บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์การถดถอยของตัวแบบเชิงเส้นเชิงเดียว (simple linear regression model) เมื่อตัวแปรตามมีการแจกแจงปกติ และล็อกนอร์มัล โดยผู้วิจัยได้เปรียบเทียบ 2 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least Squares Method) และวิธีเชิงเบส์ (Bayes Method) เมื่อใช้การแจกแจงก่อนเป็นการแจกแจงก่อนของพารามิเตอร์การถดถอยเป็นปกติสองตัวแปร โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Squares of Error) ซึ่งวิธีการคำนวณเกณฑ์การเปรียบเทียบอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$MSE_i = \frac{1}{500}\sum_{j=1}^{500}\left(\theta_{ij} - \beta_i\right)^2$$

$$AMSE = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} MSE_i$$

เมื่อ β_i คือ พารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นเชิงเดียวตัวที่ i, $i = 0,1$

θ_{ij} คือ ค่าประมาณพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นเชิงเดียวตัวที่ i จากการประมาณ ครั้งที่ j ซึ่ง $\theta_{ij} = \hat{\beta}_{ij}$ สำหรับตัวประมาณความควรจะเป็น และ $\theta_{ij} = \beta^*_{ij}$ สำหรับตัวประมาณเบส์ $, i = 0,1;\; j = 1,2,\ldots,500$

k คือ จำนวนพารามิเตอร์การถดถอย ซึ่งเท่ากับ 2

MSE_i คือ ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของค่าประมาณตัวที่ i สำหรับพารามิเตอร์การถดถอยตัวที่ i, $i = 0,1$

ผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยเชิงเส้นเชิงเดียวในกรณีที่ทราบค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน ซึ่งได้เสนอผลการวิจัยในรูปตารางโดยใช้สัญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่าง ๆ

n แทน ขนาดตัวอย่าง

MLENORMAL แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด เมื่อฟังก์ชันความหนาแน่นมีการแจกแจงแบบ ปกติ

BAYES แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเบส์เมื่อใช้การแจกแจงก่อนมีการแจกแจงเป็นปกติ 2 ตัวแปร และ

$$y_i \sim N\left(\underline{\beta}' \underline{x}_i, \sigma^2\right), \underline{x}_i' = (1, x_i),\ \underline{\beta}' = (\beta_0, \beta_1)$$

MLELOGNORMAL แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด เมื่อ ฟังก์ชันความหนาแน่นมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล

BAYESLOG แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเบส์เมื่อใช้การแจกแจงก่อนมีการแจกแจงเป็นปกติ 2 ตัวแปร และ

$$y_i \sim LN\left(\underline{\beta}' \underline{x}_i, \sigma^2\right), \underline{x}_i' = (1, x_i),\ \underline{\beta}' = (\beta_0, \beta_1)$$

AMSE แทน ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

SD(Y) แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 และ 9.0 ตัวแปรอิสระจำลองมาจากการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50.0 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.0 ขนาดตัวอย่าง n เท่ากับ 10 20 30 50 70 และ 90 เวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม β_0, β_1 ของการแจกแจงก่อนคือ $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$ และค่า ρ เท่ากับ -0.3 -0.1 0.5 0.7 และ 0.9 ได้เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมแบ่งเป็น 3 กรณีดังนี้

(1) $\mu_0 = 0.5,\ \mu_1 = 1.0$ ดังนั้น σ_1^2 มีค่า 0.09 0.4225 และ 0.81 ตามลำดับ และ σ_2^2 มีค่า 0.36 1.69 และ 3.24 ตามลำดับ ดังนั้น

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.017 \\ -0.017 & 0.36 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.09 & -0.039 \\ -0.039 & 1.69 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.09 & 0.27 \\ 0.27 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.4225 & 0.819 \\ 0.819 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.81 & 1.458 \\ 1.458 & 3.24 \end{bmatrix}$$

(2) $\mu_0 = 1.0,\ \mu_1 = 2.0$ ดังนั้น σ_1^2 มีค่า 0.36 1.69 และ 3.24 ตามลำดับ และ σ_2^2 มีค่า 1.44 6.76 และ 12.96 ตามลำดับ ดังนั้น

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.216 \\ -0.216 & 1.44 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.36 & -0.156 \\ -0.156 & 6.76 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.36 & 1.08 \\ 1.08 & 12.96 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.69 & 3.276 \\ 3.276 & 12.96 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3.24 & 5.832 \\ 5.832 & 12.96 \end{bmatrix}$$

(3) $\mu_0 = 2.0,\ \mu_1 = 3.0$ ดังนั้น σ_1^2 มีค่า 1.44 6.76 และ 12.96 ตามลำดับ และ σ_2^2 มีค่า 3.24 15.21 และ 29.16 ตามลำดับ ดังนั้น

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.648 \\ -0.648 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.44 & -0.468 \\ -0.468 & 15.21 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.44 & 3.24 \\ 3.24 & 29.16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6.76 & 9.828 \\ 9.828 & 29.16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12.96 & 17.496 \\ 17.496 & 29.16 \end{bmatrix}$$

เราแบ่งการพิจารณาผลการวิจัย ตามการแจกแจงของตัวแปรตาม เป็น 2 กรณี ได้ดังนี้

4.1 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีที่ $Y_i \sim N\left(\underline{\beta}'\underline{X}_i, \sigma^2\right)$, $\underline{X}_i' = (1, X_i)$, $\underline{\beta}' = (\beta_0, \beta_1)$ ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด วิธีเชิงเบส์เมื่อใช้การแจกแจงก่อนร่วมของพารามิเตอร์ 2 ตัว

หัวข้อนี้เป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กรณีที่ $Y_i \sim N\left(\underline{\beta}'\underline{X}_i, \sigma^2\right)$, $\underline{X}_i' = (1, X_i)$, $\underline{\beta}' = (\beta_0, \beta_1)$ ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเชิงเบส์เมื่อใช้การแจกแจงก่อนเป็นปกติสองตัวแปร แบ่งเป็น 3 การพิจารณา ดังนี้

(1) เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$ โดยแบ่งกรณีตามเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\underline{V}$ ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ดังนี้

- กรณีที่ 1 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.017 \\ -0.017 & 0.36 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 2 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.039 \\ -0.039 & 1.69 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 3 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.27 \\ 0.27 & 3.24 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 4 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.4225 & 0.819 \\ 0.819 & 3.24 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 5 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.81 & 1.458 \\ 1.458 & 3.24 \end{bmatrix}$

ผลการวิจัยแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1.1 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเบส์เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน

$\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$

AMSE						
สถานการณ์	MLE	BAYES				
	NORMAL	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5
$n=10$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.2441485	0.248357	0.2514257	0.2742764	0.3114572	0.3546754
3.0	0.2764517	0.2554216	0.2606748	0.3234574	0.3324252	0.3712753
5.0	0.3705841	0.276203	0.2914834	0.3411245	0.3484274	0.3964215
7.0	0.4395876	0.285644	0.3364218	0.35124618	0.3921263	0.4624573
9.0	0.6857653	0.434826	0.4532686	0.4747543	0.5242184	0.5445793
$n=20$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.09871642	0.099912	0.10206421	0.125432	0.1434216	0.1804525
3.0	0.1212547	0.110014	0.11300418	0.131213	0.1651246	0.1841457
5.0	0.1882214	0.134187	0.1604316	0.168415	0.1781342	0.2364571
7.0	0.2132453	0.153214	0.1682867	0.175214	0.1944251	0.2555841
9.0	0.3648627	0.190748	0.2014861	0.224246	0.2484315	0.3018714
$n=30$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.08711464	0.088211	0.08924186	0.0910245	0.0924513	0.1008475
3.0	0.09121635	0.0895642	0.09002648	0.0928243	0.0954216	0.116428
5.0	0.1082451	0.0942316	0.0956415	0.0961243	0.1054216	0.1334214
7.0	0.1442642	0.1034875	0.11221465	0.1146125	0.1391456	0.1532475
9.0	0.2422382	0.1765218	0.1882475	0.191246	0.2003034	0.2174854
$n=50$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.04119513	0.043325	0.04552418	0.047145	0.0554615	0.0701285
3.0	0.05281246	0.048553	0.05028472	0.054457	0.0604215	0.0764841
5.0	0.06592315	0.050196	0.05824831	0.060437	0.0634152	0.0968678
7.0	0.1001145	0.064865	0.06824531	0.078241	0.0832684	0.11122415
9.0	0.1416426	0.080056	0.08425695	0.086215	0.0922415	0.14442165
$n=70$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.02524762	0.0255542	0.02814584	0.0331245	0.0341327	0.0372187
3.0	0.03533256	0.026014	0.03254287	0.0372421	0.0504421	0.0603054
5.0	0.04973168	0.033542	0.04042846	0.0421245	0.0599375	0.07224274
7.0	0.06717528	0.040042	0.05024816	0.053497	0.0700124	0.08915473
9.0	0.09831487	0.072487	0.07521485	0.0802169	0.0922726	0.11008457
$n=90$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.01916485	0.020045	0.02241487	0.024265	0.0262358	0.0402465
3.0	0.02135198	0.022014	0.02425418	0.032352	0.0362587	0.0524245
5.0	0.03923475	0.023241	0.02724187	0.042246	0.0432548	0.0732584
7.0	0.04496357	0.024475	0.03024158	0.050248	0.0602418	0.07992467
9.0	0.07914752	0.042214	0.05284515	0.080425	0.08523684	0.08914284

จากตารางที่ 4.1.1 เราสามารถสรุปผลเมื่อตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ซึ่งจำลองมาจากการแจกแจงปกติ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10) , ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$,

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.017 \\ -0.017 & 0.36 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.09 & -0.039 \\ -0.039 & 1.69 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.09 & 0.27 \\ 0.27 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.4225 & 0.819 \\ 0.819 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.81 & 1.458 \\ 1.458 & 3.24 \end{bmatrix}$$

ในกรณี $SD(\varepsilon_i)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 9.0 ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสรุปถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์

จากผลการวิจัย พบว่า MLENORMAL และ BAYES ให้ประสิทธิภาพตามกรณีของค่าสหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม ดังต่อไปนี้

(1) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -0.3, -0.1 ค่า $\sigma_1^2 = 0.09$, $\sigma_2^2 = 0.36, 1.69$ และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข1 กรณีที่ 1.1 – 1.6 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข1 กรณีที่ 1.7, 1.8 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 3.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

(2) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 5.0 ค่า σ_1^2 = 0.09, σ_2^2 = 3.24 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข1 กรณีที่ 2.7 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0, 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$=5.0, 7.0, 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข1 กรณีที่ 2.1, 2.2, 2.5, 2.6, 3.1, 3.2 ที่ $SD(\varepsilon_i)$=1.0, 3.0 ทุกค่า n พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

(3) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 7.0 ค่า σ_1^2 = 0.4225, σ_2^2 = 3.24 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข1 กรณีที่ 2.3, 2.4, 2.8, 3.3, 3.4 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่

$SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 **พบว่า** BAYES **ให้ประสิทธิภาพมากกว่า** MLENORMAL

(4) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน $\rho = 9.0$ ค่า $\sigma_1^2 = 0.81, \sigma_2^2 = 3.24$ ที่ $SD(\varepsilon_i) = 1.0$, 3.0, 5.0, 7.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 50, 70, 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

2. ผลสรุปเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนและความเอนเอียงของตัวประมาณลดลง ดังนั้นประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

3. ผลสรุปเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์, ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะลดลงเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือ ระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

(2) เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$ โดยแบ่งกรณีตามเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\underline{V}$ ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ดังนี้

- กรณีที่ 1 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.216 \\ -0.216 & 1.44 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 2 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.156 \\ -0.156 & 6.76 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 3 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & 1.08 \\ 1.08 & 12.96 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 4 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.69 & 3.276 \\ 3.276 & 12.96 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 5 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 3.24 & 5.832 \\ 5.832 & 12.96 \end{bmatrix}$

ผลการวิจัยแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1.2 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเบส์เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน

$\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$

AMSE						
สถานการณ์	MLE NORMAL	BAYES				
		กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5
$n=10$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.2441485	0.2521241	0.2642756	0.294816	0.3252181	0.3586532
3.0	0.2764517	0.2604673	0.2700514	0.322962	0.342163	0.3954847
5.0	0.3705841	0.2824673	0.3042756	0.345184	0.361415	0.4012843
7.0	0.4395876	0.3015756	0.3542757	0.385268	0.402515	0.5886825
9.0	0.6857653	0.4412675	0.4793754	0.464164	0.5786214	0.6354871
$n=20$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.09871642	0.1014575	0.1052456	0.1492137	0.1542754	0.2253167
3.0	0.1212547	0.104567	0.1110127	0.1527215	0.1714725	0.2315427
5.0	0.1882214	0.1418675	0.1615465	0.1804675	0.1857754	0.2546545
7.0	0.2132453	0.1642578	0.1702154	0.194672	0.2105248	0.2824467
9.0	0.3648627	0.2012467	0.2346125	0.2542167	0.2842157	0.3342754
$n=30$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.08711464	0.08922452	0.09004576	0.0924573	0.0973154	0.1142154
3.0	0.09121635	0.08993754	0.09055164	0.09431254	0.09743524	0.1376002
5.0	0.1082451	0.10015846	0.10213452	0.10214526	0.1306546	0.1585185
7.0	0.1442642	0.11254628	0.12325415	0.1324841	0.1512187	0.17184424
9.0	0.2422382	0.1846752	0.2012535	0.2171546	0.2314154	0.2405435
$n=50$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.04119513	0.0455426	0.04815124	0.050754	0.0694215	0.0751847
3.0	0.05281246	0.0464216	0.05121342	0.056715	0.0747724	0.0837475
5.0	0.06592315	0.0534275	0.05942164	0.0621548	0.0889154	0.1002451
7.0	0.1001145	0.0764273	0.08154276	0.0904216	0.1200465	0.1342527
9.0	0.1416426	0.0824578	0.08742385	0.0954576	0.1324375	0.1472245
$n=70$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.02524762	0.0265721	0.02983754	0.034159	0.0365241	0.0468241
3.0	0.03533256	0.0378246	0.03814267	0.0484548	0.0572541	0.0673541
5.0	0.04973168	0.0421415	0.0481245	0.0588154	0.0664241	0.08442487
7.0	0.06717528	0.0524158	0.05847543	0.072215	0.0822415	0.09024981
9.0	0.09831487	0.0745156	0.07724745	0.084425	0.09526241	0.11024518
$n=90$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.01916485	0.0224765	0.02573424	0.0282457	0.0354157	0.04953752
3.0	0.02135198	0.0231458	0.02621376	0.0363421	0.0421542	0.06024785
5.0	0.03923475	0.0242761	0.02991543	0.0443747	0.053245	0.07734215
7.0	0.04496357	0.0264275	0.04015724	0.0531579	0.0682312	0.08541676
9.0	0.07914752	0.0542167	0.06043758	0.0822751	0.0891346	0.09241975

จากตารางที่ 4.1.2 เราสามารถสรุปผลเมื่อตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ซึ่งสุ่มมาจากการแจกแจงปกติ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10), ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$,

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.216 \\ -0.216 & 1.44 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.36 & -0.156 \\ -0.156 & 6.76 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.36 & 1.08 \\ 1.08 & 12.96 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.69 & 3.276 \\ 3.276 & 12.96 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3.24 & 5.832 \\ 5.832 & 12.96 \end{bmatrix}$$

ในกรณี $SD(\varepsilon_i)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 9.0 ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสรุปถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์

จากผลการวิจัย พบว่า MLENORMAL และ BAYES ให้ประสิทธิภาพตามกรณีของค่าสหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม ดังต่อไปนี้

(2) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -0.3, -0.1 ค่า σ_1^2 = 0.36, σ_2^2 = 1.44, 6.76 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข2 กรณีที่ 1.1, 1.5 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 3.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(3) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 5.0 ค่า σ_1^2 = 0.36, σ_2^2 = 12.96 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข2 กรณีที่ 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8, 2.7, 3.3 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0 ค่า n = 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข2 กรณีที่ 2.1, 2.2, 2.5, 2.6, 3.1, 3.2 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(4) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 7.0 ค่า σ_1^2 = 1.69, σ_2^2 = 12.96 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข2 กรณีที่ 2.3, 2.4, 2.8, 3.4 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 30, 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(5) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 9.0 ค่า σ_1^2 =3.24, σ_2^2 =12.96 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0,

3.0, 5.0, 7.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 50, 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

2. ผลสรุปเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนและความเอนเอียงของตัวประมาณลดลง ดังนั้นประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

3. ผลสรุปเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์, ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะลดลงเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือ ระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

(3) เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$ โดยแบ่งกรณีตามเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\underline{V}$ ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ดังนี้

- กรณีที่ 1 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.648 \\ -0.648 & 3.24 \end{bmatrix}$

- กรณีที่ 2 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.468 \\ -0.468 & 15.21 \end{bmatrix}$

- กรณีที่ 3 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & 3.24 \\ 3.24 & 29.16 \end{bmatrix}$

- กรณีที่ 4 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 6.76 & 9.828 \\ 9.828 & 29.16 \end{bmatrix}$

- กรณีที่ 5 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 12.96 & 17.496 \\ 17.496 & 29.16 \end{bmatrix}$

ผลการวิจัยแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1.3 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเบส์ เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$

AMSE						
สถานการณ์	MLE	BAYES				
	NORMAL	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5
N=10 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.2441485	0.2484357	0.2544257	0.2651657	0.2736752	0.2788157
3.0	0.2764517	0.2524216	0.2732764	0.2774276	0.2842453	0.291572
5.0	0.3705841	0.2912475	0.3191345	0.3505468	0.3664513	0.432753
7.0	0.4395876	0.3146754	0.3842764	0.4042753	0.418418	0.6115732
9.0	0.6857653	0.4519724	0.4842745	0.5421573	0.6024273	0.6524372
N=20 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.09871642	0.0962456	0.1012437	0.1147243	0.120735	0.130148
3.0	0.1212547	0.1054673	0.1104275	0.1262165	0.1341672	0.1426541
5.0	0.1882214	0.1553546	0.1691245	0.1784275	0.18512456	0.1928415
7.0	0.2132453	0.1715432	0.1942548	0.200154	0.2095126	0.2152156
9.0	0.3648627	0.2214865	0.2542154	0.2745124	0.3554315	0.3602415
N=30 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.08711464	0.08825437	0.0887547	0.089246	0.08951675	0.1584184
3.0	0.09121635	0.09024576	0.0905215	0.0914216	0.09351275	0.162241
5.0	0.1082451	0.09112158	0.0917142	0.1344622	0.1542573	0.1782185
7.0	0.1442642	0.10045735	0.108254	0.1514856	0.1624573	0.1874126
9.0	0.2422382	0.1913457	0.2214587	0.230145	0.2381542	0.2514715
N=50 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.04119513	0.0492154	0.0641367	0.0992452	0.10034215	0.12054184
3.0	0.05281246	0.0541548	0.07124654	0.1020051	0.11545124	0.13592634
5.0	0.06592315	0.0632437	0.08942764	0.1182415	0.1291345	0.1464124
7.0	0.1001145	0.0794582	0.11415732	0.1275127	0.1354584	0.158215
9.0	0.1416426	0.0854216	0.12015427	0.1334234	0.1394572	0.1662188
N=70 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.02524762	0.0287546	0.04243154	0.0642157	0.07714841	0.0839542
3.0	0.03533256	0.0401457	0.05315427	0.0721521	0.08054573	0.0940152
5.0	0.04973168	0.0575148	0.07252485	0.08210342	0.09432457	0.101262
7.0	0.06717528	0.0751474	0.08225415	0.08831546	0.10072484	0.124421
9.0	0.09831487	0.0845413	0.08912753	0.1005184	0.11072458	0.135874
N=90 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.01916485	0.0244375	0.0305745	0.0464675	0.05215473	0.0632156
3.0	0.02135198	0.0351542	0.04148741	0.0544372	0.06421574	0.0752411
5.0	0.03923475	0.0464275	0.05124613	0.0625724	0.07642765	0.08821463
7.0	0.04496357	0.0524245	0.0575276	0.0701579	0.08824518	0.09442184
9.0	0.07914752	0.0584572	0.06657437	0.0842751	0.09842755	0.1101463

จากตารางที่ 4.1.3 เราสามารถสรุปผลเมื่อตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ซึ่งสุ่มมาจากการแจกแจงปกติ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10), ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$,

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.648 \\ -0.648 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.44 & -0.468 \\ -0.468 & 15.21 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.44 & 3.24 \\ 3.24 & 29.16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6.76 & 9.828 \\ 9.828 & 29.16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12.96 & 17.496 \\ 17.496 & 29.16 \end{bmatrix}$$

ในกรณี $SD(\varepsilon_i)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 9.0 ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสรุปถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์

จากผลการวิจัย พบว่า MLENORMAL และ BAYES ให้ประสิทธิภาพตามกรณีของค่าสหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม ดังต่อไปนี้

(6) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -0.3 ค่า σ_1^2 = 1.44, σ_2^2 = 3.24 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข3 กรณีที่ 1.5, 2.1, 2.5, 3.1 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 10, 20, 30 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข3 กรณีที่ 1.2, 1.3, 1.6, 1.7, 1.8 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30 และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(7) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -1.0 ค่า σ_1^2 = 1.44, σ_2^2 =15.21 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข3 กรณีที่ 1.1, 2.2, 2.6, 3.2 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ทุกค่า n พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(8) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 5.0, 7.0 ค่า σ_1^2 = 1.44, 6.76, σ_2^2 = 29.16 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข3 กรณีที่ 2.3, 2.4, 2.7, 2.8, 3.3, 3.4 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 30, 50, 70, 90 และ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า N = 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้า $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า N = 10, 20

และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า N = 10, 20, 30, 50 **พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า** MLELOGNORMAL

(9) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 9.0 ค่า σ_1^2 = 12.96, σ_2^2 = 1.69 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0, 5.0, 9.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 30, 50, 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0, 7.0 ค่า n = 10, 20 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

2. ผลสรุปเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนและความเอนเอียงของตัวประมาณลดลง ดังนั้นประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

3. ผลสรุปเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์, ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะลดลงเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือ ระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

4.2 การเปรียบเทียบตัวประมาณพารามิเตอร์การถดถอยกรณีที่ตัวแปรตาม Y_i แปลงมาจากการแจกแจงล็อกนอร์มัลให้เป็นปกติ โดยอาศัยหลักการ $\ln Y_i$ ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด วิธีเชิงเบส์เมื่อใช้การแจกแจงก่อนร่วมของพารามิเตอร์ 2 ตัว

หัวข้อนี้เป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย กรณีที่ตัวแปรตาม Y_i แปลงมาจากการแจกแจงล็อกนอร์มัลให้เป็นปกติ โดยอาศัยหลักการ $\ln Y_i$ ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเชิงเบส์เมื่อใช้การแจกแจงก่อนเป็นปกติสองตัวแปร แบ่งเป็น 3 การพิจารณา ดังนี้

(1) เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$ โดยแบ่งกรณีตามเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\underline{V}$ ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ดังนี้

- กรณีที่ 1 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.017 \\ -0.017 & 0.36 \end{bmatrix}$ - กรณีที่ 2 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.039 \\ -0.039 & 1.69 \end{bmatrix}$

- กรณีที่ 3 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.27 \\ 0.27 & 3.24 \end{bmatrix}$ - กรณีที่ 4 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.4225 & 0.819 \\ 0.819 & 3.24 \end{bmatrix}$

- กรณีที่ 5 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.81 & 1.458 \\ 1.458 & 3.24 \end{bmatrix}$

ผลการวิจัยที่ได้ แสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.2.1 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเบส์เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน

$$\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$$

AMSE						
สถานการณ์	MLELOG NORMAL	BAYESLOG				
		กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5
N=10 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.2751473	0.2781457	0.2951872	0.304309	0.3227393	0.345636
3.0	0.3361755	0.2992186	0.3034183	0.366531	0.3832589	0.4127944
5.0	0.4793165	0.3548974	0.3601791	0.402142	0.4322868	0.4946726
7.0	0.7831674	0.4024587	0.4624812	0.561546	0.6412634	0.8286763
9.0	0.9313869	0.5043518	0.6257849	0.695519	0.758282	0.8867226
N=20 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.1300345	0.1315002	0.14319577	0.1512669	0.1632649	0.1701914
3.0	0.1559148	0.1420117	0.1503354	0.1602379	0.1703265	0.191609
5.0	0.1899125	0.1542107	0.163468	0.1681438	0.177546	0.2012431
7.0	0.2263457	0.1721393	0.1832657	0.1902347	0.1984494	0.2819338
9.0	0.5034817	0.1993183	0.213685	0.234567	0.3036925	0.3238288
N=30 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.0890358	0.089638	0.09037825	0.0925718	0.1083474	0.1210928
3.0	0.09766525	0.0937286	0.09574369	0.1203664	0.1313374	0.1501372
5.0	0.1471468	0.1102007	0.12001873	0.1325232	0.1426193	0.1625489
7.0	0.1777649	0.1205002	0.1323359	0.1512145	0.167771	0.1824749
9.0	0.3464258	0.1321077	0.1516724	0.1676113	0.1970457	0.2380277
N=50 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.04530315	0.0461676	0.0481005	0.0520017	0.05730889	0.0761278
3.0	0.05801353	0.0468142	0.0554419	0.0623704	0.06818662	0.0847056
5.0	0.0773615	0.0477158	0.0625276	0.0688983	0.0747367	0.0902561
7.0	0.0932371	0.0640225	0.0807561	0.0821094	0.0902324	0.1434508
9.0	0.1915724	0.0718357	0.0858211	0.1000013	0.1305798	0.2006638
N=70 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.03189325	0.0320094	0.03310855	0.0361236	0.05462082	0.0695673
3.0	0.03812348	0.0367661	0.0373007	0.0415189	0.0632989	0.07618393
5.0	0.05231685	0.0391056	0.0412440	0.0421759	0.0763268	0.0923937
7.0	0.07238751	0.0507225	0.0521124	0.0654179	0.0860252	0.1004304
9.0	0.1021595	0.0652231	0.0737959	0.0807506	0.0907422	0.1218232
N=90 $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.01952464	0.0237922	0.0250072	0.0270898	0.034411	0.04055989
3.0	0.02602316	0.0279165	0.0293621	0.0322655	0.038005	0.04850334
5.0	0.04371319	0.0296222	0.0300182	0.0457383	0.054991	0.0672396
7.0	0.05535176	0.0352252	0.043226	0.0574998	0.072551	0.0862885
9.0	0.08326752	0.0564475	0.0611535	0.0852944	0.091307	0.09718596

จากตารางที่ 4.2.1 เราสามารถสรุปผลเมื่อตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ซึ่งจำลองมาจากการแจกแจงปกติ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10) , ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.0 \end{pmatrix}$,
$\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.09 & -0.017 \\ -0.017 & 0.36 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.09 & -0.039 \\ -0.039 & 1.69 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.09 & 0.27 \\ 0.27 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.4225 & 0.819 \\ 0.819 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.81 & 1.458 \\ 1.458 & 3.24 \end{bmatrix}$
ในกรณี $SD(\varepsilon_i)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 9.0 ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสรุปถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์

จากผลการวิจัย พบว่า MLENORMAL และ BAYES ให้ประสิทธิภาพตามกรณีของค่าสหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม ดังต่อไปนี้

(10) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -0.3, -0.1 ค่า $\sigma_1^2 = 0.09$, $\sigma_2^2 = 0.36, 1.69$ และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข4 กรณีที่ 1.1 – 1.6 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข4 กรณีที่ 1.7, 1.8 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 3.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

(2) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 5.0 ค่า σ_1^2 = 0.09, σ_2^2 = 3.24 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข4 กรณีที่ 2.7 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0, 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$=5.0, 7.0, 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข4 กรณีที่ 2.1, 2.2, 2.5, 2.6, 3.1, 3.2 ที่ $SD(\varepsilon_i)$=1.0, 3.0 ทุกค่า n พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

(3) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 7.0 ค่า σ_1^2 = 0.4225, σ_2^2 = 3.24 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข4 กรณีที่ 2.3, 2.4, 2.8, 3.3, 3.4 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่

$SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

(5) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน $\rho = 9.0$ ค่า $\sigma_1^2 = 0.81, \sigma_2^2 = 3.24$ ที่ $SD(\varepsilon_i) = 1.0$, 3.0, 5.0, 7.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 50, 70, 90 พบว่า MLENORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLENORMAL

2. ผลสรุปเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนและความเอนเอียงของตัวประมาณลดลง ดังนั้นประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

3. ผลสรุปเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์, ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะลดลงเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือ ระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

(2) เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$ โดยแบ่งกรณีตามเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\underline{V}$ ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ดังนี้

- กรณีที่ 1 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.216 \\ -0.216 & 1.44 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 2 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.156 \\ -0.156 & 6.76 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 3 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & 1.08 \\ 1.08 & 12.96 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 4 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.69 & 3.276 \\ 3.276 & 12.96 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 5 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 3.24 & 5.832 \\ 5.832 & 12.96 \end{bmatrix}$

ผลการวิจัยแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.2.2 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเบส์ เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน

$$\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$$

AMSE						
สถานการณ์	MLELOG	BAYESLOG				
	NORMAL	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5
$n=10$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.2751473	0.2828187	0.3068474	0.3227845	0.3502546	0.4147487
3.0	0.3361755	0.301935	0.3100539	0.3707215	0.3931518	0.5804582
5.0	0.4793165	0.3644928	0.3765385	0.4144375	0.4412572	0.6584415
7.0	0.7831674	0.4228004	0.5214683	0.6225713	0.6811754	0.8474153
9.0	0.9313869	0.6688363	0.7139001	0.8162541	0.8842876	0.9034535
$n=20$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.1300345	0.133714	0.1463484	0.153224	0.1672415	0.1812186
3.0	0.1559148	0.1458712	0.1524791	0.168143	0.1734874	0.1932187
5.0	0.1899125	0.1571739	0.1701478	0.1795827	0.1844578	0.2195245
7.0	0.2263457	0.1754871	0.1854788	0.1942558	0.2127658	0.3015824
9.0	0.5034817	0.2387421	0.2512843	0.2882585	0.3211481	0.3472586
$n=30$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.0890358	0.09026384	0.09334871	0.1111245	0.1254815	0.1451284
3.0	0.1196652	0.1002154	0.10846847	0.1281675	0.1394645	0.1541427
5.0	0.1471468	0.1132887	0.1264125	0.1352541	0.1584375	0.1724275
7.0	0.1777649	0.1222312	0.1405654	0.1562573	0.1851843	0.2035835
9.0	0.3464258	0.1398742	0.1582418	0.1712345	0.2141459	0.2563253
$n=50$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.04530315	0.0480187	0.05042415	0.0581275	0.06415772	0.0788275
3.0	0.05801353	0.0505139	0.05302418	0.0664275	0.07245751	0.0864872
5.0	0.0773615	0.0623487	0.06823624	0.0720454	0.08574218	0.1074574
7.0	0.0932371	0.0682864	0.08442186	0.0874275	0.10505124	0.1494576
9.0	0.1915724	0.0808413	0.08887565	0.1162584	0.15125454	0.2184277
$n=70$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.03189325	0.0330043	0.03458358	0.0402846	0.0562824	0.0764847
3.0	0.03812348	0.0385487	0.04047519	0.0463183	0.0662157	0.0858455
5.0	0.05231685	0.0434174	0.0484732	0.0548254	0.0832483	0.0978584
7.0	0.07238751	0.06218725	0.05823978	0.0761582	0.0918497	0.11011285
9.0	0.1021595	0.0688416	0.07928748	0.0925723	0.1004297	0.12844157
$n=90$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.01952464	0.024438	0.02887489	0.0352215	0.0482274	0.0528869
3.0	0.02602316	0.0305181	0.03528413	0.0423547	0.0602548	0.0708245
5.0	0.04371319	0.0351842	0.03924137	0.0504578	0.0707284	0.0813784
7.0	0.05535176	0.0432485	0.04921348	0.0604578	0.0771275	0.0992784
9.0	0.08326752	0.0582426	0.06554184	0.0884215	0.0942457	0.1172755

จากตารางที่ 4.2.2 เราสามารถสรุปผลเมื่อตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ซึ่งสุ่มมาจากการแจกแจงปกติ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10), ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 2.0 \end{pmatrix}$,

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 0.36 & -0.216 \\ -0.216 & 1.44 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.36 & -0.156 \\ -0.156 & 6.76 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.36 & 1.08 \\ 1.08 & 12.96 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.69 & 3.276 \\ 3.276 & 12.96 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3.24 & 5.832 \\ 5.832 & 12.96 \end{bmatrix}$$

ในกรณี $SD(\varepsilon_i)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 9.0 ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสรุปถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์

จากผลการวิจัย พบว่า MLENORMAL และ BAYES ให้ประสิทธิภาพตามกรณีของค่าสหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม ดังต่อไปนี้

(1) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -0.3, -0.1 ค่า $\sigma_1^2 = 0.36$, $\sigma_2^2 =$ 1.44, 6.76 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข5 กรณีที่ 1.1, 1.5 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 3.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(2) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 5.0 ค่า $\sigma_1^2 =$ 0.36, $\sigma_2^2 =$ 12.96 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข5 กรณีที่ 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8, 2.7, 3.3 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 5.0, 7.0 ค่า n = 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข5 กรณีที่ 2.1, 2.2, 2.5, 2.6, 3.1, 3.2 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0, 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(3) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 7.0 ค่า σ_1^2 = 1.69, σ_2^2 = 12.96 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข5 กรณีที่ 2.3, 2.4, 2.8, 3.4 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 30, 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(4) **เมื่อ** β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน $\rho = 9.0$ ค่า $\sigma_1^2 = 3.24, \sigma_2^2 = 12.96$ **ที่** $SD(\varepsilon_i) =$ 1.0, 3.0, 5.0, 7.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i) = 9.0$ ค่า $n = 50, 70, 90$ **พบว่า MLELOGNORMAL** ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i) = 9.0, 7.0$ ค่า $n = 10, 20, 30$ **พบว่า BAYES** ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

2. ผลสรุปเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนและความเอนเอียงของตัวประมาณลดลง ดังนั้นประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

3. ผลสรุปเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์, ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะลดลงเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือ ระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

(3) เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$ โดยแบ่งกรณีตามเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\underline{V}$ ของพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อน ดังนี้

- กรณีที่ 1 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.648 \\ -0.648 & 3.24 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 2 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.468 \\ -0.468 & 15.21 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 3 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & 3.24 \\ 3.24 & 29.16 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 4 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 6.76 & 9.828 \\ 9.828 & 29.16 \end{bmatrix}$
- กรณีที่ 5 $\underline{V} = \begin{bmatrix} 12.96 & 17.496 \\ 17.496 & 29.16 \end{bmatrix}$

ผลการวิจัยแสดงดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.2.3 แสดงค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ที่คำนวณได้จากการประมาณพารามิเตอร์การถดถอยด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด และวิธีเบส์ เมื่อเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$

AMSE						
สถานการณ์	MLELOG	BAYESLOG				
	NORMAL	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2	กรณีที่ 3	กรณีที่ 4	กรณีที่ 5
$n=10$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.2751473	0.2945784	0.3151872	0.3501375	0.3775856	0.5343643
3.0	0.3361755	0.3121846	0.3247129	0.3874784	0.4032487	0.6412584
5.0	0.4793165	0.3708463	0.3981486	0.4321548	0.453525	0.7272845
7.0	0.7831674	0.4462451	0.5688149	0.6775357	0.702254	0.8685458
9.0	0.9313869	0.7324571	0.8544278	0.875285	0.9022858	0.9294276
$n=20$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.1300345	0.1384726	0.1501277	0.1644754	0.1725875	0.1861545
3.0	0.1559148	0.1474971	0.151334	0.17204276	0.1802843	0.1974846
5.0	0.1899125	0.1604891	0.1744743	0.1852284	0.1872518	0.2281586
7.0	0.2263457	0.1781844	0.1924718	0.2050426	0.2125159	0.3278541
9.0	0.5034817	0.2722437	0.2875194	0.3154854	0.3501243	0.4435286
$n=30$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.0890358	0.0932486	0.1081794	0.1195498	0.1427455	0.1635421
3.0	0.1196652	0.1044874	0.1107285	0.1214263	0.1502585	0.1761538
5.0	0.1471468	0.1158724	0.1292457	0.15414528	0.1624542	0.1832475
7.0	0.1777649	0.1371482	0.1453698	0.1855875	0.1901575	0.2358483
9.0	0.3464258	0.1541837	0.1675825	0.1942423	0.2205835	0.3624573
$n=50$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.04530315	0.0502418	0.05428641	0.0615421	0.06845784	0.08153215
3.0	0.05801353	0.0648182	0.06825952	0.0722724	0.07625198	0.09257814
5.0	0.0773615	0.0682418	0.08124158	0.0864572	0.0922575	0.12142835
7.0	0.0932371	0.0752416	0.09712694	0.0971583	0.1272462	0.1632385
9.0	0.1915724	0.083284	0.09928564	0.1202251	0.1654356	0.22528141
$n=70$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.03189325	0.0352849	0.03726158	0.0492548	0.06242746	0.08225185
3.0	0.03812348	0.04152871	0.04254874	0.0572525	0.07115784	0.09476528
5.0	0.05231685	0.0562168	0.06044247	0.0662548	0.08684873	0.10021525
7.0	0.07238751	0.0772148	0.09221284	0.0902751	0.09544218	0.11853754
9.0	0.1021595	0.0712489	0.09327871	0.1105487	0.12042734	0.1324578
$n=90$ $SD(\varepsilon_i)$						
1.0	0.01952464	0.0256845	0.0308418	0.0398454	0.05215487	0.06858452
3.0	0.02602316	0.0320037	0.0367482	0.0461245	0.06848543	0.07825818
5.0	0.04371319	0.0484918	0.0520426	0.0644576	0.07415487	0.08552158
7.0	0.05535176	0.0624372	0.06859864	0.0744519	0.08428575	0.10642871
9.0	0.08326752	0.0612846	0.07252846	0.0907849	0.0974576	0.12722484

จากตารางที่ 4.2.3 เราสามารถสรุปผลเมื่อตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ซึ่งสุ่มมาจากการแจกแจงปกติ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10), ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงก่อน $\underline{\mu} = \begin{pmatrix} 2.0 \\ 3.0 \end{pmatrix}$,

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} 1.44 & -0.648 \\ -0.648 & 3.24 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.44 & -0.468 \\ -0.468 & 15.21 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.44 & 3.24 \\ 3.24 & 29.16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6.76 & 9.828 \\ 9.828 & 29.16 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 12.96 & 17.496 \\ 17.496 & 29.16 \end{bmatrix}$$

ในกรณี $SD(\varepsilon_i)$ มีค่าเท่ากับ 1.0 3.0 5.0 7.0 9.0 ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสรุปถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์

จากผลการวิจัย พบว่า MLENORMAL และ BAYES ให้ประสิทธิภาพตามกรณีของค่าสหสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ ค่าความแปรปรวนของพารามิเตอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตาม ดังต่อไปนี้

(1) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -0.3 ค่า $\sigma_1^2 = 1.44$, $\sigma_2^2 = 3.24$ และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข6 กรณีที่ 1.5, 2.1, 2.5, 3.1 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0 ค่า n = 10, 20, 30 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ทุกค่า n พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL ส่วนจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข6 กรณีที่ 1.2, 1.3, 1.6, 1.7, 1.8 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$= 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30 และที่ $SD(\varepsilon_i)$= 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50, 70 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(2) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = -1.0 ค่า $\sigma_1^2 = 1.44$, $\sigma_2^2 = 15.21$ และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข6 กรณีที่ 1.1, 2.2, 2.6, 3.2 ที่ $SD(\varepsilon_i)$= 1.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 50, 70, 90 และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ทุกค่า n พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 3.0, 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20, 30 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(3) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 5.0, 7.0 ค่า σ_1^2 = 1.44, 6.76, σ_2^2 = 29.16 และจากภาคผนวก ข ในตารางที่ ข6 กรณีที่ 2.3, 2.4, 2.7, 2.8, 3.3, 3.4 ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0 ทุกค่า n และ $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 30, 50, 70, 90 และ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้า $SD(\varepsilon_i)$ = 5.0, 7.0 ค่า n = 10, 20

และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 10, 20, 30, 50 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

(4) เมื่อ β_0 และ β_1 มีสหสัมพันธ์กัน ρ = 9.0 ค่า $\sigma_1^2 = 12.96, \sigma_2^2 = 1.69$ ที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 1.0, 3.0, 5.0, 9.0 ทุกค่า n และที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0 ค่า n = 30, 50, 70, 90 พบว่า MLELOGNORMAL ให้ประสิทธิภาพมากกว่า BAYES แต่ถ้าที่ $SD(\varepsilon_i)$ = 9.0, 7.0 ค่า n = 10, 20 พบว่า BAYES ให้ประสิทธิภาพมากกว่า MLELOGNORMAL

2. ผลสรุปเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น เนื่องจากขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นทำให้ความแปรปรวนและความเอนเอียงของตัวประมาณลดลง ดังนั้นประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

3. ผลสรุปเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น

ค่า AMSE จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น เนื่องจากสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์, ส่วนเบี่ยงมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนเป็นสัดส่วนที่แปรผันตามค่า AMSE ประสิทธิภาพของตัวประมาณพารามิเตอร์จะลดลงเมื่อสหสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์, ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ หรือ ระดับของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพิ่มขึ้น