บทที่ 3
ความรู้พื้นฐาน

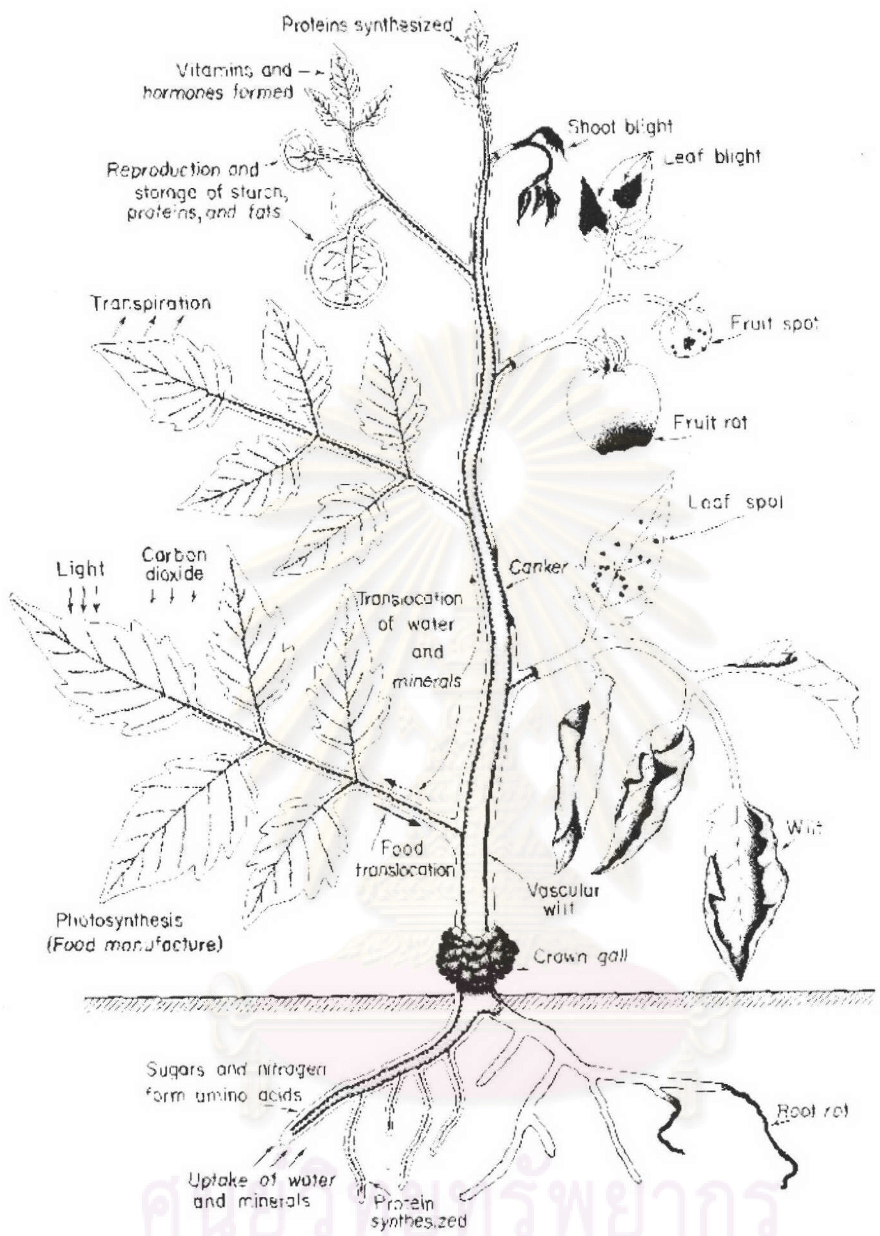
ในบทนี้จะว่าด้วยความรู้พื้นฐานสำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ว่าต้องมีความรู้พื้นฐานในด้านใดบ้าง เพื่อจะสามารถทำความเข้าใจในเนื้อหาและทฤษฎีต่างๆ ได้

3.1.โรคพืช

ความอุดมสมบูรณ์ของต้นพืชเป็นสิ่งที่สำคัญซึ่งส่งผลต่อการเจริญเติบโต การให้ผลผลิต และการขยายพันธุ์พืช ต้นพืชแต่ละประเภทให้ผลผลิตที่แตกต่างกัน ซึ่งมีมายมากหลากหลาย และหลายๆ อย่างก็เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเรา หากพืชบางประเภทมีผลผลิตออกมาน้อยกว่าความต้องการ อาจส่งผลให้อุตสาหกรรมอื่นๆ ได้รับผลกระทบไปด้วย หากเราให้ต้นพืชอุดมสมบูรณ์ได้ แล้วผลผลิตที่ได้จากต้นไม้นั้นๆ จะมีปริมาณที่มากด้วย ย่อมส่งผลดีต่ออุตสาหกรรมอื่นๆ ด้วย ไม่ทางตรงก็ทางอ้อม ฉะนั้นการที่เราจะพิจารณาว่าต้นพืชนั้นๆ อุดมสมบูรณ์เพียงพอไหมจึงเป็นสิ่งที่เราควรพิจารณา

การเจริญเติบโตและการให้ผลของต้นพืชนั้นขึ้นอยู่กับปริมาณสารอาหาร น้ำในดิน สิ่งแวดล้อม เช่น แสง,อุณหภูมิ, ความชื้น เป็นต้น ที่พืชยึดรากอาศัยอยู่ที่เป็นตัวแปรสำหรับการเจริญเติบโต นอกจากนั้นการเติบโตและผลผลิตของพืชยังขึ้นอยู่กับการป้องกันตัวของพืชจากปรสิตอีกด้วย ปัจจัยต่างๆ ที่ส่งผลต่อความอุดมสมบูรณ์ของพืชก็เหมือนกับส่งผลต่อการเจริญเติบโตและการให้ผลผลิตด้วย

โรคพืช, ภูมิอากาศที่ไม่เหมาะสม, วัชพืช และแมลงต่างๆ เป็นสาเหตุสำคัญพื้นฐานที่ทำให้การเจริญเติบโตและผลผลิตของพืชเสียหายหรือลดลงได้ ขั้นตอนของการเป็นโรคของต้นพืชนั้น มีลักษณะคล้ายๆที่เกิดขึ้นกับสัตว์หรือคน ถึงแม้ว่าต้นพืชนั้นจะไม่ปรากฏอาการรู้สึกบาดเจ็บหรือไม่สบายเด่นชัด แต่การซ่อมแซมตัวเองจากการเป็นโรคมีกระบวนการขั้นตอนที่ซ้ำซ้อนเช่นเดียวกับของคนและสัตว์ ซึ่งตัวอย่างของการเกิดโรคในพืชแสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนภาพแสดงการทำงานพื้นฐานในพืชและการรบกวนการทำงานจากโรคพืชบางชนิด

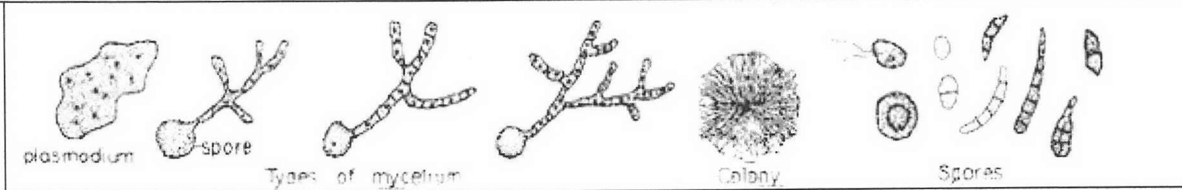
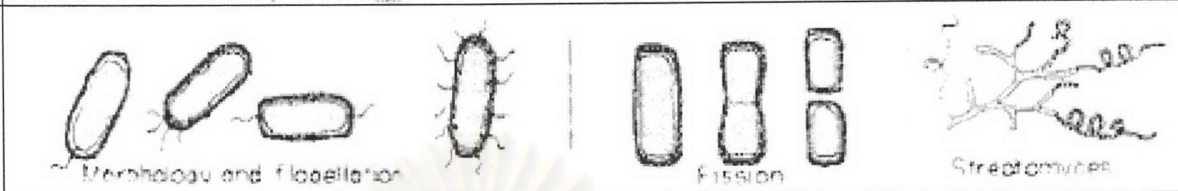
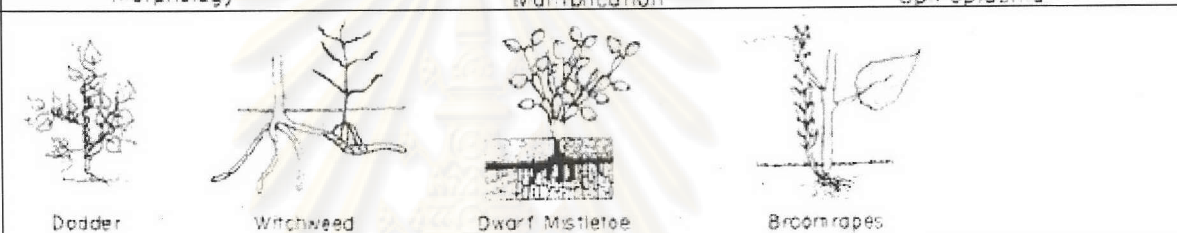
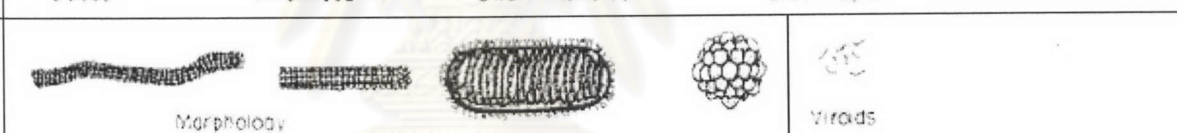
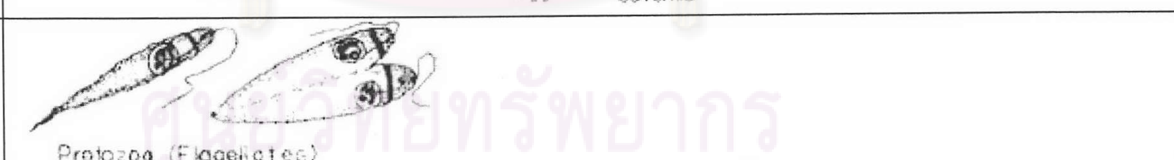
3.1.1 การแบ่งลักษณะเกิดโรคในพืช

การเกิดโรคในพืชนั้นมีสาเหตุใหญ่ ๆ อยู่ 2 สาเหตุ คือ

1) ไม่มีเชื้อ (Noninfectious or abiotic) ซึ่งมาจากสภาพแวดล้อมที่ไม่เหมาะสมตามที่พืชแต่ละชนิดต้องการจึงทำให้พืชไม่สามารถเติบโตได้เต็มที่หรืออาจทำให้พืชตาย อันได้แก่
    - อุณหภูมิสูงหรือต่ำมากๆ

- ปริมาณความชื้นในดินน้อยหรือมากเกินไป
- ปริมาณแสงน้อยหรือมากเกินไป
- การขาดแคลนออกซิเจน
- มลพิษจากอากาศ
- การขาดธาตุอาหาร
- แร่ธาตุเป็นพิษ
- ดินเป็นกรดหรือด่าง
- พิษจากยาฆ่าแมลง
- การปลูกที่ไม่ถูกต้อง

2) มีเชื้อมาเกี่ยวข้อง (Infectious or biotic) เกิดมาจากมีสิ่งมีชีวิตอื่นๆ มารบกวนดังรูปที่ 3.2 อันได้แก่
    - เชื้อรา (Fungi)
    - แบคทีเรีย (Bacteria)
    - ไมโครพลาสมัส(Mycoplasma)
    - ปรสิต (Parasite higher plant)
    - ไวรัส ไวรอยด์ (Virus and Viroids)
    - ไส้เดือน ,หนอน (Nematodes)
    - โพรโตซัว (Protozoa)

เชื้อรา	
แบคทีเรีย	
ไมโครพลาสมัส	
ปรสิต	
ไวรัส ไวรอยด์	
ไส้เดือน, หนอน	
โพรโตซัว	

รูปที่ 3.2 แสดงลักษณะของเชื้อที่เกี่ยวข้องกับการเกิดโรคในพืช

จะเห็นได้ว่าการที่ต้นไม้นั้นเจริญเติบโตได้ดีหรือไม่นั้น ประกอบด้วยสิ่งต่างๆ ซึ่งปัจจัยการเกิดโรคพืชถ้าเราพิจารณาเฉพาะสาเหตุที่มาจากเชื้อนั้นจะต้องมีองค์ประกอบหลักๆ 4 อย่างคือ

1. เชื้อโรค

การเกิดโรคได้นั้นต้องมีเชื้อเกิดขึ้นก่อน เชื้อนั้นสามารถมาจากได้หลายๆ แหล่งด้วยกัน เช่น ทางอากาศ, ทางน้ำ, ทางดิน, ทางผิวสัมผัส เป็นต้น

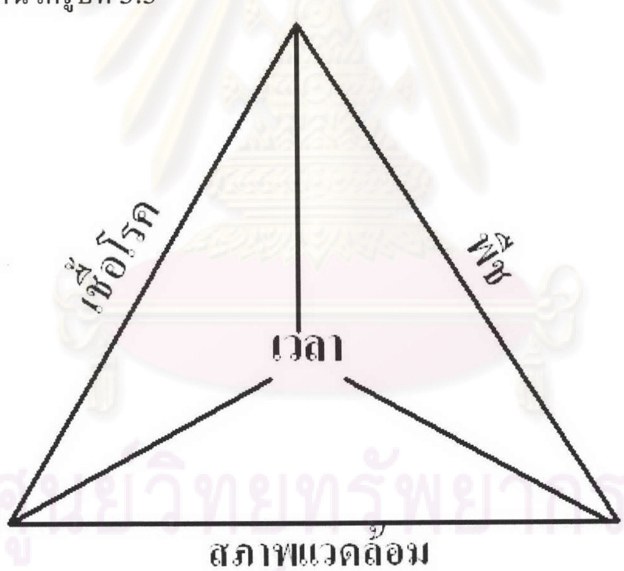
2. ชนิดของพืช

   เชื้อแต่ละชนิดนั้นสามารถเจริญเติบโตได้ดีในพืชบางประเภท ฉะนั้นชนิดของพืชที่เหมาะสมสำหรับการเจริญเติบโตก็เป็นองค์ประกอบหนึ่งสำหรับการเกิดโรค
3. สภาพแวดล้อม

   การเจริญเติบโตของเชื้อนั้นขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อมว่าเป็นอย่างไร กล่าวคือ ถ้าสภาพแวดล้อมไม่เหมาะสม เช่น อุณหภูมิ, ความชื้น, แสง มากหรือน้อยเกินไป เชื้อนั้นๆ ก็ไม่สามารถที่จะเจริญเติบโตได้
4. เวลา

   ถึงแม้ว่ามีเชื้ออยู่ในพืชที่เหมาะสมมีสภาพแวดล้อมที่ดี แต่ถ้าระยะเวลาไม่เพียงพอให้เชื้อเติบโต เชื้อนั้นก็ยังไม่สามารถเจริญเติบโตได้

สรุปก็คือการที่พืชจะเป็นโรคหรือไม่ได้นั้น ต้องมีปัจจัย ดังกล่าวข้างต้น มาบรรจบกัน พืชจึงจะติดโรคได้ดังแสดงให้เห็นได้รูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แสดงสามเหลี่ยมของการเกิดโรคพืช

3.1.2 การกระจายตัวของโรคพืช

จากการศึกษาเบื้องต้นพบว่าความอุดมสมบูรณ์ของต้นพืชนั้นมีปัจจัยหลายๆ อย่างที่เกี่ยวข้อง การกระจายตัวของโรคพืชก็เช่นกัน มีปัจจัยหลายๆ อย่างเช่น อุณหภูมิ, ความชื้น, แสง เป็นต้น ที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว-ช้าของการกระจายตัวของโรคพืช ซึ่งปัจจัยต่างๆ ที่ส่งผลต้นพืชก็ส่งผลต่อโรคพืชด้วยเช่นเดียวกัน ฉะนั้นหากเราสามารถรักษาพืชในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมกับต้นพืชที่

เราต้องการและรักษาสภาพแวดล้อมไม่ให้เหมาะสมกับโรคได้ ก็เป็นการป้องกันโรคพืชและส่งผลให้ต้นพืชงอกงามได้อย่างดีที่เดียว

3.1.3 การจำลองการกระจายตัวของโรคพืช

การจำลองการกระจายตัวของโรคพืชนั้น เราต้องหาแบบจำลองเพื่อใช้ในการจำลอง โดยในแบบจำลองควรจะพิจารณาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการกระจายตัวของโรคพืชซึ่งมีหลายๆ องค์ประกอบดังที่กล่าวมาแล้ว

3.2 Cellular Automata

Cellular Automata (CA) เป็น ระบบการเคลื่อนที่ไม่ต่อเนื่อง โดยมีการกระทำเป็นกฎที่กำหนดไว้เรียบร้อยแล้วในเงื่อนไขของความสัมพันธ์

ลักษณะพื้นฐานของ Cellular Automata

- เป็นตารางสี่เหลี่ยม n มิติ ซึ่งส่วนใหญ่จะใช้ 1-2 มิติ ซึ่งแต่ละเซลล์(ช่อง)บนตาราง มีสถานะที่แยกกัน
- มีการกระทำที่เปลี่ยนแปลง โดยเรียกว่า “กฎ” ซึ่งกฎนั้นจะอธิบายถึงสถานะของเซลล์ในขั้นต่อไป โดยจะขึ้นอยู่กับสถานะของเซลล์ ที่อยู่รอบๆ เซลล์นั้น

แนวคิดของ Cellular automata นั้น มาจาก Game of Life ซึ่งเป็นเกมที่โด่งดังใน ช่วงปี 1960 โดยหลักการของเกมนี้จะมีลักษณะแบบ Cellular Automata กล่าวคือ มีลักษณะเป็นตารางสี่เหลี่ยมและมีกฎที่ไว้ใช้กำหนดสถานะของแต่ละเซลล์

ตัวอย่าง Cellular Automata

Rule Table:

Neighborhood	111	110	101	100	011	010	001	000
Output Bit	1	1	1	0	1	0	0	0

Grid:

t = 0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
t = 1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

การสร้าง Cellular Automata

หลักการสร้าง CA นั้นเราต้องพิจารณา

1. เซลล์

ส่วนประกอบพื้นฐานที่สุดก็คือ เซลล์ โดยเซลล์ในแต่ละเซลล์จะมีการจำส่วนประกอบของเซลล์ หรือเรียกง่ายๆ ว่าสถานะ ซึ่งเราจะนำสถานะของแต่ละเซลล์ที่เก็บค่าไว้นั้นมาใช้ หรือให้แสดงผลตามแต่เราจะต้องการ ถ้าเป็นงานง่าย ๆ อาจใช้ค่า เป็นค่า 0 กับ 1 แต่ถ้าเป็นงานที่ซับซ้อนขึ้น ก็จะใช้เป็นตัวเลขจำนวนเต็มหรือจำนวนจริง เป็นการกำหนด

2. ตาราง

เมื่อนำเซลล์แต่ละเซลล์มาจัดเรียงกันก็จะได้เป็นรูปแบบของตาราง ซึ่ง Cellular automata อย่างง่ายที่สุดก็คือ Cellular automata 1 มิติ โดยจะมีลักษณะเป็นแถวเพียงแค่แถวเดียวหรือมีลักษณะเป็นเส้นนั้น แต่สำหรับ Cellular automata แบบ 2 มิติจะเหมาะสำหรับงานจริงมากกว่า แต่ความซับซ้อนก็จะมากกว่า Cellular automata 1 มิติด้วยเช่นกัน

3. รอบ ๆ เซลล์

เมื่อเซลล์มาจัดเรียงกันเป็นตารางโดยแต่ละเซลล์เก็บค่าสถานะเอาไว้ การกระทำในเบื้องต้นของระบบ จะใช้กฎในการควบคุมการกระทำ โดยกฎนั้นจะถูกกำหนดจากการพิจารณาเซลล์รอบ ๆ ข้าง ซึ่งมีรูปแบบการพิจารณาเซลล์รอบข้างสำหรับ Cellular automata 2 มิติ คือ

- von Neumann Neighborhood

จะพิจารณา 4 เซลล์ที่อยู่รอบข้างคือ ซ้าย, ขวา, ล่าง, บน ของเซลล์ และมีรัศมีเพียง 1 เซลล์

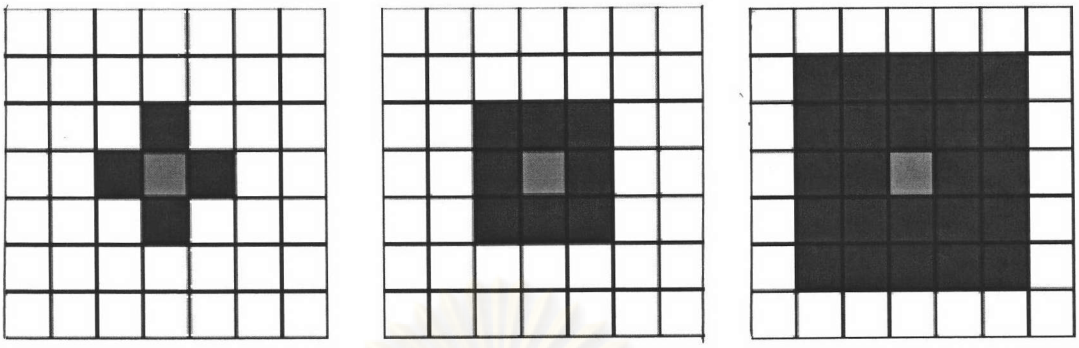
- Moore Neighborhood

จะพิจารณา 8 เซลล์ที่อยู่รอบข้าง นั้นคือ มากกว่า von Neumann Neighborhood ตรงที่เพิ่มแนวทแยงไปด้วยนั่นเอง แต่ยังคงพิจารณาเซลล์รอบข้างในระยะเพียง 1 เซลล์

- Extended Moore Neighborhood

จะมองเซลล์รอบข้างเหมือนกับ Moore Neighborhood คือ 8 เซลล์รอบข้าง แต่ระยะรอบข้างนั้นจะมองไกลมากกว่า 1 เซลล์

ซึ่งรูปแบบการพิจารณาเซลล์รอบข้างได้แสดงดังรูปที่ 3.4



von Neumann Neighborhood   Moore Neighborhood   Extended Moore Neighborhood

รูปที่ 3.4 แสดงการพิจารณาเซลล์รอบข้างแบบต่างๆ ของ Cellular Automata

4. การกำหนดกฎ

รูปแบบของการกำหนดกฎมีดังนี้

- ทุก ๆ กลุ่มของสถานะในเซลล์ข้างเคียง กำหนดสถานะเซลล์หลัก
- กฎการรวม : สถานะต่อไปของเซลล์หลักจะขึ้นอยู่กับผลรวมของสถานะจากเซลล์รอบข้าง
- กฎเฉพาะ : จะพิเศษกว่าตรงที่กำหนดเป็นกรณีไปซึ่งมีเงื่อนไขมากำหนดการกระทำ

5. สรุปรูปแบบของ Cellular automata ดังนี้

- Cellular automata จะพัฒนาในมิติและเวลา
- Cellular automata เป็นวิธีจำลองระบบที่ไม่ต่อเนื่อง
- Cellular automata สร้างขึ้นจากรูปแบบของเซลล์
- จำนวนสถานะของแต่ละเซลล์จำกัด
- สถานะของแต่ละเซลล์ไม่ต่อเนื่อง
- เซลล์ทุกเซลล์จะเหมือนกัน
- สถานะต่อไปของแต่ละเซลล์จะขึ้นอยู่กับสถานะปัจจุบันของเซลล์และเซลล์ที่อยู่รอบข้างเท่านั้น
- การเปลี่ยนแปลงของแต่ละเซลล์จะกำหนดด้วยกฎ

3.3 การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis)

การวิเคราะห์การถดถอย เป็นเทคนิคการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป บางครั้งความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเหล่านั้นอาจจะอยู่ในรูปง่ายๆ สามารถที่จะหาความสัมพันธ์ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์โดยเพียงแต่อาศัยทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง แต่ส่วนมากแล้วความสัมพันธ์นั้นๆ มักจะอยู่ในลักษณะที่ค่อนข้างยุ่งยากซับซ้อน จึงต้องมีการตั้งสมมติฐานหรือประมาณเอาว่าลักษณะความสัมพันธ์อยู่ในสมการแบบไหน ข้อที่พึงระลึกถึงเสมอเมื่อใช้เทคนิคการวิเคราะห์การถดถอยก็คือ เทคนิคนั้นไม่ใช่เทคนิคที่จะบอกว่าข้อมูลที่เกิดขึ้นนั้นเกิดจากสมการอะไร เพียงแต่บอกว่า ถ้าใช้สมการนั้นๆ กับข้อมูลที่เกิดขึ้นมีความเหมาะสมกันอย่างไร

3.3.1 การวิเคราะห์การถดถอยแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear Regression Analysis)

การวิเคราะห์ความถดถอยเมื่อความสัมพันธ์ไม่ได้อยู่ในรูปเชิงเส้น มักพบมากในงานด้านวิทยาศาสตร์ ด้านวิศวกรรมศาสตร์ และด้านการเกษตร รวมไปถึงด้านเชื้อราวิทยา

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามที่มีความสัมพันธ์ในรูปแบบไม่เชิงเส้น เขียนอยู่ในรูปแบบสมการถดถอยได้ดังนี้

$$y = y(x;a) \tag{3.1}$$

โดยที่ y คือ ตัวแปรตามของสมการถดถอย

x คือ ตัวแปรอิสระของสมการถดถอย

a คือ พารามิเตอร์สมการถดถอย

3.3.2 การหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอย

ในการวิเคราะห์การถดถอย นอกจากจะต้องทราบว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม หรือตัวแปรอิสระแล้ว ผู้วิเคราะห์จะต้องกำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรอิสระให้ถูกต้องเหมาะสมกับความเป็นจริง และเมื่อกำหนดรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองได้แล้ว ผู้วิเคราะห์จะทำการประมาณค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองนั้น โดยที่เราจะเรียกค่าคงที่ประมาณความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองนี้ว่า สัมประสิทธิ์การถดถอย หรือค่าพารามิเตอร์การถดถอย

สำหรับเทคนิคหรือวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการการถดถอยที่นิยมที่สุดคือ วิธีกำลังสองน้อยสุด(Least Square Method) แต่สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยซึ่งอยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้น ต้องใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้นซึ่งได้พัฒนาออก

มาแล้วหลายวิธี สำหรับวิธีการที่จะใช้ในงานวิจัยนี้คือ Levenberg-Marquart method ซึ่งเป็นที่นิยมใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยไม่เชิงเส้น ดังจะกล่าวถึงในส่วนต่อไป

3.3.3 วิธีกำลังสองน้อยสุดไม่เชิงเส้น

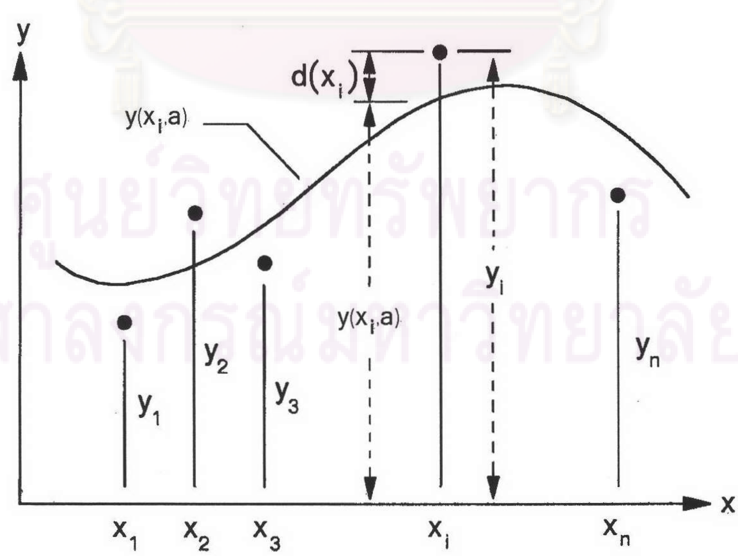
วิธีกำลังสองน้อยสุดเป็นวิธีที่นิยมใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ของสมการถดถอยที่กำหนดให้เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด โดยพิจารณาจากการหาพารามิเตอร์ที่ทำให้มีค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองน้อยสุด

สมมติว่าต้องการหาสมการที่แทนข้อมูลจำนวน n จุด (x_i, y_i) ; $i=1,2,...n$ โดยมีพารามิเตอร์ที่ต้องการหา m ตัว คือ a_j ; $j=1,2,...,m$ เพื่อที่จะหาสมการการถดถอยที่แทนความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ x กับตัวแปรตาม y คือ

$$y(x) = y(x;a) \tag{3.2}$$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ a ในสมการแล้วนำสมการที่ได้มาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่กำหนดให้ จะเกิดค่าความคลาดเคลื่อน $d(x_i)$ ที่จุด x_i ดังแสดงในรูป 3.5 โดยที่ค่า $d(x_i)$ คือ

$$d(x_i) = y_i - y(x_i;a) \tag{3.3}$$



รูปที่ 3.5 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละจุด (x_i, y_i)

สมการที่หาได้จะก่อให้เกิดค่าความผิดพลาดกำลังสองที่น้อยที่สุดจากข้อมูลทั้งหมดที่กำหนดให้ ขั้นตอนในการหาสมการการถดถอยไม่เชิงเส้นนี้ เริ่มจากการหาค่าความคลาดเคลื่อน E ที่เกิดจากข้อมูลจำนวน n ข้อมูลในรูปแบบดังนี้

$$E = \sum_{i=1}^{n} [d(x_i)]^2 \tag{3.4}$$

ซึ่งสามารถเขียนให้ประกอบด้วยฟังก์ชันไม่เชิงเส้น ดังนี้

$$E(a) = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - y(x_i;a) \right]^2 \tag{3.5}$$

โดยที่ y_i เป็นตัวแปรตามที่ได้จากข้อมูลตัวที่ i

x_i เป็นตัวแปรอิสระที่ได้จากข้อมูลตัวที่ i

y เป็นตัวแปรตามที่ได้จากสมการถดถอยโดยมีพารามิเตอร์ a

a เป็นพารามิเตอร์การถดถอย

ในการหาค่าพารามิเตอร์ $a_1, a_2, ..., a_m$ รวมทั้งสิ้น m ค่านั้น เราใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วย m สมการย่อยคือ

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial a_1} &= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y(x_i;a) \right) \cdot \frac{\partial y(x_i;a)}{\partial a_1} = 0 \\
-\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial a_2} &= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y(x_i;a) \right) \cdot \frac{\partial y(x_i;a)}{\partial a_2} = 0 \\
-\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial a_3} &= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y(x_i;a) \right) \cdot \frac{\partial y(x_i;a)}{\partial a_3} = 0 \\
&\vdots \\
-\frac{1}{2}\frac{\partial E}{\partial a_m} &= \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y(x_i;a) \right) \cdot \frac{\partial y(x_i;a)}{\partial a_m} = 0
\end{aligned} \tag{3.6}$$

การแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้นเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ $a_1, a_2, ..., a_m$ นั้นทำได้หลายวิธีแต่ในงานวิจัยนี้ จะขอกล่าวถึงเฉพาะวิธี Levenberg-Marquardt

3.3.4 Levenberg-Marquardt Method

วิธี Levenberg-Marquardt เป็นวิธีที่เหมาะสมและนิยมใช้สำหรับการแก้ระบบสมการไม่เชิงเส้น เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ มีวิธีการดังต่อไปนี้

กำหนดให้ฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนคือ $E(a)$ และเขียนอยู่ในรูปอนุกรมเทร์เลอร์ได้ดังนี้

$$E(a_{n+1}) \approx E(a_n) + \nabla E(a_n)^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)^T \cdot \nabla^2 E(a_n) \cdot (a_{n+1} - a_n) + \ldots \tag{3.7}$$

โดยที่ $\nabla E(a_n) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial E(a_n)}{\partial a_{1n}} \\ \dfrac{\partial E(a_n)}{\partial a_{2n}} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial E(a_n)}{\partial a_{mn}} \end{bmatrix}$, $\nabla^2 E(a_n) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n}\partial a_{1n}} & \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n}\partial a_{2n}} & \cdots & \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{1n}\partial a_{mn}} \\ \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n}\partial a_{1n}} & \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n}\partial a_{2n}} & \cdots & \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{2n}\partial a_{mn}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn}\partial a_{1n}} & \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn}\partial a_{2n}} & \cdots & \dfrac{\partial^2 E(a_n)}{\partial a_{mn}\partial a_{mn}} \end{bmatrix}$

จากอนุกรมเทย์เลอร์ในสมการที่ 3.1 พิจารณาแค่อนุพันธ์อันดับสองจะได้ว่า

$$E(a_{n+1}) = E(a_n) + \nabla E(a_n)^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)^T \cdot \nabla^2 E(a_n) \cdot (a_{n+1} - a_n) \tag{3.8}$$

จากสมการที่ 3.1เขียนให้อยู่ในรูปเกร์เดียนเวกเตอร์ g และเฮสเซียนเมตริกซ์ H ได้ดังนี้

$$E(a_{n+1}) = E(a_n) + g^T \cdot (a_{n+1} - a_n) + \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)^T \cdot H \cdot (a_{n+1} - a_n) \tag{3.9}$$

โดยที่ g คือ เวกเตอร์อนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งของ $E(a_n)$

H คือ เมตริกซ์อนุพันธ์ย่อยอันดับสองของ $E(a_n)$

สำหรับการหาค่าพารามิเตอร์ a ที่ทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อน $E(a)$ น้อยที่สุดทำได้โดยการหาอนุพันธ์เทียบ a_n ได้ดังนี้

$$\frac{\partial E(a_{n+1})}{\partial a_n} = \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} + \frac{\partial g^T(a_{n+1}-a_n)}{\partial a_n} + \frac{1}{2}\frac{\partial (a_{n+1}-a_n)^T \cdot H \cdot (a_{n+1}-a_n)}{\partial a_n}$$

$$0 = \frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} + g^T(-1) + H(a_{n+1}-a_n)(-1)$$

พิจารณาจุดต่ำสุดโดยให้ $\frac{\partial E(a_n)}{\partial a_n} = 0$ จะได้

$$0 = g^T + H(a_{n+1}-a_n)$$

จะได้

$$a_{n+1} = a_n - H^{-1}g \qquad (3.10)$$

พิจารณาเทอม $H^{-1}g$ ในสมการที่ 3.2 พบว่าเทอม $H^{-1}g$ คือค่า Step size หรือขนาดที่เปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ a ในแต่ละรอบการทำซ้ำ Levenberg-Marquardt เสนอให้เปลี่ยนเทอม $H^{-1}g$ เป็น $(H-\lambda I)^{-1}g$ เพื่อลดจำนวนรอบการทำซ้ำ คือเมื่อค่า λ มากทำให้ Step size เล็กลงและเมื่อค่า λ น้อย Step size จะมีขนาดใหญ่ ซึ่งส่งผลให้จำนวนรอบในการทำซ้ำลดลง สมการใหม่ที่ได้มีรูปแบบดังนี้

$$a_{n+1} = a_n - (H+\lambda I)^{-1}g \qquad (3.11)$$

โดยที่ λ จะเปลี่ยนไปทุกรอบการทำซ้ำขึ้นอยู่กับค่า $E(a)$

ขั้นตอนวิธีการหาค่าพารามิเตอร์โดยวิธี Lavenberg-Marquardt

กำหนดฟังก์ชันความคลาดเคลื่อนกำลังสอง

$$E(a) = (y_i - y(x_i;a))^2$$

ขั้นที่ 1. กำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น a_0

ขั้นที่ 2. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อน $E(a)$

ขั้นที่ 3. กำหนด $\lambda = 0.001$

ขั้นที่ 4. คำนวณ a_{n+1} จากสมการ(3.3)

ขั้นที่ 5. ตรวจสอบเงื่อนไข

- ถ้า $E(a_{n+1}) \geq E(a_n)$ แล้วให้ $\lambda = \lambda \cdot 10$ จากนั้นทำขั้นที่ 3
- ถ้า $E(a_{n+1}) < E(a_n)$ แล้วให้ $\lambda = \lambda / 10$ และ $a_{n+1} = a_n$ จากนั้นทำ ขั้นที่ 3
- ถ้าค่า $E(a_n) \leq 0.001$ ให้จบการทำงาน

3.4 แบบจำลองการกระจายตัวของเชื้อรา

แบบจำลองการกระจายตัวของเชื้อราได้ถูกพัฒนาโดย Baranyi et al. [3] และ Kalathenos [4] ซึ่งพัฒนามาจากเส้นโค้ง Logistic มีรูปแบบสมการดังนี้

$$D = D_0 + \mu A - \ln\left(\frac{1+(e^{\mu A}-1)}{e^{D_{\max}-D_0}}\right)$$

$$A = t + \left(\frac{1}{\mu} \times \ln\left(e^{-\mu t} + e^{-\mu L} - e^{(-\mu t-\mu L)}\right)\right)$$

โดยที่ D คือขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของโคโลนีที่เวลาต่างๆ (มิลลิเมตร)

t คือเวลา (วัน)

D_0 คือขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเริ่มต้นของโคโลนี (มิลลิเมตร)

L คือระยะเวลาของ Lag phase (วัน)

μ คืออัตราการกระจายตัวของเชื้อรา (มิลลิเมตรต่อวัน)

D_{max} คือขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางมากที่สุดของโคโลนี (มิลลิเมตร) ซึ่งค่านี้ไม่มีความจำเพาะทางชีวภาพแต่ส่วนใหญ่จะเท่ากับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของจานเลี้ยงเชื้อ (Petri Dish)