากที่กำหนดไว้ในหลักสูตรก็ได้ การจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ และมุ่งหวังให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มคณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงองค์ประกอบ 3 ด้านคือ

1. ปัจจัยสำคัญของการจัดการเรียนรู้เช่นผู้บริหาร ผู้สอน ผู้เรียนและสภาพแวดล้อม

2. แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ คือการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาค้นว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่างโดยอิสระ ผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระ และกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะให้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นแนวการจัดการเรียนรู้แนวหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปรายและแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการคิดและมีประสบการณ์มากขึ้น ในการจัดกลุ่มให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา อาจจัดเป็นกลุ่มเล็ก ๆ 2 คน หรือกลุ่มย่อย 4-5 คน หรืออาจเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการเรียนรู้ การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ได้แก่

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐาน

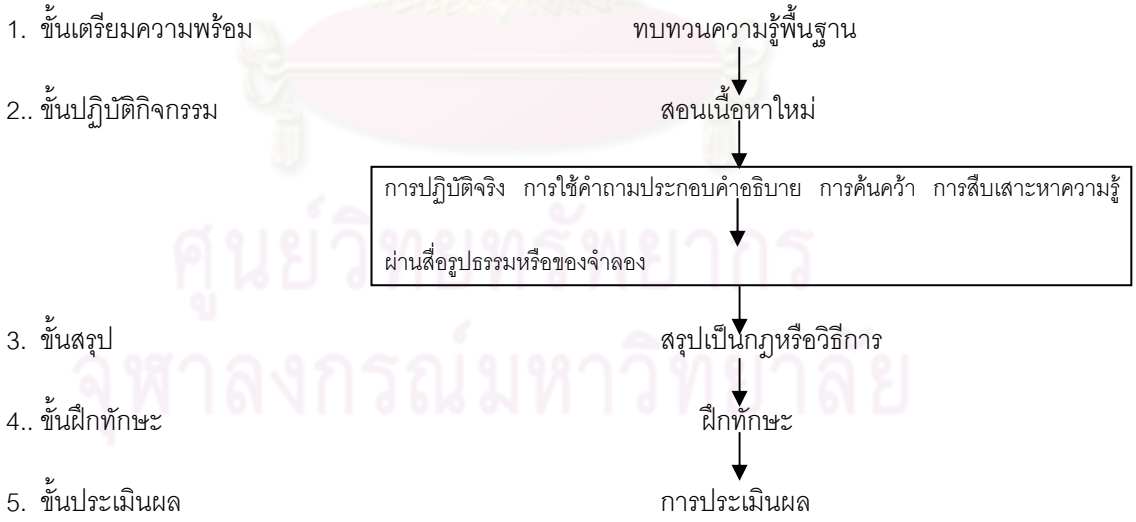
2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น เช่นการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงและมีความคิดสร้างสรรค์

3. มีความสามารถทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและ

มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรคำนึงถึงคือความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่ หรือใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในขั้นปฏิบัติกิจกรรมผู้สอนอาจใช้ปัญหาซึ่งมีความเชื่อมโยงกับเรื่องราวในขั้นเตรียมความพร้อม และใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือบทนิยามด้วยตนเองในขณะที่ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน เปิดโอกาสให้มีการนำเสนอแนวคิดของแต่ละคนหรือของกลุ่มเพื่อแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมกัน ผู้สอนมีโอกาสเสริมความรู้ขยายความหรือสรุปประเด็นที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอนั้น สำหรับขั้นฝึกทักษะ ผู้เรียนอาจได้ฝึกเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้ตามความเหมาะสมของสาระและกิจกรรม สรุปเป็นขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

แผนภาพที่ 2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542



1.3 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยึดตามหลักการพัฒนารูปแบบการสอน ซึ่งมีนักการศึกษาได้เสนอไว้ดังนี้

Keeves (1997 อ้างถึงใน, ทิศนา แขมมณี, 2545: 218-219) ได้เสนอหลักการพัฒนารูปแบบการสอนซึ่งผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนดังนี้

1. รูปแบบการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ

2. เมื่อพัฒนารูปแบบการสอนแล้วต้องมีการวิจัยเพื่อตรวจสอบคุณภาพและปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้ในสถานการณ์จริง

3. การพัฒนารูปแบบอาจนำไปใช้อย่างกว้างขวางหรือใช้เพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง

4. การนำรูปแบบไปใช้ถ้าตรงกับจุดมุ่งหมายหลักจะทำให้เกิดผลสูงสุด

สรุปได้ว่าในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนต้องมีทฤษฎีรองรับ มีการตรวจสอบคุณภาพโดยใช้กระบวนการวิจัยและนำไปใช้ให้ตรงกับจุดมุ่งหมายเฉพาะจึงจะเกิดผลสูงสุด ขั้นตอนของการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีดังนี้

1. ศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับผู้เรียน สภาพแวดล้อมที่เกี่ยวข้อง เช่นปัญหาการเรียนการสอน หลักสูตร เป็นต้น เพื่อกำหนดเป็นวัตถุประสงค์ในการพัฒนานักเรียน

2. ศึกษาแนวคิด หลักการ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ในการพัฒนานักเรียน คือ รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลง

3. กำหนดขั้นตอนการการสอนตามแนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

4. ตรวจสอบและปรับปรุงประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอน เพื่อให้กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นมีความเป็นไปได้และสอดคล้องกับสภาพที่แท้จริงของการจัดการเรียนการสอน การดำเนินการเพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพมี 2 ขั้นตอน คือ การตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

ดังนั้นการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนจึงเป็นการวิจัยเชิงพัฒนา (research and development) เพื่อให้ได้กระบวนการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับสภาพจริงของนักเรียนและสภาพแวดล้อมของการจัดการเรียนการสอน

2. การพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้เกี่ยวกับลักษณะของกลุ่มของวัตถุ กฎหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ รวมถึงความรู้ที่จะนำขั้นตอนวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ Reys และคนอื่น (2004: 22) ได้แบ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังต่อไปนี้

2.1.1 ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1.1.1 ความหมายของมโนทัศน์

Bruner (1978: 244) กล่าวว่า “มโนทัศน์ เป็นการจัดประเภทของสิ่งของ การกระทำ หรือความคิด ซึ่งได้มาจากการจัดสิ่งเหล่านั้นให้เป็นหมวดหมู่ โดยอาศัยคุณลักษณะเป็นเกณฑ์”

De Cecco (1968: 129) กล่าวว่า “มโนทัศน์ คือ กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะ ต่าง ๆ ร่วมกัน สิ่งเร้านี้อาจเป็นสิ่งของ เหตุการณ์หรือบุคคลต่าง ๆ ซึ่งเรากำหนดด้วยการเรียกชื่อ”

Klausmeier (1971: 397) ให้แนวความคิดว่า มโนทัศน์จะบอกให้เราทราบถึงลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราสามารถแยกสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นออกจากสิ่งอื่น ๆ ได้ และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

Bruner, Goodnews และ Austin (1956: 296) กล่าวว่ามโนทัศน์หมายถึงเครือข่ายของข้อสรุปทางสัญลักษณ์ที่เป็นแบบสังเกตได้ ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุหรือเหตุการณ์ รวมทั้งข้อสรุปแบบที่สังเกตไม่ได้ด้วย

Good (1973: 124) กล่าวว่า มโนทัศน์มี 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมกันที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

2. ความคิดทั่วไปหรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการหรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพความคิด

Goodwin และ Klausmeier (1995: 246) ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ คือ ความสามารถที่จะบอกให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ นั้นออกจากสิ่งอื่นได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับกลุ่มสิ่งของประเภทเดียวกันได้

Merrill และ Tendnyson (1977: 3) กล่าวว่า “มโนทัศน์ คือ กลุ่มของวัตถุ สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะเจาะจง นั่นคือ วัตถุ สัญลักษณ์หรือเหตุการณ์เหล่านั้นมีลักษณะร่วมกันและสามารถใช้ชื่อหรือสัญลักษณ์เฉพาะแทนได้”

Rothenberg (1985: 500) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ ดังนี้

1. มโนทัศน์เชิงปรัชญา หมายถึง ความคิดที่ประกอบด้วยแนวความคิด ซึ่งมีลักษณะพิเศษ และมีความสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผล

2. มโนทัศน์เชิงจิตวิทยา หมายถึง ผลสรุปที่ได้จากการกลั่นกรองการเรียนรู้ ไม่ได้เป็นเพียงการรับรู้เพียงอย่างเดียว

Martorella (1994: 186) ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 2 ความหมาย ดังนี้

1. มโนทัศน์ เป็นการจัดลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ

2. มโนทัศน์ เป็นความเกี่ยวพันทางปัญญาที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือจัดประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุ เหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ประสบมาเป็นความสามารถที่จะนำประสบการณ์ใหม่กับประสบการณ์เก่ามาประสานสัมพันธ์ในการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นได้

Fildman (1987: 210) กล่าวว่า “มโนทัศน์เป็นการจัดกลุ่มสิ่งของเหตุการณ์หรือคนที่มีคุณสมบัติคล้ายกันเข้าด้วยกัน มโนทัศน์ทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้ง่ายยิ่งขึ้น ทำให้สามารถจำแนกสิ่งใหม่ ๆ ที่พบให้อยู่ในรูปที่เราสามารถเข้าใจได้ตามประสบการณ์ที่ผ่านมา”

Medin (1989 อ้างถึงในเกรียงศักดิ์ เจริญวงศักดิ์, 2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นภาพในความคิดที่เปรียบเสมือนภาพตัวแทนหมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปที่คล้ายกัน

Eggen และ Kauchak (1995: 368) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับกลุ่มของวัตถุ เหตุการณ์ หรือความคิด

Arends (1998: 299) ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้น ๆ

Woolfolk (1995: 220) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์คือการจัดประเภทของเหตุการณ์ ความคิด สิ่งของ หรือบุคคลที่มีลักษณะร่วมกัน

ชัยพร วิชชาวุธ (2534: 185) กล่าวว่า“มโนทัศน์หมายถึง ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประเภทของสิ่งของต่าง ๆ ตามความเข้าใจของแต่ละคน” มโนทัศน์มี 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์รูปธรรม เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งของหรือการกระทำที่สังเกตได้ชัดเจน เช่น โต๊ะ หน้าต่าง น้ำ ครูใหญ่ ตัดหญ้า เล่นฟุตบอล เป็นต้น

2. มโนทัศน์นามธรรม เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัย การคิดและการจินตนาการ เช่น อนุภาคของอะตอม พลังงาน นิพพาน ความกตัญญู ความเกรงใจ

ความเสมอภาค

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2518: 100) กล่าวว่า “มโนทัศน์หมายถึงกลุ่มของสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะร่วมกัน สิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์เหล่านั้นอาจเป็นวัตถุนามธรรม เรามักตั้งชื่อ หรือใช้สัญลักษณ์เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ต่าง ๆ”

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 234) กล่าวว่า “มโนทัศน์ หมายถึง การเข้าใจประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้ถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้”

ปราณี รามสูตร (2528: 136) กล่าวว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจซึ่งเป็นข้อสรุปของบุคคลที่มีต่อกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันโดยเนื่องมาจากบุคคลนั้น ๆ ได้รับรู้ หรือเข้าใจลักษณะของสิ่งเร้าทีละสิ่ง”

อรพรรณ ตันบรรจง (2529: 51) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจในรูปของนามธรรมของสิ่งของ ประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สัมพันธ์กัน รวมถึงกลุ่มของมโนทัศน์ (Set of Concepts) มโนทัศน์เกี่ยวกับการปฏิบัติ (Operation of Concepts) มโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้าง (Structural Concepts)

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534: 103) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือ ข้อสรุปจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายกันมารวมกันเป็นรูปแบบเดียวกัน เช่น หนังสือ จะรวมพจนานุกรมจนถึงหนังสือการ์ตูนเป็นต้น

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55) กล่าวว่า “มโนทัศน์ หมายถึงความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งจะอยู่ในรูปของนามธรรมเกิดจากผลสรุปการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้น ๆ”

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) กล่าวว่า “มโนทัศน์ หมายถึงแนวคิดสำคัญที่ได้จากการสรุป หรือกลั่นกรองจากข้อมูล หรือข้อเท็จจริง การสรุปอาจจะได้ถ้อยคำหรือประโยคที่กะทัดรัดและสื่อความหมายได้ หรืออาจสรุปออกมาเป็นกลุ่ม เป็นประเภทในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูล”

บุญชม ศรีสะอาด (2537: 28) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ คือความสามารถในการจัดจำพวกสิ่งต่าง ๆ ตามคุณสมบัติที่เหมือนกัน ได้แก่ กลม เหลี่ยม สีน้ำเงิน ฯลฯ ซึ่งผู้มีมโนทัศน์จะสามารถระบุสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไปที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกัน เช่น ระบุว่าสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม ได้แก่ เหรียญบาท ยางรถยนต์ จานข้าว เป็นต้น

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538: 423) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึงความสามารถที่ผู้เรียนจะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะเหมือนกันรวมกันไว้เป็นพวกเดียวกันได้

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2540: 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่ง มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อผู้เรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

สุชา จันทน์เอม (2541: 187) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่มีความหมายร่วมกัน

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ ผู้วิจัย สรุปได้ว่า มโนทัศน์ มีความหมายใน 2 แนวทาง แนวทางแรก คือ ความคิดหรือภาพความคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือสิ่งใดสิ่งหนึ่งอันเกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ สามารถจัดประเภทของสิ่งที่เหมือนกันเข้าด้วยกัน และแยกประเภทสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกันได้ โดยอาศัยคุณลักษณะร่วมของสิ่งนั้น ๆ แนวทางที่สอง คือความสามารถในการแสดงความคิด ภาพความคิด หรือวิธีการที่จะทำสิ่งนั้น ๆ ให้ออกมาเป็นถ้อยคำที่กะทัดรัดและสามารถสื่อความหมายได้

2.1.1.2 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้ความหมาย ของคำว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

Good (1973: 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวนรวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบหรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Wilson (1971: 645) กล่าวว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วมาสร้างความสัมพันธ์กัน”

Cooney, Davis และ Henderson (1975: 85) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น

Toumasis (1995: 98) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้าโดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้า ที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

Schwarz และ Hershkowitz (1999: 363) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

Charlesworth (2005: 2) กล่าวว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กรอบความรู้ที่สร้างขึ้นจากการจัดประเภท และการจำแนกประเภทของข้อมูลโดยผู้เรียน"

Sheffield และ Cruikshank (2005: 22) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดหรือภาพในใจ ซึ่งผู้เรียนสามารถอธิบายได้ด้วยคำพูดหรือสัญลักษณ์

อุทุมพร ทองอุไทย (2511: 1) กล่าวว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปรวมเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง"

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520: 222) กล่าวว่า "มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดในเชิงนามธรรม เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์"

สุรชัย ขวัญเมือง (2522: 13) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสร้างความคิดที่เกิดขึ้นเป็นการสรุปความคิดหรือข้อความคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2523: 10) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

เมธี ลิมอักษร (2524: 4) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว โดยสามารถสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้

จากคำกล่าวของนักการศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ที่ประมวลมาจากประสบการณ์ของผู้เรียน อันเกิดมาจากการจัดประเภท การจำแนก การเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา โดยที่ความคิดและความเข้าใจนั้นสามารถอธิบายได้ด้วยภาษาหรือสัญลักษณ์

2.1.2 ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องมีผู้ให้ความหมายของความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือ ความหมายของความรู้ด้านขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Clark และ Chopeta (2004: 1) ได้ให้ความหมายของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการว่า หมายถึง แนวทางในการทำงานให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

Reber และ Reber (2001: 1) ได้ให้ความหมายของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการว่า หมายถึง ความรู้ที่จะควบคุมปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการตรวจสอบปรากฏการณ์บางอย่าง

Kumer (cited in Basjes, 2002: 13) ได้ให้ความหมายของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ คือการมีแนวทางอย่างเด่นชัดในการทำงาน

Nicols (cited in Basjes, 2002: 13) ได้ให้ความหมายของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ คือ ความรู้ที่จะทำให้งานนั้นสำเร็จ

Basjes (2002: 3) ให้ความหมายว่าความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ คือ ลำดับขั้นในการทำงานอย่างต่อเนื่องโดยเกิดมาจากการตัดสินใจของบุคคล

College Board (2002: 39) กล่าวว่าความรู้ด้านการดำเนินการประกอบด้วยขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ความสามารถในการอ่านและเขียนกราฟและตาราง การดำเนินการทางเรขาคณิต ทักษะที่ไม่เกี่ยวกับการคำนวณ เช่น การหมุน (rounding) และลำดับ (ordering) เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2548: 3) กล่าวว่าความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ คือ ความรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดคำนวณและขั้นตอนในการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมถึงความรู้เกี่ยวกับวิธีการระบุปัญหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการคำนวณตามกฎและเงื่อนไขของกฎ และความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

จากความหมายของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีการที่นักการศึกษาต่าง ๆ ได้กล่าวมาในข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่าความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้เกี่ยวกับแนวทางในการคิดคำนวณตามกฎ ตามขั้นตอนที่มีแสดงถึงความเฉพาะในแต่ละสาระของวิชาคณิตศาสตร์เช่น ขั้นตอน วิธีการในการหารยาว เป็นต้น

2.2 การพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2.1 ลักษณะของมโนทัศน์

Joyce และ Weil (อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2548: 63) กล่าวว่ามโนทัศน์ประกอบด้วย องค์ประกอบ 3 องค์ประกอบ คือ

1. ชื่อมโนทัศน์ (Concept Name) เป็นชื่อเฉพาะที่ใช้เรียกสิ่งของประเภทเดียวกัน

2. ลักษณะ (Attribute) เป็นลักษณะที่ใช้แยกมโนทัศน์เฉพาะโดยออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ ลักษณะมี 2 ประเภท คือ ลักษณะที่จำเป็น (Essential Attributes) เป็นลักษณะที่ต้องมีในมโนทัศน์ และจำเป็นต้องใช้ในการจำแนกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น และลักษณะไม่จำเป็น (Nonessential Attributes) เป็นลักษณะที่สังเกตได้ในมโนทัศน์ แต่ไม่จำเป็นสำหรับการแยกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ๆ

3. คุณค่าของลักษณะ (Attribute Value) คือระดับคุณค่าของลักษณะที่จะใช้ในการจำแนกประเภทของมโนทัศน์

Bruner (1978: 243) ได้กล่าวถึงลักษณะของมโนทัศน์ไว้ดังนี้ คือ

1. มโนทัศน์เป็นกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะร่วมกัน

2. มโนทัศน์บางอย่างมีลักษณะเป็นรูปธรรม (Concrete) มีตัวตน สามารถรับสัมผัสด้วยประสาทสัมผัสได้

3. มโนทัศน์บางอย่างมีลักษณะเป็นนามธรรม (Astracting) หมายถึงเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตน สัมผัสจับต้องไม่ได้

4. มีลักษณะ (Attribute) ซึ่งเป็นลักษณะเด่นที่ทำให้มโนทัศน์นั้นแตกต่างจากมโนทัศน์อื่น

5. มีคุณค่าของลักษณะ (Attribute Value) ซึ่งเป็นสิ่งที่แสดงคุณค่าของลักษณะ เช่น เมื่อกล่าวถึงสี คุณค่าของลักษณะ คือ แดง เขียว เหลือง ฯลฯ

6. มีความเด่นของลักษณะ (Dominance of Attribute) ลักษณะของมโนทัศน์บางลักษณะจะมีความเด่นกว่าคุณลักษณะอื่น ๆ

Arends (1998: 287) ได้กล่าวถึงลักษณะของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. มโนทัศน์ต้องมีชื่อและนิยาม เช่น เกาะเป็นชื่อ แผ่นดินที่ล้อมรอบด้วยน้ำเป็นนิยาม

2. มโนทัศน์มีลักษณะสำคัญ เช่นสามเหลี่ยมด้านเท่า มีลักษณะสำคัญคือทุกด้านเท่ากัน

3. มโนทัศน์มีลักษณะที่ไม่สำคัญ เช่นขนาดของด้านไม่ใช่ลักษณะสำคัญของรูปสามเหลี่ยม

จากลักษณะของมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ลักษณะของมโนทัศน์มีองค์ประกอบที่สำคัญคือ ลักษณะ (Attribute) และคุณค่าของลักษณะ (Attribute Value) ซึ่งเป็นสิ่งที่ช่วยในการแยกมโนทัศน์หนึ่งออกจากอีกมโนทัศน์หนึ่ง

2.2.2 ประเภทของมโนทัศน์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาทั้งในและต่างประเทศได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ โดยมีเกณฑ์ในการจำแนกที่แตกต่างกันดังต่อไปนี้

Russell (1956 : 124 – 125) แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์เรื่อง เวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์เรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือการที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงาม

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น ความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968 : 390 – 391) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์แบบเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีลักษณะร่วมกันของลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง

2. มโนทัศน์ชนิดแยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่ใช้ได้ตั้งแต่สองความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือก

3. มโนทัศน์ชนิดสัมพันธ์ (Relational Concepts) หมายถึง

มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะ สิ่งเร้า หรือสัมพันธ์กันระหว่างลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ เช่น ภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้

Hulse (1980: 215 – 217) แบ่งประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. Logical Concept คือ มโนทัศน์ที่จะมีคุณลักษณะสัมพันธ์กันและเป็นกฎในการแยกประเภทของสิ่งเร้าว่าสิ่งใดจัดอยู่ในประเภทเดียวกันหรือต่างประเภทกัน ซึ่งกฎเหล่านี้สามารถแบ่งออกเป็นลักษณะย่อยได้ 5 ประเภท ดังนี้

1.1 Affirmative Rule เป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะเพียงลักษณะเดียว

1.2 Conjunctive Rule เป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน

1.3 Disjunctive Rule เป็นมโนทัศน์ที่มีคุณลักษณะเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง จะใช้คำว่า “หรือ” ในการบรรยายลักษณะ

1.4 Conditional Rule เป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะสัมพันธ์กัน 2 อย่าง คือ เป็นความสัมพันธ์ ในรูป “ถ้า…แล้ว…”

1.5 Bicondition Rule เป็นสิ่งเร้าที่มีลักษณะเป็นเงื่อนไขสองทาง

2. Natural Concept เป็นมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นในสภาพแวดล้อม แต่ไม่มีลักษณะที่ชัดเจนจนตัดสินใจว่า สิ่งเร้าใดจัดอยู่ในมโนทัศน์นี้บ้าง ต้องใช้ตัวอย่างที่เป็นต้นแบบที่ดีที่สุด (Prototype) เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบลักษณะแล้วจึงจัดประเภทโดยสังเกตจากความเหมือนหรือความคล้ายคลึงกัน มีการจัดลำดับมโนทัศน์นี้ออกเป็น 3 ระดับ ดังนี้

2.1 Superordinate Categories เป็นมโนทัศน์ที่มีลักษณะเป็นหน่วยใหญ่ที่สุด

2.2 Basic – Level Categories เป็นมโนทัศน์ที่เป็นหน่วยย่อยลงมา

2.3 Subordinate Categories เป็นมโนทัศน์หน่วยย่อยกว่าข้อสอง

Jahnke และ Nowaczyk (1998: 231 – 232) แบ่งมโนทัศน์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. welldefined Concept เป็นมโนทัศน์ที่สามารถให้คำจำกัดความตามลักษณะที่ปรากฏ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. illdefined Concept เป็นรายการสิ่งของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่ถือว่าเทียบเท่ากัน เพื่อวัตถุประสงค์ในการจำแนก

Arends (1998: 286) แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. Conjunctive Concept เป็นมโนทัศน์ที่มีกฎหรือโครงสร้างที่แน่นอน เช่น เกาะ คือ แผ่นดินที่ล้อมรอบด้วยน้ำ สามเหลี่ยม คือ รูปปิดบนระนาบที่มีด้าน 3 ด้าน และมุม 3 มุม

2. Disconjunctive Concept เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยลักษณะสำคัญหลายอย่างเช่น การทำ strike ในการเล่นเบสบอล เป็นต้น

3. Relational Concept เป็นมโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของสิ่ง 2 อย่าง เช่นระยะทางและเวลา มโนทัศน์ของคำว่าสัปดาห์เกิดจากการนับต่อจากวันมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นช่วง ช่วงละ 7 วัน

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 9) แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกันเป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ เรียนรู้ได้ง่าย มีลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข มีอยู่หลายพันธุ์ แม้คุณค่าจะแตกต่างกัน และมีลักษณะหลายอย่างร่วมกัน สามารถบอกได้ว่าแตกต่างไปจาก วัว ควาย เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่ม พิจารณาลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่นการจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัยต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม

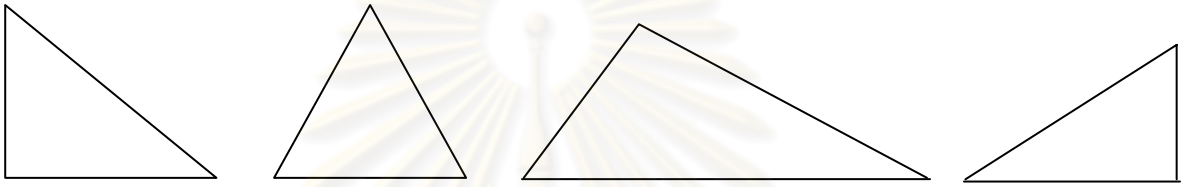
กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 235) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conguncti ve Concept) หมายถึงการจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกัน มักเชื่อมโยงกันด้วยคำว่า “ และ “

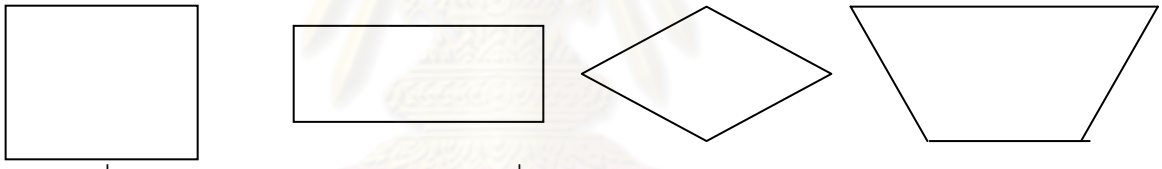
2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) หมายถึงการจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างเพื่อแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนภาพชนิดนี้มักใช้คำว่า “ หรือ “ เข้าไปเกี่ยวข้องกับการจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ นั้นด้วย

กฤษณา ศักดิ์ศรี (2530: 303) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ไว้ 2 ประเภทคือ

1. ประเภทแนวนอน หรือมโนทัศน์ในวงแคบ (Horizontal Grouping of Concept) จัดเป็นมโนทัศน์ประเภทต่ำสุด เกิดจากการที่บุคคลสามารถมองเห็นความคล้ายคลึงของคุณลักษณะที่เป็นกลาง ๆ ของสิ่งต่าง ๆ ที่จัดอยู่ในประเภทเดียวกันได้ แม้ว่าสิ่งเหล่านั้นจะมีคุณลักษณะปลีกย่อยบางอย่างแตกต่างกันไปบ้างก็ตาม เช่น รูปสามเหลี่ยม ไม่ว่าจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สามเหลี่ยมมุมป้าน สามเหลี่ยมมุมเท่า ก็เรียกว่า “สามเหลี่ยม” ทั้งนั้น ดังภาพรูปสามเหลี่ยมลักษณะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้



รูปสี่เหลี่ยมไม่ว่าจะเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมผืนผ้า สี่เหลี่ยมข้าวหลามตัด ก็เรียกว่า “สี่เหลี่ยม” ทั้งนั้นดังภาพ รูปสี่เหลี่ยมลักษณะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้



รูปห้าเหลี่ยมลักษณะใด ๆ ก็เรียกว่ารูปห้าเหลี่ยมดังภาพ

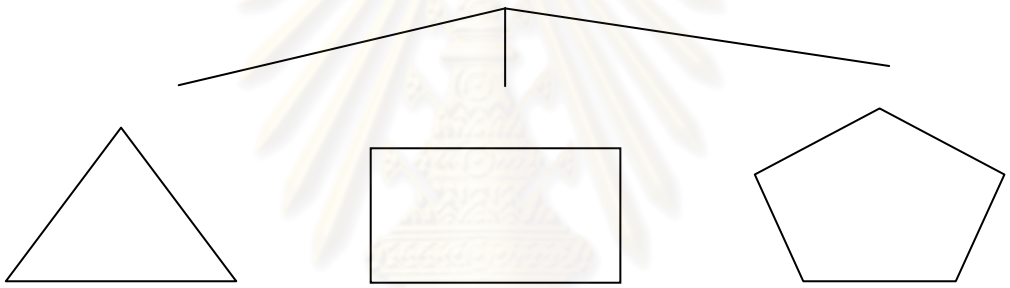
2. ประเภทแนวตั้ง หรือมโนทัศน์ในวงกว้าง (Vertical Grouping of Concept) เกิดจากการที่บุคคลเข้าใจความหมายของมโนทัศน์ในวงแคบก่อน แล้วจึงเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งของที่อยู่ในประเภทต่าง ๆ จนสามารถจัดเข้าหมวดหมู่ใหม่ที่มีความหมายกว้างขวางขึ้นไปอีก

มโนทัศน์ในวงที่กว้างออกไปอีก เช่น เมื่อเด็กรู้จักรูปสามเหลี่ยมแล้ว และเข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมเป็นรูปที่มีด้านสามด้าน มีมุมสามมุมเสมอไป ไม่จำกัดว่ามีมุมเล็กหรือมุมใหญ่ขนาดเท่าใด ต่อมาเด็กรู้จักรูปสี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม และหกเหลี่ยม ตามลำดับ เด็กจะเริ่มสังเกตว่ารูปสี่เหลี่ยมมีลักษณะแตกต่างจากรูปสามเหลี่ยมเพราะมีมุมสี่มุมและด้านสี่ด้าน รูปห้าเหลี่ยมและ

หกเหลี่ยมก็แตกต่างไปจากรูปสามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมด้วยเหตุผลเดียวกัน เมื่อประมวลรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยม และรูปเหลี่ยมอื่น ๆ อีกมากมายเข้าด้วยกันแล้ว เราจะใช้คำ (สัญลักษณ์) ในภาษาแทนว่า “รูปเหลี่ยม” ฉะนั้นถ้าเด็กเข้าใจว่าเมื่อพูดถึงรูปเหลี่ยมแล้วไม่ได้หมายความถึงรูปสามเหลี่ยมอย่างเดียว หรือไม่ได้หมายถึงสี่เหลี่ยมอย่างเดียว แต่หมายถึงรูปทุกรูปที่มีลักษณะเป็นเหลี่ยมทั้งสิ้น ความเข้าใจเช่นนี้จัดว่าเป็นมโนทัศน์ในวงกว้าง และเด็กต้องสามารถมองเห็นข้อคล้ายคลึงของรูปสี่เหลี่ยมแต่ละชนิดและเข้าใจความแตกต่างของรูปเหลี่ยมแต่ละประเภทด้วย และเข้าใจสรุปรวมว่ารูปเหลี่ยมทุกประเภท ๆ ประเภทเหล่านี้จัดเป็นรูปเหลี่ยมทั้งสิ้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างของรูปเหลี่ยม

รูปเหลี่ยม



ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา (2531: 3 – 4) ได้ใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. จำแนกมโนทัศน์ตามลักษณะมโนทัศน์ได้ 3 ลักษณะ คือ

1.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะร่วมกัน (Conjunctive Concepts) คือ มโนทัศน์ที่อาศัยลักษณะต่าง ๆ ที่เหมาะสมมารวมกันอยู่ครบถ้วน ทั้งในรูปของจำนวนและค่าของมัน นับเป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่ใช้กันอยู่ทั่วไป เช่น แว่นตา ปากกา สุนัข เป็นต้น และลักษณะรวมกันเป็นมโนทัศน์อย่างใดอย่างหนึ่งนี้ทำให้มโนทัศน์ของอย่างหนึ่งแตกต่างจากอีกอย่างหนึ่ง

1.2 มโนทัศน์เน้นลักษณะประกอบกัน (Disjunctive Concepts) ได้แก่ มโนทัศน์ที่มีลักษณะสำคัญ ๆ ประกอบกัน เช่น วงกลมสีแดง หรือ/และสีเขียวซึ่งแสดงว่าต้องมีลักษณะรูปวงกลมเป็นพื้นฐานอยู่ส่วนสีนั้นอาจเป็นสีใดสีหนึ่งหรือทั้งสองก็ได้

1.3 มโนทัศน์แบบเน้นลักษณะสัมพันธ์ (Relational Concepts) คือ มโนทัศน์ที่ไม่เน้นลักษณะร่วมกันหรือประกอบกัน แต่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่าง ๆ เช่น ระยะทาง ทิศทาง ความเร็ว เวลา เป็นต้น

2. จำแนกมโนทัศน์ตามแบบการตีความหมาย การตีความหมายอาจเกิดขึ้นได้จากทั้งประสบการณ์ส่วนตัวบุคคลหรือจากการใช้เกณฑ์กลาง คือ ความคิดเห็นของคนจำนวนมาก ที่ประเมินไว้ร่วมกัน โดยการตีความอาจจำแนกได้ 3 ลักษณะ คือ

2.1 มโนทัศน์เน้นลักษณะร่วมกัน (Conjunctive Concepts) คือ ตามบทบาทหน้าที่ของมโนทัศน์ (Functional Concepts)

2.2 ตามโครงสร้างของมโนทัศน์ (Structural Concepts) เช่น รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ รูปที่มีเส้นตรง 3 เส้นที่มีความยาวเท่ากันทั้งสามด้าน มาประกบกันจนเกิดรูปปิด ก็คือรูปสามเหลี่ยมด้านเท่านั่นเอง

2.3 ตามลักษณะหรือพฤติกรรมของมโนทัศน์ (Descriptive or Behavioral Concepts) เช่น ช่างกล คือ ผู้ที่ทำงานด้านเครื่องยนต์กลไก เป็นต้น

3. จำแนกตามระดับความซับซ้อนของมโนทัศน์ (Degree of Complexity) หมายถึง ลักษณะที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรมของมโนทัศน์ต่าง ๆ

ประยูร อาษานาม (2537: 21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามขนาด รูปร่างและสีโดยคนเราสามารถรับรู้ สัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกันแต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่ม และการสรุปความแคบ ความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏการแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้งและทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของหรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับจัดแยกประเภทของมโนทัศน์ของนักการศึกษาตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การแบ่งประเภทของมโนทัศน์ขึ้นอยู่กับเกณฑ์ที่ในการจัดแยกตามที่ผู้จัดประเภทของมโนทัศน์ใช้พิจารณา

2.2.3 ประโยชน์ของมโนทัศน์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

De Cecco (1968: 402 – 416) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ สรุปได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่จะตอบสนองสิ่งเร้าเป็นอย่าง ๆ นั้นเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์จัดแบ่งสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนอง หรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ซึ่งต้องใช้ความสามารถ เช่น การคิดว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร พวกไหนและมโนทัศน์เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มาก เมื่อเรียนครั้งหนึ่ง ๆ แล้วก็นำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำอีก เช่น เมื่อรู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม ต่อไปเมื่อพบสัตว์ประเภทเดียวกันจะแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใดแล้วทำให้ตัดสินใจต่อไปได้ การมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับรู้จักการแก้ปัญหา

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนใช้สื่อมาก เช่น การฟัง การพูด การอ่าน เป็นต้น

Ausubel (1968: 505) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

Cooney, Davis และ Henderson (1975: 89 – 90) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. เราสามารถให้เหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะก็สามารถบอกได้ว่าจำนวนหนึ่ง ๆ เป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้ค้นพบความรู้ใหม่

ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2518: 10) อธิบายว่า มโนทัศน์มีประโยชน์ ดังต่อไปนี้

1. ลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม ถ้าเราไม่มัวจำ หรือเข้าใจเฉพาะในรายละเอียด จะก่อให้เกิดความยุ่งยากเป็นอย่างมาก ในการที่จะเข้าใจสิ่งแวดล้อมทั่ว ๆ ไป

2. ช่วยให้แยกวัตถุ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ออกจากกัน สามารถบอกได้ว่าวัตถุหรือสิ่งเร้าใดเป็นพวกเดียวกันหรือไม่

3. ประหยัดเวลาในการเรียนรู้ไม่ต้องทำความเข้าใจซ้ำ ๆ

4. ทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปได้ เนื่องจากการเรียนในระดับสูงขึ้นต้องใช้มโนทัศน์เดิมเป็นพื้นฐาน

5. ช่วยให้มีแนวทางในการจัดการเรียนการสอน

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 10) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างมโนทัศน์อยู่เสมอ ถ้ามีสิ่งเร้าเข้ามาปะทะประสาทสัมผัส จะทำให้เกิดการเรียนรู้ประโยชน์ของมโนทัศน์" มีดังต่อไปนี้

1. ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่จัดเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เช่น จะเรียกสัตว์ที่อยู่บนบก ว่าสัตว์บก เป็นต้น

2. มโนทัศน์ช่วยแบ่งแยกประเภท ทำให้รู้ว่าอะไรเป็นอะไร เช่น เราสามารถแยกเสียงรถออกจากเสียงม้าวิ่งได้ เป็นต้น

3. เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้เร็ว

4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายของเนื้อหาแก่ผู้เรียน คือ ผู้เรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะรับรู้ในรายละเอียดหรือปลีกย่อย ซึ่งบางอย่างไม่จำเป็นก็อาจข้ามหรือไม่ต้องสอนก็ได้หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องกลับมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา

5. มโนทัศน์ช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ได้ เพราะสามารถแบ่งแยกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

นาตยา ภัทรแสงไทย (2524: 25) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า "ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องเกิดมโนทัศน์จากการเรียน เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถจัดประเภท สรุปและมองสิ่งหนึ่งสิ่งใดในลักษณะร่วมกันมากกว่าที่จะมองแยกออกจากกัน จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถตีความได้โดยกระบวนการคิด เมื่อผู้เรียนสามารถหาข้อสรุปได้แล้ว จะสามารถนำไปใช้และเชื่อมโยงกับสิ่งอื่น ๆ ได้"

พวงเพ็ญ อินทรประวัติ (2532: 14) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก หากผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ของสิ่งใดได้แล้ว ก็สามารถนำเอามโนทัศน์นั้นไปประยุกต์ใช้และสรุปลักษณะเฉพาะของสิ่งต่าง ๆ ในรูปของมโนทัศน์ จะช่วยลดภาระของสมองให้จดจำน้อยลง แทนที่จะจดจำลักษณะปลีกย่อย มโนทัศน์จะช่วยให้จำลักษณะที่เป็นหมวดหมู่ ทำให้สามารถขยายขอบข่ายความรอบรู้ของตัวเองให้กว้างขวางออกไป"

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533: 206) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐานเพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมาย ที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน"

ศิริวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า "มโนทัศน์มีความสำคัญ ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูล ทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจ มโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เพราะเป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป การเรียนรู้ข้อสรุปและหลักการ การเรียนรู้ การแก้ปัญหา ความคิดสร้างสรรค์จัดเป็นการเรียนรู้ ในขั้นสูงที่ต้องอาศัยความรู้ในขั้นมโนทัศน์เกือบทั้งหมด"

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 57) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของมโนทัศน์ไว้ว่า "การเรียนรู้มโนทัศน์ จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้ และนอกจากนั้นยังช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น เพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็สามารถจำแนกจัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เก่าที่มีอยู่ได้ง่าย"

จากแนวคิดเกี่ยวกับประโยชน์ของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่า มโนทัศน์มีความสำคัญ เนื่องจากถ้าผู้เรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ถ้าจะเกิดประโยชน์ต่อผู้เรียนโดยนักเรียนคนนั้นจะสามารถนำข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ไปให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ค้นพบหลักการ สมบัติ และความรู้อื่น ๆ พร้อมทั้งสามารถเข้าใจสิ่งแวดล้อมของมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้สอนต้องจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนจำแนก แยกประเภท สรุป หรือจัดหมวดหมู่ ในลักษณะร่วมกันได้ ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และสิ่งเกี่ยวข้องจนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.2.4 การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกระบวนการในการพัฒนามโนทัศน์และวิธีการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

De Cecco (1968:112 – 113) กล่าวว่าการสร้างมโนทัศน์มีขั้นตอนดังนี้

1. การสัมผัส (Sensation) ผู้เรียนอาจเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อสัมผัสสิ่งเร้าโดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง

2. การรับรู้ (Perception) เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้วย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดมโนทัศน์ขึ้น

3. การจำ (Memory) หลังจากผู้เรียนได้สัมผัสสิ่งเร้าแล้วย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร

4. การจำแนกแยกแยะ (Discrimination) เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้าได้แล้ว ย่อมจะพินิจพิเคราะห์เพื่อจำแนกสิ่งเร้านั้นว่าคืออะไร

5. การสรุปรวบยอดและการแผ่ขยาย (Generalization) หลังจากที่ผู้เรียนพินิจพิเคราะห์และจำแนกเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้วก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้นเรียกว่าเป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งเร้านั้น ๆ

จากขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ดังกล่าว De Cecco (1968: 402 – 416) ได้เสนอเป็นวิธีการสอนให้เกิดมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังว่าหลังจากเรียนมโนทัศน์แล้วสามารถทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอนว่า ถ้ามโนทัศน์นั้นมีหลายลักษณะครูควรพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลงเน้นลักษณะที่เด่น ๆ และสำคัญโดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายและเข้าใจความหมายที่ถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ จะต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้ผู้เรียนสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้นและสามารถจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. เสนอตัวอย่างในทางบวกและทางลบทีละอย่างในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกันหรือเสนอพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน ให้นักเรียนพิจารณาเพื่อต้องการให้ผู้เรียนสรุปความคิดทั่วไปและตอบสนองต่อสิ่งเร้าใหม่

7. เสนอตัวอย่างใหม่ ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลาย ๆ ตัวอย่าง มาให้ผู้เรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างในทางบวกหรือที่เกี่ยวข้องเท่านั้น

8. ให้ผู้เรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น ๆ

9. ให้โอกาสผู้เรียนใช้มโนทัศน์

Ausubel (1968: 65 – 67) ได้สรุปขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของกระบวนการของสิ่งเร้า
2. ตั้งสมมุติฐานโดยพิจารณาลักษณะร่วม
3. ทดสอบสมมุติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง ๆ
4. เลือกข้อสมมุติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะ (Attribute) บางประการร่วมกันได้
5. หาลักษณะของสิ่งเร้ามาสัมพันธ์กับแนวความคิดของตน
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. หาสัญลักษณ์ของภาษา

Gunter, Ester และ Sduvad (1995: 98 – 105) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. ผู้สอนจะต้องเลือกมโนทัศน์ให้เหมาะสมกับบทเรียนและให้นิยามของมโนทัศน์ที่ชัดเจน
2. ผู้สอนจะต้องกำหนดลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์
3. ผู้สอนต้องเตรียมตัวอย่างทางบวกให้มากพอและครอบคลุมลักษณะทั้งหมดของมโนทัศน์และในขณะเดียวกันต้องมีตัวอย่างทางลบด้วย
4. ผู้สอนต้องอธิบายให้นักเรียนทราบว่านักเรียนจะต้องทำอะไรได้บ้าง
5. ผู้สอนต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบได้
6. ผู้สอนต้องวัดและประเมินผลการเรียนรู้มโนทัศน์ของผู้เรียนเสมอ
7. ผู้สอนต้องฝึกให้ผู้เรียนให้คำจำกัดความของสิ่งเร้าต่าง ๆ ให้ถูกต้องด้วยตัวเอง

8. ผู้สอนต้องเสนอตัวอย่างของมโนทัศน์เพิ่มเพื่อให้ผู้เรียนสรุปมโนทัศน์ให้ได้ทุกคน

9. ครูต้องใช้การซักถามถึงการเกิดมโนทัศน์ของผู้เรียน ซึ่งอาจจะใช้การอภิปรายเพื่อเตือนความทรงจำของผู้เรียน

Cangelosi (2003: 86) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยเรียกว่ากิจกรรมการเรียนแบบอุปนัย ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเรียงและจัดประเภท (Sorting and Categorizing) ครูเสนองานให้นักเรียนเรียงและจัดประเภทให้นักเรียนได้ทำด้วยตนเอง ในขณะที่ครูเตรียมการทำกิจกรรม จัดสภาพแวดล้อม และเตรียมคำแนะนำแก่นักเรียน

2. ขั้นตอบกลับและอธิบาย (Refecting and Explaining) นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ด้านลักษณะที่ใช้ในการจัดประเภท ครูกระตุ้นให้คิดเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจคำอธิบายของนักเรียนเองมากขึ้น

3. ขั้นทำให้เป็นหลักการทั่วไปและเชื่อมต่อ (Generalizing and Articulating) นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ในรูปของลักษณะ เพื่อเป็นการพัฒนาให้นิยามของมโนทัศน์ไปด้วย อย่างไรก็ตามนักเรียนไม่จำเป็นต้องพูดชื่อมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง

4. ขั้นตรวจสอบและสกัด (Verifying and Refining) เป็นขั้นการตรวจสอบรายละเอียดและนิยามในขั้นที่ 3

Lasley และ Matezynski (1997 อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง, 2548: 63 – 64) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะสร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียนผู้สอนหรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่ม สิ่งใดที่ควรตัดออก

2. การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยมหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนดำเนินการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

3. การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่ม และดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไร ในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียน หรือบน

กระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริง และความสัมพันธ์ของลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

4. การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้ข้อสรุปความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้ เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง จนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

Taba (1967 eited in Joyce and weil, 2000: 132 – 133) ได้เสนอขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. ระบุและจัดรายการ (Enumeration and Listing) เป็นการกำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนแล้วให้ผู้เรียนสำรวจหาข้อมูลจากประสบการณ์ตรง เช่น จะสอนเรื่อง Supermarket ก็ให้นักเรียนไปเยี่ยมชม Supermarket และทำการบันทึกข้อมูลว่าพบอะไรบ้าง

2. จัดกลุ่มข้อมูล (Grouping) ขั้นนี้เป็นการสังเกตลักษณะสำคัญของข้อมูลแล้วจัดกลุ่มข้อมูลที่มีลักษณะสำคัญร่วมกันเข้าด้วยกัน

3. ระบุมโนทัศน์ (Labeling, Categorizing) เป็นขั้นที่นักเรียนจะสรุปมโนทัศน์จากลักษณะสำคัญของข้อมูล

Joyce และ Weil (2000: 155) ได้เสนอขั้นตอนในการพัฒนามโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. ขั้นให้ข้อมูลที่จำแนกประเภทสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง

2. เปรียบเทียบความเหมือน และแยกแยะความแตกต่างของสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกจากสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง

3. ตั้งและทดสอบสมมุติฐาน

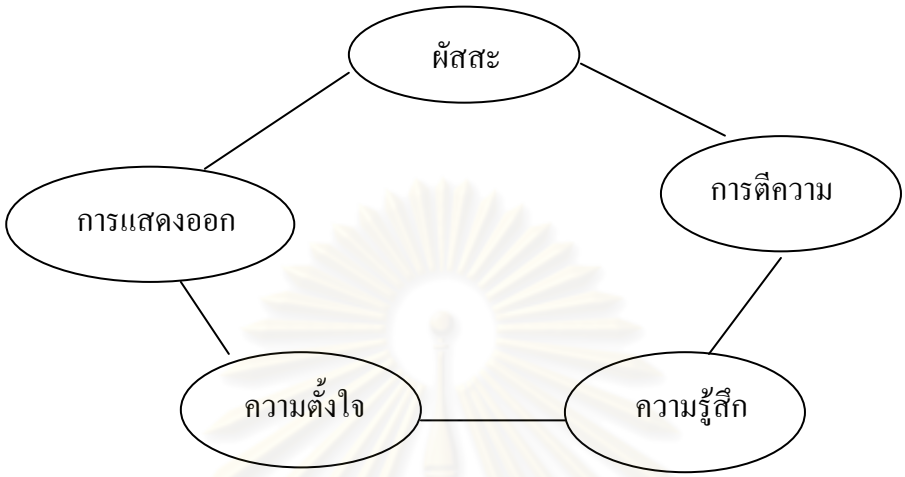
4. กำหนดนิยามตามลักษณะสำคัญของข้อมูล

5. อธิบายสรุปมโนทัศน์

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2532: 54) ได้อธิบายถึงขั้นตอนในการเกิดมโนทัศน์ ดังนี้

1. ข้อมูลทางผัสสะ (Sense Data) ผู้เรียนจะใช้กลไกของประสาทสัมผัสหรือการรับรู้กับข้อมูลเกี่ยวกับบุคคล วัตถุ หรือเหตุการณ์ซึ่งเป็นวงจรการรับรู้ ดังนี้

แผนภาพที่ 3 วงจรการรับรู้ในการเกิดมโนทัศน์

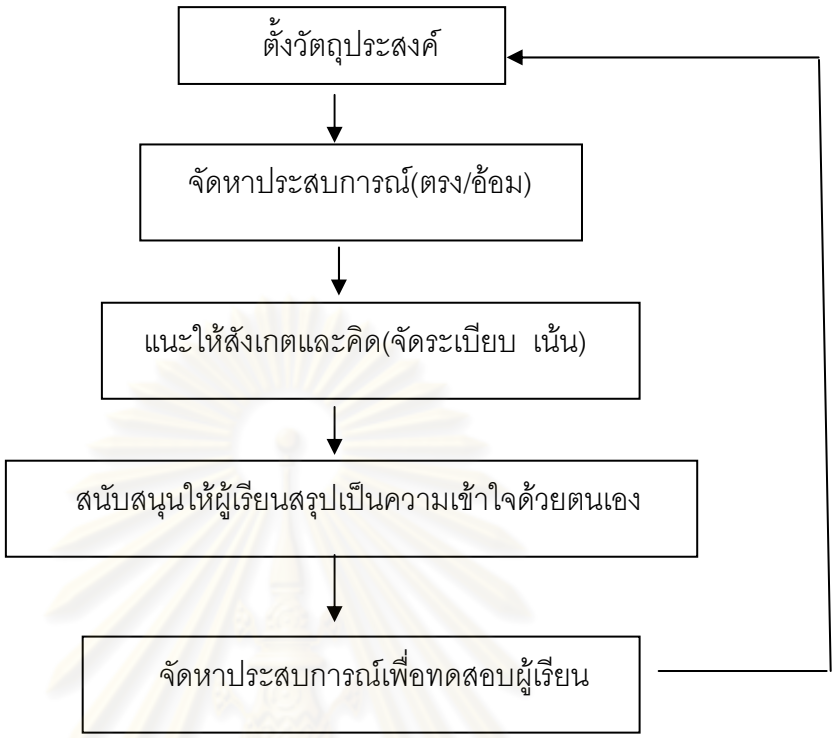


2. การจัดข้อมูลเข้าเป็นระเบียบของกลุ่มหรือพวกเดียวกัน ผู้เรียนจะใช้กระบวนการเฟ้น จำแนกข้อมูลเกี่ยวกับลักษณะร่วม หรือลักษณะที่เหมือนกันเพื่อจัดรวมอยู่ในประเภทเดียวกัน

3. การเกิดมโนทัศน์ จากกระบวนการข้อ 1 และข้อ 2 ผู้เรียนเข้าใจลักษณะสำคัญหรือลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้นได้ หรือการเกิดมโนทัศน์

4. การเกิดมโนภาพ (Image) ผู้เรียนจะจำลักษณะหรือแบบของสิ่งนั้นไว้ ในลักษณะภาพความนึกคิดหรือภาพในใจสำหรับนำไปเปรียบเทียบกับความรู้ใหม่

ชัยพร วิชชาวุธ (2524: อ้างถึงใน ปราณี รามสูตร, 2528: 147) ได้เสนอรูปแบบการสอนมโนทัศน์และกฎเกณฑ์ไว้ ซึ่งผู้สอนควรคำนึงว่า ผู้สอนเป็นผู้จัดประสบการณ์ทั้งทางตรงและทางอ้อม ทั้งที่เป็นตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดให้ผู้เรียนได้ค้นพบความเข้าใจด้วยตนเอง ผู้เรียนทดสอบความเข้าใจด้วยตนเอง พฤติกรรมผู้สอนกำหนดโดยพฤติกรรมผู้เรียนดังต่อไปนี้



แผนภาพที่ 4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์

พนัส หันนาคินทร์ (2514: 99 –100) ได้กล่าวถึง การสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ ไว้ดังต่อไปนี้

1. การจัดประสบการณ์จริงจะทำให้การอธิบายมโนทัศน์ชัดเจนซึ่งการอธิบายนั้นสัมพันธ์กับสิ่งที่เข้าใจอยู่ก่อนแล้ว โดยเฉพาะถ้าเป็นประสบการณ์ตรง จะช่วยให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้องแถลงกฎต่าง ๆ อย่างชัดเจน ประสบการณ์ที่เป็นจริงเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่ให้แก่ผู้เรียน และเป็นการสร้างมโนทัศน์ที่ถูกต้องและชัดเจน

2. การให้คำอธิบายอย่างแจ่มแจ้ง ครูจะต้องให้หลักการในการติดต่อสื่อสารความคิด เช่น ใช้คำพูดที่นักเรียนคุ้นเคย ใช้ประโยคง่าย ๆ เน้นจุดสำคัญด้วยการอธิบายซ้ำ ชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ของเรื่องย่อย ๆ ที่มีอยู่ในเรื่องใหญ่ และใช้คำถามในเรื่องที่เป็นหัวใจของเรื่องนั้น

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538: 423 – 426) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่าง ๆ

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจง่าย

3. ใช้สื่อทางภาษาในการสอนอธิบายให้เข้าใจ หรือแนะนำ ให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่น การใช้ภาษาเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์ ผู้เรียนจะต้องรู้จักคำต่าง ๆ ให้มาก

4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรมีทั้งตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียว หรือผิดอย่างเดียว เช่นการสอนมโนทัศน์ของนก ก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่าง ๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ส่วนตัวอย่างที่ไม่ใช่นก คือ แมว หมา ผึ้ง ฯลฯ

5. ให้ดูตัวอย่างต่าง ๆ ทั้งในทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้ว ตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้เรียนมโนทัศน์ง่ายขึ้น

6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามโต้ตอบ และให้กำลังใจเป็นการเสริมแรงทุกระยะถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์

7. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนไปด้วยคำพูดของตนเอง

กระทรวงศึกษาธิการ โดยกรมวิชาการ สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ กรมสามัญศึกษาและกรมการศึกษาเอกชน (อ้างอิงมาจากทิศนา แขมมณี, 2545: 308 – 309) ได้สนับสนุนให้มีการพิจารณานำกระบวนการเรียนรู้ต่าง ๆ ไปใช้ในการเรียนการสอน โดยเสนอแนะกระบวนการสร้างความคิดรวบยอด โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. สังเกต ให้ผู้เรียนรับรู้ข้อมูล และศึกษาด้วยวิธีการต่าง ๆ โดยใช้สื่อประกอบเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดข้อกำหนดเฉพาะด้วยตนเอง

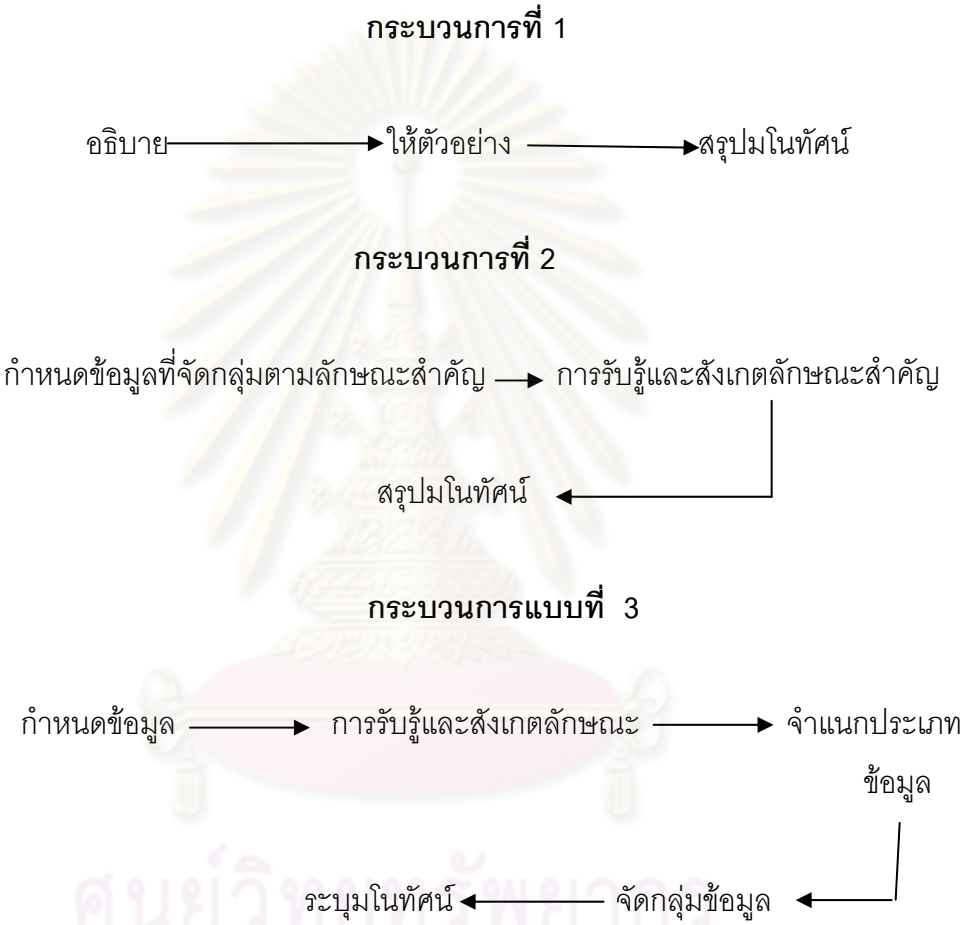
2. จำแนกความแตกต่าง ให้ผู้เรียนบอกข้อแตกตางของสิ่งที่รับรู้และให้เหตุผลในความแตกต่างนั้น

3. หาลักษณะร่วม ผู้เรียนมองเห็นความเหมือนในภาพรวมของสิ่งที่รับรู้ และสรุปเป็นวิธีการ หลักการ คำจำกัดความ หรือนิยาม

4. ระบุชื่อความคิดรวบยอด ผู้เรียนได้ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้

5. ทดสอบและนำไปใช้ ผู้เรียนได้ทดลอง ทดสอบ สังเกต ทำแบบฝึกหัด ปฏิบัติเพื่อประเมินความรู้

จากกระบวนการที่กล่าวมาทั้งหมดสรุปได้ว่า การพัฒนามโนทัศน์สามารถทำได้หลายกระบวนการซึ่งพัฒนามาจาก 2 แนวคิด คือ การพัฒนามโนทัศน์จากกฎเกณฑ์สู่ตัวอย่างและจากตัวอย่างสู่กฎเกณฑ์ ตรงกับแนวคิดของ Arends (1998: 295) ที่กล่าวว่า กระบวนการ พัฒนามโนทัศน์มี 2 แบบคือ กระบวนการแบบ rule-to-example process และ example-to- rule process สรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



แผนภาพที่ 5 กระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์

จากการสังเคราะห์กระบวนการสอนมโนทัศน์ดังกล่าวผู้วิจัยจึงเลือกใช้กระบวนการแบบ example-to-rule มาใช้ในการพัฒนามโนทัศน์เนื่องจากนักเรียนมีโอกาสสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองผ่านกระบวนการคิด ซึ่งเป็นการฝึกทักษะในการสังเกต จำแนก จัดประเภทของข้อมูลอันจะเป็นผลให้นักเรียนมีความสามารถในการรับและจัดการกับข้อมูลข่าวสารในสังคมปัจจุบันและอนาคตได้

2.2.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลการเรียนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้สอนทราบว่า การ

จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดขึ้นทำให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือไม่ ซึ่งการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการวัดและแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

NCTM (Cited in Underhill and others, 1992: 467) กล่าวว่า การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ การวัดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์และความสามารถของผู้เรียนที่จะนำความรู้ความเข้าใจนั้นไปแก้ปัญหา

Wilson (1971: 645 – 670) กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้ในเชิงมโนทัศน์นั้นหมายถึงความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง และรู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กัน ตัวอย่างของข้อสอบวัดมโนทัศน์เป็นดังนี้

ตัวอย่าง จุดปลายของรังสีมีกี่จุด

ก. ไม่มีจุดปลาย ข. 1 จุด

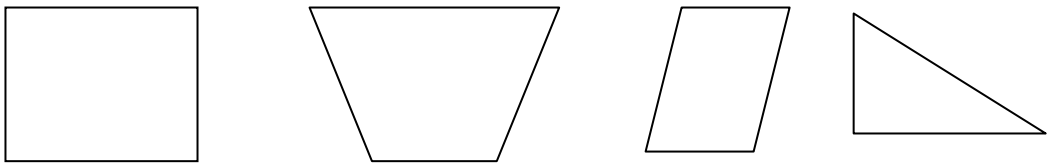
ค. 2 จุด ง. 3 จุด

จ. มากมายจนนับไม่ถ้วน

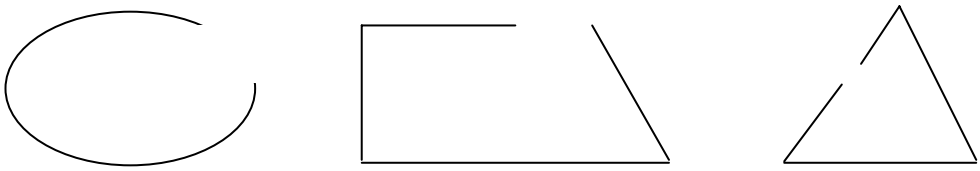
Frayer, Fredick และ Klausmier (1969 : 218 – 244) ได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นที่ศูนย์พัฒนาและวิจัยวิสคอนซิล เพื่อการเรียนรู้พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัดแล้วจึงทำการออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม ดัง

ตัวอย่าง การวิเคราะห์มโนทัศน์

1. ชื่อมโนทัศน์ คือ รูปสี่เหลี่ยม
2. ลักษณะที่เป็นเกณฑ์ 3 รูปปิดที่อยู่ในแนวระนาบมี 2 มิติ และมี 4 ด้าน หรือ 4 มุม
3. ลักษณะที่ไม่เป็นเกณฑ์ ขนาดของด้าน การขนานกันของด้าน ขนาดของรูป การพลิกรูป
4. ตัวอย่างมโนทัศน์



5. ตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์



6. นิยามของมโนทัศน์ : รูปปิดในระนาบที่ประกอบด้วยด้าน 4 ด้าน

7. มโนทัศน์ที่กว้างกว่า : รูปหลายเหลี่ยม

8. มโนทัศน์ร่วม : รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปหกเหลี่ยม

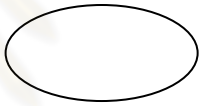
9. มโนทัศน์ย่อย : รูปสี่เหลี่ยมคางหมู รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

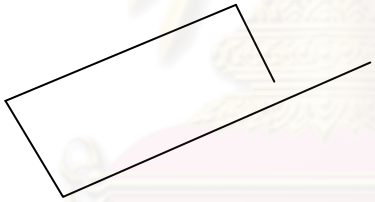
10. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ : เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยม คือผลบวกของความยาวของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม

ตัวอย่างข้อสอบวัดมโนทัศน์

ข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปปิด

ก.

ข. 

ค 

ง.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ เป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าผู้เขียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมีข้อคำถามที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

2.3 การพัฒนาความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หรือความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากความรู้บางอย่างทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องเกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องเช่น วิธีการหารยาว การแก้

สมการ การ install window xp เป็นต้น ดังนั้นขั้นตอน วิธีการจึงเป็นส่วนสำคัญสำหรับผู้เรียนที่ทำให้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ไว้หลายประเด็น ดังต่อไปนี้

2.3.1 การสอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ไฮเบอร์ตได้เสนอขั้นตอนการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้ (Hiebert, 1989 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2548: 24)

ขั้นที่หนึ่ง ขั้นการพัฒนาความหมายสำหรับสัญลักษณ์

เป็นขั้นของการเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนพบเป็นประจำกับแนวคิดหรือวัตถุที่สัญลักษณ์เหล่านั้นถูกใช้แทน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์สองประเภทใหญ่ ๆ คือ ตัวเลข เช่น 1, 2.4, $\frac{1}{2}$ และเครื่องหมายแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น +, -, $\times$, $\div$ เป็นต้น

ขั้นที่สอง ขั้นพัฒนาความหมายสำหรับกฎและการดำเนินการ

เป็นขั้นของการพัฒนาความหมายของสิ่งที่จะกลายเป็นกฎหรือขั้นตอนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น ประโยคสัญลักษณ์ 65 – 27 = 38 นั้น แทนการหัก 27 ออกจาก 65 โดยหัก 20 ออกจาก 60 และหัก 7 ออกจาก 5 แต่หัก 7 ออกจาก 5 ไม่ได้ จึงใช้วิธีใหม่คือ แบ่ง 60 ออกเป็น 50 กับ 10 แล้วให้ 10 กับ 5 รวมเป็น 15 ซึ่งจะทำให้สามารถหักได้ โดยหัก 20 ออกจาก 50 และหัก 7 ออกจาก 15 ซึ่งจะเหลือ 30 และ 8 ตามลำดับ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เป็น 38 ซึ่งสามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์แสดงแต่ละขั้นตอนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 65 - 27 &= (60 - 20) + (5 - 7) \\ &= (50 - 20) + (10 + 5 - 7) \\ &= 30 + (15 - 7) \\ &= 30 + 8 \\ &= 38 \end{aligned}$$

ขั้นที่สาม ขั้นตรวจสอบความเป็นเหตุเป็นผล

เป็นขั้นที่นักเรียนสามารถคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียงความจริงได้จากการใช้ความหมายในขั้นที่หนึ่ง เช่น หากนักเรียนทราบความหมายของ $4 \div (\frac{2}{3})$ หมายถึง จำนวนของ ที่รวมกันแล้วได้ 4 นักเรียนจะสามารถคาดคะเนได้ว่าคำตอบที่ได้ต้องมากกว่า 4 เพราะมีค่าไม่ถึง 1 คำตอบจึงอาจเป็น 5 หรือ 6 หรือ 7

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของไฮเบิร์ตช่วยทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจความหมายเนื้อหาคณิตศาสตร์มากกว่าการจำขั้นตอนวิธีการคิดคำนวณไปใช้ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการนำความรู้ที่ได้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์อย่างแท้จริง ซึ่งหลักการพื้นฐานสำหรับการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ (Usiskin, 1998 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2548) คือ

1) เทคโนโลยีเปลี่ยนแปลงความสำคัญของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างมีความสำคัญมากขึ้น บางอย่างมีความสำคัญน้อยลง แต่มีขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์บางอย่างที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงความสำคัญ

2) สำหรับปัญหาใด ๆ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับกระบวนการ 3 ชนิด คือ ชนิดที่คิดได้ด้วยสมอง ชนิดที่ทำได้ด้วยปากกาและดินสอ และชนิดที่ทำได้โดยการช่วยเหลือของครู

3) ไม่ว่าครูคิดว่ากำลังสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อะไร จะมีนักเรียนบางคนที่ทำโดยวิธีที่แตกต่างออกไป

4) การจะใช้ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ครูควรเตรียมตัวและหาวิธีที่จะดำเนินการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์นั้นอย่างเหมาะสม

5) เพื่อให้เป็นการคุ้มค่าต่อการสอน ครูควรตั้งจุดมุ่งหมายในการสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

ในการสอนการดำเนินการทั้งในส่วนของสัญลักษณ์และขั้นตอนวิธีการนั้นจะมีการดำเนินการวิธีใหม่ ๆ อยู่เสมอ ดังนั้นการเรียนรู้การดำเนินการจะทำให้นักเรียนมีความรู้คณิตศาสตร์แล้ว การเรียนรู้การดำเนินการใหม่จะทำให้สามารถใช้การดำเนินการกับสถานการณ์ที่ซับซ้อนมีความคล่องแคล่วขึ้น ดังนั้นครูจึงควรจัดการเรียนการสอนที่ช่วยนักเรียนให้นักเรียนมีความชำนาญในการดำเนินการและมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งกับการดำเนินการดังกล่าว ซึ่งจะทำให้นักเรียนบรรลุผลด้านการดำเนินการและนำความรู้และความเข้าใจไปใช้ในช่วงเวลาต่างๆ ได้

2.3.2 ประโยชน์ของความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์

Mazano และ Reber (1997: 93-101) กล่าวว่าขั้นตอน วิธีการในการทำงานเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์บางอย่างอยู่ในรูปความจำในขั้นตอนที่จะหาคำตอบที่ถูกต้อง เช่น การหาคำตอบของสมการ ในการคำนวณเบื้องต้นผู้เรียนต้องการรูปแบบเพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบและการพัฒนารูปแบบในการคำนวณมี 3 ขั้นตอนคือ

1 construct models phase เป็นขั้นที่นำรูปแบบเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้จากตัวอย่าง ซึ่งผู้เรียนอาจนำมาอภิปราย หรือนำมาสรุปเป็นขั้นตอนที่สามารถก่อให้เกิดขั้นตอนในการแก้ปัญหาของผู้เรียนเองในภาษาที่เขาเข้าใจ โดยได้มาจากการเข้าใจกระบวนการจากตัวอย่าง

2. shape phase เป็นขั้นตอนที่จะทำให้เกิดขั้นตอนใหม่ที่ดีกว่า ซับซ้อนน้อยลง มีขั้นตอนน้อยลง เพื่อทำให้การแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

3. internalize phase เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องการได้รับการฝึกเพื่อที่จะทำให้กระบวนการที่ทำได้นั้นเป็นอัตโนมัติ เช่นการเรียนเรื่องหารยาว ครูต้องมีขั้นตอนให้ผู้เรียนได้ทำตามก่อน จนนักเรียนสามารถสรุปขั้นตอนของตัวเองได้ แล้วฝึกบ่อย ๆ ผู้เรียนก็จะแสดงวิธีการหารยาวได้อย่างเป็นอัตโนมัติ

3. **การคิดแบบอุปนัย** (Inductive thinking)

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีระบบและแบบแผนที่ชัดเจน เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคิดและการใช้สติปัญญาของมนุษย์ เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์แทนความคิด (อัมพร ม้าคนอง, 2548: 2) นอกจากนี้ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่แสดงความสมเหตุสมผล การสรุปในแต่ละขั้นตอนจะต้องมีการอ้างอิงอย่างสมเหตุสมผล การได้มาซึ่งความรู้ ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ความรู้ต่าง ๆ ต้องอาศัยการให้เหตุผลทั้งสิ้น การคิดแบบอุปนัยก็เป็นลักษณะของการให้เหตุผลอย่างหนึ่งซึ่งถูกนำมาใช้อย่างมากในวิชาคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาได้ศึกษาเกี่ยวกับการคิดแบบอุปนัยไว้หลายประเด็นดังนี้

3.1 **ความหมายของการคิดแบบอุปนัย**

Magill และ Rodriguez (1996: 105) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยว่าเป็นการให้เหตุผลที่ได้จากประโยคอ้างอิงที่เป็นจริงและสนับสนุนสำหรับข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ในข้อสรุปที่ถูกต้องนั้นไม่สามารถเป็นจริงเสมอไปได้

Searles (1956: 1-10) การคิดแบบอุปนัยเป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักการทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

Eysenck และคนอื่น ๆ (1992: 214) กล่าวว่าการคิดแบบอุปนัยเป็นการคิดที่เริ่มจากข้อเท็จจริงย่อย ๆ แล้วพยายามหากฎหรือหลักทั่วไปเพื่อรวมส่วนย่อยเข้าด้วยกันเป็นส่วนรวม

จากความหมายของการคิดแบบอุปนัยดังที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปว่า การคิด

แบบอุปนัยคือการคิดให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตข้อมูลที่มีอยู่อย่างมากเพียงพอ เพื่อสรุปหาข้อความรู้ที่นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป

3.2 ประเภทของการคิดแบบอุปนัย

วิทยา ศักยาภินันท์ (2548: 131) ได้จำแนกประเภทของการคิดแบบอุปนัยเป็น 2 ประเภท ดังต่อไปนี้

1. อุปนัยแบบอ้างตัวอย่าง หมายถึง อุปนัยที่ประกอบด้วยกลุ่มตัวอย่างจำนวนหนึ่งที่มีคุณสมบัติบางอย่าง และจะกล่าวว่าคุณสมบัติเหล่านั้นเป็นคุณสมบัติของสมาชิกทั้งกลุ่มหรือเฉพาะสมาชิกหนึ่งเดียวของกลุ่มและรวมทั้งสมาชิกที่ไม่ได้อ้างมาเป็นตัวอย่างด้วย แบ่งเป็น

1) อุปนัยแบบนัยทั่วไป (Inductive Generalization) ข้อสรุปของการอุปนัยแบบนี้จะบ่งว่าคุณสมบัติที่อ้างถึงเป็นคุณสมบัติของสมาชิกทั้งหมดในประเภทเดียวกัน (Class of Individual) เช่น

น้ำหนึ่งกระป๋องที่ตักจากสระนี้มีสารพิษเจือปน
ฉะนั้น น้ำในสระนี้มีสารพิษเจือปน
แท็กซี่ที่นั่ง 4 วันก่อนเป็นรถญี่ปุ่น
แทกซี่ที่นั่งเมื่อวานซืนเป็นรถญี่ปุ่น
ฉะนั้น แท็กซี่ทั้งหมดเป็นรถญี่ปุ่น
น้ำดื่มยี่ห้อ X แพ็ค A มีสารพิษเจือปน
น้ำดื่มยี่ห้อ X แพ็ค B มีสารพิษเจือปน
น้ำดื่มยี่ห้อ X แพ็ค C มีสารพิษเจือปน
ฉะนั้น น้ำดื่มยี่ห้อ X มีสารพิษเจือปน

จะเห็นว่าข้อสรุปทั้ง 3 ตัวอย่าง เจาะจงไปที่สมาชิกทั้งหมดในประเภทเดียวกัน ปกติในชีวิตประจำวันจะพบอุปนัยแบบทั่วไปโดยสังเกตได้จากคำ"เกือบทั้งหมด" "ส่วนใหญ่" "ส่วนมาก" เป็นต้น เนื่องจากอุปนับแบบนี้ต้องการสรุปลักษณะทั่วไปของสมาชิกในประเภทเดียวกันจึงมีหลักที่เป็นข้อสังเกตว่าถ้ามีเหตุเป็นเท็จเพียงข้อเดียวจะทำให้ผลเป็นเท็จไปด้วย

2) อุปนัยแบบเปรียบเทียบ (Analogy) ข้อสรุปของอุปนัยชนิดนี้จะชี้ไปที่สมาชิกเดียว (Particular Individual) เช่น

ดำสูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด
แดงสูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด
ขาวสูบบุหรี่และเป็นมะเร็งปอด

เขียวสูบบุหรี่

ฉะนั้น เขียวจะเป็นมะเร็งปอด

จะเห็นได้ว่าการอุปนัยแบบนี้ข้อสรุปไม่จำเป็นต้องเท็จเมื่อมีเหตุเป็นเท็จ

2. อุปนัยแบบอ้างความเป็นสาเหตุ (Causal Induction) การคิดหาข้อสรุปแบบอุปนัยควรแสดงถึงความสัมพันธ์เชิงสาเหตุ (causal connection) ระหว่างเหตุการณ์ทั้งหลาย เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเชื้อ HIV กับการเป็นโรคเอดส์ สารทาร์ในใบยาสูบกับการก่อมะเร็งปอด การอุปนัยแบบเชิงสาเหตุมีหลายวิธีเช่น

1) วิธีของมิลล์ (Mill's Method)

John Stuart Mill เป็นนักปรัชญาชาวอังกฤษ เห็นว่าปรากฏการณ์ทางธรรมชาติแต่ละปรากฏการณ์น่าจะมีสาเหตุมาจากหลายสาเหตุ วิธีของมิลล์ มี 5 วิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีหาความสอดคล้อง (Method of Agreement) หากมีข้อมูล 2 ข้อมูลขึ้นไปที่นำมาพิจารณา ต่างมีปรากฏการณ์ที่แสดงว่ามาจากสาเหตุเดียวกัน ย่อมถือว่าสาเหตุดังกล่าวเป็นสาเหตุของปรากฏการณ์นั้น เช่นนิสิตในหอพักจำนวนหนึ่งมีอาการปวดท้องและท้องเสียอย่างแรงในคืนเดียวกันจึงมีการตรวจสอบหาสาเหตุของโรคด้วยการทดสอบนิสิต 4 คนดูว่าทานอะไรบ้างในตอนเย็นโดยสังเกตความสอดคล้องกันระหว่างสาเหตุกับอาการ

2. วิธีหาความแตกต่าง (Method of Difference) ถ้ามีข้อมูล 2 ข้อมูลมีสาเหตุเหมือนกันทุกอย่าง ยกเว้นข้อมูลที่สองมีสาเหตุนำแตกต่างไปจากข้อมูลแรก 1 สาเหตุและมีปรากฏการณ์เกิดขึ้นความแตกต่างระหว่างปากฏการณ์ของทั้ง 2 ข้อมูล มีแตกต่างกัน เช่น เมื่อทำการทดสอบพบว่านิสิตที่ไม่ทานแกงไก่ไม่มีอาการท้องเสีย ทำให้สรุปได้ว่าสาเหตุที่ทำให้เกิดอาการท้องเสียคือแกงไก่แน่นอน

3. วิธีหาความสอดคล้องและความแตกต่างร่วมกัน (Joint Method of Agreement and Difference) หาก 2 ข้อมูลขึ้นไปมีปรากฏการณ์เกิดขึ้นจากสาเหตุเดียวกัน ขณะที่อีก 2 ข้อมูลขึ้นไปไม่มีปรากฏการณ์เกิดขึ้นเพราะไม่มีสาเหตุเหมือนข้อมูลชุดแรก ความแตกต่างระหว่างข้อมูลทั้งสองชุด ย่อมมีสาเหตุมาจากสาเหตุที่ข้อมูลทั้งสองชุดมีแตกต่างกัน เช่นการตรวจสอบสาเหตุการท้องเสียของนิสิตพบว่าทุกคนทานแกงไก่เหมือนกันอยู่อย่างเดียวจึงคิดว่าแกงไก่น่าจะเป็นสาเหตุของการท้องเสีย จึงสังเกตนิสิตทุกคนที่ไม่ทานแกงไก่พบว่าไม่มีอาการท้องเสียจึงสรุปว่าแกงไก่เป็นสาเหตุของอาการท้องเสีย

4. วิธีการหาส่วนที่เหลือ (Method of Residues) วิธีนี้หากทราบว่าปรากฏการณ์ใดเป็นของสาเหตุใดแล้วให้คัดออกเสีย จากนั้นปรากฏการณ์ที่เหลือก็จะเป็นผลของสาเหตุนำที่เหลือ

5. วิธีหาความผันแปร (Method of Concomitant Variations) ถ้าสาเหตุมีความผันแปรและปรากฏการณ์ก็มีความผันแปรด้วย สาเหตุและปรากฏการณ์ย่อมมีความสัมพันธ์เชิงเหตุและผลต่อกันเช่นปริมาณแอลกอฮอล์ในเลือดที่แตกต่างกันมีผลต่อโอกาสเกิดอุบัติเหตุจราจรแตกต่างกัน

ทั้ง 5 วิธีนี้เป็นทั้งวิธีเพื่อการค้นพบและพิสูจน์ความถูกต้องของสมมุติฐาน

2) วิธีวิทยาศาสตร์ (Sciencetific Method) วิธีวิทยาศาสตร์เป็นอุปนัยอย่างหนึ่งเพราะใช้ประสบการณ์เป็นรากฐานในการแสวงหาความรู้ วิธีการทางวิทยาศาสตร์หมายถึง วิธีการที่นักวิทยาศาสตร์ใช้แสวงหาความรู้เพื่อความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เนื่องจากมีวิทยาศาสตร์หลายสาขา วิธีการทางวิทยาศาสตร์ในแต่ละสาขาจึงมีความแตกต่างกันไป แต่หลักการสำคัญยังคงเหมือนกันคือ

ขั้นเตรียมการเป็นขั้นกำหนดปัญหา ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง รวบรวมข้อมูลที่สัมพันธ์กับปัญหา

ขั้นพัฒนาสมมุติฐาน เป็นขั้นที่ กำหนดสมมุติฐาน ทดสอบสมมุติฐานโดยการสังเกตและการทดลอง

ขั้นรายงานการค้นพบ เป็นขั้นที่เผยแพร่ขอค้นพบเพื่อการวิจารณ์และตรวจสอบ

3.3 ประโยชน์ของการคิดแบบอุปนัย

เนื่องจากการคิดแบบอุปนัยเป็นเป็นวิธีคิดหาเหตุผลแบบหนึ่งที่จะช่วยในการสรุปเพื่อหาข้อความรู้หรือข้อเท็จจริงที่นำไปสู่กฎหรือหลักการบางอย่างได้จึงมีผู้ที่กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดแบบอุปนัยไว้ดังนี้

Rodgers (2000: 185) ได้กล่าวถึงการนำการคิดแบบอุปนัยไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ว่า “การอุปนัยทางคณิตศาสตร์เมื่อเราคาดว่าข้อความบางอย่างเป็นจริงเราต้องอาศัยการคาดการณ์จากตัวอย่าง การทดลองหรือประสบการณ์”

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534: 11-12) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยว่า”ตรรกวิทยาใช้ในการขยายความรู้ไปสู่สิ่งใหม่ที่ยังไม่เคยมีประสบการณ์เพื่อเป็นการสะดวกประหยัดเวลาและค่าใช้จ่าย หรือในบางกรณีเราต้องการหาความรู้เกี่ยวกับเรื่องในอดีตที่จะรู้โดยตรงไม่ได้ หรือในบางครั้งการมีประสบการณ์จริงเป็นเรื่องอันตรายที่ควรหลีกเลี่ยง เช่น การทดลองทางการแพทย์หรือทางเภสัชศาสตร์ เป็นต้น”

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส (2530: 19-24) กล่าวถึงการหาเหตุผลแบบอุปนัยว่าเป็นวิธีการที่จะทำให้เกิดกฎเกณฑ์ ข้อสรุป หรือทฤษฎีบทต่างๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการคิดแบบอุปนัยมีประโยชน์ในการคาดการณ์เพื่อหาข้อสรุปที่เป็นเป็นได้มากที่สุดช่วยให้เกิดข้อความรู้ใหม่ ๆ จากการอาศัยตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ หรือจากการเฝ้าสังเกตเหตุการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้น

3.4 การพัฒนาและการวัดความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัย

Seales (1956: 229-230) กล่าวว่าการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยต้องอาศัยการสรุปรวม การอุปมาอุปมัย การจัดเข้าพวก การลำดับตัวเลขและการลำดับตัวอักษร ดังนั้นการคิดแบบอุปนัยจึงเริ่มมาจากสิ่งเฉพาะหลาย ๆ สิ่ง เพื่อที่จะสรุปเป็นหลักใหญ่ ดังนี้

1. การจัดหมวดหมู่ (classification) เป็นการวัดความสามารถด้านการจำแนก การแยกสิ่งของออกเป็นประเภทต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยยึดโครงสร้าง หน้าที่ รูปร่าง ลักษณะ คุณสมบัติเฉพาะฯลฯ เป็นการเปรียบเทียบกับกลุ่มนั้น ๆ รูปแบบของคำถามจะมี 2 ลักษณะคือ

1) รูปแบบของคำถาม โดยโจทย์จะกำหนดคำมาให้ชุดหนึ่งซึ่งเป็นพวกเดียวกัน แล้วให้เลือกคำที่อยู่ในพวกเดียวกันกับคำที่กำหนดให้

<u>ตัวอย่าง</u>

หนังสือ สมุด ปากกา ดินสอ .....

ก. ครู ข. นักเรียน ค. ไม้บรรทัด ง. ไม้เรียว จ. กระดานดำ

2) รูปแบบของคำถาม โดยกำหนดคำมาให้ 5 คำ จะมีอยู่ 4 คำที่มีความหมายคล้ายกัน หรืออยู่ในประเภทเดียวกัน และจะมีอยู่คำหนึ่งที่แตกต่างออกไป ไม่เข้าพวกกับข้ออื่น ๆ โจทย์จะให้หาคำที่ไม่อยู่ในประเภทเดียวกันหรือไม่เข้าพวก

<u>ตัวอย่าง</u>

คำในข้อใดที่ไม่เข้าพวกกับคำที่กำหนดให้

ก. โทรทัศน์ ข. พัดลม ค. ตู้เย็น ง.เทป จ. ไม้กวาด

2. การอุปมาอุปไมย (Analogy) เป็นการวัดความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งจะต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ และเรื่องราวต่าง ๆ แล้วขยายหลักการนั้นออกไปสู่สิ่งอื่นหรือสถานการณ์อื่นที่มีความสัมพันธ์เป็นทำนองเดียวกันหรือลักษณะเดียวกับของเดิม ซึ่งอาจเป็นทางด้านโครงสร้างหน้าที่ หรือคุณลักษณะต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันเหมาะสมกันมากที่สุด

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดคำหรือภาพมาให้คู่หนึ่ง คำหรือภาพที่กำหนดให้นั้น จะสัมพันธ์กันในทางใดทางหนึ่ง แล้วให้หาคำหรือภาพที่มีความสัมพันธ์กับคำหรือภาพที่กำหนดให้

ตัวอย่าง

วัด : พระ: โรงเรียน.....

ก. นายอำเภอ ข. ตำรวจ ค. ครู ง.นางพยาบาล จ. ทหาร

3. การลำดับตัวเลข (Number Series) เป็นการวัดความสามารถในการที่จะเข้าใจ และเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน หรือปริมาณมาก น้อย

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวเลขมาให้ชุดหนึ่ง แล้วให้สังเกตตัวเลขในชุดนั้นว่าแต่ละตัวเปลี่ยนแปลงไปด้วยกฎเกณฑ์ใด อย่างใด แล้วหาตัวเลขตัวถัดไปของเลขชุดนั้น

ตัวอย่าง

10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

ก. 40 ข.50 ค. 60 ง.70 จ. 80

4. การลำดับตัวอักษร (Letter Series) เป็นการวัดความสามารถในการที่จะเข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวอักษร ลำดับก่อนหลังตัวอักษร

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวอักษรมาให้เหมือนกับการลำดับตัวเลข แล้วให้สังเกตตัวอักษรในชุดนั้น ว่าแต่ละตัวเปลี่ยนแปลงไปด้วยกฎเกณฑ์ใดอย่างใดแล้วหาตัวอักษรตัวถัดไป

ตัวอย่าง ม ก ย ก ร ก ล ก ว .....

ก. ก ข. ซ ค. ฟ ง. จ จ. ฮ

5. การจัดกลุ่มตัวอักษร (Letter Grouping) เป็นการวัดความสามารถในการจัดกลุ่มของตัวอักษร ว่าในกลุ่มของตัวอักษรที่ให้มานั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดกลุ่มตัวอักษรมาให้ 5 กลุ่ม ซึ่งจะมีอยู่ 4 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์เหมือนกัน และจะมีอยู่กลุ่มตัวอักษรหนึ่งที่แตกต่างออกไปไม่เข้าพวกกับกลุ่มอื่น

ตัวอย่าง

กลุ่มตัวอักษรกลุ่มใดแตกต่างจากตัวที่กำหนดให้

ก. กกงจ ข.กมวก ค.สกกฟ ง. ขกตป จ.กชณก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. การสรุปรวม (Generalization) และหลักการคิดให้เหตุผลแบบอุปนัยของ Mill (Mill's Methods of Inductive Inference) ซึ่ง Mill (อ้างใน Copi and Cohen 1990: 383 – 399) ได้รวบรวมวิธีการสรุปผลแบบอุปนัยเอาไว้สำหรับตรวจดูความสัมพันธ์ของกรณีต่าง ๆ มีทั้งหมด 5 วิธี คือ

1) วิธีหาความสอดคล้องกัน (Method of Agreement) ในปรากฏการณ์ที่นำมาพิจารณาซึ่งเป็นปรากฏการณ์ที่มีข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป ข้อมูลเหล่านั้นจะมีสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์หลาย ๆ อย่างต่าง ๆ กันไป แต่มีอยู่อย่างหนึ่งที่เหมือนกัน เป็นตัวร่วมที่เกิดในทุกข้อมูล แล้วทุกข้อมูลเกิดปรากฏการณ์เหมือนกัน สรุปได้ว่าสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์ที่เหมือนกันในทุกข้อมูลนั้น เป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์นั้น เขียนเป็นแผนภาพดังนี้

เหตุ	ผล
a b c d.....	X
a q r s.....	X
a m n o.....	X

จากแผนภาพจะเห็นว่า a คือสาเหตุของ X เช่น ในหอพักแห่งหนึ่ง นิสิตทุกคนท้องเสียอย่างแรง เราต้องทราบว่าอะไรเป็นสาเหตุให้เกิดการท้องเสีย ก็เรียกนักศึกษามาสอบถามว่ารับประทานอะไรเข้าไปบ้างก่อนที่เกิดการท้องเสีย ปรากฏว่านิสิตทุกคนรับประทานอาหารต่าง ๆ กัน มีส้มตำเป็นตัวร่วมที่ทุกคนรับประทานเหมือนกัน จึงสรุปว่าตัวร่วมนั้นเป็นสาเหตุของปรากฏการณ์ คือการรับประทานส้มตำเป็นสาเหตุที่ทำให้ท้องเสีย

2) วิธีหาความแตกต่าง (Method of Difference) ในข้อมูลหลาย ๆ ข้อมูลที่มีสิ่งแวดล้อมซึ่งเกิดก่อนปรากฏการณ์เหมือน ๆ กัน และมีปรากฏการณ์เหมือน ๆ กันตามมาแต่มีข้อมูลหนึ่งที่มีสิ่งแวดล้อมซึ่งเกิดก่อนปรากฏการต่างออกไป และมีปรากฏการณ์ตามมาต่างออกไปด้วย สรุปได้ว่าสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์ที่แตกต่างไปนั้นเป็นสาเหตุทำให้เกิดปรากฏการณ์ตามมาที่ต่างออกไป คือ

เหตุ	ผล
a b c d.....	X
a b c d.....	X
a b c p.....	L

จากภาพจะเห็นว่า P คือส่าเหตุของ L เช่น นก นิด หน่อยรับประทานอาหารร่วมกันปรากฏว่านิดคนเดียวเท่านั้นที่มีอาการท้องเสีย จากการสอบถามพบว่า นก นิด และหน่อย รับประทานอาหาร

เหมือน ๆ กัน มีอยู่อย่างเดียวที่นิดรับประทาน แต่นกกับหน่อย ไม่รับประทานคือมะม่วงแช่อิ่ม ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า มะม่วงแช่อิ่มเป็นสาเหตุของการท้องเสีย

3) วิธีหาความสอดคล้องและแตกต่างร่วมกัน (Joint Method of Agreement and Difference) คือการนำ 2 วิธีมาผสมกันทำให้การสันนิษฐานสรุปหาสาเหตุได้แม่นยำขึ้นมากกว่าใช้วิธีหนึ่งตามลำพัง เพราะเป็นการช่วยกันตรวจสอบสาเหตุทั้ง 2 วิธี โดยผลสรุปออกมาตรงกัน เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

เหตุ	ผล
a b c d.....	X
a c p y.....	X
- b c p.....	-
a y d c.....	X

จากแผนภาพจะเห็นว่า ทุกกรณีที่มี a จะเกิดผล X แต่ที่ไม่มี a ก็ไม่เกิดผล X ส่วนประกอบอื่น ๆ นั้นกระจายอยู่แตกต่างออกไป ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า a คือสาเหตุของ X เช่น เก่ง แขก เปิ้ล นก และ หนิง เดินทางทัศนาจรร่วมกัน ตอนเย็นปรากฏว่าปวดท้องกันทุกคน แต่เปิ้ลมีอาการท้องเสียด้วย ถ้าจะหาสาเหตุของการปวดท้องและท้องเสียจะต้องสำรวจดูว่าแต่ละคนรับประทานอาหารอะไรกันบ้าง สมมติว่าเป็นดังนี้

เก่ง	ข้าว	แกงเผ็ด	ทอดมัน	ซาลาเปา				
แขก	ข้าว	แกงเผ็ด		ซาลาเปา	มะม่วง			
เปิ้ล	ข้าว	แกงเผ็ด	ทอดมัน		มะม่วง	ก๋วยจั๊บ	ส้มตำ	
นก		แกงเผ็ด	ทอดมัน	ซาลาเปา		ก๋วยจั๊บ		ราดหน้า
หนิง		แกงเผ็ด		ซาลาเปา		ก๋วยจั๊บ		ราดหน้า

ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า สาเหตุของอาการปวดท้องน่าจะเป็นแกงเผ็ด (ความสอดคล้อง) สาเหตุของอาการท้องเสียน่าเป็นส้มตำ (ความแตกต่าง) ข้อสรุปที่ได้มานี้มีคุณค่าเพียงระดับน่าจะเป็นเท่านั้น จะยืนยันแล้วยังไม่ได้ ถ้าทดสอบได้ก็ให้ทดสอบดู เพื่อความน่าจะเป็นสูงและใกล้ความจริงมากขึ้น

4) วิธีหาส่วนที่เหลือ (Method of Residues) ในปรากฏการณ์เดียวกัน ถ้ามีสาเหตุที่ทำให้เกิดผลหลายอย่างร่วมกัน ถ้ารู้ว่าสาเหตุใดทำให้เกิดผลใด ให้เราหักออกเสียก็จะเป็นสาเหตุของผลที่เหลือ เขียนเป็นแผนภาพดังนี้

เหตุ	A	B	C
ผล	a	b	c

รู้ว่า B เป็นสาเหตุของ b

และC เป็นสาเหตุของ c

ดังนั้นสาเหตุที่เหลือคือ A ย่อมเกิดผลที่เหลือคือ a เช่น วันหนึ่งจ่ายกับข้าวที่ตลาดไปซื้อเนื้อหมู ผักสด น้ำปลา ขนมหวาน ส้ม รวมเป็นเงิน 150 บาท จำได้ว่าเนื้อหมู 70 บาท น้ำปลา ราคา 22 บาท ผักสดราคา 27 บาท ส้มราคา 18 บาท แต่จำไม่ได้ว่าขนมหวานราคาเท่าไรก็ใช้วิธีหาส่วนที่เหลือ ทำให้ทราบว่าขนมหวานราคา 13 บาทเพราะ 13 บาทที่เหลือ เป็นผลของสาเหตุที่เหลือ

ในกรณีนี้จะเห็นว่า เรารู้ว่าสาเหตุมีจำนวนจำกัดและมีอะไรบ้าง สามารถสำรวจได้ทั่วถึงทุกหน่วย ทำให้ได้ผลสรุปแน่นอน แต่ถ้ากรณีใดที่ไม่สามารถรู้จำนวนที่แน่นอนของสาเหตุหรือไม่รู้ว่าจะมีอะไรบ้างก็ต้องตั้งสมมติฐานและทดสอบ ผลสรุปที่ได้ก็จะมีระดับน่าจะเป็นไปได้เหมือนวิธีอุปนัยวิธีอื่น ๆ

5) วิธีหาความผันแปร (Method of Concomitant Variation) เป็นการสังเกตการเปลี่ยนแปลงของสิ่งแวดล้อมที่เกิดขึ้นก่อน และปรากฏการณ์ที่เกิดตามมาว่าเกี่ยวข้องสัมพันธ์คล้อยตาม คือเพิ่มหรือลดระดับตามกันแค่ไหน จึงต้องระวังว่าสาเหตุเดียวกันมิใช่ว่าจะต้องให้ผลเดียวกันเสมอ เพราะถ้าสาเหตุมีระดับความเข้มข้นเปลี่ยนไปมาก ๆ ผลอาจจะเกิดขึ้นเป็นอย่างอื่นเลยก็ได้ เขียนเป็นแผนภาพดังนี้

เหตุ	ผล
a b c d.....	X
a_1 b c d.....	X_1
a_2 b c d.....	X_2
a_3 b c d.....	X_3

จะเห็นว่าเมื่อ a เปลี่ยนไป X ก็จะผันแปรไปด้วย แสดงว่า a และ X เกี่ยวข้องกัน เป็นเหตุเป็นผลกัน เช่น อ๋อยรับประทานยาแก้ปวด 1 เม็ด ไม่มีผลอะไรเลย รับประทาน 2 เม็ด ทำให้หายปวดศีรษะ รับประทาน 10 เม็ด ทำให้ตาย เป็นต้น

4. การสร้างมโนทัศน์

มโนทัศน์เป็นผลมาจากการจัดข้อมูลให้เป็นระบบระเบียบโดยใช้กระบวนการทางสมองมโนทัศน์จึงเป็นสิ่งสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์เนื่องจากมโนทัศน์เป็นส่วนสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ และเชื่ยมโยงมโนทัศน์กับบริบทของมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ จึงมีนักการศึกษาได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์ไว้หลายประเด็นดังต่อไปนี้

4.1 ความหมายของการสร้างมโนทัศน์

Lasley, Matczynski และ Rowley (2002: 177) ให้ความหมายของการสร้าง

มโนทัศน์ว่าเป็นรูปแบบการสอนที่เน้นกระบวนการคิดของผู้เรียน

Bourne (2006: 1) กล่าวว่า "การสร้างมโนทัศน์ คือ การพัฒนาความสามารถในการตอบสนองต่อลักษณะของสิ่งเร้าเพื่อประโยชน์ในการจัดประเภทของวัตถุหรือเหตุการณ์"

Swartz (2006: 1) กล่าวว่า "การสร้างมโนทัศน์ คือ การจัดกลุ่มของข้อเท็จจริง ลักษณะหรือ ขั้นตอน"

Rand (2006: 1) กล่าวว่า "การสร้างมโนทัศน์คือการมองเห็นความแตกต่างเพื่อแยกของสองสิ่งหรือมากกว่าออกจากกัน"

จากความหมายของการสร้างมโนทัศน์ดังที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปว่า การสร้างมโนทัศน์เป็นกระบวนการในการค้นพบข้อความรู้จากการจำแนก จัดประเภทของความคิดหรือสิ่งของโดยอาศัยการมองเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างของลักษณะสำคัญของความคิดหรือสิ่งของเหล่านั้น

4.2 รูปแบบการสร้างมโนทัศน์

มีนักการศึกษาเสนอรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

4.2.1 รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Hilda Taba

รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Hilda Taba เป็นลักษณะของการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน จากการพัฒนาการคิดแบบอุปนัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการจำแนกและการนำผลการจำแนกข้อมูลไปใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์จากการสังเกตสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่มีอยู่ในธรรมชาติ มีความสามารถในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของข้อมูลหรือปรากฏการณ์เพื่อหาความสัมพันธ์ เพื่อระบุชื่อและนิยามของมโนทัศน์ส่วนการอุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นการสรุปความรู้จากข้อมูลที่มีอย่างมากเพียงพอเช่น การพิสูจน์หรือการหาพจน์ที่ n ของลำดับอนันต์เป็นต้น (Rodgers, 2000: 174 – 186) โดยมีความเชื่อพื้นฐานเกี่ยวกับกระบวนการคิดดังต่อไปนี้ (Joyce and Weil, 2000: 130 - 131)

1) การคิดสามารถสอนได้ ในที่นี้หมายถึงการช่วยเหลือนักเรียนผ่านการฝึกปฏิบัติเพื่อพัฒนาการคิดแบบอุปนัยให้แก่ผู้เรียน

2) การคิดเป็นการกระทำที่เชื่อมโยงระหว่างบุคคลกับข้อมูล ในที่นี้หมายถึงการนำเสนอกลุ่มของข้อมูลให้กับนักเรียน นักเรียนจะจัดการกับข้อมูลโดยระบบการสร้าง

มโนทัศน์ เช่น การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล การจำแนกความแตกต่างของความสัมพันธ์ที่พบ การตั้งสมมุติฐาน การคาดการณ์ รวมถึงการอธิบายปรากฏการต่าง ๆ

3) กระบวนการคิดเกิดขึ้นอย่างเป็นลำดับ

นอกจากนี้ Taba ยังได้เสนอวิธีการคิดแบบอุปนัยไว้ 3 วิธีคือ

1) การสร้างมโนทัศน์ (concept formation) เป็นทักษะในการระบุและจัดรายการ การจัดกลุ่มและการแยกประเภทของข้อมูล

2) การแปลความหมายของข้อมูล (interpretation of data) เป็นทักษะในการวิเคราะห์ความแตกต่างของความสัมพันธ์ การสำรวจความสัมพันธ์และการทำข้อสรุป

3) การนำหลักการไปใช้ (application of principle) เป็นทักษะในการทำนายผลหรืออธิบายปรากฏการณ์ที่ไม่เคยพบมาก่อนแล้วตั้งสมมุติฐาน การอธิบายเพื่อสนับสนุนการคาดการณ์หรือสมมุติฐาน การตรวจสอบผลการคาดการณ์โดยใช้หลักทางตรรกศาสตร์หรือจากข้อเท็จจริงเพื่อตัดสิน การสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ให้แก่นักเรียนตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Taba สามารถดำเนินการได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การระบุและจัดรายการ (enumeration and listing) เป็นขั้นที่มองเห็นความแตกต่างเพื่อการแยกประเภทของข้อมูล

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (grouping) เป็นการสำรวจลักษณะสำคัญที่มีร่วมกันเพื่อตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นจะรวมเป็นประเภทเดียวกันได้หรือไม่

ขั้นที่ 3 การแยกประเภท (labeling and categorizing) เป็นการตัดสินใจที่จะเรียกชื่อกลุ่มของข้อมูล

4.2.2 รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Lasley, Matczynski และ Rowley

รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Lasley, Matczynski และ Rowley ได้รับอิทธิพลมาจากรูปแบบการพัฒนามโนทัศน์ของ Hilda Taba ในการที่จะพัฒนาการคิดแบบอุปนัย มีวัตถุประสงค์ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของข้อมูลหรือกลุ่มของความคิดที่นำเสนอโดยครู นักเรียนจะเรียนรู้จากตัวอย่างนำไปสู่ข้อสรุปในภาพรวมโดยมีกระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (data generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะสร้าง ข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ครู หรือจากทั้งครูและนักเรียน โดยครูต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่ม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (data grouping) ในขั้นนี้นักเรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ครูต้องเตือนให้นักเรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่าใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อ (labeling) เป็นขั้นที่นักเรียนต้องตัดสินใจกำหนดกลุ่มที่แน่นอนของข้อมูลและกำหนดชื่อของกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การขยายความประเภทข้อมูล (expanding the category) จากกลุ่มของข้อมูลที่นักเรียนได้จัดกลุ่มและกำหนดชื่อไว้ในขั้นตอนที่3 ครูจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้นักเรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ครูและนักเรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ครูควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปปิด (closure) ในขั้นนี้ผู้ครูอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

4.2.3 **รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ** James S. Cangelosi

ในชีวิตประจำวันเราพบสิ่งที่เป็นรูปธรรมซึ่งสามารถสัมผัสได้ สิ่งเหล่านี้มีลักษณะเฉพาะที่ทำให้เกิดการสร้างระบบของการรับรู้ และจัดประเภทของสิ่งเหล่านั้นตามลักษณะร่วมกัน วิธีการนี้เรียกว่าการสร้างมโนทัศน์ การสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการดำเนินการในจิตใจที่มีการเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคล นอกจากนี้ในการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนต้องใช้พื้นฐานการคิดแบบอุปนัยในการแยกลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อแยกตัวอย่างที่แสดงมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ออกจากกัน และการคิดแบบอุปนัยนี้เป็นกระบวนการที่นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรม หลักการ กฎหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนในการสร้างมโนทัศน์ประกอบด้วย

1. การกำหนดประเภทและการจัดกลุ่ม (sorting and categorizing) เป็นขั้นที่ ครูกำหนดงานให้นักเรียนเพื่อให้นักเรียนจัดกลุ่มสิ่งที่เป็นรูปธรรมโดยครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนทำงานนี้ให้สมบูรณ์ด้วยตนเอง

2. การสะท้อนความคิดและการอธิบาย (reflecting and explaining) เป็นขั้นที่นักเรียนอธิบายเหตุผลในการจัดกลุ่มสิ่งของ โดยครูอาจใช้คำถามหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดออกมา

3. การกำหนดกฎเกณฑ์และการสื่อความคิด (generalizing and articulating) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์จากลักษณะสำคัญจากกลุ่มของตัวอย่างที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์นั้น ๆ และพยายามกำหนดนิยามของมโนทัศน์

4. การยืนยันและการทำให้ชัดเจน (verifying and refining) เป็นขั้นที่นักเรียนตรวจสอบนิยามที่กำหนดขึ้นโดยการแยกตัวอย่างที่แสดงมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากการศึกษารูปแบบการสร้างมโนทัศน์ดังกล่าวในข้างต้น สรุปเป็นหลักการสร้างมโนทัศน์ซึ่งจะนำไปใช้ดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

มโนทัศน์เกิดจากกระบวนการคิดให้เหตุผลของบุคคลเพื่อจัดประเภทของของความคิดหรือสิ่งของตามลักษณะสำคัญของความคิดหรือสิ่งของนั้น โดยมีองค์ประกอบสำคัญคือ

1. ข้อมูล (data) ข้อมูลที่นำมาใช้ในการสร้างมโนทัศน์จะต้องเป็นข้อมูลที่มีความเฉพาะและจำนวนมากพอ

2. การคิดแบบอุปนัย (inductive thinking) เป็นการคิดให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตข้อมูลที่มีอยู่อย่างมากพอเพื่อสรุปหาข้อความรู้ที่นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป

3. มีการตรวจสอบแนวคิดหรือเหตุผลในการจำแนกประเภทหรือจัดกลุ่มของข้อมูล

5. **รูปแบบการแปลงของเลช** (Lesh translation model)

5.1 **ความเป็นมา แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการแปลงของเลช**

แนวคิดเกี่ยวกับเรื่องมโนภาพ (Representation) กับการสอนและการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เริ่มชัดเจนขึ้นในค.ศ. 1996 (Goldin และ Shteingold, 2001: 1) โดยได้รับการสนับสนุนจากนักวิจัยและนักคณิตศาสตร์ ที่มุ่งพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยมีการยอมรับกันมากขึ้นในเรื่องของจิตวิทยาการเรียนรู้ การแก้ปัญหา ความก้าวหน้าทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์การพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การจัดการเรียน

การสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน รวมถึงการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเกี่ยวกับเทคนิคในการสอน ที่เริ่มมีแนวคิดเพื่อตอบคำถามว่านักเรียนจะเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์อย่างไรและจะทราบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์หรือไม่ อะไรที่เป็นอุปสรรคเกี่ยวกับการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยของผู้เรียน

จากแนวคิดเบื้องต้นดังกล่าวนักการศึกษาคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญและศึกษาเกี่ยวกับมโนภาพมากขึ้นและแบ่งมโนภาพทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ (Goldin and Shteingold, 2001: 2)

1. มโนภาพภายนอก (External Representation) หมายถึง ภาพ สัญลักษณ์ หรือคำอธิบายที่แสดงถึงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญที่จะเป็นสัญลักษณ์ อธิบายเป็นรหัสหรือเป็นตัวแทนของมโนทัศน์หรือของวัตถุเช่น ตัวเลข 5 เป็นตัวแทนของกลุ่มของวัตถุห้าอย่างหรือเป็นตัวแทนของขนาดที่ได้จากการวัดที่กำหนดโดยผู้วัด การแสดงตำแหน่งของคู่อันดับบนเส้นจำนวน การใช้เครื่องคิดเลขในการสร้างกราฟหรือการใช้คอมพิวเตอร์ทำให้นักเรียนได้เห็นการเปลี่ยนแปลงของกราฟควบคู่ไปกับค่าของตัวเลขบางตัวที่เปลี่ยนไป เป็นต้น

2. มโนภาพภายใน (Internal Representation) หมายถึง การแสดงออกตามความเข้าใจของนักเรียน เช่น ภาษาพูดที่ไม่เป็นทางการเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภาษากายหรือการเคลื่อนไหวที่เป็นการสื่อสารถึงความเข้าใจ มโนภาพภายในจะมีประโยชน์หรือไม่มีประโยชน์ขึ้นอยู่กับบุคคลจะมีความเข้าใจอย่างไร นักเรียนบางคนอาจคำนวณได้ดีแต่ความสามารถแบบนี้ก็ไม่ได้แสดงว่านักเรียนเข้าใจความหมายทางคณิตศาสตร์ หรือจำแนกโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ หรือไม่ได้แสดงว่านักเรียนคนนั้นจะสามารถอธิบายแสดงการได้มาซึ่งผลลัพธ์ได้ กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนและทำตามได้อย่างเป็นอัตโนมัติ นิยามทางคณิตศาสตร์สามารถจำได้โดยปราศจากความเข้าใจมโนทัศน์ มโนภาพจึงเป็นสิ่งที่แสดงให้ครูทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์อย่างแท้จริง ในการที่จะดูว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกิดขึ้นหรือไม่นั้นมโนภาพภายในที่นักเรียนแต่ละคนแสดงออกมาเป็นวิธีการหนึ่งที่จะทำให้ทราบได้ การแสดงข้อความรู้ที่เป็นมโนภาพภายในอาจแสดงได้ด้วยภาษาพูดที่เป็นความสามารถทางภาษาตามธรรมชาติของนักเรียน โดยจะใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์หรือไม่ก็ได้ การสร้างภาพในใจแล้วแสดงออกมาจะเป็นเครื่องช่วยเหลือสำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจสิ่งเหล่านี้เกิดขึ้นภายในตัวของนักเรียนเอง นอกจากนี้มโนภายภายในยังส่งผลถึงการเคลื่อนไหวหรือการแสดงออกทางกายภาพว่านักเรียนได้เรียนรู้จริงหรือไม่เช่นจำนวนครั้งของการปรบมือ ที่สอดคล้องกับค่าของจำนวนเป็นต้น

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญทั้งมโนภาพภายนอกและมโนภาพภายใน เช่น การใช้ภาพหรือสัญลักษณ์ในการเปิดประเด็นการอภิปรายในชั้น

เรียนเพื่อให้นักเรียนมีมุมมองเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนกว้างขวางขึ้น และการให้นักเรียนมีโอกาสสื่อสารถึงความเข้าใจในสิ่งที่ตนได้เรียนรู้ออกมาเป็นภาษาพูดหรือภาษาเขียนที่ไม่เป็นทางการ รวมถึงการได้ใช้ท่าทางในการสื่อสารเพื่อทำให้ครูทราบได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในแต่ละมโนทัศน์หรือไม่ ในบางครั้งมโนภาพภายนอกและมโนภาพภายในก็มีความสัมพันธ์กันอย่างมาก เช่นทักษะของครูที่จะดึงความสนใจของนักเรียนจากคำพูด จากการเขียนหรือการใช้เครื่องคำนวณและคอมพิวเตอร์ ทำให้นักเรียนเกิดมโนภาพภายในของนักเรียนแต่ละบุคคล นอกจากนี้การที่นักเรียนใช้มโนภาพภายนอกเช่นการเขียนกราฟหรือแผนภาพก็ทำให้ครูทราบถึงกระบวนการคิดของนักเรียนเช่นกัน จากการให้ความสำคัญเกี่ยวกับมโนภาพดังกล่าวจึงมีนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้ความสนใจกล่าวถึงการนำมโนภาพมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหลายท่าน เช่น Goldin, Janvier, English, Bruner, Dienes, Davis, Polya, Lesh และ Kaput เป็นต้น (Goldin and Shteingold,2001: 6)

ความสัมพันธ์ระหว่างมโนภาพภายในและมโนภาพภายนอกเป็นหลักการเบื้องต้นที่สำคัญสำหรับการสอนและการเรียนคณิตศาสตร์ โดยที่ครูจะเป็นผู้เสนอหรือนำมโนภาพภายนอกมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขณะเดียวกันนักเรียนก็จะสร้างมโนภาพภายในซึ่งเป็นความเข้าใจในเบื้องต้นจากการเรียน ซึ่งแบบของมโนภาพอาจอยู่ในรูปความเหมือน (analogy) ภาพในใจ (imagery) การอุปมาอุปมัย (metaphor) ระดับความสามารถในการเชื่อมโยงมโนภาพภายนอกและมโนภาพภายในจึงเป็นอุปสรรคที่สำคัญในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ นักคณิตศาสตร์จึงเริ่มมีแนวคิดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทั้งครูและนักเรียนมีโอกาสในการใช้มโนภาพมากกว่า 1 แบบจะทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีและมีความหมายมากขึ้น

จากการให้ความสำคัญในเรื่องของมโนภาพดังกล่าวทำให้เกิดแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงวิธีการนำเสนอมโนภาพเพื่อสร้างมโนทัศน์ทางการเรียนและตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน และวิธีการแสดงมโนภาพมีหลายแบบเช่น การพูด การเขียน การใช้สื่อรูปธรรม การใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ เป็นต้นจึงมีนักการศึกษาหลายท่านให้ความสนใจในเรื่องของการแปลงมโนภาพกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น รูปแบบการแปลงของเลชเป็นแนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ครูและนักเรียนมีโอกาสได้แปลงมโนภาพมากกว่า 1 แบบโดย ริชาร์ด เลชได้พัฒนาแบบการแปลงมาจากทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ ของบรูเนอร์ เพียเจต์ และดีนส์ (Cramer, 2003: 2) ที่กล่าวว่า ความรู้คือกระบวนการ มิใช่ผลลัพธ์ (Bruner, 1960 cited in Post, 1992: 12) เด็กสร้างมโนทัศน์ผ่านการปฏิสัมพันธ์กับประสบการณ์จากการดำเนินชีวิต ไม่ได้เกิดมาจากการเลียนแบบเท่านั้น (Piaget and Inhelder,1958 cited in Post, 1992: 12) และเด็ก

ต้องสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองจากความคิดภายในมากว่าการได้รับจากสิ่งภายนอก (Dienes, 1960 cited in Post, 1992: 12) โดยมีรายละเอียดของทฤษฎีดังกล่าวดังต่อไปนี้

ทฤษฎีการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของดีนส์ (Dienes's Theory of Mathematics Learning) กล่าวว่าการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มี 4 หลักการพื้นฐานคือ

หลักการที่ 1 หลักแห่งพลวัตร (The Dynamic Principle) หลักการข้อนี้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความเข้าใจในมโนทัศน์จะเกิดขึ้นเป็น 3 ขั้นตอนตามลำดับ ขั้นที่ 1 คือขั้นเบื้องต้นหรือขั้นเล่น (preliminary or play stage) เป็นขั้นที่เด็กเรียนรู้โดยกิจกรรมที่ไม่เป็นทางการเหมือนกับเด็กพบของเล่นชิ้นใหม่ ขั้นที่ 2 คือขั้นประสบการณ์ (experiences stage) เป็นขั้นที่ให้เด็กเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีโครงสร้างเหมือนหรือใกล้เคียงกับมโนทัศน์ ขั้นที่ 3 คือขั้นนำไปใช้งานจริงของมโนทัศน์หรือนำไปเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ดีนส์เรียกกระบวนการที่เกิดขึ้นตามลำดับนี้ว่าวัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle)

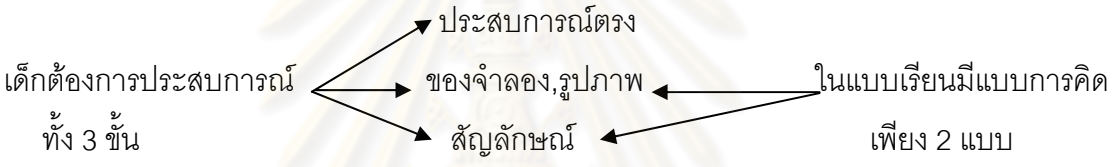
หลักการที่ 2 หลักของการรับรู้ที่หลากหลาย (The Perceptual Variable principle) หลักการข้อนี้กล่าวว่านักเรียนควรได้เรียนรู้มโนทัศน์ผ่านบริบททางกายภาพที่หลากหลาย การจัดประสบการณ์ที่หลากหลาย การใช้สื่อหลายแบบเพื่อให้นักเรียนมีโอกาสมองเห็นมโนทัศน์ได้หลายทาง

หลักการที่ 3 หลักของความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The mathematical Variability Principle) หลักการในข้อนี้กล่าวว่าการนำมโนทัศน์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบ ในขณะที่คงที่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น เช่น การสอนมโนทัศน์ของสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่เปลี่ยนไปคือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน สิ่งที่คงไว้คือ ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์คือ ต้องมีด้านสี่ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน

หลักการที่ 4 หลักการสร้างความรู้ (The Constructivity Principle) หลักการในข้อนี้กล่าวว่า บุคคลมี 2 แบบ คือ ผู้คิดแบบสร้างความรู้ (constructive thinker) ซึ่งสอดคล้องกับพัฒนาการในขั้น Concrete Operational ของพีอาร์เจต์ เป็นบุคคลที่อยู่ในช่วงที่สามารถสร้างภาพในใจ คิดเปรียบเทียบ แบ่งกลุ่มหรือจัดหมู่ หรือเรียงลำดับได้ และผู้คิดวิเคราะห์ (analytical thinker) บุคคลลักษณะนี้จะสอดคล้องกับบุคคลในช่วงพัฒนาการในขั้น Formal Operation ของพีอาร์เจต์ เป็นบุคคลที่อยู่ในช่วงที่สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ได้ ดีนส์ให้ความเห็นว่าการสร้างความรู้ควรมาก่อนการวิเคราะห์เพราะเป็นไปไม่ได้ที่มนุษย์จะวิเคราะห์ในสิ่งที่ตนเองไม่รู้ หลักการข้อนี้เสนอให้ครูจัดสิ่งแวดล้อมให้เป็นรูปธรรมเพื่อให้นักเรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นได้ต่อไป

ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ บรูเนอร์ให้แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนว่าประกอบด้วย 4 องค์ประกอบสำคัญคือ โครงสร้าง (Structure) ความพร้อม (Readiness) การรู้ที่เกิดขึ้นเอง (Intuition) และแรงจูงใจ (Motivation) บรูเนอร์เน้นการสอนที่ให้โอกาสนักเรียนเรียนรู้โครงสร้างของความรู้อันจะนำมาซึ่งความเข้าใจและการถ่ายโยงการเรียนรู้ว่าจะเรียนอย่างไรมีความสำคัญเท่ากับเนื้อหาสาระ

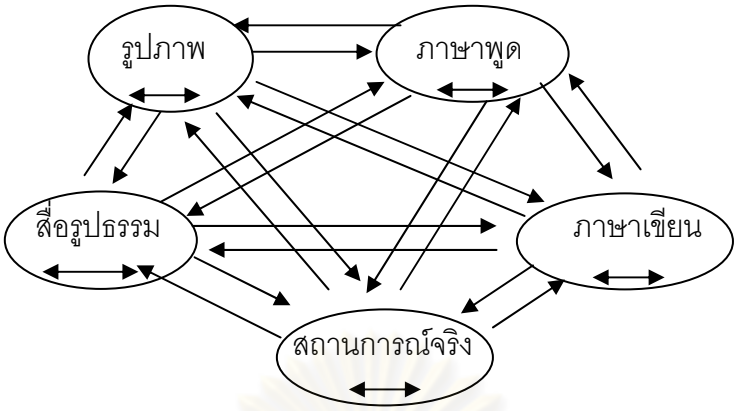
จากแนวคิดข้างต้นแสดงให้เห็นว่ามโนทัศน์ของเด็กเกิดจากการปฏิสัมพันธ์โดยตรงกับสิ่งแวดล้อม จึงเป็นสิ่งยืนยันว่าเด็กต้องการประสบการณ์ที่หลากหลายและสามารถสัมผัสได้ แต่ในสภาพปัจจุบัน หนังสือแบบเรียนไม่สามารถจัดประสบการณ์จริงให้กับผู้เรียนได้ บรูเนอร์จึงพัฒนารูปแบบของการคิดเกี่ยวกับมโนภาพไว้ 3 ขั้นคือขั้นประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive stage) การใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic stage) และขั้นการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม (Symbolic stage) ดังแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 6 รูปแบบการคิดเกี่ยวกับมโนภาพของบรูเนอร์

(ที่มา Post, 1992: 13)

จากแบบการคิดเกี่ยวกับมโนภาพของบรูเนอร์การนำประสบการณ์ตรงที่มีอยู่ในธรรมชาติมาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ตรงเห็นความเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิต นอกจากนี้การใช้สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายและการจัดประสบการณ์ให้มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตมีความสำคัญมากที่จะทำให้นักเรียนมีการเปลี่ยนมโนภาพได้มากขึ้น ดังนั้นเลซ (1980 cited in Post,1998:13) จึงเสนอแนวคิดในการนำสื่อรูปธรรมที่จะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาสิ่งที่เป็นสถานการณ์หรือปัญหาไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรม ดังนั้นแบบในการเปลี่ยนมโนภาพจึงควรมี 5 แบบ คือ การใช้ภาพ ภาษา สัญลักษณ์ สถานการณ์จริงและสื่อรูปธรรม แนวคิดนี้ได้นำมาสู่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยให้นักเรียนได้รับรู้มโนทัศน์จากรูปแบบที่หลากหลาย และนักเรียนเองควรมีโอกาสถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์สู่บุคคลที่เกี่ยวข้องได้หลายรูปแบบเช่นกันดังแสดงด้วยแผนภาพต่อไปนี้



แผนภาพที่ 7 รูปแบบการแปลงของเลช

(ที่มา Lesh, 2000: 1)

5.2 ลักษณะการแปลงความรู้ของเลช

รูปแบบการแปลงของเลชเป็นรูปแบบเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสนอว่าผู้เรียนสามารถเปลี่ยนวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ 5 แบบ คือ การใช้รูปภาพ (Pictures) การใช้ภาษาเขียน (Written Symbol) การใช้ภาษาพูด (Spoken Symbol) การใช้สถานการณ์จริง (Real World Situation) และการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) โดยที่ลักษณะของการแปลงแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

1. การแปลงภายในแบบของการคิดเช่นการที่นักเรียนบอกได้ว่า ท่อพีวีซี แก้วน้ำ หรือกระป๋องนำอัดลมเป็นทรงกระบอก

2. การแปลงระหว่างแบบของการคิด เช่นเมื่อนักเรียนสัมผัสกับสื่อที่เป็นทรงกระบอกแล้วสามารถวาดภาพทรงกระบอก อธิบายลักษณะของทรงกระบอก เขียนบรรยายลักษณะของทรงกระบอก และยกตัวอย่างทรงกระบอกที่ใช้ในชีวิตประจำวันได้

5.3 การนำรูปแบบการแปลงของเลชมาใช้ในการจัดการเรียนรู้

เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายประการหนึ่งคือการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ แต่จากการวิจัยพบว่านักเรียนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษามากว่าร้อยละ 50 นำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับขั้นตอนและวิธีการไปใช้โดยที่ไม่มีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ของเรื่องนั้น (Post and Cramer, 1989: 221-231) เช่นนักเรียนหาคำตอบของ $1/2 \div 2/3 = 1/2 \times 3/2 = 3/4$ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยปราศจากความเข้าใจมโนทัศน์ของการหารเศษส่วนที่มีกระบวนการที่ซับซ้อน ต้องใช้ความเข้าใจเกี่ยวกับ

ความสัมพันธ์ระหว่างการหาร การคูณ สมบัติของอินเวอร์สการคูณ เป็นต้น (Post and Cramer, 1989: 221-231)

จากความสำคัญดังกล่าวจึงมีแนวคิดในการพัฒนามโนทัศน์โดยการนำเรื่องการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน รูปแบบการแปลงของเลซจึงเป็นกิจกรรมหนึ่งที่ถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยมีจุดประสงค์เพื่อ (Cramer and Kamowski, 1995: 333)

1. เพื่อเน้นให้ผู้เรียนแปลงมโนภาพหรือความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่แตกต่างกัน

2. เพื่อใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียนเชื่อมต่อระหว่างมโนภาพที่แตกต่างกันเช่น สื่อรูปธรรม รูปภาพ สถานการณ์จริง ภาษาพูดและภาษาเขียน ในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องมีประสบการณ์ทั้ง 5 แบบและมีความสามารถที่จะมองเห็นความแตกต่างของ 5 แบบนี้ แนวทางการนำรูปแบบการแปลงของเลซไปใช้มีดังนี้ (Clement, 2004: 97-99)

1. รูปภาพ การใช้รูปภาพในที่นี้จะหมายถึงภาพทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในตำราเช่นภาพของรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม และภาพที่ใช้แทนการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น ครูนักเรียนวาดภาพ 1/4 ของขนมเค้ก เป็นต้น การนำเสนอภาพอาจเป็นครู หรือเป็นงานที่ครูมอบหมายให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อการนำไปสู่การอภิปราย

2. สื่อรูปธรรม ควรมีการใช้สื่อรูปธรรมหลายรูปแบบเพื่อสร้างความเข้าใจมโนทัศน์เช่น การใช้เหรียญหรือการพับกระดาษเพื่อสื่อความหมายของ 1/2 ดังภาพ

3. การใช้ภาษาพูด เมื่อนักเรียนรายงานเกี่ยวกับการได้มาซึ่งคำตอบ หรือการแสดงเหตุผลในการทำงาน ครูต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของเขาซึ่งเป็นวิธีหนึ่งที่จะทำให้ความคิดของเขาชัดเจนขึ้นจากการร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน

4. การใช้ภาษาเขียน ภาษาเขียนในที่นี้หมายถึง สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือคำที่เกี่ยวข้องเช่น 1/4 หรือ one-fourth เป็นต้น การแนะนำนักเรียนให้รู้จักสัญลักษณ์ควรเกิดขึ้นหลังจากนักเรียนได้มีโอกาสสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสัญลักษณ์กับแบบอื่นเพื่อที่เขาสามารถเชื่อมโยงสัญลักษณ์กับแบบอื่น ๆได้

5. การใช้สถานการณ์จริง เช่น การนำเสนอเรื่องเศษส่วนสามารถเสนอได้ในหลายรูปแบบของสถานการณ์จริงเช่น อี๊ดทานหนึ่งในสี่ของพิซซา ซึ่งสถานการณ์จริงที่นำมาใช้ควรอยู่ในบริบทที่ผู้เรียนสนใจ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการแปลงของเลซผู้วิจัยสรุปประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการแปลงของเลซ ได้ดังนี้

1. มโนทัศน์เกิดจากการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม
2. นักเรียนควรได้รับรู้มโนทัศน์จากแบบการแสดงความรู้ที่หลากหลาย
3. นักเรียนมีโอกาสถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์หลายแบบ
4. การแปลงมโนภาพสามารถทำได้ 5 แบบ คือ การใช้รูปภาพ การใช้ภาษาพูด การใช้ภาษาเขียน การใช้สื่อรูปธรรมและการใช้สถานการณ์จริง

นอกจากนี้จะเห็นได้ว่าการใช้รูปแบบการแปลงของเลซ สามารถใช้กิจกรรมที่เกี่ยวกับการแปลงได้ทั้ง 5 แบบในฐานะของกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นเพื่อนำไปสู่ความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียน โดยอาจอยู่ในรูปการมอบหมายงานให้นักเรียนปฏิบัติหรือกิจกรรมที่ครูสาธิตก็ได้แต่มีจุดเน้นที่สำคัญว่าในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากกว่า 1 แบบเพื่อสร้างความเข้าใจที่ชัดเจนและทำให้นักเรียนมีโอกาสเชื่อมโยงการคิดในแต่ละแบบได้

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยในประเทศ

ศรีทอง มีทาทอง (2534) ได้ทำการทดลองใช้วิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการสร้างมโนทัศน์ตามหลักการเรียนรู้ของ Gagne ในเรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 70 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการสอนแบบปกติ

สุธีรัตน์ อริเดช (2540) ได้ศึกษาถึงผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 72 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ

วิวัฒน์ ศรีไตรรัตน์ (2544) ได้ศึกษาผลการสอนเรื่องเศษส่วนโดยใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสนใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างมโนทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสนใจสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบปกติตามแนวทางของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ธีรนาถ ธงงาม (2548) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซที่มีต่อมโนทัศน์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดร้อยเอ็ด ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลซมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Hadi (2002) ได้ศึกษาผลการนำแนวคิดในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดเรียลริสติกไปใช้ในอินโดนีเซียโดยมีจุดประสงค์เพื่อปฏิรูปการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มีความหมายต่อผู้เรียนและทำให้ผู้เรียนมีสมรรถภาพที่จะศึกษาในระดับที่สูงขึ้นและเพื่อให้มีความสามารถที่จะประกอบอาชีพได้ โดยการนำแนวคิดไปใช้ยึดบริบทของอินโดนีเซียเป็นหลัก ในขณะที่ผู้สอนมีแนวคิดแบ่งเป็น 2 ทางคือกลุ่มหนึ่งเชื่อว่าแนวคิดเรียลริสติกสามารถนำมาใช้จัดการเรียนการสอนได้และกลุ่มที่ 2 เชื่อว่าแนวคิดนี้ไม่สามารถใช้ได้กับทุกหัวข้อในวิชาคณิตศาสตร์ อีกประการหนึ่งที่สำคัญคือต้องเปลี่ยนแนวการเรียนรู้จากผู้เรียนเป็นผู้รับความรู้มาสู่แนวคิดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง การกำหนดกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วยผู้เกี่ยวข้องหลายฝ่าย เช่น ผู้สอน นักการศึกษาคณิตศาสตร์ และนักพัฒนาหลักสูตร โดยมีจุดมุ่งหมายในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากการนำสภาพการณ์หรือปัญหาในสิ่งแวดล้อมมาเป็นสื่อ ในขณะที่ครูมีหน้าที่เป็นผู้คอยให้การสนับสนุนให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการคิดผ่านการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง พบว่า ครูสามารถใช้ปัญหาจากสถานการณ์จริงและความสามารถในการสร้างการปฏิสัมพันธ์ ทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้

Kinney (1997: abstract) ได้ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและรูปแบบการแปลงของเลซที่มีต่อความเข้าใจของนักเรียนเรื่องความสัมพันธ์เชิงกราฟระหว่างฟังก์ชันและอนุพันธ์ของฟังก์ชั่นในการเรียนแคลคูลัสสำหรับนักเรียนที่ยังไม่แม่นยำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและรูปแบบการแปลงของเลซมีการเรียนรู้เรื่องการแปลงฟังก์ชันเป็นอนุพันธ์และอนุพันธ์เป็นฟังก์ชั่นมากกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณ

เชิงกราฟแต่ไม่ใช้รูปแบบการแปลงของเลซ นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชันและอนุพันธ์ที่เหมาะสมกว่ากลุ่มควบคุม

Shama และ Layman (1997) ได้ศึกษารูปแบบของการเชื่อมโยงระหว่างการทดลอง สถานการณ์ กราฟและสมการทางพีชคณิตของนักศึกษาฝึกหัดครูในรัฐแมรีแลนด์ จำนวน 29 คนโดยที่ทุกคนผ่านการลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมหาวิทยาลัยมาแล้ว 1 รายวิชา และยังไม่เคยลงทะเบียนเรียนวิชาฟิสิกส์ระดับมหาวิทยาลัย ผลการศึกษาพบว่าลักษณะของการแปลงเกิดขึ้นได้ 12 รูปแบบคือจากการทดลองไปสู่กราฟ เรื่องและสมการ จากสถานการณ์สู่การทดลอง กราฟและสมการ จากสมการสู่สถานการณ์ การทดลองและกราฟ จากกราฟสู่การทดลอง สถานการณ์และสมการ และพบว่า นักศึกษาเลี่ยงที่จะแปลงจากสมการเป็นกราฟแต่ชอบที่จะแปลงสถานการณ์เป็นการทดลองแล้วจึงอธิบายผลการทดลองในรูปของกราฟ

Hail (2001) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้การนำเสนอหลาย ๆ แบบที่มีต่อความรู้ของนักเรียนและมโนทัศน์พีชคณิตขั้นพื้นฐาน ซึ่งการนำเสนอหลาย ๆ แบบประกอบด้วย การเขียนบนพื้นฐานประสบการณ์ ภาษาพูด การใช้สื่อจริงสัมผัสได้ กราฟ ตารางและสัญลักษณ์ทางการเขียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาเตรียมพีชคณิต จำนวน 29 คน ซึ่งผู้ทดลองได้ใช้การนำเสนอหลาย ๆ แบบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจตัวแปร สมการ และการแก้สมการ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนใช้กราฟและสื่อจริงที่สัมผัสได้ในการได้มาซึ่งความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการทางสัญลักษณ์ นักเรียนดังกล่าวได้ใช้กราฟและสื่อจริงที่สัมผัสได้ในการอธิบายการดำเนินการทางสัญลักษณ์และจุดที่ดำเนินการผิด นอกจากนี้การใช้สื่อจริงยังช่วยให้นักเรียนสามารถแก้สมการได้

จากการศึกษาเอกสารดังกล่าวข้างต้น สรุปเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ได้ดังแผนภาพที่ 8

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรอบแนวคิดในการวิจัย

หลักการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์

1. การคิดสามารถสอนได้
2. การคิดเป็นการกระทำที่เชื่อมโยง กับข้อมูล
3. กระบวนการคิดเกิดขึ้นอย่างเป็นลำดับ
4. มโนทัศน์เกิดจากกระบวนการคิดของบุคคลโดยการได้รับข้อมูลที่มากพอ จนสังเกตเห็นลักษณะของข้อมูล เหล่านั้น
5. นักเรียนเป็นผู้จัดระบบของสิ่งเร้าและจัดประเภทของสิ่งเร้าด้วยตนเอง
6. นักเรียนมีโอกาสอธิบายความคิดหรือเหตุผลในการจัดประเภทของสิ่งเร้าเพื่อแสดงความเข้าใจของตนเอง

หลักการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบการแปลงของเลช

1. การจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนพัฒนาสถานการณ์หรือปัญหาไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรม 5 แบบ คือ
   - 1.1 สื่อรูปธรรม หมายถึง สิ่งที่แสดงให้เห็นมโนทัศน์ เช่น กระดาษ ลูกเต๋า ไพ่ เหรียญลูกอม คอมพิวเตอร์ เครื่องคิดเลขกราฟฟิก เป็นต้น
   - 1.2 รูปภาพ หมายถึงภาพที่ใช่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่นภาพการนำเสนอข้อมูล รูปเรขาคณิต ภาพที่สื่อความหมายถึงจำนวนต่างๆ เป็นต้น
   - 1.3 ภาษาพูด หมายถึงการอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน
   - 1.4 ภาษาเขียน หมายถึงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือคำที่เกี่ยวข้อง
   - 1.5 สถานการณ์จริง หมายถึงเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน
2. มีการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้มีการแปลงมโนภาพภายใน

หลักการของกระบวนการเรียนการสอน

1. ความรู้เกิดจากกระบวนการคิดของผู้เรียน
2. มีการทบทวนความรู้เดิมเพื่อให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่
3. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนสรุปข้อความรู้จากข้อมูล
4. มีข้อมูลที่มากพอที่จะสังเกตเห็นลักษณะร่วมที่สำคัญของข้อมูล
5. มีการจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนพัฒนาสถานการณ์หรือปัญหาไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรม 5 แบบ คือ สื่อรูปธรรม รูปภาพ ภาษาพูด ภาษาเขียนและสถานการณ์จริง
5. มีข้อมูลที่เป็นตัวแทนของมโนภาพภายนอกมากกว่า 1 แบบ
6. มีกิจกรรมที่ผู้เรียนสามารถแสดงมโนภาพภายในของผู้เรียนได้มากกว่า 1 แบบ
7. มีกิจกรรมเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

- **ความรู้ทางคณิตศาสตร์**
  - ความรู้ด้านมโนทัศน์
  - ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการ
- **ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย**

แผนภาพที่ 8 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยที่มุ่งพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วยการดำเนินการ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น และขั้นตอนที่ 2 การประเมินผลของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

