

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 สมการการแพร่กระจายของนิวตรอน (neutron diffusion equation)

พิจารณาตัวกลางที่มีส่วนผสมของเชื้อเพลิงนิวเคลียร์และมอดเดอเรเตอร์ (moderator) เรียกว่าตัวกลางปฏิกิริยา ปริมาตร V กำหนดให้มีนิวตรอนอยู่ในตัวกลางปฏิกิริยา โดยนิวตรอนนี้เป็นนิวตรอนที่มีพลังงานเดียว (monoenergetic neutrons) การเปลี่ยนแปลงจำนวนนิวตรอนในตัวกลางปฏิกิริยาประกอบด้วย การเพิ่มขึ้นและการสูญเสียนิวตรอนในหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{อัตราการเปลี่ยนแปลง} &= \text{อัตราการผลิตนิวตรอน} - \text{อัตราการดูดกลืนนิวตรอน} \\ \text{จำนวนนิวตรอนในปริมาตร } V & \quad \text{ในปริมาตร } V \quad \quad \quad \text{ในปริมาตร } V \\ & \quad \quad \quad \text{อัตราการรั่วของนิวตรอน} \\ & \quad \quad \quad \text{ในปริมาตร } V \end{aligned}$$

การเปลี่ยนแปลงจำนวนนิวตรอนดังกล่าวเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้เป็น (15)

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} &= S - \sum_a vN + Dv\nabla^2 N \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= Dv\nabla^2 N - \sum_a vN + S \end{aligned} \quad 2.1.1$$

อ

$$N(\vec{r}, t) dV = \text{จำนวนนิวตรอนในปริมาตร } dV \text{ ที่ตำแหน่ง } \vec{r} \text{ ณ เวลา } t$$

$$Dv\nabla^2 N dV = \text{จำนวนนิวตรอนรั่วจากปริมาตร } dV \text{ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ณ เวลา } t$$

$$\sum_a vN dV = \text{จำนวนนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในปริมาตร } dV \text{ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ณ เวลา } t$$

$$S(\vec{r}, t) dV = \text{จำนวนนิวตรอนที่ผลิตขึ้นในปริมาตร } dV \text{ ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ณ เวลา } t$$

D , v และ Σ_a เป็นค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย (diffusion coefficient) ความเร็วของนิวตรอน และภาคตัดขวางมหภาคสำหรับการดูดกลืนนิวตรอน (macroscopic neutron absorption cross section) ตามลำดับ

สมการที่ 2.1.1 เรียกว่าสมการการแพร่กระจายของนิวตรอน (neutron diffusion equation) เป็นสมการที่สำคัญเพื่อใช้คาดคะเนการเคลื่อนไหวของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มัล (thermal reactor) โดยเลือกพิจารณานิวตรอนที่มีพลังงานเดียวคือ พลังงานในย่านเทอร์มัล ซึ่งรวมถึงเทอร์มัลนิวตรอนที่เกิดมาจากการสูญเสียพลังงานของนิวตรอนพลังงานสูง ดังนั้นขบวนการทั้งหมดที่เกิดขึ้นในตัวกลางปฏิกรณ์ ได้รวมอยู่ในสมการการแพร่กระจายของนิวตรอนนี้ ค่า D , v และ Σ_a เป็นค่าเฉลี่ยสำหรับพลังงานของนิวตรอนในย่านเทอร์มัล มีค่าคงที่ และไม่ขึ้นกับระยะทางการแพร่กระจายของเทอร์มัลนิวตรอนออกจากตัวกลางปฏิกรณ์ ต้องเป็นไปตามกฎของฟิคค์ (Fick's law) ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก ก.

2.2 นิวตรอนล่า (delayed neutron)

นิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์นอกจากมีนิวตรอนที่ได้มาจากปฏิกิริยาฟิชชัน ยังมีนิวตรอนอีกจำนวนหนึ่งที่เกิดขึ้น ภายหลังจากการเกิดปฏิกิริยาฟิชชัน กล่าวคือ ฟิชชันแฟรคเมนต์ (fission fragment) บางส่วน ซึ่งอยู่ในสภาวะไม่เสถียร สลายตัวให้รังสีเบตาและนิวตรอน นิวตรอนที่ปล่อยออกมานี้เรียกว่า นิวตรอนล่า (delayed neutron) และฟิชชันแฟรคเมนต์ที่สลายตัวให้นิวตรอนล่า เรียกว่า ต้นกำเนิดนิวตรอนล่า (precursor)

พิจารณาลำดับต้นกำเนิดนิวตรอนล่า ที่มีครึ่งชีวิต (half life) ระหว่าง 1.6 ถึง 54.5 วินาที ในทางทฤษฎีถือว่าเป็นไปได้ที่มีต้นกำเนิดนิวตรอนล่ามากกว่า 50 ตัว ดังนั้นได้มีการจัดต้นกำเนิดนิวตรอนล่าออกเป็นกลุ่มตามครึ่งชีวิตออกเป็นกลุ่มใหญ่ ๆ ได้ 6 กลุ่ม ไม่ว่าจะใช้เชื้อเพลิงชนิดใดในปฏิกรณ์ฟิชชัน (16) นิวตรอนล่าทั้ง 6 กลุ่มที่เกิดมาจากปฏิกิริยาฟิชชันของเทอร์มัลนิวตรอน แสดงได้ดังตารางที่ 2.2.1

ตารางที่ 2.2.1 ความร้อนค่าจากกฎการไหลของเทอร์มิคความร้อน (16)

ชื่อเลข ฉนวนเคลือบ	ความบริสุทธิ์ของ ไฮโดรเจน (%)	v (ความร้อน/ตันขี้เถ้า)	กลุ่ม (i)	ปริมาตร (T _v) (หน่วย)	ค่าคงที่ในการ ไหลที่ (A _v) (หน่วย T _v ⁻¹)	อัตราผลิต (Relative Yield) (B _i /B)	อัตราผลิต (Yield) (ความร้อน/ตันขี้เถ้า)	สัดส่วนของความร้อนค่า (B)
U-235	99.9	2.432	1	55.72	0.0124	0.033	0.00052	0.00650
			2	22.72	0.0305	0.219	0.00146	
			3	6.22	0.1115	0.196	0.00110	
			4	2.30	0.301	0.195	0.00624	
			5	0.610	1.138	0.115	0.00182	
			6	0.230	3.01	0.042	0.00066	
				รวม	1.000	0.0158		
Pu-239	99.8	2.874	1	54.28	0.0128	0.035	0.00021	0.00212
			2	21.04	0.0301	0.298	0.00182	
			3	5.60	0.124	0.211	0.00129	
			4	2.13	0.325	0.326	0.00199	
			5	0.618	1.12	0.086	0.00052	
			6	0.257	2.69	0.044	0.00027	
				รวม	1.000	0.0061		

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 2.2.1 อิลต์สัมพัทธ์ (relative yield) คือสัดส่วนที่แสดงจำนวนนิวตรอนล่าในแต่ละกลุ่มเทียบกับจำนวนนิวตรอนล่าทั้งหมด ส่วนอิลต์หมายถึงจำนวนนิวตรอนล่าที่เกิดขึ้นในแต่ละกลุ่มหลังจากการเกิดปฏิกิริยาฟิชชันหนึ่งครั้ง .

สัดส่วนของจำนวนนิวตรอนล่าต่อจำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยาฟิชชัน เรียกว่าสัดส่วนของนิวตรอนล่า (delayed neutron fraction, β) หาได้จากผลรวมของอิลต์หารด้วยจำนวนนิวตรอนเฉลี่ยทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยาฟิชชันหนึ่งครั้ง (ν) สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ แบบเทอร์มัลที่ใช้ U-235 เป็นเชื้อเพลิง มีค่า $\beta = 0.0065$ (16)

2.3 สมการสมมูลปฏิกิริยาจุด (point - reactor model)

Ash (17) กล่าวว่าเครื่องปฏิกรณ์แบบเทอร์มัล การแพร่กระจายของนิวตรอนในตัวกลางเครื่องปฏิกรณ์ ใช้เวลาส่วนใหญ่เป็นเทอร์มัลนิวตรอน โดยมีเวลาเพียง 1-10% ของเวลาทั้งหมดในการแพร่กระจายที่เป็นนิวตรอนเร็ว (fast neutron) ดังนั้นกำหนดให้ผลของนิวตรอนเร็วในสมการการแพร่กระจายของนิวตรอนน้อยมาก การผลิตเทอร์มัลนิวตรอนในตัวกลางปฏิกรณ์มี 2 ทาง คือ นิวตรอนที่ถูกปลดปล่อยออกมาทันทีในขบวนการฟิชชัน เรียกว่านิวตรอนฉับพลัน (prompt neutron) และนิวตรอนล่า ซึ่งมีอัตราการผลิตเทอร์มัลนิวตรอน ดังนี้ (18)

$$\text{อัตราการผลิตเทอร์มัลนิวตรอนทั้งหมด} = k_{\infty} \Sigma_a \phi$$

จากปฏิกิริยาฟิชชัน

$$= k_{\infty} \Sigma_a \nu N$$

$$\text{เมื่อ } \phi(\vec{r}, t)$$

$$= \nu N(\vec{r}, t)$$

= เทอร์มัลนิวตรอนฟลักซ์ (thermal neutron flux)

$$k_{\infty}$$

$$= \text{ค่าวิกฤต (multiplication}$$

factor) ของระบบตัวกลางปฏิกรณ์

อนันต์ (infinite medium)

ดังนั้น

$$\text{อัตราการผลิตนิวตรอนฉับพลัน} = (1 - \beta) k_{\infty} \Sigma_a \nu N$$

สำหรับนิวตรอนล่าเกิดมาจากการสลายตัวของต้นกำเนิดนิวตรอนล่า ให้ $C_i(\vec{r}, t)$ เป็นความหนาแน่นของต้นกำเนิดนิวตรอนล่ากลุ่มที่ i ดังนี้

$$\text{อัตราการผลิตนิวตรอนล่า} = \sum_i \lambda_i C_i$$

เมื่อ λ_i = ค่าคงที่ในการสลายตัว (decay constant) ของต้นกำเนิดนิวตรอนล่า กลุ่มที่ i

ให้ $S_0(\vec{r}, t)$ เป็นอัตราการผลิตนิวตรอนจากแหล่งกำเนิดภายนอก (external neutron source) ดังนั้นอัตราการผลิตนิวตรอนทั้งหมดในเครื่องปฏิกรณ์

$$S = (1 - \beta) k_\infty \sum_a v N + \sum_i \lambda_i C_i + S_0$$

แทนค่าลงในสมการการแพร่กระจายของนิวตรอน ลมการที่ 2.1.1 เป็น

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \nabla^2 N - \sum_a v N + (1 - \beta) k_\infty \sum_a v N + \sum_i \lambda_i C_i + S_0 \quad 2.3.1$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของต้นกำเนิดนิวตรอนล่า กล่าวคือ จาก

อัตราการผลิตเทอร์มัลนิวตรอนทั้งหมดจากปฏิกิริยาฟิชชัน $k_\infty \sum_a v N$ ได้อัตราการเกิดนิวตรอนล่ากลุ่มที่ i เป็น $\beta_i k_\infty \sum_a v N$ นิวตรอนล่ากลุ่มที่ i นี้ เป็นผลมาจากการสลายตัวของต้นกำเนิดนิวตรอนล่า ดังนั้นอัตราการเกิดต้นกำเนิดนิวตรอนล่ากลุ่มที่ i จึงเท่ากับ $\beta_i k_\infty \sum_a v N$ ด้วย ต้นกำเนิดนิวตรอนล่ากลุ่มที่ i มีอัตราการสลายตัวเท่ากับ $\lambda_i C_i$ ดังนั้น เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \beta_i k_\infty \sum_a v N - \lambda_i C_i \quad 2.3.2$$

เมื่อ β_i = สัดส่วนของนิวตรอนล่ากลุ่มที่ i

$$\beta = \sum_i \beta_i$$

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้น เป็นการพิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ในระบบตัวกลางปฏิกรณ์อนันต์ ดังนั้นเมื่อพิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ที่มีขอบเขต (finite reactor) กำหนดให้ N , C_i และ S_0 เป็นฟังก์ชันที่สามารถแยกความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่ง กับเวลาออกจากกันได้ คือ

$$\begin{aligned} N(\vec{r}, t) &= f(\vec{r})n(t) \\ C_i(\vec{r}, t) &= g_i(\vec{r})c_i(t) \\ S_o(\vec{r}, t) &= h(\vec{r})s_o(t) \end{aligned}$$

เมื่อ $f(\vec{r})$, $g_i(\vec{r})$ และ $h(\vec{r})$ เป็นฟังก์ชันที่แสดงลักษณะการกระจายตัว (shape) ของนิวตรอน N , C_i , S_o ในเครื่องปฏิกรณ์ตามลำดับ

กำหนดให้ลักษณะการกระจายตัวของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์คงที่ ($df(\vec{r})/dt = 0$) แทนค่าฟังก์ชัน $N(\vec{r}, t)$, $C_i(\vec{r}, t)$ และ $S_o(\vec{r}, t)$ ลงในสมการที่ 2.3.1 และ 2.3.2 ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= Dv\nabla^2 \frac{f(\vec{r})n(t)}{f(\vec{r})} - \sum_a v n(t) + (1-\beta) k_{\infty} v n(t) \\ &\quad + \sum_i \lambda_i \frac{g_i(\vec{r})c_i(t)}{f(\vec{r})} + \frac{h(\vec{r})s_o(t)}{f(\vec{r})} \end{aligned} \quad 2.3.3$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \beta_i k_{\infty} \sum_a v \frac{f(\vec{r})n(t)}{g_i(\vec{r})} - \lambda_i c_i(t) \quad 2.3.4$$

จากที่กำหนดในลักษณะการกระจายตัวของเครื่องปฏิกรณ์คงที่ ดังนั้นเมื่อเครื่องปฏิกรณ์มีการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ ความหนาแน่นของนิวตรอน (n) และนิวตรอนล่า (c_i) จะเพิ่มขึ้นหรือลดลง มีจำนวนไม่เท่ากัน แต่กระจายอยู่ในเครื่องปฏิกรณ์ในลักษณะที่เหมือนเดิม เนื่องจากต้นกำเนิดนิวตรอนล่าเกิดมาจากฟิชชันแพรคเมนต์ซึ่งกำหนดให้ฟิชชันแพรคเมนต์เคลื่อนที่ในแท่งเชื้อเพลิงได้น้อยมาก การกระจายของนิวตรอนล่ากับนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์จึงมีลักษณะที่คล้ายกัน ($f(\vec{r}) \cong g_i(\vec{r})$) ดังนั้นสมการที่ 2.3.4 จึงเขียนได้เป็น

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \beta_i k_{\infty} \sum_a v n(t) - \lambda_i c_i(t) \quad 2.3.5$$

พิจารณานิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดจากปฏิกิริยาทุกข้อทั้งหมด โดยไม่แยกพิจารณา นิวตรอนล่าต่างหาก ดังนั้นอัตราการผลิตนิวตรอนทั้งหมดในเครื่องปฏิกรณ์จึงมีค่าเป็น

$$S = k_{\infty} \sum_a v N + S_o$$

สมการการแพร่กระจายของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ จึงเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Dv\nabla^2 N - \Sigma_a vN + k_\infty \Sigma_a vN + S_0$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Dv\nabla^2 N + (k_\infty - 1) \Sigma_a vN + S_0$$

แทนค่าฟังก์ชันของ $n(\vec{r}, t)$ ได้

$$f(\vec{r}) \frac{dn(t)}{dt} + n(t) \frac{df(\vec{r})}{dt} = Dv\nabla^2 f(\vec{r}) n(t) + (k_\infty - 1) \Sigma_a v f(\vec{r}) n(t) + S_0(\vec{r}, t)$$

เมื่อเครื่องปฏิกรณ์อยู่ในสภาวะวิกฤต (critical) $dn(t)/dt = 0$ ดังนั้น

$$\frac{df(\vec{r})}{dt} = Dv\nabla^2 f(\vec{r}) + (k_\infty - 1) \Sigma_a v f(\vec{r}) + \frac{S_0(\vec{r}, t)}{n(t)}$$

การกระจายตัวของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ ไม่ว่าจะเครื่องปฏิกรณ์จะอยู่ในสภาวะใด ๆ ก็ตาม ยังมีลักษณะเหมือนเดิม $(df(\vec{r})/dt = 0)$ นั่นคือ

$$0 = Dv\nabla^2 f(\vec{r}) + (k_\infty - 1) \Sigma_a v f(\vec{r}) + \frac{S_0(\vec{r}, t)}{n(t)}$$

ที่สภาวะวิกฤต ถึงแม้ในจุดที่มีแหล่งกำเนิดนิวตรอนภายนอกอยู่ก็ตาม ความหนาแน่นของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ มีค่ามากเมื่อเทียบกับความหนาแน่นของแหล่งกำเนิดนิวตรอนจากภายนอกและในทางปฏิบัติ แหล่งกำเนิดนิวตรอนจากภายนอกไปเฉพาะเมื่อเริ่มต้นเดินเครื่องปฏิกรณ์ เพื่อให้เครื่องปฏิกรณ์อยู่ในสภาวะวิกฤตเท่านั้น หลังจากนั้นจึงนำแหล่งกำเนิดนิวตรอนจากภายนอกออก ดังนั้น

$$\text{กำหนดให้ } \frac{S_0(\vec{r}, t)}{n(t)} \cong 0$$

การกระจายตัวของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ จึงมีลักษณะเป็น

$$\nabla^2 f(\vec{r}) + B^2 f(\vec{r}) = 0 \quad 2.3.6$$

$$\nabla^2 f(\vec{r}) = -B^2 f(\vec{r})$$

$$B^2 = \frac{(k_\infty - 1) \Sigma_a}{D} = \frac{k_\infty - 1}{L^2}$$

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \text{ เรียกพื้นที่การแพร่กระจาย (diffusion area)}$$

สมการที่ 2.3.6 เรียกว่าสมการเครื่องปฏิกรณ์ (reactor equation) แสดงถึงลักษณะการกระจายของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ โดย B^2 เรียกว่าค่าลักษณะโค้ง (buckling) ซึ่งแสดงถึงขอบเขตการกระจายตัวของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ แทนค่า $\nabla^2 f(\vec{r})$ ลงในสมการที่ 2.3.3 เป็น

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= D\nabla^2(-B^2)n(t) - \Sigma_a v n(t) + (1-\beta) k_\infty \Sigma_a v n(t) \\ &\quad + \Sigma_i \lambda_i c_i(t) + \frac{h(\vec{r}) s_0(t)}{f(\vec{r})} \end{aligned}$$

กำหนดให้ $l_\infty = \frac{1}{v \Sigma_a}$

= ช่วงชีวิตของเทอร์มัลนิวตรอนในระบบตัวกลางปฏิกรณ์อนันต์ (infinite - medium neutron lifetime)

$$q(t) = \frac{h(\vec{r}) s_0(t)}{f(\vec{r})}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{dn(t)}{dt} &= \left[\frac{(1-\beta) k_\infty - (1+L^2 B^2)}{l_\infty} \right] n(t) \\ &\quad + \Sigma_i \lambda_i c_i(t) + q(t) \end{aligned} \quad 2.3.7$$

จัดรูปสมการใหม่เพื่อให้แสดงถึงระบบตัวกลางปฏิกรณ์ที่มีขอบเขตโดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} l_0 &= \frac{l_\infty}{1+L^2 B^2} \\ &= \text{ช่วงชีวิตของเทอร์มัลนิวตรอนในระบบตัวกลางปฏิกรณ์ที่มี} \\ &\quad \text{ขอบเขต (neutron lifetime)} \end{aligned}$$

$$k = \frac{k_\infty}{1+L^2 B^2}$$

= ค่าวิกฤตของระบบตัวกลางปฏิกิริยามีขอบเขต (effective multiplication factor)

แทนค่า k และ λ_0 ลงในสมการที่ 2.3.7 เป็น

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(k-1-\beta k)n(t) + \sum_i \lambda_i c_i(t) + q(t)}{\lambda_0} \quad 2.3.8$$

และสมการที่ 2.3.5 เขียนได้ดังนี้

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i kn(t) - \lambda_i c_i(t)}{\lambda_0} \quad 2.3.8$$

กำหนดให้ ค่าเปลี่ยนวิกฤต (reactivity, ρ) มีค่าเป็น

$$\rho = \frac{k-1}{k}$$

และเวลาการผลิตนิวตรอน (generation time) มีค่าเป็น

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{k}$$

แทนค่า ρ และ λ ลงในสมการที่ 2.3.8 และ 2.3.9 ได้สมการซึ่งละฟังก์ชันของ t ไว้ในฐานที่เข้าใจ ดังนี้

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(\rho-\beta)n + \sum_i \lambda_i c_i + q}{\lambda} \quad 2.3.10$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i n - \lambda_i c_i}{\lambda} \quad 2.3.11$$

สมการที่ 2.3.10 และ 2.3.11 เรียกว่าสมการสมมูลย์ปฏิกิริยาลุด (point-reactor model)

จากที่กล่าวมาทั้งหมดข้างต้นเป็นความพยายามที่จะหาสรุปสมการที่ง่ายพอเพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ และการเปลี่ยนแปลงของนิวตรอนกับตัวแปรบางตัว โดยมีสมมุติฐานต่าง ๆ พอสรุปได้ดังนี้

2.3.1 n เป็นจำนวนความหนาแน่นของเทอร์มัลนิวตรอนที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามตำแหน่ง สามารถหาได้จากค่าเฉลี่ยในตัวกลางปฏิกิริยา และค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการสมมูลย์ปฏิกิริยาสุดเป็นค่าเฉลี่ยในย่านพลังงานเทอร์มัล

2.3.2 ในกรณีเครื่องปฏิกรณ์แบบเฮเทอโรเจนีอัส (heterogeneous reactor) ซึ่งมีเชื้อเพลิงและมอดเดอเรเตอร์แยกออกจากกัน ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการสมมูลย์ปฏิกิริยาสุด ต้องเป็นค่าเฉลี่ยแทนค่าพารามิเตอร์ของเครื่องปฏิกรณ์

2.3.3 นิวตรอนล่าที่เกิดขึ้นมีพลังงานต่ำกว่าพลังงานของนิวตรอนจับพลัง ซึ่งทำให้มีการถูกจับและการรั่วในย่านพลังงานอีพิเทอร์มัล (epithermal) น้อยกว่านิวตรอนจับพลัง ดังนั้นค่า β_1 และ β ของเครื่องปฏิกรณ์แต่ละเครื่องแตกต่างกัน แม้ว่าจะใช้เชื้อเพลิงชนิดเดียวกัน อย่างไรก็ตามค่า β_1/β ยังมีค่าคงที่สำหรับเชื้อเพลิงแต่ละชนิด

2.3.4 เมื่อ k เปลี่ยนไปจากค่าวิกฤต ($k = 1$) ทำให้ λ มีค่าเปลี่ยนไปด้วยการเปลี่ยนแปลงค่า λ นี้ ถือว่ามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์น้อยเมื่อเทียบกับผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของค่าเปลี่ยนวิกฤต

2.3.5 เมื่อการเปลี่ยนแปลงของจำนวนนิวตรอนเกิดขึ้นอย่างทันทีทันใด (transient) จะมีผลต่อค่าเปลี่ยนวิกฤตและพารามิเตอร์อื่น ๆ เนื่องจากพลังงานของนิวตรอนได้เปลี่ยนไป แต่ในขั้นนี้สมมุติให้การเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์อื่น ๆ มีค่าน้อยมากถือว่าคงที่

2.3.6 ในกรณีที่ใช้เชื้อเพลิงหลายชนิดในระบบตัวกลางปฏิกิริยาเดียวกัน การเกิดนิวตรอนล่าของเชื้อเพลิงแต่ละชนิดไม่สอดคล้องกัน จึงยึดถือข้อมูลนิวตรอนล่าของเชื้อเพลิงที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ในตัวกลางปฏิกิริยาเป็นหลัก

2.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงตัวเวลาเสถียร (stable period) กับค่าเปลี่ยนวิกฤต (19)

จากสมการสมมูลย์ปฏิกิริยาสุด สมการที่ 2.3.6 และ 2.3.7 กำหนดให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าเปลี่ยนแปลงไปจำนวนหนึ่งซึ่งมีค่าคงที่เป็น ρ_0 ($\rho = \rho_0$ ที่ $t \geq 0$) ใช้แหล่งกำเนิดนิวตรอนภายนอกเฉพาะในช่วงเริ่มต้นเพื่อให้เกิดปฏิกิริยาลูกโซ่ หลังจากนั้นได้นำแหล่งกำเนิดนิวตรอนภายนอกออกจากตัวกลางปฏิกิริยา นั่นคือ $\alpha = 0$ สมการที่ 2.3.10 และ 2.3.11 เขียนได้ดังนี้

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(\rho_0 - \beta)n + \sum_i \lambda_i c_i}{\ell} \quad 2.4.1$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i n - \lambda_i c_i}{\ell} \quad 2.4.2$$

อาศัยเทคนิคลาปลาซทรานส์ฟอร์ม(Laplace transform) แก่สมการที่ 2.4.1

และ 2.4.2 ได้ค่า n ดังนี้

$$n = \sum_{j=1}^{m+1} A_j e^{\omega_j t} \quad 2.4.3$$

และได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเปลี่ยนวิกฤตเป็น

$$\rho_0 = \beta + \ell\omega - \sum_i \frac{\beta_i \lambda_i}{\omega + \lambda_i} \quad 2.4.4$$

หรือ

$$\rho_0 = \ell\omega + \sum_i \frac{\beta_i \omega}{\omega + \lambda_i} \quad 2.4.5$$

เมื่อ ω = ตัวแปรของสมการที่ 2.4.4 และ 2.4.5

ω_j = รากของสมการ

A_j = ค่าคงที่

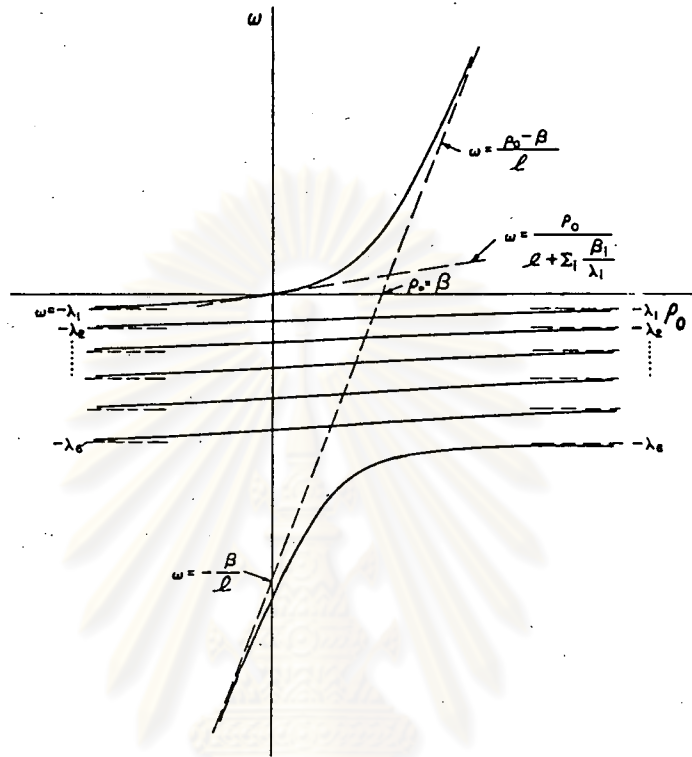
m = กลุ่มของนิวตรอนล่า

= 6

สมการที่ 2.4.3 - 2.4.5 เรียกว่า "สมการในชั่วโมง" (inhour equation)

(ซึ่งชื่อสมการนี้เรียกติดมาจากการห้อยขาทางเครื่องปฏิกรณ์ในสมัยแรก) ความสัมพันธ์ระหว่างค่า

ω กับค่าเปลี่ยนวิกฤตแล้วได้ตั้งกราฟรูปที่ 2.4.1



รูปที่ 2.4.1 กราฟของสมการในช่วงโมเมนต์ที่มีนิวตรอนล่า 6 กลุ่ม

หมายเหตุ เส้นประคือเส้นกำหนดขอบเขตของค่า ω โดยประมาณ และมาตราส่วนในรูปที่ 2.4.1 ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ω และ ρ_0 ให้ชัดเจน โดยที่เส้น $\omega = (\rho_0 - \omega)/L$ ควรเป็นเส้นตรงเกือบขนานกับแกน ω เนื่องจาก L มีค่าน้อยมาก

พบว่าเมื่อลากเส้นตรงที่ ρ_0 มีค่าเป็นบวกขนานกับ ω จะได้จุดตัดทั้งหมด 7 จุด แต่ละจุดแสดงถึงรากของสมการ (ω_j) ซึ่งจะมีค่าลบ 6 ค่า และมีค่าตามค่าของ ρ_0 อีก 1 ค่า ในทำนองเดียวกัน ถ้าลากเส้นตรงที่ ρ_0 มีค่าเป็นลบ จะได้ ω_j เป็นลบทุกจุด จากสมการที่ 2.4.3 สามารถกระจายออกได้ดังนี้

$$n = A_1 e^{\omega_1 t} + A_2 e^{\omega_2 t} \dots + A_7 e^{\omega_7 t} \tag{2.4.6}$$

ให้ ω_1 เป็นค่า ω ที่มีเครื่องหมายตาม ρ_0 ซึ่งมีค่ามากที่สุด เมื่อปล่อยให้ทำการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอน เกิดขึ้นเป็นเวลานาน สมการที่ 2.4.6 สามารถเขียนได้เป็น

$$n \cong \frac{1}{\omega_1} e^{\omega_1 t} \quad 2.4.7$$

กำหนดให้

$$T = \frac{1}{\omega_1} \quad 2.4.8$$

เรียกว่าค่าคงตัวเวลาของเครื่องปฏิกรณ์ (reactor period) หรือค่าคงตัวเวลาเสถียร (stable period) ดังนั้น สามารถหาค่า T ได้จากการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอน (จะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป) และมีความสัมพันธ์กับค่าเปลี่ยนวิกฤตจากสมการในช่วงโมง (ดูสมการที่ 2.4.4 และ 2.4.5)

พิจารณาสมการที่ 2.4.4 และ 2.4.5 ในทางปฏิบัติสามารถหาค่า ρ_0/β ได้สะดวกกว่าที่จะหาค่า ρ_0 อย่างเดียว ดังนั้น จึงกำหนดหน่วยของ ρ ขึ้น (แทนที่จะมีค่าเป็นเพียงเลขเศษส่วนธรรมดา คือ $\rho = (k-1)/k$) คือกำหนดให้ เมื่อ ρ/β มีค่าเท่ากับ 1 ค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าเป็น 1 ดอลลาร์ ถ้า ρ/β เป็นเศษส่วน ค่าเปลี่ยนวิกฤตก็จะมีค่าเป็นเศษส่วนของดอลลาร์ หรือบางครั้งใช้หน่วยเป็นเซ็นต์ โดยมี 100 เซนต์เท่ากับ 1 ดอลลาร์

ค่าเปลี่ยนวิกฤตในหน่วยดอลลาร์นี้ มีผลสอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนในตัวกลางปฏิกรณ์ กล่าวคือ จากรูปที่ 2.4.1 เมื่อค่าเปลี่ยนวิกฤต (ρ_0) เพิ่มขึ้น ω จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย มีผลให้จำนวนความหนาแน่นของนิวตรอนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่สุด $\rho_0 = \beta$ จากสมการที่ 2.4.1 และ 2.4.2 ได้ความหนาแน่นของนิวตรอนดังนี้

$$n = n_0 e^{(\rho_0/\beta)t}$$

เมื่อ $n_0 =$ ความหนาแน่นของนิวตรอน $t = 0$

พบว่า การเพิ่มขึ้นของความหนาแน่นของนิวตรอนไม่มีผลของนิวตรอนล่าช้า 6 กลุ่มมาเกี่ยวข้อง เป็นเพียงผลจากนิวตรอนฉับพลันเท่านั้น แต่ไม่ได้หมายความว่านิวตรอนล่าช้าไม่ได้เกิดขึ้น การเกิดนิวตรอนล่าช้ายังคงมีอยู่ตามปกติ เพียงแต่จำนวนนิวตรอนล่าช้าที่เข้าไปเสริมในปฏิกริยาลูกโซ่มีอัตราที่ช้ามาก เมื่อเทียบกับอัตราการเกิดของนิวตรอนฉับพลัน ดังนั้นค่าเปลี่ยน-



วิกฤต 1 ดอลลาร์ หรือจุดที่ค่า $\rho = \beta$ นี้เรียกว่าจุดเปลี่ยนวิกฤตฉับพลัน (prompt critical) แสดงให้ทราบว่าเมื่อเพิ่มค่าเปลี่ยนวิกฤตตั้งแต่จุดวิกฤตฉับพลันเป็นต้นไป ปฏิกริยาลูกโซ่ที่เกิดขึ้น จะเกิดจากนิวตรอนฉับพลันเพียงอย่างเดียว

2.5 เทคนิคการวัดค่าคงตัวเวลาเสถียร

การวัดค่าคงตัวเวลาเสถียร เพื่อให้ได้ความแม่นยำ จำเป็นต้องรอให้ผลของนิวตรอนล่าช้าค่าลดลงจนถือว่ามีค่าน้อยมาก เพื่อให้ได้สมการ

$$n = A_1 e^{\omega_1 t} \quad 2.5.1$$

เป็นที่ทราบกันดีอยู่แล้วว่า ความหนาแน่นของนิวตรอนมีความสัมพันธ์โดยตรงกับกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ หรือนิวตรอนฟลักซ์ การวัดค่าคงตัวเวลาเสถียรซึ่งคำนวณได้จากการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ ในช่วงเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนเป็นไปตามสมการที่ 2.5.1 ช่วงเวลาดังกล่าวนี้เรียกว่า ช่วงเวลาเสถียร ดังนั้นเมื่อเพิ่มค่าเปลี่ยนวิกฤต (โดยตั้งแท่งควบคุมขึ้น) ไปจำนวนหนึ่ง ให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นมีค่าน้อยกว่า 1 ดอลลาร์ ทั้งนี้เพื่อป้องกันการเพิ่มความหนาแน่นของนิวตรอนอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นกำลังของเครื่องปฏิกรณ์จะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นในช่วงเริ่มต้น เมื่อปล่อยให้เวลาผ่านไปพอสมควร โดยคาดว่ากำลังของเครื่องปฏิกรณ์อยู่ในช่วงเวลาเสถียรแล้ว ผู้วัดจึงเริ่มจับเวลาเมื่อกำลังของเครื่องปฏิกรณ์เพิ่มขึ้นจากกำลัง P_1 ไปยังกำลัง P_2 นำเวลาที่ได้ไปคำนวณค่า ω_1 จากสมการที่ 2.5.1 ซึ่งเขียนเป็น

$$P_1 = A_0 e^{\omega_1 t_1}$$

$$P_2 = A_0 e^{\omega_1 t_2}$$

ให้ $A_0 =$ ค่าคงที่

$t_1, t_2 =$ เวลาที่กำลังของ เครื่องปฏิกรณ์ เพิ่มขึ้นจนกระทั่งมีกำลังที่ P_1 และ P_2 ตามลำดับ

$$\frac{P_1}{P_2} = e^{\omega_1 (t_1 - t_2)} = e^{-\omega_1 \Delta t}$$

เมื่อ $\Delta t = (t_1 - t_2)$ เป็นช่วงเวลาเครื่องปฏิกรณ์กำลังเพิ่มขึ้นจาก P_1 ถึง P_2

$$\text{ดังนั้น } \omega_1 = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{P_2}{P_1}$$

จากค่า ω_1 นำไปคำนวณหาค่าคงตัวเวลาเฉลี่ย จากสมการ

$$T = \frac{1}{\omega_1} = \frac{\Delta t}{\ln \frac{P_2}{P_1}} \quad 2.5.2$$

การวัดค่าคงตัวเวลาเฉลี่ยดังกล่าว นำไปหาค่าเปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นได้จากความสัมพันธ์ของสมการที่ 2.4.4 และ 2.4.5 กล่าวคือ ω_1 เป็นรากตัวหนึ่งของสมการ ดังนั้น

$$\rho_0 = \beta + \lambda \omega_1 - \frac{\sum_i \beta_i \lambda_i}{\omega_1 + \lambda_i} \quad 2.5.3$$

$$\text{หรือ } \rho_0 = \frac{\lambda \omega_1 + \sum_i \beta_i \omega_1}{\omega_1 + \lambda_i} \quad 2.5.4$$

เมื่อพิจารณาค่าเปลี่ยนวิกฤตในหน่วยของดอลลาร์ ดังนั้นสมการที่ 2.5.4 เขียนได้เป็น

$$\rho_0 = \frac{\lambda \omega_1}{\beta} + \frac{\sum_i (\beta_i / \beta) \omega_1}{\omega_1 + \lambda_i} \quad 2.5.5$$

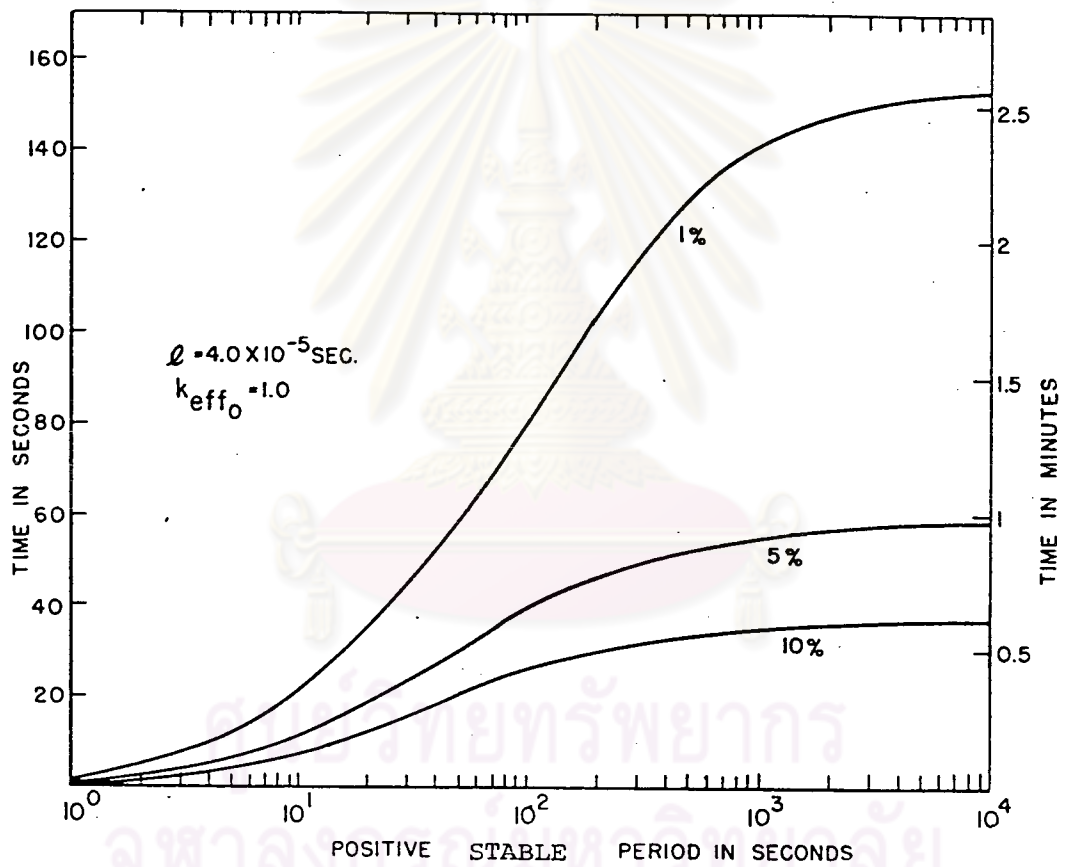
โดย $\rho_0 =$ ค่าเปลี่ยนวิกฤตในหน่วยดอลลาร์ (ρ_0 / β)

แทนค่า ω_1 ลงในสมการที่ 2.5.5 ได้ค่าเปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้น ในหน่วยดอลลาร์ตามต้องการ

กลับมาพิจารณาเวลาที่เริ่มต้นนับเวลาการเพิ่มขึ้นของกำลังเครื่องปฏิกรณ์ การที่เห็นแน่ใจว่ากำลังของเครื่องปฏิกรณ์ที่เพิ่มขึ้นนั้น อยู่ในช่วงเวลาเฉลี่ยเป็นไปได้อย่างไรก็ตาม Toppel (20) ได้คำนวณหาเวลาที่เริ่มต้นทำการวัดค่าคงตัวเวลาเฉลี่ย โดยคาดว่าถ้าเริ่มวัดค่าคงตัวเวลาเฉลี่ยจากเวลาที่คำนวณได้ จะได้ค่าคงตัวเวลาเฉลี่ยมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง

เวลาที่รอนี้ ควรเป็นเวลาเท่าไร ขึ้นอยู่กับผู้วัด ว่าต้องการให้มีความแม่นยำเพียงใด ผลการคำนวณเวลาที่รอก่อนเริ่มวัดค่าคงตัวเวลาเสถียร แสดงได้ดังรูปที่ 2.5.1

ดังนั้นผู้วัดจึงสามารถทราบถึงความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากค่าคงตัวเวลาเสถียรที่วัดได้ นอกจากนี้ยังทำให้การวัดค่าคงตัวเวลาเสถียรได้มีความแม่นยำยิ่งขึ้น กล่าวคือเมื่อทราบค่าเปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นโดยประมาณ ผู้วัดสามารถคาดการณ์ล่วงหน้าถึงเวลาที่ควรรอเพื่อให้การวัดค่าคงตัวเวลาเสถียรมีความคลาดเคลื่อนตามต้องการ



รูปที่ 2.5.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเปลี่ยนวิกฤตกับเวลาที่รอก่อนเริ่มวัดค่าคงตัวเวลาเสถียรโดยมีความคลาดเคลื่อน 1% 5% และ 10%

2.6 สมการกลุ่มเดียว (one-group equation) (19)

การเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ มีผลจากนิวตรอนล่าเข้ามาเกี่ยวข้องถึง 6 กลุ่ม เมื่อพิจารณาสมการในชั่วโมงสมการที่ 2.4.4 และ 2.4.5 จึงเป็นการค่อนข้างยากในการแก้สมการทั้งสอง ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจผลของนิวตรอนล่าได้ง่ายขึ้น จึงเลือกพิจารณาผลของนิวตรอนล่าเพียงกลุ่มเดียว ให้ค่าคงที่ของนิวตรอนล่ากลุ่มต่าง ๆ เป็นค่าเฉลี่ยที่เหมาะสมเพียงค่าเดียว ไม่ใช่ค่าคงที่ของนิวตรอนล่ากลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง สมการที่พิจารณาผลของนิวตรอนล่าเพียงกลุ่มเดียวเรียกว่า สมการกลุ่มเดียว (one-group equation) ดังนั้นสมการที่ 2.4.5 จึงเขียนได้ใหม่เป็น

$$\rho_0 = \ell\omega + \frac{\beta\omega}{\omega + \lambda} \quad 2.6.1$$

$$\text{โดย } \beta = \sum_i \beta_i$$

เมื่อ ω มีค่าน้อย ($|\omega| \ll \lambda_i$ ที่น้อยที่สุด) สมการที่ 2.6.1 สามารถเขียนได้เป็น

$$\rho \cong \left(\ell + \frac{\beta}{\lambda} \right) \omega \cong \frac{\beta}{\lambda} \omega$$

ได้ค่า λ ซึ่งแทนนิวตรอนล่าทั้ง 6 กลุ่มคือ

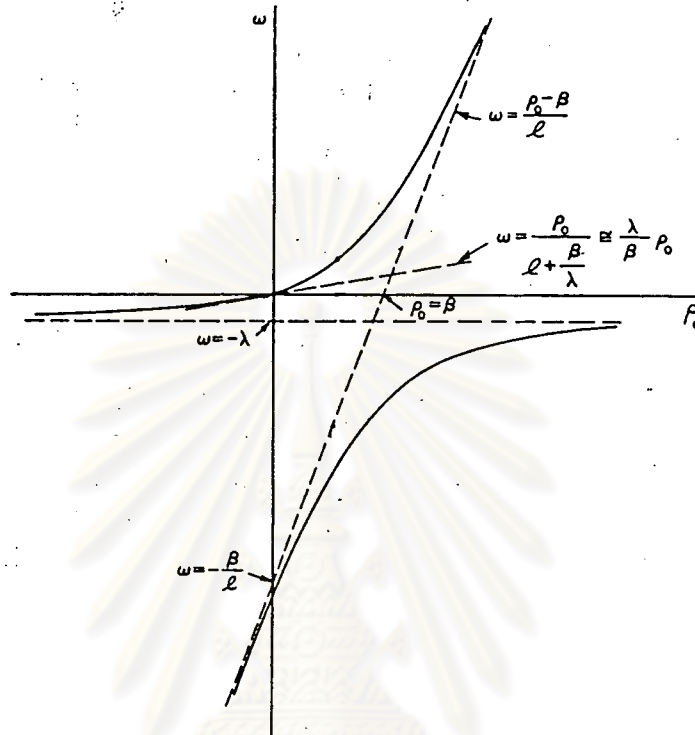
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\beta} \sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i} \quad 2.6.2$$

สำหรับปฏิกิริยาลูกโซ่ของ U-235 จากเทอร์มัลนิวตรอน λ มีค่า = 0.0767 วินาที⁻¹ และค่า λ สำหรับเชื้อเพลิงนิวเคลียร์ และพลังงานของนิวตรอนชนิดต่าง ๆ แสดงไว้ในตารางที่ 2.6.1

สมการที่ 2.6.1 กระจายเป็นสมการกำลังสองคือ

$$\ell\omega^2 + (\beta - \rho_0 - \lambda\ell) \omega - \lambda\rho_0 = 0 \quad 2.6.3$$

รากของสมการกำลังสองนี้ เป็นเลขจำนวนจริงสองค่า มีค่าหนึ่งเป็นลบเล็กน้อย และอีกค่าหนึ่งมีเครื่องหมายตาม ρ_0 ลักษณะของรากสมการที่ 2.6.3 แสดงได้ดังรูปที่ 2.6.1



รูปที่ 2.6.1 กราฟของสมการในช่องโหว่สำหรับนิวตรอนล่ากลุ่มเดียว

พิจารณากราฟรูปที่ 2.6.1 เทียบกับกราฟของสมการในช่องโหว่ที่มีนิวตรอนล่า 6 กลุ่ม รูปที่ 2.4.1 เห็นว่า ω จะมีค่าใกล้เคียงกัน - เมื่อ ω มีค่าสูงมากหรือน้อยมาก เนื่องจากมีค่าเข้าหาเส้นขอบเขตของ ω โดยประมาณเส้นเดียวกัน สำหรับค่า ω ระหว่างค่าดังกล่าวจะมีความแตกต่างกันมาก ซึ่งแสดงถึงความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้สมการกลุ่มเดียว

ดังนั้นมีการกำหนดค่า λ อีกวิธีหนึ่งในช่วงที่ใกล้จุดเปลี่ยนวิกฤตกลับพัน เพื่อให้มีความถูกต้องยิ่งขึ้น กล่าวคือ จากสมการที่ 2.4.4 สามารถเขียนสมการในช่องโหว่สำหรับค่า ω ซึ่งมีค่ามาก ($|\omega| \gg \lambda_i$) ได้ดังนี้

$$\rho_0 \cong \beta + \frac{\lambda \omega - \sum_i \beta_i \lambda_i}{\omega}$$

พิจารณานิวตรอนล่าเพียงกลุ่มเดียว ดังนั้น

$$\rho_0 \cong \beta + \omega - \frac{\beta \lambda'}{\omega}$$

$$\lambda' = \frac{1}{\beta} \sum_i \beta_i \lambda_i$$

จากตารางที่ 2.6.1 สำหรับปฏิกิริยาถูกโช้ ของ U-235 จากเทอร์มัลนิวตรอน

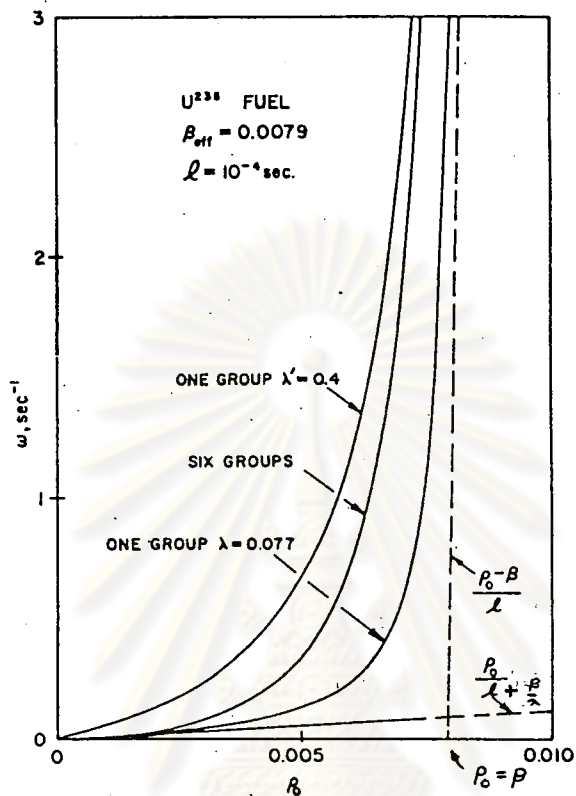
ค่า $\lambda' = 0.405$ วินาที⁻¹

ตารางที่ 2.6.1 แสดงค่า λ และ λ' ของเชื้อเพลิงนิวเคลียร์เมื่อเกิดปฏิกิริยาถูกโช้จากนิวตรอนพลังงานต่าง ๆ (19)

พลังงานของนิวตรอน	เชื้อเพลิงนิวเคลียร์	$\lambda = \left(\frac{1 \sum_i \beta_i}{\beta \frac{\lambda_i}{\lambda_i}} \right)^{-1}$ วินาที ⁻¹	$\lambda' = \frac{1}{\beta} \sum_i \beta_i \lambda_i$ วินาที ⁻¹
เทอร์มัล	U-235	0.0767	0.405
	Pu-239	0.0648	0.356
	U-233	0.0543	0.279
1.45 MeV	U-235	0.0784	0.435
1.58 MeV	Pu-239	0.0683	0.389
1.45 MeV	U-233	0.0559	0.300

ความแตกต่างของค่า ω ที่ได้จาก λ และ λ' ของเครื่องปฏิกรณ์แบบ TRIGA ที่ ω และ ρ_0 มีค่าเป็นบวกแสดงได้ดังรูปที่ 2.6.2

พบว่าเมื่อใช้ค่า λ ω จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า ω ของนิวตรอนล่าทั้งหมด 6 กลุ่ม ในช่วงที่ค่าเปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นมีค่าน้อย และเมื่อใช้ค่า λ' ค่า ω ที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าของนิวตรอนทั้ง 6 กลุ่ม เมื่อค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าใกล้จุดเปลี่ยนวิกฤตกลับพลัน หรือมีค่ามากกว่า ($\rho_0 \geq \beta$) ดังนั้นในการพิจารณาผลของนิวตรอนล่าเพียงกลุ่มเดียว จำเป็นต้องเลือกใช้ค่า λ และ λ' ที่เหมาะสมมีค่าใกล้เคียงกับความจริง (6 กลุ่ม) มากที่สุด



รูปที่ 2.6.2 แสดงการเปรียบเทียบกราฟของลุ่มการในชั่ว โมง โดยมีนิวตรอนล่า 6 กลุ่มและกลุ่มเดี่ยว

2.7 ลุ่มการประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอน (prompt jump approximation equation) (21)

จากลุ่มการในชั่ว โมงตั้งที่กล่าวมาแล้ว กำหนดให้ค่า เปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นมีค่าคงที่ ซึ่งในกรณีนี้จะเป็นจริงได้ เมื่อการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอน ในระยะแรกยังไม่มีผลของอุณหภูมิ ทำให้ค่า เปลี่ยนวิกฤตเปลี่ยนไป (ตั้งจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป)

เมื่อค่า เปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นไม่คงที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ($\rho(t)$) จึงพยายามหา ลุ่มการในรูปที่ง่ายพอที่อธิบายการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ กล่าวคือ มี การประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอนในช่วง เริ่มต้นการเปลี่ยนแปลง โดยช่วง ดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนเร็วมาก จนดูเหมือนว่าความหนาแน่น

ของนิวตรอนได้กระโดดขึ้นไปยังค่าใหม่ค่าหนึ่ง พิจารณาสัมการสมมูลย์ปฏิกรณ์จุด สมการที่ 2.3.10 และ 2.3.11 เมื่อไม่มีแหล่งกำเนิดนิวตรอนจากภายนอก ($q = 0$) ดังนั้น

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(\rho - \beta)n}{\ell} + \sum_i \lambda_i c_i \quad 2.7.1$$

$$\frac{dc_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\ell} n - \lambda_i c_i \quad 2.7.2$$

กำหนดให้ ℓ มีค่าน้อย ($\ell \rightarrow 0$) และ $\rho < \beta$ ดังนั้น เทอม $(\rho - \beta)n/\ell$ ของสมการที่ 2.7.1 มีค่ามากและเป็นค่าลบ ในกรณีนี้ทำให้การเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ($dn/dt \cong 0$) เนื่องจากผลต่างระหว่างค่าลบของเทอม $(\rho - \beta)n/\ell$ และค่าบวกของเทอม $\sum_i \lambda_i c_i$ มีค่าน้อย ดังนั้นสมการที่ 2.7.1 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 0 &\cong \frac{(\rho - \beta)n}{\ell} + \sum_i \lambda_i c_i \\ n &\cong \frac{\ell \sum_i \lambda_i c_i}{\beta - \rho} \end{aligned} \quad 2.7.3$$

เมื่อพิจารณานิวตรอนล่าเพียงกลุ่มเดียว สมการที่ 2.7.3 เขียนได้เป็น

$$n \cong \frac{\ell \lambda c}{\beta - \rho} \quad 2.7.4$$

เมื่อ c = ความหนาแน่นของต้นกำเนิดนิวตรอนล่ากลุ่มเดียว นั่นคือความหนาแน่นของนิวตรอนได้เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว กระโดดขึ้นไปอยู่ในสภาวะสมมูลย์อีกค่าหนึ่ง มีจำนวนความหนาแน่นของนิวตรอน ดังสมการที่ 2.7.4 การกระโดดของนิวตรอนนี้ เป็นไปในลักษณะที่ไม่ต่อเนื่อง (discontinuity) สำหรับการประมาณนี้เห็นได้ว่ามีข้อจำกัดเมื่อค่า $\rho \rightarrow \beta$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงของนิวตรอนล่ายังเป็นไปในลักษณะที่ต่อเนื่องถึงแม้ในช่วงที่มีการกระโดดของนิวตรอนก็ตาม ดังนั้นภายหลังจากที่ความหนาแน่นของนิวตรอนขึ้นไปอยู่สภาวะสมมูลย์ค่าใหม่แล้ว จะมีผลของนิวตรอนล่าเข้ามาเสริม ทำให้ความหนาแน่นของนิวตรอนเพิ่มขึ้น พิจารณาสัมการการเปลี่ยนแปลงของนิวตรอนล่า สมการที่ 2.7.2 เมื่อมีนิวตรอนล่ากลุ่มเดียว เขียนได้ดังนี้

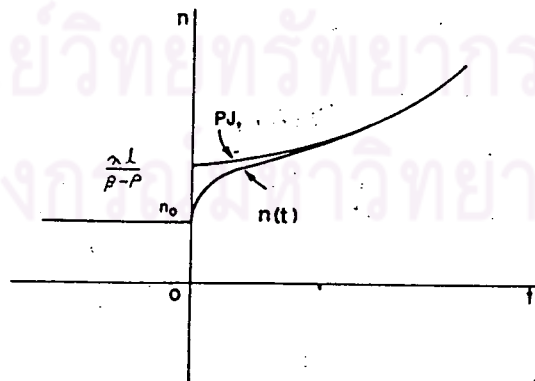
$$\frac{dc}{dt} = - \frac{\beta}{\lambda} n - \lambda c \quad 2.7.5$$

จากสมการที่ 2.7.4 หากค่า c แทนลงในสมการที่ 2.7.5 ได้สมการเป็น

$$(\beta - \rho) \frac{dn}{dt} = (\lambda \rho + \frac{dp}{dt}) n \quad 2.7.6$$

เรียกว่าสมการประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอน (prompt jump approximation equation) ที่พิจารณานิวตรอนล่ากลุ่มเดียว และไม่มีแหล่งกำเนิดนิวตรอนจากภายนอก

สรุปการประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอนที่ผ่านมาได้ดังนี้ กำหนดให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าน้อยกว่า β และ λ มีค่าน้อย ($\lambda \rightarrow 0$) การเพิ่มขึ้นของความหนาแน่นนิวตรอนเมื่อเพิ่มค่าเปลี่ยนวิกฤตขึ้นไปค่าหนึ่ง แสดงได้ดังรูปที่ 2.7.1 กล่าวคือจะเกิดการเพิ่มความหนาแน่นของนิวตรอนอย่างรวดเร็ว กระโดดขึ้นไปอยู่ในสภาวะสมดุลค่าใหม่ มีค่าความหนาแน่นของนิวตรอน ดังสมการที่ 2.7.4 หลังจากนั้นความหนาแน่นของนิวตรอนจะเพิ่มขึ้นเป็นไปตามสมการที่ 2.7.6 ซึ่งเป็นลักษณะสมการเอกซ์โปเนนเชียล (exponential) เมื่อเทียบสมการประมาณการกระโดดฯ กับสภาพที่เป็นจริงแล้ว เห็นได้ว่าสมการนี้ได้รวมเอาลักษณะเด่นของการเพิ่มความหนาแน่นของนิวตรอนได้อย่างครบถ้วน



รูปที่ 2.7.1 แสดงการเพิ่มขึ้นของความหนาแน่นของนิวตรอนจากสมการประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอน (PJ) กับการเพิ่มขึ้นที่แท้จริงของสมการกลุ่มเดียว

2.8 สัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับ (temperature feedback coefficient) (22)

การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในตัวกลางปฏิกิริยา ทำให้สภาวะของตัวกลางฯ เปลี่ยนไป มีผลทำให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตเกิดการเปลี่ยนแปลงไปด้วย ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ การศึกษาผลของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่มีต่อค่าเปลี่ยนวิกฤตนี้ ได้กำหนดให้ α_T เป็นค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับ (temperature feedback coefficient) ที่แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงค่าเปลี่ยนวิกฤตต่ออุณหภูมิ ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\alpha_T = \frac{d\rho}{dT} \quad 2.8.1$$

เมื่อ T คืออุณหภูมิในตัวกลางปฏิกิริยา จากค่าเปลี่ยนวิกฤต

$$\rho = \frac{k - 1}{k} = 1 - k^{-1}$$

แทนลงในสมการที่ 2.8.1 เป็น

$$\alpha_T = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT}$$

การศึกษาการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของนิวตรอนได้พิจารณาในช่วงที่ค่าวิกฤตมีค่าใกล้เคียง ($k \approx 1$) ดังนั้น

$$\alpha_T \approx \frac{1}{k} \frac{dk}{dT} \quad 2.8.2$$

ดังนั้นตัวแปรที่สำคัญในการเปลี่ยนแปลงค่าเปลี่ยนวิกฤตตามอุณหภูมิ ก็คือค่าวิกฤตนั่นเอง

พิจารณา เครื่องปฏิกรณ์ที่มีขอบเขตและเป็นแบบเทอร์มัล การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในตัวกลางปฏิกิริยาเป็นไปอย่างสม่ำเสมอ (uniform) ไม่ขึ้นกับตำแหน่ง ค่าเปลี่ยนวิกฤตที่มีการคำนึงถึงการสูญเสียของนิวตรอนเร็ว ประกอบด้วย

$$k = k_{\infty} P_L P_F \quad 2.8.3$$

$$k_{\infty} = \eta f p \epsilon$$

$$\eta = \text{จำนวนเฉลี่ยของนิวตรอนที่ได้จากปฏิกิริยาลูกโซ่ซึ่งเกิดจากการดูดกลืนเทอร์มัลนิวตรอนหนึ่งตัวในแท่ง เชื้อเพลิง}$$



- f = เป็นสัดส่วนของจำนวนเทอร์มัลนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในแท่ง เชื้อเพลิง ต่อจำนวนเทอร์มัลนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนทั้งหมดในเครื่องปฏิกรณ์
- p = ความน่าจะเป็นของนิวตรอนที่เสียดลอดย่านพลังงานรีโซแนนซ์ ขณะที่ลดพลังงานลง
- e = อัตราส่วนจำนวนเฉลี่ยของนิวตรอนที่ได้จากปฏิกิริยาถูกโช้ ซึ่งเกิดจากนิวตรอนเร็ว และเทอร์มัลนิวตรอน ต่อนิวตรอนที่ได้จากปฏิกิริยาถูกโช้ ซึ่งเกิดจากเทอร์มัลนิวตรอนเพียงอย่างเดียว
- P_L = ความน่าจะเป็นของจำนวนเทอร์มัลนิวตรอนที่คงอยู่ในระบบตัวกลางปฏิกรณ์ (nonleakage probability)
- $$= \frac{1}{1 + B^2 L^2}$$
- P_F = ความน่าจะเป็นของจำนวนนิวตรอนเร็วที่คงอยู่ในระบบตัวกลางปฏิกรณ์
- $$= e^{-B^2 \tau}$$
- τ = เฟอร์มิเอจของเทอร์มัลนิวตรอน ซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพของตัวกลางปฏิกรณ์ในการลดความเร็วของนิวตรอนเร็วกลายเป็นเทอร์มัลนิวตรอน

จากสมการที่ 2.8.2 และ 2.8.3 α_T เขียนได้ดังนี้

$$\alpha_T = \frac{1}{k} \frac{dk}{dT} = \frac{1}{k_\infty} \frac{dk_\infty}{dT} + \frac{1}{P_L} \frac{dP_L}{dt} + \frac{1}{P_F} \frac{dP_F}{dT} \quad 2.8.4$$

นั่นคือ ค่า α_T ประกอบด้วยสามประสิทธิระอุณหภูมีย้อนกลับขององค์ประกอบค่าวิกฤตแต่ละตัว กำหนดให้

$$\alpha_T(x) = \frac{1}{x} \frac{dx}{dT}$$

เมื่อ x เป็นตัวแปรใด ๆ สมการที่ 2.8.4 เขียนได้ใหม่เป็น

$$\alpha_T = \alpha_T(k_\infty) + \alpha_T(P_L) + \alpha_T(P_F) \quad 2.8.5$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\alpha_T(k_\infty) = \frac{1}{k_\infty} \frac{dk_\infty}{dT} = \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dT} + \frac{1}{f} \frac{df}{dT} + \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} + \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dT}$$

$$\text{หรือ } \alpha_T(k_\infty) = \alpha_T(\eta) + \alpha_T(f) + \alpha_T(p) + \alpha_T(\epsilon)$$

การหาค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับของ P_L และ P_F ยังขยายออกไปได้อีก ดังนี้

$$\alpha_T(P_L) = \frac{1}{P_L} \frac{dP_L}{dT} = \frac{-B^2 L^2}{1+B^2 L^2} \left(\frac{1}{L^2} \frac{dL^2}{dT} + \frac{1}{B^2} \frac{dB^2}{dT} \right)$$

$$= \frac{-B^2 L^2}{1+B^2 L^2} \left[\alpha_T(L^2) + \alpha_T(B^2) \right]$$

$$\alpha_T(P_F) = \frac{1}{P_F} \frac{dP_F}{dT} = -B^2 \tau \left(\frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{dT} + \frac{1}{B^2} \frac{dB^2}{dT} \right)$$

$$= B^2 \tau \left[\alpha_T(\tau) + \alpha_T(B^2) \right]$$

ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับมีค่าเป็น

$$\alpha_T = \alpha_T(\eta) + \alpha_T(f) + \alpha_T(p) + \alpha_T(\epsilon) + \alpha_T(P_L) + \alpha_T(P_F)$$

$$= \alpha_T(\eta) + \alpha_T(f) + \alpha_T(p) + \alpha_T(\epsilon) - \frac{B^2 L^2}{1+B^2 L^2}$$

$$\left[\alpha_T(L^2) + \alpha_T(B^2) \right] - B^2 \tau \left[\alpha_T(\tau) + \alpha_T(B^2) \right]$$

การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับ จึงคำนวณได้จากค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับขององค์ประกอบแต่ละตัว คือ η , f , p , ϵ , L^2 , τ และ B^2

ในเครื่องปฏิกรณ์แบบเฮทเทอร์โรซีเนียส เมื่อกำลังของเครื่องปฏิกรณ์เพิ่มขึ้น อุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงจะสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว จากนั้นความร้อนภายในแท่งเชื้อเพลิงจึงถ่ายเทออกสู่มอเตอร์เรเตอร์ ผลของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในแท่งเชื้อเพลิงจึงเกิดขึ้นอย่างฉับพลัน มีค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับเรียกว่า สัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลัน (prompt temperature feedback coefficient) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับที่เกิดขึ้นในมอเตอร์เรเตอร์ ซึ่งเกิดขึ้นภายหลัง เรียกว่า สัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบล่า (delayed

(temperature feedback coefficient)

ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับของ เครื่องปฏิกรณ์แบบเอทเทอร์โรสดีเนียล ซึ่งกำหนดให้ การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเป็นไปอย่างลุ่มๆ ล่อมๆ แสดงได้ดังตารางที่ 2.8.1 (22)

ตารางที่ 2.8.1 ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับของ เครื่องปฏิกรณ์แบบเอทเทอร์โรสดีเนียลที่ใช้ ยูเรเนียมความเข้มข้นต่ำเป็นเชื้อเพลิง (22)

พารามิเตอร์	ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับ แบบสับพลัน	ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับ แบบล่า
η	0	0
ϵ	0	0
ρ	$-\alpha_T(I) \log \frac{1}{P} = -\frac{\gamma}{2\sqrt{T}} \log \frac{1}{P(T_0)}$	$-\left[\alpha_T(I) + \beta_M\right] \log \frac{1}{P}$
f	0	$(1-f) \left[\alpha_T(g_{AF}) + \beta_M - \alpha_T(\zeta) \right]$
P_F	0	$-B^2 \tau \alpha_T(\tau)$

เมื่อ $I =$ รีโซแนนซ์อินเทกรัล (resonance integral) คือค่าอินทิเกรลของ ค่าภาคตัดขวางในการดูดกลืนนิวตรอนย่านพลังงานรีโซแนนซ์

$\gamma =$ ค่าคงที่ ซึ่งขึ้นอยู่กับคุณสมบัติแท่งเชื้อเพลิง

$T_0 =$ อุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิง ที่ 300 °K

$\beta_M =$ ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวของมอดเตอร์เรเตอร์โดยปริมาตร (coefficient of volume expansion)

$g_{AF} =$ แฟคเตอร์สำหรับสารที่มีภาคตัดขวางไม่สัมพันธ์เป็นแบบผกผันส่วนกลับ กับความเร็วของนิวตรอน (non - $1/v$ factor)

$\zeta =$ ดิสแอดแอดเวจเทจแฟคเตอร์ (disadvantage factor)

คืออัตราส่วนค่าเฉลี่ยโดยปริมาตร ของ เทอร์มัลนิวตรอนฟลักซ์ในโหมด-
เตอร์เรเตอร์ต่อเทอร์มัลนิวตรอนฟลักซ์ในแท่ง เชื้อเพลิง

$$m = \text{ค่าคงที่มีค่าประมาณ } 0.1 \text{ หรือน้อยกว่า}$$

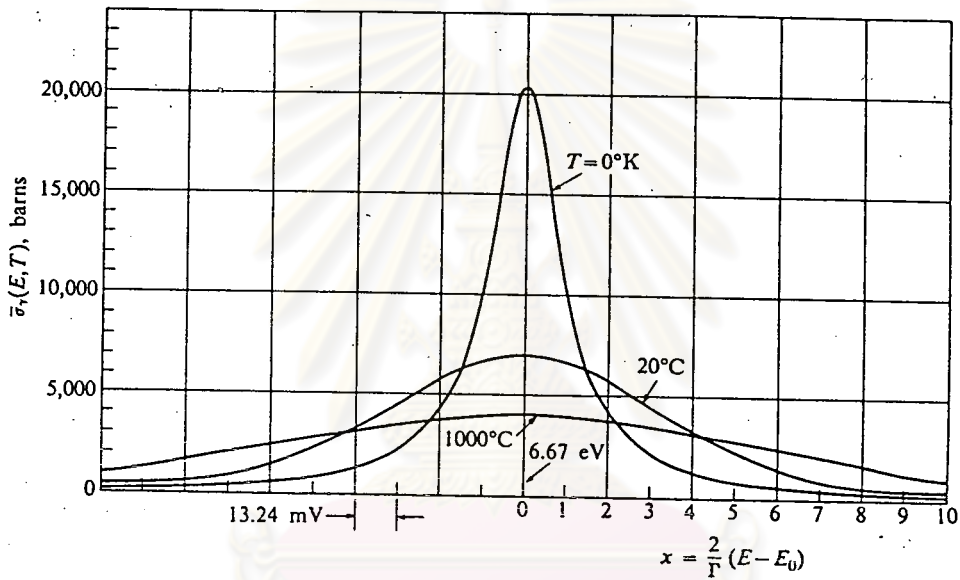
ค่าสัมประสิทธิ์ย้อนกลับดังกล่าวได้จากการพิจารณา ระบบตัวกลางปฏิกรณ์อย่างง่าย
ซึ่งแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับขององค์ประกอบค่าวิกฤตแต่ละ-
ตัว

กล่าวคือ ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับส่วนใหญ่มีค่าเป็นลบ ยกเว้นค่า $\alpha_T(f)$ ที่มี
ค่าเป็นบวก ซึ่งตามปกติแล้วจะมีค่าน้อย (2) ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับของเครื่อง
ปฏิกรณ์จึงมีค่าเป็นลบ ซึ่งหมายความว่า เมื่ออุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์มีค่าสูงขึ้น จะทำให้ค่า
วิกฤตมีค่าลดลง และส่งผลให้กำลังของเครื่องปฏิกรณ์ลดลงด้วย ในทำนองกลับกัน การที่กำลัง
ของเครื่องปฏิกรณ์ลดลงนี้ ทำให้อุณหภูมิของเครื่องปฏิกรณ์ต่ำลง ซึ่งจะส่งผลให้ค่าวิกฤตเพิ่มขึ้น
กำลังของเครื่องปฏิกรณ์จึงเพิ่มขึ้นตามการเปลี่ยนแปลงของกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ดังกล่าว
แสดงให้เห็นถึงบทบาทของสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับที่มีผลต่อการควบคุมกำลังของเครื่องปฏิกรณ์
ให้อยู่ในระดับที่ปลอดภัยแก่การใช้งาน

2.9 สัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลัน (prompt temperature feedback coef- ficient)

จากตารางที่ 2.8.1 แสดงให้เห็นว่าค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลันขึ้นอยู่กับ
กับการเปลี่ยนแปลงของค่า ρ เพียงค่าเดียว การเปลี่ยนแปลงค่า ρ นี้เองมาจากอุณหภูมินี้เป็น
ผลของดอปเปลอร์(Doppler effect) กล่าวคือ ในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้ U-235 ความเข้มข้น
ต่ำเป็นเชื้อเพลิง การที่นิวตรอนถูกจับโดยธาตุหนักเช่น U-238 ในย่านพลังงานอีพิเทอร์มัล
(epithermal) นั้น ความสัมพันธ์ระหว่างค่าภาคตัดขวางและพลังงานของนิวตรอน มีลักษณะ
เป็นยอดรีโซแนนซ์ (resonance peak) เกิดขึ้นหลายยอด แต่ละยอดสามารถอธิบายเป็นสมการ
ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของไบรท์-วิกเนอร์ (Breit-Wigner formula) ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้ดัง
รูปที่ 2.9.1 เมื่อ Γ เป็นความกว้างของรีโซแนนซ์ $\sigma_\gamma(E,T)$ เป็นภาคตัดขวางจุลภาคในการจับ
นิวตรอน (microscopic capture cross section) พบว่าเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น กราฟของ
ค่าภาคตัดขวางนี้ จะมีลักษณะกว้างและแบนลง ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเรียกว่า ผลของดอปเปลอร์

และเมื่อพิจารณาพื้นที่ใต้กราฟพบว่ามีค่าคงที่ ดังนั้นการจับนิวตรอนของ U-238 แทนที่จะเป็น การจับนิวตรอนที่มีพลังงานช่วงแคบ ๆ ที่ยอดรีโซแนนซ์เท่านั้น จะเป็นการจับนิวตรอนที่มีช่วงพลังงานกว้างขึ้น มีผลให้นิวตรอนถูกจับในย่านพลังงานรีโซแนนซ์เพิ่มขึ้น ความน่าจะเป็นของนิวตรอน ที่เล็ดลอดย่านพลังงานรีโซแนนซ์และที่ลดพลังงานลง (p) จึงมีค่าลดลง



รูปที่ 2.9.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงภาคตัดขวางในการจับนิวตรอน (capture cross section) ของ U-238 ที่พลังงานยอดรีโซแนนซ์ (E_0) 6.67 eV. (22)

การคำนวณหาค่า p โดยประมาณ สำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบเอทเทอร์โรโรสเซียสมีสมการ ดังนี้ (22)

$$p = \frac{\exp(-N_F V_F I)}{\xi \Sigma_{SM} V_M} \tag{2.9.1}$$

เมื่อ ξ คือค่าเฉลี่ยล็อกการซึมของอัตราส่วนพลังงานนิวตรอนที่ลดลงต่อการชนหนึ่ง ครั้ง (logarithm of relative neutron energy) Σ_{SM} คือภาคตัดขวางมหภาคในการ

กระจายของมอดเตอร์เรเตอร์ (macroscopic scattering cross section) I คืออัตราไอโซ-
 แนนซ์อันทีเกรล และ N_F , V_F และ V_M คือความหนาแน่นอะตอมของเชื้อเพลิง ปริมาตร
 ของเชื้อเพลิงและปริมาตรของมอดเตอร์เรเตอร์ตามลำดับ

ทั้งทางทฤษฎีและการทดลองพบว่า ค่า I สำหรับ U-238, Th-232 และออกไซด์-
 ของไอโซโทปทั้งสอง มีความสัมพันธ์ดังสมการ (22)

$$I(T) = I(T_0) [1 + \gamma (\sqrt{T} - \sqrt{T_0})] \quad 2.9.2$$

เมื่อ T เป็นอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงในย่าน 300°K ถึง 1500°K และ $T_0 = 300^\circ\text{K}$
 γ เป็นค่าคงที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ผิวต่อมวลของเชื้อเพลิง ดังนั้น

$$\gamma = C + d \frac{S_F}{M_F}$$

C และ d เป็นค่าคงที่ขึ้นอยู่กับชนิดของเชื้อเพลิง เมื่อเป็นโลหะ U-238 ได้
 $C = 48 \times 10^4$ และ $d = 64 \times 10^4$ S_F และ M_F เป็นพื้นที่ผิวและมวลของเชื้อเพลิงตามลำดับ

พิจารณาการณีก่เกิดการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิอย่างฉับพลัน จำนวนอะตอมของเชื้อเพลิง
 ($N_F V_F$) และคุณสมบัติของมอดเตอร์เรเตอร์ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นจากสมการที่ 2.9.1
 จึงได้

$$\alpha_T(p) = -\alpha_T(I) \log \frac{1}{p} \quad 2.9.3$$

จากสมการที่ 2.9.2

$$\alpha_T(I) = \frac{I(T_0)}{I(T)} \frac{\gamma}{2\sqrt{T}}$$

แทนค่า $\alpha_T(I)$ ลงในสมการที่ 2.9.3 ได้

$$\alpha_T(p) = -\frac{I(T_0)}{I(T)} \frac{\gamma}{2\sqrt{T}} \log \frac{1}{p} = -\frac{\gamma}{2\sqrt{T}} \log \frac{1}{p(T_0)} \quad 2.9.4$$

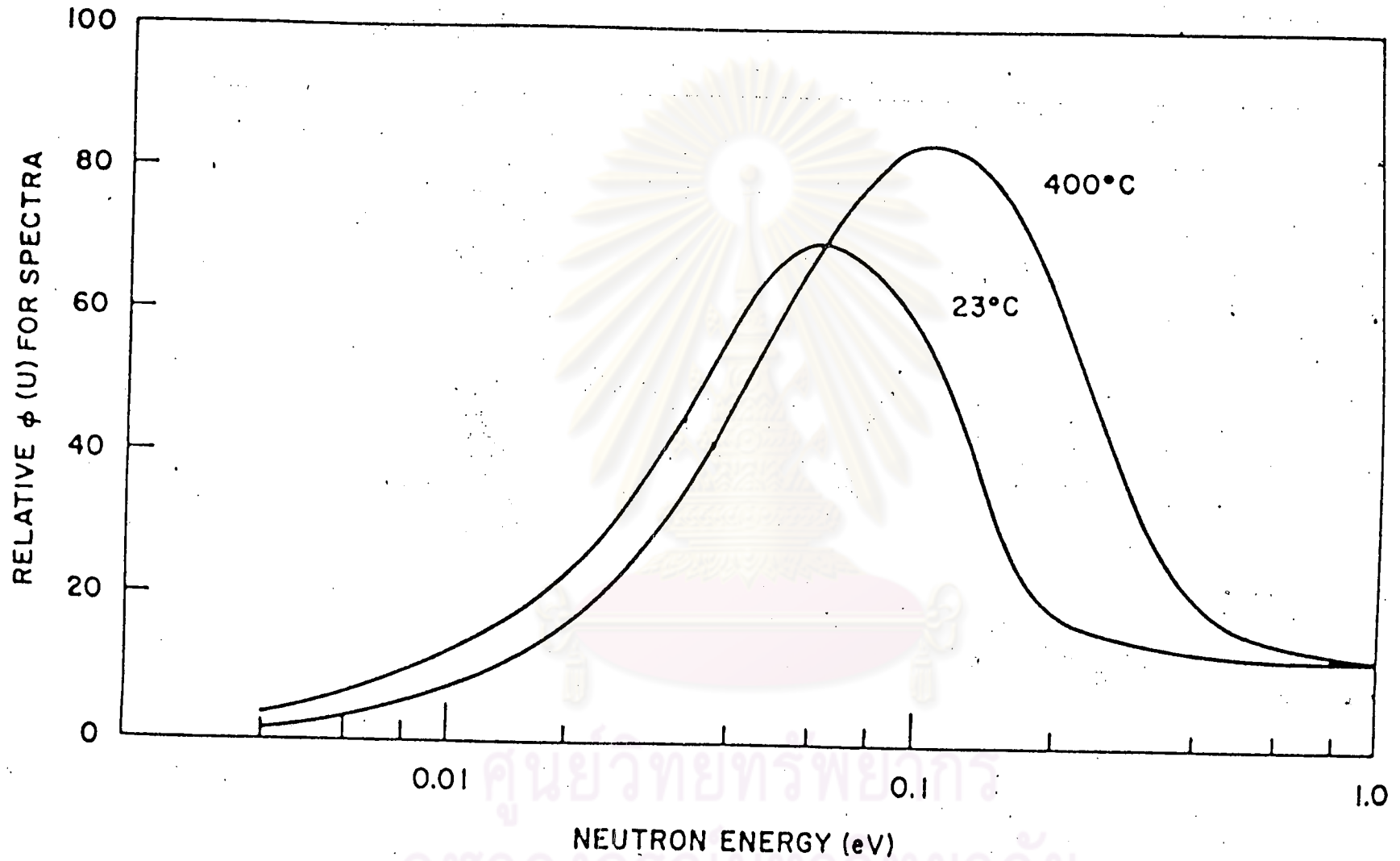
p ย่อมมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ดังนั้นสมการที่ 2.9.4 จึงมีค่าเป็นลบ นั่นคือค่าสัมประสิทธิ์
 อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลันของเครื่องปฏิกรณ์ มีค่าเป็นลบ

สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูวิจัย-1/ปรับปรุงครั้งที่ 1 ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบลบพลัน นอกจากผลของดอปเปลอร์แล้ว เชื้อเพลิงยังประกอบด้วยเซอร์โคเนียมไฮไดรด์ (zirconium hydride) ซึ่งกระทำตัวเป็นฮาโมนิค ออสซิลเลเตอร์ (harmonic oscillator) เมื่อเพิ่มกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ อุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงจะสูงขึ้น ทำให้โมเลกุลของเซอร์โคเนียมไฮไดรด์เกิดการสั่นตัวมากขึ้นและจะถ่ายเทพลังงานให้แก่เทอร์มัลนิวตรอนในแท่งเชื้อเพลิงที่ผ่านเข้าไปในโมเลกุลนี้ ทำให้เทอร์มัลนิวตรอนมีพลังงานสูงขึ้น การเปลี่ยนแปลงพลังงานของเทอร์มัลนิวตรอนในแท่งเชื้อเพลิงดังกล่าวแสดงในรูปที่ 2.9.2 นิวตรอนที่มีพลังงานสูงขึ้นนี้ย่อมมีโอกาสจะหนีออกจากแท่งเชื้อเพลิงได้เพิ่มขึ้น และเมื่อหลุดออกมาจากแท่งเชื้อเพลิงแล้วเกิดการชนกับโมเลกุลของน้ำซึ่งเป็นมอดเดอเรเตอร์ ลดความเร็วลงเป็นเทอร์มัลนิวตรอนตามเดิม ผลก็คือทำให้อัตราส่วนค่าเฉลี่ยของเทอร์มัลนิวตรอนฟลักซ์ในมอดเดอเรเตอร์ต่อเทอร์มัลนิวตรอนฟลักซ์ในแท่งเชื้อเพลิง (disadvantage factor) เพิ่มขึ้น ดังนั้นการดูดกลืนเทอร์มัลนิวตรอนในแท่งเชื้อเพลิงจึงลดลง ซึ่งทำให้ค่าวิกฤตลดลงตามไปด้วย ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบลบพลันของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณูวิจัย-1/ปรับปรุงครั้งที่ 1 จึงมีค่าเป็นลบ (4)

ในเครื่องปฏิกรณ์ใด ๆ เมื่อค่าเปลี่ยนวิกฤตเพิ่มขึ้นไปค่าหนึ่ง กำลังของเครื่องปฏิกรณ์และอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว การถ่ายเทความร้อนของแท่งเชื้อเพลิงไปสู่มอดเดอเรเตอร์เรเตอร์ยังมีค่าน้อย ถ้าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบลบพลันมีค่าเป็นศูนย์หรือเป็นบวก ผลก็คือ กำลังของเครื่องปฏิกรณ์จะเพิ่มขึ้นโดยไม่มีขีดจำกัด แสดงได้ดังรูปที่ 2.9.3 ในกรณีกลับกัน ถ้าค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับมีค่าเป็นลบ การเพิ่มอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงทำให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าน้อยลง กำลังของเครื่องปฏิกรณ์จะลดลงและจะเสถียรอยู่ที่ระดับกำลังหนึ่ง (ค่าเปลี่ยนวิกฤตเป็นศูนย์)

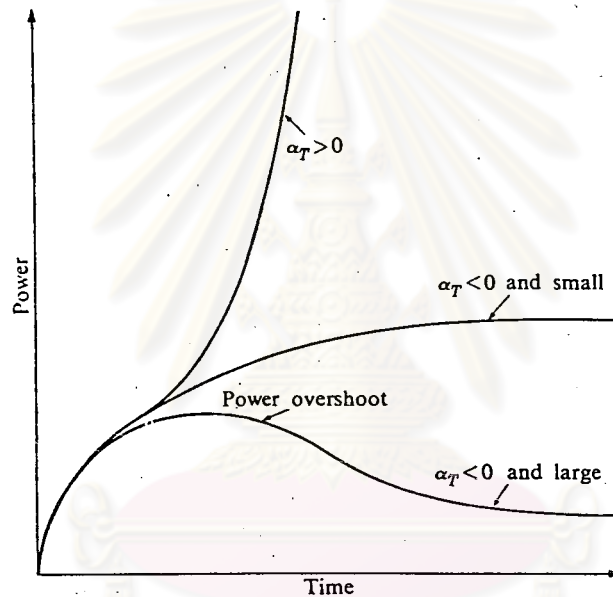
สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับมีค่าเป็นลบที่มีค่าน้อย เมื่อเพิ่มค่าเปลี่ยนวิกฤต การเพิ่มกำลังของเครื่องปฏิกรณ์จะเป็นไปอย่างสม่ำเสมอ จนกระทั่งถึงระดับหนึ่ง ที่ผลของอุณหภูมิทำให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตเป็นศูนย์ เครื่องปฏิกรณ์จะอยู่ในสภาวะเสถียรที่ระดับนั้น (ดูรูปที่ 2.9.3 ที่ $\alpha_T < 0$ และค่าน้อย)

เครื่องปฏิกรณ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับมีค่าเป็นลบค่ามาก ที่อุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิง ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับที่เกิดขึ้น จะทำให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตของเครื่อง



รูปที่ 2.9.2 ค่าเฉลี่ยของนิวตรอนฟลักซ์ในแท่งเชื้อเพลิงแบบ TRIGA ที่อุณหภูมิ 23°ซ และ 400°ซ ตามลำดับ

ปฏิกรณ์ลดลงจากเดิม จนส่งผลให้อัตราการเพิ่มกำลังของ เครื่องปฏิกรณ์ลดลง และเมื่ออุณหภูมิของแท่ง เชื้อเพลิงเพิ่มขึ้นถึงจุดหนึ่ง ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับๆ มีค่ามากพอที่ทำให้กำลังของเครื่องปฏิกรณ์ลดลง และอยู่ในสภาวะเสถียรในที่สุด เกิดลักษณะการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ เรียกว่า การกระเพื่อมหรือโอเวอร์ชูต (overshoot) (ดูรูปที่ 2.9.3 ที่ $\alpha_T < 0$ และค่ามาก)



รูปที่ 2.9.3 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังของเครื่องปฏิกรณ์กับเวลาหลังจากเพิ่มค่าเปลี่ยนวิกฤตขึ้นไปค่าหนึ่ง (22)

ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลัน เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\alpha_{\text{prompt}} = \left(\frac{dp}{dT} \right)_{\text{prompt}} \cong \left(\frac{1}{k} \frac{dk}{dT} \right)_{\text{prompt}}$$

เพื่อสะดวกแก่การวิเคราะห์หาค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลัน เนื่องจากเครื่องปฏิกรณ์มีค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับๆ มีค่าเป็นลบ จึงเปลี่ยนสัญลักษณ์เป็น

$$\alpha = -\alpha_{\text{prompt}} = -\left(\frac{dp}{dT} \right)_{\text{prompt}} \quad 2.9.5$$

α จะมีค่าเป็นบวกเมื่อ α_{prompt} เป็นลบ ทั้งนี้เพื่อแสดงให้เห็นการย้อนกลับเชิงเส้น นั่นคือ เมื่อค่าวิกฤตมีความสัมพันธ์เชิงเส้น กับค่าเปลี่ยนวิกฤต ดังนั้น

$$\rho = \rho_0 - \rho_f$$

ให้ ρ_0 เป็นค่าเปลี่ยนวิกฤต และ ρ_f เป็นค่าเปลี่ยนวิกฤตย้อนกลับ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ อุณหภูมิย้อนกลับมีค่าคงที่ ρ_f เขียนได้เป็น (2)

$$\rho_f = \alpha(T - T_0)$$

เมื่อ $T =$ อุณหภูมิเฉลี่ยของแท่ง เชื้อเพลิง

$T_0 =$ อุณหภูมิเมื่อเครื่องปฏิกรณ์ไม่มีค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉับพลัน

ดังนั้นค่าเปลี่ยนวิกฤต

$$\rho = \rho_0 - \alpha(T - T_0) \quad 2.9.6$$

หรือจากสมการที่ 2.9.5 ได้ค่าเปลี่ยนวิกฤต

$$\rho = \rho_0 + \alpha_{\text{prompt}} (T - T_0) \quad 2.9.7$$

จากสมการที่ 2.9.6 และ 2.9.7 เห็นว่าการใช้ค่าลบของค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับ (α) ทำให้เห็นการย้อนกลับเชิงเส้นของค่าเปลี่ยนวิกฤตได้อย่างชัดเจน อย่างไรก็ตาม ถึงจะใช้ค่า α_{prompt} ดังสมการที่ 2.9.7 ผลลัพธ์ที่ได้ก็มีค่าเท่ากันทุกประการ

2.10 การกระเพื่อมกำลังขนาดย่อม (small reactivity excursion) (14)

เมื่อทำการเพิ่มค่าเปลี่ยนวิกฤตแก่เครื่องปฏิกรณ์ขึ้นไปจำนวนหนึ่ง แต่มีค่าน้อยกว่าหนึ่งดอลลาร์ การเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า เกิดการกระเพื่อมกำลังขนาดย่อม ซึ่งสามารถไข่มการประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอน เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์

จากสมการประมาณการกระโดดของความหนาแน่นนิวตรอน สมการที่ 2.7.6

ที่พิจารณานิวตรอนล่าเพียงกลุ่มเดียว และไม่มีแหล่งกำเนิดนิวตรอนจากภายนอก โดยเป็นที่ทราบ

กันต้อยแล้วว่าความหนาแน่นของนิวตรอน มีความสัมพันธ์โดยตรงกับกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ ดังนั้นสมการที่ 2.7.6 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(\beta - \rho) \frac{dP}{dt} = (\lambda\rho + \frac{d\rho}{dt}) P \quad 2.10.1$$

เมื่อ P คือกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ (วัตต์) สมการที่ 2.10.1 หารด้วย β เพื่อเปลี่ยนค่าเปลี่ยนวิกฤตให้อยู่ในหน่วยของดอลลาร์ ดังนั้น

$$(1 - \rho) \frac{dP}{dt} = (\lambda\rho + \frac{d\rho}{dt}) P \quad 2.10.2$$

เมื่อ $\rho = \rho/\beta$ เป็นค่าเปลี่ยนวิกฤตในหน่วยดอลลาร์ (\$)

$\lambda =$ ค่าคงตัวเวลาในการสลายตัวของนิวตรอนล่ากลุ่มเดียว (วินาที⁻¹)

ค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ โดยมีค่าเปลี่ยนวิกฤตย้อนกลับ เข้ามาสู่ระบบตัวกลางปฏิกรณ์ กำหนดให้ค่าเปลี่ยนวิกฤตมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับค่าเปลี่ยนวิกฤตย้อนกลับ ซึ่งเขียนเป็นสมการคือ

$$\rho = \rho_0 - \rho_f \quad 2.10.3$$

เมื่อ $\rho_0 =$ ค่าเปลี่ยนวิกฤตเริ่มต้น (\$)

$\rho_f =$ ค่าเปลี่ยนวิกฤตย้อนกลับ (\$)

เมื่อการเปลี่ยนแปลงค่าวิกฤตเนื่องจากมอเตอร์เรเตอร์มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงในแง่เชื้อเพลิง ค่าเปลี่ยนวิกฤตย้อนกลับ เขียนเป็นสมการในเทอมของค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบจับพลัน ได้ดังนี้

$$\rho_f = \int_0^T \alpha dT \quad 2.10.4$$

เมื่อ $\alpha =$ ค่าลบของค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบจับพลัน (\$/°ซ)

$T =$ อุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงที่เพิ่มขึ้น (°ซ)

$$= \bar{T} - T_0$$

$\bar{T} =$ อุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงในแกนเครื่องปฏิกรณ์ (°ซ)

T_0 = อุณหภูมิของแท่ง เชื้อเพลิง ขณะที่ เครื่องปฏิกรณ์ อยู่สภาวะวิกฤตที่กำลัง
เริ่มต้น ซึ่งมีระดับกำลังน้อยมากใกล้เคียงศูนย์

แทนค่า ρ จากสมการที่ 2.10.4 ลงในสมการที่ 2.10.3 เป็น

$$\rho = \rho_0 - \int_0^T \alpha dT \quad 2.10.5$$

การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงระหว่างการกระเพื่อม
สามารถอธิบายได้จากกฎการระบายความร้อนของนิวตัน (Newton's law of cooling)

ดังสมการ

$$\frac{dT}{dt} = KP - \gamma T \quad 2.10.6$$

เมื่อ K = ส่วนกลับของค่าความจุความร้อนรวม (total heat capacity)
ของเนื้อเชื้อเพลิงในแกนเครื่องปฏิกรณ์ ($^{\circ}\text{C}/\text{วัตต์-วินาที}$)

$$= 1/C_p$$

γ = ส่วนกลับของค่าคงตัวเวลาเฉลี่ยในการถ่ายเทความร้อน
(average heat transfer time constant) ของแกน
เครื่องปฏิกรณ์ (วินาที $^{-1}$).

เทอม KP แสดงถึงอัตราการผลิตความร้อนในแกนเครื่องปฏิกรณ์ โดยมีเทอม γT
เป็นอัตราการถ่ายเทความร้อนของแท่งเชื้อเพลิงในแกนเครื่องปฏิกรณ์

จากสมการที่ 2.10.5 การเปลี่ยนแปลงค่าเปลี่ยนวิกฤตมีค่าดังนี้

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha \frac{dT}{dt} \quad 2.10.7$$

แทนค่าสมการที่ 2.10.6 ลงในสมการที่ 2.10.7 เป็น

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha(KP - \gamma T) \quad 2.10.8$$

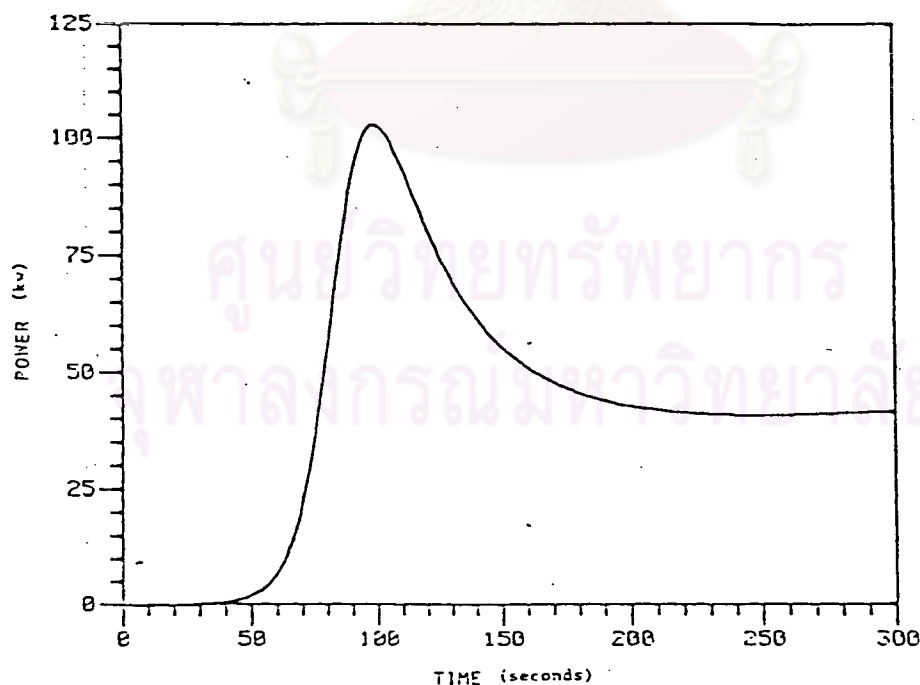
สมการที่ 2.10.2 หาด้วยสมการที่ 2.10.6 จากนั้นแทนค่า ρ และ $d\rho/dt$
จากสมการที่ 2.10.5 และ 2.10.8 ตามลำดับ ได้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลัง



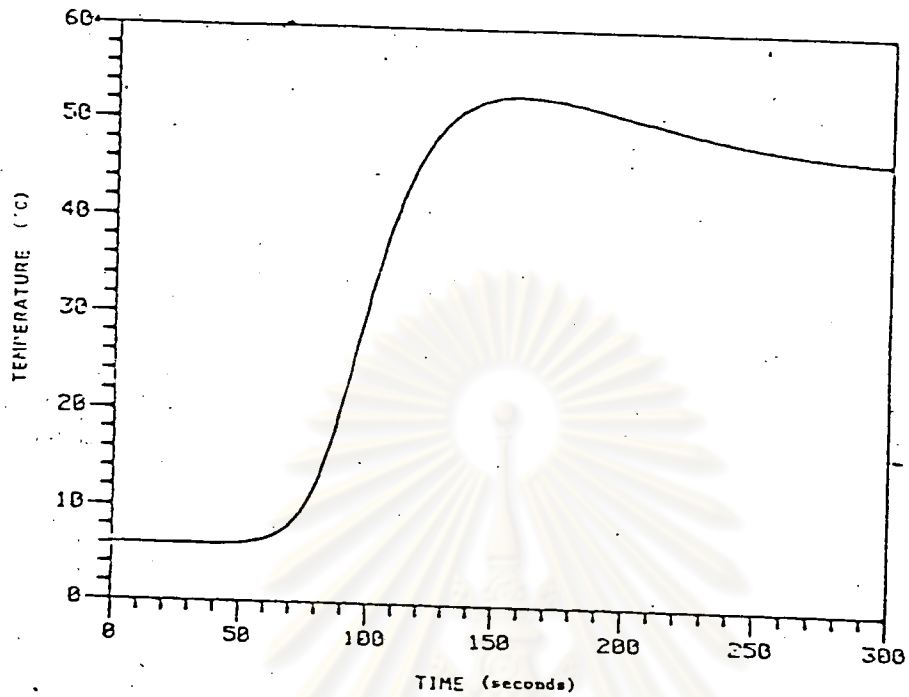
ของเครื่องปฏิกรณ์กับอุณหภูมิของแท่ง เชื้อเพลิงดังนี้

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\left[\lambda (\rho_0 - f_0^T \alpha dT') - \alpha (KP - \lambda T) \right] P}{(KP - \gamma T) (1 - \rho_0 + f_0^T \alpha dT')} \quad 2.10.9$$

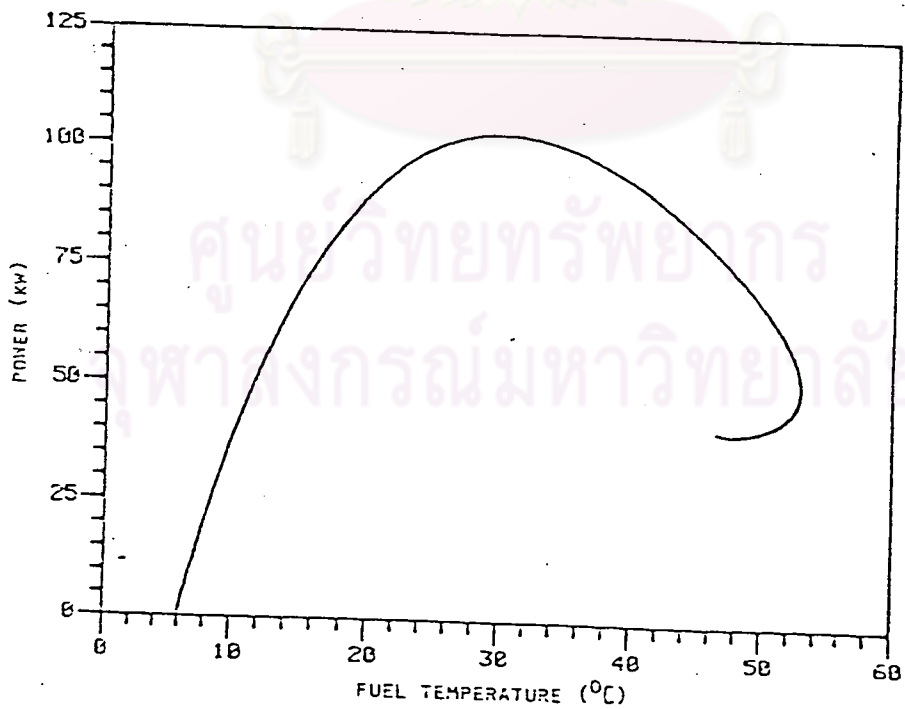
การแก้มการที่ 2.9.10 นี้มีความยุ่งยากมาก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องพิจารณาการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ประกอบด้วย กล่าวคือ เมื่อค่าเปลี่ยนวิกฤตที่เพิ่มขึ้นทำให้อุณหภูมิในแท่ง เชื้อเพลิงเพิ่มขึ้น ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบลบพล้นมีค่าเป็นลบมากพอที่จะทำให้กำลังของเครื่องปฏิกรณ์เกิดการกระเพื่อม ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.10.1 จะได้มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิมีลักษณะกระเพื่อมเกิดขึ้นเช่นกัน แต่การกระเพื่อมของอุณหภูมิเกิดขึ้นได้ช้ากว่า ทั้งนี้เนื่องจากความร้อนที่เกิดขึ้นในแท่ง เชื้อเพลิงต้องใช้เวลาในการถ่ายเทออกสู่ตัวระบายความร้อน เมื่อนำลักษณะการเปลี่ยนแปลงกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ และอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงนี้มาเขียนกราฟ จะได้กราฟมีลักษณะโค้งแบบขดเป็นวง (spiral-type) อธิบายลักษณะของสมการที่ 2.10.9 ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 2.10.3



รูปที่ 2.10.1 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังของเครื่องปฏิกรณ์กับเวลา (14)



รูปที่ 1.10.2 ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงกับเวลา (14)



รูปที่ 2.10.3 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังของเครื่องปฏิกรณ์กับอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิง (14)

ฉกรรพที่ 2.10.3. เห็นได้ว่าการกำลังของเครื่องปฏิกรณ์มีค่าสูงสุด ทำให้ $\frac{dP}{dT} = 0$

สมการที่ 2.10.9 จึงเขียนได้เป็น

$$0 = \left[\lambda \left(\rho_0 - \int_0^{\hat{T}} \alpha dT' \right) - \alpha (K\hat{P} - \gamma\hat{T}) \right] \hat{P}$$

$$\rho_0 = \int_0^{\hat{T}} \alpha dT' + \frac{\alpha (K\hat{P} - \gamma\hat{T})}{\lambda} \quad 2.10.10$$

\hat{P} = กำลังของเครื่องปฏิกรณ์สูงสุด

\hat{T} = อุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงที่เพิ่มขึ้น ณ เวลาที่กำลังของเครื่องปฏิกรณ์มีค่าสูงสุด

ค่า K , γ และ α เป็นค่าพารามิเตอร์ ณ เวลาที่กำลังของเครื่องปฏิกรณ์มีค่าสูงสุด

เช่นกัน

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉบับกับอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิง พบว่าในช่วงอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงระหว่าง 0°C ถึง 200°C ค่าสัมประสิทธิ์อุณหภูมิย้อนกลับแบบฉบับของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใส่แท่งเชื้อเพลิงแบบมาตรฐานและแบบ LEU มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิง (4, 7) ดังนั้น กำหนดให้

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 T \quad 2.10.11$$

เมื่อ α_1 และ α_2 เป็นค่าคงที่ มีหน่วยเป็น $\$/^\circ\text{C}$ และ $\$/(\text{C})^2$ ตามลำดับ แทนค่าสมการที่ 2.10.11 ลงในสมการที่ 2.10.10 จากนั้นทำการอินทิเกรต ได้สมการดังนี้

$$\rho_0 = \alpha_1 \left[\frac{K\hat{P}}{\lambda} + \left(1 - \frac{\gamma}{\lambda}\right) \hat{T} \right] + \alpha_2 \hat{T} \left[\frac{K\hat{P}}{\lambda} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{\lambda}\right) \hat{T} \right] \quad 2.10.12$$

จากสมการที่ 2.10.12 เห็นได้ว่าอุณหภูมิของแท่งเชื้อเพลิงเป็นอุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรที่เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นการยากที่จะวัดอุณหภูมิเฉลี่ยนี้ได้โดยตรง ดังนั้นกำหนดให้ "a" เป็นอัตราส่วนของอุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงที่เพิ่มขึ้น ต่ออุณหภูมิแท่งเชื้อเพลิงที่เพิ่มขึ้น ซึ่งได้จากการวัด คือ

$$a = \frac{\bar{T} - T_0}{T_f - T_0} = \frac{T}{T_m} = \frac{\hat{T}}{\hat{T}_m} \quad 2.10.13$$

เมื่อ $T_f =$ อุณหภูมิของแท่ง เชื้อเพลิงที่วัดได้

$T_m =$ อุณหภูมิของแท่ง เชื้อเพลิงที่เพิ่มขึ้นซึ่งได้จากการวัด

เนื่องจากกำลังของเครื่องปฏิกรณ์เมื่อเริ่มต้นน้อยมาก กำหนดให้อุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงในแกนเครื่องปฏิกรณ์ และอุณหภูมิที่วัดได้ที่ระดับกำลังของเครื่องปฏิกรณ์เริ่มต้น มีค่าเท่ากันคือ T_o

พิจารณาพลั๊กซ์ของความร้อนเฉลี่ย (average heat flux) ในแกนเครื่องปฏิกรณ์ สามารถอธิบายได้จากกฎของนิวตันในการระบายความร้อน เมื่อเครื่องปฏิกรณ์อยู่ในสภาวะสมดุล (equilibrium) ดังสมการ

$$\bar{q}'' = \bar{U}_o T \quad 2.10.14$$

เมื่อ $\bar{q}'' =$ พลั๊กซ์ของความร้อนเฉลี่ยในแกนเครื่องปฏิกรณ์

$\bar{U}_o =$ ค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมของแท่งเชื้อเพลิงแต่ละแท่งในแกนเครื่องปฏิกรณ์ (core average overall heat transfer coefficient)

$$= \frac{\bar{U}}{A_d}$$

$A_d =$ พื้นที่ผิวของแท่งเชื้อเพลิง

ในทำนองเดียวกันพิจารณาค่าพลั๊กซ์ของความร้อนในตำแหน่งที่วัดอุณหภูมิ เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\zeta \bar{q}'' = U_o T_m \quad 2.10.15$$

$U_o =$ ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมของแท่งเชื้อเพลิงที่ทำกราวัดอุณหภูมิ

$$= \frac{U}{A_d}$$

ζ เรียกว่าพีกกิ้งแฟคเตอร์ (peaking factor) มีค่าดังนี้

$$\zeta = \frac{q''}{\bar{q}''} \quad 2.10.16$$

เมื่อ $q'' =$ พลักซ์ของความร้อน ณ ตำแหน่งที่ทำการวัดอุณหภูมิ

สมการที่ 2.10.14 หารด้วยสมการที่ 2.10.15 จากนั้นนำไปแทนลงในสมการที่ 2.10.13 ได้สมการแสดงความสัมพันธ์ของ a ดังนี้

$$a = \frac{U_o}{\zeta \bar{U}_o} \quad 2.10.17$$

สมการที่ 2.10.17 ทางขวามือคูณด้วยพื้นที่ผิวของแท่งเชื้อเพลิง และหารด้วยค่าเฉลี่ยความจุความร้อนของเนื้อเชื้อเพลิงแต่ละแท่ง (\bar{C}'_p) ทั้งเศษและส่วน ดังนั้น a เขียนในเทอมของส่วนกลับค่าคงตัวเวลาในการถ่ายเทความร้อน ดังนี้

$$a = \frac{U}{\zeta \bar{U}} = \frac{U/\bar{C}'_p}{\zeta \bar{U}/\bar{C}'_p} = \frac{\gamma_m}{\zeta \gamma} \quad 2.10.18$$

เมื่อ $\gamma =$ ส่วนกลับของค่าคงตัวเวลาเฉลี่ยในการถ่ายเทความร้อนของแกนเครื่องปฏิกรณ์ (U/\bar{C}'_p)

$\gamma_m =$ ส่วนกลับของค่าคงตัวเวลาในการถ่ายเทความร้อนของแท่งเชื้อเพลิงที่วัดอุณหภูมิ (U/\bar{C}'_p)

แทนค่า a จากสมการที่ 2.10.18 ลงในสมการที่ 2.10.13 ณ เวลาที่กำลังของเครื่องปฏิกรณ์มีค่าสูงสุด อุณหภูมิเฉลี่ยโดยปริมาตรของแท่งเชื้อเพลิงที่เพิ่มขึ้น คือ

$$T = \frac{\gamma_m}{\gamma} \left(\frac{T_m}{\zeta} \right) \quad 2.10.19$$

แทนค่า \hat{T} ลงในสมการที่ 2.10.12 ได้สมการดังนี้

$$\begin{aligned} \rho_o = \alpha_1 \left[\frac{K\hat{P}}{\lambda} + \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} - \frac{\gamma_m}{\lambda} \right) \frac{\hat{T}_m}{\zeta} \right] \\ + \alpha_2 \left(\frac{\gamma_m}{\gamma} \frac{\hat{T}_m}{\zeta} \right) \left[\frac{K\hat{P}}{\lambda} + \left(\frac{\gamma_m}{2\gamma} - \frac{\gamma_m}{\gamma} \right) \frac{\hat{T}_m}{\zeta} \right] \end{aligned} \quad 2.10.20$$

ดังนั้นเมื่อทราบค่า K , λ , γ และ γ_m เตินเครื่องปฏิกรณ์ให้เกิดการกระเพื่อมกำลังขนาด
ย่อมที่ค่าเปลี่ยนวิกฤตต่าง ๆ กัน วัดค่า ρ_0 , \hat{P} และ \hat{T}_m นำไปแทนลงในสมการที่ 2.10.20
จากการประมาณค่าโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least squares fit method) ของสมการ
เส้นตรง จึงสามารถหาค่า α_1 และ α_2 ได้



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย