บทที่ 1

บทนำ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในชีวิตประจำวัน มนุษย์ย่อมต้องเกี่ยวข้องกับเรื่องของการรวมจำนวน และการบวกเลขอยู่เกือบตลอดเวลา มีนักคณิตศาสตร์บางท่านให้ความหมายของ "การบวก" ว่าเป็นกระบวนการค้นหาผลบวกของ 2 จำนวน หรือมากกว่า โดยไม่ต้องนับ[1] เป็นกระบวนการที่เร็วกว่าการนับทีละหนึ่ง ยิ่งจำนวนที่ต้องนับมากเท่าไร กระบวนการบวกจะช่วยประหยัดเวลาได้ยิ่งมากขึ้น[2] ความหมายการบวกดังกล่าวข้างต้นก็คือ การบวกเลขในใจนั่นเอง เนื่องจากความสามารถในการคิดเลขในใจเกี่ยวข้องกับเรื่องของความจำ เพราะเป็นความสามารถของสมองที่จะจำหรือระลึกตัวเลขได้ทันทีทันใด ความจำในที่นี้คือ การคงไว้ซึ่งผลของการเรียน หรือคือความสามารถที่ระลึกต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียน เคยมีประสบการณ์การรับรู้มาแล้ว หลังจากได้ทอดทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง[3] ดังนั้นการฝึกโดยให้ประสบการณ์แก่เด็กในการรับรู้ตัวเลข น่าจะมีผลทำให้เด็กพัฒนาความสามารถในการคิดเลขในใจได้ นอกจากนี้การบวกเลขยังเป็นทักษะการคำนวณเบื้องต้นที่มีความสำคัญต่อ

---

[1] Theodore S. Sunko and Milton D. Eulenbery, Arithmetic: A College Approach (New York: John Willey & Sons, 1966), p. 23.

[2] Eather J. Swenson, Teaching Mathematics to Children, 2 d ed. (New York: The Macmillan Company, 1973), pp. 53-59.

[3] Jack A. Adams, Human Memory (New York : McGraw-Hill Book Co., 1967), p. 9.

การคำนวณในระดับที่ยากกว่า การที่จะฝึกให้เด็กสามารถบวกเลขได้ถูกต้องมากขึ้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง

<u>ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง</u>

1. <u>ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา</u>

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของเพียเจท์ (Piaget) กล่าวถึงการพัฒนาขั้นการเกิดความคิดความเข้าใจของเด็กอายุประมาณ 7 - 11 ปี ซึ่งมีพัฒนาการในขั้น Concrete Operationsว่า เด็กสามารถสร้างภาพในใจได้ (Mental Representation) สามารถคิดเปรียบเทียบและเข้าใจว่าของสิ่งใดสิ่งหนึ่งจะใหญ่กว่า มากกว่า น้อยกว่า (Relational Terms)สามารถจัดแบ่งสิ่งของเป็นหมวดหมู่ได้ (Class Inclusion) สามารถจัดสิ่งของตามหมวดหมู่และตามลำดับได้ (Serialization and Hierachical Arrangement) ซึ่งความสามารถดังกล่าวเป็นทางนำไปสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข ตามทฤษฎีของเพียเจท์ เด็กจะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับตัวเลข (Concept of Numbers)ต่อเมื่อเด็กมีมโนทัศน์ความคงอยู่ของสสาร หรือความสามารถในการอนุรักษ์ (Conservation) และความสามารถในการคิดเลขแบบทวนกลับได้ (Reversibility) ซึ่งเป็นลักษณะที่สำคัญที่สุดของการแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน เช่น คิด 4 + 3 = 7 ซึ่งเป็นทางตรงได้ และคิดจาก 4 + 3 = $\boxed{7}$ เป็น 7 - 3 = $\boxed{4}$ หรือ 3 + $\boxed{4}$ = 7 ได้เช่นกัน[1] เพียเจท์ให้ความหมายของ Reversibility ว่า เป็นลักษณะสำคัญที่สุดที่แสดงออกถึงกิจกรรมของความสามารถทาง

---

[1] C. W. Schminke, Norbert Maertens and William Arnold, <u>Teaching the Child Mathematics</u>, 2d ed. (New York: Holt Rinehart and Winston, 1978), pp. 6-12.

สติปัญญา[1] เพียเจท์เน้นว่า องค์ประกอบทางสังคม (Social Factor)และการกระทำ (Action) ของเด็ก ซึ่งเป็นบ่อเกิดของความคิดมีอิทธิพลต่อการพัฒนาการทางสติปัญญาโดยเฉพาะในด้านกิจกรรมที่กระทำด้วยตัวเด็กเอง จะเป็นสิ่งสำคัญที่สุด[2] นอกจากนี้เขายังเน้นว่า เกณฑ์ปกติ (Norms) ของอายุที่จัดไว้เป็นการประมาณเท่านั้น เด็กบางคนอาจจะพัฒนาในช่วงที่เร็วหรือช้ากว่าเกณฑ์ปกติ เด็กคนเดียวกันจะมีความสามารถในการคิดเรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือประเภทใดประเภทหนึ่งดีกว่าการคิดประเภทอื่นก็ได้[3] โดยเฉพาะช่วงอายุ 7 ถึง 8 ปี เด็กเริ่มเข้าใจประโยคการบวก เช่น 4 + 3 = 7 สามารถคิดเลขจากการรวมจำนวนสิ่งของได้ ผู้วิจัยจึงคิดว่าเราน่าจะศึกษาความสามารถในการคิดเลขของเด็กทั้งสามแบบคือ แบบหาผลลัพธ์ แบบหาตัวตั้ง และแบบหาตัวบวกว่าแตกต่างกันหรือไม่ ถ้าเราให้เขามีโอกาสฝึกความสามารถของการเชื่อมโยงตัวเลขโดยการหัดนับกับจำนวนสิ่งของ จะช่วยให้เด็กมีทักษะการบวกเลขดีขึ้นหรือไม่

2. <u>ทฤษฎีว่าด้วยกระบวนการบวกเลข</u>

มีทฤษฎีที่อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการบวกเลข ซึ่งโกรเอนและปาร์คแมน[4] (Groen and Parkman, 1972) เรสเทิล[5](Restle, 1970) ได้สรุปไว้ 2 ทฤษฎีคือ

---

[1]Howard E. Gruber and J. Jacques Voneche, <u>The Essential Piaget: An Interpretive Reference and Guide</u> (New York: Basic Books, 1977), p. 817.

[2]Herbert Ginsberg and Sylvia Opper, <u>Piaget's Theory of Intellectual Development</u> (Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1969), p. 6.

[3]Ibid, p. 134.

[4]Guy J. Groen and John M. Parkman, "A Chronometric Analysis of Simple Addition," <u>Psychological Review</u> 79 (1972): 329-330.

[5]Frank Restle, "Speed of Adding and Comparing Numbers," <u>Journal of Experimental Psychology</u> 83 (1970): 274-275.

2.1 กระบวนการสืบค้นอย่างง่าย หรือรื้อฟื้นตัวเลขจากความจำ(A Simple Memory Search or Reproductive Process) ถ้าเสนอตัวเลข 2 จำนวนแก่ผู้ถูกทดลอง เขาสามารถจะหาคำตอบซึ่งมีอยู่แล้วในความจำ เพราะเชื่อว่า ตัวเลขนั้นจะถูกเก็บอยู่ในระบบความจำในรูปของข้อความการบวก

2.2 กระบวนการสร้างตัวเลข (A Purely Digital or Reconstructive Process) นักวิจัยที่เชื่อในกระบวนการนี้มี 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแรกสนใจในการสร้างรูปแบบคำตอบจากการเชื่อมโยงตัวเลขชุดต่าง ๆ ธอร์นไดค์ (Thorndike, 1922) กล่าวว่า พื้นฐานสำคัญของการสอนบวกเลข 2 จำนวนแก่เด็ก คือ ให้เด็กจำการเชื่อมโยง (Association)ระหว่างตัวเลขทั้งสองนั้น กลุ่มแรกนี้ผู้ตอบจะตอบโดยการเชื่อมโยงระหว่างตัวเลข โดยไม่สนใจขนาดของปริมาณตัวเลขอย่างที่นักวิจัยกลุ่มหลังสนใจ กลุ่มหลังที่จะกล่าวนี้ศึกษาการบวกในรูปกระบวนการนับ(Counting Process) ให้เหตุผลว่า พฤติกรรมการนับนิ้วมักจะพบในเด็กและผู้ใหญ่บางคน ปริมาณตัวเลขมากขึ้นต้องใช้เวลานับมากขึ้น เรสเทิล เรียกกระบวนการแบบหลังนี้ว่า ระบบการแปลงตัวเลข (An Analog System) ซึ่งอธิบายว่า ตัวเลขต่าง ๆ จะถูกแปรรูปเป็นปริมาณ แล้วนำมารวมกันเป็นผลบวกต่อจากนั้นแปรกลับในรูปตัวเลขอีกครั้งหนึ่ง[1]

จากการศึกษาทฤษฎีที่อธิบายกระบวนการบวกนี้ ทำให้เกิดแนวความคิดว่าตราบใดที่เด็กยังบวกเลขในใจไม่เป็น แสดงว่า กระบวนการแบบรื้อฟื้นความจำยังไม่เกิดขึ้น ถ้าหากผู้วิจัยใช้กระบวนการแบบสร้างตัวเลขมาช่วยฝึกคิดเลข เป็นไปได้หรือไม่ที่เด็กจะพัฒนาการคิดเลขในใจได้ ?

3. ความสำคัญของการฝึก ที่มีต่อการเรียนทักษะ

ฟิตต์ส และพอสเนอร์[2] (Fitts and Posner, 1967) แบ่งระยะการเรียนรู้ทักษะออกเป็น

---

[1] Ibid.

[2] Paul M. Fitts and Michael I. Posner, Human Performance (California: Brook and Cole Publishing Co., 1967), pp. 11-15.

(1) ระยะการเริ่มต้นหรือระยะเกิดความคิด (Early or Cognitive Phase)

(2) ระยะที่สองหรือระยะการรวมตัว (Intermediate or Associative Phase)

(3) ระยะสุดท้ายหรือระยะอัตโนมัติ (Final or Autonomous Phase)

ขั้นการเรียนรู้ที่ฟิตต์ส และพอสเนอร์ เสนอไว้นั้นสอดคล้องกับขั้นการเรียนรู้วิธีการบวกของราทเมลล์[1] (Rathmell, 1978) ซึ่งกล่าวว่า เด็กจะเรียนรู้จากประสบการณ์ 3 ด้าน คือ

(1) Concrete Materials เรียนรู้ตัวเลขจากรูปธรรม

(2) Thinking Strategies ขั้นคิดนามธรรม และรู้วิธีหาคำตอบ

(3) Drill Activities ฝึกตัวเลขบ่อย ๆ จนกระทั่งเด็กสามารถระลึกตัวเลขได้ทันที

ความเร็วและความถูกต้องในการบวก เช่นเดียวกับการคำนวณอื่น ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เราสามารถพัฒนาได้โดยการฝึกอย่างต่อเนื่อง[2] นอกจากนี้ ทีเล[3] (Thiele, 1935) เสนอการสอนทักษะการบวกเลขโดยการฝึกให้ครอบคลุมตัวเลขทุกตัว

---

[1]Edward C. Rathmell, "Using Thinking Strategies to Teach the Basic Facts," in Developing Computational Skills, ed. Marilyn N. Suydam and Robert E. Reys (New York: Teachers College Columbia University Press, 1978), pp. 16-17.

[2]Sunko and Eulenbery, Arithmetic: A College Approach, p. 22.

[3]Homer B. Reed, Psychology of Elementary School Subjects, rev. ed. (Boston: The Atheneum Press, 1938), pp. 305-307.

อย่างมีระบบ (Generalized Method)คือ กำหนดตัวคงที่แล้วเพิ่มทีละ 1 ต่อจากนั้นก็ฝึกรูปสลับที่ของตัวบวกกับตัวตั้ง เขาพบว่า กลุ่มทดลองซึ่งได้รับการฝึกด้วยวิธีนี้ทำดีกว่ากลุ่มควบคุม และการฝึกที่ทำให้การเรียนเนื้อหา (Content)มีความหมายมากขึ้นนั้น จะทำให้ลืมสิ่งที่เรียนรู้ได้ยากกว่าการจำโดยการท่องเพียงอย่างเดียว[1]

4. ความสามารถในการอนุรักษ์(Conservation) กับความสามารถในการคิดเลข (Operations)

ตามทฤษฎีของเพียเจท์ เด็กไม่สามารถมีมโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวน(Concept of Number) ก่อนความสามารถในการอนุรักษ์[2]

ความสามารถในการอนุรักษ์ คือ ความสามารถในการบอกปริมาณของจำนวนหรือสารว่า มีจำนวนหรือปริมาณคงที่ แม้ว่าจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างภาชนะที่ใส่ เปลี่ยนแปลงรูปหรือเปลี่ยนทิศทาง เปลี่ยนสถานที่ก็ตาม เช่น การอนุรักษ์ปริมาณของเหลว การอนุรักษ์ความยาวของไม้[3] เพียเจท์ เชื่อว่า ความสามารถในการอนุรักษ์ขึ้นอยู่กับการที่เด็กมีโอกาสปะทะสัมพันธ์กับวัตถุต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ระดับของมโนทัศน์การอนุรักษ์มี 3 ระดับ คือ

ระดับ 1 ขั้นที่ไม่เกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ (Non-Conservational Stage) เด็กเข้าใจเฉพาะสิ่งที่ปรากฏอยู่ตามที่ตัวเองรับรู้จากระบบประสาทสัมผัส เช่น สายตามองเห็นเป็นอย่างนั้น

---

[1]Bryce B. Hydgins, Learning and Thinking (Illinois: F. E. Peacock Publishers, 1977), pp. 92-93.

[2]Swenson, Teaching Mathematics to Children, p. 19.

[3]สุรางค์ โค้วตระกูล, "ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของเพียเจท์" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2513), หน้า 10.

ระดับ 2 ขั้นหัวเลี้ยวหัวต่อ (Transitional Stage) เป็นขั้นที่เด็กเกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ภายใต้สภาพการณ์บางอย่าง และจะไม่เกิดการอนุรักษ์เมื่อสภาพการณ์บางอย่างเปลี่ยนจากเดิม

ระดับ 3 ขั้นเกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ (Conservational Stage) เป็นขั้นที่เด็กเข้าใจหลักการอนุรักษ์ได้ เด็กที่บรรลุระดับนี้ได้ต้องมีการพัฒนาถึงระดับที่คิดแบบทวนกลับได้ (Reversibility) เช่น สามารถคิดจาก A ไปถึง B ได้ก็ต้องคิดจาก B กลับสู่ A ได้เช่นกัน แทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $A \overset{\frown}{\longrightarrow} B$ [1] ความสามารถนี้เป็นลักษณะสำคัญที่สุดของการแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน[2] โลเวลล์ (Lovell, 1966) ได้เสนอตัวอย่างคำถามเพื่อทดสอบว่าเด็กมีความสามารถในการคิดเลขหรือไม่ โดยทดสอบว่ามีความสามารถในการคิดแบบทวนกลับเกี่ยวกับตัวเลขหรือไม่ ตัวอย่างคำถามมีดังนี้

(1) 37 มากกว่า 19 อยู่เท่าไร ?

(2) จะต้องเอาอะไรออกจาก 37 เพื่อให้เหลือ 19 ?

(3) จะต้องเพิ่ม 19 ไปอีกเท่าไร จึงจะได้ 37 ?

หากเด็กไม่สามารถคิดคำตอบข้างต้นได้ แสดงว่า การคิดเลขของเขายังไม่บรรลุขั้นการคิดแบบทวนกลับ[3] (Reversible Operations)

---

[1] Jean Piaget, "The Attainment of Invariants and Reversible Operations in the Development of Thinking," in Contemporary Issues in Educational Psychology, ed. Harey F. Clarizio, Robert C. Craiz and William A. Mehrens (Boston : Allyn and Bacon, 1971), p. 104.

[2] Gruber and Voneche, The Essential Piaget..., p. 817.

[3] K. Lovell, The Growth of Basic Mathematical and Scientific Concepts in Children, 5 th ed. (London: University of London Press, 1966), p. 148.

นอกจากนี้ อัลเดอแมน[1](Alderman, 1978) ยังได้เสนอรูปแบบการบวกตามตำแหน่งตัวไม่ทราบค่า (Place Holder) มีอยู่ 3 แบบ ซึ่งสเวนสัน[2](Swenson, 1973) เรียกข้อความชนิดไม่สมบูรณ์นี้ว่า ประโยคเปิด (Open Sentence) มีดังนี้

(1) m + n =..... หาผลบวก เป็นแบบคิดทางตรง

(2) m + ...= p หาตัวบวก เป็นแบบคิดทางกลับ

(3) ....+ n = p หาตัวตั้ง เป็นแบบคิดทางกลับ

5. <u>ความสำคัญของการบวกเลขที่มีต่อทักษะอื่น ความจำเป็นที่ต้องฝึกทุกเลขคูบวก</u>

กระบวนการคิดเลขของทักษะเบื้องต้นมี 4 อย่างด้วยกัน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร การบวกนั้นเป็นการนำจำนวนมารวมกัน เช่น 2 + 3 = 5 การลบนั้นเป็นกระบวนการกลับกับการบวก เช่น 5 - 2 = 3 หมายความว่า สองบวกกับเลขอะไรจึงจะได้ห้า เทียบได้กับการบวกในรูป 2 + 3 = 5 การคูณเป็นกระบวนการบวกซ้ำจำนวนเดิมเป็นจำนวนเท่า เช่น 6 x 4 = 24 หมายความว่า 6 + 6 + 6 + 6 = 24 การหารก็สามารถอธิบายโดยกระบวนการบวกได้ เช่น 8 ÷ 2 = 4 หมายความว่า สองบวกกันกี่ครั้งจึงจะเท่ากับแปด จะเห็นว่า กระบวนการในทักษะทั้ง 4 เกี่ยวเนื่องกัน ฉะนั้นนักเรียนจึงควรจะได้มีโอกาสฝึกฝนให้แม่นยำในเรื่องการบวกเลขหลักเดียวอย่างง่าย ซึ่งมีผลบวกไม่เกิน 9 ก่อน ในการฝึกหัดการบวกเลขหลักเดียวนั้น เด็กควรจะได้รับการฝึกให้ครบทุกเลขคูบวก เพื่อเป็นพื้นฐานไปสู่

---

[1]Donald L. Alderman, "Tree Searching and Student Problem Solving," Journal of Educational Psychology 70 (April 1978): 211-213.

[2]Swenson, Teaching Mathematics to Children, p. 60.

การบวกเลขในระดับที่ยากขึ้น ชวลิต บัวสรวง[1] กล่าวว่า ยังไม่มีหนังสือเลขคณิตชั้นประถมปีที่ 1 เล่มใดเลยที่มีแบบฝึกหัดการบวกเลขหลักเดียวครบทุกเลขคู่บวก ดังนั้นการให้ประสบการณ์แก่เด็กในการฝึกทุกเลขคู่บวกจึงเป็นเรื่องสำคัญอย่างยิ่งสำหรับนักเรียนจะต้องใช้ในโอกาสต่อไป นอกจากนี้ชวลิต บัวสรวงยังพบว่า นักเรียนชั้นประถมปีที่ 1 ยังไม่มีทักษะและไม่เข้าใจในวิธีการบวกอย่างถูกต้อง นักเรียนมักจะใช้วิธีนับนิ้ว ทำให้นับเกิน นับขาด จนทำผิดในเกือบทุกเลขคู่บวกที่มีคำตอบเป็นเลขสองหลัก ดังนั้นนักเรียนเหล่านี้ควรจะได้รับการฝึกทักษะการบวกเลขในใจในระดับที่ง่ายก่อน เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นไปสู่ขั้นพัฒนาการบวกเลขในใจในระดับที่ยากขึ้น

6. แนวคิดในการสร้างแบบฝึก

โดว์เนส และพาลิง[2](Downes and Paling, 1958) เสนอกิจกรรมในการฝึกทักษะบวกเลขโดยใช้ลูกบัดต่าง ๆ ซึ่งร้อยด้วยเชือก บอกให้เด็กร้อยจาก 2 เส้นมารวมเป็นเส้นเดียว เช่น หลังจากนั้นให้เด็กเขียนเป็นตัวเลขแสดงการกระทำนี้ลงในสมุด อย่างกระบวนการบวกข้างต้นเขียนได้ว่า 3+4 = 7 นอกจากนี้ ไซค์ส[3] (Sykes, 1976)ได้เสนอกิจกรรมการสอนให้เด็กคิดคู่บวกต่าง ๆ ของจำนวนรวมตัวเดียวกัน เช่น ครูบอกเลข "4" เด็กจะบอกคู่บวก

---

[1]ชวลิต บัวสรวง, "การศึกษาเรื่องคำตอบผิดในการบวกเลขหลักเดียวของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 1 โรงเรียนประชาบาลและเทศบาลในจังหวัดพระนครและธนบุรี" (วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาจิตวิทยาพัฒนาการ วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, 2507), หน้า 59.

[2]L. W. Downes and D. Paling, The Teaching of Arithmetic in Tropical Primary Schools (London: Oxford University Press, 1958), p. 43.

[3]Edna L. Sykes, Arithmetic Activities Handbook: An Individualized and Group Approach to Teaching the Basic Skills (New York: Parker Publishing Company, 1976), pp. 64-65.

ต่าง ๆ ดังนี้ : 4+ 0, 0+ 4, 3+ 1, 1+ 3, 2+ 2 แล้วให้คู่บวกคู่อื่น ๆ ทำนองนี้กับจำนวนอื่น แนวคิดข้างต้นนี้สามารถประสมประสานกับวิธีฝึกของทีเล[1] (Thiele, 1935) คือ ฝึกตัวเลขโดยสรุปครอบคลุมตัวเลขทุกตัว โดยกำหนดตัวคงที่แล้วเพิ่มทีละ 1 ต่อจากนั้นก็ฝึกรูปสลับที่ของตัวบวกกับตัวตั้งหรือคู่บวก

แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นอาศัยแนวคิดของโดว์แนสและพาลิง, ทีเล, เพียเจท์ เพื่อให้เด็กได้คิดเลขจากจำนวนสิ่งของด้วยการกระทำ ฝึกการคิดเลขทั้งแบบทางตรงและทางกลับ เพื่อสร้างความคิด ความจำ อันจะนำไปสู่ทักษะการบวกเลขในใจได้เร็วและถูกต้องมากขึ้นในที่สุด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่อธิบายโครงสร้างของกระบวนการบวก (Process Structure)

อัลเดอแมน[2] (Alderman, 1978) ได้กล่าวถึงโครงสร้างของกระบวนการบวกทั้ง 3 แบบว่า รูปแบบที่ง่ายที่สุดคือ ข้อความในรูป m+n=.... ส่วนรูปแบบที่ยากที่สุดคือ ...+n=p โดยให้เหตุผลดังนี้ รูปแบบ m+n=.... ซึ่งให้ผู้ตอบหาผลบวกนั้น ผู้ตอบเพียงแต่รื้อฟื้นความจำก็สามารถตอบได้ ความยากง่ายของปัญหาขึ้นอยู่กับความมากน้อยของตัวเลขในตำแหน่งตัวบวก ถ้าอยู่ในรูป m+...= p ซึ่งให้ผู้ตอบหาตัวบวกนั้น ตัวหลักในการนับคือ m และจะต้องนับเพิ่มทีละ 1 ไปจนกว่าจะถึงค่าของ p จำนวนครั้งที่นับเพิ่มขึ้นนี้คือ ค่าของ n คำอธิบายนี้ตรงกับโกรเอนและปาร์คแมน (Groen and Parkman, 1972) ส่วนตัวไม่ทราบค่าในตำแหน่ง m ที่อยู่ในรูป ...+n=p นั้น ตัวหลักเริ่มต้นคือ p และจะต้องนับถอยหลังทีละ 1 เป็น

---

[1]Reed, Psychology of Elementary School Subjects, pp. 305-307.

[2]Alderman, "Tree Searching and Student Problem Solving," pp. 211-213.

จำนวน n ครั้ง เพื่อหาตัว m

อัลเดอแมนได้แนวความคิดในเรื่องรูปแบบทั้งสามนี้จาก วีเวอร์[1] (Weaver, 1971) งานวิจัยทั้ง 2 คน สรุปตรงกันว่า การหาตัวไม่ทราบค่าที่อยู่ในตำแหน่ง p, n และ m ในแบบ m+n=...., m+...=p และ ....+n=p นั้น ความยากจะยิ่งเพิ่มขึ้นตามลำดับ

2. ผลการวิจัยเกี่ยวกับความยากง่ายของตัวเลข

ผลการวิจัยเกี่ยวกับการบวกเลขหลักเดียวสองจำนวนในข้อความ A + B = C สรุปจากงานวิจัยของเรสเทิล[2] (Restle, 1970) ซึ่งเขาได้กล่าวรวมงานวิจัยของคนอื่นด้วยดังนี้

2.1 ความเร็วของการคำนวณขึ้นอยู่กับขนาดค่าของตัวเลข ยิ่งตัวที่มีค่าน้อยยิ่งบวกได้ง่ายกว่า (Suppes, Hyman and Jerman, 1967; Groen, 1967) ซึ่งได้แก่ 1+ 2 ง่ายกว่า 3+7, 2+0 ง่ายกว่า 3+2 เป็นต้น

2.2 ในกระบวนการบวก และกระบวนการตัดสินเปรียบเทียบว่า A + B = C (ให้ตอบว่า มากกว่า, น้อยกว่า, หรือเท่ากัน) หรือไม่นั้น ความเร็วและความถูกต้องในการตอบจะเพิ่มขึ้น เมื่อความแตกต่างของคำตอบจริงของผลบวก A กับ B ต่างกับ C ยิ่งมากขึ้น (Moyer & Landauer, 1967; Restle, 1970) เช่น 4+5 เปรียบเทียบกับ 1 ได้ง่ายกว่า 4+5 เปรียบเทียบกับ 8 เป็นต้น

---

[1] J. F. Weaver, "Some Factors Associated with Pupil's Performance Levels on Simple Open Addition and Subtraction Sentences," The Arithmetic Teacher 18 (1971): 513-519.

[2] Restle, "Speed of Adding and Comparing Numbers," 274-278.

2.3 ความเร็วและความถูกต้องในการบวกจะเพิ่มขึ้น เมื่อ A = B (Groen, 1967; Restle, 1970; Parkman and Groen, 1971) เช่น หาผลบวก 0 + 0, 1 + 1, 2 + 2, 3 + 3 เป็นต้น ทั้งนี้ผู้ตอบอาจจะใช้วิธีรื้อฟื้นความจำ[1]

2.4 ผู้ถูกทดลองจะตอบผิด และใช้เวลาคิดมากขึ้น เมื่อขนาดของผลบวกยิ่งมากขึ้น (Groen, 1967; Restle, 1970) เช่น หาผลบวก 7 + 8 จะตอบผิด และใช้เวลาคิดมากกว่าหาผลบวก 2 + 3 เป็นต้น

นอกจากนี้ปาร์คแมนและโกรเอน[2] (Parkman and Groen, 1971) ยังได้ศึกษาผลของการสลับที่ในตำแหน่งของตัวบวก โดยมี 2 กรณีคือ กรณีแรกตัวน้อยสุดอยู่ทางซ้ายมือ กรณีหลังตัวน้อยสุดอยู่ทางขวามือ เช่น 1 + 3 เปรียบเทียบกับ 3 + 1, 1 + 4 เปรียบเทียบกับ 4 + 1 เป็นต้น พบว่า โจทย์การบวกเลขอย่างง่ายในรูปที่ตัวเลขมากอยู่ทางซ้ายมือหรือในตำแหน่งตัวตั้ง เป็นกระบวนการที่ผู้ถูกทดลองทำได้ง่ายกว่าเมื่อตัวเลขอยู่ในตำแหน่งตัวบวก

3. ลักษณะของคำตอบผิดในการบวกเลขหลักเดียว

สเตคเกอร์[3] (Staker, 1917) ได้แบ่งแบบของคำตอบผิดออกเป็น 3 แบบ คือ แบบสัมพันธ์ผิด (Wrong Association) แบบคำนวณเกิน (Overestimation) และแบบคำนวณขาด (Underestimation) แบบแรกหมายถึง คำตอบผิดที่เกิดขึ้นจากการ

---

[1] John M. Parkman and Guy J. Groen, "Temporal Aspects of Simple Addition and Comparison," Journal of Experimental Psychology 89 (1971): 340-341.

[2] Ibid.

[3] M. R. Staker, "A Study of Mistakes in the Fundamental Operations in Arithmetic," (Unpublished Master's Thesis, Department of Education, University of Chicago, 1971), p. 71.

สัมพันธ์ผิด ส่วนสองแบบหลัง หมายถึง การให้คำตอบมากกว่า หรือน้อยกว่าคำตอบจริง

ธายน์[1] (Thyne, 1954) พบแบบคำตอบผิดที่สำคัญ 5 แบบด้วยกันคือ

3.1 แบบ S (Subtraction) หมายถึง คำตอบที่ตอบผิดเพราะได้จากผลต่างของคูบวก เช่น 8+ 7 = 1

3.2 แบบ ± X หมายถึง คำตอบที่ตอบผิดไปจากคำตอบจริงอยู่ 1 หรือ 2 เช่น 3 + 8 = 12, 8 + 7 = 13

3.3 แบบ P (Persistence) หมายถึง คำตอบที่ตอบผิดเพราะเอาตัวตั้งหรือตัวบวกมาเป็นคำตอบ เช่น 7 + 4 = 7, 7 + 4 = 4

3.4 แบบ R (Reversal) หมายถึง คำตอบที่ตอบผิดเพราะเขียนกลับหลักกันของคำตอบจริง เช่น 7 + 6 = 31

3.5 แบบ C (Confusion) เป็นคำตอบผิดจากการอ่านเลข 9 และ 6 สับสนกัน

นอกจากนี้ ชวลิต บัวสรวง ได้ทำการศึกษาเรื่องคำตอบผิดในการบวกเลขหลักเดียวของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 1 โรงเรียนประชาบาลและเทศบาลในจังหวัดพระนครและธนบุรี พบว่า ได้แบบคำตอบผิดเพิ่มอีก 2 แบบ คือ

3.6 แบบT (Thai) เป็นคำตอบผิดที่อ่านเลข 9 เป็นเลข 1 เช่น 7 + 9 = 8

3.7 แบบJ (Juxta Position) เป็นคำตอบผิดที่เกิดจากเอาตัวตั้ง และตัวบวกมาเรียงกันเป็นคำตอบ เช่น 7 + 8 = 78[2]

---

[1] Jame M. Thyne, "Patterns of Error in the Addition Number Facts," (University, 1954), p. 19.

[2] ชวลิต บัวสรวง, "การศึกษาเรื่องคำตอบผิด...," หน้า 57.

4. งานวิจัยเกี่ยวกับผลของการฝึกทักษะ

การฝึกทักษะในการคิดเลข มีผลต่อการเพิ่มพูนทักษะแก่ผู้รับการฝึกอย่างไรนั้น ได้มีผู้สนใจศึกษากันอย่างกว้างขวางในต่างประเทศ แต่ในประเทศไทยยังไม่มีผู้ใดทำการวิจัยมาก่อนเลย แนวการฝึกเท่าที่ผู้วิจัยได้พบจากการค้นคว้า แยกได้เป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแรกใช้การฝึกการคิดเลขโดยตรง และกลุ่มที่สองให้หลักการอนุรักษ์ตามทฤษฎีของเพียเจท์ กล่าวคือ

4.1 ฝึกการคิดเลขโดยตรง

4.1.1 การฝึกได้ผลกับผู้ที่มีวุฒิภาวะเท่านั้น

แอดวิสัน[1] (Advison, 1975) ได้ศึกษาผลของการฝึกที่มีต่อความสามารถในการบวกเลข ถ้าเด็กได้รับการฝึกตัวเลขคู่บวกต่าง ๆ จนครบทุกตัว จะมีผลต่อการบวกลบเลขซึ่งเป็นการคิดแบบทวนกลับตามทฤษฎีของเพียเจท์หรือไม่ ? เด็กในระดับชั้นเรียนใดที่ได้ผลจากการฝึกมากที่สุด ? กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมและมัธยมศึกษาจำนวน 1,007 คน ตั้งแต่ระดับเกรด 1 ถึง 9 แบ่งเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เด็กทุกคนได้รับการทดสอบ 3 ครั้ง คือ ก่อนการทดลอง หลังการทดลอง 1 อาทิตย์และ 2 อาทิตย์ตามลำดับ เครื่องมือที่ใช้วัด คือ แบบทดสอบการบวกเลขอย่างง่าย 100 ข้อ และการลบเลขอีก 100 ข้อเช่นกัน ผลการวิจัยสรุปว่า

(1) เด็กนักเรียนระดับเกรด 1 ยังไม่ได้รับประโยชน์จากการฝึกครั้งนี้

(2) เด็กระดับเกรด 2 เริ่มมีความเข้าใจ และได้รับประโยชน์จากการฝึกทักษะครั้งนี้

(3) เด็กระดับเกรด 3 และเกรด 4 ได้รับประโยชน์จากการ

---

[1] Ted E. Advison, "The Effects of Drill on Addition-Subtraction Fact Learning; with Implication of Piagetian Reversibility," Dissertation Abstracts International 36 (July 1975): 102 A.

ฝึกทักษะนี้ โดยปรากฏว่าได้รับคะแนนเพิ่มสูงที่สุด เมื่อเทียบกับระดับชั้นที่ต่ำกว่า[1]

4.1.2 กลุ่มฝึกพัฒนาคะแนนการคิดเลขได้ดีกว่ากลุ่มไม่ได้ฝึก

ทีเล (Thiele, 1935) ได้ศึกษากลุ่มตัวอย่างที่เป็นเด็กระดับเกรด 2 จากโรงเรียนต่าง ๆ ในเมืองดีทรอยด์ (Detroit) ในกลุ่มทดลองมีเด็กจำนวน 262 คน และในกลุ่มควบคุมมี 263 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกบวกเลขโดยการสรุปครอบคลุมจนกรบตัวเลขที่ใช้บวกทุกตัว คือ กำหนดตัวคงที่แล้วเพิ่มทีละ 1 ต่อจากนั้นก็ฝึกรูปสลับที่ของตัวตั้งกับตัวบวก เขาพบว่า กลุ่มทดลองทำได้ดีกว่ากลุ่มควบคุมซึ่งไม่ได้รับการฝึก[2]

บราวน์[3] (Brown, 1911 and 1912) ได้ทำการทดลอง 2 ครั้ง การทดลองครั้งแรกทดลองกับเด็กนักเรียนเกรด 6 ถึง 8 จำนวน 51 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองจะได้รับการฝึกให้ท่องจำตัวเลขจากการบวก ลบ คูณ หาร เป็นจำนวน 30 ครั้ง ใช้เวลาครั้งละ 5 นาที ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ โดยไม่มีการฝึกแต่อย่างใด การดำเนินการในการทดลองครั้งที่ 2 ใช้วิธีเดียวกับครั้งแรก แต่ใช้กลุ่มตัวอย่าง 222 คน กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบความสามารถด้วยแบบทดสอบ Stone Arithmetic test ทั้งก่อนและหลังการทดลอง ผลปรากฏว่า กลุ่มทดลองทำได้คะแนนเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่าของกลุ่มควบคุม

แครมเมอร์[4] (Kramer, 1931) ได้ทดลองกับเด็กนักเรียนเกรด 3 โดยให้กลุ่มทดลองได้ฝึกทักษะการทำเลขในแผ่นกระดาษจำนวน 96 ตัวอย่าง ของทักษะการบวกลบ คูณ หาร แต่ละอย่าง ฝึกทุกวันเป็นเวลา 6 สัปดาห์ กลุ่มทดลองมี

004660

[1] Ibid.

[2] Reed, Psychology of Elementary School Subjects, 305-307.

[3] Ibid., pp. 328-329.

[4] Ibid., pp. 329-340.

i 16550602

4 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 ฝึกวันละ 3 นาที กลุ่มที่ 2 ฝึกวันละ 6 นาที กลุ่มที่ 3 ฝึกวันละ 9 นาที กลุ่มที่ 4 ฝึกวันละ 2 ช่วง ๆ ละ 3 นาที เมื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบผลระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง พบว่า กลุ่มทดลองทำได้คะแนนเพิ่มขึ้นเป็น 4 ถึง 5 เท่า แต่เมื่อเปรียบเทียบผลในกลุ่มทดลองด้วยกัน พบว่า แต่ละกลุ่มตั้งแต่กลุ่มที่ 1 ถึงกลุ่มที่ 4 ทำได้คะแนนเพิ่มขึ้นตามลำดับดังนี้ : 9.24, 10.00, 11.66, 12.57 ซึ่งชี้ให้เห็นถึงผลของการแบ่งฝึกแต่ละวันให้เป็นคาบย่อยว่า ดีกว่าฝึกวันละคาบเดียว แต่สำคัญที่สุดที่ได้พบจากการทดลองคือ การฝึกอย่างมีระบบแม้แต่ด้วยช่วงเวลาอันน้อย ก็ยังช่วยพัฒนาทักษะการคิดเลขได้มากกว่าไม่ได้รับการฝึกเลย

4.1.3 <u>การฝึกช่วยพัฒนาทักษะการคิดเลขและความจำ</u>

มอร์ตัน[1](Morton, 1975) ได้ศึกษากระบวนการฝึก 3 ขั้นตอนว่า มีผลต่อความคล่องแคล่วของเด็กในการบวกเลข 100 ข้อ แบบครบทุกเลขคู่บวกหรือไม่ ตัวแปรที่วัด คือ คะแนนการตอบถูก และอัตราความเร็วในการบวก กระบวนการที่ศึกษาคือ การฝึกเขียนเลขก่อนฝึก, การฝึกทำแบบทดสอบ และการรู้ผลคำตอบของตัวเอง กลุ่มตัวอย่างมีอายุ 6 ถึง 9 ปี จำนวน 36 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยทดลอง 2 ครั้ง ดังนี้

<u>การทดลองที่ 1</u> เพื่อศึกษาผลของการฝึกจากการฝึกตอบแบบทดสอบโดยทุกกลุ่มมีกระบวนการระยะแรกเหมือนกัน คือ ได้รับการฝึกเขียนเลข 2 นาที ก่อน ต่อจากนั้นกลุ่มทดลองได้ฝึกทำแบบทดสอบเป็นเวลา 1 นาที ส่วนกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึกทำแบบทดสอบ วิเคราะห์ข้อมูลโดยเปรียบเทียบอัตราเร็วในการตอบถูกในระยะก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง พบว่า กลุ่มต่าง ๆ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

---

[1] William Frank Morton, "The Influence of Three Common Practice Procedures and Feedback on Proficiency of Children on the One Hundred Basic Addition Facts," <u>Dissertation Abstracts</u> International 36 (December 1975): 3566 A.

ทางสถิติ อย่างไรก็ตาม กลุ่มทดลองแต่ละคนมีการเพิ่มอัตราความเร็วในการตอบถูกอย่างเห็นได้ชัด

การทดลองที่ 2 เพื่อศึกษาผลของการรู้ผลคำตอบ โดยศึกษา 2 ระยะคือ ก่อนการทดลอง 10 วัน และหลังการทดลอง 15 วัน กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มได้รับกระบวนการอย่างเดียวกัน คือ รู้ผลคำตอบจากการทำแบบสอบ 1 นาทีต่อวัน โดยครูให้คำชี้แจงผลนั้น ๆ ของแต่ละคนด้วย ผลปรากฏว่า อัตราความเร็วในการตอบถูกของกลุ่มตัวอย่างเพิ่มขึ้นเล็กน้อย แต่ถ้าเปรียบเทียบผลระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ความแตกต่างของการเปลี่ยนแปลงไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

มอร์ตัน(Morton) สรุปว่าการใช้กระบวนการทั้ง 3 ข้างต้นนี้ อาจจะเพิ่มทักษะการบวกเลขแก่เด็กได้ผลเพียงบางคน หมายความว่า ผลของการฝึกทักษะนั้น มีส่วนช่วยพัฒนาทักษะการบวกเลขของเด็กไม่ทุกคนเสมอไป

บราวเนลและชาซาล[1](Brownell and Chazal, 1935) ได้ทดลองกับเด็กระดับเกรด 3 จำนวน 63 คน ในการทดลองนั้น เด็กพวกนี้ได้รับการฝึกตัวเลขคูบวกและคูลบจำนวนอย่างละ 100 ข้อ แล้วเปรียบเทียบผลก่อนฝึกและหลังฝึก เขาสรุปว่า การฝึกเกี่ยวกับตัวเลขอย่างง่าย ช่วยเพิ่มทักษะในการคิดเลขได้เร็วและถูกต้องแก่เด็กนักเรียน แต่จะไม่เปลี่ยนกลวิธีในการคิดเลขของเด็กที่เคยใช้มาก่อน นั่นคือ เด็กนักเรียนผู้ซึ่งเคยใช้กลวิธีในการนับที่ไม่เหมาะสมหรือไม่มีประสิทธิภาพก่อนการฝึก ก็จะยังคงใช้กลวิธีเดิมต่อไปหลังการฝึก เพียงแต่มีความสามารถในการนับเร็วขึ้นกว่าเดิม

---

[1] William A. Brownell and Charlotte B. Chazal, "The Effects of Premature Drill in Third Grade Arithmetic," Journal of Educational Research 29 (1935): 17-18. Cited by Chester W. Harris and Marie R. Liba, Encyclopedia of Educational Research, 3 d ed. (New York: The Macmillan Co., 1960), p. 68.

ทั้งนี้เจอแมน[1] (Jerman, 1970)ก็ได้สรุปตรงกันว่า เด็กนักเรียนผู้ซึ่งเคยเรียนรู้การใช้กลวิธีหนึ่งในการคิดตัวเลข ก็จะยังคงใช้กลวิธีเดิมต่อไปในขณะที่มีอายุมากขึ้น เพียงแต่ทำได้รวดเร็วกว่าเดิม

ทีเล(Thiele, 1938)และสเวนสัน[2] (Swenson, 1949) ได้พบหลักฐานยืนยันว่า การสอนให้เด็กรู้จักกลวิธีต่าง ๆ ในการคิดตัวเลขนั้น จะช่วยให้เด็กได้เรียนรู้และจำตัวเลขต่าง ๆ ในการบวกอย่างง่ายได้ และช่วยถ่ายโยงการเรียนรู้นี้ไปใช้ในปัญหาอื่น ๆ ด้วย ทอร์นตัน[3] (Thornton, 1977)ก็ได้พบหลักฐานทำนองเดียวกันนี้กับการเรียนทักษะการคำนวณเบื้องต้นทั้ง 4 คือ บวก ลบ คูณ หาร ตามความเห็นของทอร์นตัน เด็กนักเรียนผู้ซึ่งได้รับการสอนให้รู้กลวิธีในการคิดอย่างใหม่ จะประสบความสำเร็จในการเรียนตัวเลขที่ยากขึ้นมากกว่าเดิม

กลวิธีต่าง ๆ ในการสอนให้เด็กพัฒนาไปสู่การคิดตัวเลข ซึ่งเป็นนามธรรมนั้น จากผลการศึกษาของทีเล, สเวนสัน และทอร์นตัน ชี้ให้เห็นว่า สามารถช่วยให้นักเรียนคิดเลขในระดับที่ยากขึ้น ช่วยทำให้การฝึกทักษะเป็นไปได้ง่ายและเร็ว ช่วยให้เด็กสามารถรวมและเข้าใจความสัมพันธ์ของตัวเลขต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้เด็กจำและระลึกตัวเลขได้[4]

ชอลล์[5](Schall, 1969)ได้ศึกษาเปรียบเทียบทักษะการคิดเลขในใจของกลุ่มที่ได้รับการเสนอให้ฝึกทำแบบฝึกหัดคิดในใจกับกลุ่มที่ไม่ได้รับการฝึก

---

[1] Rathmell, "Using Thinking Strategies...," p. 15.

[2] Ibid.

[3] Ibid.

[4] Ibid.

[5] William Edward Schall, "AComparative of Mental Arithmetic Modes of Presentation in Elementary School Mathematics," Dissertation Abstracts International 31 (August 1970): 684 A.

ทักษะดังกล่าวคือ ทักษะเบื้องต้นในการบวก ลบ คูณ หาร รูปแบบการเสนอแบบฝึกในกลุ่มตัวอย่างต่างกัน 5 กลุ่มด้วย 5 วิธี ดังนี้

(1) ให้ดูโทรทัศน์วงจรปิด

(2) ให้ใช้หนังสือซึ่งจัดทำเป็นโปรแกรมคิดในใจ

(3) ให้ฟังเสียงจากเทป

(4) ไม่มีการฝึก

(5) ให้ใช้หนังสือซึ่งจัดทำเป็นโปรแกรมโดยใช้ทฤษฎีเซท (Set Theory)

เครื่องมือที่ใช้วัดตัวแปรเป็นแบบทดสอบ 3 ชนิด คือ มาตราวัดทัศนคติทางคณิตศาสตร์ (The Attitude Toward Mathematics Scale), แบบสอบสัมฤทธิผลการคิดเลขในใจ (Mental Arithmetic Achievement Test) และแบบสอบสัมฤทธิผลเลขคณิตของคาลิฟอร์เนีย (The Arithmetic Section of California Achievement Test: Form Y) กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนระดับเกรด 5 จำนวน 399 คน จากโรงเรียนในเมืองฮาโนเวอร์(Hanover) รัฐเพนซิลวาเนีย กลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่หนึ่งถึงกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มทดลอง นอกนั้นเป็นกลุ่มควบคุม แต่ละกลุ่มได้รับการทดสอบด้วยเครื่องมือ 3 ครั้ง คือ ทดสอบในระยะก่อนการทดลอง, ระยะหลังการทดลองทดสอบทันที และทดสอบหลังการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์ ผลการวิจัยสรุปว่า กลุ่มทดลองพัฒนาดีขึ้นในด้านต่อไปนี้

(1) ความสามารถในการคิดเลขในใจ

(2) ทัศนคติที่ดีต่อการคิดเลขในใจ

4.2 ฝึกการคิดโดยอาศัยหลักการอนุรักษ์ Conservation และใช้วัตถุต่าง ๆ

บารูดี้[1] (Baroody, 1979ได้ศึกษาเพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างพัฒนาการของเด็กในด้านทักษะการนับ ความเข้าใจในการอนุรักษ์จำนวน และความเข้าใจในการบวกกับลบ โดยทดสอบกับเด็กอนุบาลจำนวน 66 คน ผลปรากฏว่า การนับมีความสัมพันธ์สูงกับความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนและพัฒนาสู่การนับอย่างมีความหมาย เขาพบอีกว่าความสามารถในการบวกลบเลข ยังขึ้นอยู่กับการนับที่มีความหมายในขณะที่ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนไม่เป็นสิ่งสำคัญในการเข้าใจตัวเลขอย่างที่เพียเจท์อ้างไว้ แต่การนับเท่านั้นเป็นสิ่งที่จะนำไปสู่การพัฒนาความสามารถในการบวกลบเลข อย่างไรก็ตาม มีงานวิจัยหลายเรื่องสนับสนุนหลักการอนุรักษ์จำนวนของเพียเจท์ ดังต่อไปนี้

วูดเวอร์ด[2](Woodward, 1978) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถของเด็กในการรู้หลักความคงอยู่ของสาร (Conservation of Substance) และการอนุรักษ์จำนวน (Conservation of Number)กับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ข้อความบวกลบตัวเลขในตำแหน่งต่าง ๆ (Missing Place-Holders) ซึ่งอยู่ในแบบสอบ 2 ชนิด คือ แบบสอบวัดความพร้อม และแบบสอบวัดความถนัดทางการเรียน กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียนระดับเกรด 1 จำนวน 84 คนในโรงเรียนชนบทรัฐ

---

[1] Arthur James Baroody, "The Relationships Among the Development of Counting, Number Conservation and Basic Arithmetic Abilities," Dissertation Abstracts International 39 (May 1979): 6640 A.

[2] Linda Rae White Woodward, "The Relationship Between Children's Ability to Conserve Substance and Number and Their Ability to Solve Addition and Subtraction Problems for Missing Place-Holders," Dissertation Abstracts International 38 (January 1978): 4006 A.

เท็กซัส การดำเนินงานคือ ให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบความคงอยู่ของสารของเพียเจท์และเติมตัวเลขในแบบสอบวัดความพร้อม กับแบบสอบวัดความถนัดทางวิชาการ ผลการวิจัยสรุปว่า ความสามารถในด้านการอนุรักษ์จำนวนเป็นตัวทำนายความสามารถในวิชาเลขคณิตของเด็กระดับเกรด 1 ได้ดีกว่าความสามารถด้านความคงอยู่ของสาร จากการศึกษาครั้งนี้เขาให้ข้อเสนอแนะว่า ในการสอนให้เด็กหาตัวเลขที่ไม่ทราบค่าอีกตัวหนึ่งนั้น ควรจะรอจนกว่าเด็กสามารถรู้และเข้าใจหลักการอนุรักษ์จำนวนเสียก่อน[1]

กูด[2] (Good, 1979) ศึกษาความสามารถด้านการบวก ลบ คูณ หาร ของเด็กระดับอนุบาล, เกรด 1, และเกรด 2 จำนวนทั้งหมด 45 คน ระดับละ 15 คน ทำการทดสอบเป็นรายบุคคลด้วยขั้นงาน 7 ขั้น ดังนี้

(1) การจับคู่กันหนึ่งต่อหนึ่ง ใช้วัตถุสีแดง 8 อัน จับคู่กับสีขาว 8 อัน ด้วยจำนวนหนึ่งต่อหนึ่ง

(2) ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน โดยจัดวัตถุในตำแหน่งทิศทางที่ต่างจากเดิม แล้วถามว่า ยังมีจำนวนเท่าเดิมหรือไม่

(3) การนับจำนวน โดยนับจาก 1 ถึง 10

(4) การบวก เช่น บอกจำนวนเมื่อเอาสิ่งของ 2 กองมารวมกัน

(5) การลบ โดยให้เด็กหยิบจำนวนวัตถุออกจากกลุ่มใหญ่ เพื่อให้มีจำนวนที่เหลือเท่าตัวอย่างที่ให้ดูเป็นแบบ

(6) การคูณโดยตั้งคำถามว่า กลุ่มละ 3 อันทั้งหมด 3 กลุ่มมีจำนวนเท่าไร เป็นต้น

---

[1] Ibid.

[2] Ron Good, "Children's Abilities With the Four Basic Arithmetic Operations in Grades K-2," School Science and Mathematics 79 (1979): 93-98.

(7) การหาร โดยตั้งคำถามว่า กลุ่มจำนวน 6, 7, 8 และอื่น ๆ แบ่งเป็น 2, 3 หรือ 4 กลุ่มเท่ากันได้หรือไม่

จากงานขั้น 1, 2 และ 3 แบ่งความสามารถของกลุ่มตัวอย่างตามระดับพัฒนาการอนุรักษ์ 3 ระดับ คือ ขั้นที่ไม่เกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ (Nonconserver) ขั้นหัวเลี้ยวหัวต่อ (Transitional)และขั้นเกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ (Conservers) ต่อจากนั้นวิเคราะห์ว่า แต่ละกลุ่มเมื่อแบ่งตามระดับการเกิดมโนทัศน์ข้างต้นนี้ จะมีความสัมพันธ์กับความสามารถในด้านการบวก ลบ คูณ หาร หรือไม่ ผลการวิจัยปรากฏว่า เด็กทั้ง 3 กลุ่มสามารถทำงานขั้นที่ 4 และ 5 ได้ แต่กลุ่มที่ 3 ทำได้ดีที่สุด และมีระดับการเกิดมโนทัศน์ถึงขั้น มโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ นอกจากนี้ยังสามารถนับในใจได้ ส่วนกลุ่มที่ 1 ใช้วิธีนับวิธีเดียวในการแก้ปัญหา สำหรับงานขั้นที่ 6 และ 7 นั้น เด็กทำได้น้อย ยกเว้นเด็กในกลุ่ม 3 ที่อยู่ในระดับเกรด 2 สามารถทำได้ดีพอ ๆ กับงานขั้นที่ 4 และ 5 ก็ดูได้ให้ข้อเสนอแนะจากการวิจัยเรื่องนี้ว่า หลักสูตรในระดับอนุบาลและเกรด 1 ควรจะเน้นกิจกรรมต่าง ๆ ที่ใช้รูปธรรม โดยให้สัมพันธ์กับการจัดพวก (Classification)การจัดลำดับ(Seriation) การอนุรักษ์(Conservation)และการคิดแบบทวนกลับ[1] (Reversibility)

กรูนาว[2](Grunau, 1976) ได้ศึกษาผลของการฝึกทักษะในเงื่อนไขให้พูดตาม และระดับของมโนทัศน์การอนุรักษ์ที่มีต่อการบวกเลขของเด็กในชั้นอนุบาล การศึกษาครั้งนี้ใช้กลุ่มตัวอย่าง 108 คน แบ่งตามระดับพัฒนาการด้านการอนุรักษ์ 3 ระดับ

---

[1]Ibid., pp. 96-97.

[2]Ruth Veronica Elizabeth Grunau, "Effects of Elaborative Prompt Condition and Developmental Level on Performance of Addition Problems by Kindergarten Children," Dissertation Abstracts International 35 (January 1976): 4349 A.

คือ ขั้นที่ไม่เกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ ขั้นหัวเลี้ยวหัวต่อ และขั้นเกิดมโนทัศน์ด้านการอนุรักษ์ เงื่อนไขการฝึกให้พูดตามมี 3 แบบ คือ แบบแรกใช้รูปธรรมรวมกับการพูดตาม (Concrete Plus Verbal) แบบสองใช้จินตนาความคิดรวมกับการพูดตาม (Imaginal Plus Verbal) และแบบสามใช้วิธีพูดตามอย่างเดียว (Verbal) ส่วนโจทย์ปัญหาการบวกเสนอในรูป m+n=.... ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่สามารถอนุรักษ์ทำได้ดีกว่าอีก 2 กลุ่ม และวิธีฝึกที่ได้ผลที่สุดคือ วิธีที่ 1 สามารถช่วยพัฒนาทักษะการบวกเลขของเด็กทั้ง 3 ระดับ[1]

อิบาร์รา[2](Ibarra, 1979) ได้ศึกษาความสามารถของเด็กอนุบาลในการแก้ปัญหาการบวกและการลบเลข จากการเสนอคำถามต่างกัน 5 แบบ เพื่อศึกษาว่าเสนอแบบไหน เด็กทำได้ดีกว่ากัน แบบการเสนอมี

(1) การเล่าเรื่องอย่างเดียว

(2) การแสดงการรวมจำนวนสิ่งของให้เห็น

(3) การแสดงจำนวนกลุ่มสมาชิก

(4) การแสดงภาพประกอบคำบรรยาย

(5) การแสดงจำนวนกลุ่มสมาชิกและการรวมจำนวนสิ่งของให้เห็น

การดำเนินงานโดยให้เด็กแต่ละคนจากกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 113 คน ตอบปากเปล่าจากคำถามตามรูปแบบการเสนอข้างต้นทั้งหมด 30 ข้อ โดยมีแบบการเสนอคำถามแบบละ 6 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า

---

[1]Ibid.

[2]Cheryl Gibbons Ibarra, "An Investigation of Children's Ability to Solve Simple Addition and Subtraction Story Problems Prior to Formal Arithmetic Instruction," Dissertation Abstracts International 40 (November 1979): 2524 A.

(1) ในตำแหน่งตัวไม่ทราบค่า โจทย์ปัญหาในรูป a+b = □ เด็กทำได้มากกว่าปัญหาในรูป a +□ = c

(2) รูปแบบของการเสนอปัญหาที่ยากที่สุดสำหรับเด็ก คือ แบบที่ 1 ส่วนแบบที่ง่ายที่สุดคือแบบที่ 5 นอกนั้นยากปานกลาง

โจนส์[1] (Jones, 1971) ศึกษาเพื่อสำรวจการเปลี่ยนแปลงทักษะและทัศนคติในการบวกลบเลขของเด็กที่มีปัญหาทางอารมณ์ 6 คน ซึ่งมีอายุระหว่าง 7 - 11 ปี จากการใช้โปรแกรมการสอนเลขคณิต โปรแกรมนี้ประกอบด้วยการใช้เกมส์ต่าง ๆ การค้นหารูปแบบของงาน และการมีโอกาสคิดเลขจากจำนวนสิ่งของ โดยเน้นความเข้าใจในการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าการท่องจำกฎ ระยะเวลาที่เด็กอยู่ในโปรแกรม คือ 38 วัน ๆ ละ 20 - 30 นาที ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

(1) เด็กซึ่งจบโปรแกรมแสดงออกถึงการมีทัศนคติที่ดีในการทำเลขมากกว่าตอนเริ่มแรก

(2) เด็กซึ่งจบโปรแกรมสามารถคิดเลขได้เร็วขึ้นกว่าที่เคยคิดแต่ก่อน

(3) เด็กที่ได้รับการเสนอขั้นการเรียนรู้ตามลำดับความยากของงานจะคิดเลขได้เร็วกว่าเด็กที่ได้รับการเสนอขั้นงานที่ไม่เป็นระบบ หรือแบบสุ่ม

(4) ขั้นงานที่มีขั้นตอนดีนั้น สามารถนำไปสู่ระดับการจำตัวเลขหรือเชื่อมโยงตัวเลขได้ แต่สิ่งสำคัญสิ่งหนึ่งที่ได้จากขั้นงานเหล่านี้คือ สภาพการณ์ ซึ่งช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจในการแก้ปัญหา หรือรู้หลักการแก้ปัญหา

---

[1] Rowen Cox Jones, "A Diagnostic-Manipulative Instructional Program for Teaching Addition and Subtraction to Six Emotionally Disturbed Children: A Case Study Approach," Dissertation Abstracts International 32 (March 1972): 5071 A.

อัลเลน[1] (Allen, 1978) ได้ศึกษาโดยใช้เชือกกีเซแนร์ (Guisenaire Rods) เพื่อพัฒนาทักษะการบวกเลข และลบเลขของนักเรียนในระดับเกรด 7 ในมานาฮาวคิน (Manahawkin) เมืองนิวเจอร์ซี (New Jersey) (เชือกกีเซแนร์เป็นชุดของเชือก ประกอบด้วยเชือกจำนวนต่าง ๆ ซึ่งมีขนาดความยาวต่างกันตามลักษณะของสี 10 ชนิด สีเดียวกันจะมีความยาวเท่ากัน ความยาวเชือกต่างกันจาก 1 ซม. ถึง 10 ซม. ในการฝึกเกี่ยวกับจำนวน ผู้ถูกฝึกจะต้องจำว่าสีนั้น ๆ แทนจำนวนอะไร โดยใช้เชือกให้ถูกต้องเอามาต่อกัน หรือแยกออกตามลักษณะของโจทย์ปัญหา เช่น 4 + 3 = 7, 3 + 4 = 7, 7 - 4 = ? และ 7 - ? = 4 เป็นต้น[2]) แบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลอง มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลองด้วยแบบทดสอบที่ชื่อว่า Metropolitan Achievement Test (Form C) กลุ่มทดลองได้รับการฝึกโดยใช้เชือกกีเซแนร์กับทักษะการบวกลบเลขเป็นเวลา 10 นาทีทุกวัน เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนทักษะพื้นฐานการบวกลบเลขใหม่ตามวิธีสอนแบบเก่า (Traditional Method) 10 นาทีต่อวัน เป็นเวลา 6 สัปดาห์เช่นกัน ผลการวิจัยสรุปว่า กลุ่มทดลองได้พัฒนาทักษะการบวกลบเลขดีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

วัตถุประสงค์ทั่วไป

เพื่อศึกษาความสามารถในการบวกเลขและคิดเลขแบบทวนกลับของเด็กในขั้นเกิดความคิดความเข้าใจ (Concrete Operations) ตามทฤษฎีของเพียเจท์ (Piaget) และเพื่อศึกษาว่าเด็กจะได้รับประโยชน์จากการฝึกคิดเลขหรือไม่

---

[1] Harvey Rorbach Allen, "The Use of Guisenaire Rods to Improve Basic Skills (Addition-Subtraction) in Seven Grade," Dissertation Abstracts International 39 (November 1978): 2799 A.

[2] Lovell, The Growth of Basic Mathematical... p. 46.

วัตถุประสงค์เฉพาะ

1. เพื่อศึกษาว่าผลของการฝึกจะมีส่วนช่วยเปลี่ยนพฤติกรรมการคิดเลขของเด็กจากวิธีการนับนิ้วไปเป็นการคิดเลขโดยไม่ต้องใช้วิธีการนับนิ้ว ได้หรือไม่

2. เพื่อพัฒนาทักษะการคิดเลขของเด็กให้มีความถูกต้องมากขึ้นภายในระยะเวลาอันสั้น

3. เพื่อศึกษาความสามารถของเด็กในการคิดหาตัวเลขซึ่งปรากฏในตำแหน่งต่างกันว่า มีความแตกต่างกันหรือไม่

4. เพื่อสร้างรูปแบบการฝึกคิดเลขในใจสำหรับเด็กชั้นประถมศึกษา

สมมุติฐานของการวิจัย

1. การที่เด็กได้รับการฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการคิดเลขแล้วจะมีพฤติกรรมการนับนิ้วเวลาคิดเลขลดน้อยลง

2. การที่เด็กได้รับการฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการคิดเลขแล้ว จะคิดเลขได้ถูกต้องมากขึ้น

3. ในสภาพการณ์ปกติ เด็กจะคิดหาตัวเลขในตำแหน่งที่เป็นผลบวกได้ดีกว่าการหาตัวบวก และการหาตัวตั้ง

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นเด็กที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ของโรงเรียนวัดบ่หุมคงคา ในเขตสัมพันธวงศ์ กรุงเทพมหานคร อายุเฉลี่ย 7 ปี 7 เดือน จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 20 คน

2. การวิจัยนี้สนใจศึกษาเฉพาะข้อความตัวเลขในรูป $m+n=p$ เท่านั้น

3. ตัวตั้งและตัวบวก (m and n) ที่ศึกษา เป็นตัวเลขหลักเดียวตั้งแต่ 0 ถึง 9 และมีผลบวก (p) ไม่เกิน 9

4. ตัวแปรที่ศึกษา

4.1 ตัวแปรอิสระ คือ ตำแหน่งของตัวเลขที่ให้เด็กหามีแตกต่างกัน 3 แบบ

4.1.1 m+n=... เสนอตัวตั้งและตัวบวก แล้วให้ผู้ตอบหาผลบวก

4.1.2 m+...=p เสนอตัวตั้งและผลบวก แล้วให้ผู้ตอบหาตัวบวก

4.1.3 ...+n=p เสนอตัวบวกและผลบวก แล้วให้ผู้ตอบหาตัวตั้ง

4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ คะแนนของการตอบถูก และจำนวนครั้งของพฤติกรรมการนับนิ้ว

5. แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย สร้างขึ้นโดยผู้วิจัย ประกอบด้วยข้อความการบวกทางคณิตศาสตร์ โดยมีตัวเลขที่เป็นตัวแปรอิสระเรียงแบบไม่ซ้ำกัน จำนวน 165 ข้อ

6. การทดสอบและการฝึกดำเนินการเฉพาะในตอนพักกลางวันของเด็ก (11.10 น. ถึง 12.00 น.)

7. ผู้ทดลองมี 2 คนคือ ผู้วิจัย และมีผู้ร่วมงานอีก 1 คน ซึ่งเป็นครูสอนประถมศึกษาปีที่ 1

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. วิธีการฝึกที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ หมายถึง การฝึกตัวเลขจากการนับจำนวนสิ่งของ เพื่อให้เกิดความเข้าใจความหมายของข้อความการบวกทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งการฝึกที่อาศัยการจำตัวเลขจากการพูดข้อความการบวกซ้ำ ๆ กัน โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกครั้งละ 30 - 40 นาที ใช้เวลาฝึก 5 วัน

2. ข้อมูลที่ได้จากกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ถือว่าตอบด้วยความตั้งใจ และเชื่อถือได้ตามความสามารถที่แท้จริง

3. ผู้ร่วมการทดลองมีความสามารถบันทึกความถี่ของพฤติกรรมการนับนิ้วได้ถูกต้อง และฝึกทักษะเด็กได้หลังจากที่ได้รับการฝึกฝนจากผู้วิจัยแล้ว

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ทำให้สามารถทราบว่า ทักษะการบวกเลขในใจของเด็กในขั้นเกิดความคิดความเข้าใจ (Concrete Operations) สามารถพัฒนาได้โดยการฝึกหรือไม่

2. ถ้าผลของการวิจัยสอดคล้องกับสมมุติฐานที่ตั้งไว้ การวิจัยนี้จะเป็นแนวทางในการช่วยซ่อมเสริมเด็กที่อ่อนการบวกเลข และเป็นจุดเริ่มต้นสำหรับการวิจัยเพื่อพัฒนาทักษะการบวกเลขในใจในระดับที่ยากขึ้นต่อไป

3. ช่วยปลูกฝังให้เด็กที่ได้รับการฝึกมีทัศนคติที่ดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

คำจำกัดความต่าง ๆ ต่อไปนี้ เป็นคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เท่านั้น

1. การฝึก หมายถึง ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เด็กได้รับการฝึกคิดเลขจากจำนวนสิ่งของตามทฤษฎีของเพียเจท์ (Piaget) เป็นเครื่องกระตุ้นให้เกิดการเข้าใจความหมายของข้อความการบวกทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งการฝึกเพื่อให้จำตัวเลขได้จากการเชื่อมโยงโดยการพูดข้อความการบวกซ้ำ ๆ กัน

2. พัฒนาทักษะ หมายถึง การที่เด็กสามารถคิดเลขที่เป็นคำตอบได้ถูกต้องและรวดเร็วมากขึ้น ซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงได้เนื่องมาจากผลของการฝึก

3. การบวกเลขในใจ หมายถึง การที่เด็กสามารถเติมตัวเลขที่เป็นคำตอบโดยไม่ต้องนับนิ้ว หรือเด็กไม่ใช้วิธีหาตัวเลขโดยการนับนิ้วก่อนการเติมตัวเลขเลยในข้อนั้น ๆ