

การออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตีสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์  
ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง



นางสาวกมลวรรณ ทิพย์ถาวรนุกุล

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย


ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1773-3

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I 20746374

AN  $\mathcal{H}_\infty$  CONTROLLER DESIGN FOR LINEAR PARAMETER-VARYING SYSTEM WITH  
UNSTRUCTURED UNCERTAINTY



Miss Kamonwan Thiptawonnukoon

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-1773-3

หัวข้อวิทยานิพนธ์                      การออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตีสำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง

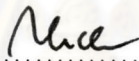
โดย    นางสาวกมลวรรณ ทิพย์ถาวรนุกูล

สาขาวิชา                                      วิศวกรรมไฟฟ้า

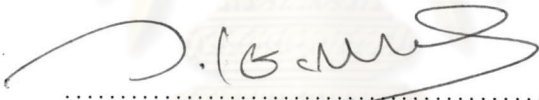
อาจารย์ที่ปรึกษา                              ผศ.ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ



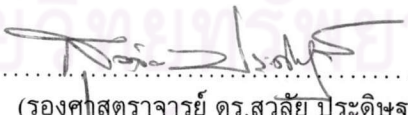
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.วราภรณ์ เชาว์วิศิษฐ)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

  
..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิทย์ ประดิษฐานนท์)

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กมลวรรณ ทิพย์ถาวรนุกูล: การออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง (AN  $H_\infty$  CONTROLLER DESIGN FOR LINEAR PARAMETER-VARYING SYSTEM WITH UNSTRUCTURED UNCERTAINTY)  
อ. ที่ปรึกษา: ผศ.ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ, 87 หน้า, ISBN 974-17-1773-3

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง ระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์เป็นระบบเชิงเส้นที่พารามิเตอร์ของระบบ มีการเปลี่ยนแปลงตามตัวแปรที่สามารถวัดค่าได้กลุ่มหนึ่ง ในวิทยานิพนธ์นี้ กำหนดให้ตัวแปรกำหนดและความไม่แน่นอนอยู่ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ตามตัวแปรกำหนดเดียวกับพลาเน็ต การออกแบบตัวควบคุมนี้อาศัยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น โดยวางปัญหาด้วยวิธีเปลี่ยนตัวแปร

นอกจากนี้ ได้เปรียบเทียบผลการควบคุมในกรณีที่พิจารณาผลของความไม่แน่นอน และกรณีที่ละเลยความไม่แน่นอนของระบบ พลาเน็ตที่ยกมาเป็นกรณีศึกษา อันได้แก่ ระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ และระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน แสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดบางประการของตัวควบคุมนี้ ในกรณีที่ความไม่แน่นอนมีค่าแค่ช่วงเวลาสั้นๆ หรือมีขนาดเล็ก ผลการควบคุมที่ได้มีลักษณะที่ไม่ต่างกันไม่ว่าจะคำนึงถึงผลของความไม่แน่นอนหรือไม่ แต่ในกรณีที่ความไม่แน่นอนมีผลกับระบบนานหรือมีขนาดใหญ่ ตัวควบคุมที่คำนึงถึงความไม่แน่นอนจะให้ผลการควบคุมที่ดีกว่า

## ศูนย์วิทยทรัพยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมไฟฟ้า .....  
ปีการศึกษา ..... 2545 .....

ลายมือชื่อนิสิต ..... กมลวรรณ ทิพย์ถาวรนุกูล .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ..... ผศ.ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

##4370205221: MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: LINEAR PARAMETER-VARYING SYSTEM /  $\mathcal{H}_\infty$  CONTROLLER / GAIN-SCHEDULED CONTROLLER / LINEAR MATRIX INEQUALITY / INVERTED PENDULUM / BALL-ON-BEAM

KAMONWAN THIPTAWONNUKON: AN  $\mathcal{H}_\infty$  CONTROLLER DESIGN FOR LINEAR PARAMETER-VARYING SYSTEM WITH UNSTRUCTURED UNCERTAINTY. THESIS ADVISOR: MANOP WONGSAISUWAN, Ph.D. 87 pp., ISBN 974-17-1773-3

This thesis proposes the design of  $\mathcal{H}_\infty$  controllers for unstructured uncertain linear parameter-varying (LPV) systems. The LPV systems are linear systems that depend on time-varying, measurable parameters. In this work, both parameters and uncertainties are represented in linear fractional transformation. The  $\mathcal{H}_\infty$  controllers are also in linear fractional representation with the same parameters as those of the plants. We will convert the synthesis problem to a linear matrix inequality problem by the method of changing variables.

In addition, we compare the results of the controller designed using the system uncertainty consideration with those designed neglecting the system uncertainty. Design examples of an inverted pendulum on a cart and a ball-on-beam experimental set demonstrate some limitations of this type of controller. In the case that the effective time period of the uncertainty is short or the value of the uncertainty is small, there is no difference whether or not the uncertainty is taken into consideration. On the other hand, if the time period is long or the value of the uncertainty is large, the controller with uncertainty consideration reveals a considerably better performance.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department Electrical Engineering  
Field of study Electrical Engineering  
Academic year 2002

Student's signature K. Thiptawonnukoon  
Advisor's signature Manop Wongsaisuan  
Co-advisor's signature

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลือของอาจารย์ ดร.มานพ วงศ์สายสุวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่สละเวลาแนะนำแนวทางและให้ข้อคิดเห็นต่างๆ ทำให้ผู้วิจัยเห็นแนวทางในการทำวิทยานิพนธ์ นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร.วราภรณ์ เชาว์วิศิษฐ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ รศ.ดร.สุวลีย์ ประดิษฐานนท์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้สละเวลาตรวจสอบและให้คำแนะนำเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ตลอดจนคณาจารย์ทุกท่านในสาขาระบบควบคุมที่ได้ประสิทธิประสาทความรู้พื้นฐานต่างๆ

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และน้องชายที่สนับสนุนทั้งด้านการเงินและกำลังใจเสมอมา

ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ทุกคน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง พี่วฤต ศิลป์ศรีกุล สำหรับคำแนะนำเรื่อง LMI และคำแนะนำดีๆ ในอีกหลายๆ เรื่อง ขอขอบคุณน้องๆ 3 ก. สำหรับกำลังใจที่มอบให้ จนผู้วิจัยได้ทำวิทยานิพนธ์นี้ได้สำเร็จลุล่วง

ท้ายนี้ขอขอบคุณห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ และ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่เป็นทั้งสถานที่เรียน เล่น และพักผ่อน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ณ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญภาพ.....	ฉ
1 บทนำ.....	1
1.1 งานวิจัยที่ผ่านมา.....	2
1.2 วัตถุประสงค์.....	4
1.3 ขอบเขตวิทยานิพนธ์.....	4
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	4
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์.....	4
2 แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์.....	6
2.1 รูปแบบของแบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์.....	6
2.2 แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์และแบบจำลองอื่นๆ.....	8
2.3 สรุป.....	17
3 ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้สำหรับระบบเชิงเส้น ที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่มีโครงสร้าง.....	19
3.1 รูปแบบของระบบ.....	19
3.2 การออกแบบตัวควบคุม.....	22
3.3 ตัวอย่างการออกแบบ.....	25
3.3.1 ระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ.....	25
3.3.2 ระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน.....	35
3.4 สรุป.....	42
4 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	43
4.1 สรุป.....	43
4.2 ข้อเสนอแนะ.....	43

รายการอ้างอิง .....	45
ภาคผนวก .....	47
ก อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น.....	48
ก.1 บทนำ .....	48
ก.2 รูปแบบของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น .....	49
ก.3 แนวทางการแก้ปัญหาโดยวิธีอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น .....	51
ก.3.1 วิธีกำจัดตัวแปร .....	51
ก.3.2 วิธีเปลี่ยนตัวแปร .....	52
ก.4 สรุป .....	54
ข ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้สำหรับระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์.....	55
ข.1 รูปแบบของพลาเน็ตและตัวควบคุม .....	55
ข.2 การออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ .....	57
ข.2.1 เสถียรภาพของระบบวงปิด .....	57
ข.2.2 เงื่อนไขสมรรถนะคงทน .....	59
ข.3 การแปลงปัญหาไปสู่อสมการเมทริกซ์ .....	61
ข.3.1 แบ่งเมทริกซ์และนิยามเมทริกซ์การแปลงสอดคล้องกัน .....	62
ข.3.2 จัดให้อยู่ในรูปของอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น .....	63
ข.3.3 แปลงตัวแปรในอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นเป็นพารามิเตอร์ของตัวควบคุม .....	66
ข.4 ตัวอย่างการออกแบบ .....	67
ข.4.1 ผลของตัวแปรกำหนด .....	67
ข.4.2 ผลของตัวควบคุมแบบต่างๆ .....	71
ข.5 สรุป .....	77
ค แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ของระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ.....	78
ง แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ของระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน.....	83
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	87



## สารบัญตาราง

ข.1	ดัชนีสมรรถนะของตัวควบคุมต่างๆ .....	76
-----	-------------------------------------	----



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญญภาพ

2.1	การแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น .....	7
2.2	ระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ในรูปของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้น .....	8
2.3	มุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	10
2.4	ความคลาดเคลื่อนของมุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	10
2.5	ระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	11
2.6	ความคลาดเคลื่อนของระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	11
2.7	มุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	12
2.8	ความคลาดเคลื่อนของมุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	12
2.9	ระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	13
2.10	ความคลาดเคลื่อนของระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	13
2.11	มุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อมุม $\phi_0 = 30^\circ$ .....	14
2.12	ความคลาดเคลื่อนของมุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	14
2.13	ระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	15
2.14	ความคลาดเคลื่อนของระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 30^\circ$ .....	15
2.15	มุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	16
2.16	ความคลาดเคลื่อนของมุมที่เบี่ยงเบนของลูกตุ้ม เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	16
2.17	ระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	17
2.18	ความคลาดเคลื่อนของระยะทางที่รถเคลื่อนที่ เมื่อ $\phi_0 = 70^\circ$ .....	17
3.1	พลาเน็ตเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน .....	20
3.2	ระบบวงปิดของระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ .....	21
3.3	บล็อกไดอะแกรมของระบบวงปิดที่จัดรูปใหม่ .....	22
3.4	ระบบวงจรปิดเมื่อเพิ่มเงื่อนไขสมรรถนะคงทน .....	23
3.5	มุมที่เบี่ยงเบนไปของลูกตุ้มผกผันเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ (ตั้งแต่สภาวะเริ่มต้นถึงสภาวะอยู่ตัว) .....	28
3.6	มุมที่เบี่ยงเบนไปของลูกตุ้มผกผันเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ .....	29
3.7	ตำแหน่งของรถเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ (ตั้งแต่สภาวะเริ่มต้นถึงสภาวะอยู่ตัว) .....	29
3.8	สัญญาณควบคุมเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ (ตั้งแต่สภาวะเริ่มต้นถึงสภาวะอยู่ตัว) .....	30
3.9	สัญญาณควบคุมเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ ในช่วง 5 วินาทีแรก .....	30
3.10	ภาพขยายของสัญญาณควบคุมเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ ในช่วง 5 วินาทีแรก .....	31
3.11	ภาพขยายของสัญญาณควบคุมเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ ในช่วง 10 วินาทีสุดท้าย .....	31
3.12	มุมที่เบี่ยงเบนไปของลูกตุ้มผกผันเมื่อ $\alpha_0 = 60^\circ$ .....	32

3.13 ตำแหน่งของรถเมื่อ $\alpha_0 = 60^\circ$ .....	32
3.14 สัญญาณควบคุมเมื่อ $\alpha_0 = 60^\circ$ .....	33
3.15 มุมที่เบี่ยงเบนไปของลูกตุ้มผกผันเมื่อ $\alpha_0 = 30^\circ$ .....	33
3.16 ตำแหน่งของรถเมื่อ $\alpha_0 = 30^\circ$ .....	34
3.17 สัญญาณควบคุมเมื่อ $\alpha_0 = 30^\circ$ .....	34
3.18 นอร์มอ์นัต์ของความไม่แน่นอนของระบบลูกตุ้มผกผันบนรถเมื่อ $\alpha_0 = 86^\circ$ .....	35
3.19 ตำแหน่งของลูกบอลเมื่อ $x_0 = 0.05$ m .....	37
3.20 มุมของคานเมื่อ $x_0 = 0.05$ m .....	38
3.21 สัญญาณควบคุมเมื่อ $x_0 = 0.05$ m .....	38
3.22 ตำแหน่งของลูกบอลเมื่อ $x_0 = 0.1$ m .....	39
3.23 มุมของคานเมื่อ $x_0 = 0.1$ m .....	39
3.24 สัญญาณควบคุมเมื่อ $x_0 = 0.1$ m .....	40
3.25 ตำแหน่งของลูกบอลเมื่อ $x_0 = 0.16$ m .....	40
3.26 มุมของคานเมื่อ $x_0 = 0.16$ m .....	41
3.27 สัญญาณควบคุมเมื่อ $x_0 = 0.16$ m .....	41
3.28 นอร์มอ์นัต์ของความไม่แน่นอนของระบบเลี้ยงลูกบอลบนคานเมื่อ $x_0 = 0.16$ m .....	42
ข.1 ระบบวงปิดของระบบเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ .....	56
ข.2 บล็อกไดอะแกรมของระบบวงปิดที่จัดรูปใหม่ .....	57
ข.3 บล็อกไดอะแกรมที่พิจารณาเฉพาะความไม่แน่นอน .....	58
ข.4 บล็อกไดอะแกรมเมื่อมีเมทริกซ์การสเกล .....	59
ข.5 ระบบวงจรปิดเมื่อเพิ่มเงื่อนไขสมรรถนะคงทน .....	60
ข.6 ระบบวงจรปิดเมื่อรวมตัวแปรกำหนดและความไม่แน่นอนจากเงื่อนไขสมรรถนะคงทน .....	60
ข.7 ผลตอบเมื่อ $\theta(t)$ เป็นฟังก์ชันของเวลาที่มีขอบเขต เมื่อ $x_0 = 1$ .....	68
ข.8 ผลตอบเมื่อ $\theta(t)$ เป็นฟังก์ชันของเวลาที่มีขอบเขต เมื่อ $x_0 = 10$ .....	69
ข.9 ผลตอบเมื่อ $\theta(t)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปรสถานะที่มีขอบเขต เมื่อ $x_0 = 1$ .....	69
ข.10 ผลตอบเมื่อ $\theta(t)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปรสถานะที่มีขอบเขต เมื่อ $x_0 = 10$ .....	70
ข.11 ผลตอบเมื่อ $\theta(t)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปรสถานะ เมื่อ $x_0 = 1$ .....	70
ข.12 ผลตอบเมื่อ $\theta(t)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปรสถานะ เมื่อ $x_0 = 10$ .....	71
ข.13 ตัวแปรสถานะ เมื่อ $x_0 = 1$ .....	72
ข.14 สัญญาณควบคุม เมื่อ $x_0 = 1$ .....	73
ข.15 สัญญาณควบคุมกรณีตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ เมื่อ $x_0 = 1$ .....	73
ข.16 ตัวแปรสถานะ เมื่อ $x_0 = 10$ .....	74
ข.17 สัญญาณควบคุม เมื่อ $x_0 = 10$ .....	74
ข.18 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ เมื่อ $x_0 = 10$ .....	75

ข.19	ตัวแปรสถานะ เมื่อ $x_0 = 20$ .....	75
ข.20	สัญญาณควบคุม เมื่อ $x_0 = 20$ .....	76
ข.21	สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ เมื่อ $x_0 = 20$ .....	76
ค.1	ระบบลูกตุ้มผกผันบนรถ .....	78
ง.1	ระบบเลี้ยงลูกบอลบนคาน .....	83
ง.2	แผนภาพของมอเตอร์และคาน .....	83



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย