

ขอบเขตแบบสม่ำเสมอในทฤษฎีบทลิมิตกลางเชิงการจัด



นางสาวจิราพรรณ สุนทรโชติ

ศูนย์วิทยทรัพยากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์


คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-4085-9

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# A UNIFORM BOUND IN A COMBINATORIAL CENTRAL LIMIT THEOREM



Miss Jiraphan Suntornchost

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science in Mathematics  
Department of Mathematics  
Faculty of Science  
Chulalongkorn University  
Academic Year 2003  
ISBN 974-17-4085-9

Thesis title                    A Uniform Bound in a Combinatorial Central Limit  
Theorem  
By                                    Miss Jiraphan Suntornchost  
Field of study                 Mathematics  
Thesis advisor                Associate Professor Kritsana Neammanee, Ph.D.

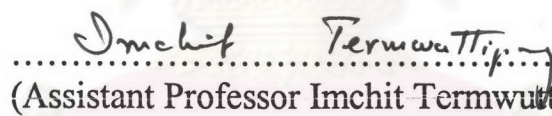
---

Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Master 's Degree

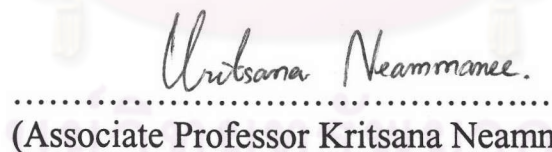


..... Dean of The Faculty of Science  
(Professor Piamsak Menasveta, Ph.D.)


Thesis Committee



..... Chairman  
(Assistant Professor Imchit Termwattipong , Ph.D.)



..... Thesis advisor  
(Associate Professor Kritsana Neammanee, Ph.D.)



..... Member  
(Songkiat Sumetkijakan, Ph.D.)

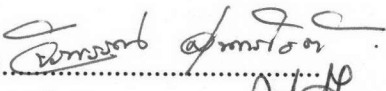

จิราพรรณ สุนทรโชติ : ขอบเขตแบบสม่ำเสมอในทฤษฎีบทลิมิตกลางเชิงการจัด (A UNIFORM BOUND IN A COMBINATORIAL CENTRAL LIMIT THEOREM) อ. ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.กฤษณะ เนียมมณี 46 หน้า. ISBN 974-17-4085-9

ให้  $(X_{ij})$  เป็นเมทริกซ์ขนาด  $n \times n (n \geq 20)$  ของตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีค่าโมเมนต์อันดับที่ 3 จำกัด และ  $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$  เป็นการเรียงสับเปลี่ยนเชิงสุ่มบน  $\{1, 2, \dots, n\}$  ซึ่ง  $\pi$  และ  $X_{ij}$ 's เป็นอิสระต่อกัน

ในวิทยานิพนธ์นี้เราหาขอบเขตแบบสม่ำเสมอในทฤษฎีบทลิมิตกลางเชิงการจัดของ  $\frac{W_n - EW_n}{\sqrt{Var W_n}}$  เมื่อ  $W_n = \sum_{i=1}^n X_{i\pi(i)}$  โดยใช้วิธีของสไตน์

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา คณิตศาสตร์  
สาขาวิชา คณิตศาสตร์  
ปีการศึกษา 2546

ลายมือชื่อนิสิต   
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา   
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

## 4572254523 : MAJOR MATHEMATICS

v

KEYWORDS : STEIN'S METHOD/ CONCENTRATION INEQUALITY/COMBINATORIAL  
CENTRAL LIMIT THEOREM/RANDOM PERMUTATION

JIRAPHAN SUNTORCHOST: A UNIFORM BOUND IN A COMBINATORIAL  
CENTRAL LIMIT THEOREM. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. KRITSANA

NEAMMANEE, Ph.D., 46 pp. ISBN 974-17-4085-9

Let  $(X_{ij})$  be an  $n \times n$  ( $n \geq 20$ ) matrix of independent random variables with finite third moments and  $\pi = (\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n))$  be a random permutation of  $\{1, 2, \dots, n\}$  such that  $\pi$  and  $X_{ij}$ 's are independent.

In this study, we give a uniform bound in a combinatorial central limit theorem of  $\frac{W_n - EW_n}{\sqrt{\text{Var } W_n}}$  where  $W_n = \sum_{i=1}^n X_{i\pi(i)}$  by using stein's method.



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department **Mathematics**

Field of study **Mathematics**

Academic year **2003**

Student's signature..... *Jiraphan Sui torchost.*

Advisor's signature..... *Kritsana Neammanee.*

Co-advisor's signature .....

## ACKNOWLEDGEMENTS

I am greatly indebted to Associate Professor Dr. Kritsana Neammanee, my thesis advisor, for his suggestions and helpful advice in preparing and writing this thesis. I would like to thank Assistant Professor Dr. Imchit Termwuttipong and Dr. Songkiat Sumetkijakan, my thesis committee, for their suggestions to this thesis. I also would like to thank all teachers, who have taught me, for my knowledge and skill.

In particular, I would like to express my deep gratitude to my father and my mother for their encouragement throughout my graduate study.



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## Some Frequency Used Symbols and Abbreviations

Page numbers refer to the first occurrence of these symbols or abbreviations.

$W$ ,	2	$\tau$ ,	12
$\hat{X}_{ij}$ ,	2	$(I, K)$ ,	13
$\mu_{i.}$ ,	2	$(L, M)$ ,	13
$\mu_{.j}$ ,	2	$S(\rho)$ ,	13
$\mu_{..}$ ,	2	$\tilde{S}(\rho)$ ,	13
$d^2$ ,	2	$S(\tau)$ ,	13
$\sigma^2$ ,	2	$\mathcal{B}$ ,	14
$\Phi$ ,	3	$E^{\mathcal{B}}$ ,	17
$\beta$ ,	3	$\delta$ ,	20
$\hat{\mu}_{ij}$	11	$Y$ ,	20
$S_n$	12	$Z_{[(i,k),(l,m)]}$ ,	21
$I$ ,	12	$\hat{Z}_{[(i,k),(l,m)]}$ ,	22
$K$ ,	12	$Z(\rho)$ ,	22
$L$ ,	12	$\tilde{Z}(\rho)$ ,	22
$M$ ,	12	$M(t)$ ,	32
$\pi$ ,	12	$f_z$ ,	35
$\rho$ ,	12		

## CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI .....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH .....	v
ACKNOWLEDGEMENTS .....	vi
SOME FREQUENCY USED SYMBOLS AND ABBREVIATIONS .....	vii
CONTENTS .....	viii
CHAPTER I INTRODUCTION .....	1
CHAPTER II PRELIMINARIES .....	4
2.1 Probability space and Random variables .....	4
2.2 Independence .....	5
2.3 Expectation, Variance and Conditional expectation .....	6
CHAPTER III A UNIFORM BOUND IN A COMBONATORIAL	
CENTRAL LIMIT THEOREM .....	10
REFERENCES .....	41
APPENDICES.....	43
VITA .....	46