

การวิเคราะห์การกำเนิดแสงฮาร์มอนิกอันดับสองในอุปกรณ์ QPM-SHG
ด้วยวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อิลิเมนต์บีมพรอพากेशन

3.1 ความนำ

วิธีสเกลาร์ไฟไนต์อิลิเมนต์บีมพรอพากेशन เป็นวิธีการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแสงโดยอาศัยการตั้งสมมติฐานให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแสงภายในอุปกรณ์ QPM-SHG เป็นปริมาณสเกลาร์ ทั้งนี้โดยอาศัยการพิจารณาจากลักษณะโหมดของสนามที่เกิดขึ้นจริงภายในตัวอุปกรณ์ที่มักจะมีองค์ประกอบสนามอันหนึ่งเรียกว่า องค์ประกอบสนามหลัก ที่มีขนาดมากกว่าองค์ประกอบที่เหลืออีกสององค์ประกอบเสมอ การประมาณแบบสเกลาร์จะกำหนดให้ผลขององค์ประกอบทั้งสองนี้มีน้อยมากและ จนสามารถพิจารณาเฉพาะผลของสนามหลักเพียงองค์ประกอบเดียวได้ โดยอาศัยการประมาณนี้จะช่วยลดความยุ่งยากในการวิเคราะห์ปัญหาลงเป็นอันมากนอกจากนั้นยังช่วยลดเวลาที่ต้องใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยของปัญหาให้น้อยลงอีกด้วย

เนื้อหาในบทนี้มีวัตถุประสงค์เพื่ออธิบายแนวคิดและวิธีในการวิเคราะห์การกำเนิดแสงฮาร์มอนิกอันดับสองด้วยวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อิลิเมนต์บีมพรอพากेशनทั้งนี้เพื่อใช้ในการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบผลของการประมาณแบบสเกลาร์กับวิธีเวกเตอร์ไฟไนต์อิลิเมนต์บีมพรอพากेशनในบทที่ 4 โดยเริ่มต้นจากการสร้างสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาสิ่งที่ได้รับ คือ สมการคลื่นแบบไม่เชิงเส้นสำหรับอธิบายการเกิดขึ้นของปรากฏการณ์ดังกล่าว โดยทั่วไปการหาผลเฉลยของสมการคลื่นแบบไม่เชิงเส้นนี้มักจะไม่สามารถทำได้โดยง่าย ดังนั้นงานวิทยานิพนธ์นี้จึงอาศัย วิธีแยกตัวดำเนินการ (operator splitting method) เพื่อช่วยลดความยุ่งยากในการหาผลเฉลยของสมการดังกล่าว

3.2 การสร้างสมการสำหรับการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแสงภายในอุปกรณ์ QPM-SHG โดยอาศัยการประมาณแบบสเกลาร์

พิจารณาการกำเนิดแสงฮาร์มอนิกอันดับสองในอุปกรณ์ QPM-SHG แบบ 3 มิติ ดังรูปที่ 3.1 กำหนดให้ภาคตัดขวางของอุปกรณ์นี้เป็นระนาบ xy ในขณะที่ทิศในการเคลื่อนที่ของแสงจะกำหนดให้เป็นทิศในแนวแกน z คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่สามารถเคลื่อนที่ไปภายในตัวอุปกรณ์นี้ได้จะต้องมีความสอดคล้องกับสมการของแมกซ์เวลล์และความสัมพันธ์ป้อนต่าง ดังนี้

$$\nabla \times \mathbf{E}(x, y, z) = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}(x, y, z) \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(x, y, z) = j\omega \mathbf{D}(x, y, z) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{D}(x, y, z) = \varepsilon_0 [\varepsilon_r] \cdot \mathbf{E}(x, y, z) + \varepsilon_0 [d] : \mathbf{E}(x, y, z) \mathbf{E}(x, y, z) \quad (3.3)$$

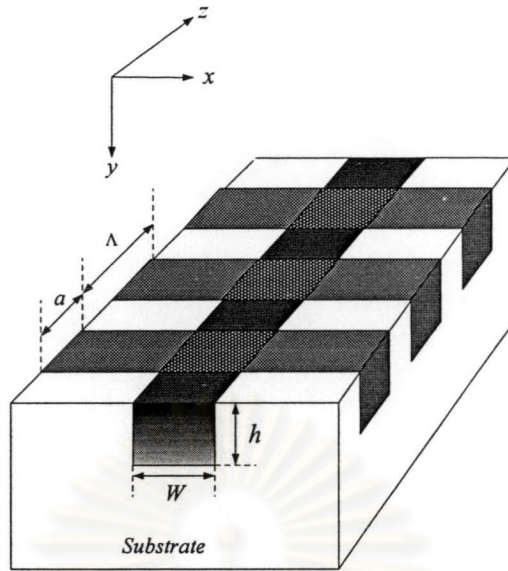
โดยที่ $\mathbf{E}(x, y, z)$ และ $\mathbf{H}(x, y, z)$ คือ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก $\mathbf{D}(x, y, z)$ คือ ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า ε_0 และ μ_0 คือ ความซาบซึมได้และสภาพยอมของอวกาศว่าง $[\varepsilon_r]$ คือ เทนเซอร์สภาพยอมสัมพัทธ์ของตัวกลาง $[d]$ คือ เทนเซอร์สัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้น

กำหนดให้ เทนเซอร์สภาพยอมสัมพัทธ์ $[\varepsilon_r]$ ของตัวกลาง และ เทนเซอร์สัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้น $[d]$ มีรูปแบบดังนี้

$$[\varepsilon_r] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

โดยที่ ε_{xx} ε_{yy} และ ε_{zz} คือ สภาพยอมสัมพัทธ์ในแนวทแยง และ d_{11} ถึง d_{36} คือ สัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้น



รูปที่ 3.1 อุปกรณ์ QPM-SHG แบบ 3 มิติ

การกำเนิดแสงฮาร์มอนิกอันดับสองในตัวกลางทางแสงแบบไม่เป็นเชิงเส้น จะเกี่ยวข้องกับแสงจำนวนสองความถี่ คือ แสงมูลฐาน (fundamental wave) ความถี่ ω_1 และ แสงฮาร์มอนิกอันดับสอง (second harmonic wave) ความถี่ ω_2 กำหนดให้สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของแสงทั้งสองสามารถเขียนได้ในรูปผลรวม ดังนี้

$$E_{total}(x, y, z) = e_1(x, y, z)\exp[-j\beta_1 z] + e_2(x, y, z)\exp[-j\beta_2 z] \quad (3.6)$$

$$H_{total}(x, y, z) = h_1(x, y, z)\exp[-j\beta_1 z] + h_2(x, y, z)\exp[-j\beta_2 z] \quad (3.7)$$

โดยที่

$E_{total}(x, y, z)$ และ $H_{total}(x, y, z)$ คือ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กผลรวม

$e_1(x, y, z)$ และ $h_1(x, y, z)$ คือ ฟังก์ชันขนาดที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ ของสนามไฟฟ้าและ

$e_2(x, y, z)$ และ $h_2(x, y, z)$ คือ ฟังก์ชันขนาดที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง

β_1 และ β_2 คือ ค่าคงตัวการแพร่กระจายของแสงมูลฐานและแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง

แทนสมการ (3.3) (3.6) และ (3.7) ลงในสมการ (3.1) และ (3.2) จากนั้นอาศัยการประมาณแบบสเกลาร์ (scalar approximation) โดยสมมติให้สนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็ก

ภายในท่อนำคลื่นแสงนั้นมืองค์ประกอบสนามหลักเพียงองค์ประกอบเดียว ทั้งนี้ โดยอาศัยการประมาณที่สอดคล้องกับสภาพสนามที่เกิดขึ้นจริง คือ สนามที่เกิดขึ้นในท่อนำคลื่นแสงแบบช่อง (channel waveguide) มักจะมีองค์ประกอบอันใดอันหนึ่งที่มีขนาดมากกว่าองค์ประกอบที่เหลืออีก 2 องค์ประกอบเสมอ

แบบรูปของสนาม (field pattern) ขององค์ประกอบสนามหลัก ที่เกิดขึ้นจะแบ่งออกได้เป็น 2 โมด คือ

1. โมด E_{mn}^x เป็นโมดที่มีสนามหลักเป็นองค์ประกอบ สนามไฟฟ้า E_x หรือ สนามแม่เหล็ก H_y ตัวห้อย m และ n นั้น จะใช้บ่งบอกขนาดสูงสุด (peak) ของสนามที่เกิดขึ้นในแนวแกน x และ y ตามลำดับ โดยทั่วไปโมด E_{11}^x จะเป็นโมดหลัก (dominant mode) ของท่อนำคลื่นแสงแบบเรียบที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำ

2. โมด E_{mn}^y เป็นโมดที่มีสนามหลักเป็นองค์ประกอบ สนามไฟฟ้า E_y หรือ สนามแม่เหล็ก H_x ตัวห้อย m และ n นั้น จะใช้บ่งบอกขนาดสูงสุด ของสนามที่เกิดขึ้นในแนวแกน x และ y ตามลำดับ โดยทั่วไปโมด E_{11}^y จะเป็นโมดหลักของท่อนำคลื่นแสงแบบฝังในแผ่นฐานที่มักสร้างขึ้นจากผลึก $LiNbO_3$ หรือ $LiTaO_3$

การประมาณแบบสเกลาร์จะทำให้สมการคลื่นแบบเวกเตอร์ลดรูปกลายเป็นสมการคลื่นแบบสเกลาร์สำหรับขนาดที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ ของสนามหลักในโมด E^x และ E^y (ดูรายละเอียดการพิสูจน์ได้ในภาคผนวก ง) ดังนี้

$$p_{x,i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + p_{y,i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} + p_{z,i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} - j2\beta_i p_{z,i} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + (k_{0,i}^2 q_i + \beta_i^2 p_{z,i}) \phi_i = -S_i \quad (3.8)$$

โดยที่ i เท่ากับ 1 และ 2 สำหรับแสงมูลฐานและแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง ตามลำดับ

สำหรับ โมด E^x

$$\phi_i = e_{x,i} \quad (3.9)$$

$$p_{xi} = \frac{\epsilon_{xx,i}}{\epsilon_{zz,i}} \quad , \quad p_{yi} = 1 \quad , \quad p_{zi} = 1 \quad (3.10)$$

$$q_i = \epsilon_{xx,i} \quad (3.11)$$

$$S_1 = k_{0,1}^2 p_{x,1} e^{-j\Delta\beta z} \quad (3.12)$$

$$S_1 = k_{0,2}^2 p_{x,2} e^{j\Delta\beta z} \quad (3.13)$$

สำหรับ โมด E^y

$$\phi_i = h_{x,i} \quad (3.14)$$

$$p_x = \frac{1}{\varepsilon_{yy,i}}, \quad p_y = \frac{1}{\varepsilon_{zz,i}}, \quad p_z = \frac{1}{\varepsilon_{yy,i}} \quad (3.15)$$

$$q_i = 1 \quad (3.16)$$

$$S_1 = \left(j\omega_1 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p_{z,1}}{\varepsilon_{zz,1}} \right) - \frac{\omega_1 \varepsilon_0 (\beta_2 - \beta_1)}{\varepsilon_{yy,1}} p_{y,1} \right) e^{-j\Delta\beta z} \quad (3.17)$$

$$S_1 = \left(j\omega_2 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p_{z,2}}{\varepsilon_{zz,2}} \right) - \frac{\omega_2 \varepsilon_0 2\beta_1}{\varepsilon_{yy,2}} p_{y,2} \right) e^{j\Delta\beta z} \quad (3.18)$$

โดยที่ $\Delta\beta = \beta_2 - 2\beta_1$ คือ ปัจจัยการไม่แมตช์กันทางเฟส (phase mismatch factor) และ รูปชุด
แฉ่งของโพลาริเซชัน $p_{x,i}$ $p_{y,i}$ และ $p_{z,i}$ เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} p_{x,1} \\ p_{y,1} \\ p_{z,1} \end{bmatrix} = 2[d] \begin{bmatrix} e_{x,1}^* e_{x,2} \\ e_{y,1}^* e_{y,2} \\ e_{z,1}^* e_{z,2} \\ e_{y,1}^* e_{z,1} + e_{z,1}^* e_{y,2} \\ e_{z,1}^* e_{x,2} + e_{x,1}^* e_{z,2} \\ e_{x,1}^* e_{y,2} + e_{y,1}^* e_{x,2} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} p_{x,2} \\ p_{y,2} \\ p_{z,2} \end{bmatrix} = [d] \begin{bmatrix} (e_{x,1})^2 \\ (e_{y,1})^2 \\ (e_{z,1})^2 \\ 2e_{y,1} e_{z,1} \\ 2e_{z,1} e_{x,1} \\ 2e_{x,1} e_{y,1} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของแสงมูลฐานและแสงฮาร์มอนิกอันดับสองภายใน
อุปกรณ์ QPM-SHG สามารถทำได้โดยการหาผลเฉลยของสมการคลื่น (3.8) ในงานวิทยานิพนธ์นี้
จะหาผลเฉลยของสมการดังกล่าวด้วย วิธีสเกลาร์ไฟไนต์ดิฟเฟอเรนเชียลร่วมกับวิธี
แยกตัวดำเนินการ ดังจะได้พิจารณาในรายละเอียดในหัวข้อ 3.3 ต่อไป

3.3 วิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพพาเกชันสำหรับการวิเคราะห์การกำเนิดแสงฮาร์โมนิกอันดับสองในอุปกรณ์ QPM-SHG

การหาผลเฉลยของสมการคลื่นแบบไม่เชิงเส้น (3.8) โดยตรงนั้นค่อนข้างจะมีความยุ่งยากอันเนื่องมาจากพจน์เชื่อมโยงไม่เชิงเส้นของสมการดังกล่าว เพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากที่เกิดขึ้นนี้จึงมีผู้เสนอ วิธีแยกตัวดำเนินการ (operator splitting method) (Figueroa, 1994) สำหรับการหาผลเฉลยของสมการดังกล่าว ทั้งนี้โดยการ แบ่งตัวดำเนินการของ สมการคลื่นแบบไม่เชิงเส้น ออกเป็นสองส่วน ได้แก่ ส่วนแรกเป็นตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น (linear propagation operator) และ ส่วนที่สองเป็นตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear coupling operator) โดยอาศัยวิธีการดังกล่าวนี้จะสามารถแบ่งการหาผลเฉลยในหนึ่งขั้นการเคลื่อนที่ (propagation step) ของแสงภายในระยะทาง Δz ออกเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ผลของการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น (linear propagation effect)

ในขั้นตอนนี้จะพิจารณาเฉพาะผลของตัวดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของแสงเท่านั้น การเคลื่อนที่ของแสงแต่ละความถี่ในขั้นตอนนี้จะเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้น จึงกำหนดให้พจน์แหล่งกำเนิดไม่เชิงเส้น S_i ที่ทำให้แสงทั้งสองมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงถึงกันมีค่าเป็นศูนย์ ผลการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ของแสงที่เกิดขึ้นในขณะเคลื่อนที่จะคำนวณโดยอาศัย วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพพาเกชัน

กำหนดให้ $S_i = 0$ สมการ (3.8) จะกลายเป็น

$$p_{x,i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} + p_{y,i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} + p_{z,i} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} - j2\beta_i p_{z,i} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + (k_{0,i}^2 q_i + \beta_i^2 p_{z,i}) \phi_i = 0 \quad (3.21)$$

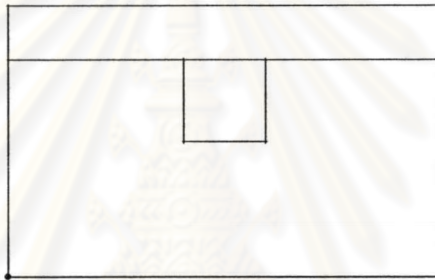
สร้างสมการบีมพรอพพาเกชันแบบสเกลาร์ สำหรับใช้พิจารณาการเคลื่อนที่ของแสงแต่ละความถี่ โดยเริ่มต้นจาก แบ่งหน้าตัดขวาง Ω ของ อุปกรณ์ QPM-SHG ออกเป็นบริเวณอีลิเมนต์ย่อย Ω^e ดังรูปที่ 3.2 จากนั้นจึงประยุกต์ วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ กับสมการ (3.21) โดยสมมติให้ผลเฉลยโดยประมาณขององค์ประกอบสนาม ϕ_i ในแต่ละอีลิเมนต์อยู่ในรูปของผลคูณของ ฟังก์ชันรูปร่างแบบโนด (nodal shape function) กับ ตัวแปรไม่ทราบค่า ดังนี้

$$\phi_i = \{N\}^T \{\phi_i^e\} \quad (3.22)$$

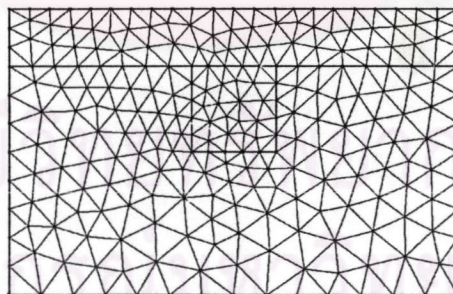
โดยที่ $\{\phi_i^e\}$ คือ เวกเตอร์แนวตั้งของตัวแปรไม่ทราบค่าที่แต่ละจุดโนดของอีลีเมนต์ และ $\{N\}$ คือ ฟังก์ชันรูปร่างแบบสเกลาร์ของอีลีเมนต์ไอโซพาราเมตริก ดังนี้

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} L_1(2L_1 - 1) \\ L_2(2L_2 - 1) \\ L_3(2L_3 - 1) \\ 4L_1L_2 \\ 4L_2L_3 \\ 4L_3L_1 \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

(ดูรายละเอียดของฟังก์ชันรูปร่างนี้ได้ในภาคผนวก ฉ)



(ก) ภาคตัดขวาง Ω ในระนาบ xy



(ข) อีลีเมนต์ Ω^e รูปสามเหลี่ยม

รูปที่ 3.2 การแบ่งภาคตัดขวาง Ω ของอุปกรณ์ QPM-SHG ออกเป็นอีลีเมนต์รูปสามเหลี่ยม Ω^e

หลังจากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะได้ระบบสมการ ดังนี้

$$[M_i] \frac{d^2 \{\phi_i\}}{dz^2} - j2\beta_i [M_i] \frac{d\{\phi_i\}}{dz} + ([K_i] - \beta_i^2 [M_i]) \{\phi_i\} = \{0\} \quad (3.24)$$

โดยที่

$$[K_i] = \sum_e \iint_{\Omega^e} \left(k_{0,i}^2 q_i \{N\} \{N\}^T - p_{x,i} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} - p_{y,i} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) dx dy \quad (3.25)$$

$$[M_i] = \sum_e \iint_{\Omega^e} p_{z,i} \{N\} \{N\}^T dx dy \quad (3.26)$$

สมการปริมาตร (3.24) ที่ได้นี้ ยังไม่สามารถนำไปใช้คำนวณได้ เนื่องจากยังมีพจน์ที่เกี่ยวข้องกับอนุพันธ์ในแนวเคลื่อนที่ของแสง พจน์อนุพันธ์ดังกล่าวนี้จะถูกประมาณด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม เริ่มต้นจากการจัดรูปสมการเชิงอนุพันธ์ (3.24) เพื่อลดอันดับสมการลงจากอันดับสองเป็นอันดับหนึ่ง โดยอาศัยการประมาณพาดี้ (Pade approximation) จากนั้นประมาณพจน์อนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการที่ได้ด้วย อัลกอริทึมเคลงนิโคลสัน (Crank-Nicholson algorithm) จะได้

$$[A_i]_m \{\phi_i^L\}_{m+1} = [B_i]_m \{\phi_i^L\}_m \quad (3.27)$$

โดยที่

$\{\phi_i^L\}_m$ และ $\{\phi_i^L\}_{m+1}$ คือ สนามบนระนาบ m และ $m+1$ ตามลำดับ

$$[A_i]_m = -2j\beta_i [\tilde{M}_i]_m + 0.5\Delta z ([K_i]_m - \beta_i^2 [M_i]_m) \quad (3.28)$$

$$[B_i]_m = -2j\beta_i [\tilde{M}_i]_m - 0.5\Delta z ([K_i]_m - \beta_i^2 [M_i]_m) \quad (3.29)$$

$$[\tilde{M}_i] = [M_i] + \frac{1}{4\beta_i^2} ([K_i] - \beta_i^2 [M_i]) \quad (3.30)$$

ความหมายของสมการ (3.27) คือ การกระจายของแสงบนระนาบ $m+1$ สามารถคำนวณหาได้จากฟังก์ชันการกระจายของแสงบนระนาบ m ที่ทราบค่าแล้ว

ขั้นตอนที่ 2 ผลของความไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear effect)

ในขั้นตอนนี้จะเป็นการคำนวณผลของพจน์เชื่อมโยงไม่เชิงเส้น (nonlinear coupling term) ในสมการคลื่นแบบไม่เชิงเส้น (3.8) พจน์เชื่อมโยงนี้จะเกี่ยวข้องกับการถ่ายเทกำลังงานระหว่าง แสงมูลฐาน กับ แสงฮาร์มอนิกอันดับสอง ที่เกิดขึ้นในระหว่างที่แสงทั้งสองเคลื่อนที่ไปในอุปกรณ์ QPM-SHG เนื่องจากระยะ Δz ระหว่างระนาบสองระนาบที่อยู่ต่อเนื่องกัน นั้นสั้นมาก ($\Delta z \leq \lambda_f/10$) ดังนั้น จึงสามารถประมาณให้การถ่ายเทกำลังงานระหว่างแสงสองความถี่ภายในระยะ Δz นี้มีค่าคงที่ (constant coupling) ได้ นั่นคือ ขนาดของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กของแสงทั้งสองมีค่าคงที่ ทำให้แหล่งกำเนิด $\{S_i\}$ ของระนาบ $m+1$ สามารถคำนวณได้จากสนามบนระนาบ m ได้ (Krijnen et al. , 1996 ; Hoekstra et al., 1997) การดำเนินการเช่นนี้ เรียกว่า การทำให้พจน์เชื่อมโยงไม่เชิงเส้นกลายเป็นพจน์เชิงเส้น (linearize) (Chou , Lin และ Wang., 1998)

ผลของพจน์เชื่อมโยงไม่เชิงเส้นสามารถคำนวณหาได้จาก

$$\{\phi_i^{NL}\} = \int_{m\Delta z}^{(m+1)\Delta z} j \frac{1}{2\beta_i p_{z,i}} \{S_i\}_m dz \quad (3.31)$$

เมื่อ $\{S_i\}_m$ คือ พจน์แหล่งกำเนิดของสนามบนระนาบ $m+1$ ที่คำนวณหาได้จากสนามบนระนาบ m

เนื่องจาก การถ่ายเทกำลังงานระหว่าง แสงมูลฐาน กับ แสงฮาร์มอนิกอันดับสอง ที่เกิดขึ้นภายในระยะ Δz นี้มีค่าคงที่ จึงประมาณให้ขนาดของสนาม $\{\phi_i\}_m$ บนระนาบที่ m มีค่าคงที่ได้ ดังนั้น แหล่งกำเนิด $\{S_i\}_m$ จึงไม่ขึ้นกับระยะทางตามแนวแกน z ผลการอินทิเกรตของสมการ (3.31) จะเป็นดังนี้

$$\{\phi_i^{NL}\}_{m+1} = j \frac{\Delta z}{2\beta_i p_{z,i}} \{S_i\}_m \quad (3.32)$$

ขั้นตอนที่ 3 คำนวณหาสนามผลรวม (total effect field)

ขั้นตอนนี้จะเป็นการคำนวณหาสนามที่รวมผลของ การเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น กับ ผลของความไม่เป็นเชิงเส้น ที่คำนวณได้จากสองขั้นตอนแรก จะได้

$$\{\phi_i^{Total}\}_{m+1} = \{\phi_i^L\}_{m+1} + \{\phi_i^{NL}\}_{m+1} \quad (3.33)$$

หลังจากการคำนวณในแต่ละชั้นการเคลื่อนที่เสร็จสิ้นแล้ว สนามของแสงแต่ละความถี่ที่คำนวณได้ จะนำมาใช้ในการคำนวณหา กำลังของแสงมูลฐาน (fundamental power) และ กำลังของแสงฮาร์โมนิกอันดับสอง (second harmonic power) ดังนี้

จากนิพจน์สำหรับการคำนวณหา กำลังของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า คือ

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (E_x H_y^* - E_y H_x^*) dx dy \right] \quad (3.34)$$

สำหรับอุปกรณ์ QPM-SHG ที่ภาคตัดขวางถูกแบ่งออกเป็นอีลีเมนต์ย่อย Ω^e จะได้นิพจน์สำหรับการคำนวณหา กำลังของแสงมูลฐาน ($i = 1$) และ แสงฮาร์โมนิกอันดับสอง ($i = 2$) ดังนี้

$$P_i = \sum_e P_i^e = \sum_e \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\iint_{\Omega^e} (E_{x,i} H_{y,i}^* - E_{y,i} H_{x,i}^*) dx dy \right] \quad (3.35)$$

สำหรับ โมด E^x

$$P_i = \sum_e \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{\beta_i}{2Z_0 k_{0,i}} \iint_{\Omega^e} |E_{x,i}|^2 dx dy \right] \quad (3.36)$$

สำหรับ โมด E^y

$$P_i = \sum_e \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{Z_0 \beta_i}{2k_{0,i}} \iint_{\Omega^e} |H_{x,i}|^2 dx dy \right] \quad (3.37)$$

โดยที่ $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 376.73\Omega$ คือ ค่าอิมพีแดนซ์ของอวกาศว่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.4 ผลการคำนวณในกรณีตัวอย่าง

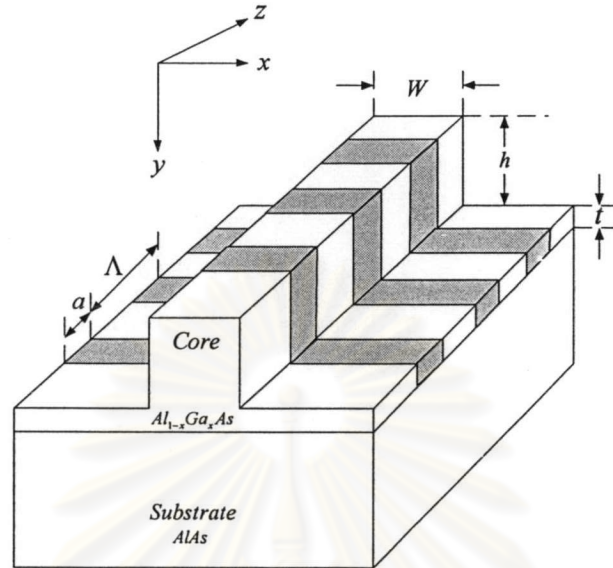
ในหัวข้อนี้ จะนำเสนอการนำวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนต์ปริมาตรพหุภาคเข้ามาใช้ในการคำนวณปัญหาการกำเนิดแสงฮาร์มอนิกอันดับสองในอุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างขึ้นจากสารกึ่งตัวนำอลูมิเนียมแกลเลียมอาร์เซไนด์ที่มีลักษณะดังรูปที่ 3.3

ขั้นตอนการจำลองการเคลื่อนที่ของแสงภายในอุปกรณ์ QPM-SHG ด้วยวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนต์ปริมาตรพหุภาค จะเป็นดังนี้

1. คำนวณหาค่าคงตัวการแพร่กระจาย β_1 และ β_2 แบบรูปโมดนำ (guided mode profile) ของแสงมูลฐานจาก ปัญหาค่าเจาะจงมาตรฐาน ด้วยวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนต์
2. คำนวณหาปัจจัยการแมตช์ไม่กันทางเฟส $\Delta\beta$ จากค่าคงตัวการแพร่กระจาย β_1 และ β_2 ที่คำนวณได้จากข้อ 1
3. คำนวณหา ระยะโคฮีเรนซ์ $L_c = \pi/\Delta\beta$
4. คำนวณหาคาบ Λ ($\Lambda = 2L_c$) ของโครงสร้างรายคาบ
5. เริ่มต้นการจำลองโดย ป้อนแบบรูปโมดนำของแสงมูลฐานเข้าสู่ระนาบ $z = 0$ ในขณะที่กำหนดให้สนามของแสงฮาร์มอนิกอันดับสองที่ระนาบนี้มีค่าเท่ากับศูนย์ จากนั้นจึงจำลองให้แสงมีการเคลื่อนที่ไปยังระนาบถัดไปโดยอาศัยสมการ (3.27) (3.32) และ (3.33) ตามลำดับ โดยการคำนวณอย่างต่อเนื่องด้วยสมการดังกล่าวจากระนาบ $z = 0$ จนถึงระนาบสุดท้าย $z = n\Delta z$ จะสามารถหาลักษณะการเปลี่ยนแปลงทางขนาดของสนามหลักของ แสงมูลฐาน และ แสงฮาร์มอนิกอันดับสองได้ สุดท้ายกำลังของแสงทั้งสองจะคำนวณได้จากขนาดของสนามหลักดังกล่าวนั่นเอง

ในการคำนวณปัญหากรณีตัวอย่างนี้จะกำหนดให้ภาคตัดขวาง Ω ของอุปกรณ์ QPM-SHG ถูกแบ่งออกเป็น อีลีเมนต์ไอโซพาราเมตริกอันดับสอง (second order isoparametric element) แบบขอบตรง (ดูรายละเอียดฟังก์ชันรูปร่างของอีลีเมนต์นี้ได้ในภาคผนวก ข)

3.4.1 อุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำอลูมิเนียมแกลเลียมอาร์เซไนด์



รูปที่ 3.3 อุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำอลูมิเนียมแกลเลียมอาร์เซไนด์

(Katsriku , Rahman and Grattan, 2000)

พิจารณา อุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำ $Al_{1-x}Ga_xAs$ ดังรูปที่ 3.3 กำหนดให้อัตราส่วน x ของบริเวณแกนนำแสงและฐานรองมีค่าเท่ากับ 0.2 และ 0 ตามลำดับ ส่วนท่อนำคลื่นแสงมีความกว้าง W เท่ากับ $1.0\mu m$ มีความสูง h เท่ากับ $1.0\mu m$ และความหนา t มีค่า $0.2\mu m$ (Katsriku , Rahman and Grattan, 2000) ที่ความยาวคลื่นแสงมูลฐาน $\lambda_1 = 1.064\mu m$ ค่าดัชนีหักเหแสงในส่วนแกนและส่วนฐานจะมีค่า $n_{c,1} = 3.48$ และ $n_{s,1} = 2.93$ ตามลำดับ และที่ความยาวคลื่นแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง $\lambda_2 = 0.532\mu m$ ค่าดัชนีหักเหแสงของทั้งสองบริเวณจะมีค่า $n_{c,2} = 4.13$ และ $n_{s,2} = 3.23$ ตามลำดับ

รูปแบบเทนเซอร์สภาพยอมของตัวกลาง เป็นดังนี้

ที่ความยาวคลื่นแสงมูลฐาน (Katsriku , Rahman and Grattan, 2000)

$$[\epsilon_{r,sub}(\lambda_1)] = \begin{bmatrix} (2.93)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (2.93)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (2.93)^2 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$[\varepsilon_{r,core}(\lambda_1)] = \begin{bmatrix} (3.05)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (3.05)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (3.05)^2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

ที่ความยาวคลื่นแสงฮาร์โมนิกอันดับสอง (Katsriku, Rahman and Grattan, 2000)

$$[\varepsilon_{r,sub}(\lambda_2)] = \begin{bmatrix} (3.23)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (3.23)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (3.23)^2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$[\varepsilon_{r,core}(\lambda_2)] = \begin{bmatrix} (3.5)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (3.5)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (3.5)^2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

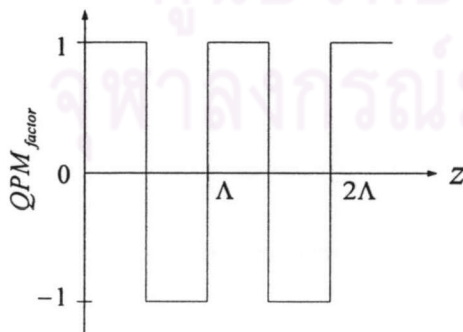
รูปแบบเทนเซอร์สัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้น d ในกรณีที่กำหนดให้ทิศทางของผลึก คือ $\langle 111 \rangle$ $\langle 11\bar{2} \rangle$ และ $\langle \bar{1}10 \rangle$ (Yasui และ Koshiba, 2001) จะเป็นดังนี้

$$d = QPM_{factor} \times d_{14} \begin{bmatrix} 2/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2/\sqrt{6} & 2/\sqrt{6} & 0 & 0 & -1/\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 2/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

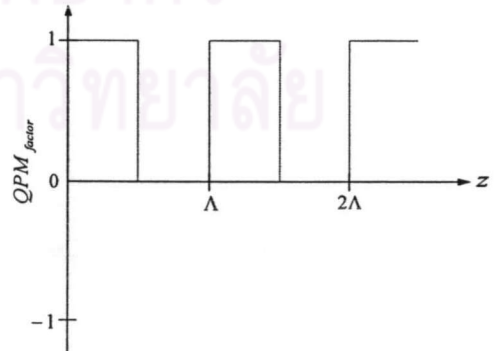
โดยที่

$$d_{14} = 113 \times 10^{-12} \text{ m/V}$$

ในการจำลองนี้ปัจจัย QPM_{factor} ในสมการ (3.42) จะลักษณะมีการเปลี่ยนแปลงดังรูปที่ 3.4



(ก) DI-QPM



(ข) DD-QPM

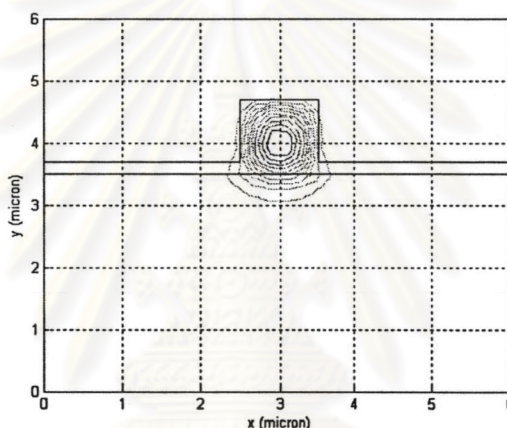
รูปที่ 3.4 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของปัจจัย QPM_{factor}

ผลการคำนวณปัญหาค่าเจาะจงมาตรฐานสำหรับส่วนท่อนำคลื่นแสงแบบบริบ ด้วยวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนต์ แสดงดังตาราง 3.1

ตาราง 3.1 ค่าพารามิเตอร์สำหรับการกำหนดโครงสร้างรอยคาบของอุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำ *AlGaAs*

β_1 (rad/m)	β_2 (rad/m)	$\Delta\beta$ (rad/m)	L_c (μm)	Λ (μm)
1.7636×10^7	4.1134×10^7	5.8615×10^6	0.53597	1.0719

ในการคำนวณนี้จะกำหนดให้ ระยะ $\Delta z = L_c/20 = 0.0107194 \mu\text{m}$



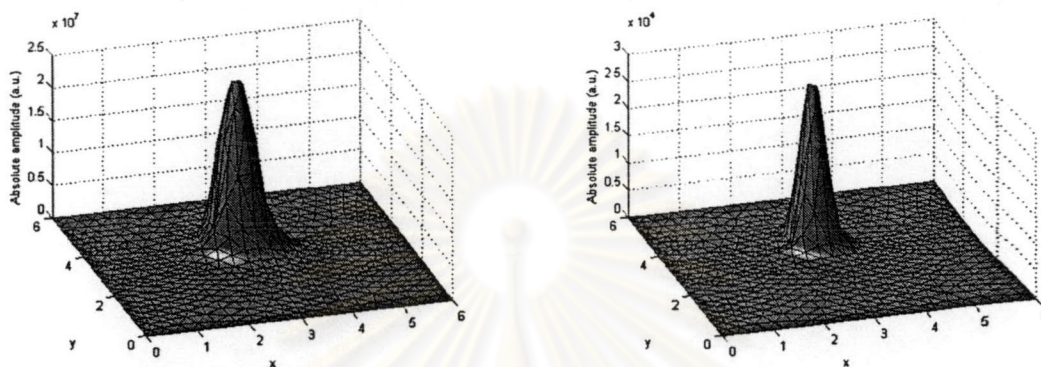
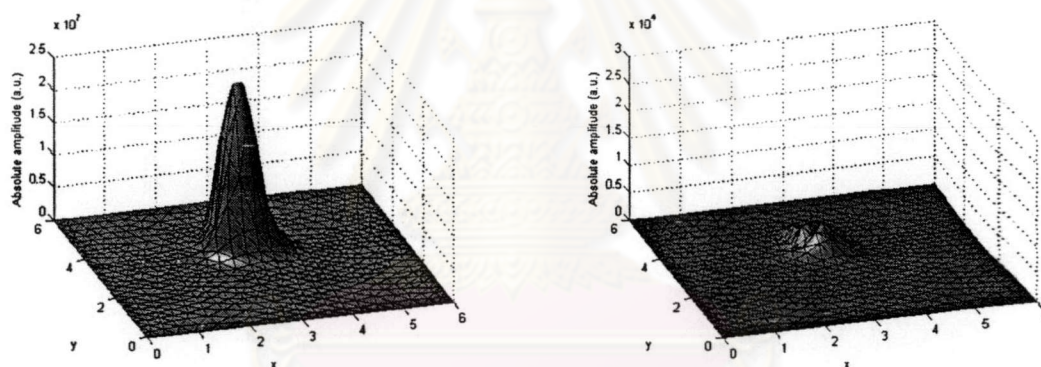
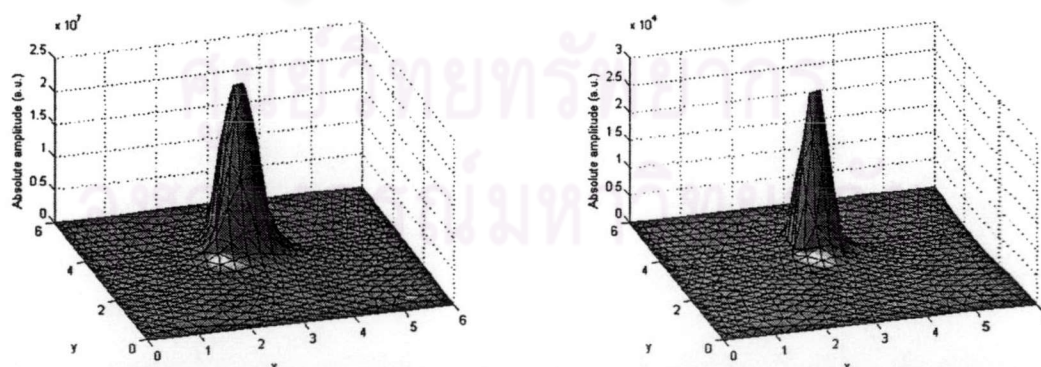
รูปที่ 3.5 แบบรูปโมดนำ E_{11}^x ของแสงมูลฐาน

3.4.1.1 กรณีไม่แมตซ์เฟส

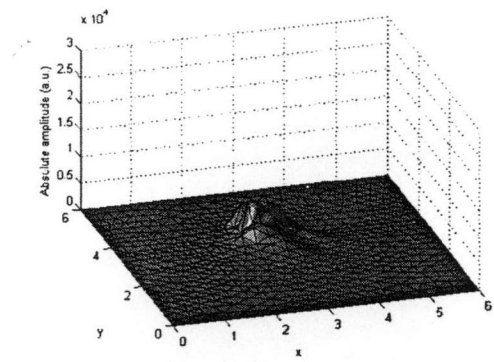
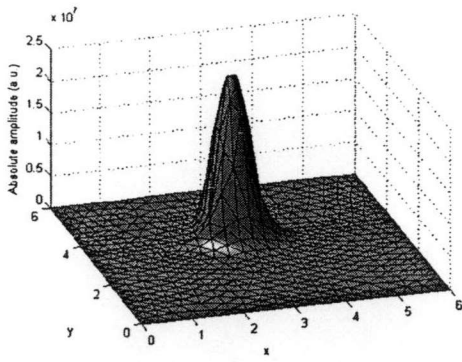
ป้อนแบบรูปโมดนำ E_{11}^x ของแสงมูลฐานดังรูปที่ 3.5 เข้าสู่ระนาบ $z = 0$ ผลการจำลองการเปลี่ยนแปลงขนาดของสนามหลักที่แต่ละระยะโคฮีเรนซ์แสดงดังรูปที่ 3.6 จากรูปจะเห็นได้ว่า ในกรณีที่เฟสของ แสงมูลฐาน และ แสงฮาร์มอนิกอันดับสอง ไม่แมตซ์กัน ขนาดสนามไฟฟ้าหลัก $E_{x,1}$ ของแสงมูลฐานนั้นจะมีค่าค่อนข้างคงที่ บ่งบอกถึงการถ่ายเทกำลังงานที่เกิดขึ้นระหว่างแสงสองความถี่นี้น้อยมาก และในกรณีนี้ขนาดของสนามไฟฟ้าหลัก $E_{x,2}$ ของแสงฮาร์มอนิกอันดับสองที่เกิดขึ้นจะมีการเปลี่ยนแปลงแบบเป็นรอยคาบตามระยะทางการเคลื่อนที่

ผลการคำนวณ กำลังของแสงมูลฐาน P_1 และ กำลังของแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง P_2 ในกรณีที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างรอยคาบเพื่อทำให้เกิดการแมตซ์เฟส แสดงดังรูปที่ 3.7 จากรูปจะ

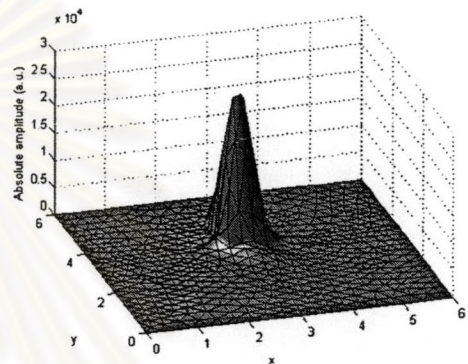
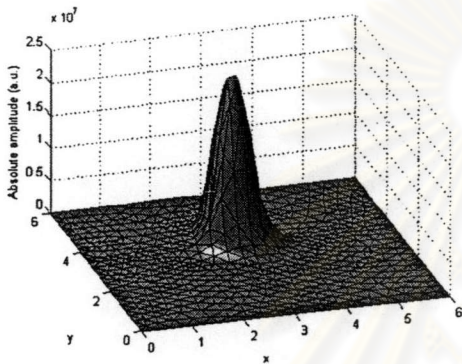
เห็นได้ว่า P_1 มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนแทบสังเกตไม่ได้ (ดูรูปที่ 3.7 (ก)) ซึ่งสอดคล้องกับกำลังของแสงฮาร์มอนิกอันดับสองที่มีระดับต่ำมากและมีการเปลี่ยนแปลงตามระยะการเคลื่อนที่แบบรายคาบดังรูปที่ 3.7 (ข) ผลการคำนวณที่ได้นี้พบว่ามีลักษณะเช่นเดียวกันกับผลการคำนวณของ Katsriku , Rahman and Grattan (2000: 285) (ผลการคำนวณในเอกสารนี้ใช้หน่วยไม่ระบุ (arbitrary unit) ทำให้ไม่สามารถเทียบผลการคำนวณในเชิงความแม่นยำของผลเฉลยได้)

(ก) ระยะ L_c (ข) ระยะ $2L_c$ (ค) ระยะ $3L_c$

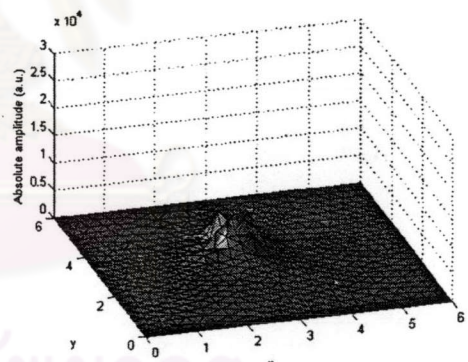
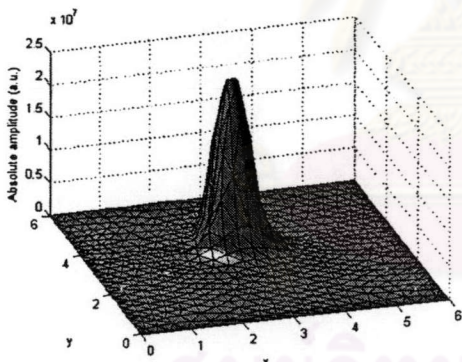
รูปที่ 3.6 ขนาดขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าหลัก E_x ของแสงมูลฐาน (คอลัมน์ซ้ายมือ) และแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง (คอลัมน์ขวามือ) ที่ระยะโคฮีเรนซ์ต่างๆ ในกรณีไม่แมตซ์เฟส



(ง) ระยะ $4L_c$



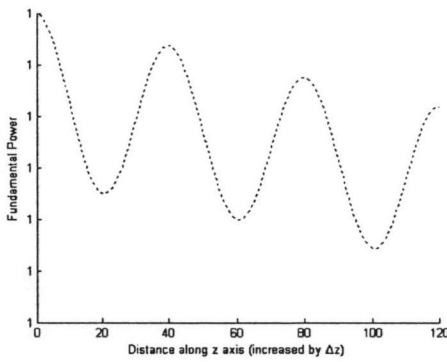
(จ) ระยะ $5L_c$



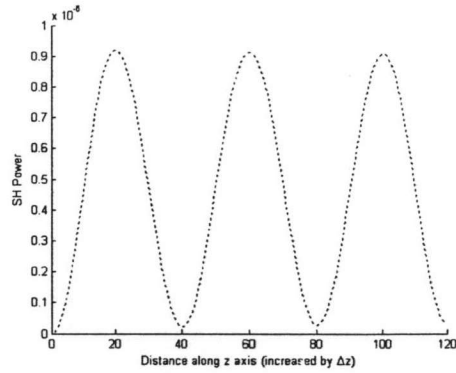
(ฉ) ระยะ $6L_c$

ศูนย์วิทยุโทรพยากรณ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3.6 (ต่อ)



(ก) แสงมูลฐาน



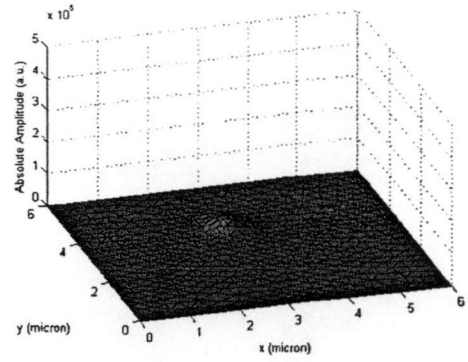
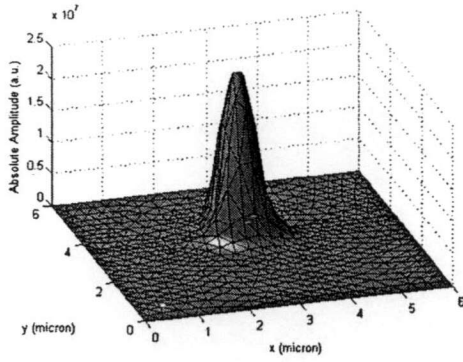
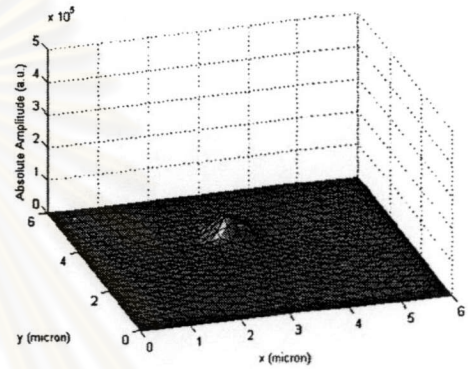
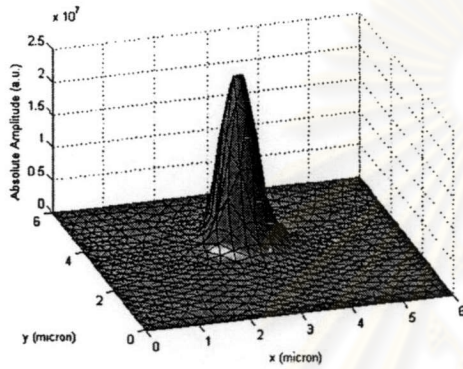
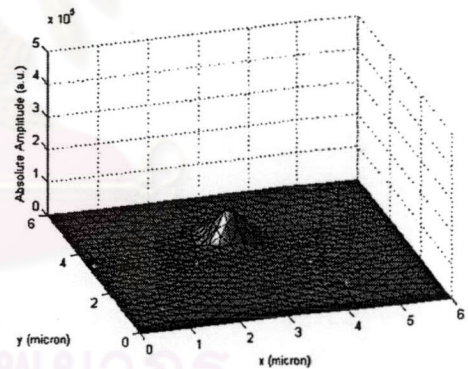
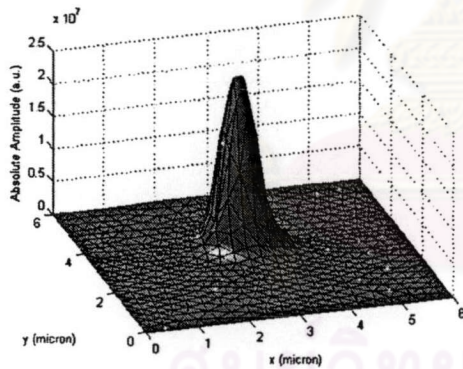
(ข) แสงฮาร์โมนิกอันดับสอง

รูปที่ 3.7 การเปลี่ยนแปลงกำลังของแสงภายในอุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำอลูมิเนียมแกลเลียมอาร์เซไนด์ ในกรณีไม่แมตซ์เฟส

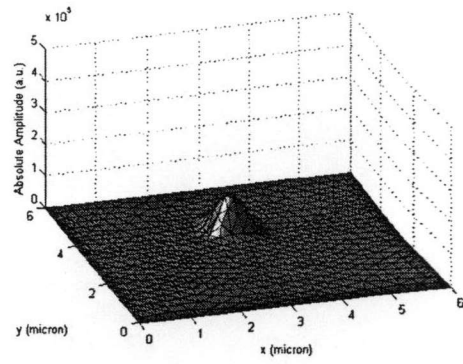
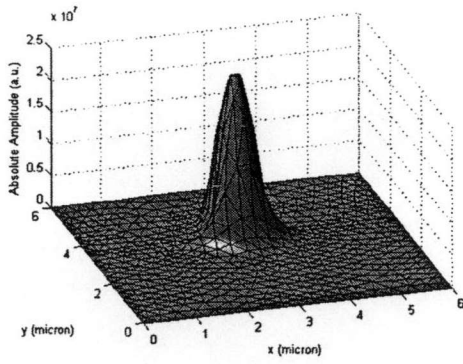
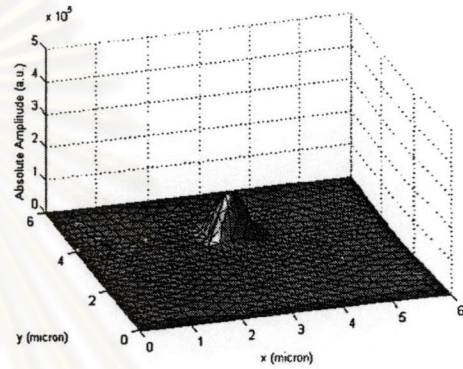
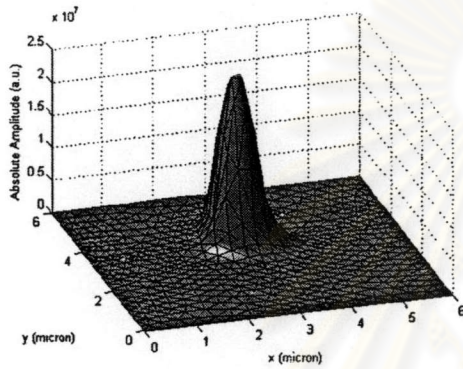
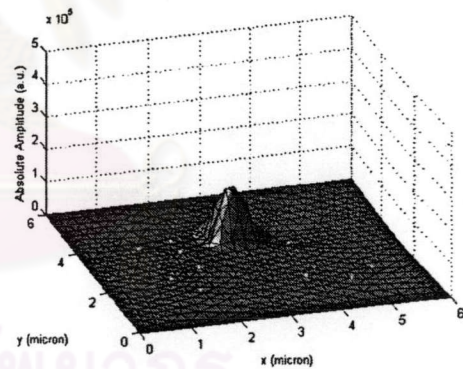
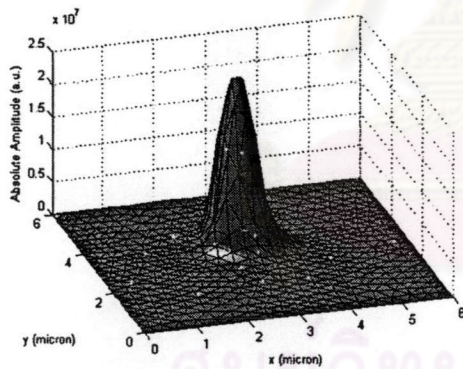
3.4.1.2 กรณีแมตซ์เฟสแบบคล้ายด้วยวิธีโดเมนผกผัน

ป้อนแบบรูปโมดนำของแสงมูลฐานดังรูป 3.5 เข้าสู่ระนาบ $z = 0$ ในกรณีนี้เครื่องหมายของสัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้นจะมีการเปลี่ยนแปลงที่ทุกๆ ระยะครึ่งคาบ ($\Lambda/2$) ตามการเปลี่ยนแปลงของปัจจัย QPM_{factor} ดังรูปที่ 3.4 (ก) ผลการจำลองการเปลี่ยนแปลงขนาดขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าหลักที่แต่ละระยะโคฮีเรนซ์แสดงดังรูปที่ 3.8 จากรูปจะเห็นได้ว่า ในกรณีที่เฟสของ แสงมูลฐาน และ แสงฮาร์โมนิกอันดับสอง ถูกทำให้แมตซ์กัน ด้วยวิธี DI-QPM ขนาดของสนามไฟฟ้าหลัก $E_{x,2}$ ของแสงฮาร์โมนิกอันดับสองที่เกิดขึ้นจะมีค่าเพิ่มสูงขึ้นอย่างต่อเนื่องตามระยะทางการเคลื่อนที่

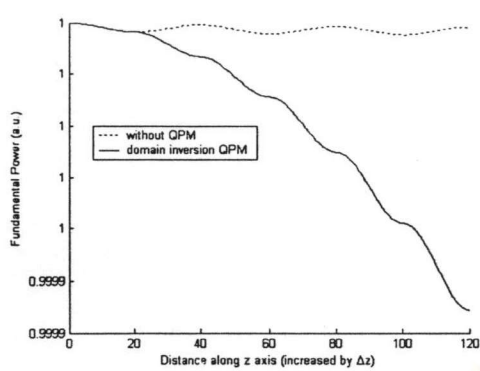
ผลการคำนวณ กำลังของแสงมูลฐาน P_1 และ กำลังของแสงฮาร์โมนิกอันดับสอง P_2 แสดงดังรูปที่ 3.9 จากรูปจะเห็นได้ว่า P_1 มีค่าลดลงอย่างต่อเนื่องตามระยะทางการเคลื่อนที่ (ดูรูปที่ 3.9 (ก)) การลดลงนี้เป็นผลมาจากการถ่ายเทกำลังงานจาก P_1 ไปเป็น P_2 ซึ่งสอดคล้องกับการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องของ P_2 ดังรูปที่ 3.9 (ข) ผลการคำนวณที่ได้นี้พบว่ามีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเช่นเดียวกันกับผลการคำนวณของ Katsriku , Rahman and Grattan (2000: 285)

(ก) ระยะ L_c (ข) ระยะ $2L_c$ (ค) ระยะ $3L_c$

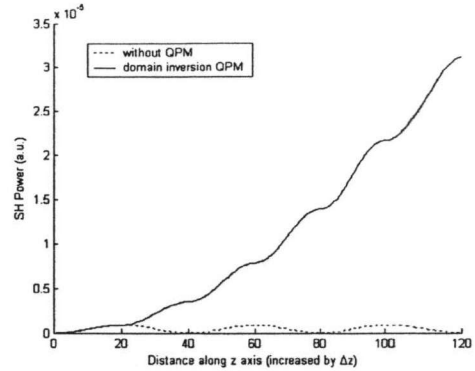
รูปที่ 3.8 ขนาดขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าหลัก E_x ของแสงมูลฐาน (คอลลิเมชันซ้ายมือ) และแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง (คอลลิเมชันขวามือ) ที่ระยะโคฮีเรนซ์ต่างๆ ในกรณีเมตซ์เฟสแบบคล้ายด้วยวิธีโดเมนผกผัน

(ง) ระยะ $4L_c$ (จ) ระยะ $5L_c$ (ฉ) ระยะ $6L_c$

รูปที่ 3.8 (ต่อ)



(ก) แสงมูลฐาน



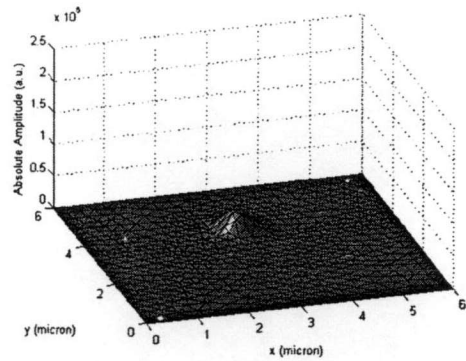
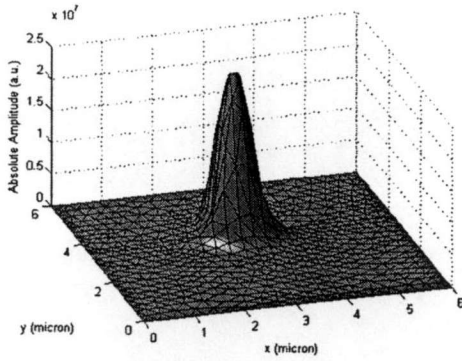
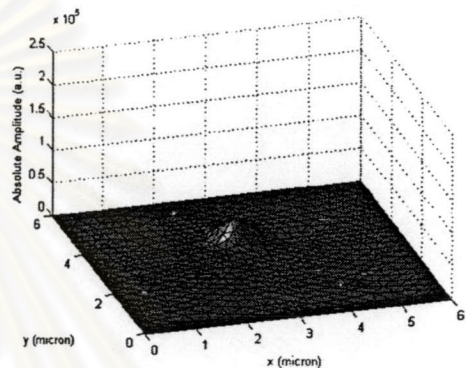
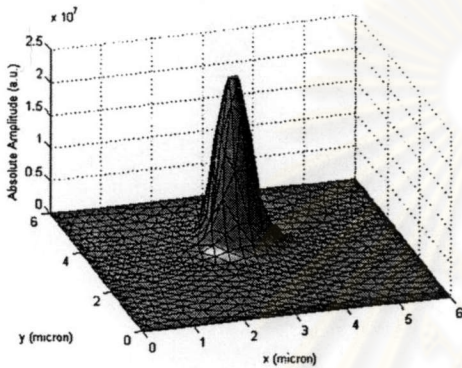
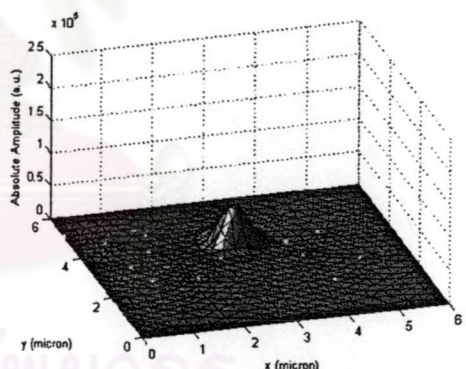
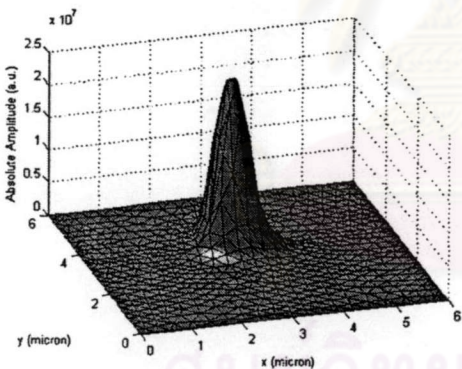
(ข) แสงฮาร์มอนิกอันดับสอง

รูปที่ 3.9 การเปลี่ยนแปลงกำลังของแสงภายในอุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำ
อลูมิเนียมแกลเลียมอาร์เซไนด์ ในกรณีแมตซ์เฟสแบบคล้ายด้วยวิธีโดเมนผกผัน

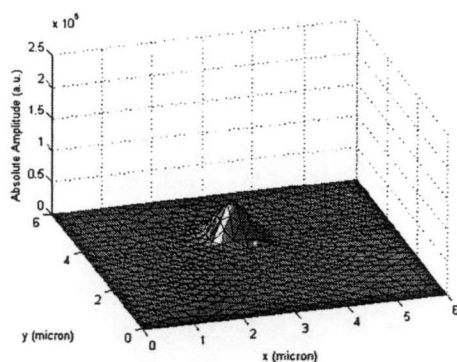
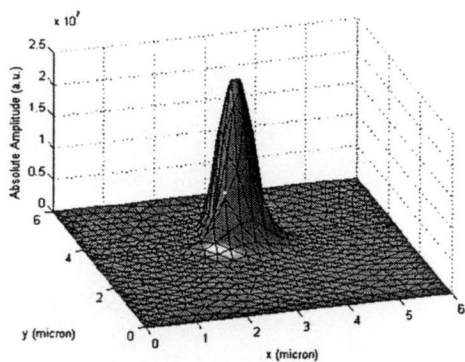
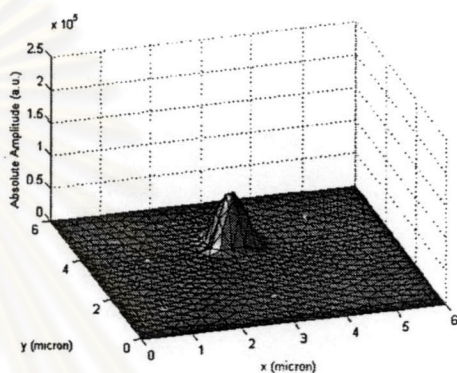
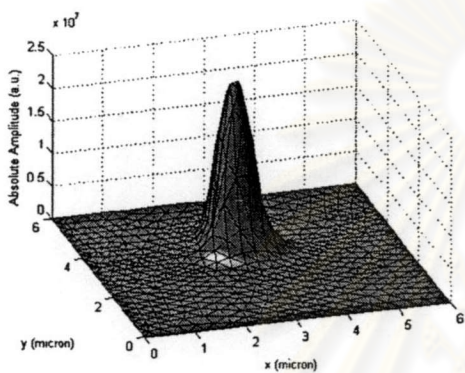
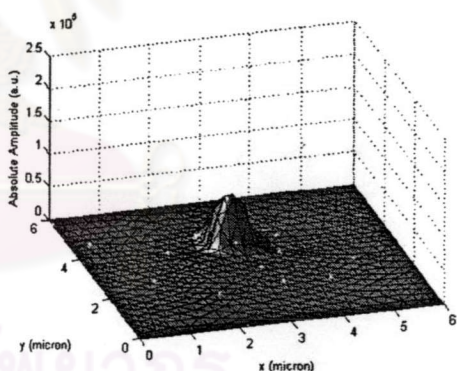
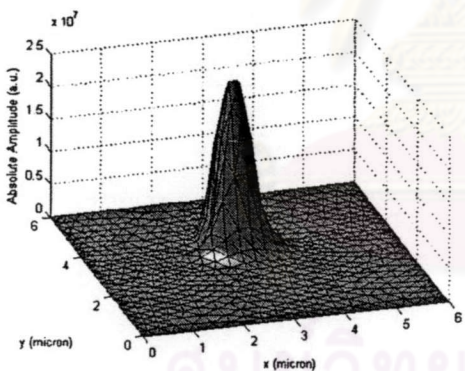
3.4.1.3 กรณีแมตซ์เฟสแบบคล้ายด้วยวิธีกำจัดความไม่เป็นเชิงเส้นในระยะครึ่งคาบ

ป้อนแบบรูปโมดนำของแสงมูลฐานดังรูป 3.5 เข้าสู่ระนาบ $z=0$ ในกรณีนี้ขนาดของสัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้นจะมีการเปลี่ยนแปลงที่ทุกๆ ระยะครึ่งคาบ ($\Lambda/2$) ตามการเปลี่ยนแปลงของปัจจัย QPM_{factor} ดังรูปที่ 3.4 (ข) ผลการจำลองการเปลี่ยนแปลงขนาดของสนามไฟฟ้าหลักในแต่ละระยะโคฮีเรนซ์แสดงดังรูปที่ 3.10 จากรูปจะเห็นได้ว่า ในกรณีเฟสแมตซ์ด้วยวิธี DD-QPM ขนาดของสนามไฟฟ้าหลัก $E_{x,1}$ ของแสงมูลฐานในระยะครึ่งคาบแรกจะมีค่าเพิ่มสูงขึ้น ในขณะที่ระยะครึ่งคาบหลังนั้นขนาดของ $E_{x,1}$ มีค่าคงที่

ผลการคำนวณ กำลังของแสงมูลฐาน P_1 และ กำลังของแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง P_2 แสดงดังรูปที่ 3.11 จากรูปจะเห็นได้ว่าในระยะทางครึ่งคาบแรก P_1 จะมีค่าลดลงดังรูปที่ 3.11 (ก) ในขณะที่ P_2 มีค่าเพิ่มขึ้นดังรูปที่ 3.11 (ข) ลักษณะการเปลี่ยนแปลงเช่นนี้แสดงให้เห็นว่าเกิดการถ่ายเทกำลังงานระหว่างแสงสองความถี่ภายในระยะทางนี้ อย่างไรก็ตามในระยะทางครึ่งคาบหลังทั้ง P_1 และ P_2 นั้นมีค่าคงที่ ทั้งนี้เป็นผลมาจากระยะทางช่วงนี้สัมประสิทธิ์ความไม่เป็นเชิงเส้นถูกกำจัดให้มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น ปฏิกริยาแบบไม่เชิงเส้นจึงไม่เกิดขึ้นทำให้การถ่ายเทกำลังงานระหว่างแสงสองความถี่ไม่เกิดขึ้นเช่นกัน ผลการคำนวณที่ได้นี้พบว่า มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเช่นเดียวกันกับผลการคำนวณของ Katsriku , Rahman and Grattan (2000: 285)

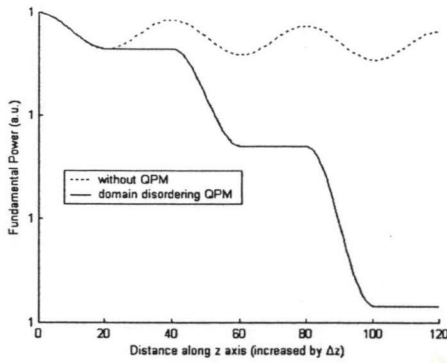
(ก) ระยะ L_c (ข) ระยะ $2L_c$ (ค) ระยะ $3L_c$

รูปที่ 3.10 ขนาดขององค์ประกอบสนามไฟฟ้าหลัก E_x ของแสงมูลฐาน (คอลัมน์ซ้ายมือ) และแสงฮาร์มอนิกอันดับสอง (คอลัมน์ขวามือ) ที่ระยะโคฮีเรนซ์ต่างๆ ในกรณีเมตซ์เฟสแบบคล้าย ด้วยวิธีกำจัดความไม่เป็นเชิงเส้นในระยะครึ่งคาบ

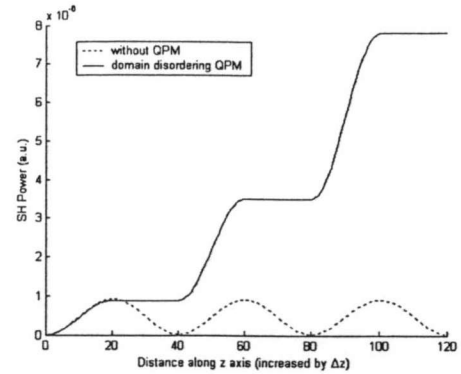
(ง) ระยะ $4L_c$ (จ) ระยะ $5L_c$ (ฉ) ระยะ $6L_c$

คุณชวิทย์ทรัพย์ไพศาล
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3.10 (ต่อ)



(ก) แสงมูลฐาน



(ข) แสงฮาร์มอนิกอันดับสอง

รูปที่ 3.11 การเปลี่ยนแปลงกำลังของแสงภายในอุปกรณ์ QPM-SHG ที่สร้างจากสารกึ่งตัวนำ
อลูมิเนียมแกลเลียมอาร์เซไนด์ ในกรณีแมตซ์เฟสแบบคล้ายด้วย
วิธีกำจัดความไม่เป็นเชิงเส้นในระยะครึ่งคาบ

3.5 สรุป

วิธีการประมาณแบบสเกลาร์ที่น่าเสนอในบทนี้ มีข้อดี คือ สมการสำหรับการวิเคราะห์มีรูปแบบที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อน การคำนวณอาศัยการพิจารณาผลของสนามเพียงองค์ประกอบเดียว ดังนั้น ระบบสมการจึงมีขนาดเล็กทำให้การหาผลเฉลยสามารถทำได้ในเวลาอันรวดเร็ว

อย่างไรก็ตาม จุดด้อยของวิธีการประมาณแบบสเกลาร์ คือ ผลเฉลยที่คำนวณได้จะไม่แม่นยำนัก เนื่องจากวิธีการนี้จะละเลยธรรมชาติความเป็นปริมาณเวกเตอร์ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ดังนั้น ถ้าต้องการผลเฉลยที่มีความแม่นยำจะต้องอาศัยการวิเคราะห์แบบเวกเตอร์ ผลความแตกต่างในความแม่นยำของผลเฉลยนี้จะคำนวณเปรียบเทียบให้เห็นอย่างชัดเจนในบทที่ 4 ต่อไป