บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบาย

ในการอธิบายพฤติกรรมการไหลของอากาศเหนือระบบระบายอากาศโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะอาศัยชุดของสมการอนุรักษ์ (Conservation Equations) ซึ่งประกอบด้วย สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equations) สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum Equations) นอกจากนี้ยังต้องใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Model) อธิบายสภาวะการไหลของของไหลในระบบเป็นการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งรายละเอียดของส่วนต่างๆ มีดังต่อไปนี้

3.1 รูปแบบทั่วไปของสมการอนุรักษ์

สมการอนุรักษ์ในระบบพิกัดฉาก (Rectangular Coordinate) ในรูปแบบ 3 มิติ

สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equations)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho\, u}{\partial x}+\frac{\partial \rho\, v}{\partial y}+\frac{\partial \rho\, w}{\partial z}=0 \qquad (3.1)$$

เมื่อ x, y, z แทนแกนต่างๆในพิกัดฉาก

u, v, w แทนความเร็วตามแนวแกนพิกัดฉาก x, y, z ตามลำดับ

ρ แทนความหนาแน่นของระบบ

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum Equation)

X-component

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\left(\frac{\partial \rho u^2}{\partial x}+\frac{\partial \rho v u}{\partial y}+\frac{\partial \rho w u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}+\rho f_x \qquad (3.2)$$

Y-component

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\left(\frac{\partial\rho uv}{\partial x}+\frac{\partial\rho v^2}{\partial y}+\frac{\partial\rho wv}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}+\rho f_y \qquad (3.3)$$

Z-component

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\left(\frac{\partial\rho wu}{\partial x}+\frac{\partial\rho vw}{\partial y}+\frac{\partial\rho w^2}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial z}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z}+\rho f_z \qquad (3.4)$$

เมื่อ P คือ ความดัน

τ คือ ความเค้นเฉือน (Shear Stress)

f_x, f_y, f_z คือ แรงภายนอกที่กระทำบนทุกๆ จุดในระบบต่อหน่วยมวล (Body force) ในทิศทางตามแนวพิกัดฉาก

3.2 สมมติฐานที่ใช้ในงานวิจัย

ในการศึกษาพฤติกรรมการไหลของอากาศเหนือระบบระบายอากาศ โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการคำนวณจะตั้งอยู่บนสมมติฐานดังต่อไปนี้

1 ระบบที่ทำการศึกษาอยู่ในสถานะคงตัว (steady State)

2 ของไหลในระบบเป็นแบบนิวโทเนียน (Newtonian Fluid) ที่ซึ่งแรงเฉือน (Shear Force) ต่อพื้นที่หรือความเค้นเฉือนเป็นสัดส่วนกับเกรเดียนท์ (gradient) ของความเร็ว ดังนั้นจึงสามารถอธิบายค่าของความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นในทิศทางต่างๆ ได้ในรูปแบบของความแตกต่างของความเร็วและคุณสมบัติของของไหล ดังสมการนี้

$$\tau_{xx}=\lambda(\nabla\cdot v)+2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (3.5)$$

$$\tau_{yy}=\lambda(\nabla\cdot v)+2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \qquad (3.6)$$

$$\tau_{zz}=\lambda(\nabla\cdot v)+2\mu\frac{\partial w}{\partial Z} \qquad (3.7)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{3.8}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{3.9}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \tag{3.10}$$

เมื่อ μ คือ ความหนืดของของไหลในระบบ

λ คือ สัมประสิทธิ์อันดับที่สองของความหนืด (Second Viscosity Coefficient) กำหนดให้

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \tag{3.11}$$

3 กำหนดให้แรงที่กระทำบนทุกๆจุดในระบบต่อหน่วยมวล (body forces) มีค่าเฉพาะในแนวแกนพิกัด z เท่านั้น

$$f_x = 0 \tag{3.12a}$$

$$f_y = 0 \tag{3.12b}$$

$$f_z = \rho g \tag{3.12c}$$

เมื่อ g คือ ค่าแรงโน้มถ่วงของโลก มีทิศสวนทางกับแกน z

4 กำหนดให้ ความหนาแน่นของของไหลในระบบ (ρ) ความหนืดของของไหลในระบบ (μ) มีค่าคงที่

ด้วยสมมติฐานข้างต้น รูปแบบของสมการอนุรักษ์ในหัวข้อ 3.1 จะสามารถแสดงในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equations)

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{3.13}$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum Equation)

X-component

$$\rho\left(\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{\partial vu}{\partial y}+\frac{\partial wu}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{3.14}$$

Y-component

$$\rho\left(\frac{\partial uv}{\partial x}+\frac{\partial v^2}{\partial y}+\frac{\partial wv}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \tag{3.15}$$

Z-component

$$\rho\left(\frac{\partial uw}{\partial x}+\frac{\partial wu}{\partial y}+\frac{\partial w^2}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+\rho g \tag{3.16}$$

3.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการไหลแบบปั่นป่วน

3.3.1 สภาวะการไหลแบบปั่นป่วน

สภาวะการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) จะทำให้เกิดการผสมกันหรือการเคลื่อนที่คล้ายวังน้ำวน (Eddying motion) ในสายหลักของการไหล การเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายในระบบจะมีการเคลื่อนที่ไปมาเมื่อเทียบกับเวลา สมการอนุรักษ์ที่ใช้จึงจะต้องขึ้นอยู่กับเวลา (time-dependent form) ดังนั้นเมื่อจะทำการพิจารณาพฤติกรรมการไหลของอากาศเหนือระบบระบายอากาศที่มีการไหลแบบปั่นป่วนจึงต้องทำการเปลี่ยนสมการ (3.13) - (3.16) ให้อยู่ในรูปของความเร็วเฉลี่ย (time-average) โดยทำการกำหนดให้ค่าความเร็วที่ตำแหน่งหนึ่ง ๆ (instantaneous-velocity), (u ,v ,w) มีค่าเท่ากับผลรวม

ของความเร็วเฉลี่ย(time-smoothed velocity), $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ กับค่าของความเร็วที่แปรผันไปจากความเร็วเฉลี่ย(fluctuation velocity), (u', v', w') ดังนี้

$$u = \bar{u} + u' \tag{3.17a}$$

$$v = \bar{v} + v' \tag{3.17b}$$

$$w = \bar{w} + w' \tag{3.17c}$$

เช่นเดียวกันกับความดันและอุณหภูมิ

$$P = \bar{P} + P' \tag{3.17d}$$

เมื่อ $\bar{u}$ คำนวณได้จาก

$$\bar{u} = \frac{1}{t_0}\int_{t}^{t+t_0} u\, dt \tag{3.18}$$

$\bar{v}, \bar{w}$ และ $\bar{P}$ ก็สามารถคำนวณได้จากสมการในรูปแบบเดียวกับสมการ 3.23

เมื่อแทนค่าต่างๆเหล่านี้ลงในสมการ (3.17) - (3.21) ประกอบกับความสัมพันธ์เนื่องจากค่าความเร็วที่แปรผันไปจากความเร็วเฉลี่ยมีได้ทั้งค่าที่เป็นบวกและค่าที่เป็นลมจึงทำให้ค่าเฉลี่ยของความเร็วที่แปรผันไปจากความเร็วเฉลี่ยมีค่าเท่ากับศูนย์ดังสมการ

$$\bar{u}' = \frac{1}{t_0}\int_{t}^{t+t_0} u'\, dt = 0 \tag{3.19}$$

เช่นเดียวกันกับ $\bar{v}', \bar{w}'$ และ $\bar{P}$ ดังนั้นจะได้สมการอนุรักษ์ที่อยู่ในรูปของเวลาเฉลี่ย ดังนี้

สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equations)

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}+\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{w}}{\partial z}=0 \tag{3.20}$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum Equation)

X-component

$$\left(\frac{\partial \rho \overline{u}^2}{\partial x}+\frac{\partial \rho \overline{v}\,\overline{u}}{\partial y}+\frac{\partial \rho \overline{w}\,\overline{u}}{\partial z}\right)+\left(\frac{\partial \rho \overline{u'u'}}{\partial x}+\frac{\partial \rho \overline{v'u'}}{\partial y}+\frac{\partial \rho \overline{w'u'}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial \overline{P}}{\partial x}+\mu\nabla^2\overline{u} \tag{3.21}$$

Y-component

$$\left(\frac{\partial \rho \overline{u}\overline{v}}{\partial x}+\frac{\partial \rho \overline{v}^2}{\partial y}+\frac{\partial \rho \overline{w}\,\overline{v}}{\partial z}\right)+\left(\frac{\partial \rho \overline{u'v'}}{\partial x}+\frac{\partial \rho \overline{v'v'}}{\partial y}+\frac{\partial \rho \overline{w'v'}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial \overline{P}}{\partial y}+\mu\nabla^2\overline{v} \tag{3.22}$$

Z-component

$$\left(\frac{\partial \rho \overline{u}\overline{w}}{\partial x}+\frac{\partial \rho \overline{v}\overline{w}}{\partial y}+\frac{\partial \rho \overline{w}^2}{\partial z}\right)+\left(\frac{\partial \rho \overline{u'w'}}{\partial x}+\frac{\partial \rho \overline{v'w'}}{\partial y}+\frac{\partial \rho \overline{w'w'}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial \overline{P}}{\partial z}+\mu\nabla^2\overline{w}+\rho g \tag{3.23}$$

พบว่าสมการ(3.20) - (3.23) จะมีรูปแบบเหมือนกับสมการอนุรักษ์โมเมนตัม ในดังสมการ (3.13) ถึง (3.16) ตามลำดับ เพียงแต่มีเทอม $\rho\overline{u'u'}$, $\rho\overline{u'v'}$, ... ฯลฯ เพิ่มขึ้นมา โดยปกติจะเรียกเทอมเหล่านี้ว่า ความเค้นเรย์โนลดส์ (Reynolds stress) (Bird, Stewart and Lightfoot, 1960) ซึ่งเมื่อพิจารณาจากหน่วยของเทอมดังกล่าวจะสามารถให้นิยามได้ใหม่ดังนี้

$$\overline{\tau}_{xx}^{(t)} \quad = \quad \rho\overline{u'u'} \tag{3.24a}$$

$$\overline{\tau}_{xy}^{(t)} \quad = \quad \rho\overline{u'v'} \tag{3.24b}$$

ฯลฯ

เพื่อที่จะทำให้สมการ(3.20) - (3-23) สามารถที่จะใช้ในการคำนวณหาค่าในรูปแบบของความเร็ว จำเป็นต้องทราบค่า $\overline{\tau}_{xx}^{(t)}$, $\overline{\tau}_{yx}^{(t)}$, ... ดังนั้นงานวิจัยนี้จะใช้สมการ Boussinesq's Eddy Viscosity (1977) ในการประมาณค่าแรงเฉือนเรย์โนลดส์ (Reynolds stress), $\overline{\tau}^{(t)}$ ให้อยู่ในรูปของความเร็วได้ดังนี้

$$\overline{\tau}_{xy}^{(t)} = \mu_t \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \tag{3.25}$$

เมื่อ μ_t คือ ความหนืดในสภาวะที่ของไหลมีการไหลแบบปั่นป่วน (eddy viscosity) ซึ่งไม่ใช่สมบัติทางกายภาพของของไหลแต่เป็นค่าที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งทิศทางและลักษณะของการไหลแบบปั่นป่วน

ดังนั้นเมื่อแทนค่า $\overline{\tau}^{(t)}$ ต่างๆ ในลักษณะเดียวกับสมการ 3.24 จะได้สมการอนุรักษ์โมเมนตัมของระบบที่มีการไหลแบบปั่นป่วนอยู่ในรูปแบบดังนี้

X-component

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}\overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}\,\overline{u}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \mu\nabla^2\overline{u} + \mu_t\nabla^2\overline{u} \tag{3.26}$$

Y-component

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{u}\,\overline{v}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}^2}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}\,\overline{v}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial y} + \mu\nabla^2\overline{v} + \mu_t\nabla^2\overline{v} \tag{3.27}$$

Z-component

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{u}\overline{w}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}\overline{w}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w}^2}{\partial z}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial z} + \mu\nabla^2\overline{w} + \mu_t\nabla^2\overline{w} + \rho g \tag{3.28}$$

ในการแก้สมการโมเมนตัมของระบบที่มีการไหลแบบปั่นป่วนจำเป็นที่จะต้องอาศัยแบบจำลองของการไหลแบบปั่นป่วนเพื่อใช้ประมาณค่าความหนืดในสภาวะที่ของไหลมีการไหลแบบปั่นป่วนหรือค่า μ_t ที่เพิ่มขึ้นมาในสมการ

3.4 ประเภทของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายการไหลแบบปั่นป่วน

สำหรับงานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ระหว่างค่า k และ ε เพื่ออธิบายการไหลแบบปั่นป่วนของของไหล และใช้ในการประมาณค่าความหนืดในสภาวะที่ของไหลมีการไหลแบบปั่นป่วนหรือค่า μ_t โดยได้เลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความสัมพันธ์ระหว่างค่า k และ ε ดังต่อไปนี้

3.4.1. Standard k - ε Model

แบบจำลองมาตรฐาน k - ε เป็นแบบจำลองที่ใช้ในการประมาณค่าความหนืดในสภาวะที่ของไหลมีการไหลแบบปั่นป่วนหรือค่า μ_t ซึ่งเป็นตัวแปรที่ต้องหาเพื่อนำไปแทนค่าในการอนุรักษ์โมเมนตัมข้างต้น ความสัมพันธ์ที่ใช้ในการประมาณค่าจะมีตัวแปรเพิ่มขึ้นสองตัวคือ ค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (kinetic energy), k และค่าอัตราการกระจายตัวของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (kinetic energy dissipation), ε โดยที่Launder และ Spalding ได้เสนอแบบจำลองที่ใช้ในการประมาณค่าความหนืดในสภาวะที่ของไหลมีการไหลแบบปั่นป่วนหรือค่า μ_t โดยกำหนดให้ μ_t มีความสัมพันธ์ในรูปแบบของสมการดังนี้โดยที่ตัวแปรทั้งหมดมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\mu_t = FMU * CMUCD * \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \qquad (3.29)$$

k – Equation

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_t}{\rho\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_i}\right) + \frac{G}{\rho} - \varepsilon \qquad (3.30)$$

ε - Equation

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_i\varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_t}{\rho\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right) + F_1 C_1 \frac{\varepsilon}{\rho k} G - F_2 C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \qquad (3.31)$$

เมื่อ

$$G = \mu_t \left\{ 2\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y}\right)^2 \right\} \tag{A}$$

ค่าคงที่ที่ใช้ในแบบจำลองนี้ประกอบด้วย

CMUCD	σ_k	σ_ε	C_1	C_2	FMU	F_1	F_2
0.09	1.0	1.314	1.44	1.92	1.0	1.0	1.0

** ที่มา [Encyclopedia ของ PHOENICS]

3.4.2. Low – Re ของ k - ε Model

แบบจำลอง Low –Re ของ k- ε เป็นแบบจำลองที่ได้รับการพัฒนาเพื่อเพิ่มความสามารถในการคำนวณค่าต่างๆ บริเวณใกล้ผนังให้กับแบบจำลองมาตรฐานของ k- ε โดยไม่ใช้ชุดสมการฟังก์ชันผนัง ซึ่งแบบจำลองนี้จะปรับเปลี่ยนแปลงสมการของแบบจำลองมาตรฐานของ k- ε ที่สมการ ε - Equation ด้วยการเปลี่ยนแปลงตัวคูณ F_1, F_2, และ ค่า FMU แต่ความสัมพันธ์ของค่า μ_t ยังคงเหมือนสมการที่ 3.29 โดยที่ชุดสมการมีรูปแบบดังนี้

k – Equation

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_t}{\rho\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_i}\right) + \frac{G}{\rho} - \varepsilon \tag{3.32}$$

ε - Equation

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(U_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\mu_t}{\rho\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right) + F_1 C_1 \frac{\varepsilon}{\rho k} G - F_2 C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.33}$$

เมื่อ $$FMU = \left[1 - Exp\left(-0.0165 * REYN\right)\right]^{2*(1+20.5/REYT)} \tag{3.34a}$$

$$F_1 = 1 + \left(\frac{0.05}{FMU}\right)^3 \tag{3.34b}$$

$$F_2 = 1 - Exp\left(-REYT\right)^2 \tag{3.34c}$$

$$REYN = \frac{\sqrt{k} * YN}{\nu} \tag{3.34d}$$

$$REYT = \frac{k^2}{\varepsilon * \nu} \tag{3.34e}$$

YN = ระยะทางที่ใกล้ผนังมากที่สุด

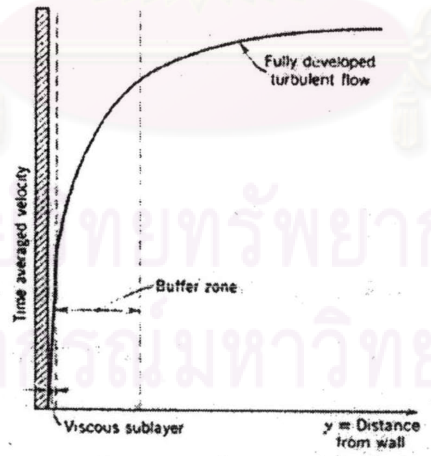
ค่าคงที่ที่ใช้ในแบบจำลองนี้ประกอบด้วย

CMUCD	σ_k	σ_ε	C_1	C_2	G
0.09	1.0	1.314	1.44	1.92	สมการที่ A

** ที่มา [Encyclopedia ของ PHOENICS]

3.5 Wall Function

จากรูปแบบการกระจายตัวของความเร็ว (Velocity distribution) ของการไหลของของไหลที่สัมผัสผนังไม่ว่าจะอยู่ในท่อหรืออยู่นอกท่อ ของระบบที่มีการไหลแบบปั่นป่วน ดังแสดงในรูป 3.1



รูปที่ 3.1 ลักษณะการกระจายตัวของความเร็วของของไหลในระบบการไหลแบบปั่นป่วน ณ บริเวณใกล้ผนัง

พบว่ารูปแบบการไหลของของไหลจะมีอยู่ด้วยกัน 3 บริเวณ คือ บริเวณที่ของไหลไหลติดอยู่กับผนัง เรียกว่า "Viscous Sublayer" ที่บริเวณนี้การไหลจะมีลักษณะเป็นการไหลเป็นชั้น ๆ (Laminar Flow) บริเวณถัดไปจะเป็นบริเวณที่มีการไหลกึ่งเป็นชั้นและกึ่งปั่นป่วน เรียกบริเวณนี้ว่า "Buffer Zone" ถัดจากบริเวณบัฟเฟอร์ห่างออกไปจากผนังเป็นบริเวณที่มีการไหลอย่างปั่นป่วนที่เกิดอย่างสมบูรณ์ เรียกว่า Fully Developed Turbulent Zone" ที่บริเวณสามารถตัดอิทธิผลของการไหลเป็นชั้นออกได้เนื่องจากบริเวณดังกล่าวอิทธิผลของการไหลแบบปั่นป่วนมีมากกว่ามาก

เนื่องจากแบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน Standard k- ε เป็นแบบจำลองที่สามารถอธิบายการไหลในบริเวณ Fully Developed Turbulent Zone ได้เป็นอย่างดีแต่สำหรับบริเวณ Viscous Sublayer และบริเวณ Buffer Zone หรือที่เรียกว่า บริเวณใกล้ผนัง (near-wall Region) พบว่าแบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน Standard k-ε ไม่สามารถอธิบายได้ดีนัก ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นต้องมีชุดสมการเพื่อใช้ในการอธิบายรูปแบบการไหลของของไหล ณ บริเวณดังกล่าว โดยจะเรียกชุดสมการนี้ว่า "ฟังก์ชันผนัง" ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey^{+}\right) \qquad (3.35)$$

โดยที่

$$u^{+} = \frac{u}{u^{*}} \qquad (3.36)$$

และ

$$y^{+} = \frac{yu^{*}\rho}{\mu} \qquad (3.37)$$

เมื่อ y คือ ระยะทางที่ห่างจากผนังในแนวตั้งกับผนัง

u คือ ความเร็วที่ขนานกับผนัง

u^{*} คือ Friction Velocity เท่ากับ $\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ เมื่อ $\tau = \frac{1}{2}f\rho u^{2}$; f คือ Friction Factor

κ คือ ค่าคงที่ของ Von Karman ซึ่งมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามความขรุขระของผนัง

E คือ ค่าบงบอกถึงความขรุขระของผนัง

ในกรณีของผนังเรียบค่า κ จะกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0.41 และ E มีค่าเท่ากับ 9

สมการ (3.35) เป็นสมการที่รู้จักในนาม "Logarithmic law of wall" ซึ่งจะใช้ได้ภายใต้เงื่อนไขต่อไปนี้

$$5 < Y^{+} < 70$$

สำหรับพลังงานจลน์ที่สั่นไปมาต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไปไหล บริเวณใกล้ๆ ผนัง [Launder และ Spalding] สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$k_w = C_\mu^{1/2} u^2 \tag{3.38}$$

เมื่อ k_w คือ พลังงานจลน์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากความปั่นป่วน บริเวณใกล้ๆ ผนัง

อัตราการกระจายตัวของพลังงานจลน์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากความปั่นป่วนที่บริเวณใกล้ๆ สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k_w^{3/2}}{\kappa y} \tag{3.39}$$