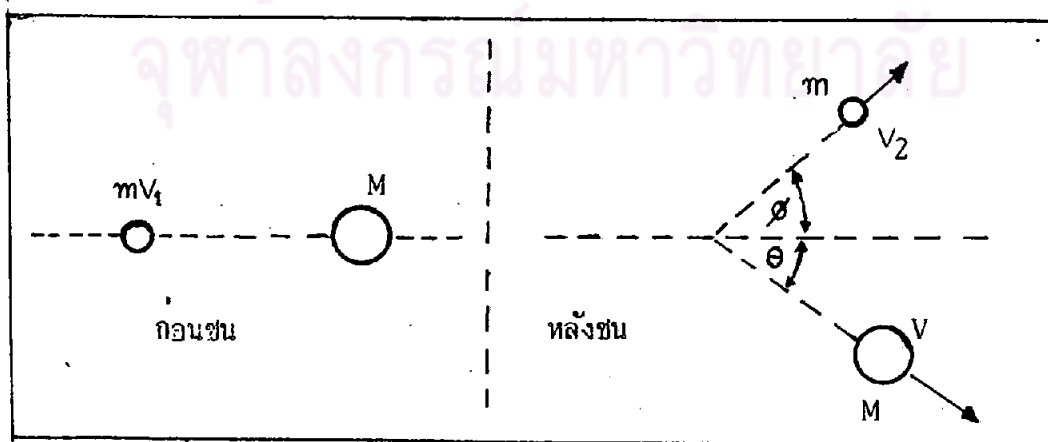




3.1 การชนของอิเล็กตรอน

การใช้พลังงานแก่อะตอมนั้นเราอาจทำได้โดยการใช้อิเล็กตรอนเข้าชนกับอะตอม ถ้าพลังงานของอิเล็กตรอนที่เข้าชนมีค่าสูงกว่าพลังงานศักย์ของอะตอมที่จะเกิดไอออนแล้ว ผลจะทำให้อะตอมกลายเป็นไอออนได้ในระหว่างการชนของอิเล็กตรอน อิเล็กตรอนจะให้พลังงานจลน์ อิเล็กตรอนอนุภาคหนึ่งที่อยู่ในอะตอม หลังจากนั้นอิเล็กตรอนที่เข้าชนจะเคลื่อนที่ช้าลงและโดยทั่ว ๆ ไปทิศทางจะเปลี่ยนไปด้วย ในการชนครั้งหนึ่ง ๆ นั้น ถ้าพลังงานภายในของอะตอมเพิ่มขึ้น การชนลักษณะนี้จะเรียกว่าการชนแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic collision) แต่ถ้าในระหว่างการชน พลังงานภายในอะตอมไม่เปลี่ยนแปลงผลคือโมเมนตัมและพลังงานจลน์ของการส่งผ่านอนุภาคคือไม่มีการสูญเสียพลังงาน การชนกรณีนี้เรียกว่าการชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision)

กรณีง่าย ๆ ที่แสดงให้เห็นว่าการชนแบบยืดหยุ่นอิเล็กตรอนมีการสูญเสียพลังงาน ถ้าสมมติอิเล็กตรอนก่อนชนมีมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว V_1 และอะตอมมีมวล M หยุดนิ่งอยู่กับที่ ถ้าหลังชนอิเล็กตรอนและอะตอมมีความเร็ว V_2 และ V ทำมุม ϕ และ θ กับแนวที่เข้าชน ตามลำดับ ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงการชนของอิเล็กตรอนกับอะตอม

โดยอาศัยการอนุรักษ์โมเมนตัม (conservation of momentum) และการอนุรักษ์พลังงาน (conservation of energy) สามารถเขียนสมการเป็น

$$mV_1 = mV_2 \cos\theta + MV \cos\theta \quad 3.1$$

$$mV_2 \sin\theta = MV \sin\theta \quad 3.2$$

และ $\frac{1}{2} mV_1^2 = \frac{1}{2} mV_2^2 + \frac{1}{2} MV^2 \quad 3.3$

จากสมการ 3.1, 3.2 และ 3.3 แสดงได้เป็น

$$\frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} mV_1^2 \cdot \frac{4Mm \cos^2\theta}{(M+m)^2} \quad 3.4$$

และถ้า $M > m$ แล้ว สมการ 3.4 สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} mV_1^2 \cdot \frac{4m}{M} \cos^2\theta \quad 3.5$$

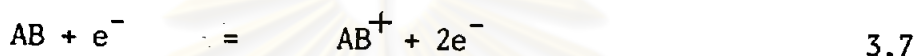
และ $E_a = E_e \frac{4m}{M} \cos^2\theta \quad 3.6$

เมื่อ E_e เป็นพลังงานจลน์เริ่มต้นของอิเล็กตรอน และ E_a เป็นพลังงานจลน์ที่อะตอมได้รับในระหว่างการชน

ในการชนของอิเล็กตรอนกับอะตอมผลที่เป็นไปได้มี 3 ประการคือ อิเล็กตรอนอาจจะทำให้อะตอมโลด (excite) อาจจะทำให้อะตอมเป็นไอออน หรืออาจจะทำให้เกิดการชนแบบยืดหยุ่น โอกาสที่จะเป็นชนิดไหนขึ้นอยู่กับความเร็วของอิเล็กตรอน ถ้าอิเล็กตรอนที่เข้าชนมีพลังงานน้อย การเกิดไอออนของอะตอมอาจจะไม่มี จะเป็นไปได้ในอีกสองกรณีเท่านั้น แต่ทำให้พลังงานแก่อิเล็กตรอนที่เข้าชนเพิ่มขึ้น จนกระทั่งทำให้อิเล็กตรอนในอะตอมได้รับพลังงานเท่ากับความแตกต่างของพลังงานระหว่างสถานะเริ่ม (initial state) กับสถานะสุดท้ายแล้วอะตอมจึงจะเป็นไอออน ดังนั้นอิเล็กตรอนที่เข้าชนจึงต้องมีพลังงานสูงกว่าศักย์การเกิดไอออนของอะตอม (10)

3.2 การเกิดไอออนบวก

รูปแบบดั้งเดิมของการเกิดไอออนจะต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนเข้าชนโมเลกุลหรือเป้าที่เป็นกลาง การชนของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานสูงกับอิเล็กตรอนที่หมุนอยู่รอบ ๆ นิวเคลียสอาจจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกจากวงโคจรได้ ดังนั้นจะเกิดมีโมเลกุลหรืออะตอมที่มีประจุเป็นบวก ที่เรียกว่า ไอออนบวก แต่ถ้าโมเลกุลที่เป็นกลางถูกคลื่นอิเล็กตรอนที่ชน ดังนั้น ไอออนลบก็จะเกิดขึ้น สำหรับการเกิดไอออนบวกปกติจะแทนโดยความสัมพันธ์ดังนี้



ที่ความดันต่ำ ๆ อัตราการเกิดไอออนบวกต่อหนึ่งหน่วยความยาวกำหนดโดยความสัมพันธ์

$$\frac{d}{dt}(AB^+) = k(AB)(N_e) \quad 3.8$$

โดย N_e = เป็นจำนวนอิเล็กตรอน

K = เป็นค่าคงที่

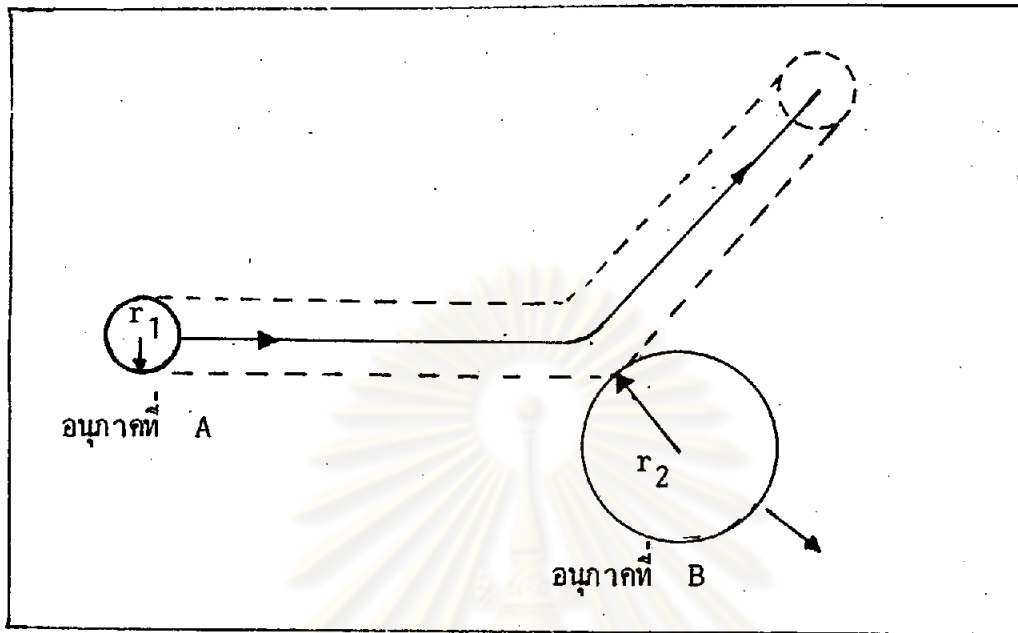
AB = เป็นโมเลกุล หรือเป้าที่เป็นกลาง

ปกติความดันของ (AB) และกระแสอิเล็กตรอนคงที่แล้ว ความเข้มของไอออนจะคงที่โดยสอดคล้องกับสมการ 3.8 อัตราการเกิดไอออนเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function) ทั้งความดันของก๊าซและความเข้มของอิเล็กตรอน

3.3 ระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ย (mean free path)

ในการชนกันระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมหรือโมเลกุลหรือสิ่งอื่น ๆ นั้นมีความสำคัญอีกประการหนึ่งคือ ระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ยระหว่างการชน

ถ้าพิจารณาถึงว่าอนุภาคมีรูปร่างคล้ายของแข็งยืดหยุ่นทรงกลม (solid elastic spheres) และการชนเป็นไปดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงการชนของอนุภาค

ให้อนุภาคที่ A และ B มีรัศมีเป็น r_1 และ r_2 ตามลำดับ ดังนั้น การชนของอนุภาคจะอยู่ในช่วง $r_1 + r_2$ ซึ่งนับจากจุดศูนย์กลางของมวลทั้งสอง สมมติว่าอิเล็กตรอนที่เข้าชนกับโมเลกุลของก๊าซเป็นจุด ดังนั้นการกระเจิง (rate of scattering) จากลำอิเล็กตรอนมีความสัมพันธ์ดังสมการ 3.9

$$-\frac{dN}{dx} = kN \quad 3.9$$

อินทิเกรตสมการ 3.9 ในช่วง N_0 ถึง N กับ 0 ถึง x

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -k \int_0^x dx$$

$$\ln \left(\frac{N}{N_0} \right) = -kx$$

$$N = N_0 e^{-kx} \quad 3.10$$

ถ้า λ เป็นระยะทางของการเคลื่อนที่เฉลี่ย ซึ่งจะกำหนดโดยสมการ

$$\lambda = \int_0^{N_0} \frac{x dN}{N_0} \quad 3.11$$

จากสมการ 3.10 สามารถดิฟเฟอเรนเชียลเป็น

$$dN = -kN_0 e^{-kx} dx \quad 3.12$$

สมการ 3.12 แทนในสมการ 3.11 จะได้

$$\lambda = \int_0^{\infty} -kx e^{-kx} dx \quad 3.13$$

สมการ 3.13 สามารถอินทิเกรตได้โดยให้ $y = kx$ ดังนั้น

$$\lambda = \frac{1}{k} \int_0^{\infty} y e^{-y} dy \quad 3.14$$

จาก

$$\int_0^{\infty} y e^{-y} dy = \Gamma(2)$$

ดังนั้น

$$\lambda = \frac{1}{k} \quad 3.15$$

k เป็นค่าคงที่ (proportionality constant) เป็นพารามิเตอร์ (parameter) ของกาซที่ใช้เป็นเป้าซึ่งรู้ได้จากสมการ 3.9 คือ

$$k = -\frac{dN}{N dx} \quad 3.16$$

ค่าคงที่ k จะอยู่ในรูปที่เป็นสัดส่วนกับพื้นที่ตัดขวาง (cross-sectional area)

โดยพื้นที่หน้าตัดขวางของการเข้าชนเป็น $\pi(r_1 + r_2)^2$ ถ้า N เป็นจำนวนโมเลกุลในปริมาตร V โดยสอดคล้องกับสมการ 3.16

$$k = \pi (r_1 + r_2)^2 \frac{N}{V} \quad 3.17$$

สมการ 3.17 แทนในสมการ 3.15

$$\lambda = \frac{V}{\pi(r_1 + r_2)^2 N} \quad 3.18$$

ค่าของ λ ในสมการ 3.18 มากเกินไปเพราะว่าการชนเกิดขึ้นหลาย ๆ ครั้ง เพื่อให้ค่าในสมการ 3.18 ถูกต้องจะอาศัยการแจกแจงความเร็วของแมกเวลล์โบลต์ซมานน์ (Maxwell - Boltzmann distribution) แก้ได้เป็น

$$\lambda = \frac{V}{\pi(r_1 + r_2)^2 N(2)^{\frac{1}{2}}} \quad 3.19$$

สำหรับก๊าซในอุดมคติ (ideal gas) จะแทน $V = \frac{NKT}{P}$ ในสมการ 3.19 ได้เป็น

$$\lambda = \frac{KT}{\pi(r_1 + r_2)^2 P(2)^{\frac{1}{2}}} \quad 3.20$$

เมื่อ T เป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์
 P เป็นความดันของก๊าซ
 k เป็นค่าคงที่ของโบลต์ซมานน์

3.4 จำนวนไอออนที่เกิดขึ้นจากการชนของอิเล็กตรอน

ถ้าลำอิเล็กตรอนที่มีความเข้ม I_0 ผ่านเข้าไปในก๊าซที่มีความหนาแน่น N_0 เป็นระยะทาง x เมื่ออิเล็กตรอนชนกับโมเลกุลของก๊าซแล้ว ผลทำให้ความเข้มของอิเล็กตรอนลดลง ทั้งนี้เนื่องจากปฏิกิริยาการเกิดไอออน (ionization reactions) การลดความเข้มของอิเล็กตรอนเป็นไปโดยสมการ

$$-dI = \sigma_+ N_0 I_0 dx \quad 3.21$$

σ_+ คือภาคตัดขวาง (cross section) สำหรับการเกิดไอออนบวก ถ้า σ_+ ไม่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง สมการ 3.21 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{dI}{I} = -\beta_+ N_0 dx \quad 3.22$$

อินทิเกรตสมการ 3.22 จะได้

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = - \int_0^x \beta_+ N_0 dx$$

$$I = I_0 e^{-\beta_+ N_0 x} \quad 3.23$$

ในการเกิดไอออนอิเล็กตรอนจะสูญหายไป เพื่อทำให้เกิดไอออนลบซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$I_0 - I \cong N^- \quad 3.24$$

เมื่อ N^- เป็นจำนวนไอออนลบที่เกิดขึ้น

การทำให้เกิดไอออนลบย่อมหมายถึง การทำให้เกิดไอออนบวกด้วยโดยอาศัยความจริงนี้ จากสมการ 3.23 และ 3.24 จะได้

$$N^+ = I_0 - I_0 e^{-\beta_+ N_0 x} \quad 3.25$$

$$N^+ = I_0 (1 - e^{-\beta_+ N_0 x}) \quad 3.26$$

เมื่อ N^+ เป็นจำนวนไอออนบวกที่เกิดขึ้น

$$\text{การกระจาย } e^{-\beta_+ N_0 x} \quad \text{โดยให้ } Z = \beta_+ N_0 x$$

$$\text{ดังนั้น } e^{-Z} = 1 - Z + \frac{Z^2}{2!} - \frac{Z^3}{3!} + \dots \quad 3.27$$

ถ้ามีความดันต่ำ ๆ และระยะทางน้อย ๆ จากการประมาณสมการ 3.27 จะได้

$$e^{-\beta_+ N_0 x} = 1 - \beta_+ N_0 x \quad 3.28$$

สมการ 3.28 แทนสมการ 3.26 ได้

$$N^+ = I_0(1 - (1 - \phi_+ N_0 x))$$

$$N^+ = I_0 \phi_+ N_0 x$$

หรือ $N^+ = \phi_+ N_0 N_e x$ 3.29

เมื่อแทน I_0 ด้วยจำนวนอิเล็กตรอน N_e ที่ผ่านเข้าบริเวณการเกิดไอออน จะเห็นว่าสมการ 3.29 สามารถหาจำนวนไอออนบวกที่เกิดในแหล่งกำเนิดไอออนโดยใช้อิเล็กตรอนชนได้ (10)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.5 ทฤษฎีเกี่ยวกับการ เร่งและการ เกิดการ โฟกัสภายในท่อ เร่ง

ท่อเร่งอนุภาคแบบตรง (Accelerating Column) จะเป็นส่วนที่เร่งอนุภาคออกจาก ส่วนโฟกัสของแหล่งกำเนิดอีกที่หนึ่ง ทำหน้าที่ที่สำคัญคือ เร่งอนุภาคใหม่ค่าความเร่งและ พลังงานให้สูงขึ้นอีกหลายเท่าตัว และทำหน้าที่โฟกัสลำอนุภาคที่ทำการ เร่งมาด้วยเพื่อให้เป็น จุดที่มีความเข้มสูงขึ้น การวิจัยนี้จะศึกษาเฉพาะการ เร่งลำอนุภาคด้วยเลนส์ไฟฟ้าสถิต (acceleration by electrostatic lens) การศึกษาขั้วไฟฟ้า (electrode) ที่จะทำการ เร่งอนุภาคนั้นตอนแรกได้จากการสังเกตและทดลองโดยใช้ขั้วไฟฟ้าต่าง ๆ เช่น รูปกรวย ทรงกระบอก และระนาบขนาน โดยแต่ละขั้วไฟฟ้าจะอยู่ห่างกันเท่า ๆ กันมีแกนรวมกันเรียง ไปตามท่อเร่ง คุณสมบัติของเลนส์ไฟฟ้าสถิต จะมีสมบัติในการ เร่งได้ก็ขนาดไหนนั้นย่อมขึ้นกับ ศักย์ไฟฟ้าที่ให้และพลังงานของลำไอออนที่ถูกเร่ง ถ้าให้ศักย์ไฟฟ้าที่ช่วยอย่างเหมาะสมแล้ว จะทำให้เกิดเลนส์ไฟฟ้า ซึ่งมีคุณสมบัติในการ เร่งและโฟกัสได้ดี ขั้วไฟฟ้าที่ออกแบบนั้นส่วนมาก ไม่ค่อยใช้กับศักย์ไฟฟ้าที่สูงมากนัก ดังนั้นในการ เร่งจึงแบ่งออกเป็นหลาย ๆ ขั้วไฟฟ้าเพื่อแบ่ง ศักย์ให้กระจายไปตามท่อเร่งให้มีขนาดสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นมีค่าคงที่ของแต่ละขั้วไฟฟ้า การวิจัย นี้จะศึกษาเลนส์ไฟฟ้าสถิตเพียง 3 อย่างเท่านั้น คือ แบบทรงกระบอก แบบโคอะแฟรม และแบบรูปกรวยที่วางเรียงกันระยะห่างกันเท่ากันไปตามท่อเร่ง ตามรูปที่ 3.3, 3.5, 3.6 ตามลำดับ

ขั้วไฟฟ้าแบบทรงกระบอกและแบบโคอะแฟรมนั้น หากคิดว่าศักย์ไฟฟ้ากระจายตามแนว แกน z มีค่าแล้ว จะได้ว่า

$$V(r = 0) = V_0(z) \quad 3.30$$

และถ้าเราสมมุติว่าศักย์ไฟฟ้านี้เมื่อเทียบกับจุดที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็นศูนย์แล้ว ซึ่งจะทำให้ อนุภาคมีค่าพลังงานเป็นศูนย์ ณ จุดนั้น ดังนั้น V ก็จะเป็นการวัดค่าพลังงานของอนุภาคได้ และถ้าอนุภาคมีพลังงานเท่ากับ T แล้ว ในหน่วยอิเล็กตรอนโวลต์ (electron volt) ดังนั้น อนุภาคนั้นก็จะมีค่าพลังงาน $T = -V$

ค่าศักย์ไฟฟ้าจะเป็นไปตามสมการของลาปลาซ (Laplace's equation) ซึ่งถ้าเรากระจายศักย์ไฟฟ้ารอบบริเวณที่ $r \neq 0$ แล้วจะได้

$$V = V_0 - \frac{r^2 d^2 V_0}{4 dz^2} + \frac{r^4}{64} \frac{d^4 V_0}{dz^4} - \dots \quad 3.31$$

จากฟังก์ชันข้างบนนี้เราจะทำการประมาณโดยใช้เทอมต้น ๆ เท่านั้น ทั้งนี้เพราะว่าเทอมหลัง ๆ นั้นมีค่าน้อยยิ่งยต์กึ่ง และจากสมการ 3.31 เราสามารถจะทำให้สนามไฟฟ้า \vec{E} อยู่ในแนวแกนกลางและแนวรัศมีได้เป็น

$$\begin{aligned} \vec{E}_z &= - \frac{dV_0}{dz} \hat{z} \\ \vec{E}_r &= \frac{r}{2} \frac{d^2 V_0}{dz^2} \hat{r} \end{aligned} \quad 3.32$$

และเราทราบว่า การเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนวรัศมีคือ $m\ddot{r} = e\vec{E}_r$ ซึ่งถ้าเขียนอยู่ในรูปของคิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับ z แล้วจะได้

$$m\ddot{z} \frac{dr}{dz} + mz^2 \frac{d^2 r}{dz^2} = e\vec{E}_r \quad 3.33$$

แต่ $m\ddot{z} = e\vec{E}_z = -e \frac{dV_0}{dz}$, และ $mz^2 = -ZeV$

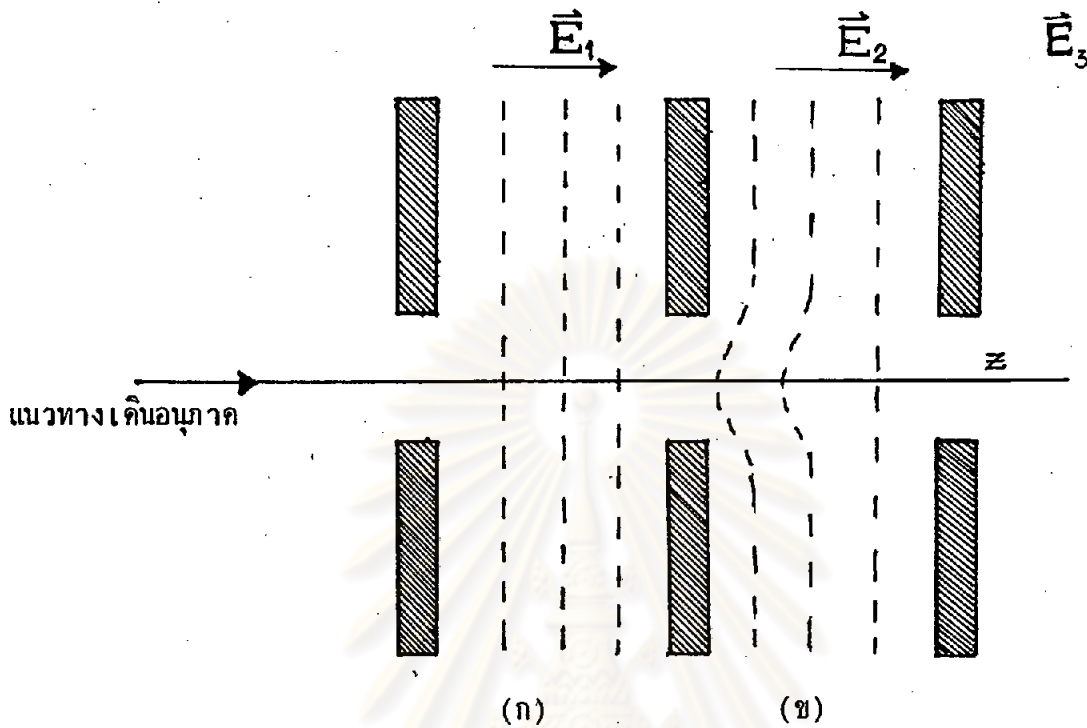
ดังนั้นสมการ 3.33 เขียนใหม่ได้เป็น

$$Vr'' + \frac{V'r'}{2} + \frac{V''r}{4} = 0 \quad 3.34$$

เมื่อไพรม์ (prime) ที่บอกไว้แต่ละคาของ r'' , V' , r' นั้นหมายถึงคิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับ z สมการ 3.34 นี้เรียกว่า สมการรังสีขนานแกน (paraxial ray equation)

จากสมการที่ 3.34 นั้น เราก็สามารถนำไปวิเคราะห์หาคำตอบได้โดยจะขึ้นอยู่กับรูปร่างของขั้วไฟฟ้าได้ ซึ่งจะกล่าวต่อไป

ก. แบบโคอะแฟรมวางขนานกัน



รูปที่ 3.3 แสดงโคอะแฟรมเลนส์ช่องเปิด (aperture lens) แสดงถึงเส้นสมทักย์สำหรับ $\vec{E}_2 > \vec{E}_1$ ซึ่งเกิดจากข้อไฟฟ้าแบบโคอะแฟรม

ข้อไฟฟ้าคงรูปที่ 3.3 นี้ทำหน้าที่เป็นเลนส์ช่องเปิด ลำโอดอนจะเดินทางจากบริเวณ ก ที่มีค่าสนามไฟฟ้ \vec{E}_z คงที่เท่ากับ \vec{E}_1 ผ่านช่องเปิดค่อนกลางไปยังบริเวณ ข ซึ่งมีค่าสนามไฟฟ้ \vec{E}_z คงที่เท่ากับ \vec{E}_2 การเรงและการโฟกัสจะเกิดขึ้นตรงบริเวณช่องเปิดค่อนกลาง ซึ่งจะเห็นว่าสนามไฟฟ้ $\vec{E}_2 > \vec{E}_1$ ค้งนั้น อนุภาคจะถูกค้งมาย้งสนามไฟฟ้ \vec{E}_2 ตามลักษณะของเรงตามแนวแกน z คือ $\vec{F} = e\vec{E}_z$ และถ้คองจาก \vec{E}_2 และย้งมี $\vec{E}_3 > \vec{E}_2$ อี้กแล้วอนุภาคก็จะถูกค้งไปเรื่อย ๆ จนด้งข้อไฟฟ้ันสุดท้ยก็จะมีค้พลังงานสูงที่สุด ทั้งนี้ \vec{E}_1, \vec{E}_2 จะเป็นบวกหรือลบคองขึ้นอยู่ก้ว่าจะทำการเรงอนุภาคอะไร ถ้ในกรณีที่จะเรงอนุภาคบวกหรือโปรตอนแล้วสนามไฟฟ้ \vec{E}_2 คองเป็นลบมากกว่า \vec{E}_1 อนุภาคจ้งจะเคลื่อนที่ไปได้ แต่ถ้เป็นอิเล็กตรอนแล้วก็คองทำให \vec{E}_2 คองเป็นสนามไฟฟ้บวกมากกว่า \vec{E}_1

ขณะเดียวกันก็จะมี การ โฟกัส ณ ช่องเปิดที่เลนส์นึ่งกลางด้วย และขอบเขตของ การ โฟกัสจะสั้นและการซัดตามแนวรัศมีของอนุภาคไม่เปลี่ยนแปลงมากนักขณะที่ผ่านตลอด ขอบเขตนี้ ในกรณีนี้เราจะเขียนสมการ 3.34 ให้เหมาะสมกับกรณีนี้ได้

$$\frac{d}{dz}(r'V) + r \frac{d^3}{dz^3} \left(\frac{V'}{2} \right) = 0 \quad 3.35$$

และโดยการพิจารณาว่า r คงที่โดยประมาณ ดังนั้น ถ้าเราอินทิเกรต (integrate) สมการ 3.35 จะได้ความสัมพันธ์ออกมาคือ

$$\left(r'V + \frac{rV'}{4} \right)_{\text{ก่อน}} = \left(r'V + \frac{rV'}{4} \right)_{\text{หลัง}} \quad 3.36$$

และเราทราบว่าตอนแรกอนุภาคเดินทางขนานกับแกน z จะได้ค่า r' ตอนแรก(ก่อน) มีค่าเป็นศูนย์ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= -\left(\frac{r'}{r} \right)_{\text{หลัง}} = \frac{V'_{\text{หลัง}} - V'_{\text{ก่อน}}}{4V} \\ &= \frac{\vec{E}_2 - \vec{E}_1}{4T} \end{aligned} \quad 3.37$$

เมื่อ V เป็นศักย์ไฟฟ้าของโคอะแฟรมนึ่งกลาง และ f คือค่าความยาวโฟกัสของระบบ จากสมการที่ 3.37 แสดงว่า ในกรณีสนามการเร่ง แล้ว $\vec{E}_2 > \vec{E}_1$ แล้วเลนส์จะทำหน้าที่รวมลำของอนุภาค และถ้าสนามไฟฟ้า $\vec{E}_1 > \vec{E}_2$ แล้วเลนส์จะทำหน้าที่กระจายลำอนุภาค แต่ถ้าในกรณีสนามหน่วงแล้วจะกลับกัน

ข. แบบทรงกระบอกวางเรียงกันโดยมีแกนรวมกัน เลนส์ไฟฟ้าสถิตจะเกิดขึ้นระหว่างขอบเขตของทรงกระบอกด้านใกล้กัน ดังรูปที่ 3.4 ก และถ้าเขียนกราฟระหว่าง V, V' และ V'' กับแกนของระบบจะได้ดังรูปที่ 3.4 ข เนื่องจากว่าอนุภาคเดินทางจากบริเวณที่สนามเป็นศูนย์ผ่านเลนส์ และเข้าไปข้างในบริเวณที่มีสนามเป็นศูนย์อีก ในกรณีเช่นนี้สมการรังสีขนานแกน 3.34 เขียนได้เป็น

$$\frac{d}{dz}(r'V^{1/4}) + \frac{1}{4} \frac{d}{dz}(rV^{-3/4}V') + \frac{3}{16}rV'^2 V^{-7/4} = 0 \quad 3.38$$

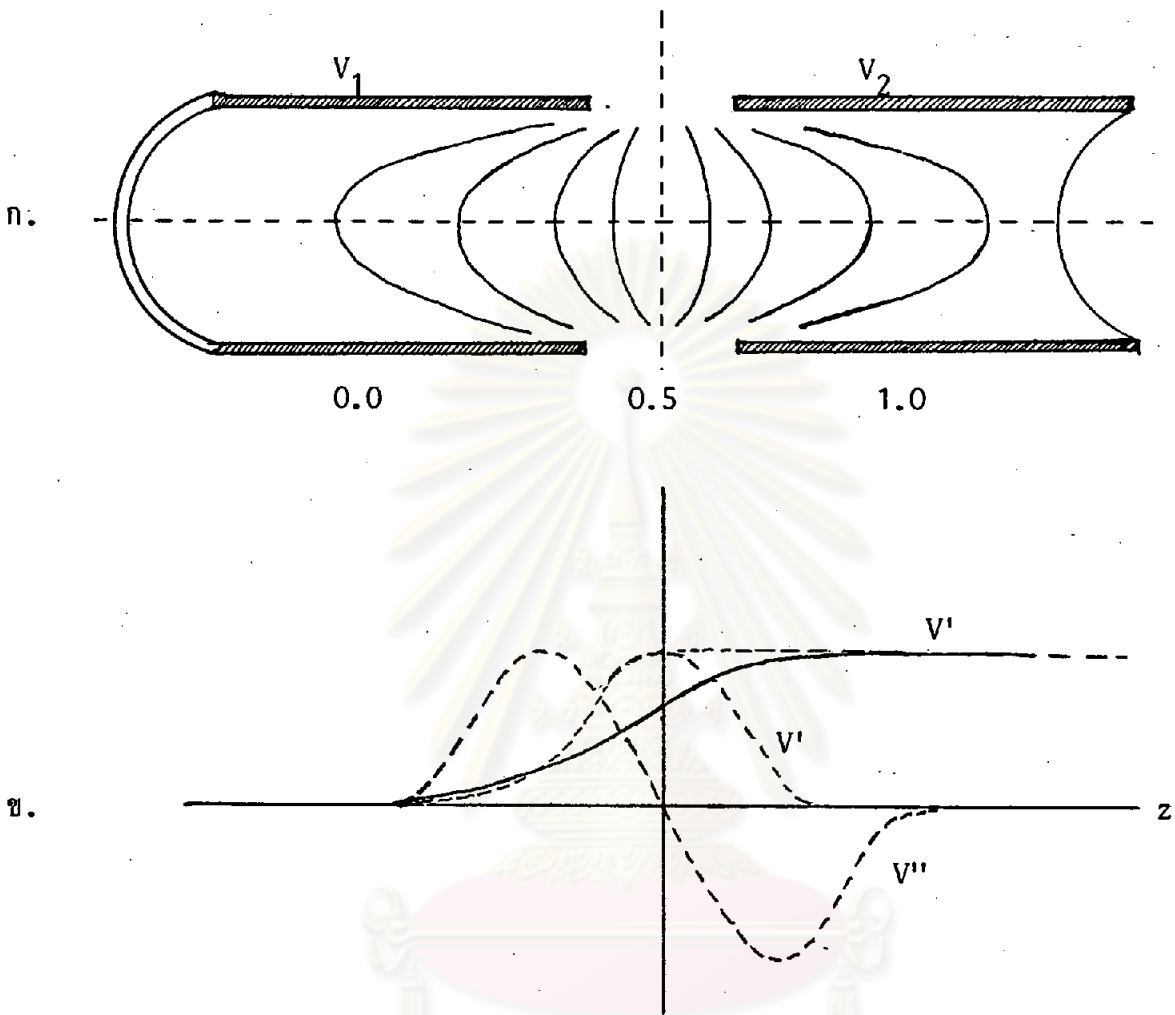
เมื่ออินทิเกรตสมการ 3.38 นี้ระหว่างจุดเข้าและจุดออกตลอดเส้นสจะพบว่าเทอม V' เป็นศูนย์ ดังนั้นสมการจะเป็น

$$(r'V^{1/4})_{\text{หลัง}} - (r'V^{1/4})'_{\text{ก่อน}} = -\frac{3}{16} \int_{\text{เข้า}}^{\text{ออก}} r'V^2 V^{-7/4} dz \quad 3.39$$

เหมือนกรณีแรก การซัดในแนวรัศมี r จะไม่เปลี่ยนแปลงมากนักระหว่างทางผ่านโดยตลอดขอบเขตการโฟกัส ถ้า V_1 กับ V_2 ต่างกันไม่มากนักความต่างศักย์ระหว่างทรงกระบอกมีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับค่าสมบูรณ์ของ V ถ้าค่า r' ตอนแรกเป็นศูนย์ สมการ 3.39 จะเขียนอย่างประมาณได้

$$\frac{1}{f} = -\frac{r'_{\text{หลัง}}}{r_{\text{ก่อน}}} = +\frac{3}{16}(\text{ค่าเฉลี่ยของ } \frac{V'^2}{V^2}) \quad 3.40$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

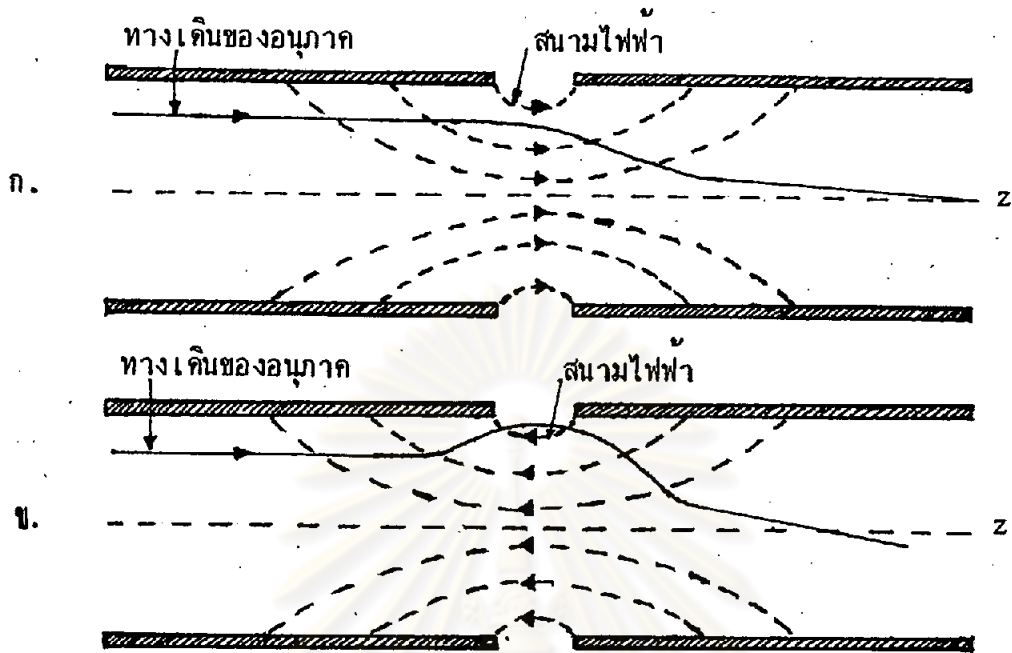


รูปที่ 3.4 ก) แสดงไตอะแกรมของเส้นสมตักย์ที่เกิดจากเลนส์ไฟฟ้าสถิตของ
ขั้วไฟฟ้าแบบทรงกระบอก

ข) แสดงไตอะแกรมของการเขียนกราฟ V , V' , V'' กับ
ระยะทางตามแนวแกน z ของเลนส์ไฟฟ้าสถิตที่เกิดจากขั้ว
ไฟฟ้าทรงกระบอก

ลักษณะทางเดินของอนุภาคตลอดเลนส์การเร่งและการหน่วง แสดงดังรูปที่ 3.5

ก และ ข



รูปที่ 3.5 ก. แสดงลักษณะทางเดินของอนุภาคในการเร่ง
ข. แสดงลักษณะทางเดินของอนุภาคในการหน่วง

ในเลนส์การเร่ง (accelerating lens) สนามรอบ ๆ ช่องว่างจะบังคับอนุภาคไปทางคานในขณะมันเข้าใกล้ช่องว่าง ที่บริเวณช่องว่างมันจะถูกเร่งและสนามตามแนวรัศมีซึ่งอ่อนกว่าตามแนวแกนจะผลักมันออก เนื่องจากความเร็วของอนุภาคสูงมากและสนามตามแนวรัศมีมีอ่อนกว่าสนามตามแนวแกน การผลักมันออกจึงมีผลน้อยมาก เมื่อเทียบกับคอนเบนเข้าตอนเริ่มต้น ดังนั้นมันจะพุ่งออกจากเลนส์ด้วยความเร็วโดยมีความเร็วในแนวรัศมีที่เข้าทางคานใน

ในการหน่วง (decelerating lens) อนุภาคจะถูกดึงออกไปจากแกนขณะมันเข้าใกล้ช่องว่าง มันผ่านช่องว่างออกมาด้วยความเร็วที่ลดลงและเข้าไปในสนามการโฟกัสที่แรงกว่าตอนก่อนเข้า และมันจะออกจากเลนส์ด้วยความเร็วที่มีความเร็วในแนวรัศมี

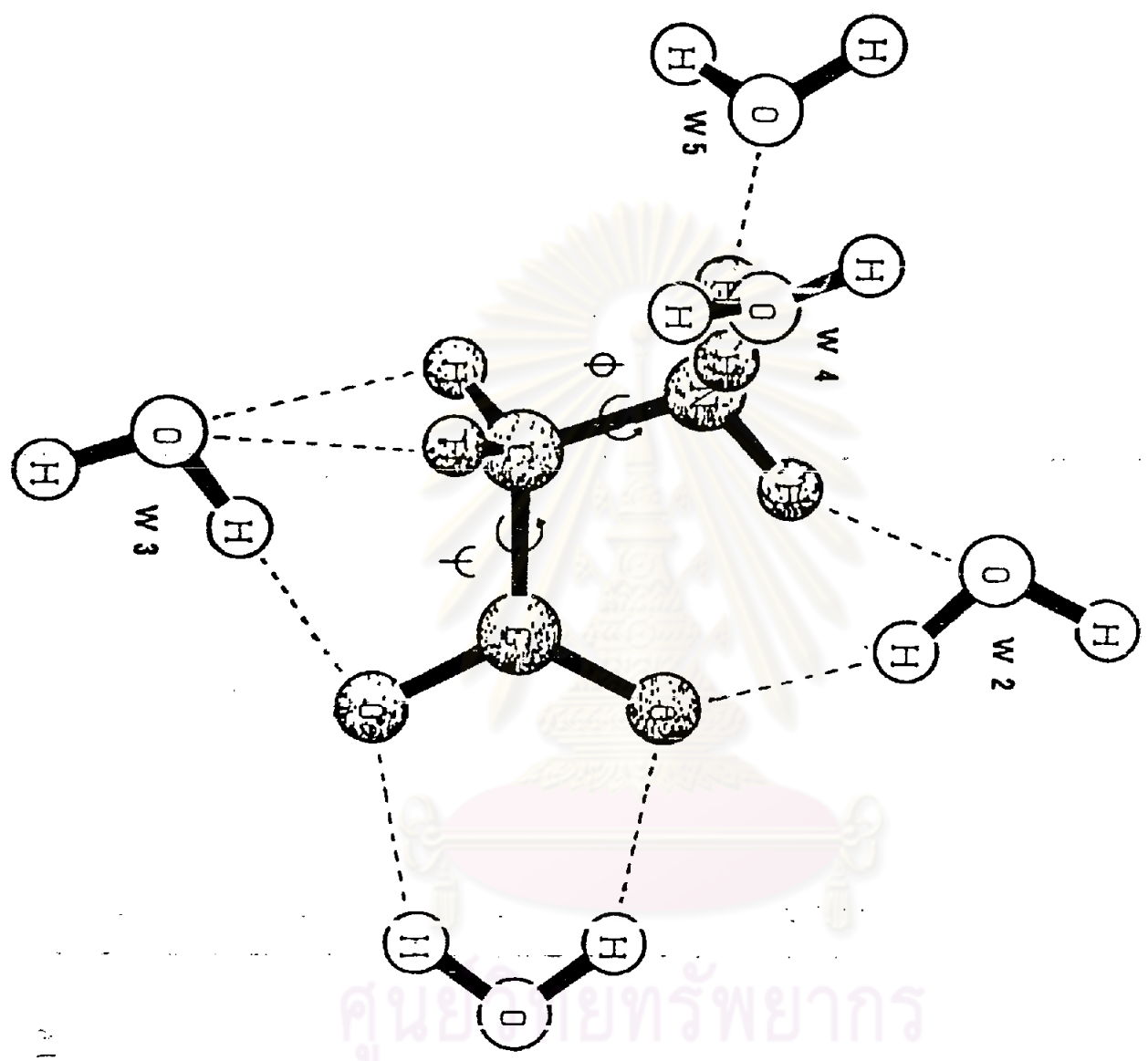
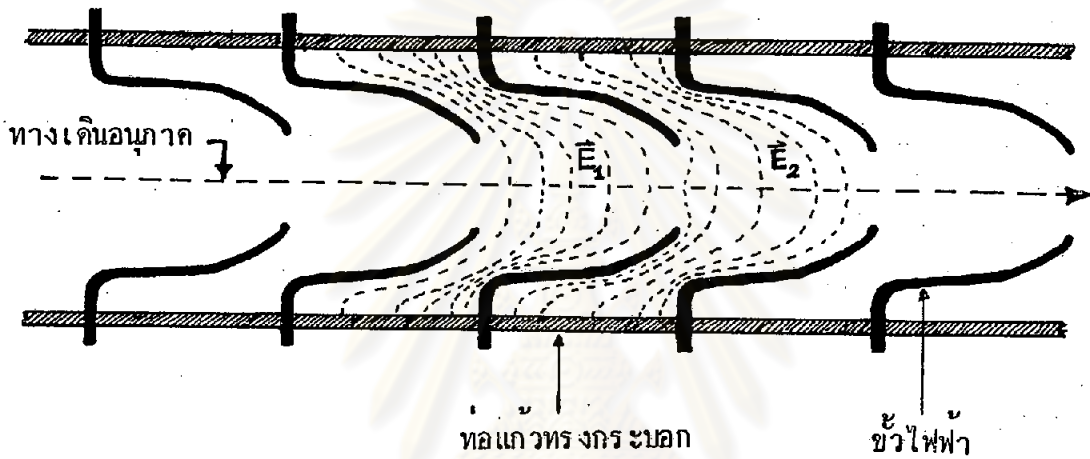


Figure 1

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค. แบบทรงกรวยกลมปลายตัดวางเรียงกันโดยมีแกนรวมกัน ลักษณะขั้วไฟฟ้าลักษณะนี้มีลักษณะแตกต่างจากทั้งสองชนิดที่กล่าวมา เมื่อพิจารณาขั้วไฟฟ้าชนิดนี้จะมีลักษณะดังรูปที่ 3.6 คือผิวของขั้วไฟฟ้าแต่ละอันจะมีลักษณะคล้ายกรวยและตรงช่องเปิดตรงกลางนั้นจะมีรูปร่างของขั้วไฟฟ้าคล้ายกับเลนส์ไฟฟ้าสถิตชนิดที่ 1 ที่กล่าวมาแล้ว ทั้งนี้เพื่อจุดประสงค์ให้สนามไฟฟ้าตรงบริเวณที่อนุภาควิ่งผ่านช่องเปิดให้มีค่าคงที่และเป็นระเบียบ

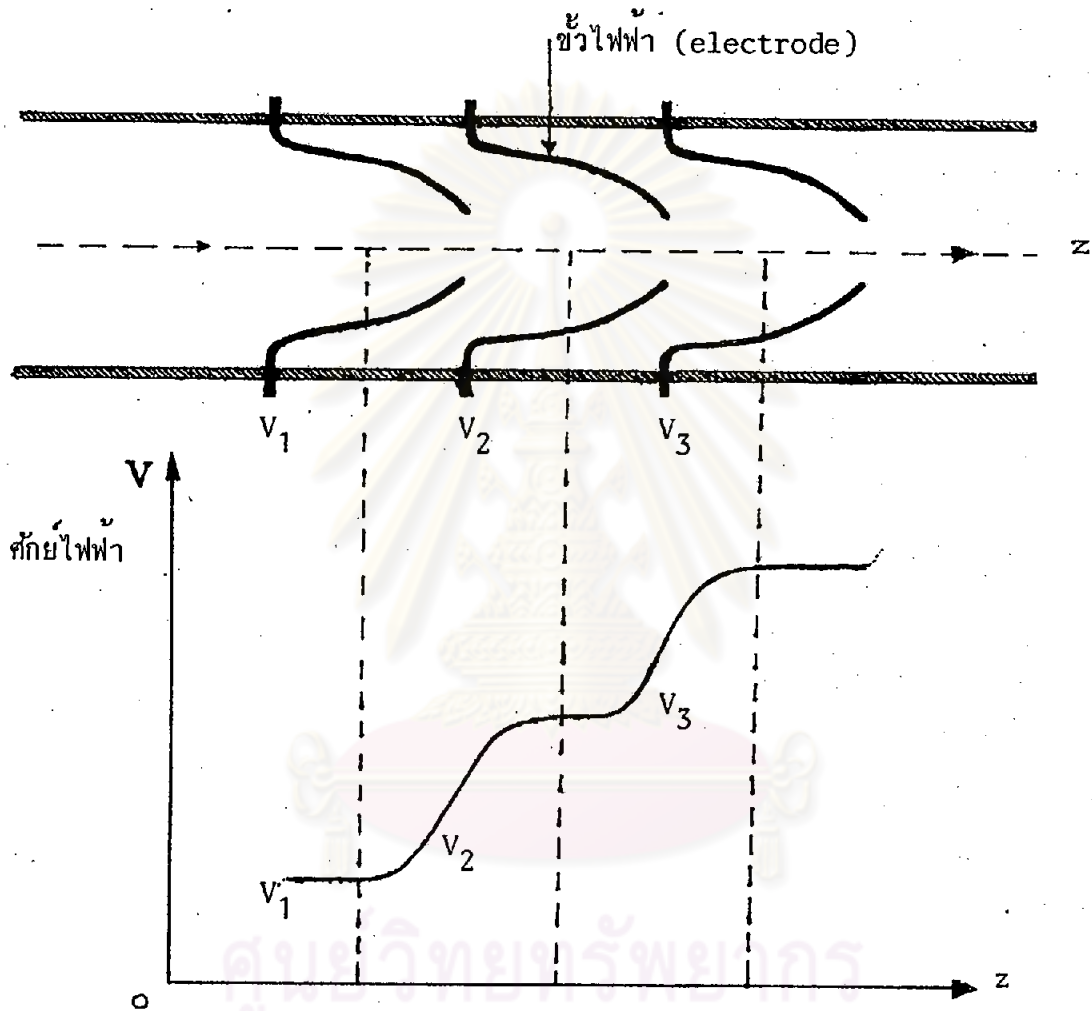


รูปที่ 3.6 แสดงลักษณะขั้วไฟฟ้าทรงกรวย (cone) ปลายตัดภายในท่อเร่ง

ลักษณะการเร่งอนุภาคของเลนส์ไฟฟ้าสถิตชนิดนี้จะมีลักษณะคล้าย ๆ กับเลนส์ไฟฟ้าสถิตชนิดแรก คือ บริเวณใกล้ ๆ ช่องเปิดตรงกลางจะมีค่าสนามไฟฟ้ามีค่าคงที่และเป็นระเบียบ ดังนั้นอนุภาคจะถูกเร่งจาก E_1 ไปยัง E_2 ทั้งนี้เพราะว่าแรงเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่ E_2 $F = qE_1$ หรือ $F = qE_2$ ในกรณีนี้ $E_1 = E_2$ ที่มีค่าคงที่กระทำต่ออนุภาคตลอดแนวท่อเร่ง

และถ้าเราพิจารณาความกว้างของเลนส์ไฟฟ้าสถิตชนิด ก เฉพาะด้านในแล้ว จะเห็นว่าเป็นเลนส์ไฟฟ้าสถิตที่มีขนาดหนาเท่ากับความยาวของเลนส์ไฟฟ้าสถิตนี้

หรือถ้าพิจารณาอีกอย่างคือให้ศักย์ไฟฟ้าแก่ขั้วไฟฟ้าของเลนส์ไฟฟ้าสถิตนี้มีค่า V_1 , V_2 ตามลำดับ แล้ว โดยที่ $V_2 > V_1$ และ V_1, V_2 มีค่าคงที่เสมอหรือเป็นศักย์ไฟฟ้าที่ได้จากไฟฟ้ากระแสตรง เราก็จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง V_1 และ V_2 ตามรูปที่ 3.7 ได้



รูปที่ 3.7 กราฟแสดงค่าศักย์ไฟฟ้าบนขั้วไฟฟ้าแบบกรวย V_1, V_2 และ V_3 อย่างคร่าวๆ

เมื่อลำอนุภาควิ่งผ่านเข้าไปในช่องเปิดตรงกลางในแนว z แล้ว ความเร็วของอนุภาคจะแปรเปลี่ยนไปตาม $V_2 > V_1$ ดังนั้นเลนส์ไฟฟ้าสถิตชนิดนี้ก็จะทำการเร่งอนุภาคขึ้นให้มีค่าพลังงานสูงขึ้น

ลักษณะของเลนส์ไฟฟ้าชนิดนี้ลักษณะการโฟกัสจะมีลักษณะคล้าย ๆ กับเลนส์ไฟฟ้าแบบโคอะแฟรม โดยมีค่า (4 , ๕)

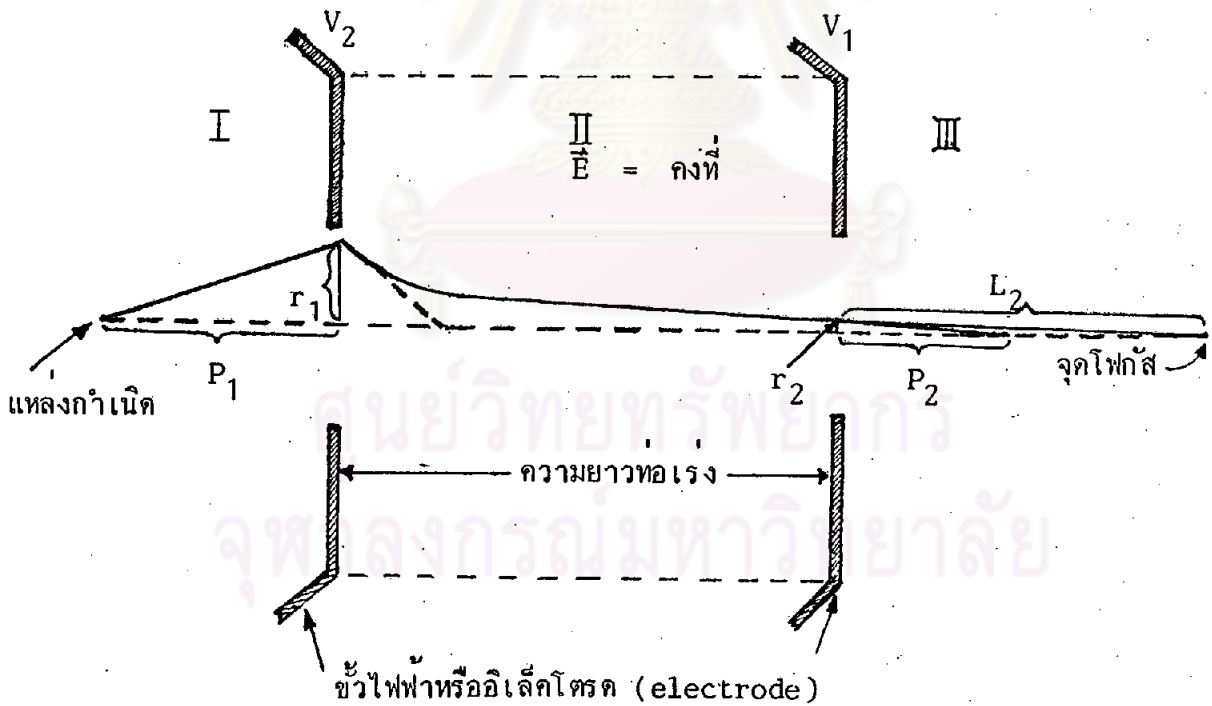
$$f = \frac{4V}{|\vec{E}_2 - \vec{E}_1|} \quad 3.41$$

f = ความยาวโฟกัส

V = ศักย์ไฟฟ้าของเลนส์ไฟฟ้าสถิตเมื่อเทียบกับศูนย์ ณ ที่อนุภาคมีค่าพลังงานเท่ากับศูนย์

$|\vec{E}_2 - \vec{E}_1|$ = ความแตกต่างสนามไฟฟ้าของเลนส์ไฟฟ้าสถิตที่อยู่บนท่อ เร่งเมื่อ $E_2 > E_1$

และลักษณะการโฟกัส สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าที่เกิดจากเลนส์ไฟฟ้าสถิตชนิดนี้ ดูได้จาก รูปที่ 3.7



รูปที่ 3.8 แสดงถึงลักษณะการโฟกัสด้วยเลนส์ไฟฟ้าสถิตแบบรูปกรวยปลายตัด (4, 5)

จากรูปที่ 3.8 เราจะแบ่งช่องต่าง ๆ ออกเป็น 2 ช่วง คือ ช่วงก่อนเข้าท่อเร่งอนุภาคมีค่าสนามไฟฟ้า $E = 0$ ช่วงที่มีสนามไฟฟ้า E คงที่ ตลอดแนวความยาวท่อเร่ง และช่วงที่ 3 ซึ่งมีสนามไฟฟ้า E เท่ากับ 0 เช่นกัน เป็นช่วงที่อนุภาคที่ถูกเร่งออกจากท่อเร่งไปรวมกันที่จุดโฟกัส โดยที่ตอนแรกเริ่มจากอนุภาคมีค่าพลังงานเป็นศูนย์ อยู่ห่างจากท่อที่ทางเข้าเท่ากับ P_1 และที่ทางขจัดนี้เลนส์ไฟฟ้าสถิตจะมีลักษณะเป็นเลนส์รวมอนุภาคใหม่ทางเคินแครบลง (converge) และหลังจากนั้นแนวทางเคินของอนุภาคจะมีลักษณะเป็นพาราโบลา (parabola) ตลอดแนวตัวของท่อเร่งซึ่งมีค่าสนามไฟฟ้า E คงที่ จะไปทะลุออกที่เลนส์ไฟฟ้าสถิตอันสุดท้ายที่อยู่ปลายสุดของท่อซึ่งเลนส์ไฟฟ้าสถิตนี้จะทำหน้าที่บีบลำอนุภาคให้เบนเข้าหากัน (converge) และจะไปรวมกันที่จุดโฟกัสเป็นจุดสุดท้ายซึ่งห่างจากเลนส์ไฟฟ้าสถิตอันสุดท้ายเท่ากับ L_3 และลำของอนุภาคที่ถูกเร่งออกมานั้นจะให้จุดโฟกัส ณ จุดใด ๆ นั้นจะได้ออกมาในทางทฤษฎีเท่านั้น เพราะว่าในทางปฏิบัติแล้วลำอนุภาคจะมีความเข้มสูงและพลังงานสูงมากและอนุภาคจะมีประจุชนิดเดียวกันจะรวมกันเป็นจุดนั้นเป็นไปได้ยากมาก ส่วนมากจะเป็นลำขนาดเล็ก ๆ เส้นผ่าศูนย์กลาง 1 ถึง 2 มิลลิเมตร ขนานไปตามแกนกลางของท่อเร่งในส่วนโฟกัสเท่านั้น (1, 4, 5, 10)

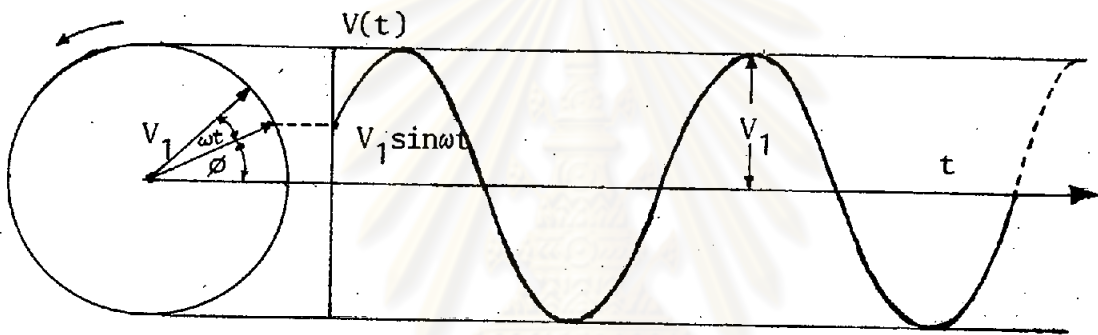


3.6 ทฤษฎีเกี่ยวกับการแปลงศักย์ไฟฟ้าให้สูงขึ้นแบบทวีคูณ (voltage multiplier)

พิจารณาแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับที่มีแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของไซน์ (sine function) ของเวลา t ถ้าเราให้ $V(t)$ เป็นค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าขณะเวลา t ใด ๆ จะได้สมการเป็น

$$V(t) = V_1 \sin(\omega t + \phi) \quad 3.42$$

เมื่อเอาสมการที่ 3.42 มาเขียนเป็นกราฟจะได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.9 แสดงความสัมพันธ์ของ $V(t)$ กับเวลา t ใด ๆ ของไฟฟ้ากระแสสลับ

โดยที่ V_1 คือค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงสุดของ $V(t)$ เรียกว่าแอมพลิจูดโวลเตจ (amplitude voltage)

$\omega t + \phi$ คือมุมเฟสของ $V(t)$ เมื่อเวลา t

ϕ คือมุมเฟสเริ่มต้นที่เวลา $t = 0$

$$V(0) = \sin \phi \quad 3.43$$

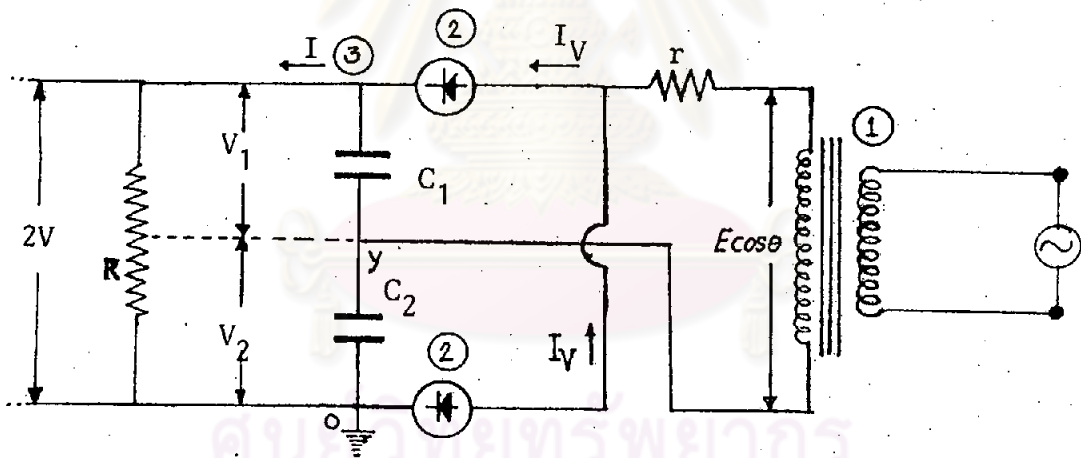
$$\omega = \text{อัตราเร็วเชิงมุมของเฟส}$$

เมื่อเคลื่อนที่ได้ 1 รอบ $\theta = 2\pi$ เวลาที่ใช้เท่ากับ T จะได้

$$\omega = \frac{\theta}{T} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

โดยที่ f คือค่าความถี่ของกระแสไฟฟ้าสลับ แสดงว่าค่าศักย์ไฟฟ้าของกระแสไฟฟ้าสลับนี้มีค่าสูงสุดต่ำสุดสลับกันไป ใน 1 รอบของการเคลื่อนที่ คือเป็นทั้งบวกและลบสลับกัน

จากหลักของกระแสไฟฟ้าสลับนั้นเราสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแปลงศักย์ไฟฟ้าให้สูงขึ้นได้ โดยวิธีการต่อเข้ากับตัวเก็บประจุ (condenser) และตัวเรียงกระแส (diode) ดังรูปที่ 3.10

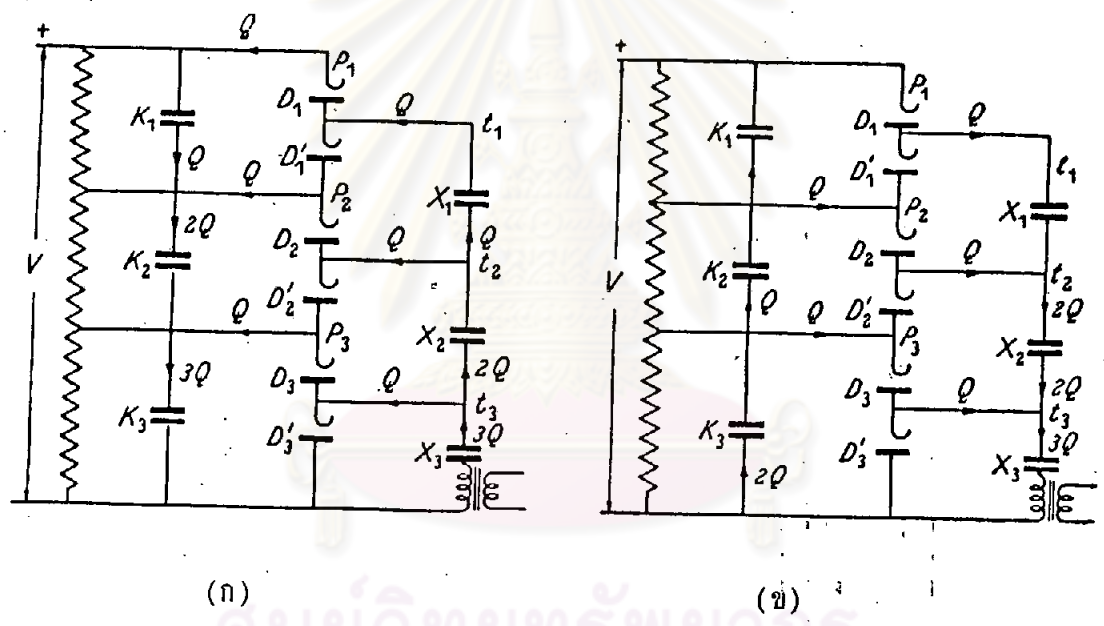


รูปที่ 3.10 แสดงการต่อแหล่งกำเนิดไฟฟ้ากระแสสลับการตัวเก็บประจุแล้ว ทำให้ศักย์ไฟฟ้าเพิ่มเป็น 2 เท่า

จะเห็นว่าจากจุดที่ 1 นั้นเป็นหม้อแปลง (transformer) ที่ให้ศักย์ไฟฟ้าค่าหนึ่งคือ $E \cos \theta = V_1$ และถ้าเราต่อเอาพุท (out put) ของหม้อแปลงเข้ากับตัวเรียงกระแสและตัวเก็บประจุดังรูปที่ 2 แล้วจะทำให้ได้ค่าศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวเก็บประจุ

แต่ละตัวมีค่าเป็น V_1 และ V_2 และถ้าค่าความจุ C_1 และ C_2 ของตัวเก็บประจุ ทั้งสองมีค่าเท่ากันแล้วศักย์ไฟฟ้าที่เป็นผลรวมที่ออกมาจากจุดที่ 3 เทียบกับจุดที่ 0 เมื่อ ทดลองคืน ($V = 0$) แล้วจะให้ศักย์ไฟฟ้ามีค่าเป็น $2V$ ซึ่งเป็น 2 เท่าของศักย์ไฟฟ้า ที่ออกมาจากหม้อแปลงและศักย์ที่ได้นั้นเป็นศักย์ไฟฟ้ากระแสตรง ทั้งนี้เนื่องจากวงจรใดต่อเชื่อมกับ ตัวเรียงกระแสที่ตำแหน่ง 2 ค่าย

จากลักษณะอย่างนั้นถ้าเรามีการเพิ่มจำนวนของตัวเก็บประจุและตัวเรียงกระแสแล้ว จะทำให้ได้ศักย์ไฟฟ้าที่ออกมามีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งแสดงในรูปที่ 3.11 ซึ่งเราเรียกว่า



รูปที่ 3.11 แสดงการ ทดลองวงจรไฟฟ้าให้ได้ศักย์ไฟฟ้าแบบทวีคูณ

วงจรไฟฟ้าแบบศักย์ทวีคูณ (voltage multiplier circuit)

จากการทดลองดังรูปที่ 3.11 จะเห็นว่าตัวเก็บประจุ k_1, k_2 และ k_3 ต่ ออนุกรมกันซึ่งแต่ละตัวมีค่าความจุเท่ากับ C และตัวเก็บประจุ x_1, x_2 และ x_3 ต่อกัน อย่างอนุกรมซึ่งแต่ละตัวมีความจุเท่ากับ C เหมือนกัน และตรงกลางจะมีตัวเรียงกระแสต ออนุกรมกัน แต่ละขั้วของตัวเรียงกระแสจะต่อกับขั้วของตัวเก็บประจุ k และ x สลับกันไป

ดังรูปที่ 3.10(ก), (ข) และที่ตัวเก็บประจุ x_3 นั้นจะต่อกับหม้อแปลงไฟฟ้าสัณฐานสูง กระแสสลับ โดยต่อกับเอาพุทของหม้อแปลงที่มีค่าสัณฐานไฟฟ้าเท่ากับ V

เมื่อหม้อแปลงไฟฟ้าให้ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงสุด $\frac{V}{2}$ (ครึ่งรอบ) และเป็น สัณฐานไฟฟ้าลบแล้วตัวเก็บประจุ x_3 จะเก็บประจุและดึงประจุมาอีก $\frac{V}{2}$ โดยดึงผ่านมา ทาง D'_3 ทำให้อัตราศักย์ไฟฟ้าที่ t_3 จะมีค่าสลับไปมาระหว่าง 0 กับ V เมื่อ t_3 มีค่าสัณฐานไฟฟ้า V แล้ว ตัวเก็บประจุ k_3 ก็จะเก็บประจุผ่าน D_3 ซึ่งขณะเดียวกันก็ทำ ให้ศักย์ไฟฟ้าของ t_3 ลดลงอีกครั้งหนึ่งก็ทำให้ศักย์ไฟฟ้าของ t_2 ลดลงไปด้วย นั่นคือ P_3 และ x_2 จะทำการประจุผ่าน D'_2 ดังนั้นเมื่อ k_1, k_2, k_3, x_1, x_2 และ x_3 ทั้งหมดเก็บประจุได้ทำให้เกิดความต่างศักย์เท่ากับ V แล้ว ประจุก็จะมีการสูญเสีย ไปทาง k_1 ซึ่งต่อเชื่อมกับค่าความต้านทาน $3R$ คร่อม k_1, k_2 และ k_3 และ อีกครึ่งรอบหลังก็จะมีประจุอีกครั้งหนึ่ง แต่ทิศทางจะตรงข้ามกับตอนแรกตามรูปที่ 3.11(ข) ดังนั้นใน 1 รอบของคาบเวลา T แล้วประจุไฟฟ้า (Q) มีค่าเท่ากับ $\frac{ET}{R}$ ดังนั้นเมื่อ k_2 ใต้รับประจุเท่ากับ $2Q$ แล้ว และถ้าไม่คิดการสูญเสียพลังงานของหม้อแปลงแล้วจะ ทำให้ k_3 มีค่าประจุเท่ากับ $3Q$ และหม้อแปลงก็จะให้กำลังในระหว่างเวลานี้เท่ากับ $3 \frac{QE}{2}$

การประจุอีกครั้งหนึ่งในครึ่งหลังตามรูปที่ 3.11(ข) นั้น D'_1, D'_2 และ D'_3 จะ มีการประจุในทิศทางตรงข้ามกับตอนแรก เมื่อเทียบกับหม้อแปลง ซึ่งทำให้ k_2 ภายเท ประจุ Q ไปยัง x_1 และ k_3 ก็จะถ่ายเทประจุ $2Q$ และผลสุดท้ายที่หม้อแปลง ก็ยังคงมีค่าประจุเท่ากับ $3Q$ เช่นตอนแรก

ลักษณะการต่อแบบนี้เรียกว่าการต่อแบบขั้น (stage) ซึ่งใน 1 ขั้นจะมีตัวเก็บ ประจุ 2 ตัว และตัวเรียงกระแส 2 ตัว

ดังนั้นจากรูปที่ 1(a) และ 1(b) จะเห็นว่าค่าความต่างศักย์ที่อยู่ระหว่างขั้ว ของ k_1 กับ k_3 นั้นมีค่าเท่ากับ V โดยที่ความต้านทานที่ต่อคร่อมกับ k_1, k_2 หรือ k_3 เท่ากับ R ดังนั้นค่าความต้านทานทั้งหมดมีค่าเป็น $3R$ โอห์ม

และถ้าเราคิดเฉพาะความต่างศักย์ V ที่คร่อมอยู่ระหว่าง k_3, k_2 หรือ k_1 แล้วจะได้

$$V_1 = IR, \quad V_2 = IR, \quad V_3 = IR \quad 3.44$$

โดยให้ I คือกระแสไฟฟ้าที่ได้จากหม้อแปลงมีค่าคงที่ เมื่อเราคิดทั้งหมดจะได้

$$V = I(3R) = 3IR \quad 3.45$$

เมื่อเทียบสมการที่ 3.43 กับ 3.45 แล้วจะได้

$$V = 3V_1$$

และถ้าสมมติว่าเราต่อวงจรไฟฟ้าแบบนี้แล้ว เราให้ n เท่ากับจำนวนของชั้น (stage) แล้วจะได้ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าออกมาดังนี้คือ

$$V = 2nV_1 \quad 3.46$$

โดยที่ $V_1 =$ ความต่างศักย์ที่ได้จากหม้อแปลง

$n =$ จำนวนชั้น (stage) ที่ต่อกัน

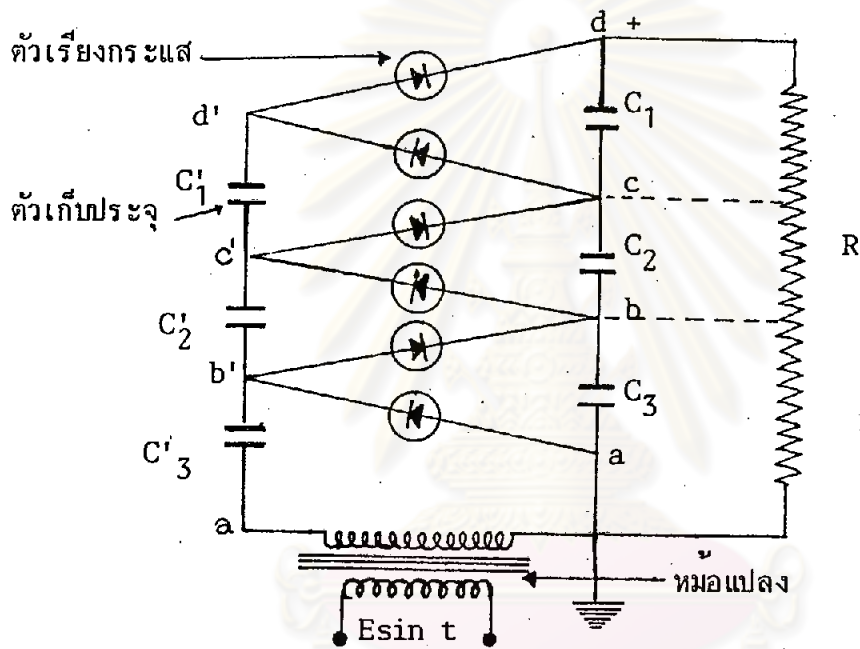
$V =$ ค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ได้ออกมาทั้งหมด (ยังไม่คิดค่าความสูญเสียเนื่องจากการรบกวนซึ่งอาจจะมี)

จากสมการที่ 3.46 นั้น เรายังไม่ได้คิดการสูญเสียของศักย์ไฟฟ้าเลย ดังนั้นถ้าเราจะพิจารณาการสูญเสียแล้วซึ่งเกิดในระหว่างการประจุ (charge) และถ่ายประจุ (discharge) ของตัวเก็บประจุในช่วงเวลา 1 รอบ แล้วจะได้

$$\begin{aligned} \delta V &= \frac{Q}{C} + \frac{2Q}{C} + \dots + \frac{nQ}{C} \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{ET}{CR} \end{aligned} \quad 3.47$$

ซึ่งความจริงแล้วสมการ 3.47 นี้จะต้องเอาไปหักออกจากสมการที่ 3.46 ถึงจะได้ค่าศักย์ไฟฟ้าที่ออกมาได้ถูกต้อง

อย่างไรก็ตามการต่อวงจรดังรูปที่ 3.11 นั้น ถ้าเราจะพิจารณาคู่อีกกรณีหนึ่งซึ่งอธิบายการทำงานของวงจรอีกอย่างหนึ่งแต่การต่อวงจรนั้นเหมือนกัน ซึ่งการต่อแบบนี้เป็นที่รู้จักทั่ว ๆ ไปว่า เป็นหลักการของคอกครอฟและวอลตัน (Cockroft & Walton principle) ซึ่งลักษณะการต่อวงจรก็เป็นไปตามรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 แสดงการต่อวงจรเพื่อให้ได้ศักย์ไฟฟ้าแบบทวีคูณแบบ Cockroft และ Walton

จากรูปที่ 3.12 ถ้าให้กระแสไฟฟ้า I ไหลจาก d แล้วจะทำให้ตัวเก็บประจุ C_1, C_2 และ C_3 เกิดการคายประจุและทำให้ตัวเก็บประจุแต่ละตัวมีค่าความต่างศักย์ลดลงไปเท่ากับ It/C โดยที่ C หมายถึงความจุของตัวเก็บประจุแต่ละตัว I หมายถึงค่าของกระแสไฟฟ้าเฉลี่ยในเวลา t และให้ f คือค่าความถี่ของกระแสไฟฟ้าจากหม้อแปลง ดังนั้นในช่วงเวลา $1/f$ ความต่างศักย์ที่ลดลงก็จะมีค่าสัมพันธ์

กับประจุที่ถ่ายเทออกไป แต่ประจุก็ยังคงอยู่ในตัวเก็บประจุ ทั้งนี้เพราะว่าการถ่ายเทประจุกับการรับประจุของตัวเก็บประจุจะมีค่าเท่า ๆ กันในเวลาเดียวกัน จึงทำให้เสมือนประจุคงที่ในตัวเก็บประจุ ดังนั้นประจุที่ถ่ายเทจากจุด d ก็จะถูกแทนที่โดยประจุที่มาจากตัวเก็บประจุ C_1 ผ่านตัวเรียงกระแสในทิศทาง $d'd$ โดยที่ d' จะเป็นบวกเมื่อเทียบกับ d ทั้งนี้จะเกิดได้เมื่อ a' ต้องมีศักย์เป็นบวกมาก ๆ เมื่อเทียบกับ a และในการประจุ (charge) และถ่ายประจุแต่ละครั้งจะมีค่าเท่ากับ I/f

ในการประจุครั้งรอบต่อไปนี้ประจุ I/f ก็จะมาจกตัวเก็บประจุ C_2 ผ่านตัวเรียงกระแส cd' แล้วตัวเก็บประจุ C_2 ก็จะมีการสูญเสียคาประจุไปเท่ากับ I/f ดังนั้นใน 1 รอบประจุขนาด $2I/f$ ก็จะผ่านไปตามทิศทาง ad และปริมาณนี้ก็จะเท่ากับปริมาณประจุที่ได้จาก C_1 ในขณะเดียวกันนี้ตัวเก็บประจุ C_2 จะสูญเสียประจุไปเท่ากับ $2I/f$ และตัวเก็บประจุ C_3 กับ C_3 ก็จะมีการถ่ายเทประจุและรับประจุมีค่าเท่ากับ $3I/f$ ดังนั้นเมื่อเราเทียบความต่างศักย์ระหว่างจุด c และ d แล้วก็จะมีความต่างกันเท่ากับ $I/f, C$ โวลต์ และระหว่างจุด c กับ b มีความต่างศักย์ bc มีค่าเท่ากับ I/fC โวลต์ และระหว่างจุด ab ก็มีความต่างศักย์เท่ากับ I/fC เมื่อเทียบกับความต่างศักย์ระหว่าง da แล้วจะได้ความต่างศักย์เท่ากับ $I/fC + I/fC + I/fC = 3I/fC$ ซึ่งจะเห็นว่าเพิ่มเป็น 3 เท่าจากเดิม เหมือนกรณีแรกที่ได้อธิบายมาแล้ว และศักย์ไฟฟ้า ad โดยที่ d จะเป็นศักย์บวกหรือลบเมื่อเทียบกับ a นั้นย่อมขึ้นอยู่กับว่าการต่อตัวเรียงกระแสมีทิศทางอย่างไร ทั้งนี้ย่อมขึ้นอยู่กับการใช้งาน

เมื่อคิดการสูญเสียศักย์ไฟฟ้า หรือ การรบกวนที่จะทำให้ศักย์เอาพุทที่ออกมามีค่าลดลงแล้วเราก็คิดจาก

$$\delta V = \frac{I}{f} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{2}{C_2} + \frac{3}{C_3} \right) \quad 3.48$$

และถ้าคิดให้เป็น n ชั้น (stage) ซึ่งจะมีจำนวนตัวเก็บประจุ $2n$ ตัว และตัวเรียงกระแสเท่ากับ $2n$ ตัวเช่นกัน จะได้

$$\delta V = \frac{I}{fC} (1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{I}{fC} \frac{n(n+1)}{2} \quad 3.49$$

จะเห็นว่าตัวเก็บประจุที่อยู่ลำดับที่ต่ำสุดจะให้การกระเพื่อมน้อยมากและจะมากขึ้นเมื่อตัวเก็บประจุนั้นเป็นลำดับที่สูงขึ้นเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าตัวเก็บประจุที่ n แล้วการสูญเสียก็จะมีค่าเท่ากับ

$$\delta V = nI/fC \quad 3.50$$

และถ้าเราบวก δV ทั้งหมดก็จะหมายถึงค่าความต่างศักย์ที่สูญเสียไปมีค่าเป็น ΔV ซึ่งค่าของ ΔV นี้จะมีค่าแตกต่างกันออกไปทั้งในกรณีที่วงจรนี้ต่อกับวงจรข้างนอก (on-load) กับไม่ต่อกับวงจรข้างนอก (no-load) และถ้าเราหาค่า ΔV โดยเทียบกับรูปที่ 3.11 ถ้าตัวเก็บประจุทุกตัวมีค่าเท่ากันหมดเลย แล้วตัวเก็บประจุ C_3 ก็ยังไม่มีภาระเก็บประจุได้เต็มที่ให้ได้ความต่างศักย์ไฟฟ้าเท่ากับ $2E$ ทั้งนี้ต้องเทียบกับจุด a และจะเท่ากับ $2V - 3I/fC$ ทั้งนี้เพราะว่าประจุที่สูญเสียไปใน 1 รอบ ณ ที่ตัวเก็บประจุ C_3 จะมีค่าเท่ากับ $3I/fC$ ในกรณีนี้เราไม่คิดค่าศักย์ไฟฟ้าที่ลดลงจากหม้อแปลงเลย และถ้าคิดศักย์ไฟฟ้าที่ออกมาจากตัวเก็บประจุ C_2 แล้วจะมีค่าความต่างศักย์เท่ากับ $(2V - 3I/fC) - 3I/fC$ ทั้งนี้เนื่องจากค่าความต่างศักย์ที่อยู่ระหว่าง C_3 นั้นจะมีค่าเท่ากับ $3I/fC$ จึงทำให้ C_2 จะมีศักย์ไฟฟ้าจริงเท่ากับ $2V - \frac{(3I+3I+2I)}{fC}$ และถ้าเราคิดทั้งหมด n ชั้น (stage) แล้วจะเห็นว่าอัตรา การลดลงของ δV ต่อชั้น (stage) ที่สูงขึ้นไปจะลดลงเรื่อย ๆ ดังนั้นจะได้

$$\delta V_n = \Delta V_n = \frac{In}{fC}$$

$$\Delta V_{n-1} = \frac{I}{fC} \{2n + (n-1)\}$$

$$\Delta V_1 = \frac{I}{fC} \{2n+2(n-1) + \dots + 2.2+1\}$$

ดังนั้นถ้าเราบวก ΔV ไปจนถึง n ชั้น (stage) แล้วจะได้

$$\Delta V = \frac{I}{fC} \sum_1^n n(2n-1)$$

จะได้
$$\Delta V = \frac{I}{fC} \left(\frac{2}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{6}n \right) \quad 3.51$$

จะเห็นว่ายิ่งถ้าเราต่อจำนวนชั้นให้มากขึ้นเรื่อยๆ แล้วค่าของ 2 เทอมข้างหลังในวงเล็บในสมการที่ 3.51 จะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ถ้าถือว่าจะตัดทิ้งกันไปเองโดยไม่ค่อยมีผลต่อเทอมแรกเท่าใดนัก ดังนั้นถ้าให้ $n \gg 3$ แล้วเราก็จะเขียนสมการ 3.51 โดยประมาณได้เป็น

$$\Delta V = \frac{2}{3} \cdot n^3 \frac{I}{fC} \quad 3.52$$

และจากสมการ 3.46 เราเอาสมการ 3.52 มาลบออกจะได้

$$V_{\max} = 2nV_1 - \Delta V \quad 3.53$$

$$V_{\min} = 2nV_1 - \Delta V - \delta V \quad 3.54$$

ซึ่ง $\delta V \approx \frac{1}{n}\Delta V$

จะเห็นว่าถ้าจำนวน n เพิ่มขึ้นแล้วค่าศักย์ไฟฟ้าที่ได้ออกมาจะมีค่ามากตามไปด้วย แต่ทั้งนี้ค่า V ก็จะมีค่ามากตามไปด้วยเช่นกัน การที่เราจะออกแบบเพื่อให้ได้ค่าของ n เพื่อให้เหมาะสมแล้วก็โดยการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ 3.53 เทียบกับ n แล้วเอาไปแทนค่าลงในสมการ 3.52 โดยให้ $\frac{dV_{\max}}{dn} = 0$ แล้วจะได้

$$n_0 = \frac{V_1 f C}{I} \quad 3.55$$

n_0 ที่ได้ออกมานั้นจะเป็นจำนวนชั้น (stage) ที่สูงสุดแล้วเพื่อจะได้ค่าของศักย์ไฟฟ้าออกมามีค่ามากที่สุด และถ้าเป็นไปได้เราก็ไม่ควรให้ค่า n ที่จะทำมากกว่า n_0

ทั้งนี้เพราะว่าจะทำให้อัตราการสูญเสียศักย์ไฟฟ้ามากขึ้นแปรตามค่า n^3 ในสมการที่ 3.52 จากสมการที่ 3.55 นั้นค่าของ

V_1 คือค่าความต่างศักย์ของเอาพุทของหม้อแปลง



- f คือค่าความถี่ของกระแสไฟฟ้าที่เข้ากับระบบ
- C คือค่าของความจุของตัวเก็บประจุในแต่ละตัวยอมเท่านั้น
- I คือกระแสไฟฟ้าเฉลี่ยที่ได้จากระบบ

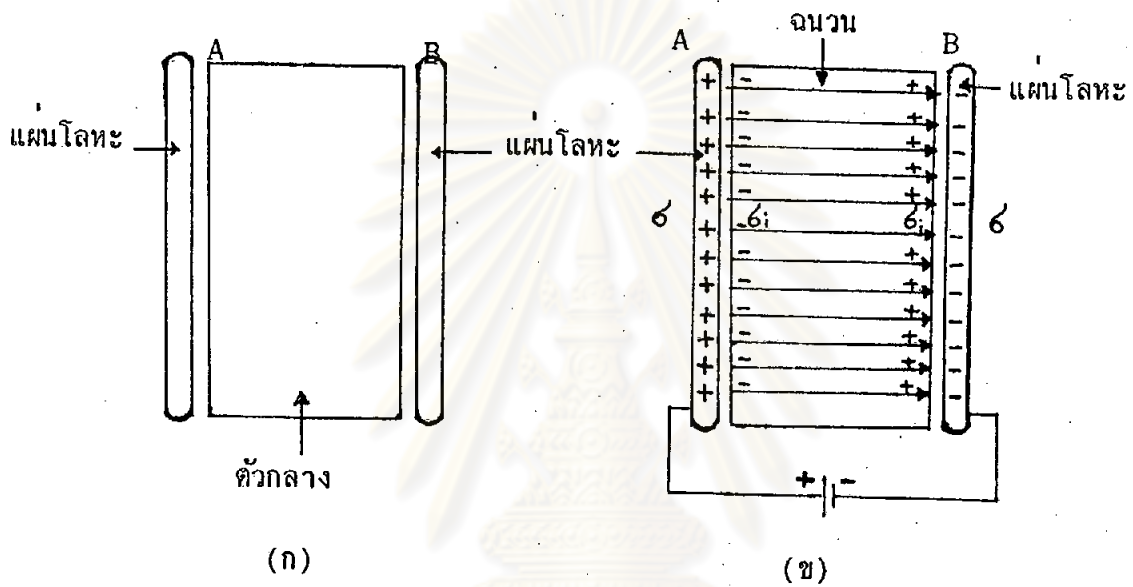
จากหลักการที่ได้กล่าวมานี้การทำให้ได้อาพุดออกมาให้ได้สูง ๆ นั้นจะควรใช้ไฟฟ้าความถี่สูง และค่าของความจุของตัวเก็บประจุต้องมีค่ามากด้วย จึงจะทำให้ค่าของ ΔV ในสมการที่ 3.52 มีค่าลดลง

การวิจัยนี้ได้อาศัยหลักการนี้สร้างแหล่งกำเนิดไฟฟ้าศักย์สูง ๆ ขึ้นใช้เองภายในห้องปฏิบัติการ เพื่อจะเร่งโปรตรอนให้มีพลังงานสูงขึ้น โดยสร้างตัวเก็บประจุที่ใช้กับไฟฟ้าความต่างศักย์ขนาด 15 กิโลโวลต์ ที่ต่อจากหม้อแปลงและค่าความจุประมาณ 0.008 ไมโครฟารัด (μF) ดังรูปที่ 3.12 จำนวน 8 ชั้น (stage) จะได้ศักย์ไฟฟ้าออกมาทั้งหมดโดยคิดจากสมการ 3.53 ประมาณ 150 กิโลโวลต์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.7 ทฤษฎีเกี่ยวกับตัวเก็บประจุ

ตัวเก็บประจุชนิดต่าง ๆ นั้นจะใช้หลักการคือใช้โลหะแผ่นที่มีความยาว ความกว้าง-
วางห่างกันโดยมีช่องว่างตรงกลาง ซึ่งตรงกลางอาจจะเป็นช่องว่างเปล่าหรืออาจจะมีวัสดุ
ที่เป็นฉนวนกันอยู่ก็ได้ ดังรูปที่ 3.13 (ก) และ 3.13 (ข)



รูปที่ 3.13 แสดงลักษณะหลักโครงสร้างของตัวเก็บประจุ

จากรูปที่ 3.13 (ก) นั้นถ้าเราต่อแผ่นโลหะ A และ B เข้ากับขั้วไฟฟ้าบวก
และลบตามลำดับ แล้วจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่น A และ B ทั้งนี้เนื่องจาก
บนแต่ละแผ่นจะมีประจุเกิดขึ้นเป็น Q ซึ่งเป็นประจุต่อ 1 หน่วยพื้นที่ของแต่ละแผ่นจะเท่ากัน
ถ้าพื้นที่ของแผ่น A และ B เท่ากัน และถ้าเอาฉนวนไปวางไว้ที่ตรงกลางระหว่างแผ่น
A และ B แล้วจะทำให้เกิดการชักนำ (induction) ประจุ Q_i บนฉนวนนั้น
ตามรูปที่ 3.13 (ข) และจะได้

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (Q - Q_i) \quad 3.56$$

โดยที่ ϵ_0 คือ เอมิตติวิตีทางไฟฟ้า (permittivity) ของสุญญากาศ

ϵ_i คือประจุเหนี่ยวนำต่อพื้นที่ผิวของฉนวน

ϵ คือประจุต่อพื้นที่บนแผ่นโลหะ

และถ้าเราให้ $\epsilon - \epsilon_i = \frac{\epsilon}{k_e}$ เมื่อ $\epsilon - \epsilon_i < \epsilon$ โดยที่ k_e นั้นเป็นค่าคงที่ของการเป็นฉนวน (dielectric constant) เราจะได้

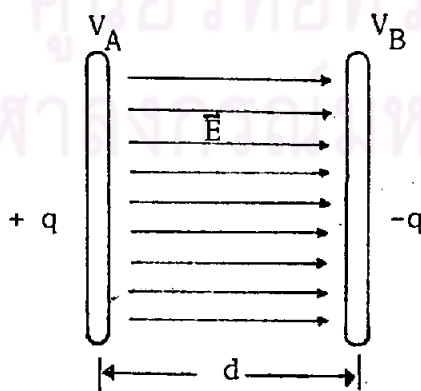
$$\vec{E} = \frac{\epsilon}{k_e \epsilon_0} \quad 3.57$$

ซึ่งค่าของ $k_e \epsilon_0$ เรียกว่า เอมิตติวิตีของฉนวน (permittivity of dielectric) ซึ่งจะแทนด้วย ϵ และ

$$\epsilon = k_e \epsilon_0 \quad 3.58$$

ถ้าในสุญญากาศแล้ว $k_e = 1$, $\epsilon = \epsilon_0$ โดยที่ ϵ มีหน่วยเป็น (คูลอมบ์)² ต่อ นิวตัน-(เมตร)² (coul²/newton-m²) k_e เป็นค่าคงที่ไม่มีหน่วย

ดังนั้นจากหลักการที่กล่าวมานั้น เรามาพิจารณาคุณลักษณะของตัวเก็บประจุแล้ว ถ้าเราให้ประจุทั้งหมดที่เกิดขึ้นบนขั้วขาน A และ B มีค่าเป็น q และ $-q$ และให้ศักย์ไฟฟ้าที่ทั้งสองแผ่นเป็น V_A และ V_B และให้สนามไฟฟ้าทั้งสองแผ่นเป็น \vec{E} โดยมีระยะทางระหว่างทั้งสองแผ่นเท่ากับ d ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 แสดงการเกิดประจุ q และสนามไฟฟ้า \vec{E} ภายในตัวเก็บประจุ

เราจะได้อัตราส่วนระหว่าง $V_{ab} = V_a - V_b$ คือประจุบนแผ่นใดแผ่นหนึ่งนั้น
มีค่าเท่ากับควมจุของประจุที่เกิดจากแผ่นโลหะคู่ขนานนี้ให้มีค่าเป็น C

$$\text{จะได้ } C = \frac{q}{V_{ab}} \quad 3.59$$

และถ้าแผ่นโลหะทั้งสองแผ่นวางขนานกันในสูญญากาศแล้วจะได้

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{A} \quad 3.60$$

เมื่อ A คือพื้นที่ของแผ่นขนานแผ่นใดแผ่นหนึ่งของโลหะ

q คือประจุทั้งหมดบนแผ่นใดแผ่นหนึ่งของโลหะ

ϵ_0 คือค่าเพอมีติวิตีของสูญญากาศมีค่าเท่ากับ 1

และจากความสัมพันธ์ที่ว่า $V_{ab} = Ed$ เราจะได้

$$V_{ab} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{qd}{A} \quad 3.61$$

จากสมการ 3.59 เราจะได้ว่า

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad 3.62$$

และถ้าระหว่างแผ่นโลหะทั้งสองมีฉนวนมากันโดยมีค่า dielectric constant เท่ากับ
1 แล้วจะทำให้ค่าของ

$$\vec{E} = \frac{1}{k_e \epsilon_0} \frac{q}{A} \quad 3.63$$

$$\text{และ } V_{ab} = \frac{1}{k_e \epsilon_0} \frac{qd}{A} \quad 3.64$$

$$\text{ทำให้ได้ค่าของ } C = k_e \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \frac{A}{d} \quad 3.65$$

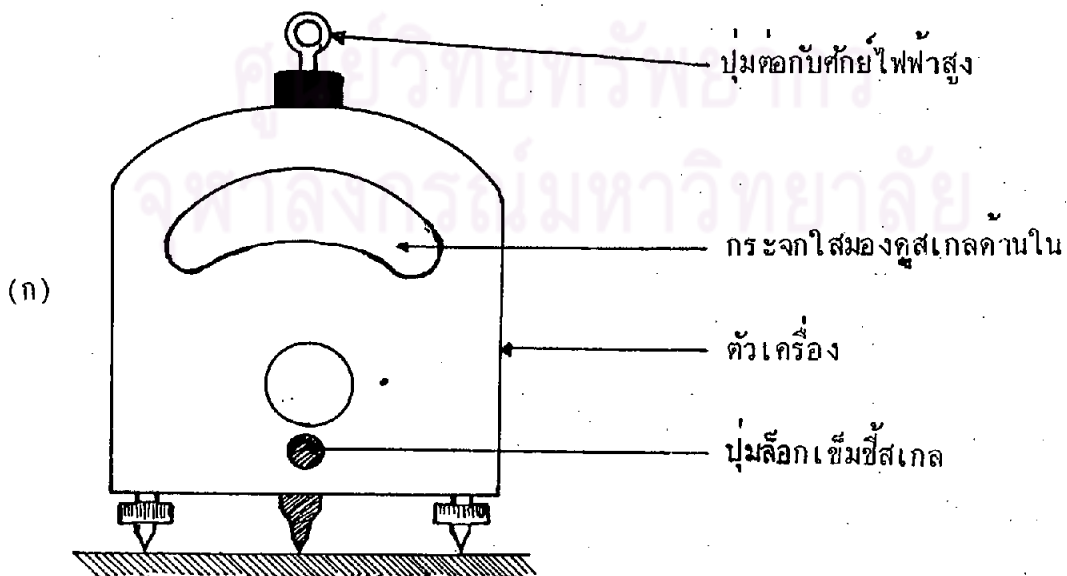
จากหลักการนี้ก็สามารถนำไปสร้างตัวเก็บประจุได้ว่าจะทำให้สมบัติอย่างไร แต่ งานวิจัยนี้ต้องทำตัวเก็บประจุ (condenser) ที่มีความจุ (C) ขนาด 0.008 - 0.01 ไมโครฟารัด (microfarad) และทนแรงดันไฟฟ้าหรือความต่างศักย์ระหว่างขั้ว 2 แผ่น คู่ขนานได้ถึง 15 กิโลโวลต์ ซึ่งไม่มีขายในท้องตลาดเมืองไทยเลย ดังนั้นการวิจัยนี้จึงต้อง สร้างขึ้นเองเท่านั้น และรายละเอียดของการทำตัวเก็บประจุนี้จะได้กล่าวอย่างละเอียดใน บทต่อไป

3.8 ทฤษฎีเกี่ยวกับการวัดความต่างศักย์สูง

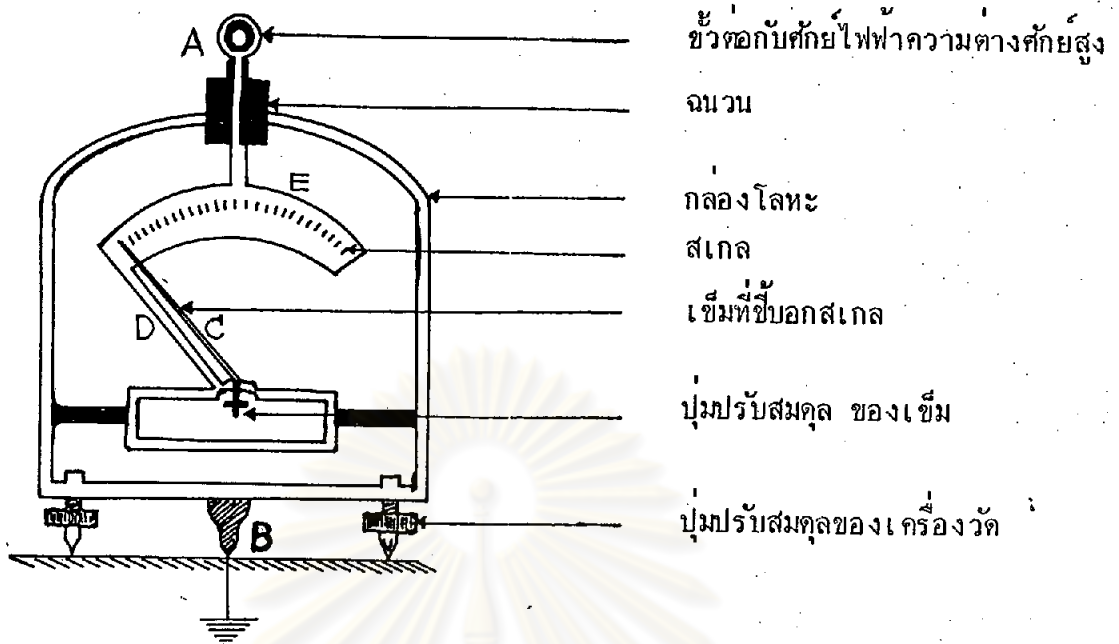
การวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงนั้นจะต้องใช้เครื่องมือที่สามารถทนแรงดันไฟฟ้าสูง ๆ ได้ และสามารถวัดค่าศักย์ไฟฟ้าให้โตค่าที่ถูกต้องมากที่สุด การวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าสูง ๆ มีหลายวิธีดังนี้

3.8.1 การวัดโดยใช้อิเล็กโตรสแตติกโวลต์มิเตอร์ (electrostatic voltmeter)

การวัดแบบนี้อาศัยหลักการของอิเล็กโตรสโคป (electroscope) แบบแผ่นโลหะคู่ คือ โลหะจะแยกออกจากกันเมื่อมีขั้วไฟฟ้าเหมือนกัน และวัดระยะห่างที่ขั้วไฟฟ้าออกจากกันเทียบ เป็นค่าของศักย์ไฟฟ้าออกมา อิเล็กโตรสแตติกที่ใช้วัดนี้เป็นของบริษัทเซนทรัล ไซน์ดีฟิค (Central Scientific Co., Ltd.) ซึ่งลักษณะต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 3.15 (ก), 3.15 (ข)



รูป 3.15 (ก) แสดงลักษณะภายนอกของอิเล็กโตร สแตติก โวลต์มิเตอร์



รูป 3.15 (ข) แสดงลักษณะภายในของอิเล็กโตรสแตติกโวลต์มิเตอร์

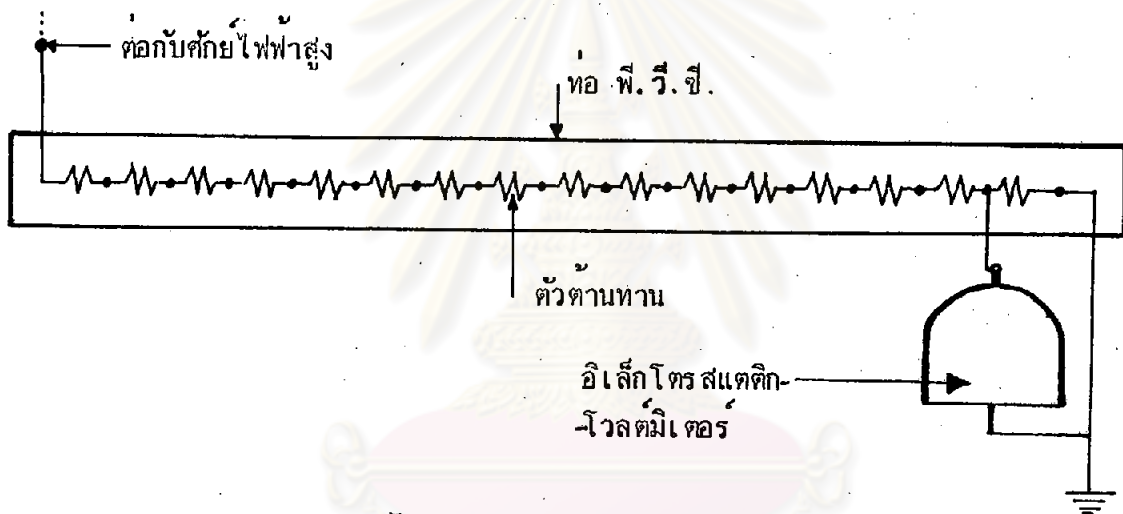
การใช้อิเล็กโตรสแตติกโวลต์มิเตอร์วัดค่าความต่างศักย์นี้จะต่อกับวงจรดังรูปที่ 3.15 (ข) ซึ่งเมื่อ A ต่อกับศักย์ไฟฟ้าสูง และ B ต่อดิน และเมื่อศักย์ไฟฟ้าสูงมาก ๆ แล้วจะทำให้เข็ม C และโลหะ D แยกออกจากกัน แต่ D เคลื่อนที่ไม่ได้ ดังนั้นเข็ม C จะกางออกจาก D และปลายเข็ม C จะชี้ไปตามสเกล E ซึ่งสามารถอ่านค่าศักย์ไฟฟ้าได้จากสเกล และเครื่องนี้เมื่อต่อโดยตรงแล้วจะวัดค่าศักย์ไฟฟ้าสูงสุดได้ 10 กิโลโวลต์เท่านั้น แต่สำหรับการวัดค่าศักย์ไฟฟ้าที่สูงกว่านี้จะต้องใช้วิธีการอื่นที่ดีกว่านี้ คือ

3.8.1.1 การวัดศักย์ไฟฟ้าสูงโดยใช้ตัวแบ่งศักย์ (high voltage divider)

ลักษณะการวัดโดยวิธีแบ่งศักย์ไฟฟ้านี้ต้องสร้างตัวแบ่งศักย์ขึ้นเอง การวิจัยนี้ได้สร้างตัวแบ่งศักย์ขึ้นเอง โดยใช้ตัวต้านทาน (resistor) ที่มีค่าสูงขนาด 10 เมกกะโอห์ม (M Ω) ต่อกันเป็นช่วง ๆ ช่วงละ 100 M Ω ทั้งหมด 15 ช่วง ซึ่งรวมแล้วจะเป็น 1500 เมกกะโอห์ม และแต่ละช่วงกันด้วยกระดาษฉนวนชนิดอย่างดีเพื่อป้องกันการกระโดดของไฟฟ้า (breakdown) แล้วเอาทั้งหมดแช่ในน้ำมันที่เข้ากับหม้อแปลง (transformer

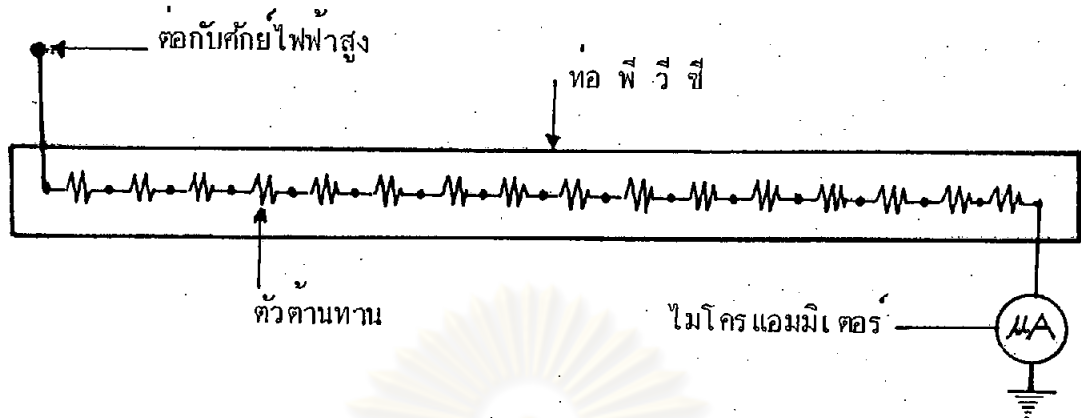
oil) เพื่อป้องกันการกิสซาร์บางส่วนได้เป็นอย่างดี ลักษณะการวัดโดยใช้ตัวแบ่งศักย์แบ่งได้เป็น 2 วิธีดังนี้

1. การใช้อิเล็กทรอนิกส์แวลต์มิเตอร์ ต่อขนานกับตัวแบ่งศักย์ในบางช่วง ดังรูปที่ 3.16 ซึ่งค่าที่วัดออกมาได้นั้นจะอ่านจากอิเล็กทรอนิกส์แวลต์มิเตอร์ใน 1 ช่วงเท่านั้น และเราก็สามารถหาทั้งหมดโดยการ เอาจำนวนช่วงทั้งหมดไปคูณกับศักย์ที่ได้ในหนึ่งช่วง หรือจะวัดแต่ละช่วงตลอดทั้ง 15 ช่วง แล้วเอาค่าที่วัดได้ทั้งหมดมาบวกกันก็ได้ศักย์ไฟฟ้าคร่อมตัวแบ่งศักย์ทั้งหมดก็คือศักย์ไฟฟ้าของระบบทั้งหมดที่ใช้กับเครื่องเร่งอนุภาคโปรตอนนี้



รูปที่ 3.16 แสดงการวัดค่าศักย์ไฟฟ้าสูงโดยใช้ตัวแบ่งศักย์และอิเล็กทรอนิกส์แวลต์มิเตอร์

2. การใช้ไมโครแอมมิเตอร์ ต่ออนุกรมกับตัวแบ่งศักย์ไฟฟ้า การต่อวงจรแบบนี้เพื่อวัดค่าศักย์ไฟฟ้านั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.17 ซึ่งหลักการวัดแบบนี้อาศัยกฎของโอห์ม (Ohm's law) หากค่าของศักย์ไฟฟ้าสูงสุดออกมา โดยเอาค่าความต้านทานทั้งหมดที่ได้จากตัวแบ่งศักย์ 1500 เมกะโอห์มคูณกับกระแสไฟฟ้าที่อ่านได้จากไมโครแอมมิเตอร์ก็สามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าสูงสุดได้



รูปที่ 3.17 แสดงการตรวจการวัดไฟฟ้าความต่างศักย์สูงโดยใช้ไมโครแอมมิเตอร์

จากกฎของโอห์ม $V = IR$ 3.66

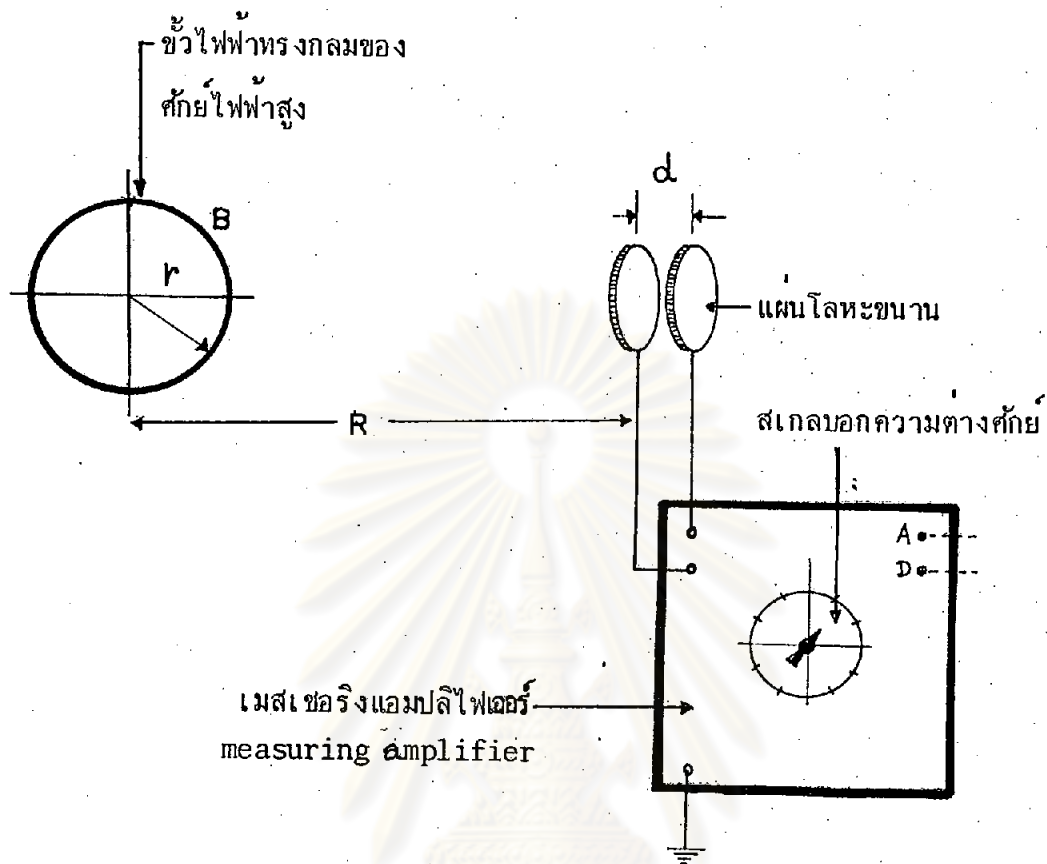
V = ศักย์ไฟฟ้าทั้งหมดที่ต้องการหา

I = กระแสที่อ่านได้จากไมโครแอมมิเตอร์

R = ค่าความต้านทานตัวแบ่งศักย์ไฟฟ้า

3.8.2 การวัดค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าสูงโดยอาศัยสนามไฟฟ้า

การวัดลักษณะนี้ทำโดยการจ่ายศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงเข้าขั้วไฟฟ้ารูปทรงกลม แล้วทำการวัดค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากขั้วไฟฟ้าทรงกลมที่ระยะต่าง ๆ โดยอาศัยแผ่นโลหะวงกลมขนานกันคล้ายกับตัวเก็บประจุ ซึ่งแสดงดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 แสดงการวัดค่าของศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูง

แผ่นโลหะขนานจะต่อเข้ากับโวลมิเตอร์ที่มีอิมพีแดนซ์ (impedance) สูงมาก เรียกว่า เมสเซอร์ริงแอมพลิไฟเออร์ (measuring amplifier) เป็นเครื่องวัดค่าความต่างศักย์ระหว่างแผ่นโลหะขนาน

หลักการวัดวิธีการนี้คือจัดระยะ R ระหว่างขั้วไฟฟ้าความต่างศักย์สูงทรงกลม B กับโลหะแผ่นขนาน โดยให้อยู่ในแนวที่ตั้งฉากกับผิวทรงกลม B เสมอ

หลักการคำนวณหาค่าศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงโดยวิธีการนี้คือโดยการคำนวณจากหน่วย e.g.s. ทุกของตัวแปร

ค่าความจุ (capacitance) ที่ทรงกลม B ซึ่งเป็นศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงมีค่าประมาณเท่ากับรัศมีของทรงกลม = r สเตตาคูลอมบ์ (stat coulomb) และค่าของสนามไฟฟ้าที่ระยะ R มีค่าเป็น

$$E_1 = \frac{rV_1}{R^2} \quad 3.67$$

โดยที่ V_1 คือศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูงที่ต้องการหา

E_1 คือสนามไฟฟ้าที่เกิดจากการชักนำ (induction) ระหว่างแผ่นโลหะขนานโดยศักย์ V_1

ค่าของสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นระหว่างแผ่นโลหะขนานเมื่อคิดที่แผ่นโลหะขนานจะเป็น

$$E_1 = \frac{V_2}{d} \quad 3.68$$

โดยที่ V_2 คือค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ถูกชักนำบนโลหะแผ่นขนาน

d คือระยะทางระหว่างแผ่นโลหะขนาน

จากสมการ 3.67 และ 3.68 จะได้

$$\frac{rV_1}{R^2} = \frac{V_2}{d} \quad 3.69$$

จากสมการ 3.69 นั้นถ้าเราอาศัยความสัมพันธ์ของหน่วยวัดระหว่างหน่วย M.K.S.(SI) กับ c.g.s. ตามตารางที่ 3.1 นี้จะสามารถหาค่าศักย์ไฟฟ้าความต่างศักย์สูง V_1 ได้

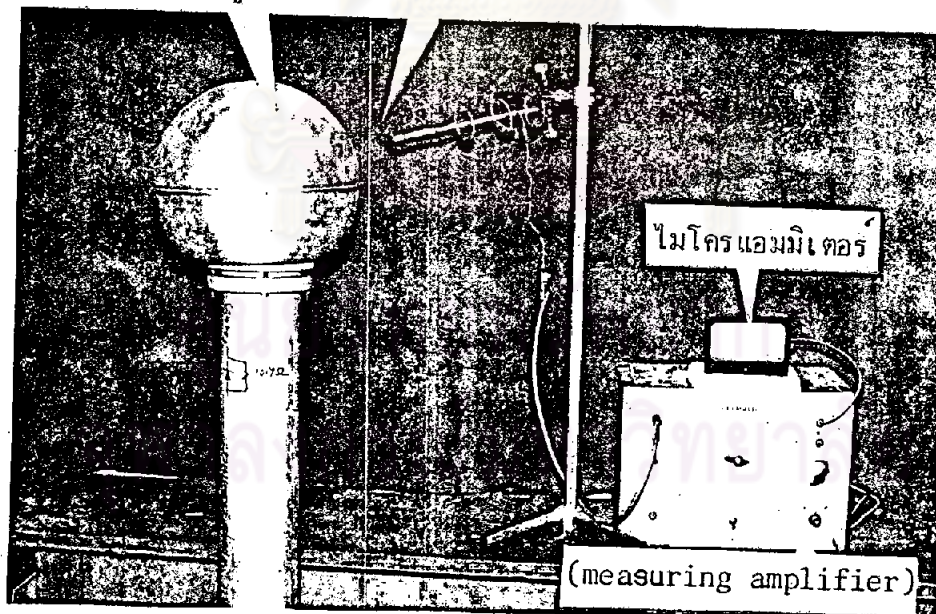
Conversion of International to Gaussian and Other Units
(Use $c = 2.997\,924\,574 \times 10^8$)

Quantity	<i>l mks unit</i>	<i>= gaussian units</i>	<i>= other units</i>
<i>d</i>	1 m	10^2 Cm	39.37 In
<i>F</i>	1 N	10^5 Dyne	0.2248 Lb _f
<i>W</i>	1 J	10^7 Erg	0.7376 Ft-lb _f
<i>Q</i>	1 C	10c StatC	0.1 AbC
ρ	1 C/m ³	$10^{-5}c$ StatC/cm ³	10^{-7} AbC/cm ³
<i>D</i>	1 C/m ²	$4\pi 10^{-5}c$ (esu)	$4\pi 10^{-5}$ (emu)
<i>E</i>	1 V/m	$10^4/c$ StatV/cm	10^6 AbV/cm
<i>V</i>	1 V	$10^6/c$ StatV	10^8 AbV
<i>I</i>	1 A	0.1 AbA	10c StatA
<i>H</i>	1 A/m	$4\pi 10^{-3}$ Oersted	$0.4\pi c$ (esu)
V_m	1 A · t	0.4π Gilbert	$40\pi c$ (esu)
<i>B</i>	1 Wb/m ²	10^4 Gauss	$100/c$ (esu)
Φ	1 Wb	10^8 Maxwell	$10^6/c$ (esu)
<i>A</i>	1 Wb/m	10^6 Maxwell/cm	
<i>R</i>	1 Ω	10^9 AbΩ	$10^5/c^2$ StatΩ
<i>L</i>	1 H	10^9 AbH	$10^5/c^2$ StatH
<i>C</i>	1 F	$10^{-5}c^2$ StatF	10^{-9} AbF
σ	1 U/m	10^{-11} AbU/cm	$10^{-7}c^2$ StatU/cm
μ	1 H/m	$10^7/4\pi$ (emu)	$10^3/4\pi c^2$ (esu)
ϵ	1 F/m	$4\pi 10^{-7}c^2$ (esu)	$4\pi 10^{-11}$ (emu)

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าเปรียบเทียบปริมาณหน่วยวัดระบบ SI , c.g.s. และหน่วยอื่น ๆ

ขั้วไฟฟ้าทรงกลมศักย์สูง

แผนโลหะขนาน



รูปที่ 3.19 แสดงลักษณะการต่อเครื่องวัดค่าความต่างศักย์สูงโดยอาศัยสนามไฟฟ้าที่ใช้งานจริง

ตามรูปที่ 3.19 แผ่นโลหะขนานทำจากทองเหลืองขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 เซนติเมตร สำหรับเครื่องมือที่ใช้วัดค่าความต่างศักย์ของโลหะขนานนั้นเรียกว่า เมสเซอร์ริง แอมพลิไฟเออร์ (measuring amplifier) ซึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์ (impedance) สูงมากของเลย์โบลด์ (Leybold) เยอร์มันนี และไมโครแอมมิเตอร์ที่ต่อเข้ากับ measuring amplifier นั้นเป็นเครื่องมือบอก (indicator) ว่าศักย์ไฟฟ้าของแผ่นโลหะมีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่าใด



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.9 ทฤษฎีเกี่ยวกับการคัสซาร์จบางส่วน (partial discharge = PD)

การคัสซาร์จบางส่วน เป็นคัสซาร์จทางไฟฟ้าเพียงบางส่วนในฉนวนระหว่างอิเล็กโทรด (electrode) ถ้ามีความเครียดสนามไฟฟ้า โดยเกิดสปาร์คหรือกระแสไหลไม่สมบูรณ์ หรือไม่เชื่อมกันระหว่างอิเล็กโทรด และเมื่อตรวจจับผลทางไฟฟ้าจะมีลักษณะของคัสซาร์จเป็นกระแสอิมพัลส์ (impulse)

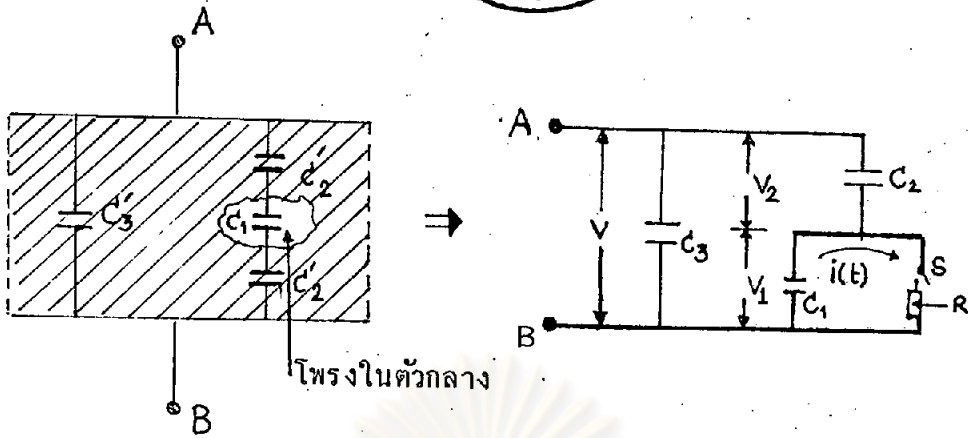
ผลของการคัสซาร์จบางส่วนเหล่านี้นอกจากจะเป็นพลังงานสูญเสียแล้วยังมักก่อให้เกิดความเสียหายต่อระบบฉนวน (insulation) ทำให้อายุการใช้งานของอุปกรณ์สั้นลง หรือเป็นต้นเหตุนำไปสู่การเกิดระเบิดของอุปกรณ์ได้ ดังนั้นการสร้งหรือทำอุปกรณ์ไฟฟ้าแรงสูงจึงถือเอาเรื่อง PD เป็นแฟกเตอร์สำคัญที่บ่งบอกถึงคุณภาพและอายุการใช้งานของอุปกรณ์โดยพยายามหลีกเลี่ยงมิให้เกิด PD ขึ้น โดยออกแบบอิเล็กโทรดที่ปราศจากความเครียดสนามไฟฟ้าสูงกว่าขีดจำกัดและใช้เทคนิคการฉนวนที่เหมาะสม อย่างไรก็ตามถ้าเราทราบสาเหตุและตำแหน่งที่เกิดแน่นอนจะช่วยให้แก้ไขปรับปรุง หรือป้องกันได้ถูกต้องรวดเร็ว การเกิดของแต่ละสาเหตุนั้นจะมีรูปลักษณะทางไฟฟ้าเฉพาะแบบ

3.9.1 ลักษณะการเกิดคัสซาร์จบางส่วน

โดยทั่วไปอาจแบ่งคัสซาร์จบางส่วนตามลักษณะที่เกิดออกได้ 3 แบบคือ

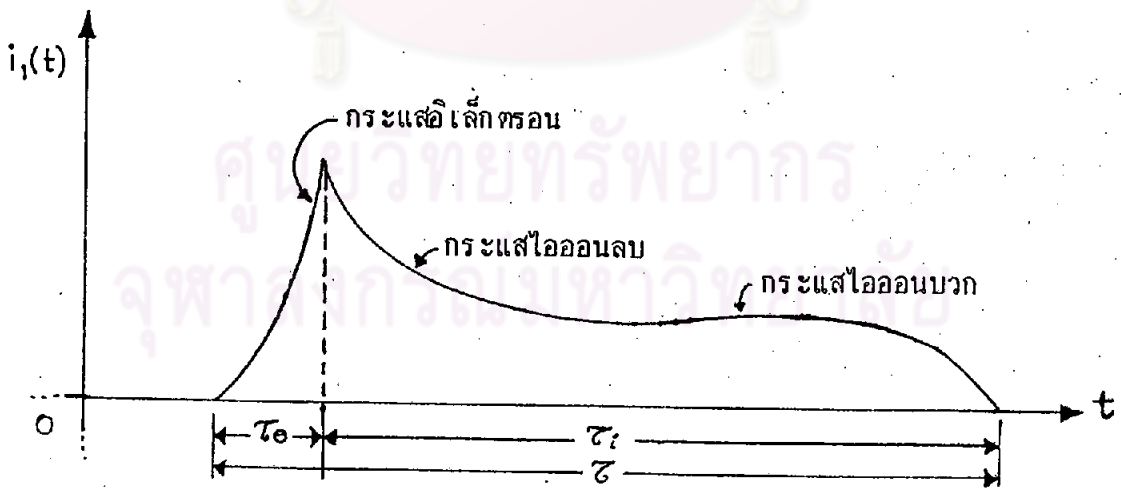
3.9.1.1 คัสซาร์จภายใน (internal discharge) เกิดในเนื้อฉนวนส่วนที่มีค่าคงตัวไดอิเล็กตริกต่ำ (low dielectric constant) ค่าความเครียดสนามไฟฟ้าจึงมีค่าสูงกว่าส่วนอื่น จึงทำให้เนื้อฉนวนส่วนนี้เกิดเบรคดาวน์ (breakdown) ก่อนส่วนอื่นเสมอ คัสซาร์จภายในมีสาเหตุจากช่องว่างในเนื้อสารที่มีกาซบรรจุอยู่ สิ่งแปลกปลอมในเนื้อสาร หรือฝุ่นละออง ไขมัน น้ำมันในเนื้อสาร

ฉนวนที่มีคัสซาร์จภายในเกิดขึ้นอันเนื่องมาจากมีโพรงหรือแกป (gap) อาจเขียนแทนโดยคาวางจรสมมูลย์ความจุ (capacitance equivalent) ดังรูปที่ 3.20



รูปที่ 3.20 คีชีซาร์ฉายในและวงจรมุมูลย

กระแสคีชีซาร์จในโพรงกาชนี้มีลักษณะเป็นพัลส์ ซึ่งอาจหาได้ถ้าแรงดันที่ป้อนมีค่าคงที่ ดังรูปที่ 3.20 ประกอบด้วยกระแสไอเล็กตรอนเคลื่อนที่ได้เร็ว ฉะนั้นช่วงหน้าของรูปคลื่นกระแสพัลส์นี้จึงมีอัตราการเพิ่มขึ้นหรือความชัน (slope) $\frac{di}{dt}$ มีค่าสูง เวลาช่วงกระแสไอเล็กตรอนเป็นนาโนวินาที (nano second) ตามด้วยกระแสไอออนลบและไอออนบวกตามลำดับ ซึ่งเคลื่อนที่ช้าเกือบเรียกว่าอยู่กับที่เมื่อเทียบกับความเร็วของอีเล็กตรอน ช่วงเวลาของกระแสไอออนนี้เป็นร้อยนาโนวินาที (12)



τ = drift time
 τ_e, τ_i = transit time ของอีเล็กตรอนและไอออนตามลำดับ

รูปที่ 3.21 รูปแสดงถึงกระแสคีชีซาร์จกับเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป

การหาแรงดันตกคร่อมระหว่างขั้วอิเล็กโทรด A-B เนื่องจาก PD

จากวงจรสมมูลรูปที่ 3.20 เมื่อป้อนแรงดันระหว่างขั้ว A-B จนถึงค่าหนึ่ง กระแสพัลส์จะเริ่มดีสชาร์จจากคาปาซิเตอร์ของโพรงแก๊ส C_1 เมื่อแรงดันคร่อม C_1 เท่ากับ V_{1i} (เป็น discharge inception voltage) และกระแสพัลส์หายไป เมื่อแรงดันลดลงเหลือ V_{1e} (discharge extinction voltage) ฉะนั้นความแตกต่างของแรงดันที่เริ่มเกิดพัลส์ดีสชาร์จกับแรงดันเมื่อพัลส์ดีสชาร์จหายไป ΔV_1 หรือกระแสพัลส์ทำให้เกิดแรงดันตกในแก๊ส

$$\Delta V_1 = V_{1i} - V_{1e} \quad 3.70$$

วงจรสมมูลของฉนวนที่มี PD อาจคิดเสมือนไม่มีตัวจ่ายป้อนแรงดันที่ขั้ว A-B แรงดันตกคร่อมขั้ว A-B (ΔV) อันเนื่องจากการกระแสพัลส์ $i_1(t)$ ที่ทำให้เกิด ΔV_1 อาจคำนวณได้จากประจุสะสมสมมูลคือ

$$\text{ผลรวมประจุก่อนเกิด PD} = \text{ผลรวมประจุหลัง PD} + \text{ประจุที่สูญหายไป}$$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ} \quad C_1 V_{1i} + VC_2(V - V_{1i}) + C_3 V &= C_1 V_{1e} + C_2(V - \Delta V - V_{1e}) \\ &+ C_3(V - \Delta V) + C_1(\Delta V_1) \end{aligned}$$

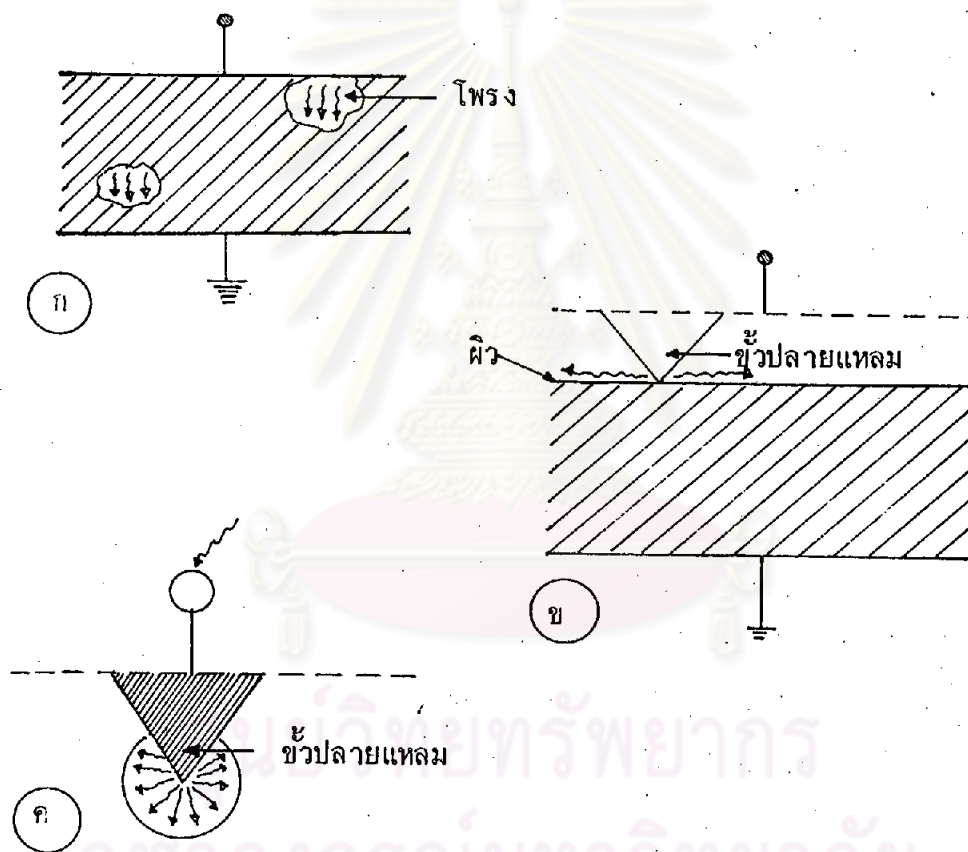
$$\text{จะได้} \quad V = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \Delta V_1$$

$$V \approx \frac{C_2}{C_3} \Delta V_1 \quad 3.71$$

โดยทั่วไปถ้า $C_2 \ll C_1 \ll C_3$ ฉะนั้นในกรณีระบบการฉนวนมีค่าความจุสูง จะเห็นว่า ΔV จะมีค่าน้อยมาก ถ้า $\frac{C_2}{C_3} \ll 10^{-3}$ จะได้ $\Delta V \ll 1$ volt ฉะนั้นแรงดันตกคร่อมขั้วอิเล็กโทรด ΔV มีค่าน้อย ๆ ย่อมจะทำให้การตรวจจับเป็นไปได้ยาก จะต้องใช้อุปกรณ์ตรวจจับที่มีความไวสูง จึงจะวัดได้ถูกต้องเพียงพอ ตามที่ต้องการได้

3.9.1.2 คีส์ซาร์จที่ผิว (surface discharge) เกิดขึ้นเมื่อมีสนามไฟฟ้าในแนวที่ขนานกับผิวของฉนวนที่สัมผัสหรือใกล้ชิดกับอิเล็กโทรดที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูง เช่น ปลายฉนวนนำสายหรือ ฉนวนที่กั้นอิเล็กโทรดในท่อแรงอนภาค เป็นต้น

3.9.1.3 โครนาคีส์ซาร์จ (corona discharge) เกิดขึ้นในอากาศหรือก๊าซอื่นที่ขดเคลม ขอบคมของอิเล็กโทรดที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงกว่าบริเวณอื่น ค่าความเครียดสนามไฟฟ้าจึงมีค่าสูง อากาศรอบ ๆ จึงเกิดการแตกตัว (12, 13)



รูปที่ 3.22 แสดงการคีส์ซาร์จบางส่วน

ก. การคีส์ซาร์จภายใน

ข. การคีส์ซาร์จที่ผิว

ค. การโครนาคีส์ซาร์จ

3.9.2 วิธีแก้ไขการคัสซาร์บางส่วน

1. การคัสซาร์ภายในของวัสดุ เมื่อตรวจสอบว่าวัสดุใด ๆ ที่มีโพรงภายในแล้ว เราก็ควรหลีกเลี่ยงการใช้วัสดุนั้น และพยายามหาวัสดุที่มีโพรงอากาศน้อยที่สุดมาทำเป็นอุปกรณ์ในไฟฟ้าแรงดันไฟฟ้าสูง
2. การคัสซาร์ที่ผิวของวัสดุ ควรทำความสะอาดผิวนั้นให้สะอาดและผิวนั้นต้องเกลี้ยง เป็นมันวาว และควรใช้วัสดุที่ไม่ดูดซึมไอน้ำ หรือให้ไอน้ำเกาะได้น้อยที่สุด
3. โครโมนาดีสซาร์จ ควรทำให้วัสดุนั้นให้มีมุมแหลมน้อยที่สุดถ้าหลีกเลี่ยงไม่ได้ ก็ใช้โลหะหรือฉนวนที่มีผิวเกลี้ยงและกลมมาครอบบริเวณนั้นจะลดการคัสซาร์จได้มากกว่าเดิม

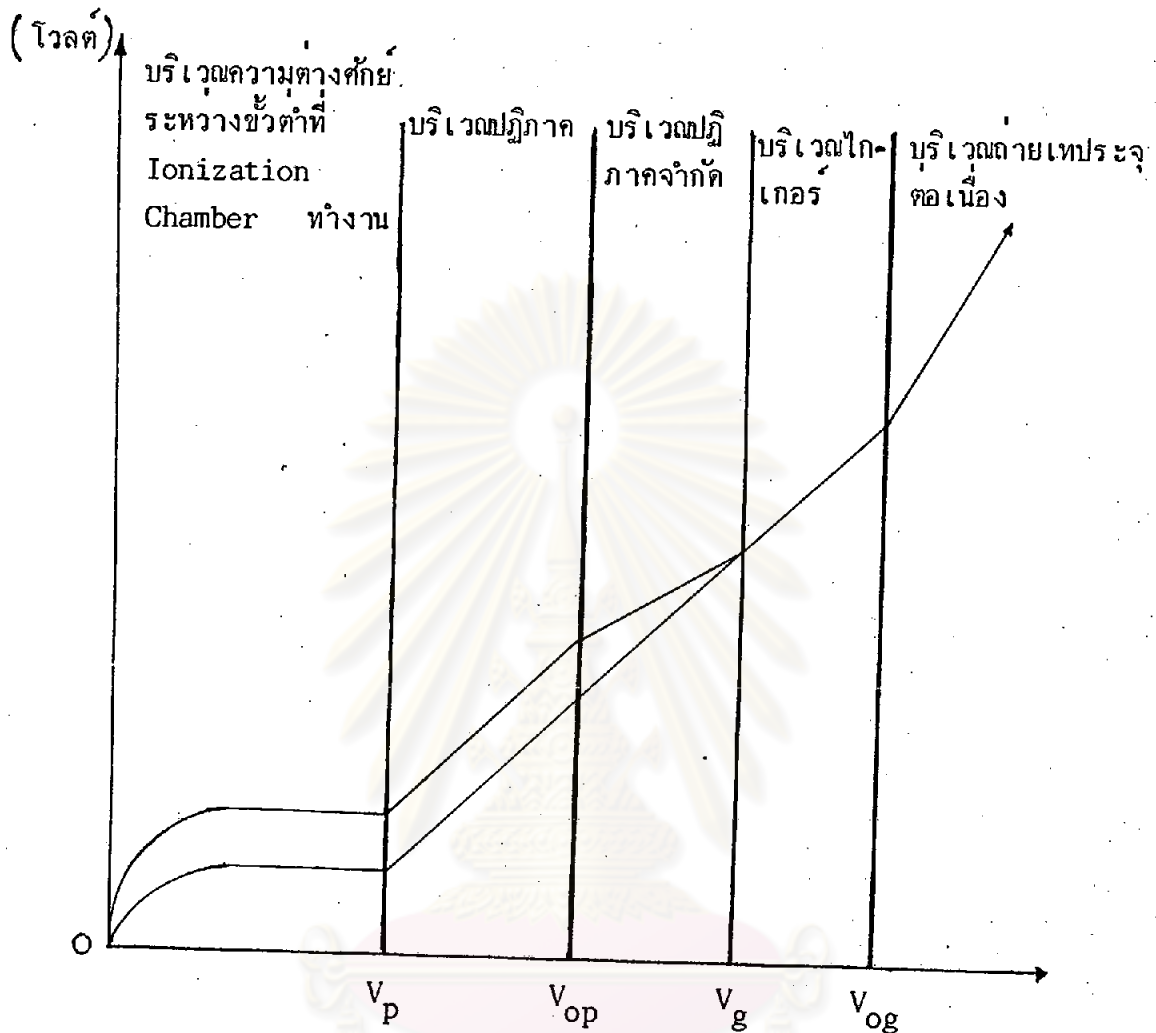
3.10 ทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องวัดรังสีชนิดบรรจุภาซ

หลักการสำคัญของเครื่องวัดรังสีคือ เมื่ออนุภาคหรือรังสี ผ่านสารจะทำให้อะตอมหรือโมเลกุลของสารที่อยู่ใกล้ ๆ ทางเดินของอนุภาค หรือรังสีที่ผ่านเกิดการปลดและเกิดการไอออนไนซ์ (ionization) ได้ไอออนบวกและอิเล็กตรอนวิ่งไปยังขั้วลบและขั้วบวกตามลำดับ จึงเกิดสัญญาณไฟฟ้า เครื่องวัดรังสีแบ่งออกตามปรากฏการณ์การเกิดไอออนของภาซที่บรรจุ และปรากฏการณ์ก็ขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่ให้แก่เครื่องวัดรังสีนั้น

ผังรูป 3.23

ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขนาดของสัญญาณไฟฟ้า

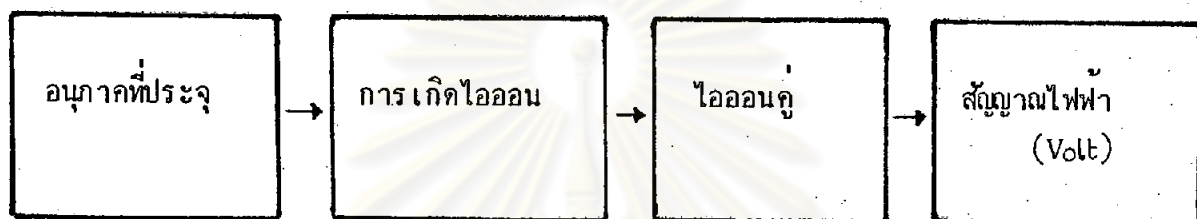


รูปที่ 3.23 แสดงการทำงานของเครื่องวัดรังสีในช่วงความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่าง ๆ

ในรูปส่วนโค้งบนแทนสัญญาณไฟฟ้าที่เกิดจากอนุภาคแอลฟา ซึ่งทำให้เกิดไอออนคู่ 10,000 ไอออนคู่ ในขณะที่อนุภาคแอลฟาผ่านเครื่องวัดรังสี ส่วนโค้งล่างเกิดจากรังสีคอสมิกทำให้เกิดไอออนคู่ 30 ไอออนคู่ ส่วนโค้งทั้งสองพบกันที่ขีดเริ่มไกเกอร์ V_g (Geiger threshold)

3.10.1 การแบ่งชนิดของเครื่องวัดรังสีตามปรากฏการณ์ในช่วงความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่าง ๆ กัน

ก. บริเวณความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่าง ๆ ในช่วงนี้ออนูภาคที่วิ่งผ่านเครื่องวัดรังสีจะทำให้อะตอมและโมเลกุลของการเกิดเป็นไอออนได้ และไอออนเหล่านี้จะทำให้เกิดสัญญาณไฟฟ้าโดยตรง เขียนแผนผังแสดงการทำงานของเครื่องวัดรังสีง่ายได้คือ



รูปที่ 3.24 แสดงแผนผังแสดงการทำงานของเครื่องวัดรังสีอย่างง่าย

และ $V = -\frac{Q}{C}$ หรือ $-\frac{ne}{C}$ สำหรับเครื่องวัดรังสีแบบทรงกระบอก ถ้าความต่างศักย์ระหว่างขั้วเป็นศูนย์ จะไม่มีสัญญาณไฟฟ้า V เกิดขึ้น เพราะไอออนเคลื่อนที่อย่างตะเปะตะปะ เมื่อมีความต่างศักย์ระหว่างขั้วน้อย ๆ ไอออนบวกจะเคลื่อนที่ไปยังขั้วลบและอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ไปยังขั้วบวก ด้วยความเร็วตามสมการ 3.72

$$v^2 = -\frac{4e^4 z^2 ZNB}{m} \frac{dx}{dE} \quad 3.72$$

- ซึ่ง
- E แทนพลังงานจลน์ของอนุภาค
 - ze แทนประจุของอนุภาค
 - V แทนความเร็วของอนุภาค
 - N แทนจำนวนอะตอมของสสาร คูณกลืนต่อตาราง เซนติเมตร
 - Z แทนเลขอะตอมของสสาร คูณกลืน
 - B แทนเลขหยุด (stopping number)

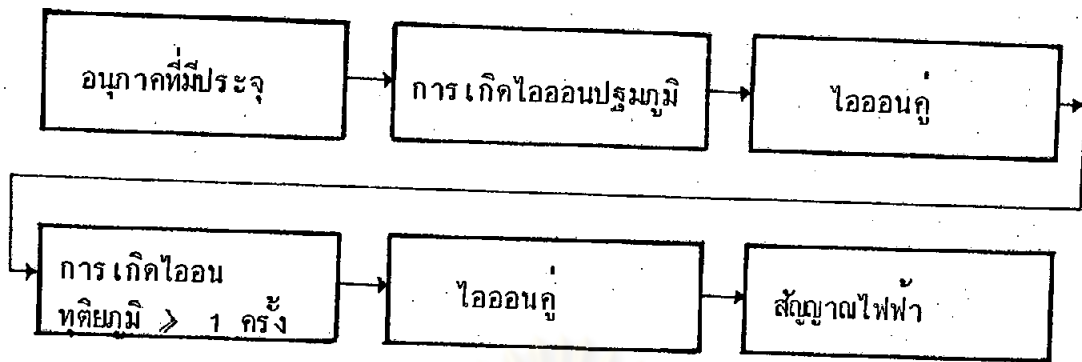
m แทนมวลของอิเล็กตรอน

และเกิดสัญญาณไฟฟ้าตามสมการข้างบน ขนาดของสัญญาณไฟฟ้าขึ้นอยู่กับจำนวนอิเล็กตรอนที่มาถึงขั้วบวก และจะไม่มีการสร้างอิเล็กตรอนทุติยภูมิจากอิเล็กตรอนปฐมภูมิเลย จำนวนอิเล็กตรอนที่มาถึงขั้วบวกจะเท่ากับจำนวนอิเล็กตรอนที่เกิดจากการเกิดไอออนปฐมภูมิ ไม่มี การรวมตัวของไอออนบวกกับอิเล็กตรอน (recombination) เพราะสนามไฟฟ้ามีค่ามาก และความดันของก๊าซต่ำ สังเกตได้ว่าสัญญาณไฟฟ้ามีขนาดไม่ขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ระหว่างขั้ว เครื่องวัดรังสีที่ทำในช่วงนี้เรียกว่า "Ionization chamber"

ข. บริเวณภูมิภาค (proportional region) เมื่อความต่างศักย์ระหว่างขั้ว สูงขึ้นกว่า V_p จะเกิดอิเล็กตรอนทุติยภูมิ หรือเกิดกาซมัลติพลีเคชัน (gas multiplication) จากการชนของอิเล็กตรอน ปฐมภูมิขณะที่เคลื่อนที่เข้าสู่ขั้วบวก สัญญาณไฟฟ้าที่ปรากฏจะมากกว่าบริเวณใกล้เคียง ๆ ขั้วบวก และขยายบริเวณออกไปตามความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่เพิ่มขึ้น การเพิ่มความเข้มของสนามไฟฟ้าก็เท่ากับการเพิ่มพลังงานจลน์ให้กับอิเล็กตรอนปฐมภูมิ จึงทำให้เกิดไอออนเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เรียกว่า "กาซมัลติพลีเคชัน" (gas multiplication) หรือ "การถล่มชั้นต้น" สัญญาณไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในช่วงนี้สำหรับ เครื่องวัดรังสีทรงกระบอกเป็นไปตามสมการ 3.73

$$\Delta V = -Mne/C \quad 3.73$$

ΔV จะต่างจาก ΔV ของบริเวณความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่ำ ๆ ซึ่ง $M = 1$ แต่ในบริเวณนี้ค่า M สูงได้ถึง 10^7 ขึ้นอยู่กับชนิดของก๊าซ ค่า M คงที่สำหรับค่าความต่างศักย์ระหว่างขั้วค่าหนึ่ง ๆ ดังนั้น ΔV จะขึ้นอยู่กับจำนวนของไอออนบวกหรืออิเล็กตรอน n ที่เกิดในการเกิดไอออนปฐมภูมิ ความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่ M คงที่เรียกว่า "บริเวณ ภูมิภาค" (proportional region) ช่วงความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่ M ขึ้นอยู่กับขนาดสัญญาณไฟฟ้า เรียกว่า "บริเวณภูมิภาคที่จำกัด" (limited proportionality) จาก V_p ถึง V_{op} เครื่องวัดรังสีที่ทำงานในบริเวณภูมิภาค เรียกว่า "เครื่องวัดรังสี ภูมิภาค" (proportional counter) แผนภาพแสดงการทำงานของเครื่องวัดรังสี ภูมิภาค คือ



รูปที่ 3.25 แผนภาพแสดงการทำงานของเครื่องวัดรังสีปฏิภาค

ก. ในบริเวณไกเกอร์ (Geiger region) เมื่อความต่างศักย์ระหว่างขั้วสูงจนถึง V_g สัญญาณไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะไม่ขึ้นอยู่กับจำนวนไอออนที่เกิดจากไอออนปฐมภูมิทุก ๆ สัญญาณบนจอออสซิลโลสโคปจะเท่ากันหมด ค่าของ M จะขึ้นอยู่กับขนาดของสัญญาณไฟฟ้าแต่ละสัญญาณ ความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่ำสุดคือ V_g เครื่องวัดรังสีที่ทำงานในบริเวณไกเกอร์นี้เรียกว่า "เครื่องวัดรังสีไกเกอร์" (Geiger counter) สำหรับเครื่องวัดรังสีไกเกอร์ขนาดสัญญาณไฟฟ้าขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่ให้แก่เครื่องวัดรังสี แผนภาพการทำงานของเครื่องวัดรังสีแบบนี้ก็เช่นเดียวกับเครื่องวัดรังสีปฏิภาคนั่นเอง

สรุปการให้ความต่างศักย์ระหว่างขั้วแก่เครื่องวัดรังสีบริเวณต่าง ๆ

1. บริเวณความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่ำ ๆ ขนาดสัญญาณไฟฟ้าไม่ขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่ให้แก่เครื่องวัดรังสี
2. บริเวณปฏิภาค M ไม่ขึ้นอยู่กับจำนวนของไอออนที่เกิดจากการเกิดไอออนปฐมภูมิ และ nM จะขึ้นอยู่กับความต่างศักย์ระหว่างขั้วที่ให้แก่เครื่องวัดรังสี
3. บริเวณไกเกอร์ nM จะมีค่าคงที่ที่ความต่างศักย์ระหว่างขั้วค่าหนึ่ง ๆ ไม่ว่าจะอนุภาคหรือรังสีชนิดใดเข้าไปในเครื่องวัดรังสี

ตามหลักการและทฤษฎีของเครื่องวัดรังสีนั้นมีดังต่อไปนี้

เครื่องวัดรังสีปฏิภาค (proportional counter)

การทำงานของเครื่องวัดรังสีบริเวณภูมิภาคเป็นช่วงความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่ำสุดที่เกิดกาชมลติฟิเคชัน ถ้า M จะมีค่าคงที่ที่ความต่างศักย์ระหว่างขั้วค่าหนึ่ง ๆ สำหรับเครื่องวัดรังสีภูมิภาคแบบทรงกระบอก ขนาดสัญญาณไฟฟ้าจะเป็นไปตามสมการ 3.74

$$\Delta V = - \frac{Mne}{C} \quad 3.74$$

โดยที่ ΔV แทนสัญญาณไฟฟ้าที่มีหน่วยเป็นโวลต์

M แทนกาชมลติฟิเคชัน

n แทนจำนวนอิเล็กตรอนที่เกิดในการเกิดไอออนปฐมภูมิ

C แทนความจุของเครื่องวัดรังสีมีหน่วยเป็น ฟารัด

สมการนี้ไม่คำนึงถึงประจุอิสระ พิจารณาต่ออิเล็กตรอนปฐมภูมิที่เคลื่อนที่จากขั้วลบเมื่ออิเล็กตรอนปฐมภูมิแต่ละอนุภาคเข้าไปในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้าสูงพอใกล้ ๆ ขั้วบวก อิเล็กตรอนที่เกิดใหม่ก็จะทำให้เกิดไอออนคู่เพิ่มขึ้นอีกโดยการชนและจะเป็นเช่นนี้เรื่อย ๆ ไป นิยามของกาชมลติฟิเคชัน M ที่กำหนดไว้คือ

"กาชมลติฟิเคชัน" (gas multiplication) คืออัตราของจำนวนอิเล็กตรอนทั้งหมดต่อจำนวนไอออนปฐมภูมิ"

3.11 ทฤษฎีของเครื่องวัดรังสีภูมิภาค

อาศัยหลักการเกิดไอออนในก๊าซ เนื่องจากการชนของอนุภาคหรือโฟตอน แล้วให้ความต่างศักย์ระหว่างขั้วสูง ๆ เพื่อให้เกิดกาชมลติฟิเคชันใกล้ ๆ ขั้วบวก การเพิ่มความเข้มสนามไฟฟ้าใกล้ ๆ ขั้วบวกอาจจะใช้วิธีตัดแปลงรูปร่างของขั้วไฟฟ้าก็ได้ ซึ่งเริ่มความต่างศักย์ (voltage threshold) ของเครื่องวัดรังสีภูมิภาคคือ ความต่างศักย์ที่อิเล็กตรอนได้รับพลังงานพอเหมาะที่จะทำให้เกิดการไอออนในระยะทางอิสระ (free path) สุดท้ายก่อนที่จะถูกเก็บบนขั้วบวก เมื่อความต่างศักย์เพิ่มพิสัยวิกฤตที่จะเกิดการไอออนในซีกจากอิเล็กตรอนปฐมภูมิจะเพิ่มขึ้นในปริมาตรของเครื่องวัดรังสี ทำให้เกิดการไอออนในซีกจากอิเล็กตรอนปฐมภูมิจะเพิ่มขึ้นในปริมาตรของเครื่องวัดรังสี ทำให้เกิดการเกิดไอออนคู่ทวีคูณขึ้นอีก ขณะที่อิเล็กตรอน

ปฐมภูมิเริ่มทำให้เกิดไอออนที่จุดใด ๆ ๑ ขั้วบวก จำนวนอิเล็กตรอนจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จะได้ว่า

$$dN = \alpha N dx \quad 3.75$$

โดยที่ dN แทนจำนวนของอิเล็กตรอนใหม่ที่เกิดจากอิเล็กตรอน N อนุภาค ในพิสัยระหว่าง x ถึง $x + dx$

α แทนสัมประสิทธิ์ทาวน์เซนดที่ 1 (first Townsend coefficient) เป็นฟังก์ชันของความเข้มสนามไฟฟ้าธรรมชาติของก๊าซและความดันของก๊าซ ถ้า α ไม่เป็นฟังก์ชันของระยะทาง x จากสมการ 3.75 จะได้ว่า

$$N = N_0 e^{\alpha x} \quad 3.76$$

N_0 แทนจำนวนอิเล็กตรอนปฐมภูมิ

α จะแปรผันไปอย่างมากตามปัญหาการคายประจุของก๊าซ (gas discharge problem)

ทาวน์เซนดโคสตรูเอมไพริกัลของ α คือ

$$\alpha = A p e^{(-Bp/E)} \quad 3.77$$

E แทนสนามไฟฟ้า

p เป็นความดันก๊าซ

ในการชนที่ทำให้เกิดไอออนแต่ละครั้งมีตัวไอออนบวกและอิเล็กตรอนอิสระ อิเล็กตรอนอิสระเคลื่อนที่ได้ช้ากว่าอิเล็กตรอน และไอออนบวกเป็นอุปสรรคต่ออิเล็กตรอนอิสระตัวอื่นอีกด้วย แต่เนื่องจากสนามไฟฟ้าสูงและความดันต่ำ ๆ ในเครื่องวัดรังสี จึงไม่มีการรวมกันใหม่ (recombination) ไอออนบวกจึงไม่มีความสำคัญสำหรับเครื่องวัดรังสีปฏิบัติและการเกิดไอออนลบ (electron attachment) มีผลน้อยมากไม่จำเป็นที่จะต้องคำนึงถึง

สำหรับโฟตอนก็มีความสำคัญในการเพิ่มไอออนเช่นกัน แต่โมเลกุลหลายเชิงของ ก๊าซจะลดผลจากโฟตอนลงมาก โฟตอนจึงไม่มีผล

ในการเกิดก๊าซมีลติพลิเคชันนี้ สามารถพิจารณาจากเครื่องวัดรังสีรูปทรงกระบอก ที่วัด α ไปได้ สนามไฟฟ้าภายในเครื่องวัดรังสีทรงกระบอกมีค่า

$$\vec{E} = \frac{CV}{r \ln(r_2/r_1)} \quad 3.78$$

r_1 แทนรัศมีขั้วบวก

r_2 แทนรัศมีภายในของขั้วลบ ($r_1 < r < r_2$)

\vec{E} แทนสนามไฟฟ้า

V แทนความต่างศักย์ระหว่างขั้วของเครื่องวัดรังสี

ความต่างศักย์ระหว่างขั้วต่ำสุดที่เกิดการมีลติพลิเคชันในเครื่องวัดรังสี เรียกว่า "ขีดเริ่มความต่างศักย์" (voltage threshold) สำหรับการดำเนินงานของเครื่องวัดรังสี ปฏิภาณ V_p มีความหมายในทางฟิสิกส์ว่าเป็นค่าต่ำสุดที่อิเล็กตรอนวิ่งไปยังขั้วบวก และได้รับพลังงานมากพอทำให้เกิดการชนและเกิดไอออนในระยะทางอิสระสุดท้ายก่อนที่อิเล็กตรอนจะถึงขั้วบวก

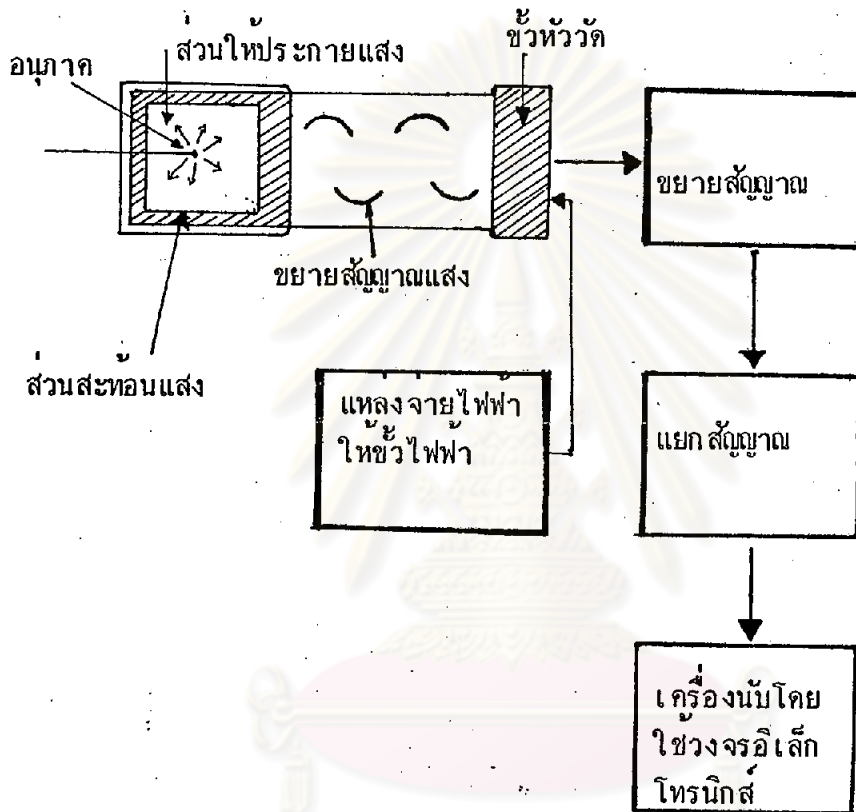
ให้ r_0 เป็นรัศมีที่เริ่มเกิดก๊าซมีลติพลิเคชัน r_0 ที่ขีดเริ่ม (threshold) เท่ากับรัศมีขั้วบวกหรือ $r_0 = r_1$ ในช่วงที่เครื่องวัดรังสีปฏิภาณเกิดก๊าซมีลติพลิเคชัน รัศมีมากกว่า r_1 จะได้อายุประมาณที่เปลี่ยนแปลงตามความต่างศักย์อย่างเชิงเส้น เช่น

$$r = r_1 V/V_p \quad 3.79$$

ในเครื่องวัดรังสี ระยะอิสระเฉลี่ย เฉลี่ยอยู่ในขนาด (order) 10^{-3} cm ก๊าซมีลติพลิเคชันมี 1000 จะเกิดขึ้นเมื่อเริ่มเกิดก๊าซมีลติพลิเคชันที่ระยะอิสระที่ 10 และอิเล็กตรอนที่จะทำให้เกิดก๊าซมีลติพลิเคชันนี้มีค่าพลังงานอยู่ในช่วง 30 - 50 eV

3.12 เครื่องวัดแบบประกายแสง (Scintillation counter)

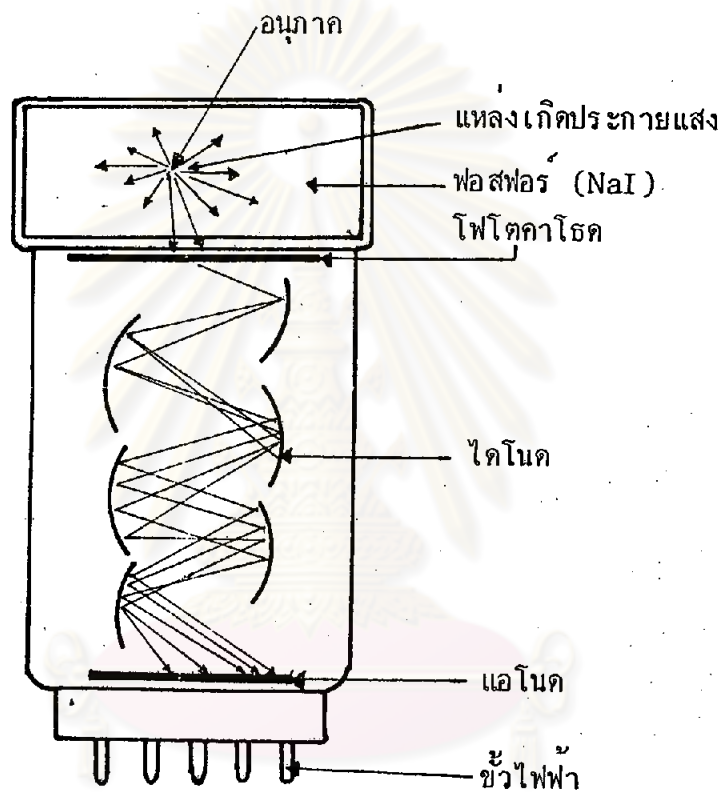
เครื่องวัดแบบประกายแสงนี้เป็นเครื่องวัดรังสีหรืออนุภาคที่มีพลังงานสูง เช่น รังสีแกมมา และยังสามารถบอกค่าพลังงานของอนุภาคที่ตรวจวัดได้ด้วย ระบบการวัดโดยใช้เครื่องวัดแบบนี้แสดงดังรูปที่ 3.26



รูปที่ 3.26 แสดงส่วนต่าง ๆ ในการวัดอนุภาคโดยใช้เครื่องวัดแบบประกายแสง

หลักการทํางานของหัววัดแบบประกายแสงนี้เริ่มต้นจากการที่รังสีหรืออนุภาคตกกระทบผ่านเข้าไปในส่วนที่ทำให้เกิดประกายแสง (phosphor) และสัญญาณแสงจะสะท้อนภายในหัววัดแล้วไปตกกระทบส่วนที่เป็นท่อนำแสง เกิดการขยายสัญญาณของแสงโดยอาศัยหลักการของโฟโตอิเล็กทริก (photoelectric effect) โดยใช้ขั้วไฟฟ้าคาโทด (cathode) ไดโนด (dynode) และแอโนด (anode) ดังรูปที่ 3.26 และเมื่ออิเล็กทรอนิกส์

ที่เกิดขึ้นมีจำนวนเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ไปตกกระทบแอโนด สัญญาณก็จะสูงขึ้น และส่งต่อไปยังเครื่องขยายสัญญาณ (preamplifier) และหลังจากนั้นก็ส่งต่อไปยังเครื่องแยกสัญญาณ (discriminator and pulse shaper) และแสดงออกมาเป็นความสูงของ pulse และหลังจากนั้นก็ส่งต่อเข้าเครื่องนับจำนวนอนุภาคโดยบอกออกมาเป็นช่อง ๆ และค่าพลังงาน ทั้งนี้อาศัยวงจรไฟฟ้าทางอิเล็กทรอนิกส์



รูปที่ 3.27 แสดงการเกิดประกายแสงและการขยายสัญญาณภายในหัววัดแบบประกายแสง

ถ้าใช้ประจุ q ปรากฏจากการขยายสัญญาณโดยหลักการของโฟโตอิเล็กทริกแล้วสัมพันธ์กับค่าพลังงานอนุภาคที่เกิดจากปฏิกิริยาทางนิวเคลียสแล้ว และถ้าให้ n_e เป็นจำนวนอิเล็กตรอนที่เกิดจากหลักการของโฟโตอิเล็กทริก (photoelectric) และ M คือผลคูณของจำนวนอิเล็กตรอนที่เกิดขึ้นแล้ว

$$q = Men_e \quad 3.80$$

และค่าของ n_e สามารถหาได้จาก

$$n_e = \frac{E_n F_n C_{np} T_p F_p S_m f F_c}{\dots} \quad 3.81$$

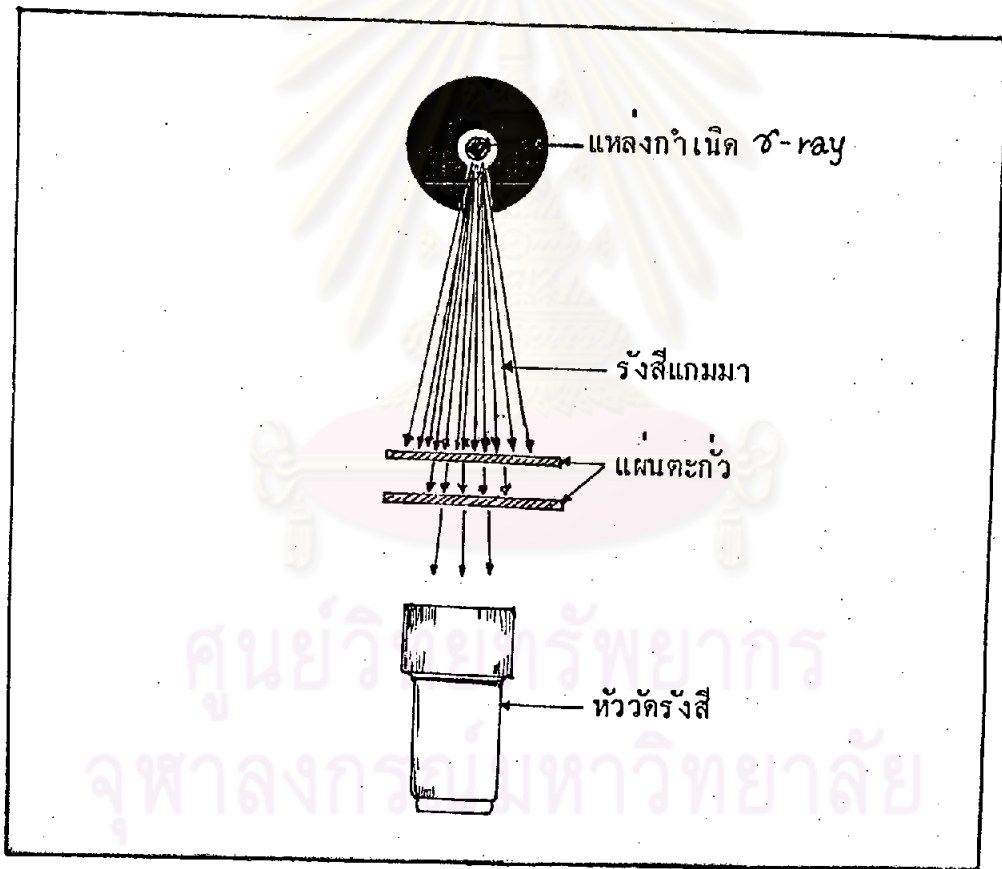
- โดยที่
- F_n = ส่วนของพลังงานทั้งหมดของอนุภาคที่ถูกดูดกลืนโดยส่วนประกายแสง
 - C_{np} = สัมประสิทธิ์ของการคงที่ของพลังงานของการเปลี่ยนค่าพลังงานของอนุภาคให้เป็นสัญญาณแสง
 - T_p = ความสามารถในการวิ่งผ่านของประกายแสงที่เกิดขึ้นในส่วนประกายแสง
 - F_p = ปริมาณของแสงที่สามารถไปตกกระทบบนขั้วคาโทด
 - S_m = ความไวของขั้วคาโทดที่จะให้แก่วोलต์อิเล็กทริกได้
 - f = ความไวของขั้วคาโทดที่จะทำให้เกิดการแผ่สเปกตรัม
 - F_c = จำนวนของอิเล็กตรอนที่เกิดขึ้นที่จะวิ่งไปชนขั้วไอโนด

ในการคำนวณจริง ๆ แล้ว จะให้ $T_p = F_p = f = F_c = 1$ และ $S_m = 0.05$ และให้ $C_{np} = 4\%$ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของเครื่องวัด

ในการวิจัยนี้ได้ใช้หัววัดที่บรรจุด้วยโซเดียมไอโอไดด์ (NaI) และเพิ่มตัวทำให้เกิดความไวโดยธาตุเลียม (thallium) ซึ่งโซเดียมไอโอไดด์นี้จะมีค่าความหนาแน่นและเลขมวล (atomic number) สูงมากใช้วัดรังสีแกมมาได้เฉพาะ

3.13 ทฤษฎีเกี่ยวกับการที่รังสีแกมมาถูกดูดกลืนโดยธาตุหนัก

รังสีแกมมาเมื่อผ่านเข้าไปในธาตุที่มีเลขมวลอะตอมสูงแล้วจะถูกดูดกลืนไว้ ทั้งนี้เนื่องจากว่าธาตุที่มีเลขอะตอมมาก ๆ นั้นจะสามารถรับการถ่ายพลังงานของรังสีแกมมาไว้ได้ ดังนั้นเมื่อรังสีแกมมาที่มีพลังงานน้อยวิ่งผ่านเข้าไปในธาตุที่มีเลขมวลอะตอมมาก ๆ และมีความหนาแน่นสูง ๆ เช่น ตะกั่ว จะทำให้อิทธิพลของรังสีแกมมาหยุดอยู่ในตะกั่วชั้นนี้ เพราะว่าการถ่ายพลังงานของรังสีแกมมาเป็นโฟตอน (photon) พลังงานนี้จะถูกดูดกลืนไว้โดยตะกั่วทั้งหมดจึงไม่มีพลังงานพอที่จะทำให้แกมมาทะลุผ่านไปได้อีก แต่หารังสีแกมมาที่มีค่าพลังงานมาก ๆ และธาตุที่เบาเกินไปบางมาก อาจจะทำให้อิทธิพลของรังสีแกมมาทะลุผ่านไปได้อีก



รูปที่ 3.28 แสดงถึงการที่รังสีแกมมาทะลุผ่านสิ่งกีดขวางได้ และการตรวจนับรังสีแกมมาที่เหลือจากตัวกั้นและผ่านตะกั่ว

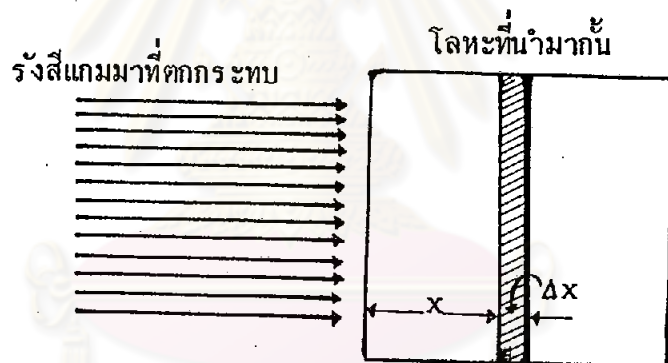


จากรูปที่ 3.27 นั้นเราพอจะหาความสัมพันธ์ที่จะหาค่าอัตราการสูญเสียพลังงานให้แก่วัสดุที่นำมารังสีแกมมาได้ ตามสมการดังนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad 3.82$$

- โดยที่ I_0 เป็นค่าความเข้มของลำ (beam) ของรังสีแกมมาที่เข้าชนสิ่งที้นำมาขึ้น
 I เป็นค่าความเข้มของลำ (beam) ที่จุดใด ๆ ในสิ่งที้นำมาขวางกัน
 μ สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแบบเชิงเส้น (linear absorption coefficient)
 x ความหนาของสิ่งที้นำมาขึ้น

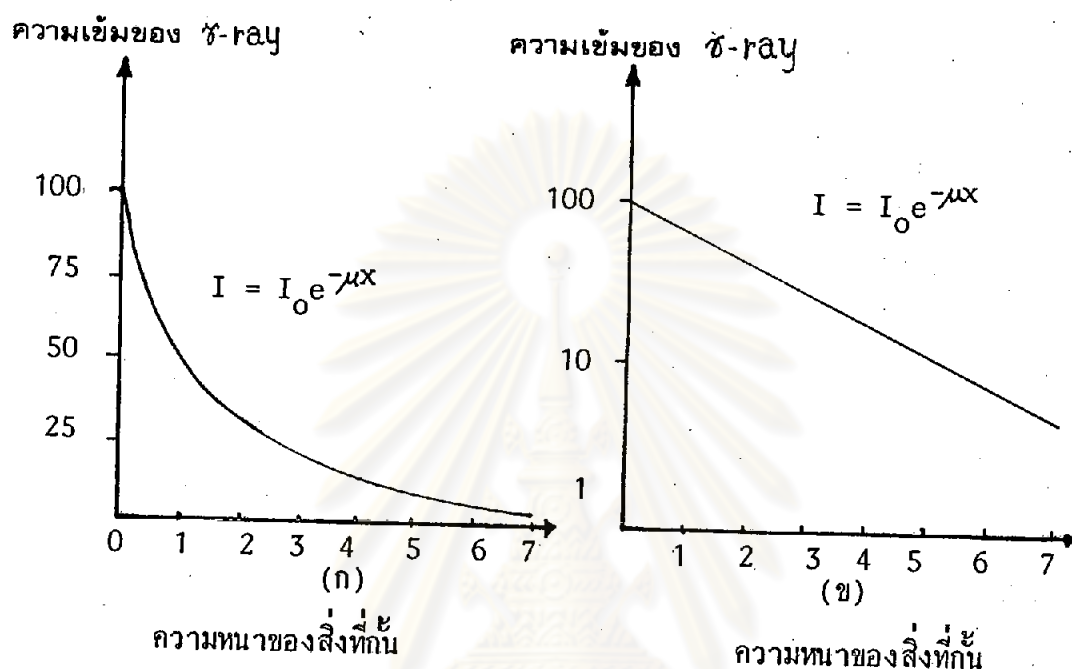
จากสมการที่ 3.82 นั้นจะมีความสัมพันธ์ดังรูปที่ 3.29



$$\begin{aligned} \text{ความเข้ม} &= I_0 & \text{ความเข้ม} &= I - \Delta I \\ \text{ณ. ความหนา} &= 0 & \text{ความหนา} &= x + \Delta x \end{aligned}$$

รูปที่ 3.29 แสดงถึงการที่รังสีแกมมาตกกระทบสิ่งทีดูดกลืนและระยะต่าง ๆ ที่แปรผันตามค่าของสมการที่ 3.82

จะเห็นว่าค่าของความเข้มที่ตำแหน่งใด ๆ ในเนื้อของวัตถุที่นำมากั้นรังสีแกมมานั้นจะมีค่าลดลงอย่างเอกซ์โพเนนเชียล (exponential) ทั้งนี้เพราะว่ายอมแปรตามค่าของ $e^{-\mu x}$ ตามรูปภาพ ที่ 3.30



รูปที่ 3.30 แสดงปริมาณของรังสีแกมมาด้วยระยะทางความหนาของสิ่งทึบ
 ก. แสดงการใช้ตัวเลขธรรมดา
 ข. แสดงการใช้ตัวเลขโดยเทียบกับ Log_e ของความหนา

พิจารณาสมการ 3.82 เรากำหนดให้ลำของรังสีแกมมาวิ่งผ่านความหนา X ของตัวกั้นรังสี ซึ่งความหนาที่ขอดีเพียงที่จะทำให้ปริมาณความเข้มของลำของรังสีลดลงไปเป็น ΔI จากที่ได้จากการทดลองนั้นจะเห็นว่าเมื่อใช้อัตราส่วนระหว่าง $\Delta I/I$ นั้นจะแปรกับค่าของ Δx และถ้าให้ค่าของ μ เป็นค่าการคงที่ของการแปรผันจะได้

$$\frac{\Delta I}{I} = -\mu \Delta x \quad 3.83$$

เครื่องหมายลบแสดงถึงค่าความเข้มของลำรังสีจะลดลงเมื่อความหนาเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จากสมการ 3.83 ถ้าเราให้ความหนาเป็น dx แล้ว จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของ ΔI ต่อ I เป็น

$$\frac{dI}{I} = -\mu dx \quad 3.84$$

เมื่ออินทิเกรตสมการที่ 3.84 จะได้เป็น

$$\ln I = \ln I_0 - \mu x \quad 3.85$$

เมื่อ $\ln I_0$ เป็นค่าคงที่ของการอินทิเกรต และจะได้สมการ 3.81 เมื่อเขียนให้อยู่ในรูปง่าย ๆ ได้เป็น

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\mu x$$

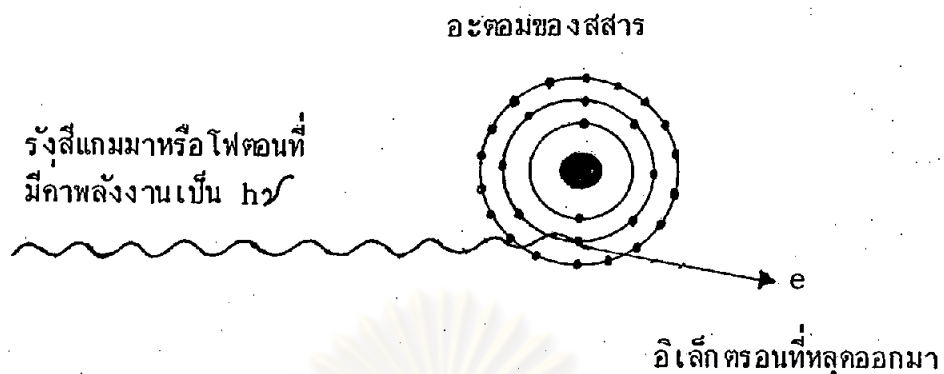
$$\text{และ } I = I_0 e^{-\mu x} \quad 3.86$$

ซึ่งสมการ 3.86 ก็เหมือนกับสมการที่ 3.82 ดังนั้น ถ้าเราทราบ μ ของวัสดุที่นำมากั้นแล้วเราก็สามารถหาค่าของ I ที่ระยะต่าง ๆ ได้โดย I_0 ทราบได้จากการทดลองวัดด้วยหัววัดเมื่อยังไม่เอาวัสดุมา

เมื่อพิจารณาการดูดกลืนรังสีแกมมาโดยธาตุหนักหรือสารต่าง ๆ นั้นเราอาจจะพิจารณาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อรังสีแกมมาชนกับอะตอมของธาตุหนักได้ 3 ปรากฏการณ์คือ

3.13.1 ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตรอน (photoelectric effect)

ปรากฏการณ์นี้เกิดขึ้นเมื่อรังสีแกมมาเข้าชนกับอะตอมของสารแล้วอิเล็กตรอนที่โคจรรอบอะตอมจะมีการแลกเปลี่ยนพลังงานกับรังสีแกมมา ซึ่งจะทำให้อิเล็กตรอนได้รับพลังงานสูงขึ้นและหลุดออกจากอะตอมได้ หมายความว่าเมื่อรังสีแกมมาที่มีพลังงานสูง ๆ เมื่อชนกับอิเล็กตรอนแล้วจะมีการแลกเปลี่ยนพลังงานจากรังสีแกมมาเอาไปให้กับอิเล็กตรอน และทำให้อิเล็กตรอนที่ถูกยึดไว้นั้นจะมีค่าพลังงานสูงกว่าพลังงานที่ถูกอะตอมยึดเหนี่ยวไว้ก็ทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกมาจากอะตอมได้ ดังรูปที่ 3.31 ซึ่งแสดงการชนระหว่างอิเล็กตรอนกับรังสีแกมมาในรูปของโฟตอน (photon) ที่มีพลังงานสูง



รูปที่ 3.31 แสดงการเกิดโฟโตอิเล็กทริกเอฟเฟ็ค

ซึ่งลักษณะการเกิดขบวนการนี้เรียกว่าโฟโตอิเล็กทริก เอฟเฟ็ค (photoelectric effect) ซึ่งอธิบายลักษณะการเกิดโดยสมการของไอน์สไตน์

$$h\nu = \phi + E_k \quad 3.87$$

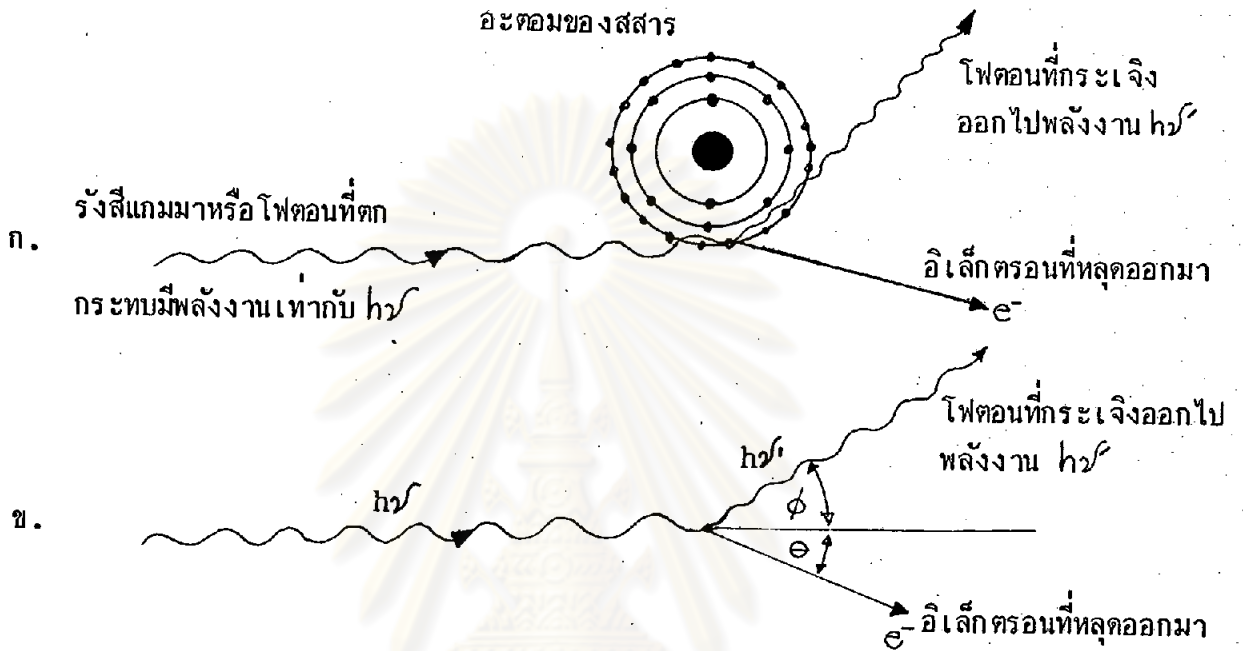
โดยที่ h ค่าคงที่ของพลังค์ (Planck's constant)
 ν ค่าความถี่ของรังสีแกมมาหรือโฟตอน
 $h\nu$ ค่าพลังงานของรังสีแกมมาทั้งหมดที่ตกกระทบอะตอม
 ϕ ค่าพลังงานยึดเหนี่ยวของอะตอมกับอิเล็กตรอน
 E_k ค่าพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่หลุดมาจากอะตอม

และอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาจากอะตอมเรียกว่า โฟโตอิเล็กตรอน (photoelectrons) และอะตอมก็จะกลายเป็นไอออน (ion) และอิเล็กตรอนที่หลุดออกมานั้นก็จะมีค่าพลังงานสูงพอที่จะทำให้เกิดการไอออไนซ์ได้ (ionization) เมื่ออิเล็กตรอนนี้วิ่งไปชนกับอะตอมข้างเคียงก็จะทำให้อะตอมนั้นปล่อยอิเล็กตรอนออกมาอีก

การวัดค่าพลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอนนี้จะหมายถึงค่าพลังงานของรังสีแกมมาด้วย ค่าพลังงานของโฟโตอิเล็กตรอนนี้จะหาโดยการหาจากอัตรา การดูดกลืนของตัวดูดกลืน (absorber) และค่าพลังงาน ϕ ก็จะสัมพันธ์กับพลังงานของอะตอมด้วย ดังนั้นเราก็สามารถหาค่าของพลังงานของรังสีแกมมาได้

3.13.2 ปรากฏการณ์คอมป์ตัน (Compton effect)

พิจารณาอะตอมเดี่ยวเมื่อเกิดการชนระหว่างอิเล็กตรอนกับรังสีแกมมาที่เข้าชน อิเล็กตรอนของอะตอมลักษณะการชนจะแสดง ดังรูปที่ 3.32



รูปที่ 3.32 ก แสดงถึงปรากฏการณ์คอมป์ตัน
 ข แสดงลักษณะขบวนการเกิดปรากฏการณ์คอมป์ตัน

พิจารณารังสีแกมมาซึ่งมีค่าพลังงานเป็น $h\nu$ และมีค่าความเร็วเป็น c และอาศัยทฤษฎีสัมพัทธภาพแล้ว มวลของรังสีแกมมาจะเป็น $\frac{h\nu}{c^2}$ และค่าโมเมนตัมของรังสีแกมมา มีค่าเป็น $h\nu/c$ ว่างเข้าชนอิเล็กตรอนที่โคจรรอบนิวเคลียสของอะตอมและการชนแบบนี้ถือว่าเป็นการชนแบบยืดหยุ่น (elastic collision) ซึ่งการชนแบบนี้จะเป็นไปตามกฎทรงพลังงาน และโมเมนตัม และหลังการชนแล้วอิเล็กตรอนจะหลุดออกไปมีค่าความเร็วเป็น v โดยมีทิศทางทำมุมกับแนวทางการเคลื่อนที่ของรังสีแกมมาที่ตกกระทบเป็น θ และจะมีรังสีหรือโฟตอนที่พลังงาน $h\nu'$ กระเจิงออกไปทำมุมกับแนวทางการเคลื่อนที่เดิมเป็นมุม ϕ ตามรูปที่ 3.32 (ข) และจากหลักของการคงที่ของพลังงาน (the principle of

energy) จะได้สมการเป็น

$$h\nu = h\nu' + m_0c^2(k-1) \tag{3.88}$$

โดยที่ $m_0c^2(k-1)$ เป็นค่าพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนซึ่งหาได้จากหลักการของทฤษฎีสัมพัทธภาพ

$$k \text{ เป็นค่าของ } (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

และอาศัยการศึกษาโดยเอาหลักการทางเวกเตอร์โดยคิดทิศทาง การเคลื่อนที่ทั้ง 3 ทิศทางและอาศัยหลักการคงที่ของโมเมนตัม (the principle of momentum) จะได้

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos\phi + km_0v \cos\theta \tag{3.89}$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin\phi - km_0v \sin\theta \tag{3.90}$$

จากสมการ 3.90 จะหาค่าออกมาในรูปของความยาวคลื่นเป็น

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\phi) \tag{3.91}$$

$$\cot \frac{\phi}{2} = (1 + \alpha) \tan \theta \tag{3.92}$$

$$\mathcal{E} = m_0c^2(k-1) = h\nu' \frac{2\alpha \cos^2\theta}{(1+\alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\theta} \tag{3.93}$$

$$\text{โดยที่ } \alpha = h\nu'/m_0c^2$$

\mathcal{E} = เป็นค่าพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่เกิดหลังจากการชน

λ, λ' = เป็นค่าความยาวคลื่นของโฟตอนก่อนชนกับโฟตอนหลังชน

สมการ 3.91 เป็นความสัมพันธ์ของความยาวคลื่นของโฟตอนก่อนกระทบกับหลังกระทบ

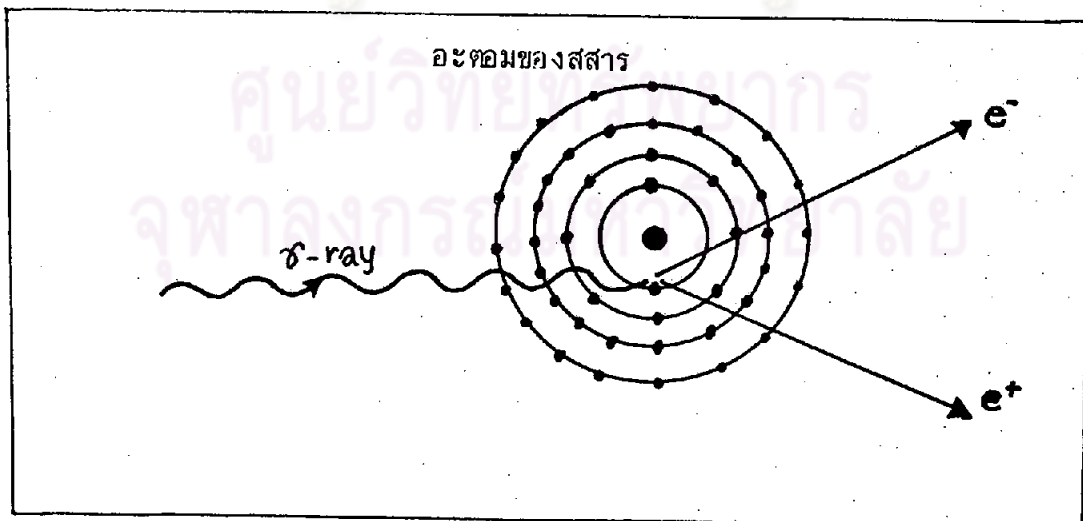
และจะเห็นว่าผลต่างของความยาวคลื่นทั้งสองครั้งจะไม่แปรผันตามวัตถุที่ถูกชนแต่ละแปรผัน
ความถี่ ϕ ที่เกิดจากกระเจิงออกไป

สมการที่ 3.92 เป็นความสัมพันธ์ระหว่างทิศทางของการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน
ที่เกิดหลังจากการชนกับทิศทางกระเจิงของโฟตอนหลังจากการชน สมการที่ 3.93
เป็นความสัมพันธ์ระหว่างอิเล็กตรอนที่เกิดหลังจากการชนกับพลังงานของโฟตอนก่อนการชน
และมุม θ ซึ่งเป็นมุมของอิเล็กตรอนที่เกิดหลังจากการชนทำกับแนวทางของโฟตอนก่อนชน

จากการเกิดปรากฏการณ์คอมป์ตันนี้ เป็นลักษณะหนึ่งของการที่รังสีแกมมาหรือ
โฟตอนเข้าชนกับอะตอมของธาตุหนักหรือ ธาตุต่าง ๆ ที่น้ำหนักกันซึ่งจะทำให้พลังงานของ
โฟตอน หรือรังสีแกมมาลดลงไป

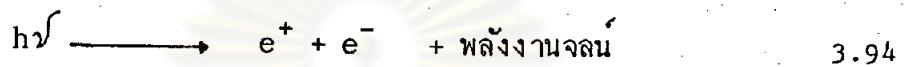
3.13.3 ปรากฏการณ์การเกิดอนุภาคคู่ที่มีประจุ (pair production)

นอกจากจะเกิดปรากฏการณ์ทั้งสองที่กล่าวมาแล้วเนื่องจากการที่รังสีแกมมาหรือ
โฟตอนที่มีพลังงานสูงเข้าชนอะตอมของธาตุหรือวัตถุต่าง ๆ แล้ว จะเกิดปรากฏการณ์อีก
อย่างเรียกว่า การเกิดอนุภาคคู่ที่มีประจุ (pair production) ซึ่งการเกิดในลักษณะ
นี้ แสดงออกดังรูปที่ 3.33 จะมีค่าพลังงานของการเกิดต่ำสุด 1.02 เม็กกะอิเล็ก
ตรอนโวลต์ (MeV) ถือว่าเป็นค่าพลังงานต่ำสุดที่จะเกิดได้ (threshold energy)



รูปที่ 3.33 แสดงการเกิด pair production

ปรากฏการณ์การเกิดอนุภาคคู่ที่ประจุนเป็นปรากฏการณ์อย่างหนึ่งที่รังสีแกมมา หรือโฟตอนเมื่อเข้าชนกับอะตอมแล้วจะไม่มีโฟตอนหรือรังสีแกมมาออกมาอีกจะเกิดมีอนุภาค ขึ้นมาแทนนั้นคือ โฟตอนหรือรังสีแกมมาที่เข้าชนกับอะตอมนี้จะทำให้เกิดอนุภาค 2 ตัว ตัวหนึ่ง จะมีประจุลบ เรียกว่า อิเล็กตรอนหรือเนกกาตรอน (negatron, e^-) และอีกตัว หนึ่งเป็นประจุบวก หรือโพสิตรอน (positron, e^+) ตามรูปที่ 3.32 ซึ่งอนุภาคทั้งสอง จะมีลักษณะเหมือนกันทุกอย่างยกเว้นประจุเท่านั้น พลังงานของการเกิด (production) นี้จะคงที่ทั้งก่อนเกิดและหลังเกิด จึงเป็นไปตามสมการ



โดยการใช้ความสัมพันธ์ของสมการของไอน์สไตน์ที่ว่า $E = mc^2$ นั้นหาค่าของอิเล็กตรอน และโพสิตรอนที่เกิดขึ้นแล้ว แต่ละตัวจะมีค่าของพลังงานเป็น 0.51 เมกกะอิเล็กตรอนโวลต์ (MeV) พอดี ซึ่งเมื่อรวมกันทั้งสองตัวแล้วจะมีค่าเป็น 1.02 MeV พอดี ซึ่งจะเห็นว่าการเกิดPair Productionนี้จะเกิดได้ก็มากที่ค่าพลังงานของโฟตอนเป็น 1.02 MeV แต่ค่าพลังงานที่มากกว่านี้แล้วผลที่เกิดออกมาแล้ว เมื่อวัดค่าของพลังงานจลน์ของทั้งสองอนุภาคแล้วจะทราบว่าค่าของโพสิตรอนมีค่าพลังงานจลน์มากกว่าอิเล็กตรอน ซึ่งจะเป็นไปตามสมการ 3.94

จากปรากฏการณ์ทั้ง 3 ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นจะเห็นว่า การที่รังสีแกมมาหรือโฟตอน พลังงานสูง ๆ เมื่อถูกกั้นด้วยโลหะหรือธาตุหนัก ๆ แล้วจะเกิดการดูดกลืนขึ้น และลักษณะ การดูดกลืนนั้นจะเกิดขบวนการทั้ง 3 พร้อมกันไปด้วยในอะตอมของโลหะหรือธาตุที่น้ำหนักนั้น ซึ่งถ้าเราคิดสัมพันธ์การดูดกลืนของโลหะแล้วจะต้องคิดทั้ง 3 กรณีเข้าด้วยกัน จากสมการ 3.82 จะเห็นว่าถ้าเราคิดสัมพันธ์การดูดกลืน (μ) โดยให้

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad 3.95$$

โดยที่ μ_m = สัมประสิทธิ์การดูดกลืนเชิงมวล

μ = สัมประสิทธิ์การดูดกลืนเชิงเส้น

ρ = ความหนาแน่นของสาร

และถ้าคิดการดูดกลืนของสารทั้ง 3 กรณีเข้าด้วยกันจะได้เป็น

$$\mu_m = T_m + \mu_{mc} + \mu_{mp} \quad 3.96$$

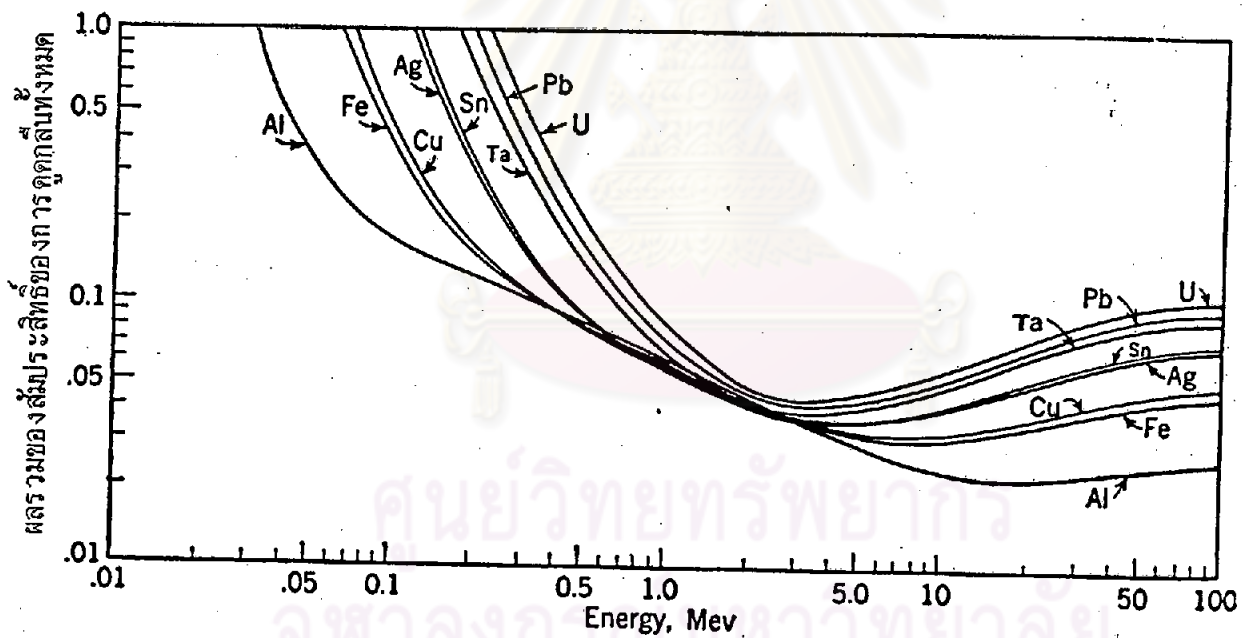
โดยที่ T_m = สัมประสิทธิ์การดูดกลืนเชิงมวลของปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก

μ_{mc} = สัมประสิทธิ์การดูดกลืนเชิงมวลของปรากฏการณ์คอมป์ตัน

μ_{mp} = สัมประสิทธิ์การดูดกลืนเชิงมวลของปรากฏการณ์อนุภาคคู่

และ μ_m = ผลรวมของการดูดกลืนทั้งหมด (total absorption)

ลักษณะค่าของ μ_m ดังรูปที่ 3.33 ของรังสีแกมมาถูกดูดกลืนโดยตะกั่ว



รูปที่ 3.34 แสดงความสัมพันธ์การดูดกลืนเชิงมวลของตะกั่วต่อ (μ_m) รังสีแกมมา โดยตะกั่ว

และตารางเปรียบเทียบค่าของ μ_m ของโลหะต่าง ๆ เทียบกับพลังงานของรังสีแกมมา
แสดงดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงความสัมพันธ์ค่าพลังงานของรังสีแกมมากับค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน
เชิงมวล (14)

พลังงานของรังสีแกมมา (MeV)	สัมประสิทธิ์การดูดกลืนเชิงมวล μ_m (เซนติเมตร) ² /กรัม
0.01	24.6
0.015	7.68
0.02	3.34
0.03	1.10
0.04	0.542
0.05	0.350
0.06	0.267
0.08	0.197
0.10	0.169
0.15	0.139
0.20	0.124
0.30	0.107
0.40	0.0954
0.50	0.0870
0.60	0.0804
0.80	0.0706
1.0	0.0635
1.5	0.0517
2.0	0.0445
3.0	0.0363

พลังงานของรังสีแกมมา (MeV)	สัมประสิทธิ์ การดูดกลืนเชิงมวล μ_m (เซนติเมตร) ² /กรัม
2.0	0.0445
3.0	0.0363
4.0	0.0317
5.0	0.0287
6.0	0.0268
8.0	0.0243
10.0	0.0229
15.0	0.0214
20.0	0.0209
30.0	0.0209
40.0	0.0213
50.0	0.0217
60.0	0.0222
80.0	0.0230
100.0	0.0237

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย