

การยี่ดชันประกอบสำหรับของไหลนิวโตเนียน



นางสาวศิริกุล บัณจิตเสาวภาคย์

ศูนย์วิทยทรัพยากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์


คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-5111-7

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ELEMENT STRETCHING FOR A NEWTONIAN FLUID



Miss Sirikul Bunditsaovapak

ศูนย์วิทยทรัพยากร

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in Computational Science

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-5111-7

ศิริกุล บัณฑิตเสาวภาคย์ : การยืดหยุ่นประกอบสำหรับของไหลนิวโตเนียน. (ELEMENT STRETCHING FOR A NEWTONIAN FLUID) อ. ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัฒนรัตน์ งามอร่ามวารังกูร, 108 หน้า. ISBN 974-17-5111-7.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอปัญหาการยืดหยุ่นประกอบสำหรับของไหลนิวโตเนียน โดยใช้ระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง และใช้หลักการเซมิอิมพลีซิทีแวลูเออร์กาเลอรีนเพรสเซอร์คอร์เรคชันมาหาผลเฉลย ภายใต้ข้อสมมติฐานที่ว่าของไหลไม่มีการบีบอัดตัว ไม่ขึ้นกับแรงโน้มถ่วงของโลกและเป็นกรณีที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

ลักษณะของโครงข่ายที่มีความละเอียดและมีอัตราการโอนเอียงสูง สามารถอธิบายพฤติกรรมการยืดได้ดี ในที่นี้จะแสดงการเปลี่ยนแปลงค่าความเร็ว ความดัน ความเค้น อัตราการเฉือนที่เกิดจากการเปลี่ยนอัตราการดึงขึ้นไปได้สูงถึงค่าความเครียด Hencky ϵ เท่ากับ 1.92

สร้างโปรแกรมสำหรับการจำลองปัญหาในระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ โดยประยุกต์ใช้เทคนิคการปรับโครงข่ายและการประมาณค่าในช่วง เพื่อเพิ่มความถูกต้องของผลเฉลยที่ให้ผลลัพธ์มีลักษณะทำนองเดียวกับผลการทดลองของนักวิจัยอื่นที่ได้ทำมาแล้ว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชาคณิตศาสตร์.....
สาขาวิชาวิทยาการคณนา.....
ปีการศึกษา 2546.....

ลายมือชื่อนิสิต ศิริกุล บัณฑิตเสาวภาคย์.....
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

4472423123 : MAJOR COMPUTATIONAL SCIENCE

KEY WORD: FINITE ELEMENT / FILAMENT STRETCHING / LIQUID BRIDGE

SIRIKUL BUNDITSAOVAPAK : ELEMENT STRETCHING FOR A NEWTONIAN FLUID. THESIS ADVISOR : Asst. VIMOLRAT NGAMARAMVARANGGUL, Ph.D. 108 pp. ISBN 974-17-5111-7.

This thesis presents the element-stretching problem for Newtonian fluid by finite element methods (FEM) under the semi-implicit Taylor-Galerkin pressure correction principle. The assumptions of incompressible fluid, no gravitational effect, and temperature independence are used.

The configuration of mesh, which is elaborately and dominantly biased, can reflect pure stretching behavior. The variation of velocities, pressure, stresses, shear rate and extension rate is showed until Hencky strain ε up to 1.92

The simulation programme has been constructed to compute the problem in two dimensional cylindrical coordinate system by using remeshing and interpolating techniques for increased accuracy of solutions. It is found that the trend of the results approaches to experimental data.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department .. Mathematics

Field of study .. Computational Science

Academic Year .. 2003

Student's signature Sirikul Bunditsaovapak.

Advisor's signature V. Ngamrattana

Co-advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิมลรัตน์ งามอร่ามวางกูร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้กรุณาให้ความรู้และคำแนะนำ ตลอดจนการทำวิจัย รวมทั้งตรวจสอบด้านภาษาที่ใช้ในการเขียนวิทยานิพนธ์

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พรชัย สาตราหา ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร.จักษ์ อัสวานันท์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุสรณ์ ชนวิระยุทธ กรรมการ ที่ได้ให้ที่ให้คำปรึกษาและการช่วยเหลือตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่สนับสนุนทุนการศึกษาและทำการวิจัย (ทุนผลิตและพัฒนาอาจารย์สาขาขาดแคลน)

ขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เฉชะอำไพ ที่เป็นแรงผลักดันให้สนใจงานวิจัยทางระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ และอนุญาตให้เข้าร่วมฟังสัมมนาต่างๆ ที่ทางภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์ได้จัดขึ้น ขอขอบคุณ คุณสุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพานิช อาจารย์นิพนธ์ วรรณโสภาคย์ ที่เสียสละเวลาให้คำแนะนำอย่างมาก ขอขอบคุณ คุณสายธาร เทนอิสสระ ที่ช่วยให้คำปรึกษาตั้งแต่เริ่มทำวิจัย ตลอดจนขอขอบคุณพี่ๆ สมาชิกในห้องปฏิบัติการวิจัยกลศาสตร์การคำนวณทุกท่าน ที่ให้คำแนะนำและกำลังใจตลอดเวลาการทำงานวิจัยนี้

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ฤทธิ์ สมบัติสมภพ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปุมยศ วัลลิกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อุดมเกียรติ นนทแก้ว คุณสว่างทิพย์ ศรีกิจสุวรรณ คุณยอดชาย เตียเป็น คุณนิวัตร มุลปา ที่เสียสละเวลาให้คำแนะนำมาโดยตลอด ขอขอบพระคุณ คุณวีรชาติ นวรุ่งเรือง เป็นอย่างสูงที่ให้คำแนะนำ และให้ความช่วยเหลือ รวมทั้งช่วยตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม นอกจากนี้ขอขอบคุณสมาชิกศูนย์วิจัยวิศวกรรมคำนวณขั้นสูงและผู้อื่นที่ไม่สามารถกล่าวได้ทั้งหมด ที่ให้คำแนะนำและกำลังใจตลอดเวลาการทำงานวิจัยนี้

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่ให้คำปรึกษา เป็นกำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด อนึ่งประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ขอมอบเป็นกตัญญูตราบูชาแก่บิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

บทที่		หน้า
	บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
	บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
	กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
	สารบัญ.....	ช
	สารบัญภาพ.....	ญ
	สารบัญตาราง.....	ท
บทที่ 1	บทนำ.....	1
	1.1 ความสำคัญและที่มา.....	1
	1.2 วัตถุประสงค์.....	4
	1.3 วิธีการดำเนินงานและขอบเขต.....	4
	1.4 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	4
บทที่ 2	สมการควบคุมและทฤษฎีทางรีโอโรยี.....	5
	2.1 สมการควบคุม.....	6
	2.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล.....	6
	2.1.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม.....	7
	2.1.3 ระบบสมการไร้น้ำหนัก.....	8
	2.2 ฟังก์ชันวัสดุและการวัดค่าทางด้านรีโอโรยี.....	9
	2.2.1 การไหลแบบเฉือนอย่างง่าย.....	10
	2.2.2 การไหลแบบยืด.....	12
	2.2.3 อัตราเฉือนและอัตราการยืดดึง.....	14
บทที่ 3	ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข.....	16
	3.1 ระเบียบวิธีผลต่างอันดับ.....	16
	3.2 ระเบียบวิธีซึ้นประกอบอันดับ.....	19
	3.2.1 ระเบียบวิธีซึ้นประกอบอันดับใน 1 มิติ.....	19
	3.2.2 ระเบียบวิธีซึ้นประกอบอันดับใน 2 มิติ.....	23
	3.3 ระเบียบวิธีเทย์เลอร์-กาลเลอร์กิน.....	28

สารบัญ (ต่อ)

๗

บทที่	หน้า
3.4 เทคนิคการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น.....	40
3.4.1 ระเบียบวิธีการทำซ้ำจาโคบี.....	40
3.4.2 เทคนิคการทำซ้ำเกาส์ไซเดล.....	42
3.4.3 เอสโออาร์.....	43
3.5 เทคนิคอื่นๆ ที่ช่วยในการคำนวณ.....	44
3.5.1 หลักการเพ็นนัลทิ.....	44
3.5.2 หลักการประมาณค่าพื้นที่เกาส์เซียน.....	44
3.5.3 เกรเดียนต์รีคัพเวอรี.....	45
3.5.4 การปรับโครงข่าย.....	46
3.5.5 การประมาณภายในช่วง.....	49
3.6 ตำแหน่งผิวอิสระ.....	50
3.6.1 การส่งเชิงวงรี.....	50
3.6.2 ระเบียบวิธีการทำนายที่ขึ้นกับเวลา.....	51
3.7 การอนุรักษ์ปริมาตร.....	52
3.8 เกณฑ์การลู่เข้า.....	53
บทที่ 4 การประยุกต์ระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะกับปัญหาการยึดขึ้นประกอบของของไหล	
 นิวโตเนียน.....	54
4.1 การกำหนดปัญหา.....	54
4.1.1 ลักษณะของปัญหา.....	54
4.1.2 เงื่อนไขเริ่มต้น.....	55
4.1.3 เงื่อนไขขอบ.....	56
4.1.4 พารามิเตอร์ของวัสดุ.....	59
4.1.5 ปัญหาที่นำมาศึกษา.....	59
4.2 วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข.....	61
4.2.1 ขั้นตอนการดำเนินงานโปรแกรม.....	61
4.2.2 โปรแกรม GENGRID.....	61
4.2.3 การดำเนินงานโปรแกรม FILAMENT_NEWTONIAN.....	63
4.3 ผลที่ได้จากการคำนวณ.....	63

สารบัญ (ต่อ)

ณ

บทที่		หน้า
	4.3.1 ตรวจสอบและเปรียบเทียบผลกระทบของโครงข่ายแบบต่างๆ ตาม กรณีศึกษา.....	63
	4.3.2 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าต่างๆ คำนวณได้จากยี่ดัวของฟิลาเมนต์.....	70
บทที่ 5	บทสรุป.....	91
	5.1 ข้อสรุปที่สำคัญจากผลการวิจัย.....	91
	5.2 ข้อจำกัดของงานวิจัย.....	91
	5.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการศึกษาต่อไป.....	93
	เอกสารอ้างอิง.....	94
	ภาคผนวก.....	98
	ภาคผนวก ก รายละเอียดขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม GENGRID.....	99
	ภาคผนวก ข รายละเอียดขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม FILAMEN_NEWTONIAN.....	102
	ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	108

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าความเค้นเฉือนของของไหลชนิดต่างๆ.....	11
รูปที่ 2.2 แสดงการเปรียบเทียบแรงตึงของของไหลชนิดต่างๆ.....	12
รูปที่ 3.1 การแบ่งโดเมนออกเป็นชั้นประกอบย่อยๆ ซึ่งมีลักษณะเป็นกริดที่สม่ำเสมอ.....	17
(ก) โดเมนออกเป็นชั้นประกอบย่อยๆ.....	17
(ข) ลักษณะพิกัดโนด.....	17
รูปที่ 3.2 การแบ่งโดเมนออกเป็นชั้นประกอบย่อยๆ แบบเชิงเส้นในปัญหา 1 มิติ.....	19
รูปที่ 3.3 การหาจุดเชื่อมโนดของแต่ละชั้นประกอบ.....	20
รูปที่ 3.4 แสดงค่าต่างๆ ของแต่ละชั้นประกอบ โดยทำการแปลงจากแกน x ไปยังแกน ξ ..	20
(ก) พิจารณาที่แกน x	20
(ข) พิจารณาที่แกน ξ	20
รูปที่ 3.5 แสดงฟังก์ชันรูปร่างที่ใช้ในการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้น.....	21
(ก) พิจารณาที่โนด 1.....	21
(ข) พิจารณาที่โนด 2.....	21
รูปที่ 3.6 การการจัดเชิงเส้นภายในชั้นประกอบที่ตำแหน่งต่างๆ.....	22
รูปที่ 3.7 รูปร่างของชั้นประกอบที่เป็นแบบชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยม.....	23
รูปที่ 3.8 รูปแสดงโนดของชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยมในการประมาณแบบเชิงเส้น.....	24
รูปที่ 3.9 การแปลงชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยมในการประมาณแบบเชิงเส้นให้อยู่ในแกนหลัก.....	24
รูปที่ 3.10 รูปแสดงโนดของชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยมในการประมาณแบบกำลังสอง.....	25
รูปที่ 3.11 การแปลงชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยมในการประมาณแบบกำลังสองให้อยู่ในแกนหลัก.....	25
รูปที่ 3.12 การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของโดเมนตามแนวแกนและแนวรัศมี.....	46
(ก) โดเมนเริ่มต้น.....	46
(ข) โดเมนหลังการยืด.....	46
รูปที่ 3.13 แสดงรูปร่างที่เปลี่ยนไปของฟิลาเมนต์ที่ยังคงการอนุรักษ์ปริมาตร.....	47
รูปที่ 3.14 การเปลี่ยนค่าพิกัด z ที่โนดต่างๆ ขณะยืด.....	47
รูปที่ 3.15 การเปลี่ยนค่าพิกัด r ที่โนดต่างๆ ขณะยืด.....	48

	หน้า
รูปที่ 3.16 แสดงการแบ่งชั้นประกอบออกเป็นรูปสามเหลี่ยมย่อย.....	49
รูปที่ 3.17 แสดงตำแหน่งของผิวอิสระที่เปลี่ยนไปจากการประมาณด้วยการส่งเชิงวงรี.....	50
รูปที่ 3.18 การแบ่งโดเมนขณะยึดออกเป็นกรวยตัดยอดย่อยๆ.....	53
รูปที่ 4.1 รีโอมิเตอร์.....	54
(ก) แบบที่ 1.....	54
(ข) แบบที่ 2.....	54
รูปที่ 4.2 แสดงลักษณะการยึดของของไหล.....	55
รูปที่ 4.3 แสดงโดเมนของปัญหาเป็นเพียง 1 ใน 4 ของบริเวณทั้งหมด.....	56
รูปที่ 4.4 แสดงตำแหน่งและความหมายของตัวแปรที่ผิวอิสระ.....	57
รูปที่ 4.5 แสดงรัศมีความโค้งของผิวอิสระ.....	58
รูปที่ 4.6 รูปร่างของปัญหาและเงื่อนไขขอบของปัญหาการยึดฟิลาเมนต์สำหรับของไหลนิวโตเนียน.....	58
รูปที่ 4.7 รูปแสดงการแบ่งชั้นประกอบแบบต่างๆ ตามกรณีศึกษา.....	60
(ก) แบบ 2x3 uniform.....	60
(ข) แบบ 3x5 uniform.....	60
(ค) แบบ 4x7 uniform.....	60
(ง) แบบ 4x7 bias.....	60
รูปที่ 4.8 แสดงการเรียงลำดับของเลขชั้นประกอบและเลขโนด.....	62
รูปที่ 4.9 จุดเชื่อมโนด.....	62
(ก) ชั้นประกอบที่ 14.....	62
(ข) ชั้นประกอบที่ 19.....	62
รูปที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบของผิวอิสระ $r(z)$ ของโครงข่ายแบบต่างๆ กับผลที่ได้จากการคำนวณของ Chandio et al.....	65
(ก) ค่าความเครียดเฮนคีย์ เป็น 0.32.....	65
(ข) ค่าความเครียดเฮนคีย์ เป็น 1.60.....	65
รูปที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่า R_{\min} ของโครงข่ายแบบต่างๆ กับผลเฉลยแบบยึดดึงทางเดียว และผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ ตลอดการยึด.....	66

รูปที่ 4.12	แสดงการเปรียบเทียบค่าความเร็วในแนวแกน r ที่ผิวอิสระจากโครงข่ายทั้ง 4 แบบ กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์.....	68
	(ก) ค่าความเครียดเฮนคีย์ เป็น 0.32.....	68
	(ข) ค่าความเครียดเฮนคีย์ เป็น 1.60.....	68
รูปที่ 4.13	แสดงการเปรียบเทียบค่าความเร็วในแนวแกน z ที่เส้นตรงกลาง ($r = 0$) จากโครงข่ายทั้ง 4 แบบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์.....	69
	(ก) ค่าความเครียดเฮนคีย์ เป็น 0.32.....	69
	(ข) ค่าความเครียดเฮนคีย์ เป็น 1.60.....	69
รูปที่ 4.14	แสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของฟิลาเมนต์แบบ 4×7 bias.....	70
รูปที่ 4.15	แสดงความเร็วในแนวแกน r ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	72
รูปที่ 4.16	แสดงการเปรียบเทียบความเร็วในแนวแกน r ตลอดผิวอิสระกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ที่แต่ละค่าความเครียดเฮนคีย์.....	73
รูปที่ 4.17	แสดงการเปรียบเทียบความเร็วในแนวแกน r ตลอดผิวอิสระกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	74
รูปที่ 4.18	แสดงความเร็วในแนวแกน z ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	76
รูปที่ 4.19	แสดงการเปรียบเทียบความเร็วในแนวแกน ที่ตำแหน่งเส้นตรงกลาง ($r = 0$) กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ที่แต่ละค่าความเครียดเฮนคีย์.....	77
รูปที่ 4.20	แสดงการเปรียบเทียบความเร็วในแนวแกน ที่ตำแหน่งเส้นตรงกลาง ($r = 0$) กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	78
รูปที่ 4.21	แสดงความดันที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	79
รูปที่ 4.22	การยืดดึงทางเดียวในอุดมคติ.....	80
รูปที่ 4.23	แสดงความเค้นของส่วนประกอบ rr ที่ได้รับอิทธิพลจากโครงข่ายทั้ง 4 กรณี.....	81
รูปที่ 4.24	แสดงความเค้นของส่วนประกอบ rr ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	85
รูปที่ 4.25	แสดงความเค้นของส่วนประกอบ rz ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	86
รูปที่ 4.26	แสดงความเค้นของส่วนประกอบ zz ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	87
รูปที่ 4.27	แสดงความเค้นของส่วนประกอบ $\theta\theta$ ที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	88

สารบัญภาพ (ต่อ)

๓

	หน้า
รูปที่ 4.28 แสดงอัตราการแข่งขันที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	89
รูปที่ 4.29 แสดงอัตราการตั้งที่ค่าความเครียดเฮนคีย์ต่างๆ.....	90



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3.1 ค่าจุดของแก๊สและน้ำหนักที่ใช้ประมาณค่าอินทิกรัลแบบ 4 จุด สำหรับชั้น ประกอบรูปสามเหลี่ยม.....	45
ตารางที่ 3.2 แสดงค่าพิกัดในแกนหลักของชั้นประกอบสามเหลี่ยมแบบ 6 โหนด.....	46
ตารางที่ 4.1 ค่าพารามิเตอร์ของวัสดุ.....	59
ตารางที่ 4.2 การแบ่งโดเมนเป็นโครงข่ายที่มีความละเอียดแตกต่างกัน.....	59



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย