

ระเบียบวิธีไฟแนนซ์อิเล็กทรอนิกส์เพื่อการวิเคราะห์การกระจายตัวของมูลค่าในทำเลที่ดิน

นายสมบูรณ์ โอดรัตนะ

## ศูนย์วิทยบริการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-2024-6

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

FINITE ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF  
POLLUTANT DISPERSION IN SHALLOW WATER

Mr.Somboon Otarawanna

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering  
Department of Mechanical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-2024-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ระเบียบวิธีไฟไนต์อเลิมентаเพื่อการวิเคราะห์การกระจายตัวของ  
มวลภาวะในน้ำดื่มน้ำ

โดย

นายสมบูรณ์ โอดรัวรณะ

สาขาวิชา

วิศวกรรมเครื่องกล

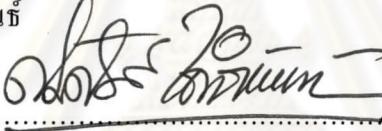
อาจารย์ที่ปรึกษา

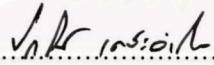
ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ

คณะกรรมการคุณวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

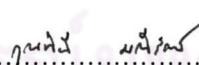
  
..... คณบดี คณวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการสอบ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยภินันท์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)

  
..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

  
..... กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์)

สมบูรณ์ โอตตัวรรถะ : ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเม้นต์เพื่อการวิเคราะห์การกระจายตัวของมลภาวะในน้ำตื้น. (FINITE ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF POLLUTANT DISPERSION IN SHALLOW WATER) อ. ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 152 หน้า. ISBN 974-17-2024-6.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แสดงขั้นตอนการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเม้นต์กับปัญหาการกระจายตัวของมลภาวะในน้ำตื้นซึ่งพิจารณาเป็นปัญหาในสองมิติเฉลี่ยตลอดความลึก โดยมลภาวะในที่นี่หมายถึงสิ่งที่ทำให้น้ำมีคุณภาพต่ำลง เช่น น้ำร้อนที่ถูกปล่อยจากโรงไฟฟ้า แบคทีเรียที่ทำให้น้ำเกิดการเน่าเสีย เป็นต้น การวิเคราะห์ปัญหากระจายตัวของมลภาวะนี้ได้แบ่งการคำนวณออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนการคำนวณการไหลของน้ำซึ่งพิจารณาในสภาวะอยู่ตัว และส่วนการคำนวณการส่งผ่านของมลภาวะในน้ำซึ่งพิจารณาให้มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

สำหรับสมการไฟไนต์เอลิเม้นต์ของการคำนวณการไหลได้ถูกประดิษฐ์ขึ้นจากการเชิงอนุพันธ์อย่างการอนุรักษ์มวลและโมเมนตัมของของไหล และเนื่องจากสมการไฟไนต์เอลิเม้นต์ที่สอดคล้องกับการไหลนี้อยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นจึงต้องประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีการทำข้างอนิวตัน-رافสันในการหาผลลัพธ์ สำหรับการคำนวณการส่งผ่านของมลภาวะนี้ สมการเชิงอนุพันธ์อย่างของการส่งผ่านของมลภาวะ ได้ถูกนำมาประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเม้นต์ที่สอดคล้องกันและทำการสร้างความสัมพันธ์เวียนบังเกิดเพื่อแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเวลา นอกจากนี้ยังได้ทำการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดเอลิเม้นต์โดยอัตโนมัติเพื่อเพิ่มความถูกต้องแม่นยำของผลลัพธ์และเพิ่มประสิทธิภาพของการคำนวณด้วย

ความถูกต้องของไฟไนต์เอลิเม้นต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้ถูกตรวจสอบโดยการนำผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ปัญหาด้วยโปรแกรมที่ประดิษฐ์ขึ้นไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ในบทความทางวิชาการในวารสารทางวิชาการระดับนานาชาติ หลังจากนั้นจะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองนี้ไปวิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนยิ่งขึ้น ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ในวิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงให้เห็นถึงศักยภาพของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเม้นต์ในการทำนายพฤติกรรมของการกระจายตัวของมลภาวะในน้ำ

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
ปีการศึกษา 2545

ลายมือชื่อนิสิต สมบูรณ์ โอตตัวรรถะ<sup>1</sup>  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา พญ. วนิดา ใจดี<sup>2</sup>  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

# # 4370537621 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING  
KEY WORD: FINITE ELEMENT / POLLUTANT DISPERSION / SHALLOW WATER / ADAPTIVE MESHING

SOMBOON OTARAWANNA : FINITE ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF POLLUTANT DISPERSION IN SHALLOW WATER.  
THESIS ADVISOR : PROF. PRAMOTE DECHAUMPHAI, Ph.D. 152 pp.  
ISBN 974-17-2024-6.

This thesis presents a finite element computational method for solving pollutant dispersion in shallow water considered as two-dimensional depth-averaged problem. Pollutant here means something that causes water quality to become worse, for examples, hot water discharged from power station, bacteria causing water decay, etc. The computation of pollutant dispersion was divided into two parts. The first is flow computation considered as steady-state problem. And the second is computation of pollutant transport considered as transient problem.

The corresponding finite element equations of flow computation were derived from the set of partial differential equations which satisfy the law of conservation of mass and conservation of momentums. Non-linearity of such equations is treated with Newton-Raphson iterative method. As for pollutant transport computation, the partial differential equation of pollutant transport was used to derive the corresponding finite element equation and applying recurrence relations in time domain. Moreover, an adaptive meshing technique is implemented to increase the solution accuracy and computing performance.

The computer programs were verified by comparing the results obtained in this study with the results obtained from technical papers in the international journals before applying to solve more complex problems. The results in this thesis have demonstrated the capability of the finite element method for the prediction of pollutant dispersion behaviors.

Department Mechanical Engineering Student's signature Somboon Otarawanna  
Field of study Mechanical Engineering Advisor's signature Pramote Dechaumphai  
Academic Year 2002 Co-advisor's signature -

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอ่าໄ皮 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เป็นอย่างสูงสำหรับความรู้และคำแนะนำเกี่ยวกับงานวิจัยที่ท่านอาจารย์มีให้ อย่างสม่ำเสมอตลอดช่วงเวลาในการทำงานวิจัยนี้ นอกจากนี้ท่านยังได้ถ่ายทอดข้อคิดหลายสิ่ง หลายอย่างที่มีคุณค่าอย่างมากให้กับผู้วิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะกินันท์ ประธานกรรมการ อาจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ และอาจารย์ ดร.กฤษฎินี มณีรัตน์ กรรมการ ที่ได้ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และถ่ายทอดความรู้ต่างๆ ที่เกี่ยวกับงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ เจ้าหน้าที่กองสำรวจและสร้างแผนที่ กรมเจ้าท่า สำหรับความอนุเคราะห์ที่ท่านได้ให้ข้อมูลและความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับการสำรวจความลึกของแม่น้ำเจ้าพระยา

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ สามาชิกในห้องปฏิบัติการวิจัยกลศาสตร์การคำนวณทุกท่าน นับตั้งแต่ พี่วิโรจน์ ลิ่มตระการ พี่สุทธิศักดิ์ พงศ์ชนนาพาณิช พี่นิพนธ์ วรรณไสากย์ พี่เสกสรรค์ สุจารตภัตสกุล คุณอาชว์ ปวิณวัฒน์ คุณสุรี ไตรวิวัฒนา คุณสุรี โอพารฤทธิ์ คุณยศกร ประทุมวัลย์ คุณเกรียงไกร ปัญญารัตน์ คุณพัชรี ธีระเอก และน้องปริญญา บุญมาเดิศ สำหรับข้อแนะนำ ความช่วยเหลือและกำลังใจตลอดเวลาการทำงานวิจัยนี้ ขอขอบคุณ คุณชาญรักษ์ ก้องปฐมพร เพื่อนที่ศึกษาต่ออยู่ต่างประเทศที่ได้มีน้ำใจช่วยส่งเอกสารทางวิชาการมาให้ผู้วิจัยได้ศึกษาเพิ่มเติม นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณอุมาพร บูรณสุขสมบัติ ที่ยินดีช่วยตรวจสอบพิสูจน์อักษรวิทยานิพนธ์นี้

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิความราและสามาชิกในครอบครัวที่ได้ให้ความเข้าใจ กำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยอย่างดีที่สุดมาโดยตลอด อนึ่งประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ขอขอบเป็นกตัญญูตามบูชาแด่บิความรา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่านที่มีอิทธิพลบูนา ได้หมัดในที่นี้

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	๔
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	๕
กิตติกรรมประกาศ	๖
สารบัญ	๗
สารบัญภาพ	๘
คำอธิบายสัญลักษณ์	๙
 บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 ขั้นตอนการดำเนินงานและขอบเขตของวิทยานิพนธ์	2
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์	3
1.5 เนื้อหาโดยสังเขปของบทต่างๆภายในวิทยานิพนธ์	3
 บทที่ 2 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยสำหรับการวิเคราะห์การกระจายตัว ของมลภาวะในน้ำดื่น	5
2.1 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการอนุรักษ์มวลและโมเมนตัม	6
2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการส่งผ่านของมลภาวะ	10
2.3 บทสรุปของสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการวิเคราะห์ การกระจายตัวของมลภาวะในน้ำดื่น	12
 บทที่ 3 การประยุกต์ระเบียนวิธีไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์	13
3.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียนวิธีไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์	13
3.2 สมการไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์สำหรับการไฟฟ้าในน้ำดื่น	16
3.2.1 การประดิษฐ์สมการไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์	18
3.2.2 ไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์เมตริกซ์ที่เกี่ยวข้อง	25
3.2.3 การประยุกต์ระเบียนวิธีนิวตัน-رافลัน	34
3.3 สมการไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์สำหรับการส่งผ่านของมลภาวะในน้ำดื่น	37
3.3.1 การประดิษฐ์สมการไฟฟ้าในตัวอิเล็กทรอนิกส์	37

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3.2 ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ที่เกี่ยวข้อง.....	40
3.3.3 การสร้างความสัมพันธ์เรียนบังเกิด.....	42
<b>บทที่ 4 ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์.....</b>	<b>45</b>
4.1 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ SWFLOW.....	45
4.1.1 ขั้นตอนการคำนวณ.....	45
4.1.2 รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	46
4.1.3 รายละเอียดของไฟล์ข้อมูลนำเข้า.....	46
4.1.4 ลักษณะของไฟล์ผลลัพธ์.....	49
4.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์ SWCONC.....	50
4.2.1 ขั้นตอนการคำนวณ.....	50
4.2.2 รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	51
4.2.3 รายละเอียดของไฟล์ข้อมูลนำเข้า.....	51
4.2.4 ลักษณะของไฟล์ผลลัพธ์.....	54
<b>บทที่ 5 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....</b>	<b>55</b>
5.1 ปัญหาการให้ระหว่างแผ่นคู่ขนาดเนื่องมาจากความหนืด.....	56
5.2 ปัญหาการให้ระหว่างแผ่นคู่ขนาดเนื่องมาจากความดัน.....	58
5.3 ปัญหาการให้ลงมุนวนในช่องสีเหลี่ยม.....	63
5.4 ปัญหาการให้ลงคลองรูปสี่เหลี่ยมที่ความลึกคงที่.....	65
5.5 ปัญหาการให้ลงคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับของพื้นน้ำ.....	67
5.6 ปัญหาการให้ลงคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีความเสียดทานที่พื้นน้ำไม่เท่ากัน.....	69
5.7 ปัญหาการให้ผ่านอ่างเก็บน้ำรูปวงกลม.....	71
5.8 ปัญหาการให้ผ่านท่านบนก้นน้ำ.....	73
5.9 ปัญหาการกระจายตัวของมวลภาวะผ่านช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม.....	78
<b>บทที่ 6 เทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ.....</b>	<b>81</b>
6.1 หลักการของเทคนิคการปรับขนาดเอลิเมนต์โดยอัตโนมัติ.....	81

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

6.2 การนำเทคนิคการปรับขนาดอเลี่ยมต์โดยอัตโนมัติมาใช้กับ	
ปัญหาการไหล.....	85
6.3 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับประยุกต์การปรับขนาดอเลี่ยมต์.....	87
6.4 ขั้นตอนในการประยุกต์เทคนิคการปรับขนาดอเลี่ยมต์โดยอัตโนมัติ.....	88
6.5 ตัวอย่างการนำเทคนิคการปรับขนาดอเลี่ยมต์โดยอัตโนมัติ	
มาประยุกต์ใช้กับปัญหาการไหล.....	88
 บทที่ 7 การวิเคราะห์ปัญหาการกระจายตัวของมวลภาวะในแม่น้ำเจ้าพระยา.....	98
7.1 การวิเคราะห์การไหลในแม่น้ำเจ้าพระยา.....	98
7.2 การวิเคราะห์การส่งผ่านของมวลภาวะในแม่น้ำเจ้าพระยา.....	108
 บทที่ 8 บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ.....	112
8.1 บทสรุป.....	112
8.2 ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์.....	113
8.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต.....	114
 รายการอ้างอิง.....	115
 ภาคผนวก.....	117
ภาคผนวก ก รายละเอียดของโปรแกรม SWFLOW.....	118
ภาคผนวก ข รายละเอียดของโปรแกรม SWCONC.....	139
ภาคผนวก ค การเปรียบเทียบระหว่างสมการของการไหลในสองมิติ	
เฉลี่ยตลอดความลึกกับสมการของการไหลในสองมิติ.....	150
 ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	152

## สารบัญภาพ

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.1 ลักษณะของการไหลในน้ำดื่น .....	7
รูปที่ 3.1 การแบ่งโคลเมนของปั๊มห้าออกเป็นเอลิเมนต์ .....	13
รูปที่ 3.2 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบสามจุดต่อ .....	14
รูปที่ 3.3 โคลเมนของการไหลในน้ำดื่น .....	18
รูปที่ 3.4 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบหกจุดต่อสำหรับการไหลในน้ำดื่น .....	25
รูปที่ 3.5 การคำนวณโหลดเดอร์ของความเร็วที่ขอนทางเข้าของเอลิเมนต์ .....	33
รูปที่ 3.6 การเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นที่จุดต่อได้กับเวลา .....	42
รูปที่ 4.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SWFLOW .....	47
รูปที่ 4.2 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ SWCONC .....	52
รูปที่ 5.1 ลักษณะของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความหนืด .....	56
รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์พร้อมเงื่อนไขขอบเขตของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความหนืด .....	57
รูปที่ 5.3 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความหนืด .....	57
รูปที่ 5.4 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วที่ได้จากการคำนวณ กับผลเฉลยแม่นตรง ณ ตำแหน่ง x ต่างๆ ของปั๊มห้าการไหลระหว่าง แผ่นคู่นานเนื่องมาจากความหนืด .....	58
รูปที่ 5.5 ลักษณะของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความดัน .....	58
รูปที่ 5.6 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์พร้อมเงื่อนไขขอบเขตของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความดัน .....	61
รูปที่ 5.7 การกระจายตัวของความเร็วของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นาน เนื่องมาจากความดัน .....	61
รูปที่ 5.8 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วที่คำนวณได้ ณ ตำแหน่ง x ต่างๆ ของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความดัน .....	62
รูปที่ 5.9 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความดันที่คำนวณได้ ณ ตำแหน่ง y ต่างๆ ของปั๊มห้าการไหลระหว่างแผ่นคู่นานเนื่องมาจากความดัน .....	62
รูปที่ 5.10 ลักษณะของปั๊มห้าการไหลหมุนวนในช่องสี่เหลี่ยม .....	63

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 5.11 รูปแบบไฟในต่ออุปกรณ์พร้อมเงื่อนไขข้อมูลของปัญหา การให้ผลมุนวนในช่องสีเหลี่ยม.....	64
รูปที่ 5.12 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผลมุนวน ในช่องสีเหลี่ยม.....	64
รูปที่ 5.13 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผลมุนวน ในช่องสีเหลี่ยม.....	65
รูปที่ 5.14 ลักษณะของปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่ความลึกคงที่.....	66
รูปที่ 5.15 รูปแบบไฟในต่ออุปกรณ์พร้อมเงื่อนไขข้อมูลของ ปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่ความลึกคงที่.....	66
รูปที่ 5.16 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยม ที่ความลึกคงที่.....	66
รูปที่ 5.17 การกระจายตัวของระดับผิวน้ำสำหรับปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยม ที่ความลึกคงที่.....	67
รูปที่ 5.18 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่ความลึกคงที่.....	67
รูปที่ 5.19 ลักษณะของปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีการเปลี่ยนแปลง ระดับของพื้นน้ำ.....	68
รูปที่ 5.20 รูปแบบไฟในต่ออุปกรณ์พร้อมเงื่อนไขข้อมูลของปัญหาการให้ ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับของพื้นน้ำ.....	68
รูปที่ 5.21 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยม ที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับของพื้นน้ำ.....	68
รูปที่ 5.22 การกระจายตัวของระดับผิวน้ำสำหรับปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยม ที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับของพื้นน้ำ.....	69
รูปที่ 5.23 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับของพื้นน้ำ.....	69
รูปที่ 5.24 ลักษณะของปัญหาการให้ผลในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีความเสียดทานที่พื้นน้ำ ไม่เท่ากัน.....	70

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 5.25 รูปแบบไฟไนต์อเลิม.enต์พร้อมเงื่อนไขของอนเขตของปัญหาการให้ในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีความเสียดทานที่พื้นน้ำไม่เท่ากัน.....	70
รูปที่ 5.26 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีความเสียดทานที่พื้นน้ำไม่เท่ากัน.....	70
รูปที่ 5.27 การกระจายตัวของระดับผิวน้ำสำหรับปัญหาการให้ในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีความเสียดทานที่พื้นน้ำไม่เท่ากัน.....	71
รูปที่ 5.28 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ในคลองรูปสี่เหลี่ยมที่มีความเสียดทานที่พื้นน้ำไม่เท่ากัน.....	71
รูปที่ 5.29 ลักษณะของปัญหาการให้ผ่านอ่างเก็บน้ำรูปวงกลม.....	72
รูปที่ 5.30 รูปแบบไฟไนต์อเลิม.enต์พร้อมเงื่อนไขของปัญหาการให้ผ่านอ่างเก็บน้ำรูปวงกลม.....	72
รูปที่ 5.31 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผ่านอ่างเก็บน้ำรูปวงกลม.....	73
รูปที่ 5.32 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วที่คำนวณได้ ณ ตำแหน่ง $y$ ต่างๆ ของปัญหาการให้ผ่านอ่างเก็บน้ำรูปวงกลม.....	73
รูปที่ 5.33 ลักษณะของปัญหาการให้ผ่านทำนบก้นน้ำ.....	74
รูปที่ 5.34 รูปแบบไฟไนต์อเลิม.enต์พร้อมเงื่อนไขของอนเขตของปัญหาการให้ผ่านทำนบก้นน้ำ.....	75
รูปที่ 5.35 การกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผ่านทำนบก้นน้ำ.....	75
รูปที่ 5.36 รายละเอียดของการกระจายตัวของความเร็วสำหรับปัญหาการให้ผ่านทำนบก้นน้ำ.....	75
รูปที่ 5.37 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็วที่คำนวณได้ ณ ตำแหน่ง $y$ ต่างๆ ของปัญหาการให้ผ่านทำนบก้นน้ำ (a) ที่ตำแหน่ง $y/b=1$ ..... (b) ที่ตำแหน่ง $y/b=1.5$ ..... (c) ที่ตำแหน่ง $y/b=2$ ..... (d) ที่ตำแหน่ง $y/b=3$ ..... (e) ที่ตำแหน่ง $y/b=4$ .....	76
	76
	77
	77
	78

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 5.38 ลักษณะของปัญหาการกระจายตัวของมลภาวะผ่านช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม .....	79
รูปที่ 5.39 รูปแบบไฟในต์อเลิเมนต์พร้อมเงื่อนไขของเขตของปัญหาการกระจายตัวของมลภาวะผ่านช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม .....	79
รูปที่ 5.40 การกระจายตัวของความเข้มข้นสำหรับปัญหาการกระจายตัวของมลภาวะผ่านช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมที่เวลา 36 วินาที .....	79
รูปที่ 5.41 การเปรียบเทียบการกระจายตัวของความเข้มข้นที่คำนวณได้ ณ ตำแหน่ง x ต่างๆ ของปัญหาการกระจายตัวของมลภาวะผ่านช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม .....	80
รูปที่ 6.1 ค่าอนุพันธ์ของจุดต่อ i ที่มีอเลิเมนต์ล้อมรอบอยู่ 6 อเลิเมนต์ .....	83
รูปที่ 6.2 ลักษณะของปัญหาการให้กลไกในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใด .....	89
รูปที่ 6.3 ข้อมูลในไฟล์ชื่อ ‘backward.dat’ .....	91
รูปที่ 6.4 ลำดับขั้นตอนที่ประยุกต์ใช้ในโปรแกรม BUILT .....	91
รูปที่ 6.5 ลักษณะการแบ่งแบบจำลองไฟในต์อเลิเมนต์ของปัญหาการให้กลไกในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดออกเป็นอเลิเมนต์แบบสม่ำเสมอ	
(a) รูปแบบไฟในต์อเลิเมนต์ .....	92
(b) การกระจายตัวของความเร็ว .....	92
(c) การกระจายตัวของความดัน .....	92
รูปที่ 6.6 ตัวอย่างข้อมูลในไฟล์ชื่อ ‘backward.v0’ .....	93
รูปที่ 6.7 ลำดับขั้นตอนที่ประยุกต์ใช้ในโปรแกรม SPACE .....	94
รูปที่ 6.8 ตัวอย่างข้อมูลภายในไฟล์ ‘backward.r0’ .....	94
รูปที่ 6.9 ลำดับขั้นตอนที่ประยุกต์ใช้ในโปรแกรม BUILT เพื่อการปรับขนาดครั้งใหม่ .....	95
รูปที่ 6.10 ลักษณะการแบ่งแบบจำลองไฟในต์อเลิเมนต์ของปัญหาการให้กลไกในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดที่ได้ทำการปรับขนาดอเลิเมนต์ครั้งที่ 1	
(a) รูปแบบไฟในต์อเลิเมนต์ .....	96
(b) การกระจายตัวของความเร็ว .....	96
(c) การกระจายตัวของความดัน .....	97

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 6.11 ลักษณะการแบ่งแบบจำลองไฟไนต์อิเลมิเนตของปัญหาการไหลภายในท่อที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดทันทีทันใดที่ได้ทำการปรับขนาดอิเลมิเนตครั้งที่ 2	97
(a) รูปแบบไฟไนต์อิเลมิเนต .....	97
(b) การกระจายตัวของความเร็ว .....	97
(c) การกระจายตัวของความดัน .....	97
รูปที่ 7.1 ลักษณะของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยา .....	99
รูปที่ 7.2 รูปแบบไฟไนต์อิเลมิเนตของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่มีการแบ่งอิเลมิเนตต์อย่างสม่ำเสมอตามด้วยเส้นอุปกรณ์ .....	99
รูปที่ 7.3 การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่มีการแบ่งอิเลมิเนตต์อย่างสม่ำเสมอ	
(a) กรณีถูกแล้ง .....	100
(b) กรณีถูกน้ำหลาก .....	100
รูปที่ 7.4 รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้โรงงานของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่มีการแบ่งอิเลมิเนตต์อย่างสม่ำเสมอ	
(a) กรณีถูกแล้ง .....	101
(b) กรณีถูกน้ำหลาก .....	101
รูปที่ 7.5 รูปแบบไฟไนต์อิเลมิเนตของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่ผ่านการปรับขนาดอิเลมิเนตโดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	
(a) กรณีถูกแล้ง .....	102
(b) กรณีถูกน้ำหลาก .....	102
รูปที่ 7.6 การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่ผ่านการปรับขนาดอิเลมิเนตโดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	
(a) กรณีถูกแล้ง .....	103
(b) กรณีถูกน้ำหลาก .....	103
รูปที่ 7.7 รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้โรงงานของปัญหาการไหลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่ผ่านการปรับขนาดอิเลมิเนตโดยอัตโนมัติครั้งที่ 1	
(a) กรณีถูกแล้ง .....	104
(b) กรณีถูกน้ำหลาก .....	104

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 7.8 รูปแบบไฟในต่ออุปกรณ์ของปัญหาการให้ผลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่ผ่านการปรับขนาดอุปกรณ์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	.....
(a) กรณีคุณเด็ก .....	105
(b) กรณีคุณน้ำหลาก .....	105
รูปที่ 7.9 การกระจายตัวของความเร็วของปัญหาการให้ผลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่ผ่านการปรับขนาดอุปกรณ์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	.....
(a) กรณีคุณเด็ก .....	106
(b) กรณีคุณน้ำหลาก .....	106
รูปที่ 7.10 รายละเอียดการกระจายตัวของความเร็วบริเวณใกล้โรงงานของปัญหาการให้ผลในแม่น้ำเจ้าพระยาที่ผ่านการปรับขนาดอุปกรณ์โดยอัตโนมัติครั้งที่ 2	.....
(a) กรณีคุณเด็ก .....	107
(b) กรณีคุณน้ำหลาก .....	107
รูปที่ 7.11 ลักษณะของปัญหาการส่งผ่านของมลภาวะในแม่น้ำเจ้าพระยาพร้อมด้วยเงื่อนไขของเขต .....	108
รูปที่ 7.12 รูปแบบไฟในต่ออุปกรณ์ของปัญหาการส่งผ่านของมลภาวะในแม่น้ำเจ้าพระยา .....	109
รูปที่ 7.13 การกระจายตัวของมลภาวะของปัญหาการส่งผ่านของมลภาวะในแม่น้ำเจ้าพระยาที่เวลา 12,000 วินาที	.....
(a) กรณีคุณเด็ก .....	110
(b) กรณีคุณน้ำหลาก .....	110
รูปที่ 7.14 รายละเอียดการกระจายตัวของมลภาวะบริเวณใกล้โรงงานของปัญหาการส่งผ่านของมลภาวะในแม่น้ำเจ้าพระยาที่เวลา 12,000 วินาที	.....
(a) กรณีคุณเด็ก .....	111
(b) กรณีคุณน้ำหลาก .....	111

## คำอธิบายสัญลักษณ์

a <sub>i</sub>	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน โคออร์ดิเนตพื้นที่ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่า x และ y
b <sub>i</sub>	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน โคออร์ดิเนตพื้นที่ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่า y
c <sub>i</sub>	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชัน โคออร์ดิเนตพื้นที่ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่า x
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
h	ความลึกเฉลี่ย
	ขนาดของอุปกรณ์
$\hat{i}$	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง x
$\hat{j}$	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง y
$\ell$	ทิศทางโคลาญในแนวแกน x ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน
m	ทิศทางโคลาญในแนวแกน y ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน
$\hat{n}$	เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน
p	ความดัน
$p_a$	ความดันบรรยากาศ
t	เวลา
u	ความเร็วในแนวแกน x
$u_i$	ความเร็วในรูปแบบของเทนเซอร์
$u_i^b$	ความเร็วที่พื้นน้ำ
$u_i^s$	ความเร็วที่ผิวน้ำ
v	ความเร็วในแนวแกน y
w	ความเร็วในแนวแกน z
x	ระยะในแนวแกน x
$x_i$	ระยะในรูปแบบของเทนเซอร์
y	ระยะในแนวแกน y
z	ระยะในแนวแกน z
A	พื้นที่ของอุปกรณ์
[A]	เมตริกซ์คงที่ของฟังก์ชันการประมาณภายในอุปกรณ์อันดับสอง
[B]	เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ x
	เมตริกซ์ฟังก์ชันการประมาณภายในความชันของความเห็นขึ้น
C	สัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่พื้นน้ำ
[C]	เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ y
	เมตริกซ์ของการจุมลภาวะ

## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$C_{\alpha\beta}$	เมตริกซ์ของความเดียดทานที่พื้นน้ำ
D	ค่าอนุพันธ์สัมบูรณ์ สัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจายมลภาวะ
H	ความลึกรวม
$H_i$	เมตริกซ์การประมาณภายในเอลิเมนต์อันดับหนึ่ง
$H_{\alpha\mu^x}$	เมตริกซ์คงที่เชิงแรงในแนวแกน x
$H_{\alpha\mu^y}$	เมตริกซ์คงที่เชิงแรงในแนวแกน y
$J_{\mu\beta\eta^x}, J_{\mu\beta\eta^y}$	เมตริกซ์ที่เกี่ยวข้องกับการอนุรักษ์มวลในเอลิเมนต์
[K]	เมตริกซ์ความแข็งเกร็งของสมการของการส่งผ่าน
[ $K_c$ ]	เมตริกซ์ของการแพร่กระจายมลภาวะ
[ $K_v$ ]	เมตริกซ์ของการพามลภาวะ
$K_{\alpha\beta\gamma^x}$	เมตริกซ์แรงเนื้ือยในแนวแกน x
$K_{\alpha\beta\gamma^y}$	เมตริกซ์แรงเนื้ือยในแนวแกน y
L	ตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์
$L_i$	ฟังก์ชันโกร์ดิเนตพื้นที่
$N_i$	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์อันดับสอง
{Q}	เมตริกซ์โหลดเดกเตอร์ของสมการของการส่งผ่าน
{ $Q_q$ }	เมตริกซ์โหลดเดกเตอร์ของปริมาณพลักซ์ของมลภาวะที่กำหนดให้ที่ขอบ
{ $Q_Q$ }	เมตริกซ์โหลดเดกเตอร์ของปริมาณมลภาวะที่ผลิตได้เอง
$Q_{\alpha^x}$	เมตริกซ์โหลดเดกเตอร์ของแรงในแนวแกน x
$Q_{\alpha^y}$	เมตริกซ์โหลดเดกเตอร์ของแรงในแนวแกน y
R	เศษตกค้าง
{R}	เมตริกซ์ของฟังก์ชันโกร์ดิเนตพื้นที่อันดับสอง
$R_{\eta\mu}$	เมตริกซ์ของความเร็วที่ไหลผ่านเอลิเมนต์
Re	ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์
S	ขอบของเอลิเมนต์
$S_{\alpha\beta^{xx}}, S_{\alpha\beta^{yy}}$	เมตริกซ์คงที่ของผลรวมเชิงความหนึ่ด
$S_{\alpha\beta^{xy}}, S_{\alpha\beta^{yx}}$	เมตริกซ์คงที่เชิงความหนึ่ด
$T_x$	แรงรวมที่ขอบในแนวแกน x
$T_y$	แรงรวมที่ขอบในแนวแกน y

## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$U$	ความเร็วเฉลี่ยตลอดความลึกในแนวแกน x
$V$	ความเร็วเฉลี่ยตลอดความลึกในแนวแกน y
$W$	ความเร็วลัพธ์
$W_i$	พงก์ชันน้ำหนัก
$\delta_{ij}$	กรอนเนคเคอร์เดลตาฟังก์ชัน (Kronecker Delta function)
$\zeta$	ระดับผิวน้ำ
$\mu$	ความหนืด
$\nu$	ความหนึดของศาสตร์
$\rho$	ความหนาแน่น
$\sigma_x$	ความเดินตั้งฉากในแนวแกน x
$\sigma_y$	ความเดินตั้งฉากในแนวแกน y
$\tau_{xy}$	ความเดินเนื่องในแนวแกน y บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x
$\tau_{yx}$	ความเดินเนื่องในแนวแกน x บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน y
$\phi$	ตัวแปรใดๆ ที่ขาดต่อ
$\Gamma_e$	ขอบอลิเมนต์
$\Theta$	ความเข้มข้นของมวลภาวะ
$\Omega_e$	โคล เมนอลิเมนต์

**ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย**