บทที่ 1

บทนำ

ในการออกแบบตัวควบคุม สิ่งแรกที่ต้องปฏิบัติคือเลือกแบบจำลองเพื่อใช้แทนพลานต์ แบบจำลองที่ใช้แทนพลานต์นั้นมีอยู่หลายแบบ ส่วนใหญ่มักเลือกใช้แบบจำลองเชิงเส้น (linear model) เนื่องจากมีทฤษฎีที่ใช้วิเคราะห์เสถียรภาพและสมรรถนะของระบบเชิงเส้นมากมาย ส่วนแบบจำลองไม่เชิงเส้น (non-linear model) ถึงแม้ใช้แทนพลานต์ได้เกือบทุกประเภทและครอบคลุมช่วงการทำงานเกือบทุกช่วง แต่การหาเอกลักษณ์ของระบบและการออกแบบตัวควบคุมทำได้ยากกว่าแบบจำลองเชิงเส้น ในทางปฏิบัติจึงนิยมเลือกใช้แบบจำลองเชิงเส้น การเลือกใช้แบบจำลองเชิงเส้นแทนพลานต์ จำเป็นต้องประมาณพลานต์ไม่เชิงเส้นให้เป็นพลานต์เชิงเส้นก่อน ในกรณีที่พลานต์ไม่เป็นเชิงเส้นนั้นมีช่วงการทำงานที่ไม่เป็นเชิงเส้นไม่มากนัก สามารถแทนพลานต์ด้วยแบบจำลองเชิงเส้นที่ได้จากการทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุดทำงานนั้นๆ เพียงจุดเดียว แต่หากพลานต์มีช่วงการทำงานที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นมาก ในบางกรณีสามารถแทนพลานต์ด้วยแบบจำลองเชิงเส้นได้ โดยกำหนดจุดทำงานเพิ่มขึ้นจนครอบคลุมช่วงการทำงานทุกช่วง แล้วทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุดทำงานทุกๆ จุด แบบจำลองที่ได้ประกอบด้วยแบบจำลองเชิงเส้นจำนวนหนึ่ง และมีตัวแปรชุดหนึ่งเป็นตัวกำหนดว่า ณ เวลานั้นๆ ควรใช้แบบจำลองเชิงเส้นตัวใด

จากแนวคิดดังกล่าว ต่อมาจึงมีการทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุดทำงานจำนวนมากขึ้นจนเป็นฟังก์ชันแบบจำลองที่ได้เป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่พารามิเตอร์ของแบบจำลองเป็นฟังก์ชันของตัวแปรชุดหนึ่ง [1, 2] สามารถพิจารณาเป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่มีความไม่แน่นอน (uncertain model) หรือแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ (linear parameter-varying model) ก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับตัวแปรที่กำหนดจุดทำงาน หากไม่สามารถวัดค่าตัวแปรนั้นได้ จะพิจารณาเป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่มีความไม่แน่นอน มีตัวแปรนั้นเป็นความไม่แน่นอนของระบบ (system uncertainty) แต่หากสามารถวัดค่าตัวแปรนั้นได้ทั้งหมดจะพิจารณาเป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ และเรียกตัวแปรที่วัดค่าได้นี้ว่าตัวแปรกำหนด (scheduling variable) ในกรณีที่ไม่สามารถวัดค่าตัวแปรได้ทั้งหมด สามารถพิจารณาเป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่มีความไม่แน่นอน หรือแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนก็ได้ โดยพิจารณาตัวแปรที่สามารถวัดค่าได้เป็นตัวแปรกำหนด และตัวแปรที่ไม่สามารถวัดค่าได้เป็นความไม่แน่นอนของระบบ แบบจำลองนี้สามารถใช้ทฤษฎีของระบบเชิงเส้นได้ และสามารถแทนพลานต์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นบางชนิดได้ด้วย

ในกรณีที่พารามิเตอร์ของระบบอยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น (linear fractional transformation, LFT) กับความไม่แน่นอนหรือตัวแปรกำหนด จะเป็นปัญหาการออกแบบตัวควบคุมคงทน (robust controller synthesis) ซึ่งมีวิธีการออกแบบตัวควบคุมหลายวิธีเช่น วิธีการสังเคราะห์มิว (μ synthesis) และวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ ($\mathcal{H}_\infty$ control) เป็นต้น ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ เนื่องจากเป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง (unstructured un-

certainty) นอกจากนี้ปัญหาการหาตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ยังเป็นปัญหาคอนเวกซ์ และสามารถจัดให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น (linear matrix inequalities) ได้ [3] และเพื่อให้สามารถเปรียบเทียบผลการควบคุมของกรณีที่พิจารณาความไม่แน่นอน และกรณีที่ละเลยผลความไม่แน่นอนได้ จึงออกแบบตัวควบ-คุมเอชอินฟินิตี้ที่ทำให้ค่าวัตถุประสงค์เอชทูมีขนาดเล็กที่สุดด้วย

เมื่อกล่าวถึงความไม่แน่นอนของระบบ โดยทั่วไปพิจารณาเป็นสิ่งที่ไม่สามารถวัดค่าได้ แต่ในบางกรณีความไม่แน่นอนบางตัวสามารถวัดค่าได้ (ซึ่งจะเรียกว่าตัวแปรกำหนด) และการวัดค่าตัวแปรกำหนดได้จะมีประโยชน์ต่อการควบคุมระบบ หากให้ตัวควบคุมมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ตามตัวแปรกำหนดของพลานต์ แต่เมื่อรวมตัวแปรกำหนดของพลานต์ ตัวแปรกำหนดของตัวควบคุม และความไม่แน่นอนที่ไม่สามารถวัดค่าได้เข้าด้วยกัน ความไม่แน่นอนของระบบวงปิดจะเป็นความไม่แน่นอนที่มีโครงสร้าง การออกแบบตัวควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้จึงเกิดความอนุรักษ์ขึ้น อย่างไรก็ตามความอนุรักษ์นี้จะลดลงหากใช้เมทริกซ์การสเกล (scaling matrix) [4]

โดยทั่วไป ปัญหาการหาตัวควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้ที่มีเมทริกซ์การสเกลเป็นปัญหาที่ไม่คอนเวกซ์ (nonconvex) และไม่สามารถจัดให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นได้ การออกแบบตัวควบคุมต้องแก้ปัญหาอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น 2 ส่วนสลับกันไปในลักษณะเดียวกับปัญหาการสังเคราะห์มิว [5] แต่ในกรณีที่ตัวควบคุมอยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นกับตัวแปรกำหนด [4] ปัญหาการหาตัวควบคุมจะเป็นปัญหาคอนเวกซ์และสามารถใช้วิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นได้

วิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นสามารถแก้ปัญหาทางระบบควบคุมได้หลายปัญหา [6, 7] และเป็นวิธีที่กำลังนิยมกันอย่างแพร่หลาย ทั้งนี้เนื่องจากมีซอฟท์แวร์ให้เลือกใช้มากมาย เช่น LMI Control Toolbox ของ MATLAB [8], LMITOOL [9] และ LMISol [10] เป็นต้น ส่วนวิธีการจัดปัญหาให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นนั้นมีอยู่ 2 วิธี คือวิธีกำจัดตัวแปรและวิธีเปลี่ยนตัวแปร แต่ละวิธีมีข้อดีข้อเสียที่ต่างกัน วิธีเปลี่ยนตัวแปรจะกำหนดตัวแปรขึ้นมาใหม่ และเปลี่ยนตัวแปรเพื่อให้ได้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น แล้วจึงคำนวณหาคำตอบ หลังจากได้คำตอบจะต้องเปลี่ยนตัวแปรเหล่านั้นกลับไปสู่ตัวแปรเดิม [11] ส่วนวิธีกำจัดตัวแปรจะกำจัดตัวแปรบางตัวออกก่อน เพื่อให้เป็นอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น หาตัวแปรส่วนที่เหลือจากการแทนตัวแปรที่หาได้ในครั้งแรกลงในอสมการเมทริกซ์ที่ไม่เชิงเส้นเดิม คำนวณอีกครั้งเพื่อให้ได้คำ-ตอบทั้งหมด จำนวนตัวแปรที่ต้องหาในแต่ละรอบของวิธีนี้น้อยกว่าวิธีเปลี่ยนตัวแปร แต่วิธีกำจัดตัวแปรต้องคำนวณเพื่อหาคำตอบของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น 2 ครั้ง และกำหนดขนาดของตัวแปรได้ยาก เมื่อนำมาใช้ออกแบบตัวควบคุมจะได้ตัวควบคุมที่มีอัตราขยายสูง ดังเช่นบทความ [12] ซึ่งเพิ่มเงื่อนไขของตำแหน่งขั้วเพื่อลดอัตราขยายของตัวตัวควบคุม ในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้วิธีเปลี่ยนตัวแปร

1.1 งานวิจัยที่ผ่านมา

การออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ในช่วงแรกเริ่มต้นด้วยการกำหนดจุดทำงานของพลานต์ให้ครอบคลุมช่วงการทำงานทุกช่วง ทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุดทำงานทุกๆ จุด หาตัวควบคุมสำหรับจุดทำงานแต่ละจุด ตัวควบคุมที่ใช้ควบคุมพลานต์ได้จากการประมาณค่าในช่วง (interpolation) ของตัวควบคุมที่จุดทำงานต่างๆ ดังเช่น G. J. Balas, I. Fialho และคณะ [1] เสนอวิธีออก

แบบตัวควบคุมสำหรับเครื่องบิน F-14 ตัวควบคุมได้จากการประมาณค่าในช่วงของตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ 4 ตัวที่ออกแบบเพื่อควบคุมเครื่องบินรอบจุดทำงาน 4 จุด นอกจากนี้ G. J. Balas, I. Fialho และคณะ ได้เสนอวิธีออกแบบตัวควบคุมเครื่องบิน F-14 อีกหนึ่งบทความ [2] แบบจำลองของพลานต์และตัวควบคุมในบทความนี้อยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น แบบจำลองของพลานต์ได้จากการประมาณค่าในช่วงของแบบจำลองที่ทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุดทำงาน 4 จุดเช่นเดียวกับ [1] ทั้งสองบทความนี้หาตัวควบคุมด้วยวิธีการวนรอบดี เค

G. Scorletti และ V. Fromion [13] เสนอแนวทางการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์แบบสัมพรรค โดยมีเพียงเมทริกซ์ A ของสมการสถานะขึ้นอยู่กับตัวแปรกำหนด ตัวควบคุมเป็นตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์แบบสัมพรรค ที่ได้จากการหาคำตอบของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นและสมการเมทริกซ์เชิงเส้นชุดหนึ่ง

C. Courties และ J. Bernussou [14] ได้ออกแบบตัวควบคุมเอชทูสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ พารามิเตอร์ของระบบมีพลวัตอยู่ในโพลิโทป (polytope) ในบทความนี้พารามิเตอร์ของตัวควบคุมเปลี่ยนแปลงอยู่ในโพลิโทปเช่นเดียวกับพลานต์ การออกแบบตัวควบคุมจึงเป็นปัญหาคอนเวกซ์ และสามารถวางปัญหาให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นโดยวิธีเปลี่ยนตัวแปร นอกจากนี้ในช่วงท้ายของบทความมีเงื่อนไขการวางตำแหน่งขั้วในบางย่าน

P. Apkarian, P. Gahinet และ G. Becker [15] เสนอการออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ โดยพารามิเตอร์ของระบบมีพลวัตอยู่ในโพลิโทป พารามิเตอร์ของตัวควบคุมเปลี่ยนแปลงตามตัวแปรกำหนดของพลานต์ ตัวควบคุมนี้ทำให้ระบบวงปิดสอดคล้องกับสมรรถนะเอชอินฟินิตี้กำลังสอง (quadratic $\mathcal{H}_\infty$ performance) ซึ่งอาศัยบทตั้งค่าจริงมีขอบเขต (Bounded Real Lemma) ในการหาฟังก์ชันเลียปูโนฟ (Lyapunov function) ในส่วนท้ายของบทความนี้แสดงตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมสำหรับจรวดขับเคลื่อนอัตโนมัติ (missile autopilot)

P. Apkarian และ P. Gahinet [4] เสนอแนวทางการออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ที่อยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นกับตัวแปรกำหนด ตัวควบคุมในบทความนี้อยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นกับตัวแปรกำหนดของพลานต์เช่นกัน และลดผลของความอนุรักษ์ที่เกิดจากการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ด้วยเมทริกซ์การสเกล ปัญหาที่ได้ยังคงเป็นปัญหาคอนเวกซ์และสามารถใช้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นแก้ปัญหาได้

ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นเป็นการกล่าวถึงวิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบต่างๆ ที่ใช้ควบคุมระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ สำหรับแนวทางการแก้ปัญหาด้วยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นนั้นมี 2 วิธี คือวิธีกำจัดตัวแปร และวิธีเปลี่ยนตัวแปร การออกแบบตัวควบคุมโดยวางปัญหาให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น สามารถออกแบบให้ตัวควบคุมสอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ ได้มากมาย เช่น การกำหนดตำแหน่งขั้ว (pole placement), สมรรถนะเอชอินฟินิตี้ ($\mathcal{H}_\infty$ performance), สมรรถนะเอชทู ($\mathcal{H}_2$ performance) และการจำกัดอัตราขยายค่ายอดต่อค่ายอด (peak-to-peak gain) เป็นต้น บทความที่ใช้วิธีกำจัดตัวแปร ได้แก่ [3] และ [4] ส่วนบทความที่ใช้วิธีเปลี่ยนตัวแปร ได้แก่ [11] และ [14]

1.2 วัตถุประสงค์

เพื่อออกแบบตัวควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้ สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง โดยใช้วิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น ซึ่งลดความอนุรักษ์ของตัวควบคุมแบบเอชอินฟินิตี้ด้วยเมทริกซ์การสเกล

1.3 ขอบเขตวิทยานิพนธ์

1. ออกแบบตัวควบคุม สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ที่มีความไม่แน่นอนแบบมีโครงสร้างด้วยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นแบบเปลี่ยนตัวแปร
2. เปรียบเทียบผลการควบคุมลูกตุ้มผกผันบนรถ (an inverted pendulum on a cart) และระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน (a ball-on-beam experimental set) ด้วยตัวควบคุมเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารา-มิเตอร์ในกรณีที่คิดผลของความไม่แน่นอนและกรณีที่ไม่คิดผลของความไม่แน่นอน

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์
2. ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นทั้งแบบเปลี่ยนตัวแปรและกำจัดตัวแปร
3. ศึกษาตัวควบคุมที่ใช้กับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์
4. ออกแบบตัวควบคุมเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน
5. เปรียบเทียบผลการควบคุมลูกตุ้มผกผัน และระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน ด้วยตัวควบคุมเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ในกรณีที่คิดผลของความไม่แน่นอนและกรณีที่ไม่คิดผลของความไม่แน่นอน

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. วิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์
2. การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นแบบเปลี่ยนตัวแปร

1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบไปด้วยเนื้อหาทั้งหมด 4 บทด้วยกัน และเพื่อความสมบูรณ์ของเนื้อหาได้เพิ่มภาคผนวกอีก 4 บท โดยแต่ละบทกล่าวถึงเนื้อหาต่างๆ ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมา ความสำคัญของปัญหา ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ ขั้นตอนการดำเนินงาน และประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2 แสดงรูปแบบของแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์และเปรียบเทียบผลตอบของแบบจำลองนี้กับแบบจำลองเชิงเส้นและแบบจำลองไม่เชิงเส้น ตัวอย่างที่ใช้เปรียบเทียบ คือระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ

บทที่ 3 แสดงรูปแบบของแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง วิธีการออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของตัวควบคุมและเปรียบเทียบผลการควบคุมระบบเมื่อตัวควบคุมมีการคิดถึงผลของความไม่แน่นอน กับกรณีที่ละเลยผลของความไม่แน่นอน ตัวอย่างที่ใช้เปรียบเทียบ คือระบบลูกตุ้มผกผันบนรถและระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน

บทที่ 4 สรุปผลของวิทยานิพนธ์นี้ พร้อมทั้งแสดงข้อเสนอแนะหัวข้อที่น่าศึกษาต่อไป

ภาคผนวก ก อธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น โดยแสดงรูปแบบ สมบัติบางประการ และวิธีการจัดปัญหาให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

ภาคผนวก ข แสดงวิธีการหาตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่ไม่มีความไม่แน่นอน โดยจัดปัญหาให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นด้วยวิธีเปลี่ยนตัวแปร พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลของตัวแปรกำหนดรูปแบบต่างๆ และเปรียบเทียบผลการควบคุมระบบด้วยตัวควบคุมเหมาะสมที่สุด ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ กับตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์

ภาคผนวก ค แสดงวิธีการหาแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ สำหรับระบบลูก-ตุ้มผกผันบนรถ

ภาคผนวก ง แสดงวิธีการหาแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ สำหรับระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย