บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

ตรรกศาสตร์ เป็นปรัชญาคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่สุดแขนงหนึ่งในสมัยปัจจุบัน วิชานี้ได้มีกำเนิดมานานกว่า 2000 ปีแล้ว ผู้ให้กำเนิดคือ อริสโตเติล ซึ่งมีชีวิตอยู่ระหว่างปีพุทธศักราช 159 ถึง พุทธศักราช 221 (384 ถึง 322 B.C.) ได้รวบรวมหลักของการให้เหตุผลไว้เป็นจำนวนมาก ที่สำคัญได้แก่หลักของ Deduction ซึ่งเป็นวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ในทางคณิตศาสตร์ ในปัจจุบันนักคณิตศาสตร์กลุ่มที่ยึดปรัชญานี้ อันมี ไวท์เฮด และ รัสเซล (Whitehead และ Russell) เป็นหัวหน้า ได้เน้นถึงความสำคัญของตรรกศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่ให้กำเนิดแก่วิชาคณิตศาสตร์ยิ่งกว่าเป็นเพียงเครื่องมือของคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นแขนงวิชาแขนงหนึ่งของตรรกศาสตร์เท่านั้น เพราะสามารถเปลี่ยนสังกัป (Concept) และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดให้เป็นสังกัปและทฤษฎีทางตรรกศาสตร์ได้ ผลงานของนักคณิตศาสตร์กลุ่มนี้ปรากฏอย่างเด่นชัดในหนังสือ "Principia Mathematica" ของ ไวท์เฮด และ รัสเซล ซึ่งแต่งขึ้นโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อวางรากฐานของคณิตศาสตร์ให้มั่นคงยิ่งขึ้น[1]

คณิตศาสตร์เป็นระบบนามธรรมซึ่งประกอบด้วย คำที่ไม่ให้นิยาม (Undefined Words) คำที่ให้นิยาม (Defined Words) และประพจน์ (Propositions) 2 ชนิด ได้แก่ กติกา (Postulates หรือ Axioms) ซึ่งเป็นประพจน์ที่เรายอมรับหรือสมมุติว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ และทฤษฎี (Theorem) ซึ่งเป็นประพจน์ที่เราพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง โดยอาศัยกติกาและหลักการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ การขยายตัวของคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันซึ่งก่อให้เกิดแขนงวิชาใหม่ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น เป็นจำนวนมากนั้นเนื่องมาจากการขยายเซ็ทของกติกาและการสร้างทฤษฎีใหม่ ๆ ในการหาผลสรุปทางตรรกศาสตร์ (Logical

---

[1] Stoll, Robert R. Set Logic and Axiomatic Theories. (Sanfrancisco & London : W.H. Freeman and Company, 1963), p.56.

Consequence) ซึ่งสรุปได้จากเซ็ทของกติกา และทฤษฎีอื่น ๆ ที่มีอยู่เดิม

ตรรกศาสตร์ที่สอนเพื่อให้เข้าใจ Philosophy เรียกว่า Classical Logic[2] ส่วนตรรกศาสตร์ที่ว่าด้วยเหตุผลอย่างที่สามัญชนเข้าใจกันเรียกว่า Practical Logic แต่ที่เกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรียกว่า Mathematical Logic ซึ่งช่วยในการพิสูจน์ให้เหตุผล และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้นิยาม ให้รู้จักใช้ถ้อยคำที่รวบรวมมีความหมายกระจ่างไม่คลุมเคลือ ถ้าของอย่างหนึ่งมีนิยามได้ 2 อย่าง ตรรกศาสตร์จะช่วยในการพิจารณานิยามทั้งสองอย่างนั้นว่าจะใช้ได้หรือไม่ ในการพิจารณาเหตุผล ถ้านำเอาเครื่องหมายสัญลักษณ์มาช่วยในการพิจารณาเรียกว่า Symbolic Logic

ในสมัยก่อนศตวรรษที่ 17 นั้นตรรกศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นเรื่องของปรัชญาและกฎหมาย ดังนั้นเพื่อให้ตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่มีหลักเกณฑ์แน่นอนไม่คลุมเคลือ จึงได้มีการพัฒนาตรรกศาสตร์ของอริสโตเติลให้เป็นตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ (Symbolic Logic หรือ Mathematical Logic) ไลบ์นิทซ์ (Leibniz) (พุทธศักราช 2192 ถึง พุทธศักราช 2259) นักคณิตศาสตร์และนักดาราศาสตร์ชาวเยอรมัน เป็นคนแรกที่ได้พัฒนาตรรกศาสตร์ดังกล่าว ได้ค้นคว้าเรื่องรากฐานของวิชาคณิตศาสตร์ (The Foundation of Mathematics) เป็นที่ยอมรับกันว่าคณิตศาสตร์ในสมัยนั้นแบ่งได้เป็น 3 สาขา มีเลขคณิต ซึ่งรวมทั้งทฤษฎีว่าด้วยเลขจำนวน (Theory of Numbers) พีชคณิต (ทฤษฎีว่าด้วยการแก้สมการ) และเรขาคณิต เลขคณิต กล่าวถึงเฉพาะเลขจำนวน พีชคณิต กล่าวถึงตัวเปลี่ยนฟังชันก์ และสมการ เรขาคณิต พูดถึง จุด และเส้นตรง เรารู้ลักษณะ (Characteristics)ของแต่ละสาขาของคณิตศาสตร์ แต่ลักษณะใดบ้างที่เราถือได้ว่าเป็นลักษณะที่ทุกสาขาจะต้องมี (Universal Characteristics)ถ้ามีคุณสมบัตินี้ก็ถือว่าเป็นรากฐานของวิชาคณิตศาสตร์ เขาพยายามคิดหาเหตุผล เอาความรู้เกี่ยวกับ Symbolic Logic มาใช้ ไลบ์นิทซ์เป็นคนแรกที่ได้เริ่มตีความหมายของผลบวกทาง Logic (Logical Addition) คำที่มีความหมายตรงกันข้าม (Negation) ลักษณะที่เข้าพวก (Class Induction)

---

[2]พรรคพงศ์สนิท สนิทวงศ์ ม.ร.ว. "หลักการใช้เครื่องหมายพิจารณาเหตุผล." วารสารคณิตศาสตร์, 9 (มิถุนายน, 2500), 3.

นักคณิตศาสตร์คนสำคัญอื่น ๆ ที่ได้พัฒนาวิชาตรรกศาสตร์มีบูล (George Boole) ได้เขียนบทความเรื่อง The Mathematical Analysis of Logic ซึ่งพูดถึงการให้เหตุผลในทัศนะของนักคณิตศาสตร์ ทำให้บุคคลในชั้นหลังมีความสนใจ ได้ศึกษาค้นคว้าทำให้วิชานี้เจริญ นอกจากนี้มี De Morgan, Sanders Peirce, Gottlob Frege, Peano, David Hilbert และ Paul Bernays นักคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้พิมพ์ผลงานเกี่ยวกับตรรกศาสตร์ขึ้นเผยแพร่โดยมีจุดมุ่งหมาย 2 ประการ

1. เพื่อพัฒนาระบบตรรกศาสตร์และรวบรวมหลักของการให้เหตุผลที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

2. เพื่อนำความรู้ทางตรรกศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับรากฐานของคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการปรับปรุงรากฐานของคณิตศาสตร์ให้มั่นคงยิ่งขึ้น[3]

ในการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของกรมวิชาการในปีพุทธศักราช 2509 ฮูเฟอร์[4] (Hoofer) แห่ง International School of Bangkok ได้ให้ข้อคิดเห็นว่าการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันควรมีลักษณะดังนี้

1. ควรสอนให้เข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์เพื่อให้เป็นการง่ายและไม่สับสน เมื่อผู้เรียนต้องรับเนื้อหาใหม่ ในขณะเดียวกันก็ไม่ลืมเรื่องเก่าที่เรียนไปแล้ว

2. ควรสอนคณิตศาสตร์แก่นักเรียนแบบให้เกิดศิลปในการค้นพบ แทนที่จะป้อนวิชาที่สำเร็จรูปแล้ว

3. ควรรวมเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต เข้าด้วยกัน

4. ควรใช้ภาษาที่ชัดเจนเพื่อให้เกิดความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง

---

[3] Eves, H and Newsom, CV. An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics. (New York : Rinehart,1958), p. 260.

[4] กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา 18 เมษายน ถึง 6 พฤษภาคม 2509, หน้า 3.4 – 3.5.

วูด[5] (Wood) ได้ศึกษาค้นคว้าความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์จาก 12 ประเทศ หลังจากจัดหมวดหมู่พฤติกรรมแล้วได้ 5 ประการ

1. ให้รู้เนื้อหา สามารถระลึกถึง นิยามและการคำนวณได้ถูกต้อง

2. ให้เกิดทักษะ สามารถแก้โจทย์ปัญหาและการคำนวณได้ถูกต้อง

3. ให้สามารถแปลข้อมูลเป็นสัญลักษณ์และภาษาที่เข้าใจได้อย่างถูกต้องหรือแปลภาษาให้เป็นสัญลักษณ์

4. ให้มีความเข้าใจ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและดำเนินการตามลำดับเหตุผลได้

5. ให้มีความคิดริเริ่ม สามารถใช้เหตุผลเพื่อการสร้างสรรค์ในวิชาคณิตศาสตร์

จากจุดมุ่งหมายในการสอน ทำให้มองเห็นพฤติกรรมที่ควรสอน ถือการเน้นเหตุผลและความเข้าใจเป็นสำคัญ

ในปัจจุบันประเทศต่าง ๆ มีการตื่นตัวในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมและมัธยมศึกษามาก จึงได้มีการศึกษาค้นคว้าวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง

แฟร์[6] (Fehr) ผู้อำนวยโครงการศึกษาและปรับปรุงหลักสูตรและการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย (Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์บางเรื่องที่ควรสอนในระดับชั้นประถมศึกษาได้มี

1. เซ็ท ในชั้นประถมศึกษา ควรสอนให้รู้เรื่อง "Union", "Intersection" "inclusion" และ "Belonging to" รวมทั้งสัญลักษณ์ของคำเหล่านี้ ในชั้นมัธยม

---

[5] Wood, Husen. "Objectives in Teaching Mathematics," Educational Research (Vol 10. February, 1968), 88.

[6] Fehr, Howadd F., "Reform of Mathematics Education Around the World," The Mathematics Teachers, 58 (January, 1965), 37 - 44.

ศึกษาควรสอนเน้นหนักในเรื่องทฤษฎีให้มากพอที่จะเป็นพื้นฐานในการเรียน ความน่าจะเป็น สอนให้เข้าใจในเรื่องเซ็ทและแผนภาพ อธิบายความสัมพันธ์แบบต่าง ๆ เช่น ฟังก์ชั่นต่าง ๆ

2. ตรรกศาสตร์ ในชั้นประถมศึกษาตอนต้นสอนให้เข้าใจความหมายในเชิงตรรกศาสตร์ของคำต่าง ๆ อย่างแท้จริง เช่น "ทุก ๆ คน" "บางคน" รวมทั้งความหมายของคำเชื่อม เช่น "และ""หรือ" "ไม่" ในชั้นประถมศึกษาตอนปลายให้เข้าใจความหมายของคำว่า "ถ้า...แล้ว..." "และ...ก็ต่อเมื่อ..." ในชั้นมัธยมศึกษาจึงสอนวิธีสรุปโดยใช้เหตุผลและตรวจค่าความจริง Truth Value ของประพจน์ ประพจน์ที่เป็น Tautology กฎที่ใช้ในการอนุมาน รวมทั้งการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในเรื่องเหล่านี้

3. พีชคณิต ในชั้นประถมศึกษาอาจสอนเรื่องตัวแปร ใช้สัญลักษณ์ $\square$ หรือ $\bigcirc$ แทนตัวแปร ใช้เซ็ทอธิบายความหมายของความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น $<$, $\leq$, $>$, $\geq$, $=$ ส่วนในชั้นมัธยมศึกษาควรสอนพีชคณิตโดยเน้นในเรื่องโครงสร้าง เรื่องที่ควรสอนได้แก่ Operation ต่าง ๆ โดยเฉพาะ Binary Operation การพิจารณาคุณสมบัติต่าง ๆ เช่น คุณสมบัติการจัดหมู่ (Associative Law) การสลับที่ (Commutative Law) การกระจาย (Distributive Law)เรื่องเหล่านี้เป็นพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาเรื่องโครงสร้าง เป็นการสอนให้นักเรียนมีแนวความคิดในเรื่อง กรุ๊ป (Group) ริง (Rings) และฟิลด์ (Fields) รวมทั้งระบบที่ Isomorphic กัน เรื่องที่ควรสอนอีกเรื่องหนึ่งคือระบบจำนวน (Number System) ทั้งนี้เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น

003596

โบรคแมน[7] (Broxman) กล่าวว่า ทฤษฎีคณิตศาสตร์ทุกทฤษฎีสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของประพจน์ที่เป็นเหตุเป็นผลต่อกันได้เสมอ ประพจน์ดังกล่าวเป็นเรื่องที่เกี่ยวกับ Sufficient Condition และ Necessary Condition ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยอาศัยหลักตรรกศาสตร์ เขาได้ศึกษาและพยายามให้นิยามของ Sufficient Condition

---

[7]Brokman, Harold William, "A Critical Study of Use of the team Necessary and Sufficient Condition in Teaching of Mathematics," Dissertation Abstract, 24 (July, 1963), p. 193.

และ Necessary Condition อย่างรัดกุม ได้ผลดังนี้

นิยาม : เซ็ทของ Condition S มีลักษณะ "Sufficient" สำหรับผลสรุป C ถ้าคำกล่าว "S Implies C" เป็นจริง

เซ็ทของ Condition S มีลักษณะ "Necessary" สำหรับผลสรุป C ถ้าคำกล่าว "Not S Implies Not C" เป็นจริง

หรือ เซ็ทของ Condition S มีลักษณะ Necessary สำหรับผลสรุป C ถ้าคำกล่าว "C Implies S" เป็นจริง

1. แสดงว่า C เป็นผลที่ได้มาจาก S หรือ
2. แสดงว่า S และ Complement ของ C เป็นเซ็ทที่ Consistent หรือ
3. พิสูจน์ Contrapositive ของ "S implies C"

วิธีแสดงว่า เซ็ท S มีลักษณะ Necessary สำหรับผลสรุป C คือ

1. พิสูจน์ "Not S Implies Not C หรือ
2. แสดงว่า จาก C สามารถพิสูจนได้ S

โบรดแมน ได้เสนอว่าควรให้เด็กได้มีประสบการณ์ในการใช้สังกัป (Concepts) ในเรื่องนี้ ตั้งแต่ในชั้นประถมศึกษา

เอลเดอร์[8] (Elder) พบว่า การสอนหลักตรรกศาสตร์บางเรื่อง เช่นเรื่อง ตัวคงค่า (Constant) ตัวแปร (Variable) ประโยคเปิด (Open Sentences) Universal Quantifiers, Universal Statement และ Universal Generalization แก่นักเรียนที่เรียนวิชาพีชคณิตเบื้องต้นจะทำให้การเรียนวิชานี้ได้ผลดียิ่งขึ้น

---

[8]Elder, Harvey Lym,. "The Effective of Teaching Certain Concept of Logic to College Algebra Students on Verbalizations of Discovered Mathematical Generalization," Dissertation Abstract, 29 (January, 1969), p. 2522 B.

อัลเบอร์ตี้[9] (Alberty) ได้กล่าวไว้ในบทความเรื่องคณิตศาสตร์ในการศึกษาทั่วไปว่า ในการสร้างระบบคณิตศาสตร์ต้องใช้ความสามารถในด้านความคิดสร้างสรรค์และการคิดแบบจินตนาการ เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นประโยชน์ในชีวิตจริง และได้กล่าวถึงธรรมชาติของคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของความคิด (Idea) เกี่ยวข้องกับระบบตรรกศาสตร์ การสร้างโมเดล (Models) การ Deduce ทฤษฎี และการใช้ทฤษฎีที่ Deduce เป็นการหาความสัมพันธ์ใหม่เพิ่มขึ้น สำหรับเนื้อแท้ของคณิตศาสตร์นั้นไม่จำเป็นต้องมีความสัมพันธ์กับชีวิตจริง

นักคณิตศาสตร์อาจสร้างระบบกติกา (System of Axioms) ใด ๆ ขึ้นมา และเกี่ยวข้องกับทฤษฎี Deduce ได้อย่างถูกต้องจากกติกาที่สร้างขึ้นนั้น ๆ การพิสูจน์ทฤษฎีใดๆ ก็คือ การแสดงให้เห็นว่า ทฤษฎีนั้น ๆ เป็น Logical Consequence ของเซ็ทของกติกา ดังปรากฏว่าทฤษฎีคณิตศาสตร์ในสมัยปัจจุบันเป็นจำนวนมาก เป็นผลงานจากการสร้างระบบคณิตศาสตร์จากโมเดล ซึ่งไม่มีความสัมพันธ์กับชีวิตจริง

เรทเซอร์[10] (Retzer) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ผลของการเรียนหลักตรรกศาสตร์ที่มีต่อความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์" โดยมีสมมุติฐานว่า

1. การให้ความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์ไม่มีผลทำให้เข้าใจคณิตศาสตร์ดีขึ้น

2. ระดับความสามารถของนักเรียน ไม่มีผลทำให้ความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน

ผู้วิจัยได้ใช้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (เกรด 8) จำนวน 44 คน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 7(เกรด 7) 36 คน และได้แบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 40 คน

---

[9]Alberty, Elsie J., "Mathematics in General Education," The Mathematics Teacher, 59 (May, 1966), 428.

[10]Retzer, Kenneth A., "Effect of Teaching Concept of Logic on Verbalization of Discovered Mathematical Generalization," The Mathematics Teacher, 60 (November, 1967), 707 - 710.

เนื้อเรื่องที่ใช้สอนทั้ง 2 กลุ่ม คือ Vector ส่วนกลุ่มทดลองเรียนหลักตรรกศาสตร์เพิ่มเติม มีเรื่องที่สำคัญคือ ตัวแปร (Variable) ประพจน์ (Statement) ประโยคเปิด (Open Sentences) Universal Quantifiers, Universal Set, Universal Statement กฎต่าง ๆ ในการพิสูจน์และการอนุมาน

ผลการทดลอง

1. ความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์กลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ 0.005

2. นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันมีความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ 0.005

เจฟฟรียิส[11] (Jeffryes) ได้ทำการทดลองสอนตรรกศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวนนักเรียน 24 คน ในระหว่างภาคฤดูร้อน เป็นเวลา 6 สัปดาห์ โดยสอนวันละ 3 ชั่วโมง ตั้งแต่วันจันทร์ ถึง วันศุกร์ เรื่องที่สอนมี Symbolizing Sentences, Conditional and Biconditional Statement, Logical Inferences, Truth Values, Truth Tables, Valid and Invalid Conditions, Conditional Proofs, Consistency and Indirect Proof การสอนแบ่งออกเป็น 2 ภาค คือ ภาคทฤษฎี และภาคเล่นเกม Wff'n Proof ครึ่งแรกของการเรียนแต่ละวันเป็นการเรียนภาคทฤษฎี และครึ่งหลังเป็นการเล่นเกมประกอบบทเรียน เครื่องมือในการวัดผลได้แก่ แบบสอบถามความคิดเห็นของครู และนักเรียน อย่างละ 1 ฉบับ แบบสอบถามความเข้าใจในเรื่องตรรกศาสตร์ 1 ฉบับ ผลของการทดลอง

1. นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงเฉลี่ย 80 %

2. นักเรียนส่วนมากชอบและสนุกสนานกับการเล่นเกม Wff'n Proof ผู้วิจัยได้ให้ข้อเสนอแนะว่า ควรให้สอนหลักตรรกศาสตร์ตั้งแต่ชั้นประถมปีที่ห้า (เกรด 5) ขึ้นไป

---

[11] Jeffryes, James., "Let's Play Wff'n Proof", The Mathematics Teachers, 62 (February, 1969), 113 - 117.

มาทูลิส[12] (Matulis) ได้ทำการสำรวจความเข้าใจเกี่ยวกับการเลือกสังกัปทางตรรกศาสตร์ของเด็กอายุระหว่าง 8 ถึง 18 ปี โดยจุดมุ่งหมายที่จะตรวจสอบดูว่าอายุ เพศ และความสามารถทางสติปัญญา ฐานะทางสังคมของเด็กอายุ 8 ถึง 18 ปี จะมีความแตกต่างในด้านความเข้าใจตรรกศาสตร์ ซึ่งใช้ในคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบแบบเลือกตอบ (Multiple Choise) 2 ภาค ภาค 1 เป็นเรื่อง Implications ภาค 2 เป็นเรื่อง Conjunction, Disjunction และ Quantifiers เป็นเครื่องมือในการวัด ผลการทดลอง

1. อายุ ความสามารถทางสติปัญญาและฐานะทางสังคม เกี่ยวกับความเข้าใจใน Deduction Logic แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ 0.05 แต่เพศไม่มีส่วนทำให้ความเข้าใจแตกต่างกัน

2. เด็กซึ่งไม่เคยเรียนตรรกศาสตร์มาก่อน มีความเข้าใจใน Deductive Logic ในเมื่อมีอายุสมอง (Mental Age) ระหว่าง 14 ถึง 15 ปี

3. ฐานะทางสังคมปานกลาง มีความเข้าใจเกี่ยวกับ Deductive Logic ได้อย่างดีเมื่ออายุระหว่าง 9 ถึง 17 ปี

ฮีน[13] (Heine) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การตรวจสอบอิทธิพลของการสอนโดยใช้ตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ห้า" โดยมีความมุ่งหมายที่จะตรวจสอบดูความแตกต่างในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่ได้เรียน ในการวิจัยได้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในโรงเรียน Haddon Township จำนวน 240 คน แบ่งเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองกลุ่มละ 120 คน เนื้อเรื่อง

---

[12] Matulis, Robert Stanley, "A Survey of the Understandings of Selected Concepts of Logic by 8-18-year-Old Students," Dissertation Abstract, 30 (September, 1970), p. 1079 A.

[13] Heine, Beatrice. "An Investigation of the Effect of Teaching Selected Topics in Elementary Mathematical Logic on Problem-Solving Ability of Fifth-Grade Students", Dissertation Abstract, 33 (October, 1972), p. 1587 A.

ที่ใช้สอน ใช้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตร โดยให้กลุ่มควบคุมเรียน 60 นาที แต่กลุ่มทดลองเรียนตรรกศาสตร์ 20 นาทีแรก 40 นาทีหลังเรียนเนื้อหาเหมือนกลุ่มควบคุม ผลการทดลองไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง

พุทธชาด พูลสวัสดิ์[14] ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ของนิสิตชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร ปทุมวัน และบางแสน ปีพุทธศักราช 2509 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ของนิสิตปีที่ 1 และเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ความเข้าใจในวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์กับความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาค้นคว้า

1. นิสิตในกลุ่มตัวอย่างมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ไม่แตกต่างกัน

2. นิสิตชายและหญิงมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ไม่ต่างกันและไม่ต่างกันทั้งในด้านความรู้ ความเข้าใจ (Concept) ในวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในคณิตศาสตร์ ทั้งนี้โดยเฉลี่ยนิสิตชายมีแนวโน้มที่จะมีความรู้ความเข้าใจ (Concept) ในวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในคณิตศาสตร์สูงกว่านิสิตหญิง แต่ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 หรือ .05

ปิยรัตน์ ก้องกิตติ์ไพศาล[15] ได้ทำการศึกษาการใช้ตรรกศาสตร์ในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีความมุ่งหมายเพื่อนำเอาตรรกศาสตร์เบื้องต้นไปสอนในชั้นมัธยม

---

[14]พุทธชาด พูลสวัสดิ์ "ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร ปทุมวัน และบางแสน." (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, ปี 2509).

[15]ปิยรัตน์ ก้องกิตติ์ไพศาล "การใช้ตรรกศาสตร์ในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, ปี 2513).

ศึกษาปีที่หนึ่ง และเปรียบเทียบผลการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มนักเรียนที่เรียนหลักตรรกศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างใช้ทดลองกับนักเรียนโรงเรียนเทพลีลา จำนวน 80 คน ในภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2513 เนื้อเรื่องที่ใช้มี Simple and Compound Statement, Open Sentences and Quantifiers, Diect and Indirect Proof

ผลการทดลองพบว่า เด็กนักเรียนชั้นมัธยมศึกษามีความสามารถที่จะเรียนตรรกศาสตร์ได้ แต่กลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองมีผลการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย