บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้คือ ศึกษาและพัฒนาการทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มที่แจกแจงแบบทวินามภายใต้แนวคิดแบบเบส์ และเปรียบเทียบผลการทดสอบสมมูลของตัวแปรสุ่มทวินามภายใต้สองแนวคิด ระหว่างแนวคิดแบบคลาสสิกโดยวิธีประยุกต์ของพาเทิลและกุปตา (Modified Patel-Gupta test) และ แนวคิดแบบเบส์ ผลการวิจัยมีข้อสรุปดังนี้

การทดสอบความสมมูลของตัวแปรสุ่มทวินามสองตัวคือ $X_1 \sim B(n_1, \theta_1)$ และ $X_2 \sim B(n_2, \theta_2)$ และมีสมมติฐานในการทดสอบคือ $H_0 : |\theta_1 - \theta_2| \geq \Delta$ และ $H_1 : |\theta_1 - \theta_2| < \Delta$ เมื่อ Δ คือ ความต่างของพารามิเตอร์ θ ที่ยอมรับได้ การปฏิเสธสมมติฐาน H_0 หมายถึงตัวแปรสุ่มทั้งสองนั้นสมมูลกัน สามารถทำได้ในสองแนวทางคือการใช้แนวคิดแบบคลาสสิกและแนวคิดแบบเบส์ สำหรับแนวคิดแบบเบส์สามารถทำได้โดยการหาค่า

$$P(\theta \in \Theta_0^c | X) = 1 - \int_{\Delta}^{1} \int_{0}^{\theta_2 - \Delta} f(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 - \int_{0}^{1-\Delta} \int_{\theta_2 + \Delta}^{1} f(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2$$

เมื่อ $f(\theta_1, \theta_2)$ เป็นการแจกแจงร่วมของตัวแปรสุ่มเบตาที่ θ_1 และ θ_2 เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงเหมือนกัน นั่นคือ $Beta(x_1 + 1, n_1 - x_1 + 1)$ และ $Beta(x_2 + 1, n_2 - x_2 + 1)$ เมื่อ x_1 และ x_2 เป็นตัวอย่างสุ่มที่ได้จาก $X_1 \sim B(n_1, \theta_1)$ และ $X_2 \sim B(n_2, \theta_2)$ และจะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ $P(\theta \in \Theta_0^c | X) > k$ โดยที่ k เป็นค่าคงที่ที่ถูกกำหนดขึ้น

สำหรับการเปรียบเทียบการทดสอบความสมมูลทั้งสองวิธี ใช้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นจริง และค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จ โดยค่าดังกล่าวแสดงในตารางที่ 4.1 ถึง 4.9 และจากรูปที่ 4.1 ถึง 4.36 จะพบว่าเมื่อค่าพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 มีค่าใกล้เคียง 0 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ถึง 200 โดยประมาณ วิธีคลาสสิกจะให้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จสูงกว่าวิธีเบส์ ดังสังเกตได้จากรูปที่ 4.1, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.9, 4.10 ,4.13 และ 4.25 แต่เมื่อค่าพารามิเตอร์ θ_1 และ θ_2 มีค่าไม่ใกล้ 0 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ถึง 200 โดยประมาณ วิธีเบส์จะให้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จสูงกว่าวิธีคลาสสิก สังเกตได้จากรูปที่ 4.17, 4.18, 4.21, 4.22, 4.26, 4.30, 4.31, 4.33, 4.34 และ 4.35 และทั้งสองวิธีจะให้ค่าสัดส่วนจำลองการปฏิเสธ H_0 เมื่อ H_0 เป็นเท็จใกล้

เคียงกันมากไม่ว่าค่าพารามิเตอร์จะมีค่าเท่าใดก็ตามเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ สังเกตได้จากรูปที่ 4.4, 4.8, 4.12, 4.16, 4.20, 4.24, 4.28, 4.32 และ 4.36

ข้อเสนอแนะ

จากที่กล่าวมาทั้งหมดนั้น สามารถสรุปได้ว่าวิธีคลาสสิกจะให้ผลการทดสอบที่ดีกว่าวิธีเบส์เมื่อค่าพารามิเตอร์ในการทดสอบมีค่าใกล้เคียง 0 หรือ 1 และขนาดตัวอย่างมีจำนวนน้อยถึงปานกลาง แต่วิธีเบส์จะดีกว่าวิธีคลาสสิกเมื่อค่าพารามิเตอร์ในการทดสอบมีค่าไม่ใกล้เคียง 0 หรือ 1 และขนาดตัวอย่างมีจำนวนน้อยถึงปานกลาง สำหรับขนาดตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ ไม่ว่าค่าพารามิเตอร์ของตัวแปรสุ่มทั้งสองจะมีค่าอยู่ในช่วงใด ผลการทดสอบของทั้งสองวิธีจะได้ผลที่ใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นผู้ใช้การทดสอบสมมูลควรเลือกใช้วิธีการทดสอบที่ตรงกับสถานการณ์ข้างต้นเพื่อให้เกิดความถูกต้องในการทดสอบสูงที่สุด

นอกจากนี้ผู้ใช้การทดสอบสมมูลควรหลีกเลี่ยงการใช้การทดสอบสมมูลโดยวิธีเบส์เมื่อ n มีค่าน้อยและค่าพารามิเตอร์มีค่าเข้าใกล้ 0 เนื่องจากขนาดตัวอย่างที่น้อยนั้นให้ค่าสัดส่วนการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ต่ำมากเมื่อเทียบกับวิธีคลาสสิก กล่าวคือไม่ว่าสมมติฐาน H_0 จะเป็นจริงหรือเป็นเท็จ วิธีเบส์จะมีโอกาสน้อยมากในการปฏิเสธสมมติฐาน H_0 แต่ถึงอย่างไรก็ดีเมื่อ n มีค่ามากทั้งสองวิธีให้ผลใกล้เคียงกัน สาเหตุเนื่องมาจากการวิจัยครั้งนี้ $f(\theta_1,\theta_2)$ เป็นการแจกแจงหลังซึ่งได้จากการไม่ทราบลักษณะการแจกแจงก่อน (noninformative prior distribution) ทำให้การมีข้อมูลน้อย (n มีค่าน้อย) นั้น ข้อมูลที่ได้อาจไม่เพียงพอต่อการปรับสภาพการแจกแจงหลังให้เหมาะสมมากขึ้น

ในแง่ของการใช้การทดสอบสมมูลเมื่อ n มีค่าน้อยมาก เช่น 5 ถึง 20 เป็นต้น การใช้การทดสอบด้วยวิธีคลาสสิกโดยวิธีประยุกต์ของพาเทิลและกุปตา (Modified Patel-Gupta test) จะไม่เหมาะสมเนื่องจากค่า n ที่มีค่าน้อยจะทำให้ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบยังไม่ลู่เข้าสู่การแจกแจกแบบเอฟนั้นเอง ดังนั้นในที่นี้ควรเลือกใช้การทดสอบโดยวิธีเบส์ แต่ควรทราบลักษณะการแจกแจกก่อนที่ชัดเจน (informative prior distribution) หรือใช้การทดสอบโดยตรง เช่นเดียวกับการทดสอบทวินามนั้นเอง สำหรับผู้ที่สนใจอาจทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบต่อไปได้

ในแง่ของความซับซ้อนในการใช้การทดสอบสองวิธี วิธีคลาสสิกสามารถทำได้โดยใช้เครื่องคิดเลขและตารางสถิติเนื่องจากความซับซ้อนไม่มากเท่ากับวิธีของเบส์ ซึ่งซับซ้อนมาก การใช้การทดสอบสมมูลด้วยวิธีเบส์นั้น ต้องใช้คอมพิวเตอร์ในการคำนวณค่าอินติเกรทหาความน่า

น่าจะเป็นของการแจกแจงร่วมของการแจกแจงเบตา เนื่องจากฟังก์ชันที่อินติเกรทนั้นไม่สามารถคำนวณได้ด้วยวิธีแคลคูลัส โดยอาจใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้เลือกใช้โปรแกรม Mathcad แต่โปรแกรมสำเร็จรูปทั่วไปยังมีข้อจำกัดเช่นกันเนื่องจากค่าที่คำนวณนั้นเป็นค่าที่มีค่ามากๆ และความละเอียดของทศนิยมมากๆเกินกว่าความสามารถของโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ทั่วไป เช่นโปรแกรม Mathcad สามารถเก็บค่ามากๆได้ไม่เกิน 10^{370} และเก็บความละเอียดของทศนิยมได้ไม่เกิน 14 ตำแหน่ง หรืออาจแก้ไขด้วยการใช้การแจกแจงอื่นประมาณการแจกแจงเบตา เช่นการแจกแจงปกติ อีกทางแก้ไขหนึ่งอาจทำได้ด้วยการใช้การประมาณค่าอินติเกรทด้วยวิธีผลบวกรีมัน แต่ยังเป็นเรื่องที่ซับซ้อนอยู่มาก เพราะผู้ทดสอบต้องเขียนโปรแกรมการคำนวณค่าจากภาษาคอมพิวเตอร์เอง เพียงแต่วิธีนี้สามารถแก้ไขข้อจำกัดในเรื่องความละเอียดของตัวเลขได้โดยที่ค่าที่ได้นั้นจะยังคงใกล้เคียงกับค่าจริงอยู่นั่นเอง ดังนั้นผู้ใช้การทดสอบโดยวิธีเบส์พึงควรระวังถึงความซับซ้อนในการคำนวณด้วยเช่นกัน

สำหรับจำนวนรอบที่ทำซ้ำในงานวิจัยครั้งนี้กำหนดที่ 1000 รอบ ในบ้างกรณีที่ค่าพารามิเตอร์อยู่ใกล้ 0 นั้น ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันยังคงมีค่าสูงอยู่ กล่าวคือมีค่าสูงมากกว่า 30% แต่เนื่องด้วยข้อจำกัดในด้านความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ทำให้ไม่สามารถเพิ่มขนาดตัวอย่างได้ ดังนั้นผู้ที่สนใจศึกษาต่อไปควรระมัดระวังและคำนึงถึงจุดนี้ด้วย ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันในกรณีอื่นที่ค่าพารามิเตอร์ไม่อยู่ใกล้ค่า 0 ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผันมีค่าต่ำกว่า 30%