

## บทที่ 5

### การลื่นไหลบริเวณปลายตาย (Die Swell with Slip Effect)

จากปรากฏการณ์ในธรรมชาติของปัญหาการบวมตัว พบว่าผลของการลื่นไหลของความเร็วที่ผนังตายมีส่วนกระทบต่อการบวมตัว ดังนั้นจึงมีผู้ทำการศึกษาปัญหาลักษณะนี้เป็นจำนวนมาก

ในปี 1980 Silliman และ Scriven [45] ได้เสนอความคิดเห็นในงานวิจัยของเขาว่า ปัญหาผิวอิสระของการไหลของของไหลนิวโตเนียนควรจะมีผลมาจากการลื่นไหล (slip) และแรงตึงผิว ต่อมาการศึกษาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเมื่อเทียบกับการทดลองของกระบวนการอัดรีดผ่านตายมีจำนวนมากขึ้น ในปี 1988 Phan-Thein [46] ได้นำปัญหาการลื่นไหลของ Ramamurthy [47] ที่ทำการทดลองไว้ในปี 1986 มาจำลองปัญหาในทางคณิตศาสตร์โดยใช้ระเบียบวิธีขั้นประกอบขอบ และตัวแบบแทนเทียนแทนเนอร์เอกซ์โปเนนเชียล (exponential Phan-Thein/Tanner model) ในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ โดยมีเงื่อนไขของความเร็วในการลื่นไหลคงตัวเพื่อนำไปหาความเค้นเฉือนบริเวณผนัง (wall shear stress) ซึ่งเป็นจุดที่ทำให้เกิดการลื่นไหล และพบว่าความรุนแรงของความเค้นเฉือนบริเวณผนัง และขนาดของความเร็วในการลื่นไหลมีผลต่อรูปร่างการบวมตัว ต่อมาในปี 1992 Hatzikirakos และ Dealy [48] แสดงให้เห็นว่าการลื่นไหลบริเวณทางออกของตาย (die-exit) มีความสำคัญต่อพฤติกรรมกรไหลในกระบวนการอัดรีดอย่างมาก พวกเขาได้ศึกษาการลื่นไหลของพอลิเมอร์พอลิเอธิลีนที่มีความหนาแน่นสูง-เฮกซีพีอี (high density polyethylene, HDPE) โดยทำการคำนวณความเร็วของการลื่นไหล (slip velocity) ตามขอบผิว พบว่าเกิดการแกว่ง (oscillation) บริเวณผิวของพอลิเมอร์หลอมเหลว ซึ่งสอดคล้องกับงานทดลองของ Ramamurthy ที่เสนอไว้ว่าพอลิเมอร์พอลิเอธิลีน มีการอัดรีดที่ไม่สม่ำเสมอ (extrudate irregularity) โดยทั่วไปเรียกว่าการเสียรูปของพอลิเมอร์หลอมเหลว พวกเขาสังเกตพบว่า ปรากฏการณ์การเสียรูปของพอลิเมอร์หลอมเหลวบริเวณทางออกของตายมีความเค้นที่มีค่าสูงเกิดขึ้น ซึ่งพวกเขาใช้รูปแบบพาวเวอร์ลอ (power law) ในการอธิบายปัญหาการลื่นไหลที่บริเวณผนังของตาย (wall slip) ว่าการเสียรูปที่บริเวณผิวของพอลิเมอร์หลอมเหลวที่เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขคงตัว (steady flow condition) โดยแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ แบบแรกสามารถเกิดเป็นรอยฟันฉลาม (sharkskin) เมื่อมีการรบกวนของความเค้นเฉือนพอสสมควร ซึ่งสอดคล้องกับผลที่เกิดขึ้นระหว่างบริเวณผนังตาย (die wall) กับพอลิเมอร์หลอมเหลว แบบหลังเกิดเมื่อมีการรบกวนของความเค้นเฉือนอย่างรุนแรง ทำให้เกิดผิวที่ไม่สม่ำเสมอ และเสียรูปทรงไป

(melt fracture) ต่อมา ในปี 1998 Den Doelder และคณะ [49] ได้ทำการศึกษาผนังที่มีการลื่นไหลในตัวแบบของสมการองค์ประกอบต่างๆ ในการไหลของพอลิเมอร์หลอมเหลว

ในปี 2000 Ngamaramvaranggul และ Webster [50] ได้ศึกษาการไหลแบบทิวบ์ทูลลิง (tube tooling) และเพรสเชอร์ทูลลิง (pressure tooling) ในกระบวนการเคลือบสายไฟ (wire-coating) โดยใช้ระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะเซมิอิมพิซิทเทย์เลอร์กาเลอร์คินเพรสเชอร์คอร์เรคชัน เพื่อหาค่าความเร็ว ความดัน และอัตราเฉือน เพื่อทำนายพื้นผิวอิสระและความเร็วในการลื่นไหลของของไหลนิวโตเนียนในพิกัดทรงกระบอก ในกรณีไม่มีการลื่นไหล (no slip) พบว่าที่ทางออกจะมีความเค้นเฉือนและความเร็วสูงมากทำให้อัตราการบวมตัวสูงมาก แต่ในกรณีที่ความเร็วผนังมีการลื่นไหลเข้ามาเกี่ยวข้องจะทำให้อัตราการบวมตัวลดลง อีกสองปีต่อมา Ngamaramvaranggul และ Webster [51] ได้ขยายการศึกษาในของไหลแพนเทียนแทนเนอร์หรือที่เรียกย่อๆว่า พีทีที (Phan-Thein/Tanner, PTT) และพบว่าสำหรับของไหลที่มีค่าไวเซนเบอร์สูงจะบวมตัวมาก

เนื่องจากโมเดลของของไหลมีการลื่นไหลเกิดขึ้น ทำให้ความเร็วที่บริเวณผนังตายนั้นไม่เป็นศูนย์ ดังนั้นการศึกษากลกระทบบที่เกิดขึ้นจากการลื่นไหลในของไหลนิวโตเนียน จึงได้นำมาพิจารณาไว้ในบทนี้ เพื่อทำนายรูปร่างพื้นผิวที่ต้องการโดยกำหนดเงื่อนไขขอบ ผลเฉลยของความเร็ว ความดัน และอินเวเรียนอันดับสองของเทนเซอร์ของอัตราการผลิตรูปสำหรับคำนวณอัตราการบวมตัวที่เกิดขึ้น

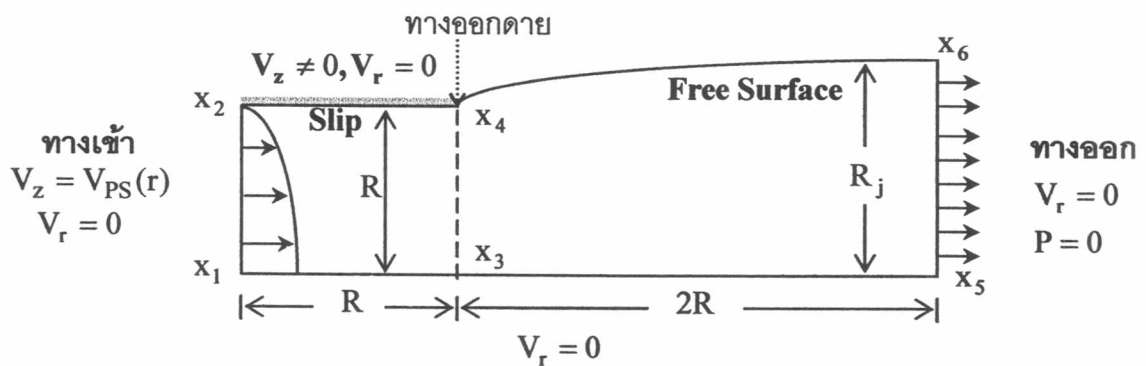
### 5.1 ปัญหาพิเศษ (Special problem)

ปัญหาที่จะศึกษาในบทนี้ คือการไหลที่มีการลื่นไหลบริเวณปลายตาย ด้วยการพิจารณาสมการความต่อเนื่องและสมการเนเวียร์สโตกส์ในระบบไร้หน่วย ใช้ระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะเซมิอิมพิซิทเทย์เลอร์กาเลอร์คินเพรสเชอร์คอร์เรคชันในการวิฤตและวิธีเกาส์-ไซเดล ในการหาค่าเฉลยของระบบพิกัดทรงกระบอก 2 มิติ ภายใต้ข้อสมมติฐานและเงื่อนไขเช่นเดียวกับปัญหาในบทที่ 4 ดังรูป 4.5

แบ่งโดเมนออกเป็นโครงข่ายรูปสามเหลี่ยม 6 โหนด เช่นเดียวกับปัญหาสถิต-สถลกับการบวมตัวที่ปลายตายในบทที่ 4 โดยพิจารณาโครงข่าย 16 ชั้นประกอบเป็นโครงข่ายเริ่มต้นในการศึกษาเพื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนังตาย

### ปัญหาผลการลื่นไหลบริเวณปลายตาย (Slip effect problem)

การลื่นไหลเกิดขึ้นที่ผนังใกล้จุดต่อบริเวณปลายตายและผิวอิสระ เนื่องจากโมเลกุลของของไหลที่บริเวณผนังมีการลื่นไหล ทำให้ความเร็วที่บริเวณผนังตายไม่เป็นศูนย์ จากบทที่ 4 ปัญหาการรวมตัวที่ปลายตายเป็นปัญหาเริ่มต้นเพื่อนำมาศึกษากับปัญหาในบทนี้ โดยเปลี่ยนเงื่อนไขขอบของการไหลที่บริเวณผนังตาย และกำหนดให้ความเร็วที่บริเวณผนังตายนั้นไม่เป็นศูนย์ ดังรูป 5.1



รูป 5.1 การลื่นไหลที่มีการรวมตัวบริเวณปลายตายระนาบครึ่งบน

โดยใช้เงื่อนไขขอบเช่นเดียวกับปัญหาการรวมตัวที่ปลายตายในหัวข้อ 4.1.2

### 5.2 ความเร็วบริเวณผนังตายที่มีการลื่นไหล (Velocity with slip at die wall)

เนื่องจากความเร็วในแนวแกน  $z$  ที่บริเวณ  $x_2x_4$  ไม่เป็นศูนย์ สามารถกำหนดเงื่อนไขขอบได้จากปัญหาการรวมตัวที่ปลายตาย โดยพิจารณาค่าอินทิเกรตอันดับสองของเทนเซอร์ของอัตราการผลิตรูป (II) ซึ่งเป็นค่าที่บ่งบอกความเค้นเฉือนโดยรวมที่บริเวณผนังตายสำหรับจุดที่มีค่าสูงกว่าค่าอินทิเกรตอันดับสองของเทนเซอร์ของอัตราการผลิตรูปวิกฤต (II<sub>C</sub>) จะบ่งบอกว่าบริเวณนั้นมีความเร็วในแนวแกน  $z$  ไม่เป็นศูนย์สามารถกำหนดค่าความเร็วได้จากสมการ (5.2)

จากความเร็วสูงสุดมีค่าเท่ากับ 1 และ ค่าความเร็วต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้นความเร็วเฉลี่ย ( $U_{mean}$ ) มีค่าเท่ากับ 0.5

ในวิทยานิพนธ์นี้ ใช้กฎการประมาณค่าความเร็วที่บริเวณผนังตามวิธีของแทนเนอร์

โดยให้  $X_{ine}$  คืออัตราส่วนระหว่าง  $\Pi$  กับ  $\Pi_C$  ดังสมการ (5.1)

$$X_{ine} = \frac{\Pi}{\Pi_C} \quad (5.1)$$

จะได้ว่า

$$V_{slip} = U_{mean} * (1.0 - e^{(-\alpha * X_{ine})}) \quad (5.2)$$

และให้

$e$  มีค่าประมาณเท่ากับ 2.7182

โดยที่

$\Pi_C$  คือ อินเวเรียนอันดับสองของเทนเซอร์ของอัตราการผิดรูปวิกฤต

$U_{mean}$  คือ ความเร็วเฉลี่ย

$V_{slip}$  คือ ความเร็วในแนวแกน  $z$  บริเวณผนังตาย

$\alpha$  คือ สัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนังตาย

### 5.3 ผลที่ได้รับ (Result)

เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลนั้นเป็นตัวกำหนดค่าความเร็วที่เกิดขึ้นบริเวณผนังจึงทำการหาผลเฉลี่ยจากโครงข่าย 16 ชั้นประกอบเพื่อพิจารณาในการคำนวณสำหรับโครงข่าย 64 ชั้นประกอบดังตาราง 5.1

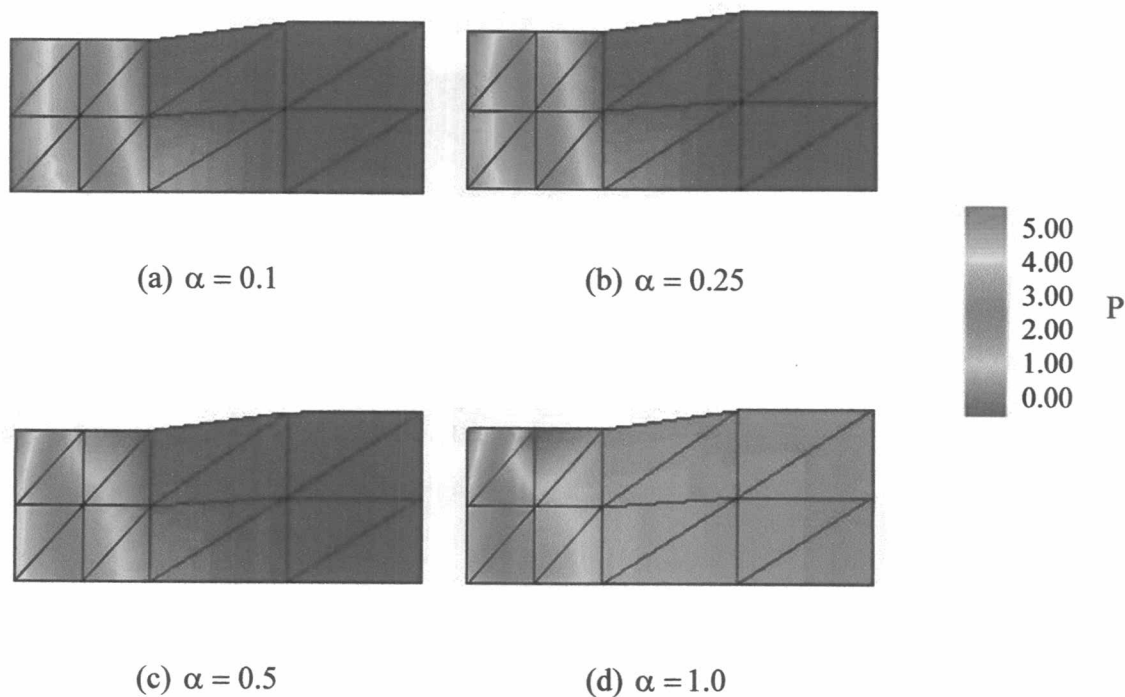
ตาราง 5.1 เปรียบเทียบผลเฉลี่ยจากสัมประสิทธิ์การลื่นไหลสำหรับโครงข่าย 16 ชั้นประกอบ

$\alpha$	$V_{slip \max}$	$V_r \max$	Pdrop	$\Pi_{\max}$
0.1	0.052	0.128	4.525	1.041
0.25	0.120	0.117	4.373	1.061
0.5	0.212	0.101	4.171	1.236
1.0	0.334	0.110	3.901	1.730

จากตารางการเปรียบเทียบของโครงข่าย 16 ชั้นประกอบ พบว่าอัตราการรวมตัวในแต่ละค่าของค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนังตายมีค่าเป็นไปได้หลายค่า แต่ที่นำมาพิจารณาอยู่ระหว่างศูนย์ถึงหนึ่งและพบว่าผลเฉลี่ยที่ได้มีค่าใกล้เคียง สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนังตายที่มีค่าน้อยๆ และไม่

ต่างกันมากจะมีอัตราการบวมตัวไม่แตกต่างกัน และพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนัง ดายที่มีค่าน้อยจะให้ค่า  $V_{slip}$  และค่า  $II$  มีค่าน้อย ถ้ามีค่ามากจะทำให้  $V_{slip}$  และค่า  $II$  มีค่ามาก ด้วย ส่วน  $V_r$  มีค่าไม่แตกต่างกันมากนักคือมีค่าเกือบเป็นศูนย์ สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหล บริเวณผนังดายที่มีค่าน้อยจะให้ค่า  $P_{drop}$  มีค่ามาก และค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนัง ดายที่มีค่ามากจะทำให้ค่า  $P_{drop}$  น้อยลง ซึ่งเป็นไปตามงานวิจัยของ Ngamaramvaranggul และ Webster [50]

จากตารางที่ 5.1 ทำให้เลือกค่าสัมประสิทธิ์การลื่นไหลบริเวณผนังดายที่มีค่า 0.25 เนื่องจากค่า 0.1 ให้ค่า  $V_{slip}$  น้อยมากส่วนค่า 0.5 และ 1.0 นั้นให้  $P$  ไม่สม่ำเสมอในแนวแกน  $r$  ดังรูป 5.2

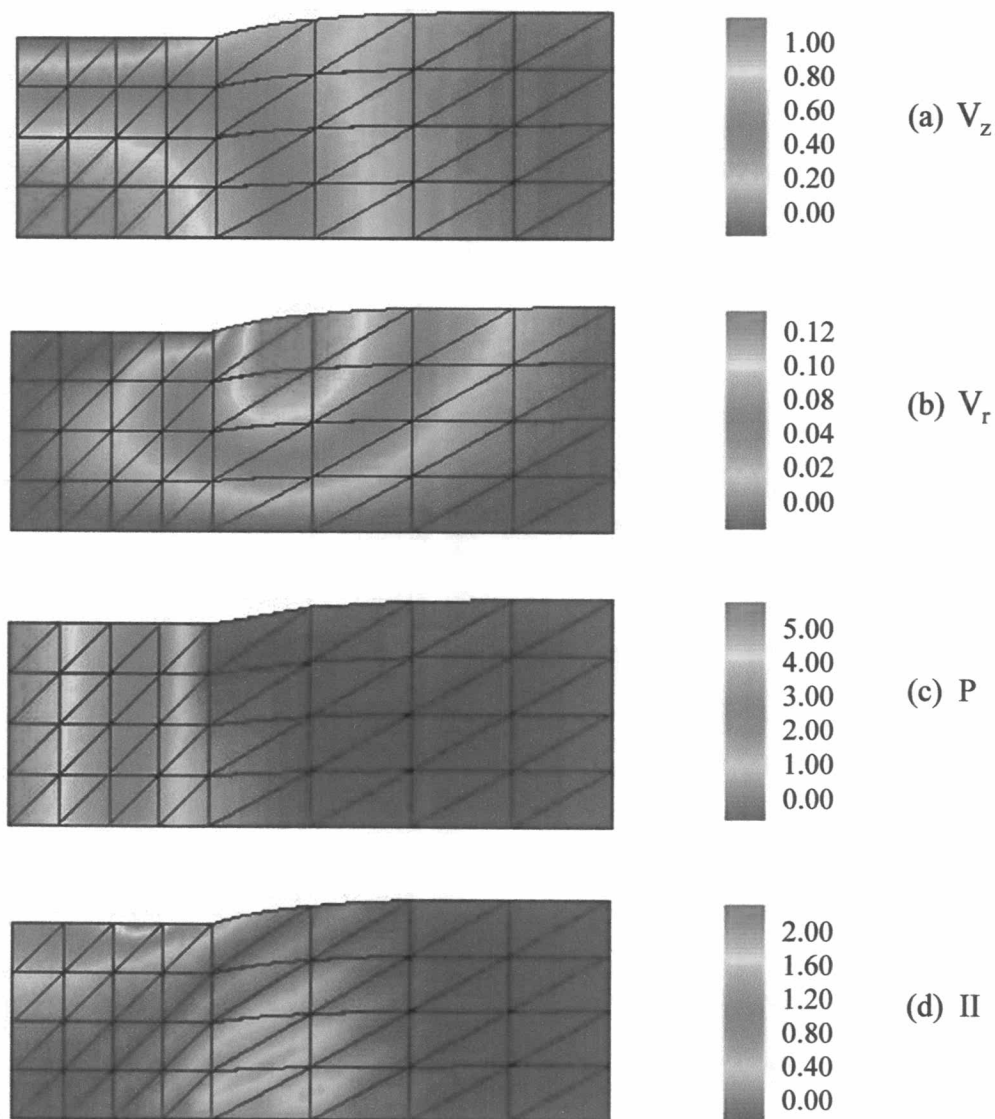


รูป 5.2 การแสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสีของค่าความดันเมื่อมีการเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ การลื่นไหลสำหรับโครงข่าย 16 ชั้นประกอบ

เลือก  $\alpha$  ซึ่งอยู่ในช่วงที่สอดคล้องกับความเร็วและชนิดของของไหล จึงให้  $\alpha = 0.25$  เพื่อให้ผลที่ได้สอดคล้องกับการทดลอง สมการ (5.2) เขียนได้ใหม่เป็น

$$V_{slip} = U_{mean} * (1.0 - e^{(-0.25 * X_{ine})})$$

จากบทที่ 4 พบว่าโครงข่าย 64 ชั้นประกอบซึ่งเป็นโครงข่ายแบบละเอียดมากที่สุด จะให้ค่าผลเฉลยที่ดีที่สุด จึงนำมาแบ่งโดเมนเพื่อคำนวณปัญหาการลื่นไหลดังรูป 5.3



รูป 5.3 การแสดงระดับผลลัพธ์ด้วยสี ของปัญหาการลื่นไหลบริเวณปลายตายสำหรับโครงข่าย 64 ชั้นประกอบ

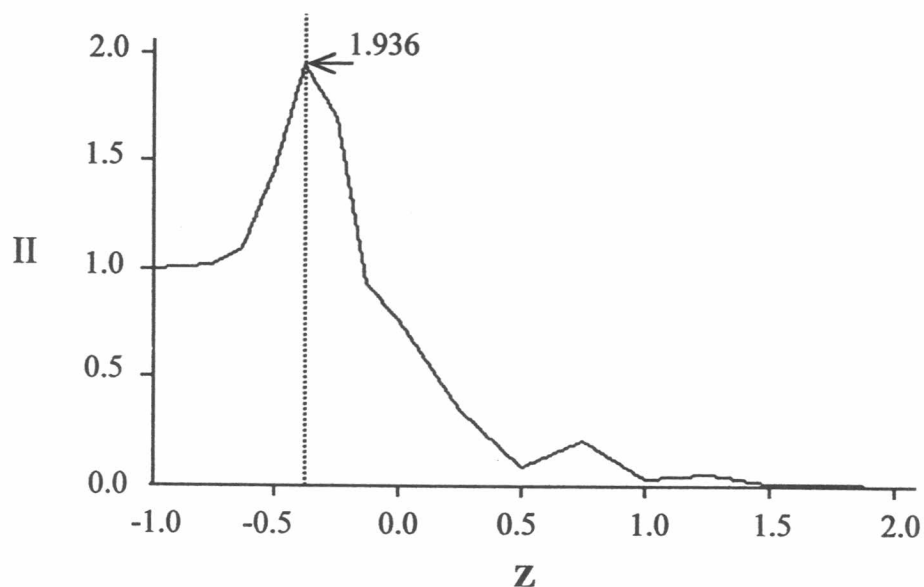
ผลเฉลยที่ได้จากปัญหาการลื่นไหลบริเวณปลายตายจะให้ค่าใกล้เคียงกันกับปัญหาการบวมตัวที่ปลายตายและพบว่าระดับสี  $V_z$  ในตาย จะไล่ระดับสีจากต่ำไปสูงเป็นรูปโค้งพาราโบลา เนื่องจากการไหลที่เข้ามาเป็นแบบพาราโบลา เมื่อของไหลนิวโตเนียนไหลออกตายอย่างอิสระ

จะพบว่าระดับสีของ  $V_z$  เป็นระดับเดียวกันหมดเรียกว่าการไหลแบบปลั๊ก (plug flow) ซึ่งเป็นความเร็วที่มีค่าเท่ากัน

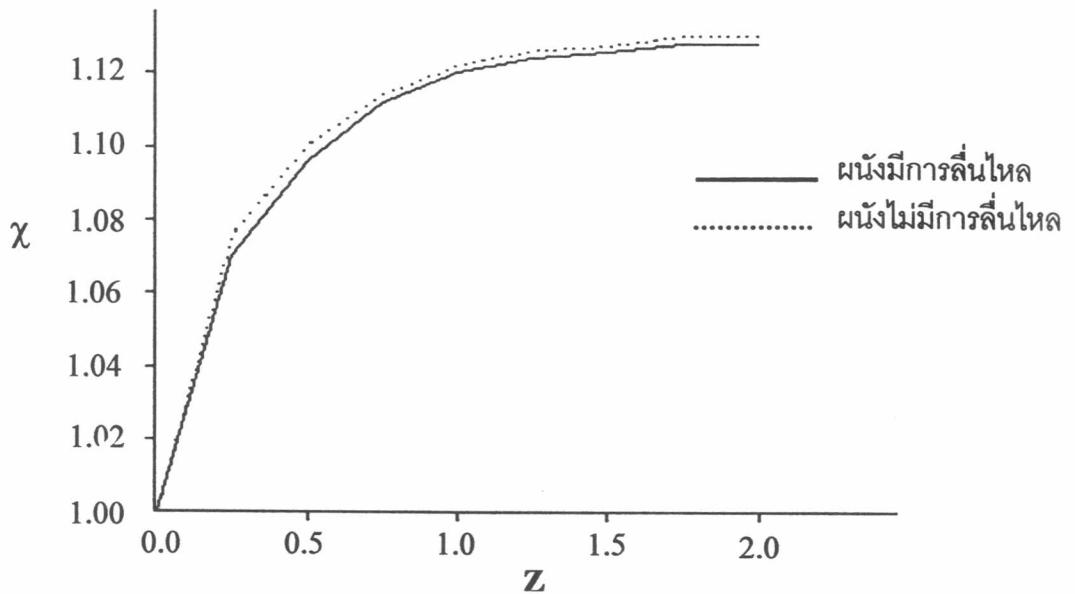
แต่  $V_z$  บริเวณผนังใกล้ปลายตายมีความเร็วสูงกว่าปัญหาการรวมตัวที่ปลายตาย ระดับสีของ  $V_r$  มีค่าต่ำมาก ยกเว้นใกล้ๆ บริเวณปลายตายและผิวอิสระ จะมีค่าสูงที่สุด ณ บริเวณจุดที่มีการรวมตัวออก

ระดับสีของ  $P$  มีค่าสม่ำเสมอในแนวแกน  $r$  โดยจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ มีการสูญเสียพลังงานจากแรงเฉือนที่ผนัง ทำให้มีค่าลดลงเรื่อยๆ จนเป็นศูนย์

ระดับสีของ  $II$  เป็นค่าบ่งบอกความเค้นเฉือนโดยรวม จะพบว่าที่บริเวณผนังตายมีค่าสูงมาก เนื่องจากบริเวณผนังมีแรงเฉือนซึ่งยึดโมเลกุลของของไหลไว้ แต่บริเวณใกล้ทางออกของตายจะมีค่าน้อยกว่าในปัญหาผนังไม่มีการลื่นไหล เนื่องจากที่บริเวณนี้มีความเร็วไม่เป็นศูนย์ทำให้แรงเฉือนที่เข้ากระทำลดลง ดังรูป 5.4 พบว่าแรงเฉือนจะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อใกล้ทางออกของตายและมีค่าลดลง เมื่อผ่านบริเวณผิวอิสระไปจนกระทั่งเป็นศูนย์



รูป 5.4 กราฟแสดงค่า  $II$  กับระยะห่างของตายบนผิวอิสระของปัญหาการลื่นไหลที่ปลายตายสำหรับโครงข่าย 64 ชั้นประกอบ



รูป 5.5 กราฟแสดงเปรียบเทียบอัตราการรวมตัวปัญหาการรวมตัวที่ปลายตายระหว่าง  
ผนังที่มีการลื่นไหลและผนังที่ไม่มีการลื่นไหล

จากรูป 5.5 จะพบว่าอัตราการรวมตัวที่ปลายตายของผนังที่มีการลื่นไหลนั้นน้อยกว่าใน  
ผนังที่ไม่มีการลื่นไหล

ตาราง 5.2 ผลเฉลยของปัญหาการรวมตัวที่ปลายตายระหว่างผนังที่มีการลื่นไหลและผนังที่ไม่  
มีการลื่นไหลสำหรับโครงข่าย 64 ชั้นประกอบ

ผลเฉลย	$V_{\text{slip max}}$	$V_r \text{ max}$	Pdrop	$\Pi_{\text{max}}$	$\chi$
ผนังที่มีการลื่นไหล	0.169	0.217	4.962	1.936	1.128
ผนังที่ไม่มีการลื่นไหล	0.000	0.138	5.083	2.184	1.130

จากตาราง 5.2 จากการเปรียบเทียบผลเฉลยของปัญหาการรวมตัวบริเวณปลายตาย  
ระหว่างผนังที่มีการลื่นไหลกับผนังที่ไม่มีการลื่นไหลจะพบว่า  $V_{\text{slip}}$  บริเวณผนังที่มีการลื่นไหลจะมี  
ค่าไม่เป็นศูนย์ ทำให้อัตราการรวมตัวของผนังที่มีการลื่นไหลนั้นมีค่าลดลง เนื่องจากการ  
ปลดปล่อยพลังงานที่สะสมไว้ออกมาบางส่วน แต่สำหรับผนังที่ไม่มีการลื่นไหลค่า  $V_{\text{slip}}$  เป็นศูนย์  
จึงทำให้ของไหลที่ออกมาบริเวณผนังอิสระเกิดการรวมตัวมากกว่า เนื่องมาจากการปลดปล่อย  
พลังงานทั้งหมดที่สะสมไว้ ทำให้อัตราการรวมตัวของผนังที่ไม่มีการลื่นไหลมีค่ามากกว่าผนังที่มี  
การลื่นไหล



ค่า  $V_z$  บริเวณการไหลที่ผิวอิสระที่มีการไหลแบบปลัก สำหรับปัญหาการรวมตัวที่ปลายตายของผนังที่มีการสิ้นไหลมีค่ามากกว่าผนังที่ไม่มีการสิ้นไหล เนื่องจากมีอัตราการรวมตัวน้อยกว่าจากกฎการอนุรักษ์อัตราการไหล

ส่วน  $V_r$  ของผนังที่มีการสิ้นไหลจะมีค่าสูงที่สุด ณ บริเวณจุดที่มีการรวมตัวออกและที่บริเวณผิวอิสระจะมีค่าสูงกว่าผนังที่ไม่มีการสิ้นไหลเล็กน้อย

และ  $P$  ของผนังที่มีการสิ้นไหลมีค่าน้อยกว่าผนังที่ไม่มีการสิ้นไหล เนื่องจากความเร็วบริเวณผนังที่มีค่าไม่เป็นศูนย์มีผลทำให้ความเค้นเฉือนโดยรวม  $\Pi$  ลดลง ดังนั้น  $P$  ที่ใช้ในการผลักดันของไหลให้ไหลผ่านตายจึงมีค่าลดลง

#### 5.4 สรุปผล (Conclusion)

จากการศึกษาปัญหาการสิ้นไหลที่มีการรวมตัวบริเวณปลายตาย ให้ผลเฉลยในทำนองเดียวกันกับปัญหาผนังไม่มีการสิ้นไหล แต่ผนังที่มีการสิ้นไหลซึ่งมีความเร็วบริเวณผนังไม่เป็นศูนย์มีผลกระทบต่ออัตราการรวมตัวของของไหลนิวโตเนียน คือทำให้อัตราการรวมตัวของของไหลมีค่าลดลง ความเร็วในแนวแกน  $z$  มีค่ามากกว่าผนังที่ไม่มีการรวมตัว เนื่องจากระยะการรวมที่น้อยกว่า ความเร็วในแนวแกน  $r$  มีค่าใกล้เคียงกันกับผนังที่ไม่มีการรวมตัวเนื่องจากความเค้นเฉือนโดยรวมมีค่าลดลงทำให้ความดันมีค่าลดลง