บทที่ 6

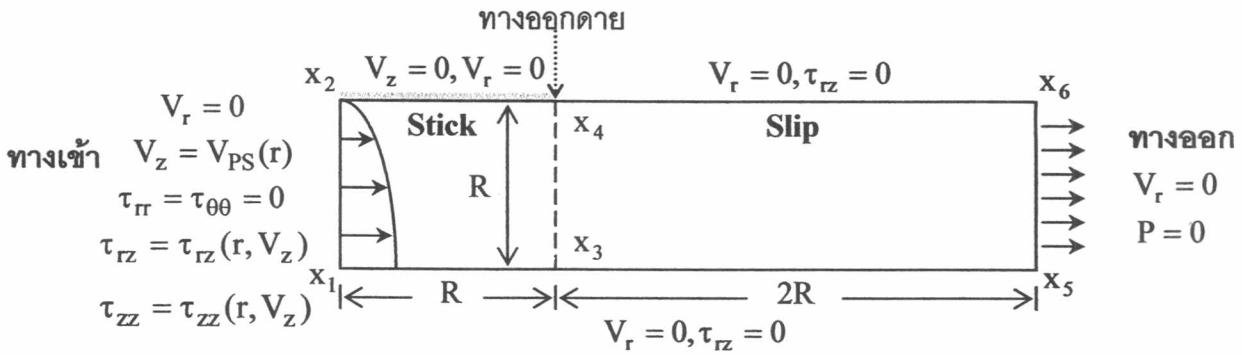
ของไหลวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic Fluid)

จากบทที่ 4 และ 5 เป็นการศึกษาการไหลของของไหลในดายและนอกดายที่เป็นปัญหาสติค-สลิป และปัญหาการบวมตัวที่ปลายดายของผนังที่มีการลื่นไหลและผนังที่ไม่มีการลื่นไหลในของไหลนิวโตเนียน สำหรับในบทนี้จะทำการศึกษาปัญหาสติค-สลิปของของไหลวิสโคอีลาสติกแบบอ็อลดรอยด์บี ซึ่งเป็นปัญหาที่ได้ศึกษากันมานานและยังคงให้ความสนใจอยู่ในปัจจุบันไว้เป็นปัญหานำร่องที่จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาการบวมตัวสำหรับของไหลชนิดนี้ต่อไป

6.1 ตัวแบบอ็อลดรอยด์บี (Oldroyd-B model)

ปัญหาที่จะศึกษาในบทนี้ คือการไหลแบบสติค-สลิป ด้วยการพิจารณาสมการต่อเนื่อง สมการเนเวียร์สโตกส์ และสมการองค์ประกอบที่เป็นตัวแบบอ็อลดรอยด์บี โดยแบ่งโดเมนออกเป็นลักษณะเดียวกับบทที่ 4 และใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเช่นเดียวกับในบทที่ 4 และ 5 ใช้วิธีเกาส์-ไซเดลในการหาผลเฉลย ดังสมการ (3.59)-(3.64) ในเงื่อนไขเช่นเดียวกับหัวข้อ 4.1

ปัญหาชนิดนี้เป็นปัญหาการไหลของของไหลผ่านท่อที่ผนังดายไม่มีการลื่นไหลและไม่มีการบวมตัวเกิดขึ้นซึ่งมีเงื่อนไขขอบ ดังรูป 6.1



รูป 6.1 การไหลแบบสติค-สลิปสำหรับระนาบครึ่งบนของตัวแบบอ็อลดรอยด์บี

จากสมการ (2.25) $\mu_0 = \mu_1 + \mu_2$

โดยการแปลงเป็นแบบไม่มีหน่วย

$$\mu_i^* = \frac{1}{\mu_0}\mu_i$$

ในที่นี้ให้ $\mu_1 = 0.88$ และ $\mu_2 = 0.12$

โดยที่

μ_1 คือ ความหนืดของตัวถูกละลายอีลาสติก

μ_2 คือ ความหนืดของตัวทำละลายนิวโตเนียน

จากรูป 6.1 มีการกำหนดเงื่อนไขขอบของความเร็วในแนวแกน z แกน r และความดันเช่นเดียวกับปัญหาสติค-สลิปในของไหลนิวโตเนียนตามหัวข้อ 4.1.1 และมีเงื่อนไขความเค้นดังนี้

ให้บริเวณทางเข้าของดายคือ x_1x_2 ความเค้น τ_{rr} และ $\tau_{\theta\theta}$ เป็นศูนย์ τ_{rz} และ τ_{zz} ขึ้นอยู่กับความเร็วในแนวแกน z

บริเวณผิวอิสระ x_4x_6 ความเค้น τ_{rz} มีค่าเป็นศูนย์

บริเวณแกนสมมาตร x_1x_5 ความเค้น τ_{rz} มีค่าเป็นศูนย์

พิจารณาการไหลที่ค่าเรย์โนลด์น้อยๆ ($Re = 10^{-4}$) โดยที่ความหนืดของตัวถูกละลายอีลาสติกมีค่าเท่ากับ 0.88 ความหนืดของตัวทำละลายนิวโตเนียนมีค่าเท่ากับ 0.12 ภายใต้เงื่อนไขการไหลแบบช้าๆ ไม่มีการลื่นไหลที่ผนัง (wall slip) ขณะที่ไหลภายในดายและอุณหภูมิของระบบคงตัว

6.2 ผลที่ได้รับ (Result)

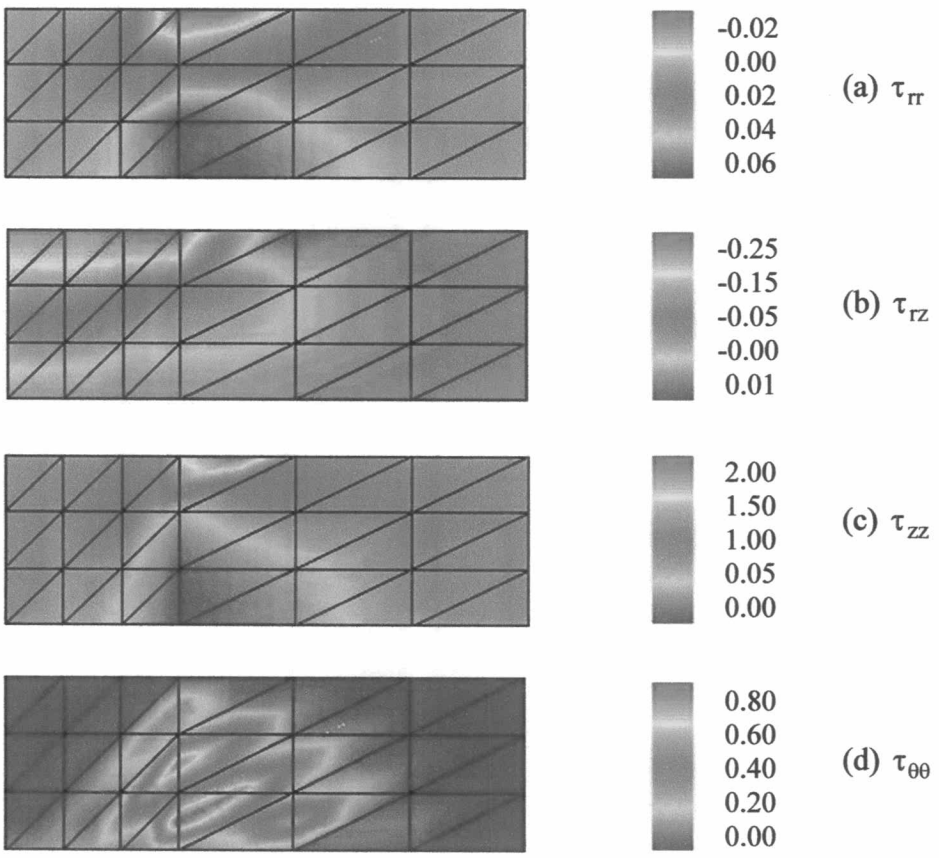
เปรียบเทียบค่าความเร็ว ความดัน และค่าอินเวเรียนอันดับสองของเทนเซอร์ของอัตราการผิดรูปของโครงข่าย 36 ชิ้นประกอบ เทียบกับ Ngamaramvaranggul และ Webster [24] ใช้ 1800 ชิ้นประกอบ ที่ค่าไวเซนเบอร์ก (We) เท่ากับศูนย์ ดังตาราง 6.1

ตาราง 6.1 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของปัญหาสติค-สลิปที่ $We = 0$

ผลเฉลย	36 ชิ้นประกอบ	Ngamaramvaranggul และ Webster [24]
$V_{z\,max}$	1.00	1.00
$V_{r\,max}$	0.08	0.14
Pdrop	5.15	4.84
τ_{rr}	0.05	0.43
τ_{rz}	0.01	0.01
τ_{zz}	0.18	10.7
$\tau_{\theta\theta}$	0.08	0.43

จากตาราง 6.1 จะพบว่าเมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากโครงข่าย 36 ชิ้นประกอบ กับ Ngamaramvaranggul และ Webster [24] พบว่าค่าความเร็ว ความดัน มีค่าใกล้เคียงกันโดยมีความแตกต่างกันเพียง 6% แต่ค่าของ τ_{rr} τ_{rz} τ_{zz} และ $\tau_{\theta\theta}$ นั้นมีค่าน้อยกว่าพอสมควร เนื่องจากค่าความเค้นมีความอ่อนไหวง่ายต่อความละเอียดของโครงข่าย ดังนั้นโครงข่ายที่ใช้มีความละเอียดน้อยกว่าจึงได้ค่าที่น้อยกว่า แต่เมื่อเปรียบเทียบการแสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสีพบว่าคล้ายคลึงกัน

จึงนำผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โครงข่าย 36 ชิ้นประกอบที่มี We เท่ากับศูนย์ แสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสี ดังรูป 6.2



รูป 6.2 การแสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสี ของปัญหาสติค-สลิปที่ We = 0 สำหรับโครงข่าย 36 ชิ้นประกอบ

จากรูป 6.2 พบว่าระดับสีของ τ_{rr} มีค่าต่ำมาก โดยเฉพาะใกล้ๆ บริเวณปลายดายมีค่าน้อยที่สุด ณ บริเวณจุดต่อระหว่างดายกับผิวอิสระ และบริเวณอื่นมีค่ามากขึ้นเพียงเล็กน้อย เนื่องจากแรงที่เข้ากระทำในแนวแกน r มีค่าน้อยมาก ดังนั้นความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นในแนวแกน r จึงมีค่าเล็กน้อยและยังคงมีค่าใกล้ศูนย์เพื่อคงรักษาสมดุลต่อไป

ระดับสีของ τ_{rz} มีค่าต่ำสุดบริเวณผนังดายและมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ บริเวณนอกดาย เนื่องจากความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบ่งบอกการเปลี่ยนแปลงการไหล ดังนั้นที่บริเวณผนังจึงมีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด และบริเวณนอกดายมีค่าเป็นศูนย์เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงการไหลเป็นแบบปลั๊ก

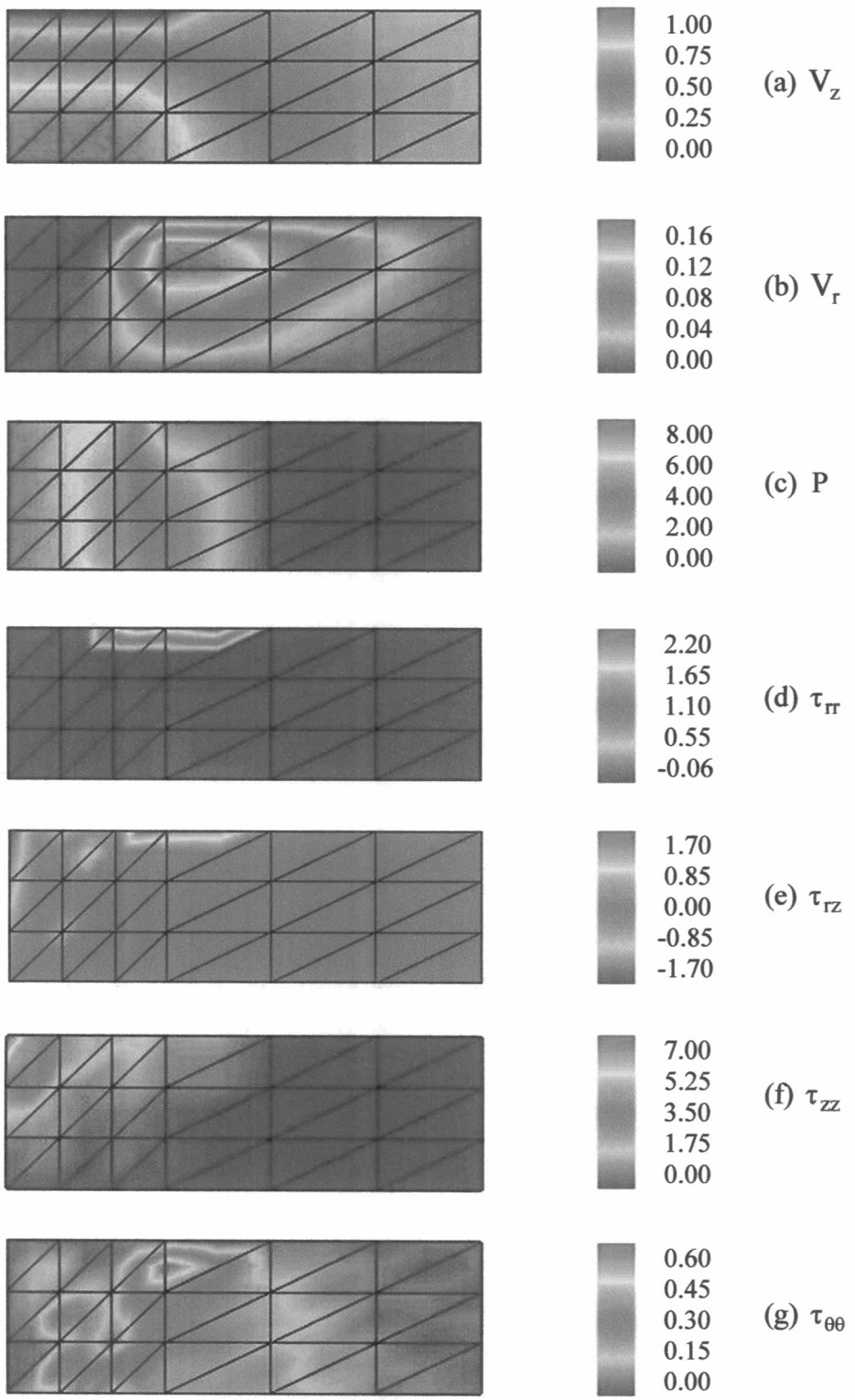
ระดับสีของ τ_{zz} มีค่ามากที่สุดบริเวณจุดต่อระหว่างทางออกดายกับผิวอิสระ ความเค้นที่เข้ากระทำในแนวแกน z เพื่อพัฒนาการไหลเป็นแบบปลั๊ก และจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ในแนวแกน r ที่มีรัศมีน้อยลง มีผลทำให้ชิ้นงานมีแรงที่ตกค้างมากทำให้เกิดการแตกหักและเสียหายได้ง่าย ณ บริเวณจุดต่อระหว่างดายกับผิวอิสระ

ระดับสีของ $\tau_{\theta\theta}$ มีค่าน้อยมากจนเป็นศูนย์ แต่มีค่ามากที่สุดบริเวณตรงกลาง แทบไม่มีความสำคัญเนื่องความเค้นเฉือนเกี่ยวข้องกับการหมุนของมุม เนื่องจากการไหลของของไหลนั้นไม่มีการหมุนวน (irrotation flow) และเป็นการไหลอย่างมีระเบียบ (laminar flow)

ตาราง 6.2 เปรียบเทียบผลเฉลยของปัญหาสติค-สลิปสำหรับค่าไวเซนเบอร์กที่ต่างกัน

We	Pdrop	τ_{rr}	τ_{rz}	τ_{zz}	$\tau_{\theta\theta}$
0	5.152	0.052	0.008	0.180	0.080
0.25	5.528	0.061	0.023	1.760	0.001
0.5	6.600	0.059	0.110	3.520	0.005
1.0	8.050	2.260	1.600	7.040	0.060

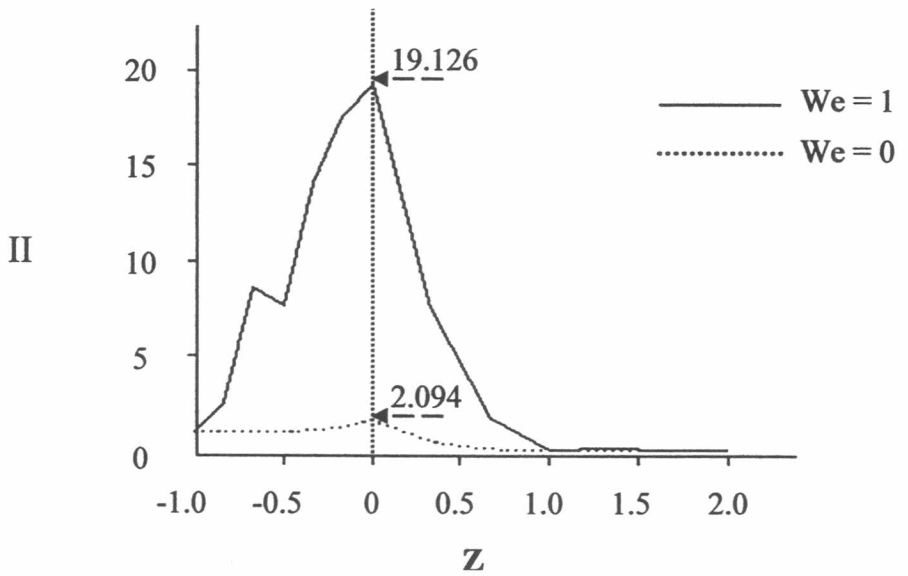
จากตาราง 6.2 ค่า We เท่ากับหนึ่งให้ผลเฉลยมีค่าสูงมากเนื่องจากมีความหนืดสูง จึงนำผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โครงข่าย 36 ชิ้นประกอบ แสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสี ดังรูป 6.3



รูป 6.3 การแสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสี ของปัญหาสติค-สลิปที่ $We = 1$ สำหรับโครงข่าย 36 ชิ้นประกอบ

We ที่มีค่าน้อยแสดงว่าของไหลมีความหนืดน้อยและ We ที่มีค่ามากแสดงว่าของไหลมีความหนืดมาก สำหรับค่า We ที่มีค่าน้อย จะมีพฤติกรรมการไหลเช่นเดียวกับของไหลนิวโตเนียน และค่า We ที่มีค่าเพิ่มมากขึ้นจะแสดงความเป็นอีลาสติกมากยิ่งขึ้น จากตาราง 6.2 จะพบว่าค่าของ P, τ_{rr}, τ_{rz} และ τ_{zz} มีค่ามากขึ้นด้วย

เมื่อความหนืดเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า P เพิ่มขึ้นเพื่อผลักดันให้ของไหลที่มีความหนืดมากไหลผ่านดาย ค่า τ_{rr} มีเพิ่มมากขึ้นเฉพาะบริเวณจุดต่อของทางออกดายและผิวอิสระเนื่องจากมีแรงภายนอกในแนวแกน r เข้ากระทำ ภายในดายซึ่งยังไม่มีแรงใดเข้ากระทำยังคงมีลักษณะเช่นเดิม เช่นเดียวกันค่า τ_{rz} ที่การไหลเปลี่ยนแปลงมากที่สุดบริเวณปลายดายทำให้ τ_{rz} มีค่าสูงสุดที่บริเวณจุดต่อของทางออกดายกับผิวอิสระ ซึ่งค่านี้ให้ผลสอดคล้องกับค่า II ดังรูป 6.4 และสำหรับค่า τ_{zz} จะมีค่าแตกต่างกันมากบริเวณทางออกดายกับผิวอิสระ เนื่องจากความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงตามรอยต่อเพื่อพัฒนาการไหลแบบพาราโบลาเป็นแบบปลั๊ก ส่วน $\tau_{\theta\theta}$ มีค่าใกล้ศูนย์และมีค่าที่ไม่แตกต่างกันมากนักเนื่องจากของไหลไม่มีการหมุนวน โดยผลเฉลยที่ได้จะเป็นไปในทิศทางเดียวกัน



รูป 6.4 กราฟแสดงค่า II กับระยะห่างของดายบนผิวอิสระ สำหรับปัญหาสติค-สลิปของของไหลวิสโคอีลาสติกแบบอ็อลดรอยด์บี

จากรูป 6.4 จะพบว่าความเค้นเฉือนโดยรวมที่ค่า We มีค่ามาก จะมีค่ามากด้วยโดยเฉพาะบริเวณจุดต่อระหว่างดายกับผิวอิสระ

6.3 สรุปผล (Conclusion)

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการพิจารณาปัญหาสติค-สลิป สำหรับของไหลวิสโคอีลาสติกเป็นปัญหานำร่องและพบว่าความเร็วในแนวแกน z ความเร็วในแนวแกน r นั้นไม่แตกต่างมากกันกับของไหลนิวโตเนียน ส่วนความดันนั้นพบว่ามีค่าสม่ำเสมอในแนวแกน r เช่นกัน ที่ค่าไวเซนเบอร์กมากทำให้ความหนืดของของไหลมีค่ามาก ดังนั้นสำหรับค่าไวเซนเบอร์กที่มีค่ามากจะต้องอาศัยความดันที่มากขึ้นในการผลักดันของไหล เช่นเดียวกันกับ τ_{rr} τ_{rz} และ τ_{zz} เนื่องจากมีการยึดโมเลกุลของของไหลไม่ให้ของไหลผ่านโดยง่าย ทำให้มีแรงเข้ากระทำมีค่ามากขึ้นโดยเฉพาะที่บริเวณจุดต่อของดายกับผิวอิสระ ส่วน $\tau_{\theta\theta}$ ไม่มีผลกระทบมากนัก