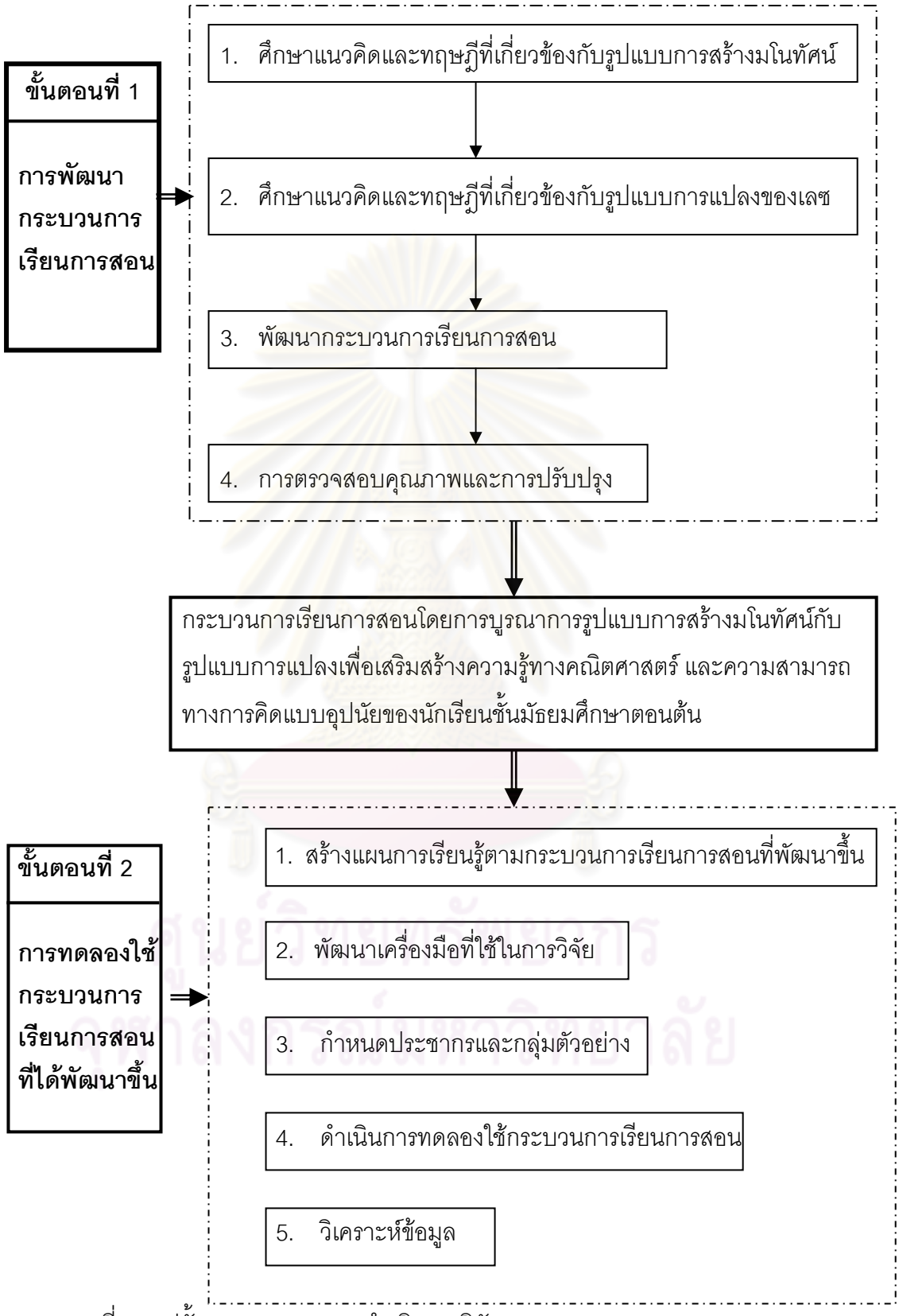
1. ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย ข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซ เพื่อศึกษาวัตถุประสงค์ในการจัดการเรียนรู้และแนวทางการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแนวทางในการเลือกวิธีการสื่อสารเพื่อแสดงข้อความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงของเลซ

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น

1. สร้างแผนการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น
2. พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน
5. วิเคราะห์ข้อมูล

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยสรุปได้ดังแผนภาพที่ 9



แผนภาพที่ 9 สรุปขั้นตอนและแผนการดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

การวิจัยในขั้นตอนนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา การดำเนินการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนสรุปขั้นตอนได้ดังแผนภาพที่ 10

แผนภาพที่ 10 แนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. การศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนนี้เกี่ยวข้องกับแนวทางในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดแบบอุปนัย ผู้วิจัยศึกษาแนวคิดหรือทฤษฎีที่เกี่ยวข้องได้ผลดังนี้

1.1 การศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

การศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 พุทธศักราช 2544 และ แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากเอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการเพื่อนำมาเป็นแนวทางในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดหมายของหลักสูตรและส่งเสริมให้นักเรียนสามารถบรรลุจุดประสงค์ได้ดียิ่งขึ้นได้ข้อสรุปดังนี้

1.1.1 จุดหมายของการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3) คือ การกำหนดคุณภาพของผู้เรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม

1.1.2 แนวทางการจัดการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ยึดหลักผู้เรียนเป็นสำคัญ ทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้ พัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาโดยเน้นความสำคัญทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมอันพึงประสงค์

1.1.3 รูปแบบของการจัดการเรียนรู้ รูปแบบของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายรูปแบบ ผู้สอนสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาเรียน เช่น 1) การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง 2) การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล 3) การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า 4) การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้

1.1.4 หลักการประเมินผลการเรียนรู้ การประเมินผลกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยึดหลักการ กระทำอย่างต่อเนื่องและควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน สอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้ามายของการเรียนรู้ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเท่าเทียมกับการวัดความรู้และความเข้าใจ นำไปสู่ข้อมูลสาระสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนรอบด้านมีผลในการปรับปรุงความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

1.2 แนวทางในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้แนวคิดในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

การพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ต้องพัฒนาทั้งความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการควบคู่กันเนื่องจาก Marzano และ Rebra (1977: 93) ได้อธิบายว่าขั้นตอนและวิธีการเป็นส่วนสำคัญในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์บางอย่างเป็นการดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นถ้านักเรียนได้รับการพัฒนามโนทัศน์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนจะจำและนำขั้นตอนของการหาคำตอบมาใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถพัฒนาขั้นตอนและวิธีการขึ้นเองในภาษาที่เขาเข้าใจและถ้านักเรียนได้รับการฝึกฝนในเรื่องของการใช้ขั้นตอนวิธีการนั้นจะมีผลทำให้นักเรียนสามารถใช้ขั้นตอนและวิธีการนั้นๆโดยอัตโนมัติ

1.3 การศึกษาแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ มีดังนี้

รูปแบบการสร้างมโนทัศน์เป็นลักษณะของการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน จากการพัฒนาการคิดแบบอุปนัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการจำแนกและการนำผลการจำแนกข้อมูลไปใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์จากการสังเกตสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่มีอยู่ในธรรมชาติ มีความสามารถในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของข้อมูลหรือปรากฏการณ์เพื่อหาความสัมพันธ์ เพื่อระบุชื่อและนิยามของมโนทัศน์ ส่วนการอุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นการสรุปความรู้จากข้อมูลที่มีอย่างมากเพียงพอ (Rodgers, 2000: 174 – 186) เพื่อแยกตัวอย่างที่แสดงมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ออกจากกัน โดยมีความเชื่อพื้นฐานเกี่ยวกับกระบวนการคิดในการสร้างมโนทัศน์ดังต่อไปนี้ (Joyce and Weil, 2000: 130 - 131)

1) การคิดสามารถสอนได้ ในที่นี้หมายถึงการช่วยเหลือนักเรียนผ่านการฝึกปฏิบัติเพื่อพัฒนาการคิดแบบอุปนัยให้แก่นักเรียน

2) การคิดเป็นการกระทำที่เชื่อมโยงระหว่างบุคคลกับข้อมูล ในที่นี้หมายถึงการนำเสนอกลุ่มของข้อมูลให้กับนักเรียน ผู้เรียนจะจัดการกับข้อมูลโดยระบบการสร้างมโนทัศน์ ประกอบด้วยข้อมูล การใช้กระบวนการคิดเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล การจำแนกความแตกต่างของความสัมพันธ์ที่พบ การตั้งสมมุติฐาน การคาดการณ์ รวมถึงการอธิบายปรากฏการต่าง ๆ

3) กระบวนการคิดเกิดขึ้นอย่างเป็นลำดับ

1.4 ประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการแปลงของเลซ มีดังนี้

1. มโนทัศน์เกิดจากการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม
2. นักเรียนควรได้รับรู้มโนทัศน์จากแบบการแสดงความรู้ที่หลากหลาย
3. นักเรียนมีโอกาสถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์หลายรูปแบบ
4. การแปลงมโนภาพสามารถทำได้ 5 แบบ คือ การใช้รูปภาพ การใช้ภาษาพูด การใช้ภาษาเขียน การใช้สื่อรูปธรรมและการใช้สถานการณ์จริง

2. พัฒนากระบวนการเรียนการสอน

การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีการดำเนินการ 3 ส่วน ดังต่อไปนี้

2.1 การศึกษา วิเคราะห์กระบวนการและรูปแบบการสร้างมโนทัศน์

2.2 การศึกษา วิเคราะห์รูปแบบการแปลงของเลซ

2.3 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนประกอบด้วย

2.3.1 การพัฒนาหลักการของกระบวนการเรียนการสอน

2.3.2 การวิเคราะห์เงื่อนไขการเรียนรู้

2.3.3 การพัฒนาขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

2.1 การศึกษา วิเคราะห์รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ จากเอกสาร ตำราและงานวิจัยของนักการศึกษาต่าง ๆ เนื่องจากมีนักการศึกษาได้ให้แนวคิด หลักการรวมทั้งขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างสร้างมโนทัศน์ไว้หลายท่าน ผู้วิจัยจึงวิเคราะห์และสรุปหลักการในการสร้างมโนทัศน์ของนักการศึกษาต่าง ๆ ได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการศึกษา วิเคราะห์หลักการสร้างมโนทัศน์

นักการศึกษา	หลักการในการสร้างมโนทัศน์
De cecco (1968: 393-416)	- ธรรมชาติของการเรียนรู้มโนทัศน์ คือ**การรับรู้ข้อแตกต่างของลักษณะ** (Attribute) และคุณค่า (Value) ของลักษณะของมโนทัศน์ - การเรียนรู้มโนทัศน์ขึ้นกับ**ประสบการณ์เดิม** - การเรียนรู้มโนทัศน์เกิดจาก**ประสบการณ์ตรง**

ตารางที่ 2 (ต่อ)

นักการศึกษา	หลักการในการสร้างมโนทัศน์
	- นักเรียนรู้จุดมุ่งหมายของการเรียน - ครูเป็นผู้ให้นักเรียน**ตอบสนองต่อสิ่งเร้า** - บุคคลเกิดมโนทัศน์เมื่อมีโอกาสสัมผัสสิ่งเร้า มี**การแปลความหมายของสิ่งเร้า** แล้วเกิดการจำลักษณะของสิ่งเร้าเป็นเหตุทำให้เห็น**ความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่งเร้า**
Ausubel (1968: 24, 520-521)	- การสร้างมโนทัศน์มีพื้นฐานจากการไม่ใช้ภาษาพูด **ใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม และใช้ประสบการณ์ตรง**ในการแก้ปัญหาเป็นตัวอย่างในการอธิบายขั้นตอนในการพัฒนาขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ - **วัตถุ (สิ่งเร้า) มีคุณลักษณะสำคัญแตกต่างกัน** - การมองเห็นตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ทำให้เกิดความจำในระยะยาว - บุคคลจะเกิดมโนทัศน์ได้เมื่อ**มองเห็นความเหมือนความแตกต่างของสิ่งเร้า**และความสามารถใน**การจำแนกความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์เก่ากับมโนทัศน์ใหม่**
Lasley, Matczynski and Rowley (2002: 176-188)	- นักเรียนมาจากบริบทที่หลากหลาย การสร้างโนทัศน์จึงควรคำนึงถึง**ประสบการณ์ตรง**ในชีวิตประจำวันของนักเรียน - จุดมุ่งหมายหลักของการสร้างมโนทัศน์คือการมองเห็นกระบวนการคิดของนักเรียน - ครูเป็นผู้สร้างสถานการณ์ นักเรียนมีอิสรภาพในการคิด - การสร้างมโนทัศน์คือการทำให้นักเรียน**จำแนกเซตของความคิดตามเซตของตัวอย่างเฉพาะที่เตรียมไว้อย่างเหมาะสม** - นักเรียนจะเกิดความเข้าใจมโนทัศน์ได้จาก**การสังเกต สำรวจหาลักษณะของข้อมูล ใช้ทักษะในการเปรียบเทียบ การหาข้อแตกต่าง และการสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล** ทั้งครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนโดยนักเรียนเป็นผู้สรุปหาข้อความรู้จากความคิดของตนเองและการอธิบายแนวความคิดของตนเองในขณะที่ครูเป็นผู้ดูแล

ตารางที่ 2 (ต่อ)

นักการศึกษา	หลักการในการสร้างมโนทัศน์
	และตรวจสอบวิธีการคิดของนักเรียน
Cangelosi (2003: 86)	บุคคลจะเกิดมโนทัศน์ได้โดยการตรวจสอบลักษณะของสิ่งเร้าด้วยตนเอง ร่วมกับการมีโอกาสอธิบายความคิดและการตรวจสอบความคิดของตนเอง
Taba (1967 cited in Joyce and Weil, 2000: 132-133)	- มโนทัศน์เกิดจากการเรียนรู้สิ่งเร้าที่มีอยู่ใน ธรรมชาติ - มโนทัศน์เป็นผลจากกระบวนการคิดแบบอุปนัยของนักเรียน - มโนทัศน์เกิดจากการที่นักเรียนได้มี**การสำรวจ บันทึกลักษณะของข้อมูลจากประสบการณ์ตรง** จนสังเกตเห็นลักษณะและจำแนกประเภทของข้อมูลนั้นด้วยตนเอง

การกำหนดลักษณะของการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียนจากการวิเคราะห์หลักการในการสร้างมโนทัศน์ของนักการศึกษาท่านต่าง ๆ โดยพิจารณาจากลักษณะของความรู้พื้นฐาน ลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้ และลักษณะของสื่อการเรียนรู้ ได้ผลดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียน

นักการศึกษา	ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียน
De cecco (1968-416)	- การรับรู้ข้อแตกต่างของลักษณะของสิ่งเร้า - การเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม - การรับรู้จากประสบการณ์ตรง - การตอบสนองต่อสิ่งเร้า - การแปลความหมายของสิ่งเร้า
Ausubel (1968: 24, 520-521)	- การใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม - การรับรู้จากประสบการณ์ตรง - การจำแนกความแตกต่างของลักษณะสำคัญของสิ่งเร้า - การเห็นความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์เก่ากับมโนทัศน์ใหม่
Cangelosi (2003: 86)	- การตรวจสอบลักษณะสำคัญด้วยตนเอง - การตรวจสอบความคิด

ตารางที่ 3 (ต่อ)

นักการศึกษา	ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียน
Lasley, Matczynski and Rowley (2002:176-188)	- การรับรู้จากประสบการณ์ตรง - การรับรู้จากตัวอย่างเฉพาะที่เหมาะสม - การสังเกต - การฝึกทักษะในการเปรียบเทียบ - การสรุปความสัมพันธ์ - การสรุปข้อความรู้ด้วยตนเอง - ครูเป็นผู้ดูแลและตรวจสอบความคิด
Taba (1967 cited in Joyce and weil, (2000: 132-133)	- การรับรู้จากประสบการณ์ตรง - มโนทัศน์เกิดจากกระบวนการคิดแบบอุปนัย - การจำแนกประเภทของข้อมูลด้วยตนเอง

หลังจากการวิเคราะห์ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียนแล้วจึงนำลักษณะของการรับรู้เหล่านั้นมาจัดหมวดหมู่และสรุปเป็นสาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 สาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์

ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียน	สาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์
-ประสบการณ์เดิม -ความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์เก่ากับมโนทัศน์ใหม่	1.การเรียนรู้เป็นปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องระหว่างความรู้เดิมกับข้อมูลใหม่
-ประสบการณ์ตรง -ตัวอย่างเฉพาะที่เหมาะสม	2.การเรียนรู้มโนทัศน์เกิดจากกระบวนการคิดของนักเรียนโดยได้รับข้อมูลที่มากพอ
-การรับรู้ข้อแตกต่างของลักษณะ -การตอบสนองต่อสิ่งเร้า -การแปลความหมายสิ่งเร้า -การตรวจสอบลักษณะสำคัญด้วยตนเอง	3.การเรียนรู้มโนทัศน์เกิดจากการรับรู้ความแตกต่างของลักษณะสำคัญของข้อมูล

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ลักษณะการรับรู้มโนทัศน์ของนักเรียน	สาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์
-ความแตกต่างของลักษณะสำคัญของสิ่งเร้า -การสังเกต -การเปรียบเทียบ -การสรุปความสัมพันธ์ -การสรุปข้อความรู้ด้วยตนเอง -การจำแนกประเภทของข้อมูลด้วยตนเอง	4.การเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนเป็นผู้จัดระบบของข้อมูลและจำแนกประเภทของข้อมูลด้วยตนเอง
-ครูเป็นผู้ดูและตรวจสอบความคิด	5.ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่ครูหรือนักเรียนเป็นผู้เตรียมมาเพื่อสร้างมโนทัศน์
-การตรวจสอบความคิด -มโนทัศน์เกิดจากกระบวนการคิดแบบอุปนัย	6.การเรียนการสอนเน้นกระบวนการตรวจสอบความคิดในการจำแนกประเภทข้อมูลของนักเรียน

สรุปสาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ได้ดังต่อไปนี้

1. การเรียนรู้เป็นปฏิสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องระหว่างความรู้เดิมกับข้อมูลใหม่
2. การเรียนรู้มโนทัศน์เกิดจากกระบวนการคิดของนักเรียนโดยได้รับข้อมูลที่มากพอ
3. การเรียนรู้มโนทัศน์เกิดจากการรับรู้ความแตกต่างของลักษณะสำคัญของข้อมูล
4. การเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนเป็นผู้จัดระบบของข้อมูลและจำแนกประเภทของข้อมูลด้วยตนเอง
5. ครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่ครูหรือนักเรียนเป็นผู้เตรียมมาเพื่อสร้างมโนทัศน์
6. การเรียนการสอนเน้นกระบวนการตรวจสอบความคิดในการจำแนกประเภทข้อมูลของนักเรียน

2.2 การศึกษา วิเคราะห์รูปแบบการแปลงของเลซ

รูปแบบการแปลงของเลซ เป็นแนวทางการจัดกิจกรรมที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เสนอว่าการเรียนรู้และการแสดงความรู้ด้วยวิธีการที่หลากหลายจะช่วยให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่เรียนดียิ่งขึ้นซึ่งการเปลี่ยนแบบในการแสดงความรู้สามารถทำได้ 5 แบบ (mode) ได้แก่ การใช้รูปภาพ การใช้ภาษาพูด การใช้ภาษา

เขียน การใช้สื่อรูปธรรมและการใช้สถานการณ์จริงโดยที่ลักษณะการแปลงแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ การแปลงภายในแบบเดียวกันและการแปลงระหว่างแบบ โดยสรุปเป็นสาระสำคัญเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบการแปลงของเลซได้ดังนี้

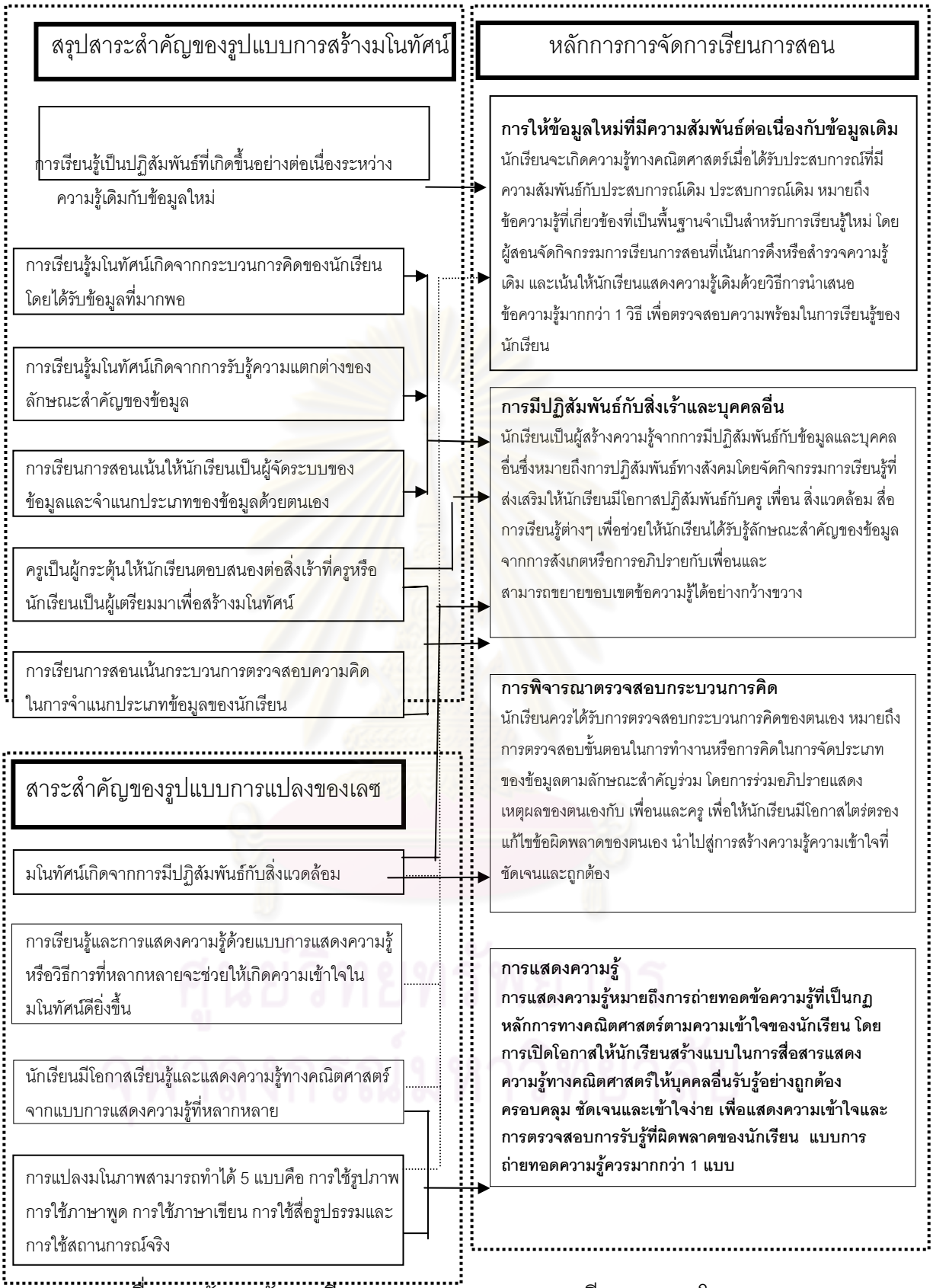
1. มโนทัศน์เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม
2. นักเรียนควรมีโอกาสได้พัฒนามโนทัศน์ด้วยวิธีการหรือแบบการแสดงความรู้ที่หลากหลาย
3. นักเรียนมีโอกาสถ่ายทอดความคิดทางคณิตศาสตร์ได้หลายแบบ
4. การแปลงมโนภาพสามารถทำได้ 5 แบบคือ การใช้รูปภาพ การใช้ภาษาพูด การใช้ภาษาเขียน การใช้สื่อรูปธรรมและการใช้สถานการณ์จริง
5. การเรียนรู้และการแสดงความรู้ที่หลากหลายจะช่วยให้ผู้เรียนมีความสนใจและมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ดียิ่งขึ้น

2.3 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

2.3.1 การพัฒนาหลักการของกระบวนการเรียนการสอน

ผู้วิจัยนำสาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซมาพัฒนาเป็นหลักการของกระบวนการเรียนการสอนดังปรากฏในแผนภาพที่ 11

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แผนภาพที่ 11 หลักการจัดการเรียนการสอนของกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง

จากแผนภาพที่ 11 ผลจากการนำสาระสำคัญของรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซมาพัฒนาเป็นกำหนดหลักการของกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง 4 ประการคือ 1)การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกับข้อมูลเดิม 2) การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น 3) การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด 4) การแสดงความรู้โดยการสร้างแบบในการสื่อสารมากกว่าหนึ่งแบบ

2.3.2 ผลการสังเคราะห์เงื่อนไขการเรียนรู้

ผลจากการนำหลักการของการจัดการเรียนการสอนมากำหนดเงื่อนไขการเรียนรู้สรุปได้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ผลการกำหนดเงื่อนไขการเรียนรู้

หลักการของกระบวนการเรียนการสอน	เงื่อนไขการเรียนรู้ของกระบวนการเรียนการสอน
หลักการที่ 1 **การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกับข้อมูลเดิม** นักเรียนจะเกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์เมื่อได้รับประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิม ประสบการณ์เดิม หมายถึงข้อความรู้ที่เกี่ยวข้องที่เป็นพื้นฐานจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ใหม่ โดยผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการดึงหรือสำรวจความรู้เดิม และเน้นให้นักเรียนแสดงความรู้เดิมด้วยวิธีการนำเสนอข้อความรู้มากกว่า 1 แบบ เพื่อตรวจสอบความพร้อมในการเรียนรู้ของนักเรียน **หลักการที่** 2 **การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น** นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลและบุคคลอื่นซึ่งหมายถึงการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์กับครู เพื่อน สิ่งแวดล้อม สื่อการเรียนรู้ต่างๆ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้รับรู้ลักษณะสำคัญของข้อมูลจากการสังเกตหรือการอภิปรายกับเพื่อนและสามารถขยายขอบเขตข้อความรู้ได้อย่างกว้างขวาง **หลักการที่** 3 **การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด** นักเรียนควรได้รับการตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง หมายถึงการตรวจสอบขั้นตอนในการทำงานหรือการคิดในการจัดประเภทของข้อมูลตามลักษณะสำคัญร่วม โดยการร่วมอภิปรายแสดงเหตุผลของตนเองกับ เพื่อนและครู เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสไตร่ตรอง แก้ไขข้อผิดพลาดของตนเอง นำไปสู่การสร้างความรู้ความเข้าใจที่ชัดเจนและถูกต้อง **หลักการที่** 4 **การแสดงความรู้** การแสดงความรู้หมายถึงการถ่ายทอดข้อความรู้ที่เป็นกฎ หลักการทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของนักเรียน โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างแบบในการสื่อสารแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นรับรู้อย่างถูกต้อง ครอบคลุม ชัดเจนและเข้าใจง่าย เพื่อแสดงความเข้าใจและการตรวจสอบการรับรู้ที่ผิดพลาดของนักเรียนและแบบการถ่ายทอดความรู้ควรมีมากกว่า 1 แบบ รวมทั้งการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา	**เงื่อนไขการเรียนรู้ตามหลักการข้อที่** 1 1. เตรียมความพร้อมหรือปรับความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยการทบทวนความรู้พื้นฐานหรือจัดสถานการณ์ให้นักเรียนระลึกถึงมโนภาพเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องและให้นักเรียน แสดงมโนภาพนั้นๆ ด้วยวิธีการต่างๆเพื่อให้นักเรียนมีข้อมูล เพียงพอที่จะสร้าง ความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์ใหม่กับประสบการณ์เดิม 2. การจัดกิจกรรมเป็นการให้นักเรียนค้นหาเพื่อการเรียนรู้และแสดงความรู้พื้นฐานมากกว่า 1 แบบ **เงื่อนไขการเรียนรู้ตามหลักการข้อที่** 2 3. ครูเป็นผู้ออกแบบข้อมูลที่มีจำนวนมากพอที่นักเรียนจะสังเกตเห็นลักษณะสำคัญร่วม 4. การสร้างความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนจากการสำรวจสิ่งแวดล้อมหรือข้อมูลที่ครูหรือนักเรียนเป็นผู้เตรียม 5. การใช้ทักษะในการสังเกตของนักเรียนเพื่อค้นหาลักษณะสำคัญร่วมของข้อมูลรวมทั้งขั้นตอนในการทำงานเพื่อประโยชน์ในการจัดประเภทของข้อมูลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ **เงื่อนไขการเรียนรู้ตามหลักการข้อที่** 3 6. การแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์เพื่อการอธิบายกระบวนการคิดในการจำแนกประเภทของข้อมูล 7. การรับฟังข้อโต้แย้งจากการอภิปรายในชั้นเรียน 8. การสรุปความรู้โดยการจัดระเบียบ Internal Representation ของมโนทัศน์ใหม่ 9. การแสดงหรือการถ่ายถอดความรู้ใหม่ (External Representation) **เงื่อนไขการเรียนรู้ตามหลักการข้อที่** 4 10 การสร้างแบบเพื่อการสื่อสารและถ่ายทอดความรู้อย่างถูกต้อง ครอบคลุมและเข้าใจง่ายมากกว่า 1 แบบ 11. การนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3.3 ผลการพัฒนาขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

ผู้วิจัยนำเงื่อนไขการเรียนรู้ของกระบวนการเรียนการสอนมากำหนดขั้นตอนการเรียนการสอน 6 ขั้น ดังแสดงตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ผลการพัฒนาขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

เงื่อนไขการเรียนรู้ของกระบวนการเรียนการสอน	กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลง	
	ขั้นตอน	ลักษณะการดำเนินการ
1. เตรียมความพร้อมหรือปรับความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยการทบทวนความรู้พื้นฐานหรือจัดสถานการณ์ให้นักเรียนระลึกถึงมโนภาพเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องและให้นักเรียนแสดงมโนภาพนั้นๆ ด้วยวิธีการต่างๆเพื่อนักเรียนมีข้อมูลเพียงพอที่จะสร้างความสัมพันธ์ ระหว่างข้อมูลใหม่กับประสบการณ์เดิม 2. การจัดกิจกรรมเป็นการให้นักเรียนค้นหาเพื่อการเรียนรู้และแสดงความรู้พื้นฐานมากกว่า 1 แบบ	ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน	เป็นขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ เป็นขั้นการเรียนรู้โดยการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าหรือตัวอย่างเพื่อฝึกทักษะในการสังเกตลักษณะของตัวอย่างอย่างครบถ้วน
3. ครูเป็นผู้ออกแบบข้อมูลที่มีจำนวนมากพอที่นักเรียนจะสังเกตเห็นลักษณะสำคัญร่วม 4. การสร้างความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนจากการสำรวจสิ่งแวดล้อมหรือข้อมูลที่ครูหรือนักเรียนเป็นผู้เตรียมมา 5. การใช้ทักษะในการสังเกตของนักเรียนเพื่อค้นหาลักษณะสำคัญร่วมของข้อมูลเพื่อประโยชน์ในการจัดประเภทของข้อมูล	ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล	เป็นขั้นวิเคราะห์หาลักษณะสำคัญร่วมและจัดกลุ่มตัวอย่างตามลักษณะสำคัญร่วมเหล่านั้น
6. การแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ เป็นการอธิบายกระบวนการคิดในการจำแนกประเภทของข้อมูลด้วยวิธีการจัดลำดับความคิดประกอบเหตุผลที่ได้มาจากการสังเกตข้อมูล 7. การรับฟังข้อโต้แย้งจากการอภิปรายในชั้นเรียน	ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์	เป็นขั้นอธิบายความคิดโดยแสดงเหตุผลที่ได้จากการสังเกตลักษณะของตัวอย่างประกอบกับการเลือกใช้สื่อแสดงแนวคิดที่เหมาะสม
8. การสรุปความรู้ หมายถึงการจัดระเบียบความรู้ที่ได้รับให้เป็นระบบเพื่อง่ายต่อการจดจำและนำไปใช้ 9 . การถ่ายทอดความรู้โดยการสร้างแบบเพื่อการสื่อสารและถ่ายทอดความรู้อย่างถูกต้องหมายถึงการนำข้อความรู้ใหม่มานำเสนอโดยครอบคลุมและเลือกแบบการนำเสนอที่เข้าใจง่ายมากกว่า 1 แบบ เช่น การใช้ภาษาพูดหรือภาษาเขียนประกอบแผนภาพ(External Representation)	ขั้นสรุป	เป็นขั้นที่นักเรียนให้ความหมายของความรู้ใหม่โดยใช้วิธีแสดงความรู้หลายแบบ และครูเป็นผู้ตรวจสอบและสรุปรวบยอด
10. การนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการนำความรู้ใหม่ที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีกับการปฏิบัติ	ขั้นนำความรู้ไปใช้	เป็นขั้นที่นักเรียนนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยที่ปัญหานั้นเริ่มจากปัญหาที่คล้ายตัวอย่างจนถึงปัญหาที่ซับซ้อน

หลังจากนั้นนำขั้นตอนการเรียนการสอนตามเงื่อนไขการเรียนรู้มาวิเคราะห์ลักษณะของพฤติกรรมของครูและนักเรียนที่บ่งชี้ลักษณะของการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงตัวบ่งชี้พฤติกรรมตามเงื่อนไขการเรียนรู้

ขั้นตอนการเรียนการสอน	**ตัวบ่งชี้พฤติกรรมตามเงื่อนไขการเรียนรู้**	
	ครู	**นักเรียน**
ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน	เลือกวิธีกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความรู้โดยการใช้คำถามหรือเลือกใช้สื่อที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนภาพที่ถูกต้อง	เรียบเรียงมโนภาพภายในและแสดงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องโดยใช้แบบการแสดงข้องความรู้อย่างน้อย 2 แบบ
ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม	-ออกแบบข้อมูลที่มากพอและเหมาะสม -เตรียมข้อมูล (มากกว่า 1 แบบ เช่น รูปภาพ ของจริง ของจำลอง)	-ใช้ทักษะในการสังเกต -หาลักษณะสำคัญร่วม -จัดหาข้อมูล
ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล	-กระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะของข้อมูล	จำแนกประเภทของข้อมูลตามลักษณะสำคัญร่วม
ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์	-รับฟังความคิดเห็น -กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น	-จัดลำดับความคิด -อธิบายเหตุผล -เน้นการสื่อสารมากกว่า 1 แบบ
ขั้นสรุป	-ตรวจสอบความถูกต้อง -เสนอข้อบกบร่อง	-จัดระเบียบความรู้ -สรุปข้อความรู้อย่างน้อย 2 แบบ -ออกแบบการสื่อสารเพื่อการถ่ายทอดความรู้ -แสดงความรู้อย่างน้อย 2 แบบ
ขั้นนำความรู้ไปใช้	เตรียมปัญหาหรือสถานการณ์	ดำเนินการแก้ปัญหา

จากรายละเอียดที่ได้กล่าวมาในข้างต้น สรุปเป็นขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง ได้ดังนี้

1. ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน เป็นขั้นที่นักเรียนค้นหาและแสดงความรู้พื้นฐานในส่วนเกี่ยวข้องกับความรู้ใหม่ที่มีอยู่ในความจำของตนเอง(internal representation – external

representation) เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ เพื่อตรวจสอบความพร้อมในการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังช่วยให้ครูรับรู้ปัญหาของนักเรียนทำให้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้สอดคล้องกับปัญหาและความต้องการของนักเรียน และเพื่อปรับความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน โดยครูจะเป็นผู้เลือกวิธีกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความรู้พื้นฐานเดิมแล้วให้นักเรียนเป็นผู้แสดงความรู้ที่เกี่ยวข้องด้วยตนเองโดยใช้ภาษาพูด ภาษาเขียน หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม เป็นขั้นเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้า โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าเพื่อฝึกทักษะการสังเกตลักษณะของสิ่งเร้านั้นอย่างครบถ้วนโดยผ่านประสาทการรับรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ใช้ทักษะในการสังเกตพิจารณาสิ่งเร้านั้นอย่างตั้งใจและมีความหมาย แล้วพิจารณาจากลักษณะของสิ่งเร้าที่ปรากฏเป็นขั้นที่นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการคิดแบบอุปนัยในการที่ค้นหาลักษณะสำคัญร่วมของข้อมูลย่อยเพื่อสรุปเป็นความรู้ โดยครูเป็นผู้ออกแบบข้อมูลที่มากพอและเหมาะสมแล้วจัดเตรียมมาเองหรือให้นักเรียนเป็นผู้จัดหาข้อมูล และต้องมั่นใจว่าข้อมูลที่นำมาเป็นสื่อในการเรียนรู้ต้องมีจำนวนมากพอและมีลักษณะสำคัญร่วมที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ครบถ้วน ข้อมูลนั้นอาจอยู่ในรูปของสื่อรูปธรรม รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือของจริงที่นักเรียนพบในชีวิตประจำวัน ในขณะที่นักเรียนต้องใช้ทักษะในการสังเกตในการค้นหาลักษณะสำคัญร่วมของข้อมูล

3. ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์หาลักษณะสำคัญของสิ่งเร้าตามที่ได้รับรู้มาจัดระเบียบตามประเภท หมวดหมู่หรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าและมีการกำหนดชื่อของกลุ่มเพื่อช่วยในการจำโดยครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะของข้อมูลและเปิดโอกาสให้มีการอภิปรายแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นอิสระเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสามารถจำแนกประเภทของข้อมูลได้ด้วยตนเอง

4. ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนอธิบายความคิดโดยแสดงเหตุผลที่ได้จากการสังเกตลักษณะสำคัญของข้อมูล ในการจัดกลุ่มสิ่งเร้าเพื่อแสดงความเข้าใจตามความคิดของตนเองโดยนักเรียนจัดลำดับความคิดและอธิบายเหตุผลประกอบสื่อที่นักเรียนเป็นผู้เลือก ในขณะที่ครูและนักเรียนคนอื่นเป็นผู้รับฟังและร่วมอภิปราย

5. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่เป็นนักเรียนให้ความหมายของมโนทัศน์ใหม่ตามความเข้าใจของตนเองแล้วนักเรียนนำเสนอข้อความรู้ใหม่โดยเลือกรูปแบบการนำเสนอที่เหมาะสม กระชับ ชัดเจนเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าที่อยู่ในประเภทเดียวกัน หรือเป็นการสร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกันโดยข้อสรุปนั้นอาจอยู่ในรูปของภาษาที่เป็นภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจัดระเบียบความรู้ สรุปข้อความรู้

ทางคณิตศาสตร์ ออกแบบการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดความรู้แล้วถ่ายทอดมโนทัศน์นั้นผ่านภาษาที่เป็นภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่ครูมีหน้าที่ตรวจสอบและชี้ให้เห็นข้อบกบร่อง

6. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นนำความรู้ใหม่ที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อนักเรียนแก้ปัญหานั้นต้องเป็นปัญหาที่เริ่มจากปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อยไปจนถึงการนำสถานการณ์ที่นักเรียนพบในชีวิตประจำวัน ในขณะที่นักเรียนเป็นผู้วางแผน ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนและตรวจสอบความถูกต้องด้วยตนเอง

หลังจากนั้นผู้วิจัยนำกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคุณภาพด้านความเป็นมาของกระบวนการเรียนการสอน แนวคิดที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วยหลักการ จุดประสงค์ ขั้นตอนการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล และตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ในส่วนของหลักการ/ทฤษฎีที่ใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนควรเพิ่มแนวทางในการจัดการการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. วิเคราะห์ตัวบ่งชี้ของพฤติกรรมของครูและนักเรียนในแต่ละขั้นของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้เห็นลักษณะของพฤติกรรมการแปลงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์อย่างชัดเจน

3. ในส่วนของขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้พื้นฐานควรเพิ่มรายละเอียดให้ชัดเจนว่าถ้านักเรียนมีหรือไม่มีความรู้พื้นฐานจะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไร

4. จากขั้นตอนที่กำหนดไม่พบขั้นตอนของการฝึกทักษะซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรเปลี่ยนชื่อขั้นนำไปใช้เป็นขั้นการนำความรู้ไปใช้เพื่อแสดงให้เห็นถึงรายละเอียดของการนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปัญหาที่คล้ายตัวอย่าง ปัญหาที่ซับซ้อนและนำไปสู่ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน จะได้เน้นการฝึกทักษะของนักเรียนหลังการเรียนรู้

5. เขียนรายละเอียดเกี่ยวกับบทบาทครูและบทบาทนักเรียนในการทำกิจกรรมในแต่ละขั้นตอนให้ชัดเจน

6. ด้านการวัดผลและประเมินผลควรแยกให้ชัดเจนถึงการวัดและประเมินผลก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียนว่าในแต่ละช่วงเวลาจะวัดตัวแปรตามได้อย่างไร

7. แผนการจัดการเรียนรู้ต้องจัดกิจกรรมในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้ได้รับวัสดุในการเรียนรู้เหมือนกัน และต้องมากพอ

8. แผนการเรียนรู้แต่ละแผนอาจใช้เวลามากกว่าเวลาที่ผู้วิจัยกำหนด

หลังจากนั้นผู้วิจัยจึงนำข้อเสนอแนะต่าง ๆ ของผู้ทรงคุณวุฒิมาปรับปรุงขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน ได้ผลดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน

เป็นขั้นของการเตรียมความพร้อมให้แก่นักเรียนด้วยการให้นักเรียนค้นหาและแสดงความรู้พื้นฐานในส่วนเกี่ยวข้องกับความรู้ใหม่ที่มีอยู่ในความจำ ของตนเอง(Internal Representation – External Representation) เพื่อเป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ และตรวจสอบความพร้อมในการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังช่วยให้ครูรับรู้ปัญหาของนักเรียนทำให้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้สอดคล้องกับปัญหาและความต้องการของนักเรียน และเพื่อปรับความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน โดย

1. ครูใช้คำถามหรือสื่อที่แสดงลักษณะของมโนทัศน์ของความรู้พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียน กระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม

2. นักเรียนเรียบเรียงมโนภาพภายในและแสดงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม

เป็นขั้นเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าโดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าเพื่อฝึกทักษะการสังเกตลักษณะของสิ่งเร้านั้นอย่างครบถ้วนโดยผ่านประสาทการรับรู้ต่าง ที่เกี่ยวข้อง ใช้ทักษะในการสังเกต พิจารณาสิ่งเร้านั้นอย่างตั้งใจและมีความหมาย โดยพิจารณาจากลักษณะของสิ่งเร้าที่ปรากฏเป็นขั้นที่นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการคิดแบบอุปนัยในการที่ค้นหาลักษณะสำคัญร่วมของข้อมูลย่อยเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่

1. ครูออกแบบ และจัดเตรียมตัวอย่างที่แสดงถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมและมากพอในหลายแบบ

2. นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชนิดอย่างละเอียด

ขั้นที่ 3 ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล เป็นขั้นตอนที่นักเรียนวิเคราะห์หาลักษณะสำคัญร่วมของสิ่งเร้าตามที่ได้รับรู้มาจัดระเบียบตามประเภท หมวดหมู่หรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้า

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างแต่ละชนิด

2. นักเรียนสังเกตหาลักษณะสำคัญร่วม

3. นักเรียนจัดกลุ่มของตัวอย่างจากลักษณะสำคัญร่วม

ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนอธิบายความคิดโดยแสดงเหตุผลที่ได้จากการสังเกตลักษณะสำคัญของข้อมูล ในการจัดกลุ่มสิ่งเร้าเพื่อแสดงความเข้าใจตามความคิดของตนเองโดยการอธิบายด้วยภาษาพูดหรือภาษาเขียนที่อาจยังไม่เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหลายแบบ

2. นักเรียนอธิบายวิธีการจัดกลุ่มตัวอย่างด้วยการแสดงลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนให้ความหมายของมโนทัศน์ใหม่ตามความเข้าใจของตนเองแล้วนำเสนอข้อความรู้ใหม่โดยเลือกรูปแบบการนำเสนอที่เหมาะสม กระชับ ชัดเจนเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าที่อยู่ในประเภทเดียวกัน หรือเป็นการสร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆภายในประเภทเดียวกันโดยข้อสรุปนั้นอาจอยู่ในรูปของภาษาที่เป็นภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบกระบวนการคิด และเสนอแนะจุดบกพร่อง

2. นักเรียนออกแบบวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแสดงความรู้ประกอบตัวอย่าง

ขั้นที่ 6 ขั้นนำความรู้ไปใช้ เป็นขั้นนำความรู้ใหม่ที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะของปัญหาอาจอยู่ในรูปที่คล้ายตัวอย่าง ปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

1. ครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหามากว่าหนึ่งวิธี

2. นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบความถูกต้อง ออกแบบการนำเสนอผลและนำเสนอผลการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่เหมาะสม

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น

การดำเนินการในขั้นตอนนี้เป็นการตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย โดยมีการดำเนินการดังต่อไปนี้

1. การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้และสื่อการเรียนรู้เพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยดำเนินการดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรสถานศึกษาในด้านคำอธิบายรายวิชา จุดมุ่งหมาย เนื้อหาสาระ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียนและคู่มือครูคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544) เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน แล้วเลือกตัวอย่างเนื้อหาคณิตศาสตร์มาทดลองด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการระหว่างรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง ได้เนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 เรื่อง รวม 45 ชั่วโมง แต่ละเรื่องมีจำนวนชั่วโมงที่กำหนดโดยประมาณในหนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

1) พื้นที่ผิวและปริมาตร 15 ชั่วโมง
2) กราฟ 12 ชั่วโมง
3) ระบบสมการเชิงเส้น 18 ชั่วโมง

1.2 วิเคราะห์เนื้อหา และกำหนดจำนวนชั่วโมงเรียนให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์และเนื้อหาของรายวิชา ดังนี้

1) พื้นที่ผิวและปริมาตร 15 ชั่วโมง
   1. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก 5 ชั่วโมง
   2. ปริมาตรของพีระมิดและกรวย 4 ชั่วโมง
   3. ปริมาตรของทรงกลม 2 ชั่วโมง
   4. พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก 3 ชั่วโมง
2) กราฟ 15 ชั่วโมง
   1. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น 3 ชั่วโมง
   2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 9 ชั่วโมง
   3. กราฟกับการนำไปใช้ 3 ชั่วโมง
3) ระบบสมการเชิงเส้น 18 ชั่วโมง
   1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 ชั่วโมง
   2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 11 ชั่วโมง
   3. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร 5 ชั่วโมง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.3 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้และพัฒนาสื่อการเรียนรู้ โดยแต่ละแผนประกอบด้วย ชื่อแผนการเรียนรู้ จำนวนชั่วโมง วัตถุประสงค์ สาระสำคัญ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผล โดยกำหนดขั้นตอนหลักของกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนในกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการระหว่างรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน

ครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนโดยการทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนใหม่ หรือแลกเปลี่ยนประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ โดย

1. ครูใช้คำถามหรือสื่อที่แสดงลักษณะของมโนทัศน์ของความรู้พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียน กระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม

2. นักเรียนเรียบเรียงมโนภาพภายในและแสดงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม

1. ครูออกแบบ และจัดเตรียมตัวอย่างที่แสดงถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมและมากพอในหลายแบบ

2. นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชนิดอย่างละเอียดพร้อมบันทึกรายละเอียด

ขั้นที่ 3 ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างแต่ละชนิด

2. นักเรียนสังเกตหาลักษณะสำคัญร่วม

3. นักเรียนจัดกลุ่มของตัวอย่างจากลักษณะสำคัญร่วม

ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหลายแบบ

2. นักเรียนอธิบายวิธีการจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมการแสดงลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป

1. นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ในรูปของโครงสร้างความรู้ที่สมเหตุสมผล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. นักเรียนออกแบบวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแสดงความรู้ประกอบตัวอย่าง

3. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบกระบวนการคิด และเสนอแนะจุดบกบร่อง

ขั้นที่ 6 ขั้นนำความรู้ไปใช้

1. ครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหามากว่าหนึ่งวิธี

2. นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาตรวจสอบความถูกต้อง ออกแบบการนำเสนอผลและนำเสนอผลการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย

1.4 นำแผนการเรียนรู้เรื่อง ความหมายของปริซึม ไปทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม เขตพื้นที่การศึกษากำแพงเพชรเขต 1 จังหวัดกำแพงเพชร จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ในสภาพการสอนจริง ได้ข้อมูลดังนี้

1.4.1 ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า

1) นักเรียนสามารถปฏิบัติกิจกรรมที่จัดไว้ไม่เป็นไปตามแผนที่กำหนดเล็กน้อย เนื่องจากนักเรียนขาดทักษะในการสังเกตลักษณะร่วม ดังนั้นในการนำไปทดลองใช้จริงครูต้องให้คำชี้แนะในบางส่วน

2) พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนคนที่ไม่ค่อยพูดแลกเปลี่ยนความคิด คอยดูจากคนที่ทำเสร็จก่อน ส่วนนักเรียนที่กล้าแสดงออกจะตั้งใจเรียนกล้าซักถาม หรือแสดงความคิดกับครูและเพื่อน ๆ

3) นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการสร้างความรู้ด้วยตนเอง

1.4.2 ด้านเวลาที่ใช้ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า การดำเนินการตามขั้นตอนการสอนหลักไม่เป็นไปตามแผนที่กำหนดเนื่องจาก นักเรียนใช้เวลาในการสังเกตและจัดกลุ่มค่อนข้างมากเนื่องจากขาดความมั่นใจ อีกส่วนหนึ่งคือเกิดข้อโต้แย้งภายในกลุ่มครูต้องให้คำแนะนำบ้าง จึงจะทำให้ควบคุมเวลาได้

หลังจากนั้นจึงนำข้อค้นพบจากการทดลองสอนมาปรับปรุงแผนการเรียนรู้ได้แผนการเรียนรู้ 23 แผน รวม 45 คาบ ๆ ละ 1 ชั่วโมง ดังต่อไปนี้

1. พื้นที่ผิวและปริมาตร

1.1 ความหมายของปริซึม จำนวน 1 คาบ

1.2 ความหมายของทรงกระบอก จำนวน 1 คาบ
1.3 ความหมายของพีระมิด จำนวน 1 คาบ
1.4 ความหมายของกรวย จำนวน 1 คาบ
1.5 ความหมายของทรงกลม จำนวน 1 คาบ
1.6 ปริมาตรของปริซึม จำนวน 1 คาบ
1.7 ปริมาตรของทรงกระบอก จำนวน 1 คาบ
1.8 ปริมาตรของพีระมิด จำนวน 1 คาบ
1.9 ปริมาตรของกรวย จำนวน 1 คาบ
1.10 ปริมาตรของทรงกลม จำนวน 1 คาบ
1.11 พื้นที่ผิวของทรงกระบอก จำนวน 1 คาบ
1.12 พื้นที่ผิวของปริซึม จำนวน 1 คาบ

2. กราฟ
2.1 ความสัมพันธ์เชิงเส้น จำนวน 3 คาบ
2.2 สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 คาบ
2.3 กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 9 คาบ
2.4 กราฟกับการนำไปใช้ จำนวน 3 คาบ

3. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
3.1 การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กราฟ จำนวน 5 คาบ
3.2 การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้วิธีการแทนค่า จำนวน 3 คาบ
3.3 การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้วิธีทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน จำนวน 3 คาบ
3.4 โจทย์สมการเชิงเส้น จำนวน 5 คาบ

2. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดแบบอุปนัย โดยพัฒนาเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลจำนวน 3 ฉบับ ได้แก่ แบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ แบบทดสอบความรู้ด้านขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการคิดแบบอุปนัย ขั้นตอนในการดำเนินการสร้างเครื่องมือมีดังต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.1 แบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 เพื่อกำหนดขอบเขตของเนื้อหาที่จะสร้างแบบทดสอบ

3) สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัดเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4) สร้างแบบทดสอบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ตอบถูกตรงตามเฉลยให้ระดับคะแนน 1 ตอบตัวเลือกผิด ตอบมากกว่า 1 ตัวเลือกหรือไม่เลือกตอบให้ระดับคะแนน 0 จำนวน 65 ข้อ

5) นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความตรงและความสอดคล้องตามจุดประสงค์ กับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ลักษณะการใช้คำถาม การเขียนตัวเลือกตัวลวง รวมทั้งการใช้ภาษา โดยกำหนดคุณสมบัติของผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเป็นผู้มีวุฒิการศึกษาด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่าระดับมหาบัณฑิต จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไข และตัดข้อสอบที่ไม่เหมาะสมออก จนได้ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์ 64 ข้อ คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและการแก้ไขแบบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

(1) ข้อที่ไม่สอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดจำนวน 1 ข้อ

(2) ข้อที่ควรปรับปรุงข้อคำถามมี 7 ข้อ

(3) ข้อที่ควรปรับภาษาในตัวเลือกและตัวลวงให้มีความเหมาะสม 3 ข้อ

(4) ปรับภาพที่ใช้ประกอบคำถาม 2 ข้อ

6) นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนธัญบุรี จังหวัดปทุมธานี จำนวน 50 คน มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.28 - 0.81 ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.92

7) นำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาพิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีระดับความยากระหว่าง 0.20-0.80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป มาแยกเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนานตามจุดประสงค์การเรียนรู้ 2 ฉบับ ๆ ละ 36 ข้อเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบก่อนและหลังเรียน

8) นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อนำมาหาค่าความเที่ยง โดยใช้สูตร KR-20 ได้ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบก่อนเรียน 0.83 ฉบับทดสอบหลังเรียน 0.73

2.2 แบบทดสอบความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบการวัดขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ช่วงชั้นที่ 3 เพื่อกำหนดขอบเขตของเนื้อหาที่จะสร้างแบบทดสอบ

3) สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ต้องการวัดเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4) สร้างแบบทดสอบความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ตอบถูกตรงตามเฉลยให้ระดับคะแนน 1 ตอบตัวเลือกผิด ตอบมากกว่า 1 ตัวเลือกหรือไม่เลือกตอบให้ระดับคะแนน 0 จำนวน 38 ข้อ แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ

5) นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความตรงและความสอดคล้องตามจุดประสงค์ กับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ลักษณะการใช้คำถาม การเขียนตัวเลือกตัวลวง รวมทั้งการใช้ภาษา โดยกำหนดคุณสมบัติของผู้เชี่ยวชาญ เป็นผู้มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเป็นผู้มีวุฒิการศึกษาด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่าระดับมหาบัณฑิต จากนั้นนำมาปรับปรุงแก้ไข และตัดข้อสอบที่ไม่เหมาะสมออก จนได้ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์ 38 ข้อ คำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญและการแก้ไขแบบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

(1) ข้อที่ควรปรับปรุงข้อคำถามมี 6 ข้อ

(2) ข้อที่ควรปรับภาษาในตัวเลือกและตัวลวงให้มีความเหมาะสม 8 ข้อ

6) นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนธัญบุรี จังหวัดปทุมธานี จำนวน 50 คน มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.28 - 0.92 ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.92

7) นำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาพิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีระดับความยากระหว่าง 0.20-0.80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่0.2 ขึ้นไป มาแยกเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนานตาม

จุดประสงค์การเรียนรู้ 2 ฉบับ ๆ ละ 17 และข้อสอบอัตนัยฉบับละ 2 ข้อข้อเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบก่อนและหลังเรียน

8) นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชรที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อนำมาหาค่าความเที่ยงโดยใช้สูตร KR-20 ได้ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบก่อนเรียน 0.76 ฉบับทดสอบหลังเรียน 0.76

2.3 แบบวัดความสามารถในการคิดแบบอุปนัย ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2) ศึกษาเอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย เพื่อเป็นแนวสร้างในการสร้างแบบทดสอบ

3) สร้างแบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยเป็นข้อสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบให้ 0 คะแนน จำนวน 51 ข้อ

4) นำแบบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่านตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถามและให้ข้อเสนอแนะจากนั้นนำมาปรับปรุง จนได้ข้อสอบที่มีความสมบูรณ์ 51 ข้อ

5) นำแบบวัดที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนธัญบุรี จังหวัดปทุมธานี เพื่อหาค่าความยากและอำนาจจำแนก มีระดับความยากระหว่าง 0.28 – 0.872 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.24 – 0.83

6) นำแบบวัดที่คัดเลือกแล้วมาแยกเป็น ข้อสอบคู่ขนานตามจุดประสงค์การเรียนรู้ 2 ฉบับ ๆ ละ 25 ข้อเพื่อใช้เป็นแบบทดสอบก่อนและหลังเรียน นำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคมที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อนำมาหาค่าความเที่ยงโดยใช้สูตร KR-20 ได้ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบฉบับก่อนเรียน 0.78 ฉบับหลังเรียน 0.81 ซึ่งแสดงค่าความเท่ยงของเครื่องมือทั้งหมดดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

แบบทดสอบ	ความเที่ยง	
	ฉบับก่อนเรียน	ฉบับหลังเรียน
วัดความรู้ด้านโนทัศน์	0.73	0.83
วัดความรู้ด้านการดำเนินการ	0.76	0.76
วัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย	0.78	0.81

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร โดยมีขั้นตอนในการเลือกกลุ่มตัวอย่างดังต่อไปนี้

3.1 กำหนดเกณฑ์ในการพิจารณาคัดเลือกโรงเรียนดังนี้

1) เป็นโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2) เป็นโรงเรียนที่มีห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 10 ห้องเรียน

3) มีการจัดนักเรียนในแต่ละห้องแบบคละระดับความสามารถ

4) จำนวนนักเรียนในห้องไม่ต่ำกว่า 45 คน

5) มีวิธีคัดเลือกนักเรียนหลายรูปแบบเช่น การจับสลาก การสอบคัดเลือก และการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านวิชาการ คนตรี และกีฬา เป็นต้น

6) นักเรียนมาจากครอบครัวที่หลากหลายอาชีพ เช่น ข้าราชการ รับจ้าง ค้าขาย เกษตรกรเป็นต้น

3.2 คัดเลือกโรงเรียนที่ใช้ในการทดลองโดยการเลือกแบบเจาะจง

3.3 หาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบกลางปีและปลายปีของนักเรียนทั้ง 10 ห้องเรียน แล้วจึงเลือกห้องที่มีคะแนนเฉลี่ยใกล้เคียงกันมา 2 ห้องเรียนคือ ห้อง 3/5 มีคะแนนเฉลี่ย 12.16 ความแปรปรวน 12.02 ห้อง 3/6 มีคะแนนเฉลี่ย 11.94 ความแปรปรวน 13.54

3.4 ทดสอบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจาก ข้อ 3.1.3 พบว่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

3.5 สุ่มแบบไม่เจาะจงด้วยวิธีจับสลากเพื่อจัดห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลอง ปรากฏว่าสุ่มได้นักเรียนห้อง 3/5 เป็นกลุ่มทดลอง ห้อง 3/6 เป็นกลุ่มควบคุม

4. การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

ดำเนินการทดลอง ดังนี้

4.1 การกำหนดแบบแผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) แบบสองกลุ่มวัดก่อนและหลังการทดลอง (The Pretest-Posttest Control Group Design) ดังแบบแผนการทดลองในตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การวัดผลก่อนการทดลอง		การวัดผลหลังการทดลอง
E	O_1	X	O_2
C	O_1		O_2

E คือ กลุ่มทดลอง

C คือ กลุ่มควบคุม

O_1 คือ ผลการวัดผลก่อนการทดลอง

O_2 คือ ผลการวัดผลหลังการทดลอง

X คือ ตัวแปรจัดกระทำ (กระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการระหว่างรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อส่งเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย)

4.2 การดำเนินการก่อนทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

การดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนมีขั้นตอนดังนี้

4.2.1 ติดต่อผู้บริหารโรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคมเพื่อประสานขอความร่วมมือในการนำกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้

4.2.2 ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการวิจัย แนวทางในการจัดการเรียนรู้ และการประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นให้แก่คณะกรรมการบริหารงานวิชาการและครูผู้รับผิดชอบการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม

4.2.3 ประสานความร่วมมือในการกำหนดตารางการสอน และขอบเขตเนื้อหาที่ทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนกับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.3 การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนดังนี้

4.3.1 การดำเนินการก่อนการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยแบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการและความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย แล้วนำคะแนนมารวมกันเป็นคะแนนก่อนเรียน นำมาทดสอบลักษณะของการแจกแจงของคะแนนก่อนเรียนโดยพิจารณาจากกราฟ Normality Probability plot พบว่ามีการแจกแจงเป็นแบบปกติ ผลการทดสอบความแปรปรวนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมได้ค่า sig = .566 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้นทั้งสองกลุ่มมีความแปรปรวนของคะแนนก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน และผลการทดสอบคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ได้ค่า sig = .473 ซึ่งมากกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ดังนั้นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกับกลุ่มควบคุม ดังนั้นจึงไม่ใช้คะแนนก่อนเรียนเป็นตัวแปรร่วมในการทดสอบความแตกต่างของคะแนนหลังเรียน

4.3.2 การดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม รวม 2 ห้อง ห้องละ 45 ชั่วโมง เป็นเวลา 17 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 ตั้งแต่เดือนพฤษภาคม 2551 จนถึงเดือน กันยายน 2551 เรื่องที่ใช้ในการทดลองคือ พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค33101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการระหว่างรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยแสดงการเปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมดังตารางที่ 10

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 เปรียบเทียบแนวการสอนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน เป็นขั้นของการเตรียมความพร้อมให้แก่นักเรียนด้วยการให้นักเรียนค้นหาและแสดงความรู้พื้นฐานในส่วนเกี่ยวข้องกับความรู้ใหม่ 2. ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 2.1 ครูออกแบบ และจัดเตรียมตัวอย่างที่แสดงถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมและมากพอในหลายแบบ 2.2 นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชนิดอย่างละเอียดพร้อมบันทึกรายละเอียด 3. ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 3.1 ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างแต่ละชนิด 3.2 นักเรียนสังเกตหาลักษณะสำคัญร่วมและจัดกลุ่มของตัวอย่างจากลักษณะสำคัญร่วม 4. ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 4.1 ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหลายแบบ 4.2 นักเรียนอธิบายวิธีการจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมการแสดงลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้ 5. ขั้นสรุป 5.1 นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ในรูปของโครงสร้างความรู้ที่สมเหตุสมผล 5.2 นักเรียนออกแบบการแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแสดงความรู้ประกอบตัวอย่างกระบวนการคิด และเสนอแนะจุดบกบร่อง	1. ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน เป็นขั้นที่เชื่อมโยงเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่ โดยการใช้คำถามหรือยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม 2. ขั้นปฏิบัติกิจกรรม เป็นขั้นสอนเนื้อหาใหม่ให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบทหรือนิยามด้วยการปฏิบัติจริง การใช้คำถามประกอบคำอธิบาย หรือการใช้สื่อรูปธรรม โดยกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 3. ขั้นสรุป ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดจากบทเรียน 4. ขั้นฝึกทักษะ นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
6 ขั้นนำไปใช้ 6.1 ครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหามากว่าหนึ่งแบบ 6.2 นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบความถูกต้อง ออกแบบการนำเสนอผลและนำเสนอผลการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย	

4.4 การดำเนินการหลังการทดลอง ผู้วิจัยทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยแบบวัด 3 ฉบับดังต่อไปนี้

4.4.1 วัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแยกทดสอบ 3 ครั้งคือหลังจากการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น

4.4.2 วัดความรู้ด้านขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดความรู้ด้านขั้นตอน วิธีการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแยกทดสอบ 3 ครั้งคือหลังจากการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น

4.4.1 วัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแยกทดสอบ 3 ครั้งคือหลังจากการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS/PC^{+} for WINDOW ดังนี้

5.1 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA)

5.2 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA)

5.3 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA)

การเปรียบเทียบตัวแปรตามด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยดำเนินการทดสอบข้อตกลงเบ้องต้นดังนี้

1) ตรวจสอบด้วยกราฟ Normality Probability plot พบว่าตัวแปรตามแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงแบบปกติ

2) ตรวจสอบความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

5.4 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance: MANOVA)

5.5 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance: MANOVA)

5.6 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนจำแนกตามเรื่องของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance: MANOVA)

การเปรียบเทียบตัวแปรตามด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรนั้นผู้วิจัยได้ทำการทดสอบลักษณะของข้อมูลก่อนการวิเคราะห์ตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรดังนี้

1) มีการสุ่มตัวอย่างเป็นอิสระกัน

2) Variance – covariance Matrixes ของตัวแปรตามในแต่ละกลุ่มต้องเท่ากัน

3) ตัวแปรตามมีการแจกแจงแบบ Multivariate Normal

5.7 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยค่าสถิติทีกรณีตัวอย่างกลุ่มเดียว (t-test)

5.8 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยค่าสถิติทีกรณีตัวอย่างกลุ่มเดียว (t-test)

5.9 เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองด้วยค่าสถิติทีกรณีตัวอย่างกลุ่มเดียว (t-test แบบ Dependent samples)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น การวิเคราะห์ข้อมูลได้นำเสนอเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นเปรียบเทียบกับกระบวนการเรียนการสอนตามแนวทางจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงดำเนินการพัฒนาขึ้นจากข้อมูลพื้นฐาน สภาพปัญหา การศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงทำให้ได้กระบวนการเรียนการสอนที่สามารถเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย สรุปได้ดังแผนภาพที่ 11

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หลักการ	วัตถุประสงค์
1. การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับข้อมูลเดิม 2. การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น 3. การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด 4. การแสดงความรู้มากกว่า 1 วิธี	1. เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2. เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน	บทบาทครู	บทบาทนักเรียน	ทักษะที่พัฒนา
1. ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน	ทบทวนความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานของเรื่องที่จะเรียนโดย 1.การใช้คำถาม 2.การอธิบายประกอบสื่อ	1.ตอบคำถามซึ่งได้จากการอ้างอิงประสบการณ์เดิม 2.อธิบายเพื่อแสดงความเข้าใจ 3.ถามคำถามหากพบข้อสงสัย	1.การให้ความหมาย 2.การสื่อสาร 3.การแสดงความรู้เดิม
2. ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม	1.เตรียมสื่อการเรียนรู้ 2.เตรียมใบงานหรือใบความรู้ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ 3.เปิดโอกาสให้นักเรียนวางแผนการปฏิบัติงานร่วมกัน 4.กระตุ้นให้นักเรียนสังเกตลักษณะของสื่อหรืออุปกรณ์ที่ครูจัดให้	1.ศึกษาใบงานหรือใบความรู้ 2.วางแผนการเก็บรวบรวมข้อมูล 3.รวบรวมข้อมูล 4.บันทึกข้อมูล	1.การวางแผนการทำงาน 2.การรวบรวมข้อมูล 3.การสังเกต 4.การวิเคราะห์หาลักษณะร่วม 4.การบันทึกข้อมูล
3. ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล	1.ใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ความเหมือนหรือความต่างของสื่อการเรียนรู้เช่นรูปเรขาคณิต ตาราง รูปภาพเป็นต้น 2.ชี้แนะให้นักเรียนจัดกลุ่มข้อมูลหรือสื่อการเรียนรู้ที่กำหนดให้	1.สร้างเกณฑ์เพื่อจัดกลุ่มของวัสดุหรืออุปกรณ์ที่กำหนด 2.จัดกลุ่มตามเกณฑ์ที่นักเรียนกำหนดขึ้นเองหรือที่ครูกำหนดให้และบันทึกผล 3.ออกแบบการนำเสนอข้อมูลอย่างน้อย 2 แบบ	1.การจำแนกประเภท 2.การสื่อความหมาย 3.การนำเสนอข้อมูล
4. ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์	1.เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอข้อมูลที่สืบค้นมาโดยการใช้เหตุผลและหลักฐานประกอบเช่นรูปภาพหรือแผนภาพ เป็นต้น 2.จัดกิจกรรมให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิด 3.ชี้ให้เห็นวิธีการคิดของนักเรียนกลุ่มอื่นที่มีวิธีการคิดที่โดดเด่น	1.นำเสนอข้อมูลพร้อมอธิบายเหตุผลประกอบ 2.ร่วมรับฟังและอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น	1.การสร้างคำอธิบาย 2.การให้เหตุผล 3.การสื่อความหมายและการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์
5. ขั้นสรุป	1.นำการอภิปรายให้นักเรียนสรุปความรู้เช่นกฎ หลักการ นิยาม สูตร เป็นต้น 2.เชื่อมโยงข้อสรุปของนักเรียนสู่คำอธิบายของครู 3.ช่วยแก้ไขประเด็นที่นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อน	1.สร้างข้อสรุปจากการอุปนัย 2.แสดงข้อสรุปมากกว่า 1 วิธี เช่นการพูด การเขียน หรือแผนภาพ	1.การตีความหมายของข้อมูล 2.การอุปนัย 3.การสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ 4.การนำเสนอข้อสรุปมากกว่า 1วิธี 5.การแปลงความรู้ใหม่ด้วยวิธีการที่หลากหลาย
6.ขั้นนำความรู้ไปใช้	สร้างสถานการณ์ใหม่ให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน	1.ทำงานที่ได้รับมอบหมาย 2.ประยุกต์ความรู้ในสถานการณ์ที่ครูกำหนด	1.การเชื่อมโยงความรู้ 2.การแก้ปัญหา 3.การแปลงความรู้

คุณลักษณะของนักเรียน

1. มีความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

แผนภาพที่ 11 แนวทางพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายละเอียดของกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงมีดังต่อไปนี้

หลักการ

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีหลักการสำคัญ 4 ประการดังนี้

1. **การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกับข้อมูลเดิม**

1.1 นักเรียนจะเกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองเมื่อได้รับประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิม

1.2 มีตัวอย่างที่เหมาะสมและมากพอในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อนำไปสู่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและการหาข้อสรุป

2. **การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น**

2.1 นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลและบุคคลอื่น

2.2 มีการจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนพัฒนาสถานการณ์หรือปัญหาไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรม 5 แบบ คือ สื่อรูปธรรม รูปภาพ ภาษาพูด ภาษาเขียนและสถานการณ์จริง

3. **การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด**

นักเรียนควรได้รับโอกาสในการตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง

4. **การแสดงความรู้โดยการสร้างแบบในการสื่อสารมากกว่าหนึ่งแบบ**

นักเรียนต้องแสดงความรู้ที่สร้างขึ้นเพื่อแสดงความรู้ความเข้าใจมากกว่าหนึ่งแบบ

วัตถุประสงค์

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีวัตถุประสงค์ 2 ประการดังนี้

1. เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

เนื้อหา

ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน

ครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนโดยการทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนใหม่ หรือแลกเปลี่ยนประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ โดย

1. ครูใช้คำถามหรือสื่อในแบบต่าง ๆ ที่แสดงลักษณะของมโนทัศน์ของความรู้พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียน กระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม

2. นักเรียนเรียบเรียงมโนภาพภายในและแสดงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องด้วยแบบการแสดงมโนภาพมากกว่าหนึ่งแบบ

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม

1. ครูออกแบบ และจัดเตรียมตัวอย่างที่แสดงถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมและมากพอในหลายแบบ

2. นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชนิดอย่างละเอียดพร้อมบันทึกรายละเอียด

ขั้นที่ 3 ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างแต่ละชนิด

2. นักเรียนสังเกตหาลักษณะสำคัญร่วม

3. นักเรียนจัดกลุ่มของตัวอย่างจากลักษณะสำคัญร่วม

ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหลายแบบ

2. นักเรียนอธิบายวิธีการจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมการแสดงลักษณะร่วมของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป

1. นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ในรูปของโครงสร้างความรู้ที่สมเหตุสมผล

2. นักเรียนออกแบบวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแสดงความรู้ประกอบตัวอย่างมากกว่าหนึ่งแบบ

3. นักเรียนให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการตรวจสอบกระบวนการคิด และเสนอแนะจุดบกบร่อง

ขั้นที่ 6 ขั้นนำความรู้ไปใช้

1. ครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องโดยเริ่มจากปัญหาที่คล้ายตัวอย่างไปจนถึงปัญหาที่มีความซับซ้อนพร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหามากว่าหนึ่งวิธี

2. นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบความถูกต้อง ออกแบบการนำเสนอผลและนำเสนอผลการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น ดำเนินการ 2 ระยะโดยมีรายละเอียดดังนี้

1. วัดและประเมินผลความรู้ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย ก่อนการดำเนินการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2. วัดและประเมินผลความรู้ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังการดำเนินการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยแบบทดสอบฉบับคู่ขนานกับที่ใช้วัดและประเมินผลก่อนการดำเนินการใช้กระบวนการเรียนการสอน

ตอนที่ 2 ผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง

การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 33101 จำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อประเมินประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น โดย

1) วิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA) เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการและความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังการดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2) วิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance: MANOVA) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการและความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยจำแนกตามเรื่อง หลังการดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงที่พัฒนาขึ้น ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1 ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

1.1 ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 11 แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 63 คะแนน)

	กลุ่ม	Mean	SD.	Min	Max	Sk	Ku
ก่อนเรียน	ทดลอง	19.73	4.44	12	31	.25	.24
	ควบคุม	20.09	5.55	7	33	.12	.24
หลังเรียน	ทดลอง	45.48	11.03	21	58	.12	-.02
	ควบคุม	33.62	10.78	19	56	.38	-05

จากตารางที่ 11 พบว่าสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกัน กลุ่มทดลองมีการแจกแจงใกล้เคียงโค้งปกติ

จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนพบว่าไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ดังนั้นจึงวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ANOVA

ตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F	Sig
ระหว่างกลุ่ม	1	3363.45	3363.45	28.28	.000*
ภายในกลุ่ม	94	11177.17	118.90		
รวม	95	14540.63			

*p<.05

จากตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

1.2 ผลการวิเคราะห์ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 13 แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

	กลุ่ม	Mean	SD.	Min	Max	Sk	Ku
ก่อนเรียน	ทดลอง	13.17	3.71	7	24	.75	.93
	ควบคุม	13.21	4.82	4	24	.33	-.44
หลังเรียน	ทดลอง	22.42	4.25	12	32	-.10	.05
	ควบคุม	21.37	5.54	10	34	.27	-.55

จากตารางที่ 13 พบว่าสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกัน กลุ่มทดลองมีการแจกแจงใกล้เคียงโค้งปกติ

จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนพบว่าไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ดังนั้นจึงวิเคราะห์ความรู้ด้านมโนทัศน์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ANOVA

ตารางที่ 14 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F	Sig
ระหว่างกลุ่ม	1	604.86	604.86	21.06	.000*
ภายในกลุ่ม	94	2699.14	28.71		
รวม	95	3304.00			

*p<.05

จากตารางที่ 14 พบว่าผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและนักเรียนกลุ่มปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

1.3 ผลการวิเคราะห์ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 27 คะแนน)

ตารางที่ 15 แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

	กลุ่ม	Mean	SD.	Min	Max	Sk	Ku
ก่อนเรียน	ทดลอง	8.75	2.21	2	11	-.33	-.66
	ควบคุม	7.07	2.29	2	11	-.11	-.56
หลังเรียน	ทดลอง	23.28	7.58	9	27	.08	-.72
	ควบคุม	17.39	6.52	9	24	.90	.98

จากตารางที่ 15 พบว่าสถิติบรรยายของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกัน กลุ่มทดลองมีการแจกแจงใกล้เคียงโค้งปกติ

จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนพบว่าไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ดังนั้นจึงวิเคราะห์คะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ANOVA

ตารางที่ 16 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F	Sig
ระหว่างกลุ่ม	1	1169.657	1169.657	23.226	.000*
ภายในกลุ่ม	94	4733.833	50.360		
รวม	95	5903.490			

*p<.05

จากตารางที่ 16 พบว่าความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและนักเรียนกลุ่มปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

1.4 ผลการวิเคราะห์ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 25 คะแนน)

ตารางที่ 17 แสดงสถิติบรรยายของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

	กลุ่ม	Mean	SD.	Min	Max	Sk	Ku
ก่อนเรียน	ทดลอง	8.15	2.81	0	17	.37	.23
	ควบคุม	8.39	2.13	0	13	-.30	-.44
หลังเรียน	ทดลอง	16.13	3.54	10	23	-.95	.22
	ควบคุม	10.74	3.59	3	20	.23	.04

จากตารางที่ 17 พบว่าสถิติบรรยายของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมพบมีคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใกล้เคียงกัน กลุ่มทดลองมีการแจกแจงใกล้เคียงโค้งปกติ

จากการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนพบว่าไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ดังนั้นจึงวิเคราะห์ความรู้ด้านมโนทัศน์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย ANOVA

ตารางที่ 18 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	df	SS	MS	F	Sig
ระหว่างกลุ่ม	1	694.07	694.07	58.76	.000*
ภายในกลุ่ม	94	1108.88	11.81		
รวม	95	1802.95			

*p<.05

จากตารางที่ 18 พบว่าความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและนักเรียนกลุ่มปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยสูงกว่ากลุ่มควบคุม

1.5 การวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มปกติจำแนกตามเรื่องคือเรื่องที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่องที่ 2 คือ กราฟ เรื่องที่ 3 คือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จากการทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรโดย Box's test of Equality of Covariance Matrices พบว่าเมตริกซ์ความแปรปรวน – ความแปรปรวนร่วม (Variance – Covariance Matrix) ของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารทางการคิดแบบอุปนัยแต่ละเรื่องมีค่าเท่ากันและจากการทดสอบด้วย Bartlett's Test of Sphericity ของตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันจึงสามารถวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วย MANOVA ได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 19 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปรของคะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	ตัวแปรตาม	Type III SS	df	MS	F	Sig
Corrected Model	1	4958.840[a]	5	991.768	52.001	.000
	2	1703.215[b]	5	340.643	63.970	.000
	3	1063.812[c]	5	212.762	24.699	.000
	4	366.576[d]	5	73.315	24.326	.000
Intercept	1	50313.989	1	50313.989	2638.071	.000
	2	12539.212	1	12539.212	2401.273	.000
	3	12185.556	1	12185.556	1364.791	.000
	4	5768.789	1	5768.789	414.895	.000
Instructional Process	1	1217.795	1	1217.795	63.852	.000
	2	175.101	1	175.101	41.358	.000
	3	429.306	1	429.306	44.531	.000
	4	240.539	1	240.539	24.252	.000
Contents	1	3108.955	2	1554.477	81.505	.000
	2	1484.149	2	742.074	152.588	.000
	3	329.458	2	264.729	17.747	.000
	4	77.766	2	38.883	5.713	.000
Instructional Process*Contents	1	3108.955	2	396.075	20.767	.000
	2	77.843	2	77.843	9.513	.000
	3	329.083	2	329.083	19.401	.000
	4	56.106	2	56.016	4.758	.009
Error	1	5378.379	282	19.072		
	2	1501.660	282	5.325		
	3	2429.184	282	8.614		
	4	849.893	282	3.014		
Total	1	59871.000	288			
	2	15608.000	288			
	3	15441.000	288			
	4	6861.000	288			
Corrected Total	1	3448.330	287			
	2	3204.875	287			
	3	3429.997	287			
	4	1216.469	287			

หมายเหตุ 1 คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2 คือ มโนทัศน์ 3 คือ การดำเนินการ 4 คือความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

จากตารางที่ 19 พบว่าอิทธิพลปฏิสัมพันธ์ของการจัดการเรียนการสอนและเนื้อหามีปฏิสัมพันธ์ทางสถิติที่ระดับ.05 เมื่อพิจารณาค่าอิทธิพลหลักของการจัดการเรียนการสอน พบว่าเมื่อการจัดการเรียนการสอนแตกต่างกัน คะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และเมื่อพิจารณาค่าอิทธิพลหลักของเนื้อหา พบว่าเมื่อเนื้อหาแตกต่างกัน คะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

หลังจากนั้นดำเนินการ Post Hoc Tests เพื่อตรวจสอบความแตกต่างรายคู่ของคะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยจากเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟ และระบบสมการเชิงเส้น

ตารางที่ 20 ผลของ Post Hoc Tests คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

ตัวแปรตาม	เรื่อง(I)	เรื่อง(J)	ความแตกต่าง (I-J)	ความคลาดเคลื่อน	Sig
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	1	2	-2.6453*	.3234	.000
		3	-4.3852*	.3234	.000
	2	1	3.6458*	.3234	.000
		3	-2.7384*	.3234	.000
	3	1	5.2762*	.3234	.000
		2	1.6534*	.3234	.000
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	1	2	-3.6458*	.3331	.000
		3	-5.3854*	.3331	.000
	2	1	3.6458*	.3331	.000
		3	-1.7396*	.3331	.000
	3	1	5.3854*	.3331	.000
		2	1.7396*	.3331	.000
การดำเนินการทางคณิตศาสตร์	1	2	-.7396	.4236	.220
		3	-2.4583*	.4236	.000
	2	1	.7396	.4236	.220
		3	-1.7188*	.4236	.000
	3	1	2.4583*	.4236	.000
		2	1.7188*	.4236	.000

ตารางที่ 20 (ต่อ)

ตัวแปรตาม	เรื่อง(I)	เรื่อง(J)	ความแตกต่าง (I-J)	ความคลาดเคลื่อน	Sig.
ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย	1	2	-.8229*	.2506	.005
		3	-1.1771*	.2506	.000
	2	1	.8229*	.2506	.005
		3	-.3542	.2506	.370
	3	1	-1.1771*	.2506	.000
		2	.3542	.2506	.370

หมายเหตุ 1คือ พื้นที่ผิวและปริมาตร 2 คือ กราฟ 3 คือ ระบบสมการเชิงเส้น

จากตารางที่ 20 ผลการเปรียบเทียบรายคู่คะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยจำแนกตามเรื่องพบว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรแตกต่างกับเรื่องกราฟ และระบบสมการเชิงเส้น เรื่องกราฟแตกต่างกับเรื่องระบบสมการเชิงเส้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรแตกต่างกับเรื่องกราฟ และระบบสมการเชิงเส้น เรื่องกราฟแตกต่างกับเรื่องระบบสมการเชิงเส้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรแตกต่างกับเรื่องระบบสมการเชิงเส้น เรื่องกราฟแตกต่างกับระบบสมการเชิงเส้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เรื่องกราฟกับระบบสมการเชิงเส้นไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรแตกต่างกับเรื่องกราฟ และระบบสมการเชิงเส้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 เรื่องกราฟกับระบบสมการเชิงเส้นไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

นอกจากนี้เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมให้ชัดเจนยิ่งขึ้นผู้วิจัยจึงทดสอบด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนอีกครั้งหนึ่ง

1.6 การทดสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มปกติจำแนกตามเรื่องคือเรื่องที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่องที่ 2 คือ กราฟ เรื่องที่ 3 คือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตารางที่ 21 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	เรื่อง	SS	df	MS	F	Sig
การจัดการเรียนรู้	พื้นที่ผิวและปริมาตร	6.92	1	6.92	.571	.473
	กราฟ	142.614	1	142.614	35.412	.000*
	ระบบสมการเชิงเส้น	103.935	1	103.935	9.632	.001*
ความคลาดเคลื่อน	พื้นที่ผิวและปริมาตร	963.313	94	11.426		
	กราฟ	395.721	94	4.825		
	ระบบสมการเชิงเส้น	994.866	94	10.472		
รวม	พื้นที่ผิวและปริมาตร	2420.000	96			
	กราฟ	5470.000	96			
	ระบบสมการเชิงเส้น	8932.000	96			

*p<.05

จากตารางที่ 21 พบว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ 2 เรื่อง คือ กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ 1 เรื่อง คือ พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างอย่างมีมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.7 การทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มปกติจำแนกตามเรื่องคือเรื่องที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่องที่ 2 คือ กราฟ เรื่องที่ 3 คือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตารางที่ 22 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	เรื่อง	SS	df	MS	F	Sig
การจัดการเรียนรู้	พื้นที่ผิวและปริมาตร	5.93	1	5.93	.569	.452
	กราฟ	131.619	1	131.619	34.403	.000*
	ระบบสมการเชิงเส้น	100.947	1	100.947	9.733	.002*
ความคลาดเคลื่อน	พื้นที่ผิวและปริมาตร	979.310	94	10.428		
	กราฟ	359.621	94	3.826		
	ระบบสมการเชิงเส้น	949.886	94	10.371		
รวม	พื้นที่ผิวและปริมาตร	2419.000	96			
	กราฟ	5465.000	96			
	ระบบสมการเชิงเส้น	8924.000	96			

*p<.05

จากตารางที่ 22 พบว่าความรู้ด้านมโนทัศน์ 2 เรื่อง คือ กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ความรู้ด้านมโนทัศน์ 1 เรื่อง คือ พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.8 การทดสอบความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มปกติจำแนกตามเรื่องคือเรื่องที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่องที่ 2 คือ กราฟ เรื่องที่ 3 คือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตารางที่ 23 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	เรื่อง	SS	df	MS	F	Sig
การจัดการเรียนรู้	พื้นที่ผิวและปริมาตร	26.275	1	26.275	2.601	.110
	กราฟ	459.805	1	459.805	55.847	.000*
	ระบบสมการเชิงเส้น	291.605	1	291.650	29.552	.000*
ความคลาดเคลื่อน	พื้นที่ผิวและปริมาตร	949.840	94	10.103		
	กราฟ	773.935	94	8.233		
	ระบบสมการเชิงเส้น	927.684	94	98.69		
รวม	พื้นที่ผิวและปริมาตร	4036.000	96			
	กราฟ	4823.000	96			
	ระบบสมการเชิงเส้น	7110.000	96			

*p<.05

จากตารางที่ 23 พบว่าความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ 2 เรื่อง คือ กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ 1 เรื่อง คือ พื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มควบคุมอย่างไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.9 การทดสอบความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงและกลุ่มปกติจำแนกตามเรื่องคือเรื่องที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตร เรื่องที่ 2 คือ กราฟ เรื่องที่ 3 คือ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตารางที่ 24 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนจำแนกตามเรื่องของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	เรื่อง	SS	df	MS	F	Sig
การจัดการเรียนรู้	พื้นที่ผิวและปริมาตร	10.418	1	10.418	6.397	.013*
	กราฟ	101.590	1	101.590	38.880	.000*
	ระบบสมการเชิงเส้น	186.726	1	186.726	39.010	.000*
ความคลาดเคลื่อน	พื้นที่ผิวและปริมาตร	153.012	94	1.680		
	กราฟ	245.566	94	2.612		
	ระบบสมการเชิงเส้น	448.899	94	4.776		
รวม	พื้นที่ผิวและปริมาตร	1521.000	96			
	กราฟ	2373.000	96			
	ระบบสมการเชิงเส้น	2976.000	96			

*p<.05

จากตารางที่ 24 พบว่าความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย 3 เรื่อง คือ พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 21, 22, 23 และ 24 สรุปการเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกตามเรื่องได้ดังตารางที่ 25

ตารางที่ 25 เปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการและความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

เรื่อง	รายการที่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ			
	ความรู้	มโนทัศน์	การดำเนินการ	ความสามารถทางการคิด แบบอุปนัย
พื้นที่ผิวและปริมาตร				✓
กราฟ	✓	✓	✓	✓
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	✓	✓	✓	✓

จากตารางที่ 25 พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 2 เรื่องคือ กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 2 เรื่อง คือ กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และมีความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยสูงกว่ากลุ่มควบคุม 3 เรื่อง คือ พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. ผลการวิเคราะห์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

ตารางที่ 26 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

	Mean ($\bar{x}$)	SD.	t	Sig
คะแนนก่อนเรียน	19.73	4.44	3.28	.000*
คะแนนหลังเรียน	45.48	11.03		

*p<.05

จากตารางที่ 26 พบว่าคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 27 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

	Mean ($\bar{x}$)	SD.	t	Sig
คะแนนก่อนเรียน	12.15	4.24	16.28	.000*
คะแนนหลังเรียน	22.05	3.16		

*p<.05

จากตารางที่ 27 พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 28 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

	Mean ($\bar{x}$)	SD.	t	Sig
คะแนนก่อนเรียน	6.91	3.16	18.23	.000*
คะแนนหลังเรียน	22.31	4.71		

*p<.05

จากตารางที่ 28 พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 29 ผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

	Mean ($\bar{x}$)	SD.	t	Sig
คะแนนก่อนเรียน	10.55	3.51	13.88	.000*
คะแนนหลังเรียน	26.38	6.78		

*p<.05

จากตารางที่ 29 พบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงหลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย 2 ข้อ ดังนี้ 1) พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น 2) ศึกษาคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มที่ได้เรียนโดยกระบวน การเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงกับกลุ่มปกติและเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มที่ได้เรียนโดยกระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง ก่อนและหลังการทดลอง

การดำเนินการวิจัยเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ดังกล่าวข้างต้นแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

1. ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน ประกอบด้วย ข้อมูลเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซ

2. พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงของเลซ

3. การตรวจสอบปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนประกอบด้วยการดำเนินการ 2 ส่วน คือ

3.1 การตรวจสอบกระบวนการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นโดยผู้ทรงคุณวุฒิเพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอนและสร้างแผนการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน โดยใช้เนื้อหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรจำนวน 1 แผนการเรียนรู้

3.2 การตรวจสอบกระบวนการเรียนการสอนโดยการนำแผนการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปดำเนินการสอนกับนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลที่ได้จากการทดลองมาปรับปรุงแก้ไขขั้นตอนการเรียนการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 2 การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น

การทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง เป็นการนำแผนการสอนที่สร้างขึ้นตามกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างเพื่อประเมินคุณภาพของกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. สร้างแผนการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

ผู้วิจัยศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษา ปีการศึกษา 2550 หนังสือเรียนและแนวทางในการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แล้วเลือกเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 เรื่องคือ พื้นที่ผิวและปริมาตร กราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เขียนแผนการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละแผนประกอบด้วย ชื่อแผนการเรียนรู้ จำนวนชั่วโมง วัตถุประสงค์ สาระสำคัญ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้และการวัดและการประเมินผล จากนั้นเขียนแผนการเรียนรู้ 2 ชุด โดยแผนการเรียนรู้ชุดที่ 1 กำหนดขั้นตอนหลักในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนในกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง แผนการเรียนรู้ชุดที่ 2 กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนตามกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติ

2. พัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สร้างแบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ แบบทดสอบความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยเรื่องละ 2 ฉบับโดยวิเคราะห์เอกสารตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ลักษณะของแบบทดสอบเป็นข้อสอบคู่ขนานตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบ จากนั้นนำแบบทดสอบไปทดลองใช้เพื่อหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนกและค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ โดยมีผลการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบดังแสดงในภาคผนวก

3. กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชรโดยหาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบกลางปีและปลายปีของนักเรียนทั้ง10 ห้องเรียน แล้วจึงเลือกห้องที่มีคะแนนเฉลี่ยใกล้เคียงกันมา 2 ห้องเรียนคือ ห้อง 3/5 มีคะแนนเฉลี่ย 12.16 ความแปรปรวน 12.02 ห้อง 3/6 มีคะแนนเฉลี่ย 11.94 ความแปรปรวน

13.54 ทดสอบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนพบว่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แล้วใช้การสุ่มแบบไม่เจาะจงด้วยวิธีจับสลากเพื่อจัดห้องเรียนเป็นกลุ่มทดลอง ปรากฏว่าสุ่มได้นักเรียนห้อง 3/5 จำนวน 45 คน เป็นกลุ่มทดลอง ห้อง 3/6 จำนวน 51 คนเป็นกลุ่มควบคุม

4. ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

ดำเนินการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แบบแผนการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi-Experimental Research) แบบสองกลุ่มวัดผลก่อนและหลังการทดลอง (The Pretest-Posttest control Group Design) โดยดำเนินการเป็น 3 ระยะ คือ 1) การดำเนินการก่อนการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย 2) การดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ใช้เวลาสอนห้องละ 45 คาบ ๆ ละ 1 ชั่วโมง เป็นเวลา 17 สัปดาห์ 3) การดำเนินการหลังการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย ด้วยแบบทดสอบคู่ขนานกับแบบทดสอบที่ใช้วัดผลก่อนการทดลอง

5. วิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมาวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS for Windows โดยเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA) เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนจำแนกตามเรื่องของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนหลายตัวแปร (Multivariate Analysis of Variance: MANOVA) และเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้

ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยก่อนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองด้วยค่าสถิติที (t-test แบบ Dependent samples)

สรุปผลการวิจัย

การสรุปผลการวิจัย มีการนำเสนอ 2 ประเด็น คือผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน และผลการทดลองใช้กระบวนการเรียนการสอน

1. ผลการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ประการ คือ หลักการ วัตถุประสงค์และขั้นตอนการเรียนการสอน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.1 หลักการ

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีหลักการสำคัญ 4 ประการดังนี้

1) การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกับข้อมูลเดิม

นักเรียนจะเกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองเมื่อได้รับประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิม และมีตัวอย่างที่เหมาะสมและมากพอในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อนำไปสู่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและการหาข้อสรุป

2) การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น

นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลและบุคคลอื่นและมีการจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนพัฒนาสถานการณ์หรือปัญหาไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรม 5 แบบ คือ สื่อรูปธรรม รูปภาพ ภาษาพูด ภาษาเขียนและสถานการณ์จริง

3) การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด

นักเรียนควรได้รับโอกาสในการตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง

4) การแสดงความรู้

นักเรียนต้องแสดงความรู้ที่สร้างขึ้นเพื่อแสดงความรู้ความเข้าใจมากกว่าหนึ่งแบบ

1.2 วัตถุประสงค์

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีวัตถุประสงค์ 2 ประการดังนี้

1) เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์

2) เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

1.3 ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนนี้มีขั้นตอนการเรียนการสอน 6 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน

ครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนโดยการทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนใหม่ หรือแลกเปลี่ยนประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ โดย

1. ครูใช้คำถามหรือสื่อในแบบต่าง ๆ ที่แสดงลักษณะของมโนทัศน์ของความรู้พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียน กระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม

2. นักเรียนเรียบเรียงมโนภาพภายในและแสดงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องด้วยแบบแสดงมโนภาพมากกว่าหนึ่งแบบ

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม

นักเรียนเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าโดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าเพื่อฝึกทักษะการสังเกตลักษณะของสิ่งเร้านั้นอย่างครบถ้วนโดยผ่านประสาทการรับรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง โดย

1. ครูออกแบบ และจัดเตรียมตัวอย่างที่แสดงถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมและมากพอในหลายแบบ

2. นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชนิดอย่างละเอียดพร้อมบันทึกรายละเอียด

ขั้นที่ 3 ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล

นักเรียนวิเคราะห์หาลักษณะสำคัญของสิ่งเร้าตามที่ได้รับรู้มาจัดระเบียบตามประเภท หมวดหมู่หรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้า โดย

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างแต่ละชนิด

2. นักเรียนสังเกตหาลักษณะสำคัญร่วม

3. นักเรียนจัดกลุ่มของตัวอย่างจากลักษณะสำคัญร่วม

ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์

นักเรียนอธิบายความคิดโดยแสดงเหตุผลที่ได้จากการสังเกตลักษณะสำคัญของข้อมูล ในการจัดกลุ่มสิ่งเร้าเพื่อแสดงความเข้าใจตามความคิดของตนเอง

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหลายแบบ

2. นักเรียนอธิบายวิธีการจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมการแสดงลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป

นักเรียนให้ความหมายของมโนทัศน์ใหม่ตามความเข้าใจของตนเองแล้วนักเรียนนำเสนอข้อความรู้ใหม่โดยเลือกรูปแบบการนำเสนอที่เหมาะสม กระชับ ชัดเจนเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าที่อยู่ในประเภทเดียวกัน หรือเป็นการสร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆภายในประเภทเดียวกัน โดย

1. นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ในรูปของโครงสร้างความรู้ที่สมเหตุสมผล

2. นักเรียนออกแบบวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแสดงความรู้ประกอบตัวอย่างมากกว่าหนึ่งแบบ

3. นักเรียนให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการตรวจสอบกระบวนการคิด และเสนอแนะจุดบกบร่อง

ขั้นที่ 6 ขั้นนำความรู้ไปใช้

นักเรียนนำความรู้ใหม่ที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหามากว่าหนึ่งวิธี

2. นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบความถูกต้อง ออกแบบการนำเสนอผลและนำเสนอผลการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย

2. ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการนำกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้ในสถานการณ์จริงด้วยแบบแผนการวิจัยกึ่งทดลองแบบมีกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองโดยมีการวัดผลและประเมินผล 2 ระยะ คือ ทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียน กลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบ

การสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติตามแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

3. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

4. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

5. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

6. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

7. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

8. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง มีความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาผลของการใช้กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิด

แบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีประเด็นในการอภิปราย 2 ประเด็น คือ กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น และ ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การอภิปรายผลจากกระบวนการเรียนการสอน

การอภิปรายผลกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น มีประเด็นอภิปรายดังนี้

1.1 กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พัฒนาขึ้นอย่างเป็นระบบและมีแนวคิดรองรับ

ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลง ดำเนินการโดยการวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับสภาพและปัญหาของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนสังกัดคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เพื่อระบุประเด็นที่ควรพัฒนาสำหรับนักเรียน ซึ่งพบว่าควรพัฒนาทั้งด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดของนักเรียน การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนนี้มีการดำเนินการอย่างเป็นระบบ กล่าวคือ มีการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนอย่างเป็นขั้นตอน ในแต่ละขั้นตอนมีความเชื่อมโยงกัน เริ่มจากการศึกษาวิเคราะห์รูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซ เพื่อสรุปสาระสำคัญของรูปแบบ การพัฒนาหลักการของกระบวนการเรียนการสอนจากสาระสำคัญดังกล่าว และเชื่อมโยงหลักการนั้นมาสู่ขั้นตอนการเรียนการสอน เมื่อได้ขั้นตอนการเรียนการสอนแล้ว มีการนำกระบวนการเรียนการสอนไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบและนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนการสอน จากนั้นจึงนำกระบวนการเรียนการสอนไปทดลองใช้ในห้องเรียนจริงเพื่อนำผลการทดลองสอนมาปรับปรุงแก้ไขให้มีคุณภาพมากขึ้นและสามารถนำไปใช้ได้ในสถานการณ์จริงต่อไป กล่าวโดยสรุปได้ว่าการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนนี้มีการดำเนินการอย่างเป็นระบบ โดยมีรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงของเลซเป็นแนวคิดพื้นฐาน

1.2 จุดเด่นของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนนี้มีขั้นตอนที่แตกต่างจากขั้นตอนการเรียนการสอนตามแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์โดยทั่วไป เนื่องจากกระบวนการเรียนการสอนนี้มี 6 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน 2) ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม 3) ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล 4) ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์ 5) ขั้นสรุป 6) ขั้นนำความรู้ไปใช้ ลักษณะเด่นของกระบวนการเรียนการสอนนี้ นอกจากการให้ผู้เรียนสร้างความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับครูและนักเรียนและมีการไตร่ตรองการเรียนรู้แล้วในแต่ละขั้นตอนยังใช้แบบของการแปลงความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างน้อย 3 แบบเพื่อสร้างเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย

กระบวนการเรียนการสอนนี้เหมาะสมกับยุคปฏิรูปการศึกษา เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ของนักเรียน โดยให้นักเรียนเป็นผู้ดำเนินการเรียนรู้ด้วยตนเองซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่สนับสนุนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

1.3 กระบวนการเรียนการสอนสอดคล้องกับการเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียน

กระบวนการเรียนการสอนนี้สอดคล้องกับการเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนเนื่องจาก กระบวนการสอนนี้มีหลักการที่นำไปสู่การสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีคิดแบบอุปนัยจากข้อมูลที่จัดเตรียมมาอย่างเหมาะสมกับการสร้างมโนทัศน์ คือ 1) การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกับข้อมูลเดิม นักเรียนจะเกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์เมื่อได้รับประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิม ซึ่งประสบการณ์เดิม หมายถึง ข้อความรู้ที่เกี่ยวข้องที่เป็นพื้นฐานจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ใหม่ โดยผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการดึงหรือสำรวจความรู้เดิม และเน้นให้นักเรียนแสดงความรู้เดิมด้วยวิธีการนำเสนอข้อความรู้มากกว่า 1 แบบ เพื่อตรวจสอบความพร้อมในการเรียนรู้ของนักเรียน 2) การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลและบุคคลอื่นซึ่งหมายถึงการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์กับครู เพื่อน สิ่งแวดล้อม สื่อการเรียนรู้ต่างๆ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้รับรู้ลักษณะสำคัญของข้อมูลจากการสังเกตหรือการอภิปรายกับเพื่อนและสามารถขยายขอบเขตข้อความรู้ได้อย่างกว้างขวาง 3) การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด นักเรียนควรได้รับการตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง หมายถึงการตรวจสอบขั้นตอนในการทำงานหรือการคิดในการจัดประเภทของข้อมูลตามลักษณะสำคัญร่วม โดยการร่วมอภิปรายแสดงเหตุผลของตนเองกับ เพื่อนและครู เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสไตร่ตรอง แก้ไขข้อผิดพลาดของตนเอง นำไปสู่การสร้างความรู้ความเข้าใจที่ชัดเจนและถูกต้อง 4) การแสดงความรู้โดยการสร้างแบบในการสื่อสารมากกว่าหนึ่งแบบ การแสดงความรู้หมายถึงการถ่ายทอดข้อความรู้ที่เป็นกฎ หลักการทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของนักเรียน โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างแบบในการสื่อสารแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นรับรู้อย่างถูกต้อง ครอบคลุม ชัดเจนและเข้าใจง่าย เพื่อแสดงความเข้าใจและการตรวจสอบการรับรู้ที่ผิดพลาดของนักเรียนและแบบการถ่ายทอดความรู้ควรมีมากกว่า 1 แบบ รวมทั้งการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา

2. การอภิปรายจากผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูล มีประเด็นที่นำมาอภิปรายดังนี้

2.1 ผลของกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยครั้งนี้เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ กล่าวคือ 1) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 2) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 3) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 4) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 5)กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 6)กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยของความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 ผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถสร้างเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสามารถแยกประเด็นอภิปรายโดยละเอียดได้ดังนี้

2.1.1 การที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นสูงกว่านักเรียนในกลุ่มปกติเนื่องจากปัจจัยหลายประการ ประการแรกนักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์และขั้นตอนในการทำงานทางคณิตศาสตร์โดยการสรุปความหมายของมโนทัศน์และขั้นตอนในการทำงานด้วยตนเองพร้อมทั้งได้รับการตรวจสอบกระบวนการคิดเพื่อหาข้อสรุปจากครูและเพื่อนร่วมห้องเรียนอย่างสม่ำเสมอจากการปฏิบัติตามขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนพบความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์กับการดำเนินการสอดคล้องกับคำกล่าวของ Wearne and Hiebert ที่ว่าความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ถ้านักเรียนขาดความเข้าใจมโนทัศน์ก็จะนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ได้ยาก (Wearne and Hiebert, อ้างถึงใน Martinie, S, 2005: 3) ประการที่สองวิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์ที่ต่อเนื่องมาจากมโนทัศน์พื้นฐาน ความรู้และความเข้าใจที่มีอยู่ก่อนจะส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านการดำเนินการ และในขณะเดียวกันการทำงานตามขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ก็จะกลับไปส่งเสริมความเข้าใจด้านมโนทัศน์ให้เข้มแข็งขึ้น (Rittle-Johnson, 1999: 1) เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เกี่ยวกับพีระมิดก็สามารถแสดงขั้นตอนในการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้ เป็นต้น

2.1.2 การที่ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นสูงกว่านักเรียนในกลุ่มปกติเนื่องจากปัจจัยหลายประการ

ประการแรกจากการพิจารณากระบวนการเรียนการสอนเริ่มตั้งแต่การทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียนที่มีส่วนเชื่อมโยงกับมโนทัศน์ใหม่ที่เรียน ทำให้เกิดความต่อเนื่องในการทำความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้พบกับตัวอย่างหรือข้อมูลต่าง ๆ ที่ครูออกแบบมาเพื่อใช้ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ นักเรียนสามารถมองเห็นลักษณะของตัวอย่างนั้นจากความรู้เดิมเป็นอันดับแรก เช่น เมื่อดำเนินการจัดการเรียนการสอนเรื่องความหมายของปริซึมจะเริ่มจากการทบทวนเรื่อง รูปเรขาคณิตที่มีหนึ่งมิติ, สองมิติ และสามมิติ และทราบว่าความแตกต่างของรูปเรขาคณิตทั้งสามประเภทนั้นเป็นอย่างไร เมื่อครูนำชุดของตัวอย่างที่เป็นรูปเรขาคณิตมาให้นักเรียนสังเกตเพื่อค้นหาลักษณะสำคัญนักเรียนจะเชื่อมโยงได้ในทันทีว่าลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างคือเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ทำให้ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาลักษณะที่เหมือนหรือแตกต่างของตัวอย่างชุดนั้นได้รวดเร็วขึ้น เมื่อนักเรียนเริ่มสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชิ้นได้มากพอ นักเรียนก็เริ่มค้นพบว่ามีลักษณะบางอย่างกลุ่มของตัวอย่างนั้นมีเหมือนกันและมีบางอย่างที่ไม่เหมือนกันทำให้นักเรียนสามารถกำหนดเกณฑ์ในการจัดกลุ่มของตัวอย่างได้ ประการที่สองนักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนข้อสรุปของตนเองกับเพื่อน ๆ ทำให้มองเห็นจุดดีหรือจุดด้อยของความคิดและข้อสรุปของตนเองและเขียนสรุปเป็นภาษาของตนเองและยังใช้สื่อต่าง ๆ ประกอบข้อสรุปนั้นด้วย ในขั้นตอนนำเสนอเหตุผลเชิงประจักษ์นักเรียนได้เรียนรู้จากข้อสรุปของเพื่อนและแบบในการสื่อสารต่าง ๆ กัน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ดียิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์ในหลายแบบทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ รับรู้ เข้าใจและจำสิ่งเหล่านั้นได้นาน (Goldin and Steigold,1987: 3) นอกจากนี้ความรู้ที่เกิดขึ้นนักเรียนไม่ได้เป็นฝ่ายรับจากการบอกเล่าแต่เป็นความรู้ที่เกิดจากการสร้างด้วยประสบการณ์ของตนเอง ทำให้เกิดการเปรียบเทียบได้ว่าความรู้ที่สร้างมานั้นกับความรู้ที่ถูกบันทึกไว้นั้นมีลักษณะเหมือนกันอย่างไร (Post, 1992: 6)

2.1.3 การที่ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นสูงกว่ากลุ่มปกติ เพราะขั้นตอน วิธีการทำงานทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์ที่ต่อเนื่องมาจากมโนทัศน์พื้นฐาน เช่น เมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องการหาปริมาตรของพีระมิดแล้ว เมื่อนักเรียนได้พบกับปัญหาต่างที่ครูนำเสนอนักเรียนจะสามารถเรียงลำดับขั้นตอนในการทำงานได้ เช่นตรวจสอบโจทย์ก่อนว่ากำหนดองค์ประกอบต่าง ๆ มาครบหรือยัง ถ้าครบแล้วนักเรียนสามารถหาคำตอบโดยการแทนค่าสูตรได้เลย ถ้ายังไม่ครบต้องหาวิธีในการคำนวณหาองค์ประกอบของสูตรเหล่านั้นเป็นอันดับแรก จากนั้นจึงหาคำตอบโดยการแทนค่าสูตร นอกจากนี้กิจกรรมที่ส่งเสริมในเรื่องของการแปลงยังส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีในการทำงานได้รวดเร็วยิ่งขึ้นเช่นการหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด ถ้านักเรียนวาดรูปคลี่ที่ใช้สื่อถึงพีระมิดได้นักเรียนจะพบกับรูปสามเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของพีระมิดนั้นและสามารถมองได้อย่างชัดเจนว่ารูปสามเหลี่ยมทุกรูปนั้นเท่ากันหรือไม่และจะหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมทุกรูปนั้นได้อย่างไร จะเห็นได้

ว่าความรู้ที่มีอยู่ก่อนจะส่งเสริมความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการและในขณะเดียวกันการปฏิบัติกิจกรรมการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ก็จะย้อนกลับไปทำให้ความรู้ด้านมโนทัศน์ในเรื่องนั้นดียิ่งขึ้น (Tower, Martin and Pirie, 2005: 2)

2.1.4 เมื่อพิจารณาผลการทดลองในแต่ละสาระ นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เป็นผลเนื่องมาจากเป็นสาระที่ใช้จัดการเรียนรู้เป็นสาระแรก ในขั้นตอนของการจัดการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นขัดกับวัฒนธรรมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นอย่างมาก เนื่องจากกระบวนการเรียนการสอนแบบปกติจะใช้วิธีการบรรยาย การสาธิต การอภิปราย การสอนแบบอุปนัยหรือแบบนิรนัยซึ่งครูยังมีบทบาทสำคัญในฐานะที่เป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ที่เน้นให้นักเรียนท่องจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์หรือวิธีการแล้วจัดกิจกรรมให้ฝึกบ่อย ๆ โดยที่นักเรียนไม่ทราบความหมายของสิ่งเหล่านั้น (David and Maher,1993: 13) เมื่อนักเรียนต้องทำกิจกรรมเพื่อสร้างข้อความรู้ด้วยตนเองนักเรียนจึงไม่กล้าคิด ไม่กล้าตอบเนื่องจากเกรงว่าจะผิด และมีเด็กนักเรียนส่วนหนึ่งไม่ยอมรับวิธีการสอนแบบนี้นักเรียนบอกว่าทำให้ช้าเสียเวลาที่ควรนำมาใช้ฝึกทักษะ นักเรียนต้องการวิธีลัดที่จะแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วจึงมีความรู้สึกต่อต้านครูในระยะเริ่มต้นซึ่งตรงกับธรรมชาติของการเปลี่ยนแปลงของ Harvey และทฤษฎีการเปลี่ยนแปลงของ Lowell and wiles (อ้างถึงใน Ornstien and hunkins, 2004: 305) นอกจากนี้ในขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วมนักเรียนไม่เคยใช้การสังเกตเพื่อหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่จะเรียน เมื่อจะจัดกลุ่มข้อมูลก็ไม่สามารถตั้งเกณฑ์ได้ส่วนในขั้นแสดงเหตุผลก็ดูจากหนังสือมาตอบหรือไม่ก็ให้คนที่เก่งที่สุดในกลุ่มเป็นผู้ตอบ สิ่งเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่มีความสนใจในการร่วมกิจกรรมในช่วงแรก แต่ในระยะต่อมานักเรียนเริ่มคุ้นเคยร่วมกับครูพยายามสร้างบรรยากาศไม่ให้นักเรียนรู้สึกกดดัน และให้เวลาในการทำงานกลุ่มมากขึ้น นักเรียนจึงสามารถปรับตัวและมีการยอมรับว่าการเรียนรู้ในลักษณะนี้ทำให้มีความเข้าใจบทเรียนได้นักเรียนจึงให้ความร่วมมีในการทำกิจกรรมทุกอย่างมากขึ้น ซึ่งเป็นผลทำให้ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนในเรื่องกราฟและระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนในกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม

2.1.5 การที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนหลังการทดลองที่ได้พัฒนาขึ้น หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองเนื่องจากปัจจัยหลายประการ ประการแรกจากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนได้เริ่มต้นจากการทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงลักษณะของความรู้เดิมกับลักษณะของความรู้ใหม่ ซึ่งตรงกับแนวคิดของ Lasley และคนอื่น ๆ (2002: 186) ที่กล่าวว่าการ

เรียนรู้ของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้เมื่อนักเรียนสามารถประยุกต์ความคิดหรือความรู้เดิมกับตัวอย่างใหม่ที่นักเรียนได้รับประสบการณ์แล้วจึงจัดการกับตัวอย่างนั้นจากประสบการณ์เดิมที่นักเรียนมี ดังนั้นการจัดกิจกรรมทบทวนความรู้พื้นฐานจึงทำให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ได้เร็วและเป็นระบบยิ่งขึ้น ประการที่สองการปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนนักเรียนสามารถสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองทั้งมโนทัศน์และขั้นตอนในการทำงานหรือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากการสังเกตความเหมือน หรือความต่างของกลุ่มตัวอย่างแล้วจึงสรุปมาเป็นข้อความรู้จากความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่นักเรียนค้นพบ สิ่งเหล่านี้เป็นผลมาจากการใช้กระบวนการคิดของนักเรียนเองจึงทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายและจำได้นาน (Matczynski and oters, 2002: 177) ประการที่สามในทุกขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนนักเรียนมีโอกาสรับรู้ข้อมูลหรือพบกับตัวอย่างอย่างน้อยสองแบบของการแสดงความรู้ นักเรียนมีโอกาสได้พิจารณาและแสดงความรู้ในแบบต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนได้คิด และพิจารณาก่อนจะแสดงความรู้ออกมา สิ่งเหล่านี้ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจในความรู้เหล่านั้นได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์อย่างไม่เป็นทางการเป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งที่ส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เนื่องจากภาษาที่ไม่เป็นทางการไม่ว่าจะเป็นภาษาพูดหรือภาษาเขียนเกิดจากความเต็มใจ และความตั้งใจที่จะสร้างความรู้ของนักเรียนเอง (Davis, 1993: 16)

2.1.6 การที่ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองเนื่องจากนักเรียนมีโอกาสสรุปและให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการใช้ทักษะในการสังเกต กลุ่มของตัวอย่างที่ครูออกแบบมาหลายแบบอย่างเหมาะสมเช่น สื่อรูปธรรม รูปภาพ เป็นต้น นอกจากนี้จำนวนของตัวอย่างที่นำมาเป็นสื่อในการเรียนรู้ยังมีจำนวนมากพอที่นักเรียนจะสังเกตเห็นลักษณะสำคัญ นักเรียนสามารถพิจารณาเห็นความเหมือนหรือความแตกต่าง ทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะของตัวอย่างและความสัมพันธ์ของกลุ่มของตัวอย่าง นอกจากนี้การมีโอกาสได้สร้างแบบของการนำเสนอความคิดและการนำเสนอข้อสรุปหลาย ๆ แบบ และผลจากการนำเสนอเหล่านี้ก่อให้เกิดกระบวนการตรวจสอบจากเพื่อนร่วมชั้น นักเรียนจึงมีโอกาสทบทวนผลงานของตนเองและทำให้เกิดข้อสรุปที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนมองเห็นแบบแผนของสิ่งที่ได้เรียนรู้จากก่อนและหลังการสร้างความรู้ด้วยตนเอง (Lasley and oters, 2002: 184)

2.1.7 การที่ความรู้ด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองเนื่องจากนักเรียนได้เรียนรู้อย่างต่อเนื่องจากมโนทัศน์พื้นฐานจนถึงมโนทัศน์เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงานทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนเรียนรู้วิธีหาคำตอบได้และเมื่อจะต้องหาคำตอบนักเรียนจึงสามารถนำ

ความรู้ด้านการำเนินการมาใช้ไดอย่างเหมาะสม เช่น เมื่อนักเรียนเรียนรู้วิธีการหาพื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก การจัดกิจกรรมเริ่มจากการนำสื่อรูปธรรมที่เป็นทรงกระบอกที่สามารถคลี่ออกมาเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้ นักเรียนจึงเห็นว่าการหาพื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอกก็คือการหาพื้นของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างเท่ากับความสูงของทรงกระบอก และมีความยาวเท่ากับเส้นรอบวง นักเรียนสามารถใช้สูตรการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีค่าเท่ากับความยาวของด้านกว้างคูณความยาวของด้านยาว มาแปลงเป็น 2¶rh ได้เองโดยอัตโนมัติ ซึ่งการได้ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์แบบนี้เป็นลักษณะของการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง นักเรียนไม่ได้ท่องจำเท่าที่ครูบอกเท่านั้น ดั้งนั้นนักเรียนจึงมีความเข้าใจและเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ตรงกับแนวคิดของ Sheffield และ Cruikshank (2005: 44) ที่กล่าวว่า การที่ผู้เรียนได้รวมส่วนย่อย ๆ ของความรู้ทำให้เกิดความเข้าใจและเข้าถึงได้ในทันที

2.2 ผลของกระบวนการเรียนการสอนที่มีต่อความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

ผลการวิจัยครั้งนี้เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ กล่าวคือ 1) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 2) กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 ผลการวิจัยดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า กระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสามารถสร้างเสริมความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนได้ ซึ่งสามารถแยกประเด็นอภิปรายโดยละเอียดได้ดังนี้

2.2.1 การที่ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้นสูงกว่านักเรียนในกลุ่มปกติ เป็นผลเนื่องมาจากทุกขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะในการสังเกตเพื่อหาความเหมือนและความแตกต่างข้อมูลแต่ละชุดที่ครูกำหนดให้ นักเรียนจึงมีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ทำให้มีความสามารถในการเรียงลำดับตัวเลข ตัวอักษร รูปภาพหรือข้อความและตั้งเกณฑ์ในการจัดกลุ่มหรือแยกประเภทของสิ่งของได้รวดเร็วขึ้น นอกจากนี้กระบวนการเรียนการสอนยังเน้นกระบวนการคิดของนักเรียน ในขณะที่ครูต้องออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้หรือกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนมีความสนใจมีอิสรภาพที่จะคิดหรือจะตอบสนอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติจะช่วยให้นักเรียนรู้จักวางแผนและทำงานอย่างเป็นระบบจึงทำได้เกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น (Lasley and oters, 2002: 117)

2.2.2 การที่ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นหลังการทดลองที่ได้พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนการทดลอง เนื่องจาก การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนใช้กระบวนการคิดของนักเรียนในการหาข้อสรุปในแต่ละครั้ง เช่นคิดเพื่อกำหนดเกณฑ์ในการจัดกลุ่ม คิดเพื่อหาวิธีการจัดกลุ่มหรือแยกกลุ่มของ

ตัวอย่างที่นักเรียนพบในการทำกิจกรรมทุกครั้ง ซึ่งตรงกับคำกล่าวของ Taba (อ้างถึงใน Joyce and Weil, 2000: 131) ที่ว่า การคิดสามารถสอนได้ นอกจากนี้ในขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนนี้ยังส่งเสริมการคิดแบบอุปนัยจากการใช้คำถามของครู เช่น นักเรียนจำแนกสิ่งของเหล่านี้ได้กี่กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มมีอะไรที่เหมือนกัน ระหว่างกลุ่มมีอะไรที่แตกต่างกัน นักเรียนสามารถสรุปได้อย่างไร อะไรทำให้นักเรียนสรุปได้อย่างนั้น เป็นต้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

จากผลการวิจัยครั้งนี้มีข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ ดังนี้

1.1 ข้อเสนอแนะสำหรับผู้บริหาร

1.1.1 ผู้บริหารควรสนับสนุนให้ครูนำกระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการระหว่างรูปแบบการสร้างมโนทัศน์และรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นไปใช้ โดยส่งเสริมให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และหลักการในการแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยอาจจัดให้มีการประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อให้ครูมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้อง

1.1.2 ผู้บริหารที่มีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาการคิดของนักเรียน สามารถใช้กระบวนการนี้เป็นทางเลือกในการสร้างเสริมคุณลักษณะดังกล่าว และควรสนับสนุนให้ครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้

1.2 ข้อเสนอแนะสำหรับครู

1.2.1 กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงนี้เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่มีวัตถุประสงค์เฉพาะเพื่อพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียน กิจกรรมสำคัญของกระบวนการเรียนการสอนนี้สำหรับครูคือการออกแบบ การจัดหาตัวอย่างที่เหมาะสม และการใช้คำถามที่พัฒนาการคิดระดับสูง เพื่อสื่อถึงมโนทัศน์ที่ต้องการจะพัฒนา ตัวอย่างต้องมีจำนวนมากพอเพื่อนำมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอนต้องมีจำนวนมากพอ มีสื่อที่แสดงถึงมโนทัศน์มากกว่า 1 แบบเพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะสำคัญของตัวอย่างนั้นอย่างครบถ้วน ส่วนกิจกรรมสำคัญของนักเรียนคือการใช้กระบวนการคิดเพื่อค้นหาลักษณะสำคัญร่วมของกลุ่มตัวอย่าง การกำหนดข้อสรุป การให้ความหมายหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเมื่อนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้สิ่งที่ครูควรพิจารณาในเบื้องต้นคือ

1) เนื้อหาที่นำมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องมีมโนทัศน์ที่ชัดเจน

2) มีสื่อรูปธรรมหรือตัวอย่างที่สามารถสนับสนุนให้นักเรียนเกิดความคิดที่นำไปสู่ข้อสรุปได้

3) มีแบบที่แสดงความรู้ได้มากกว่า 1 แบบ

4) มีการใช้คำถามที่พัฒนาให้นักเรียนเกิดความคิดขั้นสูงเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิด นำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานในการสรุปหาคำตอบ เช่น คำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบ (เหมือนหรือต่างกันอย่างไร) จำแนก (สิ่งของใดควรจัดอยู่ในกลุ่มเดียวกัน เพราะเหตุใด) การวิเคราะห์โครงสร้าง (ข้อมูลเชิงประจักษ์ที่สนับสนุนแต่ละส่วนคืออะไร) การอุปนัย (อะไรที่ทำให้นักเรียนสรุปอย่างนั้น) การตัดสินใจ (ข้อความใดเป็นข้อสรุปที่ดีที่สุด) เป็นต้น

1.2.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละขั้นของกระบวนการเรียนการสอน ครูสามารถในวิธีสอนหรือเทคนิคได้หลากหลาย โดยพิจารณาตามความเหมาะสมและสอดคล้องกับขั้นตอนการเรียนการสอน โดยเฉพาะการเลือกใช้สื่อเพื่อการแสดงความรู้สามารถพิจารณาให้เหมาะสมกับผู้เรียนและสภาพแวดล้อมของโรงเรียน แต่มีลักษณะแตกต่างกับวิธีสอนแบบอื่น ๆ คือ การเตรียมสื่อเพื่อแสดงความรู้ในแต่ละครั้งให้มากกว่า 1 แบบ

1.2.3 ครูที่นำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้ ต้องเปลี่ยนบทบาตนเองจากการกำกับควบคุมการเรียนรู้เป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

1.2.4 ครูต้องฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการสังเกตอย่างรอบคอบ เปิดโอกาสให้นักเรียนมีโอกาสชี้แจงแสดงเหตุผลจนมีลักษณะของคนที่กล้าคิด กล้าตัดสินและกล้าแสดงออกเชิงวิชาการโดยที่ไม่คำนึงถึงว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิด ครูต้องสร้างบรรยากาศของความเป็นมิตรและความรู้สึกปลอดภัยในห้องเรียนก่อน

1.2.5 การจัดการเรียนการสอนแต่ละขั้น ครูต้องออกแบบและเตรียมสื่อที่มากพอและเตรียมรูปแบบของการสื่อสารถึงเรื่องเดียวกันหลาย ๆ แบบ

1.2.6 สิ่งสำคัญในกระบวนการสอนนี้คือการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อหาข้อสรุปด้วยตนเอง ทุกครั้งในหาพบข้อสรุปนักเรียนต้องมีโอกาสได้แสดงเหตุผลในการสรุป และต้องยอมให้เวลาในการรับฟังข้อโต้แย้งจากนักเรียนคนอื่นเพื่อก่อให้เกิดการปรับปรุงความคิดและความรู้

1.2.6 ครูต้องจัดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นโดยไม่เกิดความวิตกกังวล และสนับสนุนการแสดงออกทั้งการพูด การเขียน การใช้ภาพ สื่อรูปธรรมหรือการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

1.2.7 แนวคิดสำคัญของกระบวนการเรียนการสอนนี้คือการให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นครูต้องออกแบบและจัดสิ่งแวดล้อมทางการเรียนที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้อย่างเต็มที่

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 รูปแบบการสร้างมโนทัศน์มีนักการศึกษาหลายท่านได้กำหนดขั้นตอนการสอนไว้แล้ว ซึ่งสามารถนำไปพัฒนาเป็นกระบวนการเรียนการสอนใหม่ที่มีรายละเอียดที่แตกต่างจากงานวิจัยครั้งนี้

2.2 การบูรณาการแบบของการแปลงไม่มีข้อจำกัดแน่นอนว่าควรแปลงกี่แบบจึงควรศึกษาว่าควรการใช้ลักษณะของการแปลงระหว่างแบบใดจึงจะเหมาะสมกับการสร้างมโนทัศน์ในเรื่องนั้น

2.3 การศึกษาการนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้โดยจำแนกความสามารถทางการเรียนของนักเรียนเพื่อตรวจสอบว่ากระบวนการเรียนการสอนนี้จะส่งผลต่อนักเรียนกลุ่มใดมากที่สุด

2.4 ควรมีการศึกษาเพื่อตรวจสอบซ้ำ โดยการนำกระบวนการเรียนการสอนนี้ไปใช้กับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่น หรือนำไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นอื่นเพื่อยืนยันผลการใช้กระบวนการเรียนการสอนและทำให้กระบวนการเรียนการสอนนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. (2528). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

กฤษณา ศักดิ์ศรี. (2530). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: บำรุงสาส์น.

กีรติ บุญเจือ. (2521). **ตรรกวิทยาทั่วไป**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศักดิ์. (2546). **การคิดเชิงมโนทัศน์**. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซสมีเดีย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2541). **รายงานผลการจัดคุณภาพการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: ฟันนี่ พับริชชิ่ง.

จิตรา ทับแสง. (2539). **ตรรกวิทยาทั่วไป**. กรุงเทพมหานคร: วิทยาลัยครูพระนคร.

ชัชชัย คุมทวีพร. (2534). **ตรรกวิทยา**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ชัยพร วิชชาวุธ. (2534). **จิตวิทยาฉบับประสบการณ์**. กรุงเทพมหานคร: สารมวลชน.

ชูชีพ อ่อนโคกสูง. (2518). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

ณัชชา กมล. (2542). **ผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี. (2545). **ศาสตร์การสอน**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี, ศิริชัย กาญจนาสี, พิมพันธ์ เดชะคุปต์, ศรินธร วิทยะสิรินันท์, นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ และ ปัทมศิริ ธีรานุรักษ์. (2544). **วิทยาการด้านการคิด**. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

ธีรนาถ ธงงาม. (2548). **ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลของเลซที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดร้อยเอ็ด**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นาตยา ภัทรแสงไทย. (2524). **การออกแบบการสอน: แผนพัฒนาการสอนรายวิชา**. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. **สารพัฒนาหลักสูตร** 14 (ตุลาคม-ธันวาคม): 55-60.

นวลอนงค์ อิทธิจิระจรัส. (2530). เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Mathematics Reasoning). **วารสารคณิตศาสตร์** 340-341 (มกราคม-กุมภาพันธ์): 19-24.

บุญชม ศรีสะอาด. (2537). **การพัฒนาการสอน**. กรุงเทพมหานคร: ชมรมเด็ก.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. **ประชากรศึกษา** 31 (กุมภาพันธ์): 6-17.

ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา. (2531). **รายงานการวิจัยเรื่องการศึกษากับการพัฒนาชนบท**. มปท.: มปพ.

ประยูร อาษานาม. (2537). **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ**. กรุงเทพมหานคร: ประกายพรึก.

ปราณี รามสูตร. (2528). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2546). การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. **วารสารสสวท**. 92 (มกราคม–มีนาคม): 12.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2534). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2538). **จิตวิทยาการเรียนการสอน**. กรุงเทพมหานคร: ต้นอ้อ แกรมมี่.

พนัส หันนาคินทร์. (2514). **คณิตศาสตร์: วิธีสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: องค์การค้าครุสภา.

พวงเพ็ญ อินทรประวัติ. (2532). **รูปแบบการสอน**. สงขลา: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เมธี ลิมอักษร. (2524). **คณิตศาสตร์เบื้องต้น**. สงขลา: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ยุพิน พิพิธกุล. (2530). **การสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เลขาธิการสภาการศึกษา, สำนักงาน, กระทรวงศึกษาธิการ. (2550). **สมรรถภาพการศึกษาไทยในเวทีสากล พ.ศ. 2549**. กรุงเทพมหานคร: พริกหวานกราฟิค.

ลัดดา ภู่เกียรติ. (2549). การพัฒนาและการนำนวัตกรรมทางการศึกษาจากห้องปฏิบัติการคณะครุศาสตร์/ศึกษาศาสตร์สู่โรงเรียน: หลักสูตรตามแนวคิด FUN FIND FOCUS. **วารสารการศึกษาไทย** 18 (มีนาคม): 5

วาสนา นุชเทศ. (2535). **การพัฒนาแบบสอบการใช้เหตุผลเชิงตรรกสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2532). การเรียนการสอนความคิดรวบยอดและหลักการ. **วารสารวิจัยทางการศึกษา** 19 (กรกฎาคม-กันยายน): 18-32.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). **สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. (2542). **รายงานการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

วิทยา ศักยาภินันท์. (2548). **ตรรกศาสตร์: ศาสตร์แห่งการให้เหตุผล**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการเกี่ยวกับความคิดรวบยอด. **สารพัฒนาหลักสูตร**. 113 (เมษายน-มิถุนายน): 49-51.

วิวัฒน์ ศรีไตรรัตน์. (2544). **ผลของการสอนเรื่องเศษส่วนโดยใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสนใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5**.วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาการประถมศึกษา มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.

ศิริวรรณ ศรีพหล. (2536). การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน. **ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยวิธีทางการสอน หน่วยที่ 8-11**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ศรีทอง มีทาทอง. (2534). **การทดลองสอนวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดในเรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. การมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. (2544). **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สสวท.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สสวท. (2547). **คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สสวท. (2549). **หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2547). **คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: สสวท.

สุชา จันทร์เอม. (2541). **จิตวิทยาในชีวิตประจำวัน**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

สุธีรักษ์ อริเดช. (2540). **ผลของการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. การมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2546). คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็งเพราะอะไร. **วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี**. 31 (กรกฎาคม): 18-24.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2547). คณิตศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้. **วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี**. 32 (กรกฎาคม-สิงหาคม) 12-24.

สุรชัย ขวัญเมือง. (2522). **วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: เทพนิมิตการพิมพ์.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2533). **จิตวิทยาการศึกษา**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). **เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

สำนักคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์. (2545). **แนวโน้มของการศึกษาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: พราว เพรส.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2546). **ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ ปีการศึกษา 2546** [online]. แหล่งที่มา: http//bet .obec.go.th/nt/NT46(country).html[2 สิงหาคม 2457]

อรทัย มูลคำ และ สุวิทย์ มูลคำ. (2544). Child centered: Storyline Method: **การบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ**. กรุงเทพมหานคร: ดวงกมลสมัย.

อรพรรณ ตันบรรจง. (2529). **สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัจราพรรณ เกิดแก้ว. (2523). **การเปรียบเทียบการสอนมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อการสอนและการบรรยายสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาประถมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2548). **เอกสารคำสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์**. (เอกสารอัดสำเนา)

อัมพร ม้าคนอง. (2548). **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**. (เอกสารอัดสำเนา)

อัมพร ม้าคนอง. (2546). **คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.

อาภรณ์ ใจเที่ยง. (2540). **หลักการสอน**. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์.

อุทุมพร ทองอุทัย. (2511). **การศึกษาเปรียบเทียบความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และ 6 ในจังหวัดพระนคร**. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาษาอังกฤษ

Arends, R. L. (1998). **Learning to Teach**. U.S.A.: McGraw-Hill.

Ausubel, D. P. (1968). **Educational Psychology: a cognitive view**. New York: Rinegart and Winston.

Basjes, N. (2002). **A model for Procedural Knowledge**. Netherlands: the Netherlands business school.

Bolton, N. (1997). **Concept Formation**. Oxford: pergamon Press.

Bourne, C. (2006). **Concept Formation**[online]. Available from: **http://www.dushkin.com/context/psy/ch08/conform.mhtml**[2006, January 30]

Brahier, D.J. (2005). **Teaching Secondary and Middle School Mathematics**. 2nd ed. Boston: Pearson Education.

Bruner, J. (1978). **Toward a Theory of Instruction**. Massachusetts: Bellena.

Bruner, J., Goodnews, J. J. and Austin. (1956). **A study of thinking**. New York: John willey.

Campbell, P.F. (1997). Connecting Instruction Practice to Student Thinking. **Teaching Children Mathematics**. 4 (106-110).

Cangelosi, S. (2003). **Teaching Mathematics in Secondary and Middle school**. U.S.A.: Pearson Education.

Charlesworth, R. (2005). **Experiences in Math for Young Children**. 5th. United States: Thomson Delmar Learning.

Clark, R. and Chopeta, L. (2004). **Graphics for Learning: Proven Guildline for Planning, Designing, and Evaluating Visuals in Training Materials**[online]. Available from: **http://www.amason.com/exec/obidos/tg/detail/**[2006, January 16]

Clement, L. L. (2004). Model for Understanding, Using, and Connecting Representation. **Teaching Children Mathematics**. 13 (September): 97-101.

College Board. (2002). **Mathematics framework for the 2003 national assessment of Educational progress**. Washington, D.C.: National Assessment Governing Borad.

Cooney, T. J., Davis, E. J. and Henderson, K. B. (1975). **Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics**. Boston: Houghton Mifflin.

Copi, L. M. and Cohen, C. (1990). **Introduction to logic.** New York: Macmillan Publishing.

Cramer, K. (2003). Using a translation model for curriculum development and classroom Instruction. In Lesh, R., Doerr,H. (eds.), **Beyond Constructivism Model and Modeling Oerspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching**. New Jersey: Lawrence Eribaum Assocoates.

Cramer, K. and Karnowski, L. (1995). The importance of informal language in repressting mathematics idea. **Teaching Children Mathematics**. 6 (February): 332-335.

Davis, B. (1996). **Teaching Mathematics: Toward a sound alternative**. New York: Garland.

De Cecco, J. P. (1968). **The psychology of learning and instruction**. New York: Prentice Hall.

Eggen, P. D. and Kauchak, D. O. (1995). **Strategies for teaching content and thinking skill**. Boston: Allyn and Bacon.

Ernest, P. (2000). Teaching and Learning Mathematics. In Kashy, V., Ernest, P. and Casey, R. (eds.), **Mathematics for primary teachers**, pp 3-20. London: Routlege.

Eysenck, H.J., Wurzburg, W.A. and Berne, R.M. (1992). **Encyclopedia psychology**. London: Search Press.

Fildman, R. S. (1987). **Understanding Psychology**. New York: McGraw-Hill.

Frayer, D. A., Fredrick, W. C. and Klausmeier, H. J. (1969). **A Schema for Testing the Level of Concept Mastery**. Working paper No.16 Madison, Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, April.

Goldin, G. and Shteingold, N. (2001). **The Role of Representation in School Mathematics.2001 year book**. U.S.A.: The National Council of Teacher of Mathematics.

Good, C. V. (1973). **Dictionary of Education**. New York: McGraw-Hill Book.

Goodwin, W. L. and Klausmeier, H. J. (1995). **Facilitating student learning; An introduction to education psychology**. New York: Harrer & Row.

Gunter, M.A., Ester, T.H., and Sduvad, J. (1995). **Instruction: a models approach**. Boston: Allyn and Bacon.

Hadi, S. (2002). **Effective teacher Professional Development for the Implementation of Realistic Mathematics Education in Indonesia**. Doctoral dissertation. Enschede: University of Twente.

Hail, C.J. (2001). The effects of using multiple representations on students' knowledge and perspectives of basics algebraic concepts. **Dissertation Abstracts International** 61/07: 2636

Hiebert, J. and Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An introductory analysis. In Hiebert, J. (Ed), **Conceptual and Procedural knowledge**. pp.1-28. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hulse, S. H. (1980). **The psychology of learning**. New York: McGraw -Hill.

Joyce, B. and Weil, M. (2000). **Model of Teaching**. Boston: Allyn & Bacon.

Kaput, J. (1987). **Representation in mathematics using the number line to solve equation**[online]. Available from: **http://partnership.mmu.ac.th.uk/cme/student. Writing/masters/Marisa**[2006, Febuary 18]

Kinney, D. P. (1997). The effect of graphing calculator use and the Lesh Translation Model on students understanding of graphical relationship between function and derivative in a nonrigorous calculus course. **Dissertation Abstrcts International** 54/12: 5090.

Klausmeier, H. j. (1971). Learning and Human ability: **Educational Phychology 3rd**. Harper and Rows.

Lasley, T. J., Matczynski, T. J. and Rowley, J. B. (2002). **Instruction Model Strategies for Teaching in a Diverse Society**. U.S.A.: The wadworth Group.

Lesh, R. (1985). Process, skill, and ability needed to use mathematics in everyday situation. **Education and Urban Society**. 17(4): 493-446.

Lesh, R. (2000). Conceptual and procedural understanding in middle school Mathematics, **Mathematics in middle school**, pp.25-29. Reston: NCTM.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T. and Zawojewski, J. (2003). **Using a translationModel for curriculum Development and Classroom Instruction**[online].Available from: http://education.umn.edu /**rationalnumberproject/03 _1.html**[2005, December 17]

Magill, F. N. and Rodriguez. (1996). **International encyclopedia of psychology**. London: Fitzroy Dearborn publishers.

Martinie, S. (2005). **Assessing conceptual understsnding of rational numbers and constructing a model of the interrelated skills and concepts**[online]. Avaliable from: **http://www.math.kus.edu/math791/finalpaper/sherriterm2.pdf**[2005, August 4].

Martorella, P. H. (1994). **Social studies for elementary school children : developing young citizens**. New York: Macmikkan College.

Marzano, R.J. and Rebra, J. (1997). **Dimensions of Learning**[online]. Available from: **http: //en.wikipedia.org/wiki/procedural_knowledge**[2006, March 7]

Merrill, M. D. and Tendnyson, R.D. (1977). **Teaching Concepts: an Instructional Design Guide**. New Jersey: Educational Technology Publication.

Muijs, D. and Reynolds, D. (2005). **Effective teaching evidence and practice**. Great Britain: Athenaeum Press.

Ornstein, A.C. and Hunkins, F.P. (2004). **Curriculum Foundations, Principles, and Issues**. U.S.A.: Pearson Education.

Post, T. (1992). **Teaching Mathematics in Grades K-8 Research-Based Method**. Boston: Allyn and Bacon.

Post, T and Cramer, K. (1989). Knowledge, Representation and Quantitative Thinking. In M. Reynold (ed.), **Knowledge Based for the Beginning Teacher-special Publicalion of the AACTE, 221-231.** Oxford: Pergamon.

Rand, A. (2006). **Concept Formation**[online]. Available form: **http: //www.answer.com/topic/concept-formation**[2006, January 30]

Reys, R.E., Lindquist, M.M., Lambdin,D.V., Smith, N.L. and Say dam, M.N. (2004). **Helping children learn mathematics**. 7th ed. New Jersey: John Willy & Sons.

Reber. A.S. and Reber, E. (2001). **The penquin dictionary of psychology** (3rd ed.). London: Penquin Books.

Rittle-Johnson, B. (1999). **Iteractive development of conceptual and Procedural knowledge: A framework for understanding knowledge change** [online]. Available from: **http://wwwlib.uni.com/dissertations**[2005, August 4].

Rittle-Johnson, B. and Alibali, M.W. (1999). Conceptual and Procedural Knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. **Journal of Educational Psychology** 91(1): 175-189.

Rodgers, N. (2000). **Learning to Reason**. Canada: John Willy & Sons.

Rothenberg, M. E. (1985). **Encyclopedia America**. Danbury, conecticut: Grotier incorporated.

Russell, D. R. (1956). **Chidren's thinking**. Boston: Ginn.

Schwarz, B. B. and Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brake of Levers in learning the Function Concept. The role of Computer tools. **Journal for Research in Mathematics Education.** 30 (April): 4

Seales, H.L. (1956). **Logic and Science.** New York: The Ronald Co.

Shama, G. and Layman, J. (1997). **The Role of Representations in Learning and Interdisciplinary mathematics and Physics University Course**[online]. Availablefrom: **http://www.physics.umd.edu/perg/paper/layman/sh81.html** [2006, Febuary 18].

Sharlesworth, R. (2005). **Experiences in math for young children**. U.S.A.: Thomson Delmar Learning.

Sharp, J. and Adams, B. (2002). Children's constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problem. **The Journal of Educational Research.** 95(6): 333-347.

Sheffield, L. J. and Cruikshank, D. E. (2005). **Teaching and Learning Mathematics Pre-Kindergarten through Middle school.** U.S.A.: John willey & Sons.

Swartz, C.V. (2006). **Concept Formation and Problem Solving: Understanding, Managing Two Key Components of Higher order Cognition**[online]. Available from: **http://www.allkindsofminds.org/ArticleDisplay.aspx?articleID=18** [2006, March 21]

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. **Mathematics Teacher**. 88 (Febuary): 98-100.

Towers, J., Martin, L. and Pirie, S. (2005). **Growing mathematical understanding: Layered observations**[online]. Available from: **http://www.west.asu.edu/ Cmw/pme/resrepweb/PME-rr-towers3.htm**[2005, August 4].

Underhill, S. and others. (1992). **Teaching Concepts**. New York: McGraw-Hill.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation in Secondary School Mathematics. **Handbook on Formative and summative Evaluation of student learning.** New York: McGraw-Hill.

Winn, W. (1993). Instructional Design and Situated Learning: Paradox or Partnership? **Educational Technology**. 33: 16-21.

Woolfolk, A.E. (1995). **Educational psychology**. 6th ed. Boston: Allyn and Bacon.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

กระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

ความเป็นมาและความสำคัญของกระบวนการเรียนการสอน

การศึกษาเป็นพื้นฐานของการพัฒนาประเทศเพราะการศึกษาเป็นกระบวนการที่มุ่งพัฒนาคนให้มีความรู้และทักษะในด้านต่าง ๆ ในปัจจุบันความสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดและการแก้ปัญหาเริ่มมีมากขึ้น เนื่องจากความจำเป็นที่ต้องเตรียมคนให้มีความรู้และมีความสามารถในการจะจัดการข้อมูลและข่าวสารในภาวะที่สภาวะแวดล้อมเต็มไปด้วยข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงและแผ่ขยายอย่างรวดเร็ว ผู้เรียนจึงต้องได้รับการฝึกทักษะในการเลือกและรู้จักแก้ปัญหาต่าง ๆ บนพื้นฐานของเหตุผลทางตรรกศาสตร์ (Resnick,1987 อ้างถึงใน Maijs and Reynold, 2005: 119) คณิตศาสตร์ถูกจัดเป็นวิชาหลักที่คนไทยต้องได้รับการพัฒนาเนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง (กระทรวง ศึกษาธิการ, กรมวิชาการ, 2545: 1) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จึงกำหนดจุดหมายข้อหนึ่งซึ่งถือเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดคุณลักษณะที่พึงประสงค์ คือ การมีทักษะ และกระบวนการโดยเฉพาะทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญญาและทักษะในการดำเนินชีวิต

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญแต่ผลการศึกษาประสิทธิภาพของระบบการศึกษาของกลุ่มประเทศสมาชิก OECD (Organization for Economic Co-operation and Development) ตามโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่เรียกว่า PISA (Program for International Student Assessment) เพื่อประเมินการรู้เรื่องในสามด้านได้แก่การอ่าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ผลการประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งวัดในสามด้านคือ เนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ปรากฏว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 433 ในขณะที่คะแนนเฉลี่ยของOCEDเป็น500 เป็นลำดับที่ 32 จากจำนวนประเทศที่เข้าร่วมโครงการ 41 ประเทศ จากผลการทดสอบดังกล่าวชี้ให้เห็นว่าระบบการศึกษาของประเทศไทยยังเตรียมผู้เรียนไม่เพียงพอสำหรับการใช้ชีวิตทั้งในด้านการศึกษาหาความรู้และการเป็นประชากรที่มีคุณภาพ (สุนีย์ คล้ายนิล, 2547) ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินระดับนานาชาติในโครงการ TIMSS ในปีการศึกษา 2536 2538 2540 2542 และ 2550 (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2550: 19-20) พบว่าคะแนนเฉลี่ยร้อยละของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับประเทศอยู่ในระดับต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย 500 คะแนนทุกครั้ง นอกจากนี้ยังเห็นได้จากผล

การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (NT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 15.81 คะแนนจากคะแนนเต็ม 40 คะแนน จากผลการประเมินดังกล่าวข้างต้นชี้ให้เห็นถึงสภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงมีความจำเป็นที่จะต้องให้ความสำคัญและสนใจกับการส่งเสริมกับการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น เพื่อให้นักเรียนมีความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนานักเรียนควรพัฒนาตั้งแต่ระยะเริ่มต้นเพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องอาศัยการพัฒนาอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง

จุดมุ่งหมายของการศึกษาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คือ การกำหนดคุณภาพของนักเรียนให้มีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม โดยที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ด้าน คือ ความรู้ดานมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ (Reys and others, 2004: 22) การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงควรมุ่งเน้นการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างถ่องแท้ (ปานทอง กุลนาถศิริ, 2539:12) โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองจากการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนด้วยการใช้กระบวนการคิด การแสดงความคิดเห็น การโต้แย้ง การลงมือปฏิบัติหรือการใช้เครื่องมือ อุปกรณ์เพื่อทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์ที่ซับซ้อนมากขึ้น

Herbert และ Wearne (อ้างถึงใน Campbell, 1997: 106) ได้ทำการวิจัยพบว่าการจัดการเรียนการสอนที่สนับสนุนและเสริมสร้างการคิด ให้แก่ผู้เรียนจะมีความหมายและช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นปัจจัยพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์เนื่องจากมโนทัศน์เป็นความเข้าใจของนักเรียนอันเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ที่สามารถสรุปมาเป็นหลักการ กฎ นิยามทางคณิตศาสตร์ (Schwarz and Hershkowiz,1993: 363) โดยมีงานวิจัยสนับสนุน เช่น Slesnick (1982 อ้างถึงใน Sharp และ Adams, 2002) ได้ศึกษาความสามารถของนักเรียนในการหารจำนวนเต็ม พบว่าความเข้าใจมโนทัศน์เป็นปัจจัยที่ส่งผลให้นักเรียนใช้กลวิธีทางคณิตศาสตร์สำหรับดำเนินการหารจำนวนเต็มได้ดีขึ้น ถ้านักเรียนขาดความเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์กับการดำเนินการนักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้ตามขั้นตอนที่เรียนมาเท่านั้น ดังนั้นการส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมุ่งการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ด้วยความเข้าใจและสามารถแสดงความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ด้วยวิธีที่แตกต่างกันเพื่อสร้างความเชื่อมโยงระหว่างแบบเพราะจะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ได้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

ด้วยเหตุผลที่ได้กล่าวมาทั้งหมด ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการระหว่างรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อส่งเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

แนวคิด/ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการเรียนการสอน

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542

ในการจัดการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์เพื่อพัฒนาคุณภาพของชีวิตและพัฒนาสังคมไทยให้ดีนั้น ผู้จัดควรคำนึงถึงความต้องการหลาย ๆ ด้านได้แก่ ความพร้อมของสถานศึกษาในด้านบุคลากร ผู้บริหาร ผู้สอน ผู้เรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก การจัดสาระการเรียนรู้ต้องจัดให้สอดคล้องกับสาระของกลุ่มคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ที่กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ 6 สาระ คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษาต้องจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตร นอกจากนี้สถานศึกษาสามารถจัดสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับผู้เรียนเพิ่มขึ้นนอกเหนือจากที่กำหนดไว้ในหลักสูตรก็ได้ การจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ และมุ่งหวังให้ผู้เรียนบรรลุมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มคณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงองค์ประกอบ 3 ด้านคือ

1. ปัจจัยสำคัญของการจัดการเรียนรู้เช่นผู้บริหาร ผู้สอน ผู้เรียนและสภาพแวดล้อม
2. แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ คือการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ศึกษาค้นคว้าจากสื่อและเทคโนโลยีต่างๆโดยอิสระ ผู้สอนมีส่วนช่วยในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่องของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะให้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นแนวการจัดการเรียนรู้แนวหนึ่งที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ปัญหา ปรึกษาหารือ อภิปรายและแสดงความคิดเห็นด้วยเหตุผลซึ่งกันและกัน ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการคิดและมีประสบการณ์มากขึ้น ในการจัดกลุ่มให้ผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา อาจจัดเป็นกลุ่มเล็ก ๆ 2 คน หรือกลุ่มย่อย4-5 คน หรืออาจเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียนก็ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนของการเรียนรู้

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สิ่งสำคัญที่ผู้สอนควรคำนึงถึงคือความรู้พื้นฐานของผู้เรียนสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ ขั้นเตรียมความพร้อมเพื่อนำเข้าสู่กิจกรรม ผู้สอนสามารถใช้คำถามเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องราวที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่ หรือใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้เดิม ในขั้นปฏิบัติกิจกรรมผู้สอนอาจใช้ปัญหาซึ่งมีความเชื่อมโยงกับเรื่องราวในขั้นเตรียมความพร้อม และใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจหลักการ แนวคิด กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือทนิยามด้วยตนเอง ในขณะที่ผู้เรียนทำกิจกรรมกลุ่ม ผู้สอนควรให้อิสระทางความคิดกับผู้เรียน เปิดโอกาสให้มีการนำเสนอแนวคิดของแต่ละคนหรือของกลุ่มเพื่อแสดงแนวคิดเสริมเพิ่มเติมกัน ผู้สอนมีโอกาสเสริมความรู้ขยายความหรือสรุปประเด็นที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอนั้น สำหรับขั้นฝึกทักษะ ผู้เรียนอาจได้ฝึกเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้ตามความเหมาะสมของสาระและกิจกรรม

2. รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ (concept formation model)

มโนทัศน์เป็นผลมาจากการจัดข้อมูลให้เป็นระบบระเบียบโดยใช้กระบวนการทางสมอง มโนทัศน์จึงเป็นสิ่งสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์เนื่องจากมโนทัศน์เป็นส่วนสำคัญที่ทำให้ผู้เรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ และเชื่อมโยงมโนทัศน์กับบริบทของมโนทัศน์นั้น ๆ ได้ การสร้างมโนทัศน์เป็นกระบวนการในการค้นพบข้อความรู้จากการจำแนก จัดประเภทของความคิดหรือสิ่งของโดยอาศัยการมองเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างของลักษณะสำคัญของความคิดหรือสิ่งของเหล่านั้น

รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของนักการศึกษา

1. รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Hilda Taba

รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Hilda Taba เป็นลักษณะของการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ของผู้เรียน จากการพัฒนาการคิดแบบอุปนัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสามารถในการจำแนกและการนำผลการจำแนกข้อมูลไปใช้ให้เกิดประโยชน์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์จากการสังเกตสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่มีอยู่ในธรรมชาติ มีความสามารถในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของข้อมูลหรือปรากฏการณ์เพื่อหาความสัมพันธ์ เพื่อระบุชื่อและนิยามของมโนทัศน์ส่วนการอุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นการสรุปความรู้จากข้อมูลที่มีอย่างมากเพียงพอเช่น การพิสูจน์หรือการหาพจน์ที่ n ของลำดับอนันต์เป็นต้น (Rodgers, 2002: 174 – 186) โดยมีความเชื่อพื้นฐานเกี่ยวกับกระบวนการคิดดังต่อไปนี้ (Joyce and Weil, 2000: 130 - 131)

1. การคิดสามารถสอนได้ ในที่นี้หมายถึงการช่วยเหลือผู้เรียนผ่านการฝึกปฏิบัติเพื่อพัฒนาการคิดแบบอุปนัยให้แก่ผู้เรียน

2. การคิดเป็นการกระทำที่เชื่อมโยงระหว่างบุคคลกับข้อมูล ในที่นี้หมายถึงการนำเสนอกลุ่มของข้อมูลให้กับผู้เรียน ผู้เรียนจะจัดการกับข้อมูลโดยระบบการสร้างมโนทัศน์ เช่น การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล การจำแนกความแตกต่างของความสัมพันธ์ที่พบ การตั้งสมมุติฐาน การคาดการณ์ รวมถึงการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ

3. กระบวนการคิดเกิดขึ้นอย่างเป็นลำดับ

นอกจากนี้ Taba ยังได้เสนอทักษะการคิดแบบอุปนัยไว้ 3 วิธีคือ

1) การสร้างมโนทัศน์ (concept formation) เป็นทักษะในการระบุและจัดรายการ การจัดกลุ่มและการแยกประเภทของข้อมูล

2) การแปลความหมายของข้อมูล (interpretation of data) เป็นทักษะในการวิเคราะห์ความแตกต่างของความสัมพันธ์ การสำรวจความสัมพันธ์และการทำข้อสรุป

3) การนำหลักการไปใช้ (application of principle) เป็นทักษะในการทำนายผลหรืออธิบายปรากฏการณ์ที่ไม่เคยพบมาก่อนแล้วตั้งสมมุติฐาน การอธิบายเพื่อสนับสนุนการคาดการณ์หรือสมมุติฐาน การตรวจสอบผลการคาดการณ์โดยใช้หลักทางตรรกศาสตร์หรือจากข้อเท็จจริงเพื่อตัดสิน การสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ให้แก่ผู้เรียนตามรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Taba สามารถดำเนินการได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การระบุและจัดรายการ (enumeration and listing) เป็นขั้นที่มองเห็นความแตกต่างเพื่อการแยกประเภทของข้อมูล

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (grouping) เป็นการสำรวจลักษณะสำคัญที่มีร่วมกันเพื่อตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นจะรวมเป็นประเภทเดียวกันได้หรือไม่

ขั้นที่ 3 การแยกประเภท (labeling and catergorizing) เป็นการตัดสินใจที่จะเรียกชื่อกลุ่มของข้อมูล

2. รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ของ Lasley, Matczynski และ Rowley

รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ตามแนวคิดของ Lasley, Matczynski และ Rowley ได้รับอิทธิพลมาจากรูปแบบการพัฒนามโนทัศน์ของHilda Taba ในการที่จะพัฒนาการคิดแบบอุปนัย มีวัตถุประสงค์ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของข้อมูลหรือกลุ่มของความคิดที่นำเสนอโดยครู ผู้เรียนจะเรียนรู้จากตัวอย่างนำไปสู่ข้อสรุปในภาพรวม โดยมีกระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (data generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะสร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่ม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (data grouping) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนให้ผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่าใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อ (labeling) เป็นขั้นที่ผู้เรียนต้องตัดสินใจกำหนดกลุ่มที่แน่นอนของข้อมูลและกำหนดชื่อของกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การขยายความประเภทข้อมูล (expanding the category) จากกลุ่มของข้อมูลที่ผู้เรียนได้จัดกลุ่มและกำหนดชื่อไว้ในขั้นตอนที่3 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆมีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องการอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปปิด (closure) ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

3. **รูปแบบการแปลงของเลช** (Lesh translation model)

รูปแบบการแปลงของเลชเป็นรูปแบบเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสนอว่าผู้เรียนสามารถเปลี่ยนวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ 5 แบบ คือ การใช้รูปภาพ (Pictures) การใช้ภาษาเขียน (Written Symbol) การใช้ภาษาพูด (Spoken Symbol) การใช้สถานการณ์จริง (Real World Situation) และการใช้สื่อรูปธรรม (Munipulative Aids) โดยที่ลักษณะของการแปลงแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

1. การแปลงภายในแบบของการคิดเช่นการที่นักเรียนบอกได้ว่า ท่อ พีวีซี แก้วน้ำ หรือกระป๋องนำอัดลมเป็นทรงกระบอก

2. การแปลงระหว่างแบบของการคิด เช่นเมื่อนักเรียนสัมผัสกับสื่อที่เป็นทรงกระบอกแล้วสามารถวาดภาพทรงกระบอก อธิบายลักษณะของทรงกระบอก เขียนบรรยายลักษณะของทรงกระบอก และยกตัวอย่างทรงกระบอกที่ใช้ในชีวิตประจำวันได้

องค์ประกอบของกระบวนการเรียนการสอน

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียน มัธยมศึกษาตอนต้น มีองค์ประกอบต่าง ๆ ซึ่งได้ผ่านการดำเนินการสร้างอย่างเป็นระบบ ให้มีความสัมพันธ์ สอดคล้องและส่งเสริมซึ่งกันและกัน ได้แก่

1. หลักการ
2. วัตถุประสงค์
3. ขั้นตอนการเรียนการสอน
4. การวัดและประเมินผล

โดยมีรายละเอียดของแต่ละองค์ประกอบดังนี้

หลักการ

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียน มัธยมศึกษาตอนต้น มีหลักการสำคัญ 4 ประการดังนี้

1. **การให้ข้อมูลใหม่ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกับข้อมูลเดิม**

1.1 นักเรียนจะเกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองเมื่อได้รับประสบการณ์ที่มีความสัมพันธ์กับประสบการณ์เดิม

1.2 มีตัวอย่างที่เหมาะสมและมากพอในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อนำไปสู่การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและการหาข้อสรุป

2. **การมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าและบุคคลอื่น**

2.1 นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับข้อมูลและบุคคลอื่น

2.2 มีการจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนพัฒนาสถานการณ์หรือปัญหาไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรม 5 แบบ คือ สื่อรูปธรรม รูปภาพ ภาษาพูด ภาษาเขียนและสถานการณ์จริง

3. **การพิจารณาตรวจสอบกระบวนการคิด**

นักเรียนควรได้รับโอกาสในการตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง

4. **การแสดงความรู้**

นักเรียนต้องแสดงความรู้ที่สร้างขึ้นเพื่อแสดงความรู้ความเข้าใจมากกว่าหนึ่งแบบ

วัตถุประสงค์

กระบวนการเรียนการสอนโดยบูรณาการรูปแบบการสร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลง เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น มีวัตถุประสงค์ 2 ประการดังนี้

1. เพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์
2. เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

ขั้นตอนของกระบวนการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวนความรู้พื้นฐาน

ครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนโดยการทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนใหม่ หรือแลกเปลี่ยนประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ โดย

1. ครูใช้คำถามหรือสื่อในแบบต่าง ๆ ที่แสดงลักษณะของมโนทัศน์ของความรู้พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียน กระตุ้นให้นักเรียนระลึกถึงความรู้เดิม
2. นักเรียนเรียบเรียงมโนภาพภายในและแสดงความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องด้วยแบบแสดงมโนภาพมากกว่าหนึ่งแบบ

ขั้นที่ 2 ขั้นค้นหาลักษณะสำคัญร่วม

1. ครูออกแบบ และจัดเตรียมตัวอย่างที่แสดงถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมและมากพอในหลายแบบ
2. นักเรียนใช้ทักษะการสังเกตลักษณะของตัวอย่างแต่ละชนิดอย่างละเอียดพร้อมบันทึกรายละเอียด

ขั้นที่ 3 ขั้นจัดกลุ่มข้อมูล

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่เหมือนกันของตัวอย่างแต่ละชนิด
2. นักเรียนสังเกตหาลักษณะสำคัญร่วม
3. นักเรียนจัดกลุ่มของตัวอย่างจากลักษณะสำคัญร่วม

ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหลายแบบ
2. นักเรียนอธิบายวิธีการจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมการแสดงลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป

1. นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้ในรูปของโครงสร้างความรู้ที่สมเหตุสมผล

2. นักเรียนออกแบบวิธีแสดงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแสดงความรู้ประกอบตัวอย่างมากกว่าหนึ่งแบบ

3. นักเรียนให้ความหมายของความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการตรวจสอบกระบวนการคิด และเสนอแนะจุดบกพร่อง

1. ครูเตรียมปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กระตุ้นให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี

2. นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบความถูกต้อง ออกแบบการนำเสนอผลและนำเสนอผลการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ตามกระบวนการเรียนการสอนที่ได้พัฒนาขึ้น ดำเนินการ 2 ระยะโดยมีรายละเอียดดังนี้

1. วัดและประเมินผลความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย ก่อนการดำเนินการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. วัดและประเมินผลความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังการดำเนินการใช้กระบวนการเรียนการสอนของนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วย แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและเป็นฉบับคู่ขนานกับที่ใช้วัดและประเมินผลก่อนการดำเนินการใช้กระบวนการเรียนการสอน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิตรวจกระบวนการเรียนการสอน

1. รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2. รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
3. รองศาสตราจารย์ ดร. สมวงษ์ แปลงประสบโชค	คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ กรรณิการ์ ธีรเวชเจริญชัย	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
5. ดร. สมยศ ชิดมงคล	คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแบบทดสอบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ และความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

1. รองศาสตราจารย์ กิตติ พัฒนตระกูลสุข	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุนันทา เอกเวชวิช	โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช	โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
4. ดร. บุญญิสา แซ่หล่อ	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
5. อาจารย์วรรณพงศ์ บุญยโอภาส	โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการสอน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

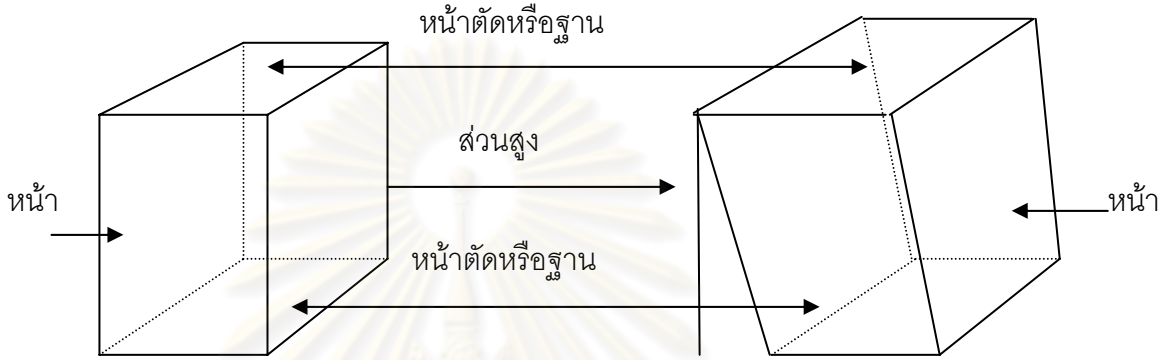
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 1 ชั่วโมง

1. **สาระการเรียนรู้** พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. **สาระการเรียนรู้ย่อย** ความหมายของปริซึม
3. **ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง** นักเรียนสามารถ
   - 3.1 สังเกตเห็นลักษณะสำคัญของปริซึมและสรุปนิยามของปริซึมได้
   - 3.2 บอกชื่อส่วนต่างๆของปริซึมจากความสัมพันธ์ของลักษณะร่วมของปริซึมที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมที่แตกต่างกันได้
   - 3.3 จำแนกประเภทของปริซึมพร้อมแสดงเหตุผลในการจำแนกประเภทได้
   - 3.4 ยกตัวอย่างสิ่งที่พบในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะของปริซึมได้
4. **สาระสำคัญ**

สิ่งรอบตัวในชีวิตประจำวันของเราหลายสิ่งที่ส่วนประกอบมีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ เช่น กล่องใส่กระดาษทิชชู ตู้ กระป๋องนม กรวยไอศกรีม ลูกบอล เป็นต้น ปริซึมเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดหนึ่งที่นักเรียนได้รู้จักมาแล้วจากการทดลองเรื่องการกระจายของแสง เมื่อนักเรียนกระจายแสงผ่านปริซึมสามเหลี่ยม แสงจะกระจายเป็นสีรุ้ง ตัวอย่างสิ่งรอบตัวเราที่มีลักษณะเป็นปริซึม เช่น กล่องยาสีฟัน เป็นต้น ปริซึมในทางคณิตศาสตร์มีลักษณะดังนี้

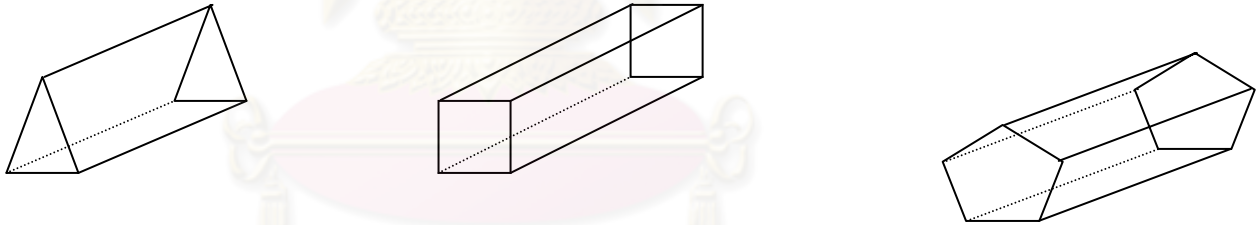
> รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกันและด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ปริซึมมี 2 ชนิดคือ ปริซึมตรงและปริซึมเอียง (ในบทนี้จะกล่าวถึงเฉพาะปริซึมตรง) ส่วนต่างๆของปริซึมมีชื่อเรียกดังนี้



ปริซึมตรง ปริซึมเอียง

เราเรียกชื่อของปริซึมตามลักษณะของฐานของปริซึม ดังตัวอย่าง



ปริซึมฐานสามเหลี่ยม ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ปริซึมฐานห้าเหลี่ยม

5. **กิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นนำ (ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้พื้นฐาน) ครูทบทวนเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยการนำรูปเรขาคณิตสามมิติที่เป็นทรงต่างๆเช่น ลูกบอล กล่องยาสีฟัน กล่องขนมเปียะ กล่องใส่ชอคโกแลตและกล่องใส่เหล้ามาให้นักเรียนดูแล้วถามถึงลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ นักเรียนร่วมกันอภิปรายแล้วตอบคำถาม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เมื่อครูเห็นว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติแล้ว ดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ 1. (ขั้นที่ 2 ค้นหาลักษณะสำคัญร่วม) ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คนแล้วนำรูปเรขาคณิตสามมิติที่เป็น**สื่อรูปธรรม**ทำจากพลาสติกใส ประกอบด้วย ปริซึมฐานสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยม ทรงกลม กรวย พีระมิดมาอย่างละ 1 ชิ้นแจกให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะของรูปเรขาคณิตแต่ละชิ้น จากนั้นให้นักเรียน**เขียนภาพ**แสดงลักษณะสำคัญของรูปแต่ละรูป แล้วสุ่มตัวแทนกลุ่ม1-2กลุ่ม**อธิบาย**ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติโดยใช้ภาษาพูดที่อาจยังไม่เป็นแบบแผนทางคณิตศาสตร์ 2. (ขั้นที่ 3 จัดกลุ่มข้อมูล) ครูให้นักเรียนสังเกตหาลักษณะร่วมจากภาพที่นักเรียนเขียนไว้ในขั้นที่ 2 จากนั้นให้นักเรียน**เขียนแผนผัง**เพื่อแสดงกลุ่มของรูปเรขาคณิตสามมิติตามลักษณะสำคัญร่วม หลังจากนั้นครูแนะนำให้นักเรียนในกลุ่มจัดประเภทของรูปเรขาคณิตสามมิติโดยกำหนดเกณฑ์ในการจัดกลุ่มขึ้นเองโดยมีข้อกำหนดว่าในแต่ละประเภทที่จัดต้องประกอบด้วย	เมื่อครูเห็นว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติแล้ว ดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ (ขั้นที่ 2 ปฏิบัติกิจกรรม) 1. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน แจกสื่อรูปธรรมทำจากพลาสติกใส ประกอบด้วย ปริซึมฐานสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยม มาให้นักเรียนในแต่กลุ่ม แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงลักษณะของสิ่งของที่แจกให้ 2. ครูใช้คำถามประกอบภาพเช่น 2.1 ด้านข้างของสิ่งของต่างๆเป็นรูปอะไร 2.2 ด้านหัว-ท้ายเป็นรูปอะไร 2.3 ถ้าครูตัดกล่องยาสีฟันตามแนวตั้งฉากกับพื้นจะได้รูปอะไร 2.4 ถ้าตัดในลักษณะเดิมแต่เปลี่ยนตำแหน่งตัดไปในแนวที่ขนานกับรอยตัดเดิม นักเรียนคิดว่าจะได้รูปอะไร มีขนาดเท่าใด

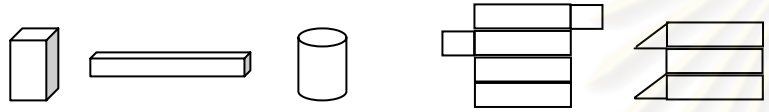
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
สิ่งของตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป ซึ่งในแต่ละกลุ่มต้องกำหนดหลักการหรือเกณฑ์ในการจัดประเภทที่ชัดเจน แล้วกำหนดชื่อกลุ่มโดยเรียกเป็นชื่อของทรงสามมิตินั้นๆ แล้วนำเสนอโดย**แผนภาพ**ประกอบด้วย**การเขียนคำอธิบาย**สั้น ๆ 3. (ขั้นที่4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์) ครูตรวจสอบกระบวนการ จำแนกประเภททรงสามมิติโดยสุ่มนักเรียน 3 กลุ่ม**อธิบาย**แนวคิดในการกำหนดกลุ่มของรูปเรขาคณิตสามมิติ**ประกอบแผนภาพที่สร้างขึ้น**เพื่อแสดงแนวคิดในการจำแนกประเภทให้นักเรียนกลุ่มอื่นฟัง แล้วให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันอภิปรายถึงความมีเหตุผลในการกำหนดหลักการจัดประเภทนั้น ๆ จากนั้นให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มทบทวนผลงานของกลุ่มถ้าพบว่ามีสิ่งใดควรเพิ่มเติมหรือแก้ไขให้ดำเนินการเขียนแผนภาพใหม่พร้อมกับ**เขียนข้อสรุปของลักษณะสำคัญร่วม**ที่ใช้ในการจัดกลุ่มทรงสามมิติให้ชัดเจน	ขั้นที่ 3 (ขั้นสรุป) 3. ครูบอกว่าถ้ากล่องยาสีฟัน กล่องใส่เหล้าคือปริซึม นักเรียนจะสรุปว่าปริซึมมีลักษณะอย่างไร ให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันสรุปและเขียนใส่แบบบันทึก แล้วให้ตัวแทนกลุ่มอธิบายวิธีการคิด แล้วครูจึงเขียนนิยามของปริซึมเพื่อสรุปความเข้าใจอีกครั้ง 4. ครูนำรูปเรขาคณิตสามมิติแบบต่างๆ มาให้นักเรียนดูแล้วให้นักเรียนบอกว่า รูปเรขาคณิตสามมิติใดคือปริซึม 5. ครูนำภาพ ปริซึมตรงกับปริซึมเอียงมาให้นักเรียนพิจารณาว่าทั้งสองรูปเป็นปริซึมหรือไม่ เพราะเหตุใด แล้วครูอธิบายถึงส่วนประกอบต่างๆ ของปริซึม 6. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างปริซึมด้วย กระดาษกลุ่มๆ 1 อันแล้วให้อธิบายให้เพื่อนๆกลุ่มอื่นๆ ทราบว่าปริซึมที่สร้างขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
4. (ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป) 4.1 ครูให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกัน**อธิบาย**ว่ารูปเรขาคณิตสามมิติที่จัดกลุ่มไว้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร แล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของปริซึม แล้วให้นักเรียน**สรุปเป็นภาษาเขียนลงในแบบบันทึกกิจกรรมเรื่องความหมายของปริซึม** พร้อมทั้ง**วาดภาพของปริซึม**ในแบบอื่น ๆ อีกกลุ่มละ 3 แบบ 4.2 ครูนำภาพ ปริซึมตรงกับปริซึมเอียงมาให้ นักเรียนพิจารณาว่าทั้งสองรูปเป็นปริซึมหรือไม่ เพราะเหตุใดแล้วครูอธิบายถึงส่วนประกอบต่าง ๆ ของปริซึม 4.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างปริซึมด้วยกระดาษกลุ่มๆ 1 อันแล้วให้อธิบายให้เพื่อนๆกลุ่มอื่นๆ ทราบว่าปริซึมที่สร้างขึ้น 1. มีกี่หน้า 2. รูปเหลี่ยมที่เป็นรูปมีกี่รูป รูปใดบ้าง 3. รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง 4. รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทุกรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ 5. ส่วนสูงของปริซึมยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงใดบ้าง	1. มีกี่หน้า 2. รูปเหลี่ยมที่เป็นรูปมีกี่รูป รูปใดบ้าง 3. รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างมีกี่รูปได้แก่รูป ใดบ้าง 4. รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทุกรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ 5. ส่วนสูงของปริซึมยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงใดบ้าง ขั้นที่ 4 (ขั้นฝึกทักษะ) 5. ครูให้นักเรียนทำใบงาน เรื่อง “ปริซึมแปลงร่าง”เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกจำแนกรูปปริซึมจากรูปเรขาคณิตสามมิติอื่น ๆ และระบุส่วนประกอบต่างๆ ของปริซึม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
5.. (ขั้นที่ 6 ขั้นนำความรู้ไปใช้) 5.1 ครูนำภาพต่อไปนี้ให้นักเรียนดูแล้วถามว่า"มีภาพใดบ้างที่สื่อความหมายถึงปริซึม"  5.2 ครูให้นักเรียน**ยกตัวอย่างสิ่งที่นักเรียนพบในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะ ของปริซึม** 5.3 นักเรียนทำใบงาน เรื่อง "ปริซึมแปลงร่าง" เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกจำแนกรูปปริซึมจากรูปเรขาคณิตสามมิติอื่นๆ และระบุส่วนประกอบต่างๆ ของปริซึม	

ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปนิยามของปริซึมด้วยภาษาทางคณิตศาสตร์ทั้ง**ภาษาพูดและภาษาเขียน**

6. **สื่อการเรียนรู้**

6.1 รูปทรงสามมิติ

6.2 แบบบันทึกกิจกรรมความหมายของปริซึม

6.3 ใบงานเรื่องปริซึมแปลงร่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. **การวัดและประเมินผล**

   7.1 สังเกตจากการตอบคำถามในชั้นเรียน

   7.2 การสรุปผลการทำกิจกรรมกลุ่ม

   7.3 ผลการทำแบบบันทึกกิจกรรม และ ใบงานเรื่องปริซึมแปลงร่าง

8. **บันทึกหลังสอน**

   .....

   .....

   .....

   .....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบบันทึกกิจกรรมที่ 1

กลุ่มที่ .....ชั้น.....ห้อง.....

รายชื่อสมาชิก

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

---

1. ประเภทของสิ่งของต่างๆที่กำหนดให้มี ..... ประเภท ดังนี้

.....

.....

.....

2. ลักษณะที่เหมือนกันของปริซึม และ ปริซึมต่างจากสิ่งของชนิดอื่นอย่างไร

ปริซึม	สิ่งที่ไม่ใช่ปริซึม	ภาพประกอบ
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

3. เกณฑ์ที่ใช้ในการจำแนกประเภทคือ

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ลักษณะสำคัญของปริซึมคือ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ความแตกต่างของปริซึมตรงและปริซึมเอียงคือ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. สิ่งของที่พบในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นปริซึม เช่น

.....

.....

.....

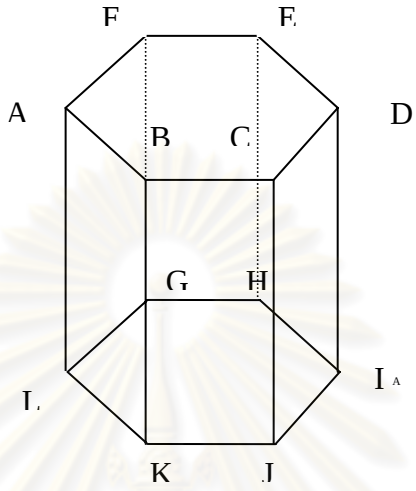
.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปริซึมแปลงร่าง

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปของปริซึมฐานหกเหลี่ยมด้านเท่าแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

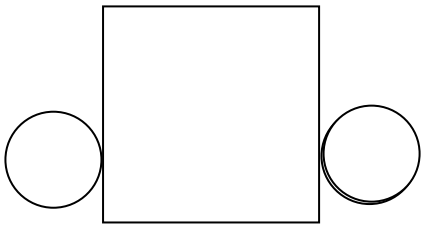


1. ปริซึมนี้มีทั้งหมดกี่หน้า.....
2. รูปเหลี่ยมที่เป็นฐานของปริซึมมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง.....
   .....
3. รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างของปริซึมมีกี่รูป ได้แก่รูปใดบ้าง.....
   .....
   .....
4. รูปเหลี่ยมที่เป็นด้านข้างทุกรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่.....
5. ส่วนสูงของปริซึมมีความยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรงใดบ้าง.....
   .....
   .....

2. ให้นักเรียนวาดรูปที่เป็นรูปคลี่ของปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่า

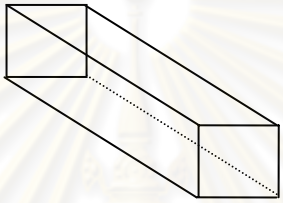
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. รูปคลี่ต่อไปนี้เป็นรูปคลี่ของปริซึมหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าเป็นเป็นรูปคลี่ของปริซึมชนิดใด



4. รูปในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นรูปของปริซึมหรือไม่ เพราะเหตุใด

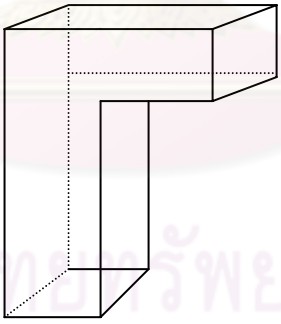
4.1



.....

.....

4.2



.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15 เรื่อง กราฟ

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 3 ชั่วโมง

---

1. **สาระการเรียนรู้** กราฟ
2. **สาระการเรียนรู้ย่อย** กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
3. **ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง** นักเรียนสามารถ

3.1 เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

3.2 เขียนกราฟบอกลักษณะของกราฟของสมการ $y = ax + b$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $b = 0$ โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก

4. **สาระสำคัญ**

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการที่เขียนได้ในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เท่ากับศูนย์พร้อมกัน และถ้าให้ $a = \frac{-A}{B}$ และ $b = \frac{-C}{B}$ จะเขียนสมการได้เป็น $y = ax + by$

1. **กิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นนำ (ขั้นที่1 ทบทวนความรู้พื้นฐาน) ทบทวนความรู้เรื่องกราฟของสมการ โดยการใช้คำถามดังนี้

1. นักเรียนมีวิธีการเขียนกราฟอย่างไร มีกี่วิธี
2. ให้นักเรียนบอกขั้นตอนในการเขียนกราฟตามความเข้าใจของนักเรียน
3. ครูแนะนำให้นักเรียนรู้จักเครื่องคิดเลขกราฟิกเพื่อเป็นทางเลือกอีกทางเลือกหนึ่งในการเขียนกราฟ พร้อมทั้งแนะนำเรื่องการใช้เครื่องเช่น การเปิดเครื่องโดยกด แป้น AC/ON ปิดเครื่องกด SHIFT AC/ON ลูกศร ←→↑↓ เพื่อเลื่อนแถบสีไปที่รายการ RUN เลือกเมนูย่อย GRAPH กด F3เพื่อเลือกรูปแบบฟังก์ชัน Y = แล้วพิมพ์ฟังก์ชั่นที่ต้องการเขียนกราฟ เช่น $y = 2x + 5$ แล้วกด EXE จะได้กราฟตามที่ต้องการ

จากนั้นฝึกให้นักเรียนเขียนตามตามสมการที่กำหนดให้

ขั้นสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เมื่อครูเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนกราฟด้วยเครื่องคิดเลขกราฟิกแล้วดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ 1. (ขั้นที่ 2 หาลักษณะสำคัญร่วม) ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน ให้ตัวแทนกลุ่มมารับเครื่องคิดเลขกราฟิกกลุ่มละ 1 เครื่อง พร้อมแบบบันทึกกิจกรรมเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$ แล้วให้เขียนกราฟของสมการต่อไปนี้ $y = x$ $y = -x$ $y = 2x$ $y = -2x$ $y = 3x$ $y = -3x$ $y = \frac{1}{2}x$ $y = -\frac{1}{2}x$ $y = 0.25x$ $y = -0.25x$ $y = 5x$ $y = -5x$ แล้วให้นักเรียนพิจารณาลักษณะกราฟของแต่ละสมการแล้วตอบคำถามในแบบบันทึกกิจกรรมเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$ ดังนี้ 1. กราฟเป็นรูปอะไร 2. กราฟตัดแกน x ที่จุดใด 3. กราฟตัดแกน y ที่จุดใด 4. กราฟทำมุมแหลมหรือมุมป้านกับแกน x	เมื่อครูเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนกราฟด้วยเครื่องคิดเลขกราฟิกแล้วดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ ขั้นที่ 2 (ปฏิบัติกิจกรรม) 1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน ให้ตัวแทนกลุ่มมารับเครื่องคิดเลขกราฟิกกลุ่มละ 1 เครื่อง พร้อมแบบบันทึกกิจกรรมเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$ แล้วให้เขียนกราฟของสมการต่อไปนี้ $y = x$ $y = -x$ $y = 2x$ $y = -2x$ $y = 3x$ $y = -3x$ $y = \frac{1}{2}x$ $y = -\frac{1}{2}x$ $y = 0.25x$ $y = -0.25x$ $y = 5x$ $y = -5x$ 2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาลักษณะกราฟแล้วตอบคำถามต่อไปนี้ 1. กราฟเป็นรูปอะไร 2. กราฟตัดแกน x ที่จุดใด 3. กราฟตัดแกน y ที่จุดใด 4. กราฟทำมุมแหลมหรือมุมป้านกับแกน x 5. กราฟมีลักษณะที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
5. กราฟมีลักษณะที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร 2. (ขั้นที่ 3 จัดกลุ่มข้อมูล) นักเรียนสังเกตลักษณะสำคัญของกราฟแล้วจัดกลุ่มกราฟออกเป็น 2 พวก (พวกที่ทำมุมแหลมและพวกที่ทำมุมป้านกับแกน x) โดยให้นักเรียนเป็นคนสร้างเกณฑ์ในการรวมกลุ่มหรือการจำแนกประเภทด้วยตนเองแล้วให้นักเรียนนำเสนอโดยการอธิบายสั้น ๆ ประกอบแผนภาพที่นักเรียนสร้างขึ้น 3. (ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์) ครูตรวจสอบกระบวนการรวมกลุ่ม หรือจำแนกกลุ่มของกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยสุ่มนักเรียน 3 กลุ่ม อธิบายแนวคิดในการจัดกลุ่มกราฟประกอบแผนภาพที่นักเรียนสร้างขึ้นแล้วให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันอภิปรายถึงความมีเหตุผลในการจัดกกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันทบทวนผลงานกลุ่ม ถ้าพบว่ามีสิ่งใดควรเพิ่มเติมหรือแก้ไขให้ดำเนินการจัดทำใหม่และเขียนข้อสรุปลักษณะสำคัญร่วมที่ใช้ในการจำแนกกลุ่มของกราฟ 4. (ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป) 1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายว่ากราฟทั้งหมดมีลักษณะเหมือนกันอย่างไร และถ้าจะแยกออกเป็น 2 กลุ่มแต่ละกลุ่มสัมพันธ์กันอย่างไปและมีความเกี่ยวข้องกับรูปทั่วไป ของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$ อย่างไร	ขั้นที่ 3 (ขั้นสรุป) 3. ให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มสรุปลักษณะของกราฟในกรณีที่ $a > 0$ หรือ $a < 0$ 1. ถ้า $a > 0$ ลักษณะกราฟเป็นอย่างไร 2. ถ้า $a < 0$ ลักษณะกราฟเป็นอย่างไร 4. สุ่มตัวแทน 2-3 กลุ่มอธิบายลักษณะกราฟ 5. ครูยกตัวอย่าง สมการ เช่น $y = -\frac{3}{4}x$ แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ 1. กราฟเป็นรูปอะไร 2. กราฟตัดแกน x ที่จุดใด 3. กราฟตัดแกน y ที่จุดใด 4. กราฟทำมุมแหลมหรือมุมป้านกับแกน x ขั้นที่ 4 (ขั้นฝึกทักษะ) 6. นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$เมื่อ $a \neq 0$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
2. ครูยกตัวอย่าง สมการ เช่น $y = -\frac{3}{4}x$ แล้วให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ 1. กราฟเป็นรูปอะไร 2. กราฟตัดแกน x ที่จุดใด 3. กราฟตัดแกน y ที่จุดใด 4. กราฟทำมุมแหลมหรือมุมป้านกับแกน x 5. (ขั้นที่ 6 ขั้นนำไปใช้) นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$	

ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a < 0$ และ $a > 0$ด้วยภาษาทางคณิตศาสตร์ทั้งภาษาพูดและภาษาเขียน

6. **สื่อการเรียนรู้**
   - 6.1 เครื่องคิดเลขกราฟิก
   - 6.2 แบบบันทึกกิจกรรมเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$
   - 6.3 แบบฝึกหัดเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$
7. **การวัดและประเมินผล**
   - 7.1 สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน
   - 7.2 การสรุปผลการทำกิจกรรม
   - 7.3 ผลการทำแบบฝึกหัดเรื่องกราฟของสมการ $y = ax$ เมื่อ $a \neq 0$
8. **บันทึกหลังสอน**

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบบันทึกกิจกรรมเรื่องกราฟของสมการ y = ax เมื่อ a ≠0

ชื่อ.....**ชั้น**.....**เลขที่**.....

สมการ	ลักษณะกราฟ	จุดตัดแกน X	จุดตัดแกน Y	การทำมุมกับแกน x
y = x				
y = -x				
y = 2x				
y = -2x				
y = 3x				
y = -3x				
$y = \frac{1}{2}x$				
$y = -\frac{1}{2}x$				
y = 0.25x				
y = -0.25x				
y = 5x				
y = -5x				

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 20 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 จำนวน 5 ชั่วโมง

---

1. **สาระการเรียนรู้** ระบบสมการเชิงเส้น
2. **สาระการเรียนรู้ย่อย** การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟ
3. **ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง** นักเรียนสามารถ
   - 3.1 สังเกตลักษณะของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
   - 3.2 จำแนกระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากระบบสมการอื่น
   - 3.3 หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กราฟได้
4. **สาระสำคัญ**
   1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการ $ax + by = c$ และ $cx + dy = f$ ที่มี x และ y เป็นตัวแปร a และ c เป็นสัมประสิทธิ์ของ x b และ d เป็นสัมประสิทธ์ของ y
   2. คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือคู่อันดับ (x, y) ที่สอดคล้องกับสมการทั้งสองของระบบสมการ หรือคู่อันดับ(x, y) ที่ค่า x และค่า y ที่ทำให้สมการเป็นจริง
5. **กิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นนำ (ขั้นที่1 ทบทวนความรู้พื้นฐาน)

1. นักเรียนหาค่าพิกัด (x, y) ที่สอดคล้องของสมการ $y = 2x + 3$ อย่างน้อย 3 พิกัด
2. นักเรียนพิจารณาหาคู่อันดับที่สอดคล้องร่วมกันของสมการคู่ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
   - 2.1 $3x – y = 3, 2x + y = 2$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 Y = 2x – 4, y = 2x + 5

2.3 Y = 2x + 1 , 3y = 6x + 3

3. ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้

" เศษสามส่วนสี่ของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 57 และสามเท่าของจำนวนน้อย มากกว่าจำนวนมากอยู่ 40 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น" แล้วให้นักเรียนตอบคำถามดังต่อไปนี้

1. ปัญหาข้างต้นมีกี่เงื่อนไข
2. เขียนข้อความปัญหาข้างต้นเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้หรือไม่
3. สมการที่ได้มีกี่สมการและมีกี่ตัวแปร
4. ระบบสมการที่เขียนได้นี้เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหรือไม่ เพราะเหตุใด

ขั้นสอน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เมื่อครูเห็นว่านักเรียนบอกวิธีหาคู่อันดับที่สอดคล้องและลักษณะของระบบสมการเชิงเส้นแล้วดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ 1. (ขั้นที่ 2 หาลักษณะสำคัญร่วม) ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการต่อไปนี้ บนแกนคู่เดียวกัน 1. x + y = 3 และ x – y = 1 2. x + y = 4 และ x – y = 1 3. 2x – 3y = 1 และ 4x – 6y = 2 4. 3x -2y + 6 = 0 และ 2y – 3x = -3 5. x – 2y = 1 และ 2x – 4y = 2	เมื่อครูเห็นว่านักเรียนบอกวิธีหาคู่อันดับที่สอดคล้องและลักษณะของระบบสมการเชิงเส้นแล้วดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ ขั้นที่ 2 (ปฏิบัติกิจกรรม) 1. ให้นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้ 1. x + y = 3 และ x – y = 1 2. x + y = 4 และ x – y = 1 3. 2x – 3y = 1 และ 4x – 6y = 2 4. 3x -2y + 6 = 0 และ 2y – 3x = -3 5. x – 2y = 1 และ 2x – 4y = 2 2. ให้นักเรียนพิจารณาหาคู่อันดับที่สอดคล้องร่วมของแต่ละระบบสมการแล้วถาม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
2. (ขั้นที่ 3 จัดกลุ่มข้อมูล) นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของระบบสมการแล้วให้นักเรียนจัดกลุ่มระบบสมการข้างต้นโดยให้นักเรียนกำหนดเกณฑ์ในการจัดกลุ่มขึ้นเองแล้วนำเสนอกราฟที่เขียนได้ประกอบคำอธิบายสั้นๆ 3. (ขั้นที่ 4 ขั้นแสดงเหตุผลเชิงประจักษ์) ครูตรวจสอบกระบวนการรวมกลุ่มหรือจำแนกกลุ่มของคู่อันดับโดยสุ่มนักเรียน 5 คนอธิบายแนวคิดในการจัดกลุ่มประกอบกราฟที่นักเรียนสร้างขึ้นแล้วให้นักเรียนคนอื่นร่วมกันอภิปรายถึงความมีเหตุผลในการจัดกกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนในแต่ละคนร่วมกันทบทวนผลงานของตนเอง ถ้าพบว่ามีสิ่งใดควรเพิ่มเติมหรือแก้ไขให้ดำเนินการจัดทำใหม่และเขียนข้อสรุปลักษณะสำคัญร่วมที่ใช้ในการจำแนกกลุ่มของระบบสมการ (ตัดกัน ขนานกันหรือเป็นเส้นตรงเดียวกัน) 4. (ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป) ครูบอกนักเรียนว่าถ้าตำตอบของระบบสมการคือ คู่อันดับ (x , y)ที่เป็นคู่อันดับที่สอดคล้องร่วมของแต่ละสมการแล้วให้นักเรียนทำกิจกรรมดังนี้ 1. จัดกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มละ 3 คน แล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการหาคำตอบของระบบสมการโดยการเขียนกราฟ (เขียนกราฟและหาพิกัดของจุดตัดของกราฟ) 2. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันพิจารณาลักษณะของคำตอบของระบบสมการจะมีได้กี่คำตอบ (คำตอบเดียว หลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบ)	นักเรียนว่าถ้าคู่อันดับที่สอดคล้องร่วมของระบบสมการคือคำตอบของสมการแล้วคำตอบของระบบสมการมีกี่ลักษณะ (ระบบสมการมีกี่คำตอบ) 3. ครูยกตัวอย่างการหาคำตอบของระบบสมการโดยใช้กราฟเช่น จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้ 1. $x + y = 20$ $x – y = -4$ 2. $5x – 6y = -4$ $3x – 2y = 8$ 3. $y = 3x – 1$ $-9x + 3y = 4$ 4. $y = -3x – 1$ $y = -3x – 2$ ขั้นที่ 3 (ขั้นสรุป) 4. นักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยการเขียนกราฟ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
5. (ขั้นที่ 6 ขั้นนำไปใช้) ครูยกตัวอย่างการหาคำตอบของระบบสมการเช่น จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้ 1. $x + y = 20$ $x – y = -4$ 2. $5x – 6y = -4$ $3x – 2y = 8$ 3. $y = 3x – 1$ $-9x + 3y = 4$ 4. $y = -3x – 1$ $y = -3x – 2$ หลังจากนั้นให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กราฟ จำนวน 6 ข้อ ดังนี้ จงเขียนกราฟ แล้วหาว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ มีคำตอบหรือไม่ 1. $x + 2y = 4$ $2x + 3y = 7$ 2. $y + x = -2$ $2y + 2x = -4$ 3. $x – 3y = 6$ $2x – 6y = 8$ 4. $2x + y = -3$ $4x + 2y = -6$ 5. $2y – x = 6$ $2y = x – 4$ 6. $2x - 3y – 14 = 0$ $3x + 2y = 8$	ขั้นที่ 4 (ขั้นฝึกทักษะ) 5. ให้นักเรียนเขียนกราฟ แล้วหาว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ มีคำตอบหรือไม่ 1. $x + 2y = 4$ $2x + 3y = 7$ 2. $y + x = -2$ $2y + 2x = -4$ 3. $x – 3y = 6$ $2x – 6y = 8$ 4. $2x + y = -3$ $4x + 2y = -6$ 5. $2y – x = 6$ $2y = x – 4$ 6. $2x - 3y – 14 = 0$ $3x + 2y = 8$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. **สื่อการเรียนรู้**

   6.1 ตัวอย่างระบบสมการ

   6.2 แบบฝึกหัด

7. **การวัดและประเมินผล**

   7.1 สังเกตการตอบคำถามในชั้นเรียน

   7.2 การสรุปผลการทำกิจกรรม

   7.3 ผลการทำแบบฝึกหัด

8. **บันทึกหลังสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างเครื่องมือการวิจัย

- แบบทดสอบความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

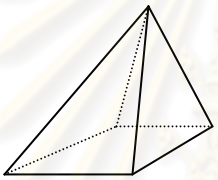
แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

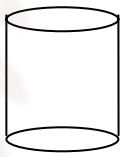
คำชี้แจง

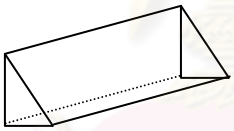
1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 44 ข้อใช้เวลาในการทำ 100 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในช่องตัวอักษรที่เป็นคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0 ข้อใดเป็นภาพของปริซึม

ก. 

ข. 

ค. 

ง.

ถ้านักเรียนเห็นว่าข้อ ค. ถูกให้ทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่อง ค. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
			x	

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ค. เป็นข้อ ข.ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=)ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ค.แล้วทำเครื่องหมายกากบาทในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
	X	=x=		

อธิบายลักษณะ สมบัติและบอกนิยามของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลมได้

1. ข้อใดมีลักษณะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

ก. จุด ข. เส้นตรง

ค. ลูกบอล ง. ภาพพีระมิด

2. ปริซึมรูปหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ปริซึมรูปนี้จะมีกี่หน้า

ก. 2 หน้า ข. 3 หน้า

ค. 4 หน้า ง. 5 หน้า

3. ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. หน้าตัดของทรงกระบอกเป็นรูปวงกลม

ข. แกนของทรงกระบอกคือความสูงของทรงกระบอกเอียง

ค. ผิวข้างของทรงกระบอกตรงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ง. แกนของทรงกระบอกคือส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของหน้าตัด

4. ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. พีระมิดเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ

ข. พีระมิดมีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน

ค. หน้าทุกหน้าของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยม

ง. ส่วนสูงของพีระมิดเอียงคือเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดยอดกับจุดกึ่งกลางของฐาน

5. ข้อใดไม่ใช่ลักษณะของทรงกลม

ก. เป็นรูปเรขาคณิต ข. ผิวโค้งเรียบ

ค. จุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเท่ากัน

ง. ระยะจากจุดคงที่และจุดบนผิวโค้งคือเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม

หาพื้นที่ผิวของปริซึม พีระมิด และทรงกระบอกได้

6. การคำนวณหาพื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอกทำได้โดยการคำนวณหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตใด

ก. รูปสามเหลี่ยม ข. รูปสี่เหลี่ยม

ค. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ง. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

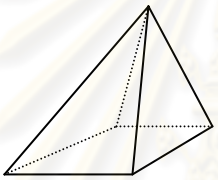
แบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

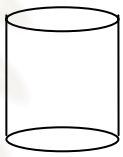
คำชี้แจง

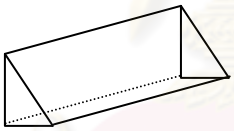
1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 44 ข้อใช้เวลาในการทำ 100 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในช่องตัวอักษรที่เป็นคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0 ข้อใดเป็นภาพของปริซึม

ก. 

ข. 

ค. 

ง.

ถ้านักเรียนเห็นว่าข้อ ค. ถูกให้ทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่อง ค. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
			x	

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ค. เป็นข้อ ข.ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=)ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ค.แล้วทำเครื่องหมายกากบาทในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
		x	~~x~~	

อธิบายลักษณะ สมบัติและบอกนิยามของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลมได้

1. ข้อใดเป็นลักษณะที่เหมือนกันของปริซึมและทรงกระบอก
   - ก. มีฐาน 2 ฐานเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติที่เท่ากันทุกประการ
   - ข. มีฐาน 2 ฐานที่อยู่คนละระนาบกัน
   - ค. มีฐาน 2 ฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากัน
   - ง. มีฐาน 2 ฐานเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
2. ข้อใดไม่ใช่ลักษณะของทรงกระบอก
   - ก. ฐานเป็นรูปทรงกลมที่เท่ากันทุกประการ
   - ข. ฐานอยู่บนระนาบที่ขนานกัน
   - ค. ฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ
   - ง. ถ้าตัดทรงกระบอกด้วยระนาบที่ขนานกับฐานจะได้รูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐาน
3. หน้าของพีระมิดมีลักษณะเป็นอย่างไร
   - ก. รูปสามเหลี่ยม
   - ข. รูปสี่เหลี่ยม
   - ค. รูปเหลี่ยมด้านเท่า
   - ง. รูปเหลี่ยมใดๆ
4. ข้อใดไม่ใช่ลักษณะของกรวย
   - ก. มีฐานเป็นรูปวงกลม
   - ข. มียอดแหลมอยู่บนระนาบเดียวกับฐาน
   - ค. ความยาวของส่วนสูงเอียงไม่เท่ากับส่วนสูงของกรวย
   - ง. กรวยตรงมีส่วนสูงยาวเท่ากับความยาวของแกน
5. ข้อใดไม่ใช่ลักษณะของทรงกลม
   - ก. เป็นรูปทรงเรขาคณิต
   - ข. ผิวโค้งเรียบ
   - ค. จุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเท่ากัน
   - ง. ระยะจากจุดคงที่และจุดบนผิวโค้งคือเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม

หาพื้นที่ผิวของปริซึม พีระมิด และทรงกระบอกได้

6. การคำนวณหาพื้นที่ผิวข้างของปริซึมทำได้โดยการคำนวณหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตใด
   - ก. รูปสามเหลี่ยม
   - ข. รูปสี่เหลี่ยม
   - ค. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
   - ง. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้มีสองตอน ใช้เวลาในการทำ 60 นาที

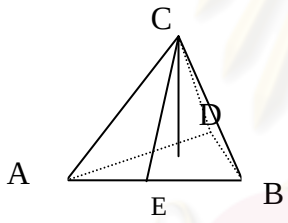
ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ

1. แบบทดสอบชนิดเลือกตอบมีจำนวน 17 ข้อ
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบเลือกตอบ

ข้อ 0 ข้อใดไม่เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยมีรูปสามเหลี่ยม ABD เป็นฐาน ดังรูป

	ก. หาความยาวของส่วนของเส้นตรง CE ข. หาความยาวของส่วนของเส้นตรง CD ค. หาพื้นที่ของสามเหลี่ยมABC ง. นำพื้นที่ของสามเหลี่ยมABCคูณด้วยสาม

ถ้านักเรียนเห็นว่าข้อ ข. ถูกให้ทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่อง ค. ดังนี้

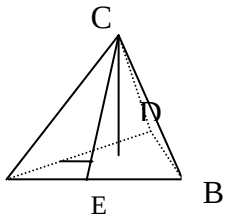
ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
	X			

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็นข้อ ค.ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=)ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข.แล้วทำเครื่องหมายกากบาทในช่อง ค. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
	~~X~~	x		

ใช้ความรู้เกี่ยวกับ พื้นที่ พื้นที่ผิวและปริมาตรแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆตามขั้น/ตอน วิธีการที่เหมาะสม

1. ถ้านักเรียนต้องการคำนวณหาพื้นที่ฐานของพีระมิดจากภาพ นักเรียนจะเรียงลำดับขั้นตอนในการคิดอย่างไร

	ข้อมูล	การเรียงลำดับ
	1. หาความยาว $\overline{DE}$ 2. หาค่าของ $\overline{DE}$ X $\overline{AB}$ 3. $\frac{\overline{DE}X\overline{AB}}{2}$	ก. 1, 2, 3 **ก.** 2, 1, 3 **ข.** 2, 3, 1 **ค.** 3, 2, 1

2. ข้อใดเป็นวิธีการคำนวณหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 5 เซนติเมตร

ก. (6 X 6 X 5) / 3 ซ.ม.^{3} ข. (6 X 6 X 6) / 3 ซ.ม.^{3}

ค. (6 X 6 X 4) / 3 ซ.ม.^{3} ง. (6 X 6 X 4) ซ.ม.^{3}

3. ข้อใดไม่เกี่ยวข้องกับขั้นตอน วิธีการคำนวณหาพื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอกตรงที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 6 เซนติเมตร สูง 5 เซนติเมตร

ก. $2 X \frac{22}{7}$ ข. $2 X \frac{22}{7} X 6$

ค. $2 X \frac{22}{7} X 3$ ง. $2 X \frac{22}{7} X 3 X 5$

4. ข้อใดเป็นขั้นตอนในการคำนวณหาปริมาตรของทรงกระบอก

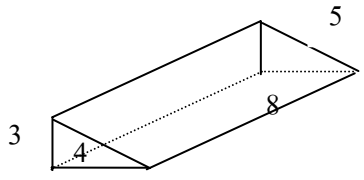
ก. หาขนาดสองเท่าของพื้นที่ฐาน

ข. นำขนาดสองเท่าของพื้นที่ฐานคูณด้วยความสูงของทรงกระบอก

ค. หาความยาวของเส้นรอบวงของฐานแล้วคูณกับความสูง

ง. หาขนาดของพื้นที่ฐานแล้วคูณด้วยความสูงของทรงกระบอก

5. ถ้าปริซึมดังรูปมีขนาดเป็นเซนติเมตรแล้วข้อใดไม่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวของปริซึมนี้



ก. $\frac{1}{2}(3 X 4)$

ข. (3 X 4) + (4 X 8)

ค. 2 X (3 X 4) + (4 X 8) + (5 X4)

ค. (3 X 4) + (4 X 8) + (5 X8) + (3 X 8)

แบบทดสอบขั้นตอน วิธีการทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

คำชี้แจง แบบทดสอบฉบับนี้มีสองตอน ใช้เวลาในการทำ 60 นาที

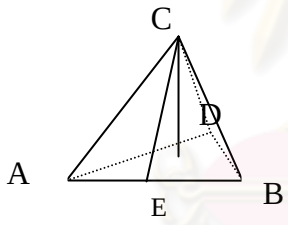
ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ

1. แบบทดสอบชนิดเลือกตอบมีจำนวน 17 ข้อ
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงใน กระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบเลือกตอบ

ข้อ 0 ข้อใดไม่เกี่ยวกับขั้นตอน วิธีการหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยมีรูปสามเหลี่ยม ABD เป็นฐาน ดังรูป

	ก. หาความยาวของส่วนของเส้นตรง CE ข. หาความยาวของส่วนของเส้นตรง CD ค. หาพื้นที่ของสามเหลี่ยมABC ง. นำพื้นที่ของสามเหลี่ยมABCคูณด้วยสาม

ถ้านักเรียนเห็นว่าข้อ ข. ถูกให้ทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่อง ค. ดังนี้

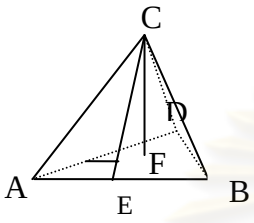
ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
		X		

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็นข้อ ค.ให้ทำเครื่องหมายขีดคู่ (=)ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข.แล้วทำเครื่องหมายกากบาทในช่อง ค. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
		X	x	

ใช้ความรู้เกี่ยวกับ พื้นที่ พื้นที่ผิวและปริมาตรแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆตามขั้น/ตอนวิธีการที่เหมาะสม

1. ถ้า △ ABD เป็น △ ด้านเท่าและเป็นฐานของพีระมิด ถ้านักเรียนต้องการคำนวณหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดจากภาพ นักเรียนควรเรียงลำดับวิธีการหาพื้นที่จากข้อมูลข้อ 1-3 อย่างไร



1. คำนวณหาความยาว $\overline{CE}$
2. นำผลลัพธ์ที่ได้คูณด้วยสาม
3. หาพื้นที่สามเหลี่ยม ABC

ก. 1, 3, 2
ข. 3, 1, 2
ค. 2, 3, 1
ง. 2, 1, 3,

2. ถ้านักเรียนต้องการหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 4 นิ้ว ยาว 5 นิ้ว และสูง 6 นิ้ว นักเรียนจะเรียงลำดับขั้นตอนการคำนวณอย่างไร

ข้อมูล	การเรียงลำดับ
1. นำค่าของพื้นที่ฐานคูณด้วยความสูง 2. หาค่าพื้นที่ฐานโดยใช้สูตรความกว้าง คูณความยาว 3. นำผลลัพธ์ที่ได้จาก พื้นที่ฐาน X ความสูง หารด้วย 3	ก. 3, 1, 2 ข. 2, 1, 3 ค. 1, 2, 3 ง. 2, 3, 1

3. ข้อใดไม่เกี่ยวข้องกับขั้นตอน วิธีการคำนวณหาพื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอกตรง
   ก. หาความยาวเส้นรอบวงของฐาน
   ข. หาความยาวรัศมีของฐาน
   ค. นำความยาวของเส้นรอบวงคูณกับความสูง
   ง. หาขนาดของพื้นที่ฐาน
4. ข้อใดเป็นขั้นตอนในการคำนวณหาปริมาตรของทรงกระบอก
   ก. หาขนาดสองเท่าของพื้นที่ฐาน
   ข. นำขนาดสองเท่าของพื้นที่ฐานคูณด้วยความสูงของทรงกระบอก
   ค. หาความยาวของเส้นรอบวงของฐานแล้วคูณกับความสูง
   ง. หาขนาดของพื้นที่ฐานแล้วคูณด้วยความสูงของทรงกระบอก

แบบวัดความสามารถในการคิดแบบอุปนัยฉบับก่อนเรียน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 27 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบ ให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0 เลขโดดเหล่านี้จัดเรียงให้อยู่ในแบบรูป(Pattern) อย่างหนึ่งนักเรียนคิดว่าถ้ามีการจัดเรียงตัวเลขต่อไปควรเป็นตัวเลขใด

2, 7, 12, 17, 22 , ...

ก. 25 ข. 27

ค. 33 ง. 35

ถ้านักเรียนเห็นว่าข้อ ข ถูกให้ทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่อง ข. ดังนี้

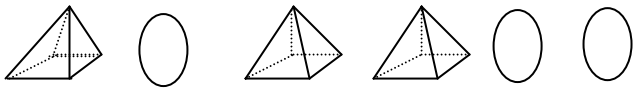
ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
		X		

ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข เป็นข้อ ก ให้คำเครื่องหมายขีดคู่ (=)ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข.แล้วทำเครื่องหมายกากบาทในช่อง ก. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
	X	=X=		

ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

1. รูปเรขาคณิตต่างๆเหล่านี้จัดเรียงให้อยู่ในแบบรูป(Pattern) อย่างหนึ่ง

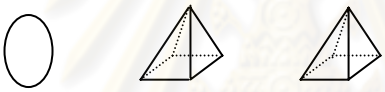


นักเรียนคิดว่าถ้ามีการจัดเรียงภาพต่อไปควรเป็นภาพใด

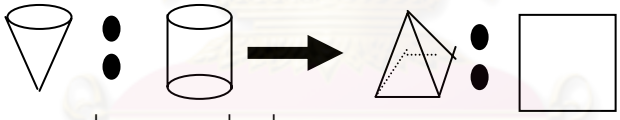
ก.

ข.

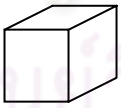
ค.

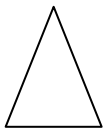
ง. 

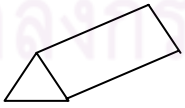
2. ถ้ากำหนดความสัมพันธ์ของภาพชุดหนึ่งเป็นดังนี้

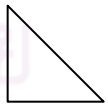


นักเรียนคิดว่าภาพที่จะแทนรูปสี่เหลี่ยมควรเป็นภาพใด

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

3. ข้อใดไม่เข้าพวกกับรูปเรขาคณิตดังต่อไปนี้

พีระมิด ทรงกลม ทรงกระบอก

ก. กรวย

ข. ปริซึม

ค. วงกลม

ง. ปริซึมทรงลูกบาศก์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบวัดความสามารถในการคิดแบบอุปนัยฉบับหลังเรียน

คำชี้แจง

2. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 27 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น/ห้องเรียน ลงในกระดาษคำตอบ ให้ชัดเจน
3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ

ตัวอย่างการทำแบบทดสอบ

ข้อ 0 เลขโดดเหล่านี้จัดเรียงให้อยู่ในแบบรูป(Pattern) อย่างหนึ่งนักเรียนคิดว่าถ้ามีการจัดเรียงตัวเลขต่อไปควรเป็นตัวเลขใด

2, 7, 12, 17, 22 , ...

ก. 25 ข. 27

ค. 33 ง. 35

ถ้านักเรียนเห็นว่าข้อ ข ถูกให้ทำเครื่องหมายกากบาท (x) ในช่อง ข. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
		X		

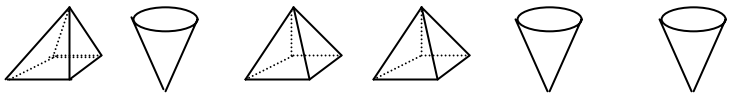
ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข เป็นข้อ ก ให้คำเครื่องหมายขีดคู่ (=)ทับเครื่องหมายกากบาทในข้อ ข.แล้วทำเครื่องหมายกากบาทในช่อง ก. ดังนี้

ข้อ 0	ก	ข	ค	ง
	x	=x		

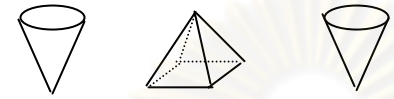
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

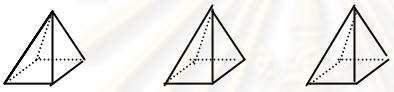
1. รูปเรขาคณิตต่างๆเหล่านี้จัดเรียงให้อยู่ในแบบรูป(Pattern) อย่างหนึ่ง



นักเรียนคิดว่าถ้ามีการจัดเรียงภาพต่อไปควรเป็นภาพใด

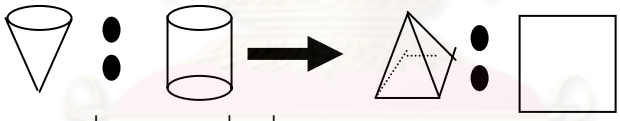
ก. 

ข.

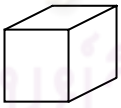
ค. 

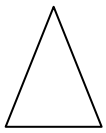
ง.

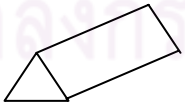
2. ถ้ากำหนดความสัมพันธ์ของภาพชุดหนึ่งเป็นดังนี้

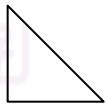


นักเรียนคิดว่าภาพที่จะแทนรูปสี่เหลี่ยมควรเป็นภาพใด

ข. 

ข. 

ค. 

ง. 

3. ข้อใดไม่เข้าพวกกับรูปเรขาคณิตดังต่อไปนี้

รูปแปดเหลี่ยม วงกลม วงรี รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ก. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ข. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ค. กรวย

ง. รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

การวิเคราะห์ข้อมูล

- ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ
- ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบสอบวัด
- ผลการตรวจสอบลักษณะของข้อมูล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

1. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์	ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	1	1*	1	1*	1	1	23	1	1	1	1	1	1
2	1	1*	1	1*	1	1	24	-1*	1	1	1	1	0.6
3	1	1*	1	1*	1	1	25	0*	1	1	1	1	0.8
4	1	1	1	1*	1	1	26	0*	1	1	1	1	0.8
5	1	1	1	1	1	1	27	0*	1	1	1*	1	0.8
6	1	1	1	1	1	1	28	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	29	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1	30	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	31	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	32	1	1	1	1	1	1
11	1	-1	1	1	1	0.6	33	1	1	1	1	1	1
12	1	1*	1	1	1	1	34	1*	1*	1	1	1*	1
13	1	1	1	1*	1	1	35	1	1	1	1*	1*	1
14	1*	1*	1	1*	1	1	36	1	1*	1	1*	1	1
15	1	1	1	1	1	1	37	1	1	1	1	1*	1
16	1	1	1	1	1	1	38	1	1*	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	39	1	1*	1	1*	1*	1
18	1	1	1	1	1	1	40	1	1	1	1	1*	1
19	1	1	1	1	1	1	41	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	1	42	1	1*	1	1*	1	1
21	1	1	1	1	1	1	43	1	1	1	1	1	1
22	-1	1	1	1*	1	0.6	44	1	1	1	1	1*	1

2. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์	ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1	1	1	23	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	24	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1*	1	25	1	1	1	1	1*	1
4	1	1	1	1	1*	1	26	1	1	1	1	1*	1
5	1	1	1	1	1*	1	27	1	1	1	1*	1*	1
6	1	1	1	1	1	1	28	1	1	1	1	1*	1
7	1	1	1	1	1*	1	29	1	1	1	1	1*	1
8	1	1	1	1*	1	1	30	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1*	1	1	31	1	1	1	1	1*	1
10	1	1	1	1	1	1	32	1	1	1	1	1*	1
11	1	1*	1	1*	1*	1	33	1	1	1	1*	1*	1
12	1	1	1	1	1	1	34	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1*	1	35	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1*	1	36	1	1	1	1*	1	1
15	1	1	1	1	1*	1	37	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1	38	1	1	1	1	1*	1
17	1	1	1	1	1*	1	39	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1*	1*	1	40	1	1	1	1*	1	1
19	1	1	1	1	1	1	41	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1*	1	42	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1*	1	1	43	1	1	1	1*	1	1
22	1	1	1	1*	1*	1	44	1	1	1	1	1	1

3. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์ (ปรนัย)	ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์ (อัตนัย)
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	1*	1*	1	1	1*	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1*	1*	1	2	1	1	1	1	1	1
3	1	1*	1	1*	1	1	3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1*	1	4	1	1	1	1	1	1
5	1	1*	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	1
6	1	1*	1	1*	1*	1	6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1*	1							
8	1	1	1	1	1	1							
9	1	1*	1	1*	1	1							
10	1	1	1	1	1	1							
11	1	1	1	1	1*	1							
12	1	1	1	1	1	1							
13	1	1	1	1	1	1							
14	1	1	1	1	1*	1							
15	1	1	1	1	1*	1							
16	1	1	1	1	1*	1							
17	1	1	1	1	1	1							

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์ (ปรนัย)	ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์ (อัตนัย)
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1	1*	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1*	1	1	2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1*	1	1	3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	4	1	1	1	1	1	1
5	1	1*	1	1*	1*	1	5	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1*	1							
8	1	1	1	1	1*	1							
9	1	1	1	1	1*	1							
10	1	1	1	1	1	1							
11	1	1	1	1	1*	1							
12	1	1	1	1*	1*	1							
13	1	1	1	1	1	1							
14	1	1	1	1	1*	1							
15	1	1	1	1*	1	1							
16	1	1	1	1*	1*	1							
17	1	1	1	1	1	1							

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยฉบับก่อนเรียน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์	ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1	1	1	23	1	1	1	1*	1	1
2	1	1	1	1	1	1	24	1	1	1	1*	1	1
3	1	1	1	1	1*	1	25	1	1	1	1*	1*	1
4	1	1	1	1	1*	1							
5	1	1	1	1*	1*	1							
6	1	1	1	1	1*	1							
7	1	1	1	1	1*	1							
8	1	1	1	1	1	1							
9	1	1	1	1	1*	1							
10	1	1	1	1	1*	1							
11	1	1	1	1*	1*	1							
12	1	1	1	1	1	1							
13	1	1	1	1	1	1							
14	1	1	1	1*	1	1							
15	1	1	1	1	1	1							
16	1	1	1	1	1*	1							
17	1	1	1	1	1	1							
18	1	1	1	1*	1	1							
19	1	1	1	1	1	1							
20	1	1	1	1	1	1							
21	1	1	1	1*	1	1							
22	1	1	1	1	1	1							

6. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถทางการติดแบบอุปนัยฉบับหลังเรียน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์	ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญคนที่					ผลการวิเคราะห์
	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1*	1	1	23	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	24	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	25	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1							
5	0	1	1	1*	1	0.8							
6	1	1	1	1	1	1							
7	1	1	1	1	1	1							
8	0	1	1	1	1	0.8							
9	1	1	1	1	1	1							
10	1	1	1	1	1	1							
11	1	1	1	1	1*	1							
12	1	1	1	1	1	1							
13	1	1	1	1	1	1							
14	1	1	1	1	1	1							
15	1	1	1	1	1	1							
16	1	1	1	1	1	1							
17	1	1	1	1	1	1							
18	1	1	1	1	1	1							
19	1	1	1	1	1	1							
20	1	1	1	1	1	1							
21	1	1	1	1	1	1							
22	1	1	1	1	1	1							

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

จากการทดลองใช้แบบทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง ได้ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน 0.83และ 0.73 ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน 0.76และ 0.76 ค่าความเที่ยงของปบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน 0.78 และ 0.81 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ข้อ	มโนทัศน์				การดำเนินการ				ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย			
	ก่อนเรียน		หลังเรียน		ก่อนเรียน		หลังเรียน		ก่อนเรียน		หลังเรียน	
	p	r	p	r	p	r	p	r	p	r	p	r
1	0.46	0.84	0.36	0.60	0.81	0.20	0.81	0.52	0.40	0.33	0.39	0.33
2	0.38	0.85	0.62	0.76	0.58	0.71	0.58	0.62	0.71	0.80	0.55	0.80
3	0.28	0.69	0.46	0.92	0.55	0.70	0.55	0.65	0.56	0.66	0.61	0.66
4	0.49	0.76	0.46	0.92	0.65	0.82	0.65	0.30	0.30	0.33	0.52	0.33
5	0.54	0.92	0.44	0.33	0.51	0.47	0.51	0.47	0.45	0.24	0.60	0.24
6	0.56	0.92	0.44	0.62	0.55	0.66	0.55	0.92	0.58	0.42	0.55	0.42
7	0.41	0.33	0.41	0.76	0.57	0.66	0.57	0.37	0.43	0.32	0.47	0.32
8	0.59	0.62	0.54	0.92	0.39	0.84	0.39	0.30	0.29	0.44	0.43	0.44
9	0.49	0.76	0.38	0.51	0.55	0.30	0.55	0.61	0.55	0.55	0.49	0.55
10	0.69	0.92	0.49	0.85	0.61	0.61	0.54	0.25	0.28	0.33	0.45	0.33
11	0.72	0.51	0.51	0.52	0.52	0.25	0.36	0.83	0.57	0.68	0.37	0.68
12	0.56	0.85	0.33	0.44	0.60	0.83	0.62	0.72	0.65	0.25	0.40	0.25
13	0.51	0.52	0.33	0.43	0.55	0.72	0.46	0.72	0.51	0.37	0.56	0.30
14	0.56	0.44	0.81	0.20	0.47	0.72	0.46	0.40	0.55	0.30	0.41	0.61
15	0.54	0.67	0.58	0.71	0.43	0.40	0.61	0.52	0.57	0.61	0.46	0.25
16	0.36	0.60	0.55	0.70	0.49	0.52	0.52	0.62	0.39	0.25	0.72	0.83
17	0.62	0.76	0.65	0.82	0.45	0.62	0.60	0.65	0.55	0.83	0.56	0.72
18	0.46	0.92	0.51	0.47					0.61	0.72	0.51	0.37
19	0.46	0.92	0.55	0.66					0.52	0.72	0.56	0.30
20	0.44	0.33	0.57	0.66					0.60	0.40	0.54	0.61
21	0.44	0.62	0.39	0.84					0.55	0.52	0.36	0.25
22	0.41	0.76	0.55	0.30					0.47	0.62	0.62	0.83

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ(ต่อ)

ข้อ	มโนทัศน์				การดำเนินการ				ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัย			
	ก่อนเรียน		หลังเรียน		ก่อนเรียน		หลังเรียน		ก่อนเรียน		หลังเรียน	
	p	r	p	r	p	r	p	r	p	r	p	r
23	0.54	0.92	0.61	0.61					0.43	0.65	0.46	0.72
24	0.38	0.51	0.62	0.25					0.49	0.30	0.46	0.72
25	0.49	0.85	0.60	0.83					0.45	0.61	0.61	0.40
26	0.51	0.52	0.55	0.72								
27	0.33	0.44	0.47	0.72								
28	0.33	0.43	0.43	0.40								
29	0.41	0.59	0.41	0.59								
30	0.46	0.42	0.46	0.42								
31	0.72	0.67	0.72	0.67								
32	0.56	0.84	0.56	0.84								
33	0.51	0.85	0.51	0.85								
34	0.56	0.69	0.56	0.69								
35	0.54	0.76	0.54	0.76								
36	0.36	0.92	0.36	0.92								
37	0.62	0.92	0.62	0.92								
38	0.46	0.33	0.46	0.44								
39	0.46	0.62	0.46	0.43								
40	0.44	0.76	0.61	0.20								
41	0.44	0.92	0.52	0.71								
42	0.41	0.51	0.60	0.70								
43	0.54	0.85	0.55	0.82								
44	0.38	0.52	0.47	0.47								

การตรวจสอบลักษณะของข้อมูล

การทดสอบข้อตกลงเบื้องต้นของ MANOVA

1. ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แยกตามเรื่อง

กลุ่ม	เรื่องที่ 1		เรื่องที่ 2		เรื่องที่ 3	
	$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.
ทดลอง	3.60	1.30	8.49	1.69	10.13	2.91
ควบคุม	4.09	4.25	6.09	2.15	8.07	3.46

ผลการทดสอบ

1. Box's M = 30.33, F = 4.99, Sig. = .058
2. Bartlett's Test: Likelihood Ratio = .000, Approx. chi-Square = 216.952. Sig. = .000
3. Levene's Test of Equality of Error Variance: เรื่องที่ 1, F = 1.516, Sig. = .221 เรื่องที่2, F = 3.83, Sig. = ..053 เรื่องที่ 3, F = .981, Sig. = .325

ผลการทดสอบความเท่ากันของเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม (Variance-Covariance Matrix) ของตัวแปรตามด้วย Box's M Test of Equality of Covariance พบว่า ค่าสถิติทดสอบมีค่า Sig. = .058 ซึ่งมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด .05 ดังนั้นเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรตามไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรตามด้วย Bartlett's Test of Sphericity พบว่า ค่าสถิติทดสอบมีค่า Sig. = .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด .05 ดังนั้นตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนตัวแปรตามด้วย Levene's Test of Equality of Error Variance พบว่า ความแปรปรวนของคะแนนทั้ง 3 เรื่อง มีค่า Sig. = .221 .053 และ .325 ซึ่งมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด .05 ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2. ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แยกตามเรื่อง

กลุ่ม	เรื่องที่ 1		เรื่องที่ 2		เรื่องที่ 3	
	$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.
ทดลอง	5.08	2.79	8.44	2.92	9.68	2.60
ควบคุม	6.13	3.48	4.05	2.81	6.19	3.15

ผลการทดสอบ

1. Box's M = 13.350, F = 2.147, Sig. = .095
2. Bartlett's Test: Likelihood Ratio = .000, Approx. chi-Square = 28.822, Sig. = .000
3. Levene's Test of Equality of Error Variance: เรื่องที่ 1, F = .958, Sig. = .330 เรื่องที่2, F = .217, Sig. = .642 เรื่องที่ 3, F = 9.409, Sig. = .103

ผลการทดสอบความเท่ากันของเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม (Variance-Covariance Matrix) ของตัวแปรตามด้วย Box's M Test of Equality of Covariance พบว่า ค่าสถิติทดสอบมีค่า Sig. = .095 ซึ่งมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด .05 ดังนั้นเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรตามไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรตามด้วย Bartlett's Test of Sphericity พบว่า ค่าสถิติทดสอบมีค่า Sig. = .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด .05 ดังนั้นตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนตัวแปรตามด้วย Levene's Test of Equality of Error Variance พบว่า ความแปรปรวนของคะแนนทั้ง 3 เรื่อง มีค่า Sig. = .330 .642 และ .103 ซึ่งมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด .05 ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนความรู้ด้านมการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

3. ความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยแยกตามเรื่อง

กลุ่ม	เรื่องที่ 1		เรื่องที่ 2		เรื่องที่ 3	
	$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.	$\bar{x}$	S.D.
ทดลอง	4.11	1.43	5.68	1.50	6.42	2.09
ควบคุม	3.45	1.11	3.62	1.70	3.62	2.26

ผลการทดสอบ

1. Box's M = 5.08, F = .818, Sig. = .066
2. Bartlett's Test: Likelihood Ratio = .000, Approx. chi-Square = 43.35 Sig. = .000

3. Levene's Test of Equality of Error Variance: เรื่องที่ 1, F = 1.616, Sig. = .207 เรื่องที่2, F = 1.191, Sig. = .218 เรื่องที่ 3, F = .021, Sig. = .825

ผลการทดสอบความเท่ากันของเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม (Variance-Covariance Matrix) ของตัวแปรตามด้วย Box's M Test of Equality of Covariance พบว่า ค่าสถิติทดสอบมีค่า Sig. = .066 ซึ่งมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด .05 ดังนั้นเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วมของตัวแปรตามไม่แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรตามด้วย Bartlett's Test of Sphericity พบว่า ค่าสถิติทดสอบมีค่า Sig. = .000 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด .05 ดังนั้นตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนตัวแปรตามด้วย Levene's Test of Equality of Error Variance พบว่า ความแปรปรวนของคะแนนทั้ง 3 เรื่อง มีค่า Sig. = .207 .218 และ .825 ซึ่งมากกว่าค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด .05 ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนความสามารถทางการคิดแบบอุปนัยหลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางวิมลรัตน์ ศรีสุข เกิดเมื่อวันที่ 11 สิงหาคม พ.ศ. 2505 ที่อำเภอเมือง จังหวัดปทุมธานี สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีครุศาสตร์บัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ เกียรตินิยมอันดับ 2 มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2527 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท การศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ปีการศึกษา 2535 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2547 ปัจจุบันรับราชการตำแหน่งครู คศ 2 โรงเรียนกำแพงเพชรพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย