

## บทที่ 4

### ผลการจำลอง

หัวข้อผลการจำลองนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อแสดงการเปรียบเทียบสมรรถนะความน่าเชื่อถือของอัลกอริทึม ในกรณีที่มีความผิดพลาดทางเฟสเกิดที่ตัวสายอากาศ ระหว่างอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิมกับแบบที่เสนอทำการปรับปรุงให้มีความคงทนต่อค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มด้วยเงื่อนไขบังคับของการทำอนุพันธ์แบบไม่ขึ้นกับค่าเฟส ที่อาศัยรูปแบบการหาผลเฉลยจากเทคนิคปริภูมิย่อยคงทนบริบูรณ์

สาเหตุที่วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกทำการเปรียบเทียบระหว่างอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิม กับ อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง เพราะการเปรียบเทียบในลักษณะดังกล่าว จะสามารถแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของแนวคิดในการปรับปรุงได้อย่างชัดเจน

หัวข้อการนำเสนอในบทนี้จะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

-รูปคลื่นสเปกตรัมที่ได้จากการประมาณ (Estimated Spectrum wave form)

วัตถุประสงค์ของการจำลองในหัวข้อนี้ คือ การนำเสนอการเปรียบเทียบผลลัพธ์ในรูปแบบของสัญญาณที่ได้จากการประมาณระหว่าง อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิมกับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง ภายใต้ระดับค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มค่าเดียวกัน เพื่อชี้ให้เห็นถึงความแตกต่างของผลลัพธ์ที่ได้ในแต่ละอัลกอริทึม

-ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองของมุมที่ประมาณได้ ( $MSE$  : Mean Square Error Of Estimated DOA)

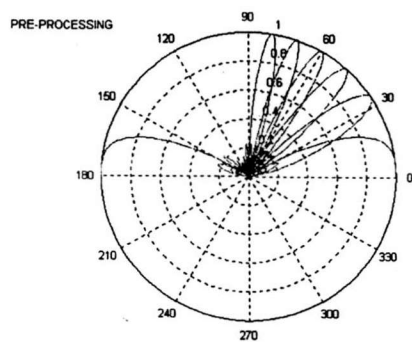
วัตถุประสงค์ของการจำลองในหัวข้อนี้ คือ การนำเสนอผลกระทบของปัจจัยอื่น ๆ ที่ส่งผลต่ออัลกอริทึม ทั้งที่มาจากลักษณะของระบบและลักษณะของสัญญาณ ภายใต้สภาวะที่เกิดความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มขึ้น โดยนำเอากระบวนการทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อที่ 3.2 มาร่วมในการวิเคราะห์ ซึ่งจะนำเสนอดังต่อไปนี้

#### 4.1. การจำลองเพื่อหารูปคลื่นสเปกตรัมที่ได้จากการประมาณ

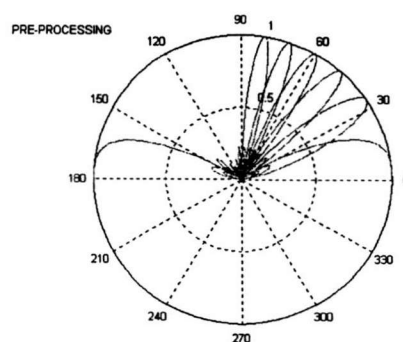
การนำเสนอผลการจำลองในหัวข้อนี้ จะแบ่งการจำลองออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีการประมาณอย่างหยาบ และการประมาณอย่างละเอียด ซึ่งข้อกำหนดเป็นไปตามตารางที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ ดังนี้

ตารางที่ 4.1 แสดงรายละเอียดของการจำลองรูปคลื่นสเปกตรัมที่ได้จากการประมาณ กรณีการประมาณอย่างหยาบระหว่าง อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม กับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง

	อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม	อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง
จำนวนสายอากาศแถวลำดับ	12	12
จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	6	6
ระยะห่างระหว่างต้นของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$	$\lambda/2$
$\mu$	0.01	0.01
$\phi_0$ (องศา)	0	0
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	2	2
ระดับ SNR (dB)	{20,20}	{20,20}
มุมตกกระทบ (องศา)	{40,45}	{40,45}
จำนวน snapshot	1,000	1,000
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว	เกาส์ขาว

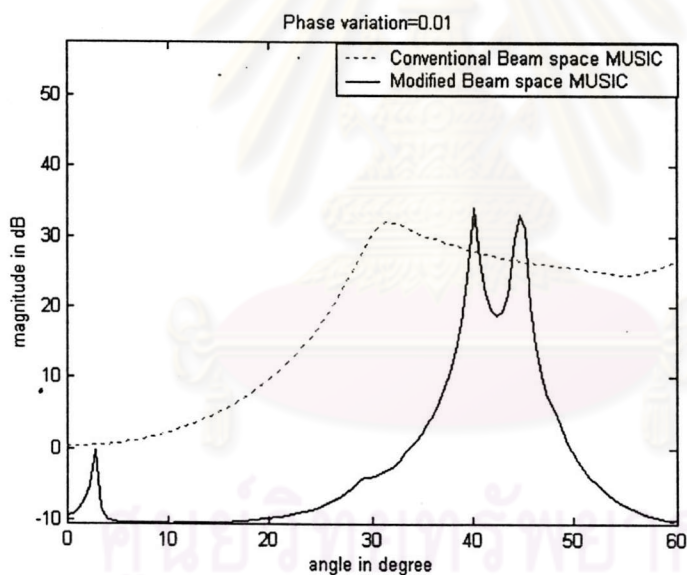


4.1ก .



4.1ข

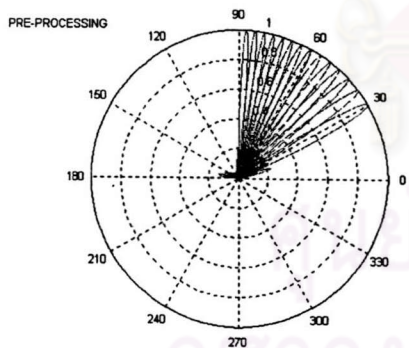
รูปที่ 4.1 แสดงการแผ่รังสีของภาคการประมวลผลล่วงหน้ากรณีของการประมาณอย่างหยาบ โดยที่ รูป 4.1ก แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของภาคการประมวลผลล่วงหน้าจากอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิม ส่วนรูป 4.1ข แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของภาคการประมวลผลล่วงหน้าจากอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง



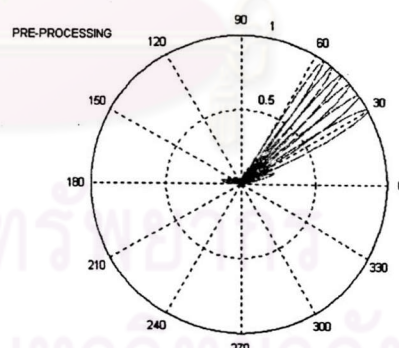
รูปที่ 4.2 ผลการจำลองแสดงการเปรียบเทียบรูปแบบของสเปกตรัมที่ได้กรณีการประมาณอย่างหยาบระหว่าง อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม กับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง

ตารางที่ 4.2 แสดงรายละเอียดของการจำลองรูปแบบของสเปกตรัมที่ได้จากการประมาณอย่างละเอียด ระหว่าง อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม และอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิมกับแบบที่เสนอทำการปรับปรุง

	อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม	อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง
จำนวนสายอากาศแถวลำดับ	32	32
จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	14	6
ระยะห่างระหว่างต้นขของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$	$\lambda/2$
$\mu$	0.01	0.01
$\phi_0$ (องศา)	30	30
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	2	2
ระดับ SNR (dB)	{20,20}	{20,20}
มุมตกกระทบ (องศา)	{40,45}	{40,45}
จำนวน snapshot	1,000	1,000
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว	เกาส์ขาว

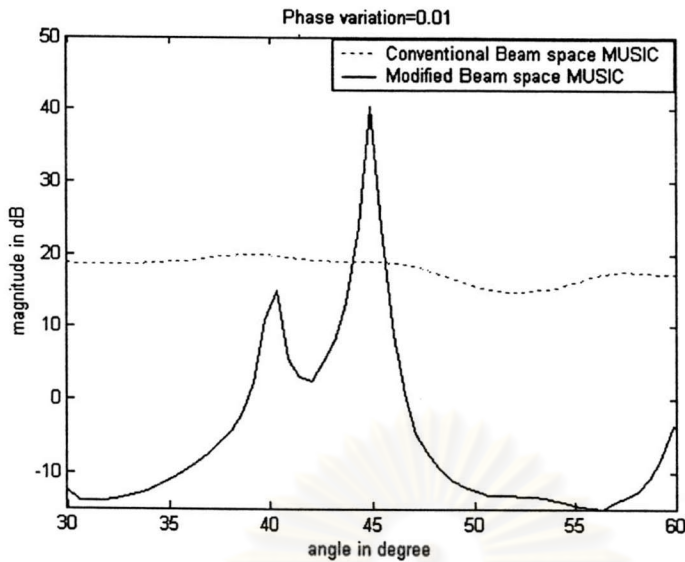


4.3ก



4.3ข

รูปที่ 4.3 แสดงการแผ่รังสีของภาคการประมวลผลล่วงหน้ากรณีของการประมาณอย่างละเอียด โดยที่ รูป 4.3ก แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของภาคการประมวลผลล่วงหน้าจากอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิม ส่วนรูป 4.3ข แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของภาคการประมวลผลล่วงหน้าจากอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง



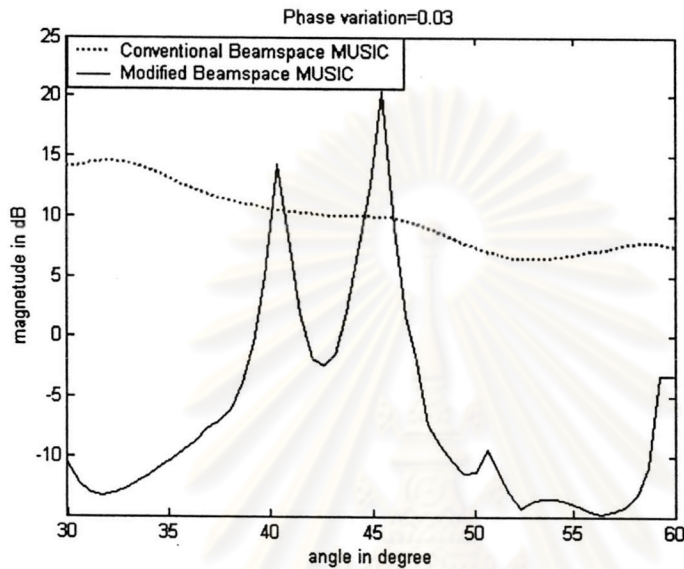
รูปที่ 4.4 ผลการจำลองแสดงการเปรียบเทียบรูปแบบของสเปกตรัมที่ได้กรณีการประมาณอย่างละเอียดระหว่างอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม กับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง

สาเหตุที่การจำลองของอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม กับแบบที่เสนอทำการปรับปรุงด้วยหลักการเงื่อนไขบังคับของการทำอนุพันธ์แบบไม่ขึ้นกับค่าเฟส มีรายละเอียดข้อกำหนดการจำลองบางอย่างที่ต่างกัน เป็นผลมาจากหลักการของอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นจะอาศัยผลการทำการประมาณอย่างหยาบเพื่อกำหนดการทำงานของการทำงานของการประมาณอย่างละเอียด

พิจารณากรณีอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิมพบว่ากระบวนการในการประมาณของอัลกอริทึมจะเริ่มเกิดความคลุมเครือตั้งแต่กรณีการประมาณอย่างหยาบ ดังรูปที่ 4.2 จึงทำให้ในกระบวนการประมาณอย่างละเอียดต้องทำงานหนักขึ้น ทั้งนี้เห็นได้ชัดเจนจากจำนวนลำคลื่นตั้งฉากที่มากขึ้นและขนาดของอาณาบริเวณในความรับผิดชอบของเซลล์ที่กว้างขึ้น ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.3 ก ในขณะที่ผลลัพธ์ที่ได้จากอัลกอริทึมในกรณีดังกล่าวก็ยังผิดพลาดอยู่ดีดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.4

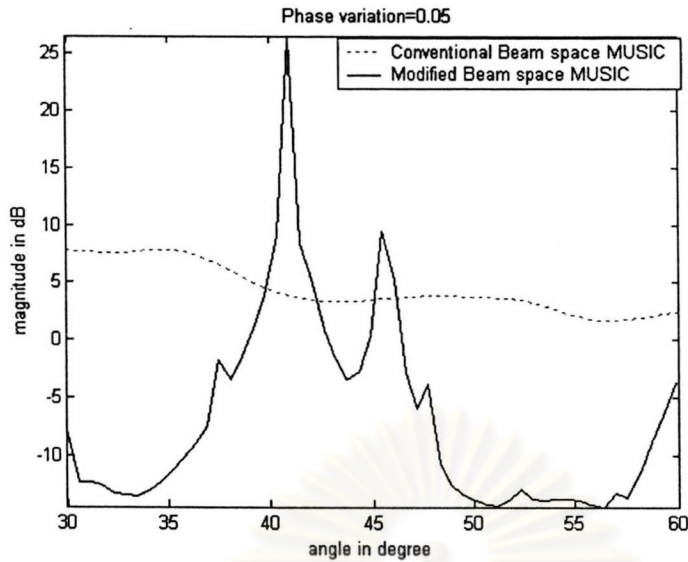
พิจารณากรณีอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง จะพบว่าการทำงานอย่างหยาบแทบจะไม่มี ความคลุมเครืออยู่เลย และนั่นจึงส่งผลดีต่อการประมาณอย่างละเอียด ดังรูปที่ 4.2 และ 4.4 กล่าวได้ว่าหลักการดังกล่าวนี้ สามารถแก้ไขปัญหาค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มได้ ส่งผลให้อัลกอริทึมมีความเชื่อถือได้มากขึ้นและทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

เพื่อความชัดเจนในการเปรียบเทียบ ลำดับต่อไปเราจะอาศัยการจำลองในหัวข้อ การจำลองการประมาณอย่างละเอียด ตามข้อกำหนดของตารางที่ 4.2 ทำการขยายผลการ พิจารณารูปแบบของสเปกตรัมที่ได้จากการประมาณ ที่ระดับ ค่า  $\mu=0.03$  และ  $0.05$  โดยผลการ จำลองเพิ่มเติมที่ได้จะแสดงไว้ในรูปที่ 4.5 และ 4.6 สำหรับการเปรียบเทียบที่ ค่า  $\mu=0.03$  และ  $0.05$  ตามลำดับ ดังนี้



รูปที่ 4.5 ผลการจำลองเพิ่มเติมแสดงการเปรียบเทียบผลการประมาณอย่างละเอียด ระหว่างอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม กับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการ ปรับปรุง ภายใต้ข้อกำหนดที่คล้ายกับตารางที่ 4.2 แต่เปลี่ยนให้  $\mu=0.03$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.6 ผลการจำลองเพิ่มเติมแสดงการเปรียบเทียบผลการประมาณอย่างละเอียดระหว่างอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบดั้งเดิม กับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุง ภายใต้ข้อกำหนดที่คล้ายกับตารางที่ 4.2 แต่เปลี่ยนให้  $\mu = 0.05$

ข้อสังเกตที่พบจากรูปคลื่นสเปกตรัมที่ได้จากการประมาณ ดังรูปที่ 4.2 และ 4.4 - 4.6 คือมีการเกิดขึ้นของค่ายอด เล็กๆ ในบริเวณอื่นที่ไม่ใช่เป็นมุมที่สัญญาณตกกระทบ

จากที่เราทราบว่ายอดของรูปคลื่นสเปกตรัมจากการประมาณเป็นค่าที่ได้จากการทำผลคูณภายใน (Inner Product) ระหว่างเวกเตอร์หมุนวนกับปริภูมิย่อยของสัญญาณรบกวนซึ่งจะให้ค่าเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งมุมที่สัญญาณตกกระทบ ( $\phi_s$ ) กล่าวคือ

$$\mathbf{a}_B(\phi_s) \perp \mathbf{q}_{n_b}; \quad \mathbf{q}_{n_b} \in \mathbf{V}'_N; \quad \mathbf{a}_B^H(\phi_s) \mathbf{q}_{n_b} = 0 \quad ; n_b = D+1, D+2, \dots, Nb$$

ส่งผลให้รูปคลื่นสเปกตรัมจากการประมาณมีค่าพุ่งสูงขึ้นในตำแหน่งดังกล่าวด้วย

$$P_{MUSIC}(\phi) = \frac{1}{\mathbf{a}_B^H(\phi) \mathbf{V}'_N \mathbf{V}'_N{}^H \mathbf{a}_B(\phi)} \quad ; P_{MUSIC}(\phi) \rightarrow \infty \quad \text{เมื่อ} \quad \phi = \phi_s$$

เราสามารถอธิบายปรากฏการณ์การเกิดขึ้นของค่ายอดเล็ก ๆ ในบริเวณอื่นที่ไม่ใช่มุมตกกระทบ ภายใต้สภาวะที่เกิดค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มขึ้นที่สายอากาศได้โดยง่าย เมื่ออาศัยทฤษฎีการรบกวน (Perturbation Theory) ดังนี้

ให้ผลการรบกวนของค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มอยู่ในรูปของ

$$\tilde{\mathbf{a}}_B(\phi_S) = \mathbf{a}_B(\phi_S) + \Delta_{\mathbf{a}_B(\phi_S)}$$

โดยที่

$\tilde{\mathbf{a}}_B(\phi_S)$  คือ ค่าเวกเตอร์หมุมวน  $\mathbf{a}_B(\phi_S)$  ที่มีผลจากค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่ม

$\mathbf{a}_B(\phi_S)$  คือ ค่าเวกเตอร์หมุมวน  $\mathbf{a}_B(\phi_S)$  ในทางอุดมคติ

$\Delta_{\mathbf{a}_B(\phi_S)}$  คือ ค่าเบี่ยงเบนของ  $\mathbf{a}_B(\phi_S)$  เมื่อมีผลจากความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่ม

$\phi_S$  คือ ค่ามุมที่สัญญาณตกกระทบ

เราทราบว่า  $\mathbf{a}_B(\phi_S) \perp \mathbf{q}_{n_b}$ ;  $\mathbf{q}_{n_b} \in \mathbf{V}'_N$ ;  $\mathbf{a}_B^H(\phi_S)\mathbf{q}_{n_b} = 0$  ;  $n_b = D+1, D+2, \dots, Nb$

แต่  $\tilde{\mathbf{a}}_B^H(\phi_S)\mathbf{q}_{n_b} = \Delta_{\mathbf{a}_B(\phi_S)}^H \mathbf{q}_{n_b} \neq 0$  ;  $n_b = D+1, D+2, \dots, Nb$

แต่ทว่า  $\Delta_{\mathbf{a}_B(\phi_S)}$  คือค่าเบี่ยงเบนที่เป็นปริมาณสุ่ม ซึ่งสำหรับบางค่าของการสุ่มอาจทำให้

$$\tilde{\mathbf{a}}_B^H(\phi) \mathbf{q}_m = \Delta_{\mathbf{a}_B(\phi)}^H \mathbf{q}_m = \varepsilon' \quad ; m = D+1, D+2, \dots, Nb \quad \text{เมื่อ} \quad \|\varepsilon'\|^2 \rightarrow 0$$

ส่งผลให้  $P_{MUSIC}(\phi)$  มีค่าสูงขึ้นไปด้วยในบางค่าของการสุ่ม แต่อย่างไรก็ตามค่าของ  $\|\varepsilon'\|^2$  เป็นเพียงค่าเล็ก ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ ดังนั้นยอดของ  $P_{MUSIC}(\phi)$  จึงมีค่าเล็ก ๆ เท่านั้น ซึ่งนี่คือเหตุผลของการเกิดยอดเล็ก ๆ ในบริเวณอื่นที่ไม่ใช่มุมที่สัญญาณตกกระทบ จากรูปคลื่นสเปคตรัมที่ได้จากการประมาณ

หมายเหตุ ค่าของ  $\varepsilon'$  จะเป็นจำนวนเชิงซ้อน เพราะ  $\Delta_{\mathbf{a}_B(\phi_S)}^H$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน และ  $\mathbf{q}_m$  ;  $m = D+1, D+2, \dots, Nb$  เป็นค่าแบบสุ่มซึ่งไม่จำเป็นต้องเป็นสังยุค (Conjugate) กับ  $\Delta_{\mathbf{a}_B(\phi_S)}^H$



## 4.2 ผลการจำลองหาค่า $MSE$

การนำเสนอผลจำลองค่า  $MSE$  จะพิจารณาเทียบกับ 5 ปัจจัย อันได้แก่

-  $\mu$

-จำนวนสายอากาศแถวลำดับ

-จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก

-ระดับ  $SNR$

-มุมตกกระทบของสัญญาณ

โดยที่  $\mu$ , สายอากาศแถวลำดับ และจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก เป็นปัจจัยที่ขึ้นกับลักษณะของระบบ ส่วน ระดับ  $SNR$  และมุมตกกระทบของสัญญาณ คือปัจจัยที่ขึ้นกับลักษณะของสัญญาณ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2ก การจำลองค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$ 

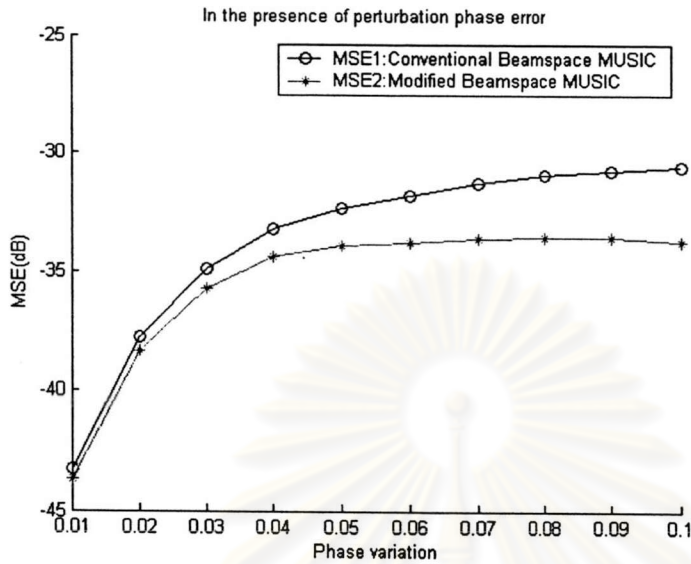
การจำลองนี้จะแสดงให้เห็นถึง ขีดจำกัดความคงทนของอัลกอริทึมท่ามกลางค่า-ความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ตัวสายอากาศ ในการจำลองนี้เราสามารถกำหนดระดับของการแกว่งค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ตัวสายอากาศ ได้จากค่า  $\mu$  (Phase variation) โดยช่วง  $\mu$  ที่เราใช้ในการพิจารณาในที่นี้จะอยู่ในช่วง  $\{0.01, 0.02, \dots, 0.10\}$  ผลการจำลองที่จะนำเสนอในหัวข้อนี้จะมุ่งเน้นที่ผลจากค่า  $\mu$  ต่อการทำงานของอัลกอริทึมเพียงอย่างเดียว ดังนั้นจึงกำหนดให้ปัจจัยอื่นของการจำลองคงที่ ซึ่งผลของตัวแปรอื่นใดที่สามารถส่งผลเพิ่มเติมจะถูกทำการพิจารณาขยายผลในหัวข้อต่อไป ข้อกำหนดในการจำลองแสดงได้ดังตารางที่ 4.3 ดังนี้

ตารางที่ 4.3 แสดงรายละเอียดของการจำลองค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$ 

จำนวนสายอากาศแถวลำดับ	20
จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	10
ระยะห่างระหว่างต้นของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$
ช่วงการแปรค่า $\mu$	$\{0.01, 0.02, \dots, 0.1\}$
$\phi_0$ (องศา)	0
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	1
ระดับ $SNR$ (dB)	20
มุมตกกระทบ (องศา)	15
จำนวน snapshot	1,000
จำนวนเหตุการณ์สุ่ม	100
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว

สาเหตุที่ช่วงการพิจารณาค่า  $\mu$  ถูกกำหนดเป็น  $\{0.01, 0.02, \dots, 0.10\}$  เพราะเป็นค่าที่ใช้ในการจำลองทั่วไป ดังจะเห็นได้จาก [7], [8], [10], [22], [23], และ [25] อีกทั้งระบบสายอากาศเก่งจะมีภาคการทำงานของกรเทียบมาตรฐานสายอากาศ (Array Calibration) อยู่ด้วย ซึ่งภาคการทำงานดังกล่าวสมควรที่จะมีความสามารถในการเทียบมาตรฐานได้โดยประมาณร้อยละ 90 แต่หากภาคการทำงานดังกล่าวมีความสามารถในการเทียบมาตรฐานสายอากาศต่ำกว่าร้อยละ 90 เราสมควรที่จะเปลี่ยนไปแก้ปัญหาที่ภาคการเทียบมาตรฐานสายอากาศแทนที่จะปรับปรุงที่ตัวระบบ [25] คำกล่าวนี้เทียบได้กับ การที่ฝนตกสู่หลังคาบ้านซึ่งมีพื้นที่การรั่วซึมมาก ๆ สำหรับเจ้าของบ้านที่เป็น

นักจัดการที่ดีจะทำการแก้ปัญหาที่หลังคา แทนที่จะคอยจัดหาภาชนะรองรับน้ำที่รั่วจากหลังคาไม่ให้เจ็มนองบ้าน เป็นต้น



รูปที่ 4.7 ผลการจำลองแสดงความสัมพันธ์ของค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$

ผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.7 พิจารณาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่า  $MSE$  ที่มีต่อค่า  $\mu$  พบว่า จะแปรผันตามกัน แต่สิ่งที่เราพบจากผลการจำลองในรูปนี้คือ ระดับของค่า  $MSE$  ของอัลกอริทึมที่เราปรับปรุง ( $MSE_2$ ) จะมีค่าต่ำกว่าเมื่อเทียบกับกรณีอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม ( $MSE_1$ ) อย่างน้อย 1-2 dB โดยประมาณ ซึ่งนั่นแสดงให้เห็นว่า อัลกอริทึมที่เราปรับปรุงมีความเชื่อถือได้มากกว่า ทั้งนี้ เนื่องจาก เราอาศัยเทคนิคการปรับปรุงให้มีความคงทนต่อค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มด้วยเงื่อนไขบังคับของการทำอนุพันธ์แบบไม่ขึ้นกับค่าเฟส จึงทำให้อัลกอริทึมที่เราปรับปรุงขึ้นนั้นมีขีดจำกัดของความคงทนต่อค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ตัวสายอากาศที่เหนือกว่าอัลกอริทึมแบบดั้งเดิม

ลำดับต่อไปเราจะทำการขยายผลของการพิจารณาเบื้องต้น เกี่ยวกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องอีก 4 ปัจจัย อันได้แก่ จำนวนสายอากาศลำดับ จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก ระดับ  $SNR$  และค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ ภายใต้สภาวะที่สายอากาศมีผลจากค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่ม ทั้งนี้เพื่อจะให้เห็นถึงแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงคร่าว ๆ ของ  $MSE$  โดยรวม ซึ่งสามารถใช้เป็นบรรทัดฐานในการวิเคราะห์ ตลอดจนถึงลักษณะของข้อกำหนดในการจำลองสำหรับหัวข้อต่อไป

การขยายผลของการพิจารณาเบื้องต้น มีดังนี้

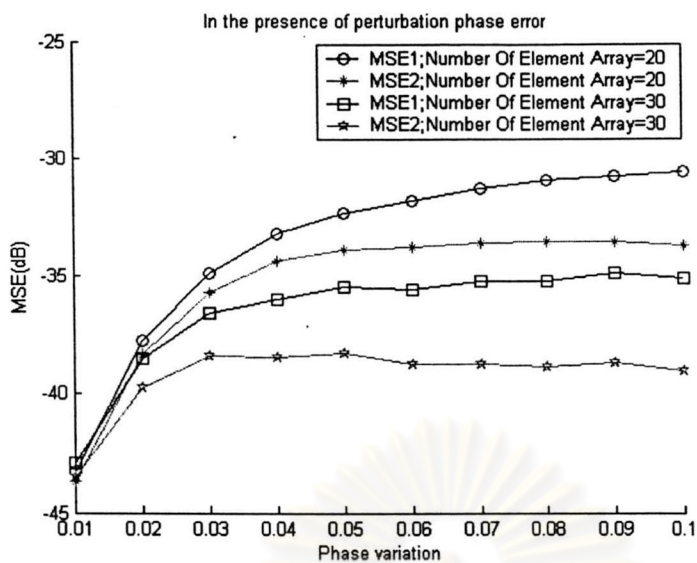
-ผลกระทบจาก จำนวนสายอากาศแถวลำดับที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ด้วยข้อกำหนดในการจำลองเช่นเดียวกับที่แสดงในตารางที่ 4.3 เพียงแต่ปรับเปลี่ยนให้จำนวนสายอากาศแถวลำดับเป็น 30 ต้น แล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลการจำลองเดิมในรูปแบบที่ 4.7 ซึ่งผลการจำลองเพิ่มเติมดังกล่าวนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4.8

-ผลกระทบจาก จำนวนลำคลื่นตั้งฉากที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ด้วยข้อกำหนดในการจำลองเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3 เพียงแต่ปรับเปลี่ยนให้จำนวนลำคลื่นตั้งฉากเป็น 15 ลำคลื่น แล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลการจำลองเดิมในรูปแบบที่ 4.7 ซึ่งผลการจำลองเพิ่มเติมดังกล่าวนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4.9

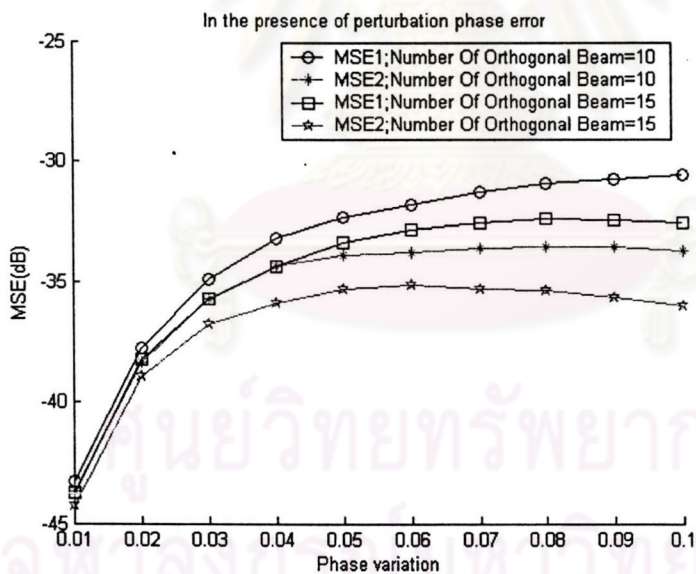
-ผลกระทบจาก ระดับ SNR ของสัญญาณที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ด้วยข้อกำหนดในการจำลองเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3 เพียงแต่ปรับเปลี่ยนให้ระดับ SNR เป็น 30 dB แล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลการจำลองเดิมในรูปแบบที่ 4.7 ซึ่งผลการจำลองเพิ่มเติมดังกล่าวนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4.10

-ผลกระทบจาก ค่ามุมตกกระทบของสัญญาณที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ด้วยข้อกำหนดในการจำลองเช่นเดียวกับตารางที่ 4.3 เพียงแต่ปรับเปลี่ยนให้ค่ามุมตกกระทบเป็น 20 องศา แล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลการจำลองเดิมในรูปแบบที่ 4.7 ซึ่งผลการจำลองเพิ่มเติมดังกล่าวนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4.11

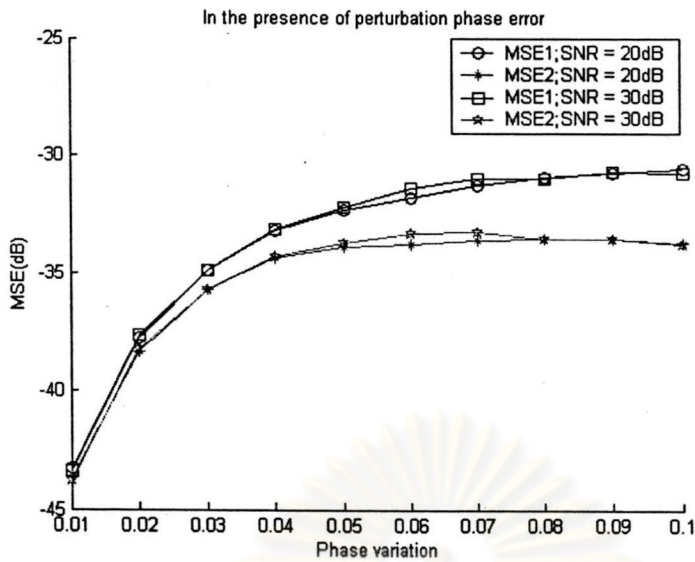
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



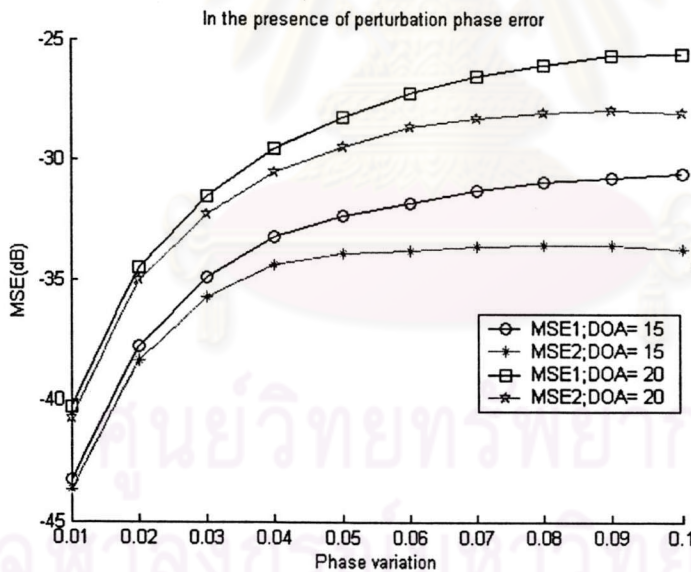
รูปที่ 4.8 ผลการจำลองเพื่อการขยายผลเบื้องต้น เกี่ยวกับผลกระทบจากจำนวนสายอากาศที่ใช้ที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ซึ่งแสดงในรูปความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$  โดยเปรียบเทียบที่จำนวนสายอากาศ 20 และ 30 ต้น ตามลำดับ



รูปที่ 4.9 ผลการจำลองเพื่อการขยายผลเบื้องต้น เกี่ยวกับผลกระทบจากจำนวนลำคลื่นตั้งฉากที่ใช้ที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ซึ่งแสดงในรูปความสัมพันธ์ของค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$  โดยเปรียบเทียบที่จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก 15 และ 10 ลำคลื่น ตามลำดับ



รูปที่ 4.10 ผลการจำลองเพื่อการขยายผลเบื้องต้น เกี่ยวกับผลกระทบจากระดับ  $SNR$  ของสัญญาณ ที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ซึ่งแสดงในรูปความสัมพันธ์ของค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$  โดยเปรียบเทียบที่  $SNR = 20$  และ  $30$  dB ตามลำดับ



รูปที่ 4.11 ผลการจำลองเพื่อการขยายผลเบื้องต้น เกี่ยวกับผลกระทบจากค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ ที่มีต่อการทำงานของอัลกอริทึม ซึ่งแสดงในรูปความสัมพันธ์ของค่า  $MSE$  ต่อค่า  $\mu$  โดยเปรียบเทียบที่ค่ามุมตกกระทบ=15 และ 20 องศา ตามลำดับ

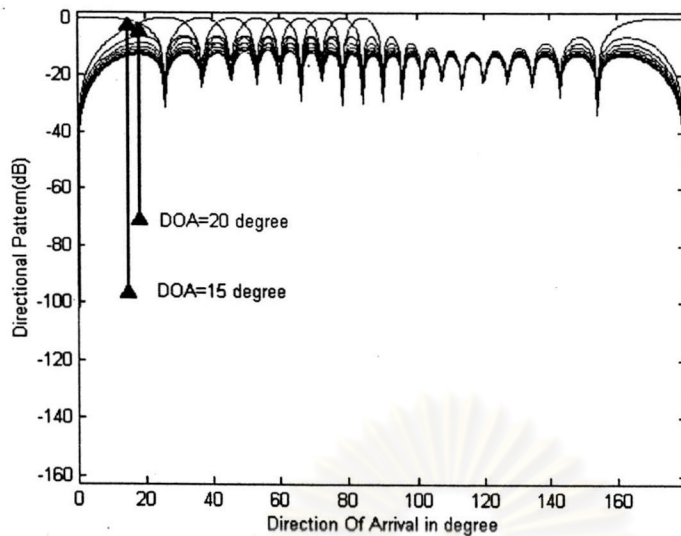
ผลการจำลองซึ่งปรากฏในรูปที่ 4.8-4.11 สามารถวิเคราะห์ได้ดังนี้

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.8 พบว่าลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่า  $MSE$  โดยรวมที่มีต่อจำนวนสายอากาศแถวลำดับ จะเป็นแบบแปรผกผันกันทั้งในสองอัลกอริทึมที่พิจารณา และนั่นหมายความว่าสำหรับอัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่น การเพิ่มจำนวนสายอากาศยังคงสามารถทำให้สมรรถนะของอัลกอริทึมโดยรวมดีขึ้น สิ่งที่พิจารณาเห็นได้อย่างแจ่มชัดคือ กราฟ  $MSE_1$  ที่จำนวนสายอากาศ 30 ต้น และกราฟ  $MSE_2$  ที่จำนวนสายอากาศ 20 ต้น พบว่าหากต้องการสมรรถนะจากอัลกอริทึมที่เท่ากัน อัลกอริทึมมิวสิกแบ่งคลื่นดั้งเดิมจะมีต้นทุน (Cost) จากการสร้างระบบมากกว่า ส่งผลให้อัลกอริทึมแบบที่เสนอทำการปรับปรุงมีความได้เปรียบกว่าทั้งในทางเทคนิคและในด้านความคุ้มค่า

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.9 พบว่าลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่า  $MSE$  โดยรวมที่มีต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉากจะเป็นแบบแปรผกผันกันทั้งในสองอัลกอริทึมที่พิจารณา และนั่นหมายความว่า สำหรับอัลกอริทึมมิวสิกการเพิ่มจำนวนลำคลื่นตั้งฉากให้มากขึ้นจะส่งผลให้ค่า  $MSE$  ของอัลกอริทึมลดลง หากแต่ว่าการเพิ่มขึ้นของจำนวนลำคลื่นตั้งฉากดังกล่าวจะส่งผลให้ความซับซ้อนในการคำนวณสูงขึ้นด้วย ดังนั้นกล่าวได้ว่า กรณีขั้นตอนมิวสิกแบ่งคลื่นแบบที่เสนอทำการปรับปรุงจะเป็นการประนีประนอมระหว่างปัญหาความคงทนต่อค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มกับปัญหาความซับซ้อนในการคำนวณ ซึ่งสามารถส่งเสริมให้สมรรถนะของอัลกอริทึมในแบบดั้งเดิมดีขึ้น

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.10 พบว่าลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่า  $MSE$  โดยรวมที่มีต่อระดับ  $SNR$  ของสัญญาณตกกระทบจะค่อนข้างคงที่ เพราะเมื่อพิจารณาแนวโน้มของระดับ  $MSE$  เมื่อ  $SNR=20$  และ  $30$  dB จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงระดับ  $MSE$  ในแต่ละอัลกอริทึมแทบจะไม่ต่างกันเลย ซึ่งผลการจำลองนี้สอดคล้องกับที่ปรากฏในรูปที่ 2.17-2.19 ในบทที่ 2 ดังนั้นข้อสันนิษฐานเบื้องต้นของเราในที่นี้คือ ภายใต้สภาวะที่สายอากาศมีผลจากค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่ม ระดับ  $SNR$  จะมีผลน้อยมากต่อการทำงานของอัลกอริทึม ซึ่งจะได้ทำการจำลองเพิ่มเติมเพื่อประกอบการวิเคราะห์ต่อไป

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.11 พบว่าลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่า  $MSE$  โดยรวมที่มีต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ จะมีค่าลดลงหากมุมตกกระทบของสัญญาณเข้าใกล้บริเวณที่เป็นพหุหลักซึ่งเป็นส่วนที่มีความสามารถในการรับสัญญาณได้ดี



รูปที่ 4.12 แสดงลักษณะของรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับเมื่อสายอากาศแถวลำดับมีคุณสมบัติเป็นอุดมคติ ภายใต้ข้อกำหนดของตารางที่ 4.3 เพื่อใช้ประกอบความเข้าใจขั้นต้นเกี่ยวกับค่ามุดกกระทบของสัญญาณที่มีต่อค่า  $MSE$

จากตารางที่ 4.3 เรามี  $\phi_0 = 0$  องศา และด้วยเทคนิคการแบ่งคลื่นจะทำให้ได้บริเวณที่เป็นพหุหลักมากขึ้นเช่น 0, 40 และ 60 เป็นต้น สำหรับการพิจารณาขั้นต้นนี้จะมุ่งเน้นที่การพิจารณาเฉพาะผลการตอบสนองด้านทิศทางของสายอากาศต่อทิศทางมุดกกระทบของสัญญาณ ดังนั้นรูปที่ 4.12 จึงแสดงลักษณะของรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับเมื่อสายอากาศแถวลำดับมีคุณสมบัติเป็นอุดมคติซึ่งเป็นการละเลยประเด็นทางด้านความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มไปก่อนเพื่อช่วยให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น ผลจากการพิจารณาพบว่าที่มุดกกระทบ 15 องศาอยู่ใกล้บริเวณที่เป็นพหุหลักมากกว่า ส่งผลให้อัลกอริทึมสามารถตีความได้ง่ายขึ้นและนั่นทำให้ค่า  $MSE$  มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับมุดกกระทบ 20 องศา สำหรับการพิจารณาครั้งต่อไปจะเป็นการพิจารณาปัญหาควมคู่ระหว่างมุดกกระทบของสัญญาณและค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่ม โดยแน่นอนว่าย่อมจะส่งผลให้ค่า  $MSE$  สูงขึ้นไปอีก ทั้งนี้สังเกตได้จากในรูปที่ 4.11 ซึ่งจะได้ทำการพิจารณาในโอกาสต่อไป

จากผลการจำลองที่ปรากฏในรูปที่ 4.8-4.11 ซึ่งนำเสนอไปแล้วจะถูกนำไปประกอบข้อกำหนดในการขยายผลการวิเคราะห์เกี่ยวกับ จำนวนสายอากาศแถวลำดับ จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก ระดับ  $SNR$  และค่ามุดกกระทบ ว่าส่งผลมากน้อยเพียงใดต่อสมรรถนะของอัลกอริทึม โดยจะนำไปสู่บทสรุปด้านความแตกต่างเชิงสมรรถนะของอัลกอริทึมภายใต้สภาวะที่เกิดค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มขึ้นที่ตัวสายอากาศแถวลำดับ



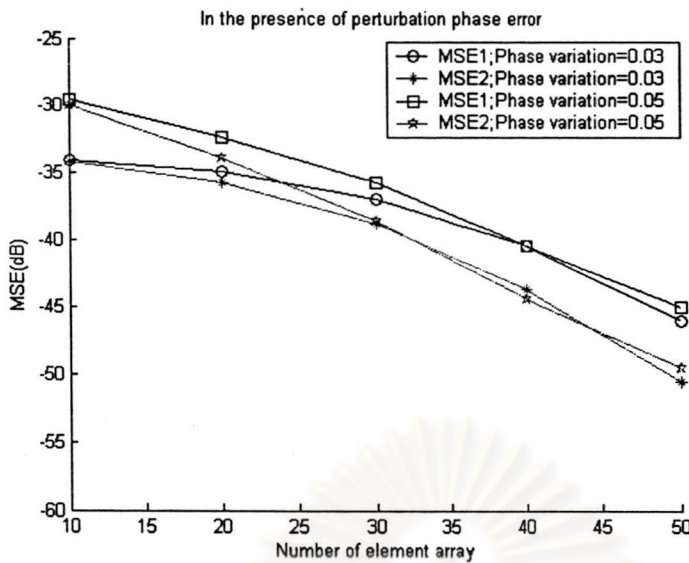
#### 4.2.๒ การจำลองค่า $MSE$ ต่อจำนวนสายอากาศแถวลำดับ

การจำลองนี้จะแสดงให้เห็นถึงผลของค่า  $MSE$  ต่อจำนวนสายอากาศแถวลำดับ ซึ่งเป็นกรขยายผลการพิจารณาต่อจากหัวข้อ 4.2ก รายละเอียดของค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลอง จะแสดงไว้ในตารางที่ 4.4 ดังนี้

ตารางที่ 4.4 แสดงรายละเอียดของการจำลองค่า  $MSE$  ต่อจำนวนสายอากาศแถวลำดับ

ช่วงการแปรค่าจำนวนสายอากาศแถวลำดับ	{10,20,...,50}
จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	10
ระยะห่างระหว่างต้นของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$
$\mu$	0.03 และ 0.05
$\phi_0$ (องศา)	0
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	1
ระดับ $SNR$ (dB)	20
ค่ามุมตกกระทบ (องศา)	15
จำนวน snapshot	1,000
จำนวนเหตุการณ์สุ่ม	100
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว

จากตารางที่ 4.4 สาเหตุของการกำหนดค่า  $\mu = 0.03$  และ  $0.05$  มาจากการพิจารณาผลการจำลอง ในรูปที่ 4.7-4.11 ซึ่งพบว่าที่ค่า  $\mu$  ต่ำๆ เช่น 0.01 ค่า  $MSE$  ในแต่ละอัลกอริทึมทั้งนี้จะใกล้เคียงกัน มากจนแทบพิจารณาไม่เห็นความแตกต่าง ดังนั้นเพื่อความชัดเจนในการพิจารณาจึงได้กำหนดให้  $\mu$  ที่ใช้ในการจำลองนี้เป็น 0.03 และ 0.05

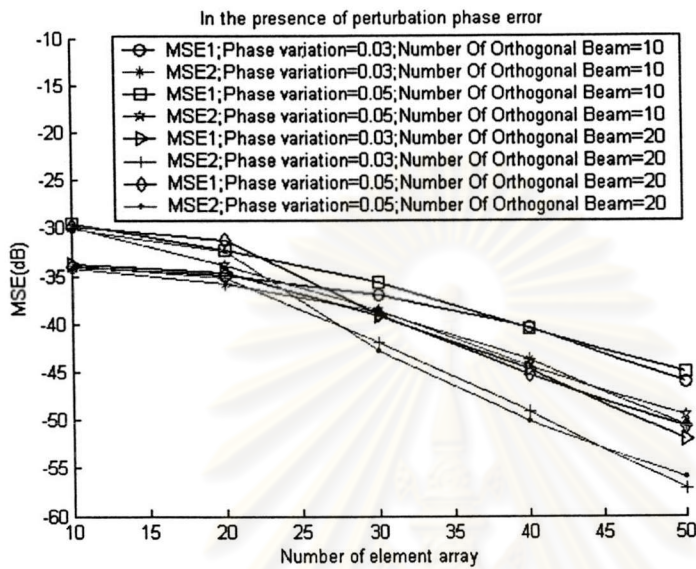


รูปที่ 4.13 ผลการจำลองแสดงความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อจำนวนสายอากาศแถวลำดับ  
เปรียบเทียบเมื่อ  $\mu = 0.03$  และ  $0.05$

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.13 ทำให้เราทราบว่าแท้จริงนั้นการเพิ่มจำนวนของสายอากาศแถวลำดับสามารถเพิ่มสมรรถนะของอัลกอริทึมได้ เพียงแต่ว่าความเด่นชัดด้านการเปลี่ยนแปลงสมรรถนะขึ้นอยู่กับค่า  $\mu$  และจำนวนสายอากาศแถวลำดับ ซึ่งมีแนวโน้มที่สอดคล้องกับผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.8 ดังนั้นปัจจัยที่ส่งผลต่อสมรรถนะของอัลกอริทึมต่อจำนวนของสายอากาศแถวลำดับ ก็ยังคงเป็นค่า  $\mu$  ทำให้กล่าวได้ว่าภายใต้สภาวะอิทธิพลของค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ต่างกัน การเพิ่มของจำนวนของสายอากาศแถวลำดับก็จะส่งผลให้ค่า  $MSE$  มีการลดลงในแต่ละอัลกอริทึมต่างกัน แต่ถึงกระนั้นอัลกอริทึมที่เราปรับปรุงก็ยังมีสมรรถนะเหนือกว่าแบบดั้งเดิมอยู่ดี

ลำดับต่อไป จากที่เราทราบว่าสัญญาณที่รับมาได้จากสายอากาศแถวลำดับทั้งหมด จะถูกส่งเข้าสู่ภาคการประมวลผลล่วงหน้า เพื่อสร้างจำนวนลำคลื่นตั้งฉากเพื่อใช้ในกระบวนการลดขนาดของเมตริกซ์อัตราสหสัมพันธ์ด้านอินพุท ส่งผลให้ความซับซ้อนในการคำนวณของอัลกอริทึมลดลง แต่จากการพิจารณาของ [5] และ [15]-[18] โดยทั่วไปจะให้ความสำคัญต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉากเพียงแค่ว่าปัจจัยที่ใช้ลดผลความซับซ้อนของการคำนวณ หาได้ให้ความสำคัญด้าน  $MSE$  แต่อย่างใดไม่ ดังนั้นการพิจารณาในหัวข้อต่อไปจะทำการพิจารณาผลของจำนวนลำคลื่นตั้งฉากที่มีต่อค่า  $MSE$  ทั้งนี้เพราะเรามีความเชื่อในหลักของการชดเชยข้อดี-ข้อเสีย (Tradeoff) ที่ว่า ในทางเทคนิคถ้าการลดเวลาในการประมวลผลมีข้อดีอยู่บ้าง ก็ย่อมจะมีข้อเสียเกิดขึ้นด้วยตามสมควร ซึ่งจะนำไปสู่การพิจารณาขยายผลเบื้องต้นเกี่ยวกับความสัมพันธ์

ระหว่างค่า  $MSE$  ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก โดยในที่นี้จะอาศัยการเปลี่ยนแปลงการจำลองในหัวข้อที่ 4.2 ข เปรียบเทียบที่  $\mu = 0.03$  และ  $0.05$  เมื่อให้จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก=10 และ 20 ลำคลื่น ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 ผลการจำลองเพื่อพิจารณาขยายผลเบื้องต้นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก เปรียบเทียบที่  $\mu = 0.03$  และ  $0.05$  เมื่อให้จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก=10 และ 20 ลำคลื่น

จากผลการจำลองรูปที่แสดงในรูปที่ 4.14 พบว่า ข้อสันนิษฐานขั้นต้นของเราในที่นี้คือ จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก อาจจะไม่ส่งผลเฉพาะประเด็นทางความซับซ้อนในการคำนวณของอัลกอริทึมเท่านั้น หากแต่ส่งผลต่อค่า  $MSE$  ด้วย ซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

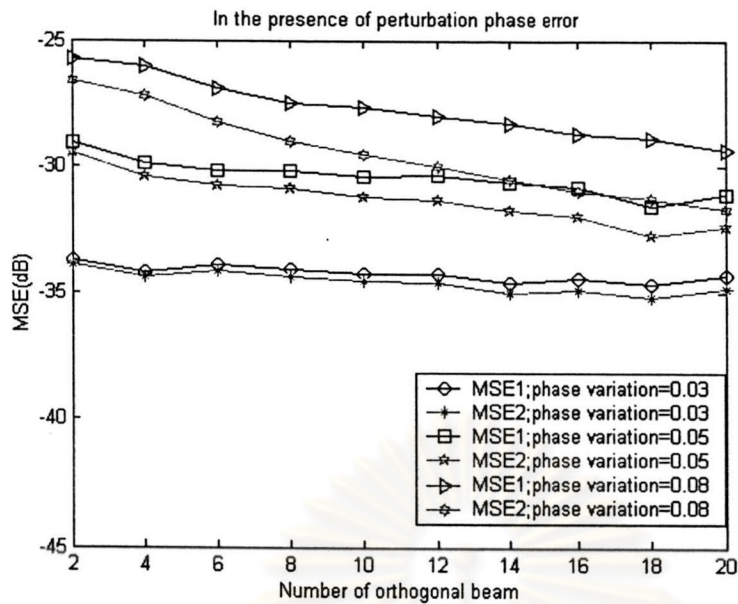
#### 4.2ค การจำลองค่า $MSE$ ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก

การจำลองนี้จะแสดงให้เห็นถึงผลของค่า  $MSE$  ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก ซึ่งเป็นการพิจารณาต่อจากการพิจารณาขยายผลในหัวข้อที่ 4.2ข รายละเอียดของค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการจำลอง จะแสดงไว้ในตารางที่ 4.5 ดังนี้

ตารางที่ 4.5 แสดงรายละเอียดของการจำลองค่า  $MSE$  ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก

จำนวนสายอากาศแถวลำดับ	20
ช่วงการแปรค่าจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	{2,4,...,20}
ระยะห่างระหว่างต้นของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$
$\mu$	0.03 ,0.05 และ 0.08
$\phi_0$ (องศา)	0
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	1
ระดับ $SNR$ (dB)	20
ค่ามุมตกกระทบ (องศา)	15
จำนวน snapshot	1,000
จำนวนเหตุการณ์สุ่ม	100
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว

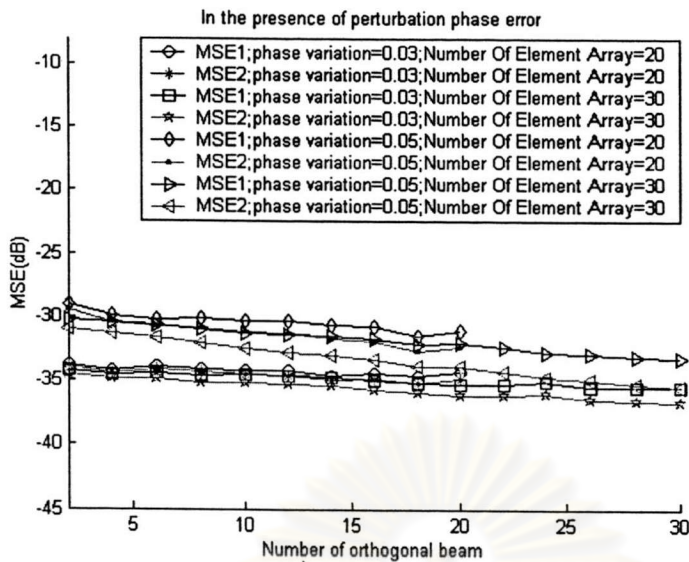
จากตารางที่ 4.5 อาศัยเหตุผลของการกำหนดค่า  $\mu$  คล้ายกับตารางที่ 4.4 คือให้  $\mu=0.03$  และ 0.05 แต่ทว่าในหัวข้อการจำลองนี้มีสมมุติฐานเพิ่มเติมคือ จำนวนลำคลื่นตั้งฉากอาจจะส่งผลต่อค่า  $MSE$  ด้วย หากเราพิจารณาประเด็นทางความซับซ้อนในการคำนวณของอัลกอริทึมอย่างเดียวนั้น ซึ่งการเพิ่มผลพิจารณาค่า  $\mu=0.08$  จะทำให้เราพบปรากฏการณ์ที่น่าสนใจ ดังผลการจำลองในรูปแบบที่ 4.15



รูปที่ 4.15 ผลการจำลองแสดงความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.15 พบว่าที่บริเวณช่วงปลายของกราฟ ค่าของ  $MSE$  ในทั้งสองอัลกอริทึมจะมีค่าน้อยที่สุด แต่อย่างไรก็ดีสิ่งที่เราพบจากผลการจำลองนี้คือ ลักษณะการขดเซยข้อดีข้อเสียเมื่อมีการใช้เทคนิคการแบ่งคลื่น กล่าวคือ เมื่อเพิ่มจำนวนลำคลื่นตั้งฉากให้มากขึ้นจะส่งผลให้ค่า  $MSE$  ของอัลกอริทึมลดลง หากแต่อยู่ที่ระดับ  $\mu$  มีค่าน้อย เช่น 0.03 การลดลงของค่า  $MSE$  จะน้อยมากจนแทบไม่ส่งผลต่ออัลกอริทึม แต่หากค่า  $\mu$  สูงขึ้น เช่น 0.05 และ 0.08 การเพิ่มจำนวนลำคลื่นตั้งฉากจะส่งผล อย่างมากต่อ  $MSE$  ของอัลกอริทึม

จากการพิจารณาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของค่า  $MSE$  พบว่ามีอิทธิพลของค่า  $\mu$  แฝงอยู่ด้วย สำหรับกรณีนี้พบว่าเป็นลักษณะคล้ายกันกับแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงในรูปที่ 4.7 ประกอบกับอาศัยผลการจำลองในหัวข้อที่ 4.2 ข ดังนั้นจะกล่าวได้ว่าอิทธิพลแฝงจากค่า  $\mu$  นั้นจะแฝงอยู่ทั้งในสายอากาศแถวลำดับและลำคลื่นตั้งฉาก ทั้งนี้เพื่อให้เห็นภาพได้อย่างครอบคลุมพิจารณาผลการจำลองเพิ่มเติมที่แสดงในรูปที่ 4.16 ซึ่งจะแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของค่า  $MSE$  ต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก เปรียบเทียบที่ค่า  $\mu$  และจำนวนสายอากาศแถวลำดับต่างกัน



รูปที่ 4.16 ผลการจำลองเพิ่มเติมเพื่อใช้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ตัวสายอากาศ โดยการเพิ่มขึ้นของจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก เปรียบเทียบเมื่อ  $\mu=0.03$  และ  $0.05$  จำนวนสายอากาศแถวลำดับ=20 และ 30 ต้น

ผลกระทบแฝงของค่า  $\mu$  ที่มีต่อปัจจัยทางระบบสามารถสรุปได้ 3 ประเด็นหลักๆ คือ

1. ภายใต้อิทธิพลของค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ต่างกัน การเพิ่มของจำนวนของสายอากาศแถวลำดับ หรือจำนวนลำคลื่นตั้งฉากที่ดี จะส่งผลต่อการลดลงของ  $MSE$  ในแต่ละอัลกอริทึมต่างกัน

2. สำหรับค่า  $\mu$  ต่ำ ๆ [0.01,0.03] การเพิ่มขึ้นของจำนวนสายอากาศแถวลำดับสามารถลดระดับของ  $MSE$  ได้อย่างเด่นชัดมากกว่าเมื่อเทียบกับจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก ดังนั้นความสำคัญต่อจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก จึงเป็นเพียงปัจจัยที่ใช้ลดความซับซ้อนในการคำนวณของอัลกอริทึม

3. สำหรับค่า  $\mu$  สูง ๆ (0.03,0.1] ปัญหาที่จะเกิดตามมาอีก คือปัญหาแรงค์สูง (High rank) [28] ส่งผลให้การเพิ่มขึ้นของจำนวนสายอากาศแถวลำดับและการเพิ่มขึ้นของจำนวนลำคลื่นตั้งฉากสามารถลดระดับของ  $MSE$  ได้ใกล้เคียงกัน เนื่องด้วยในกรณีนี้ มิติของแรงค์ในปริภูมิย่อยของสัญญาณที่ต้องการ (Dimension of rank in desired signal subspace) จะลดลง จึงทำให้อัลกอริทึมไม่สามารถลดขนาดมิติของเมตริกซ์อัตโนมัติได้มากนัก เพราะการลดลงเพียงเล็กน้อยของจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก ก็สามารถส่งผลกระทบต่อระดับของ  $MSE$  ได้อย่างเด่นชัดเช่นกัน ดังรูปที่ 4.15 และ 4.16

สำหรับหัวข้อการจำลองที่ 4.2ก–4.2ค ที่ผ่านไปแล้วสามหัวข้อเป็นการพิจารณาค่าของ  $MSE$  เทียบกับปัจจัยเกี่ยวกับระบบ โดยเราพบว่าปัจจัยทางระบบที่ส่งผลต่อค่า  $MSE$  อย่างมากคือ  $\mu$  รองไปคือจำนวนสายอากาศแถวลำดับ และจำนวนลำคลื่นตั้งฉาก ตามลำดับ ทั้งนี้อัลกอริทึมที่เราเสนอทำการปรับปรุงก็ยังมีสมรรถนะเหนือกว่าแบบดั้งเดิมในทุก ๆ ผลการจำลอง สำหรับหัวข้อการจำลองที่จะนำเสนอต่อไปอีก 2 หัวข้อ จะเกี่ยวกับการพิจารณาค่าของ  $MSE$  เทียบกับปัจจัยเกี่ยวกับสัญญาณ ได้แก่ ระดับ  $SNR$  และ มุมตกกระทบของสัญญาณ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

#### 4.2ง การจำลองค่า $MSE$ ต่อระดับ $SNR$ ของสัญญาณตกกระทบ

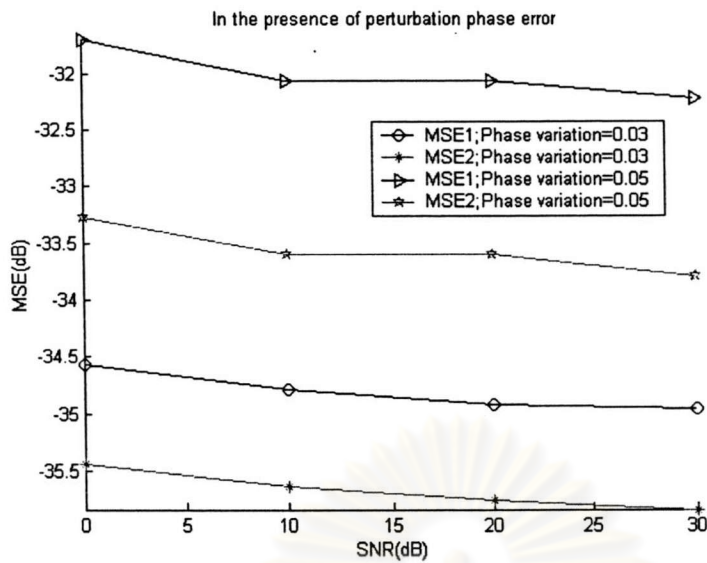
การจำลองนี้จะแสดงให้เห็นถึงผลของค่า  $MSE$  ต่อระดับ  $SNR$  ของสัญญาณตกกระทบ ซึ่งเป็นหนึ่งในส่วนของการพิจารณาผลกระทบของค่า  $MSE$  ต่อปัจจัยเกี่ยวกับสัญญาณ โดยรายละเอียดในการจำลองดังกล่าวจะแสดงไว้ในตารางที่ 4.6 ดังนี้

ตารางที่ 4.6 แสดงรายละเอียดของการจำลองค่า  $MSE$  ต่อระดับ  $SNR$  ของสัญญาณตกกระทบ

จำนวนสายอากาศแถวลำดับ	20
จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	10
ระยะห่างระหว่างต้นของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$
$\mu$	0.03 และ 0.05
$\phi_0$ (องศา)	0
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	1
ช่วงการแปรค่า $SNR$ (dB)	{0,10,...,30}
ค่ามุมตกกระทบ (องศา)	15
จำนวน snapshot	1,000
จำนวนเหตุการณ์สุ่ม	100
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว

คุณลักษณะของระบบตลอดถึงค่า  $\mu$  ที่กำหนดไว้ในตารางที่ 4.6 และ 4.7 จะค่อนข้างคงที่ทั้งนี้ เพราะการพิจารณาในหัวข้อการจำลองนี้เน้นที่การพิจารณาคุณลักษณะของสัญญาณ ดังนั้นเราจะให้คุณลักษณะของระบบคงที่

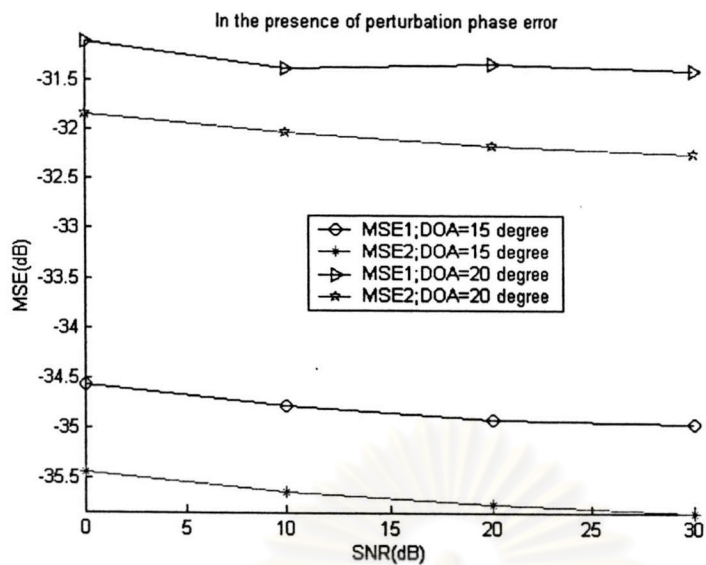




รูปที่ 4.17 ผลการจำลองแสดงความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อระดับ  $SNR$  ของสัญญาณตกกระทบ

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.17 พบว่าถึงแม้กราฟ  $MSE$  จะมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะแปรผกผันกับระดับ  $SNR$  ของสัญญาณตกกระทบ แต่ถือว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวมีน้อยมากๆ จนสามารถละทิ้งได้ ทำให้กล่าวได้ว่าภายใต้สภาวะที่สายอากาศไม่เป็นอุดมคติการปรับเปลี่ยนระดับ  $SNR$  ของสัญญาณตกกระทบ จะส่งผลน้อยมากต่อการทำงานของอัลกอริทึม อีกทั้งผลการจำลองนี้สามารถใช้ยืนยันข้อสันนิษฐานที่กล่าวไว้ในรูปผลการจำลองที่ 4.10

ลำดับต่อไปเราทดลองเปลี่ยนให้มุมตกกระทบของสัญญาณจาก 15 เป็น 20 องศา ภายใต้ข้อกำหนดเดียวกับตารางที่ 4.6 และพิจารณาที่  $\mu=0.03$  เพื่อทำการขยายผลพิจารณาเบื้องต้น เกี่ยวกับอิทธิพลของมุมตกกระทบอันจะเป็นแนวทางสำหรับการจำลองในหัวข้อต่อไป โดยผลการจำลองดังกล่าวแสดงไว้ในรูปที่ 4.18

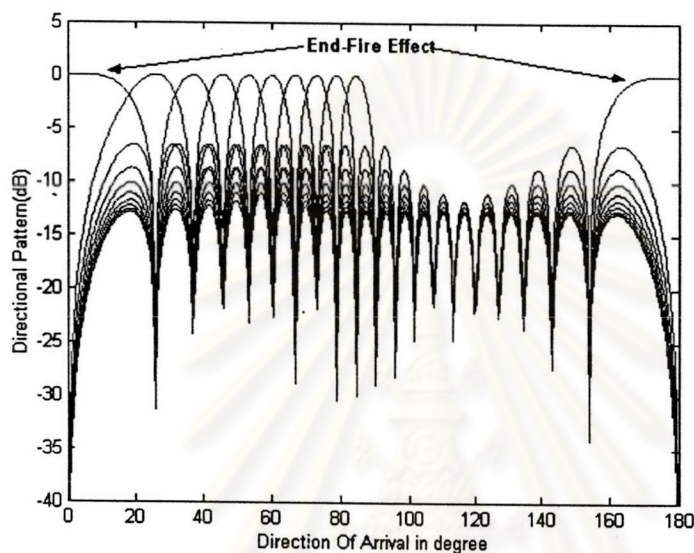


รูปที่ 4.18 ผลการจำลองเพื่อพิจารณาขยายผลเบื้องต้นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อค่า มุมตกกระทบ เปรียบเทียบที่ มุมตกกระทบเป็น 15 และ 20 องศา เมื่อให้  $\mu = 0.03$

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.17-4.18 เราพบ 2 สาเหตุที่ทำให้ระดับการเปลี่ยนแปลงค่า  $MSE$  เพิ่มขึ้น พร้อมกับ ความชันของกราฟในรูปดังกล่าวมีค่าลดลง คือ  $\mu$  มีค่ามากขึ้น และมุม ตกกระทบอยู่ห่างจาก  $\phi_0$  มากขึ้น โดยสาเหตุแรกเราได้รับทราบมาแล้วจากหัวข้อที่ 4.2 ก-4.2 ค ส่วนสาเหตุที่สองจะได้นำเสนอต่อไปในหัวข้อที่ 4.2 จ ซึ่งเป็นหัวข้อสุดท้าย

#### 4.2๑ การจำลองค่า $MSE$ ต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ

การจำลองนี้จะแสดงให้เห็นถึงผลของค่า  $MSE$  ต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ ซึ่งเน้นที่อิทธิพลของมุมตกกระทบ แต่ทว่าการกำหนดค่า  $\phi_0$  จากทุกๆการจำลองที่ผ่านมาไม่เอื้อต่อการพิจารณาในหัวข้อนี้เพราะมีการเกิดประเด็นเอนไฟร์ (End-Fire) [10] ซึ่งทำให้ยากแก่การมองภาพค่า  $MSE$  ต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ ดังรูปที่ 4.19



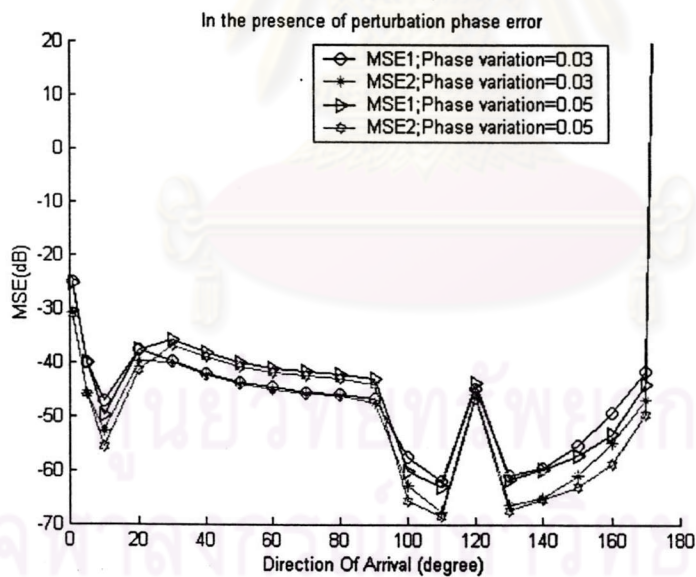
รูปที่ 4.19 แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับที่มีผลจากประเด็นเอนไฟร์

เพื่อให้การพิจารณาในหัวข้อนี้ทำได้เด่นชัดขึ้นจึงทำการเปลี่ยนค่า  $\phi_0$  จาก 0 มาเป็น 90 องศา เพื่อหลีกเลี่ยงประเด็นเอนไฟร์ รายละเอียดในการจำลองดังกล่าวจะแสดงไว้ในตารางที่ 4.7 ดังนี้

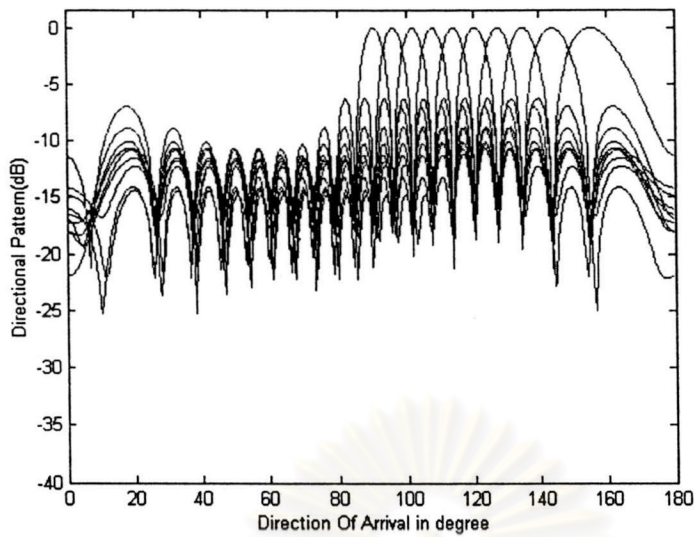
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.7 แสดงรายละเอียดของการจำลองค่า  $MSE$  ต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ

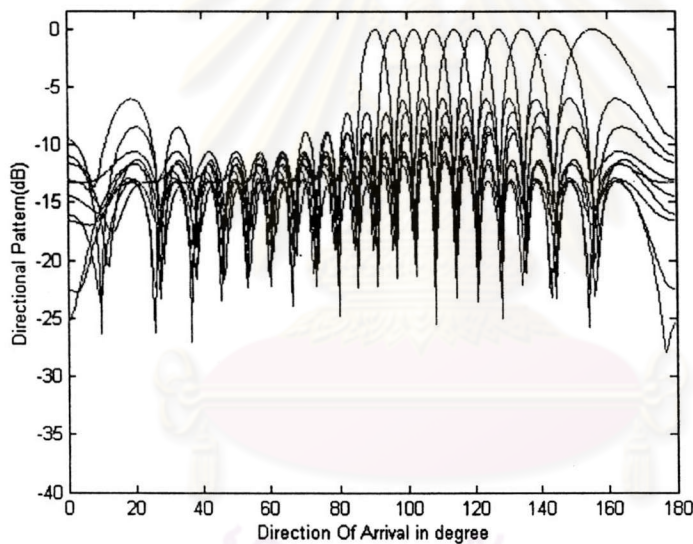
จำนวนสายอากาศแถวลำดับ	20
จำนวนลำคลื่นตั้งฉาก	10
ระยะห่างระหว่างต้นของสายอากาศ (เมตร)	$\lambda/2$
$\mu$	0.03 และ 0.05
$\phi_0$ (องศา)	90
จำนวนสัญญาณที่ตกกระทบ (เส้นทาง)	1
ระดับ SNR (dB)	20
ช่วงการแปรค่ามุมตกกระทบ (องศา)	{0,10,20,...,180}
จำนวน snapshot	1,000
จำนวนเหตุการณ์สุ่ม	100
คุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวน	เกาส์ขาว



รูปที่ 4.20 ผลการจำลองแสดงความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ  
เมื่อ  $\mu = 0.03$  และ  $0.05$



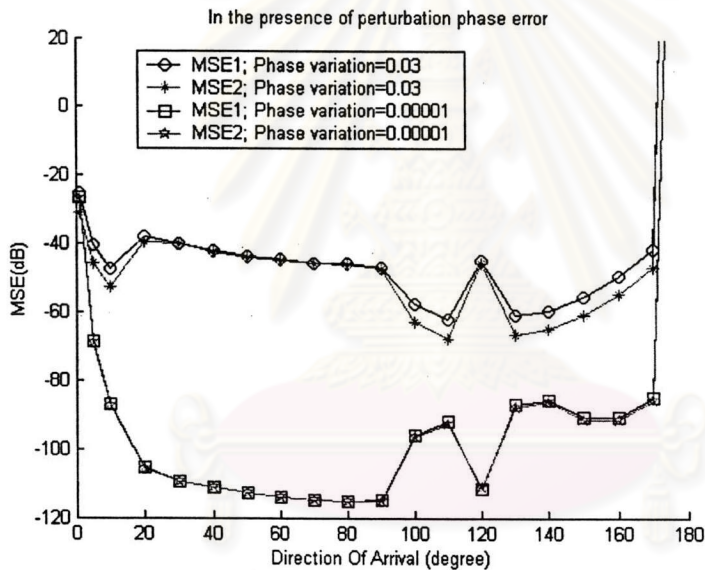
รูปที่ 4.21 แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับ เมื่อ  $\mu = 0.03$



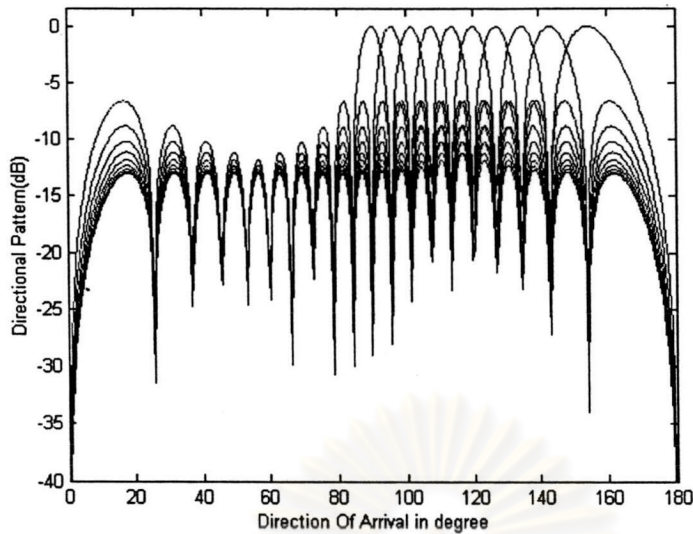
รูปที่ 4.22 แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับ เมื่อ  $\mu = 0.05$

ในผลการจำลองรูปที่ 4.20 จะพิจารณาภายใต้ข้อกำหนดเดียวกัน แต่ต่างกันที่ค่า  $\mu$  โดยประการแรกที่พบได้อย่างเด่นชัดคือ ค่า  $MSE$  จะขึ้นอยู่กับลักษณะของรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับดังรูปที่ 4.21 และ 4.22 สำหรับรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับเมื่อ  $\mu = 0.03$  และ  $0.05$  ตามลำดับ โดยกล่าวได้ว่าบริเวณที่พหุหลักมีการกระจายอย่างหนาแน่นจะมีค่า  $MSE$  น้อย ในทางกลับกัน บริเวณที่ไกลออกไปจากบริเวณที่พหุหลักมีการกระจายอย่างหนาแน่นจะมีค่า  $MSE$  สูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการจำลองรูปที่ 4.11

ข้อสังเกตจากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.20 พบว่าจากที่เรากำหนดให้  $\phi_0 = 90$  องศา ดังนั้น หนึ่งในค่ามุมตกกระทบที่ทำให้ค่า  $MSE$  ต่ำสุดควรจะเป็นตำแหน่งที่  $\phi_0 = 90$  องศา ตลอดถึงตำแหน่งอื่น ๆ ที่เกิดพหุคูณขึ้น แต่ทว่าจากผลการจำลองที่ผ่านมา ตำแหน่งของมุมตกกระทบที่ทำให้ค่า  $MSE$  มีค่าต่ำกลับไม่ใช่ตำแหน่งที่  $\phi_0 = 90$  องศา หากแต่ว่าเป็นตำแหน่งที่คลาดเคลื่อนออกไป หมายความว่าภายใต้การเกิดขึ้นของความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่มที่ตัวสายอากาศแถวลำดับจะทำให้รูปแบบการแผ่รังสีในทางอุดมคติของสายอากาศเปลี่ยนไปส่งผลให้เกิดปัญหาด้านการตีความทิศทางของอัลกอริทึม โดยปัญหาดังกล่าวจะมากหรือน้อย ขึ้นอยู่กับค่า  $\mu$  ค่ากล่าวนี้สามารถยืนยันด้วยผลการจำลองเพิ่มเติมที่แสดงไว้ดังในรูปที่ 4.23 ภายใต้ข้อกำหนดเดียวกันกับตารางที่ 4.7 เพียงแต่เปลี่ยนให้  $\mu = 0.00001$  ซึ่งเป็นค่าที่เข้าใกล้สภาวะอุดมคติมาก ๆ จากนั้นเปรียบเทียบกับกรณี  $\mu = 0.03$



รูปที่ 4.23 ผลการจำลองแสดงความสัมพันธ์ของ ค่า  $MSE$  ต่อค่ามุมตกกระทบของสัญญาณ  
เมื่อ  $\mu = 0.03$  และ  $0.00001$



รูปที่ 4.24 แสดงรูปแบบการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับที่  $\mu = 0.00001$

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 4.20 และ 4.23 ที่ผ่านมาเราจะกล่าวได้ว่าค่า  $MSE$  จะขึ้นอยู่กับ 2 ปัจจัยหลัก คือ ระดับของค่าความผิดพลาดทางเฟสแบบสุ่ม และค่าของมุมของสัญญาณที่ตกกระทบ ทว่าในทางปฏิบัติเป็นการยากที่จะบังคับให้มุมในการตกกระทบของสัญญาณให้เข้ามาเฉพาะในแนวที่พู่หลักกระจายอยู่ แต่ไม่ได้หมายความว่าเราจะไม่สามารถลดหรือชดเชยผลจากค่ามุมของสัญญาณที่ตกกระทบที่มีต่อความถูกต้องของอัลกอริทึม เพราะมีวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวอยู่ 2 แบบซึ่งเป็นที่นิยมในปัจจุบัน คือ ใช้การปรับแต่งที่ตัวสายอากาศ และ ใช้โปรโตคอลสำหรับการส่งต่อ (Hand Over / Handoff Protocol) ดังจะยกตัวอย่างได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 ใช้หลักการของสายอากาศรับสัญญาณเรดาร์แบบที่ใช้ในทางทหาร ซึ่งอาศัยการหมุนวนของแกนสายอากาศรอบจุดอ้างอิง ผลของการหมุนวนดังกล่าวจะทำให้บริเวณแนวพู่หลักที่แผ่กระจายอย่างหนาแน่น หันไปช่วยรับสัญญาณในตำแหน่งที่ค่าการแผ่รังสีของสายอากาศแถวลำดับมีค่าน้อย ๆ ส่งผลให้อัลกอริทึมมีความสามารถในการจำแนกทิศทางโดยรวมดีขึ้น ในขณะที่จำนวนสายอากาศและจำนวนลำคลื่นตั้งฉากที่คงที่ และยังสามารถลดผลจากลักษณะปัจจัยจากสัญญาณซึ่งควบคุมได้ยากให้กลับกลายเป็นว่าขึ้นกับปัจจัยจากระบบแทน ซึ่งควบคุมได้ง่ายกว่า แต่ทว่าต้องแลกมาด้วยต้นทุนของระบบที่แพงขึ้นและระดับของการใช้พลังงานที่สูงขึ้น อีกทั้งในทางปฏิบัติ วิธีดังกล่าวต้องอาศัยการปรับแต่งทางด้านอุปกรณ์รับสัญญาณค่อนข้างละเอียด กล่าวได้ว่าเป็นวิธีที่ค่อนข้างยุ่งยากและมีต้นทุนสูง

วิธีที่ 2 ใช้โปรโตคอลสำหรับการส่งต่อ โดยวิธีดังกล่าวเป็นวิธีนิยมใช้สำหรับโครงข่ายโทรศัพท์เคลื่อนที่ไร้สาย (Wireless Mobile Communication Network) ในปัจจุบัน ซึ่งอาศัยหลักการว่า โครงข่ายการสื่อสารไร้สายมีลักษณะประกอบกันอยู่เป็นเซลล์ย่อย ๆ คล้ายรวงผึ้ง โดยจะมีกระบวนการที่ทำการเปรียบและตัดสินใจอย่างเหมาะสมก่อนจะโอนสัญญาณนั้นไปให้กับเซลล์ย่อยที่รับสัญญาณได้ดีที่สุด ส่งผลให้ความสามารถในการตีความของอัลกอริทึมดีขึ้นเป็นต้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย