บทที่ 2

วิธีดำเนินการวิเคราะห์โมเดล

2.1 <u>แหล่งที่มาและการรวบรวมข้อมูล</u>

2.1.1 แหล่งที่มาของข้อมูล จำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้ในกรุงเทพมหานคร ได้รวบรวมมาจากสถานีดับเพลิง เขตเหนือ, เขตใต้ และเขตธนบุรี

สถานีดับเพลิงเขตเหนือมีดังนี้

1. สถานีดับเพลิงพญาไท
2. สถานีดับเพลิงดุสิต
3. สถานีดับเพลิงลาดพร้าว
4. สถานีดับเพลิงบางซ่อน
5. สถานีดับเพลิงบางเขน
6. สถานีดับเพลิงห้วยขวาง
7. สถานีดับเพลิงลาดยาว
8. สถานีดับเพลิงหัวหมาก
9. สถานีดับเพลิงบางกะปิ

สถานีดับเพลิงเขตใต้มีดังนี้

1. สถานีดับเพลิงภูเขาทอง
2. สถานีดับเพลิงยานนาวา
3. สถานีดับเพลิงสวนมะลิ
4. สถานีดับเพลิงบรรทัดทอง
5. สถานีดับเพลิงบางรัก

6. สถานีดับเพลิงพระโขนง

7. สถานีดับเพลิงคลองเตย

8. สถานีดับเพลิงถนนจันทน์

สถานีดับเพลิงเขตธนบุรีมีดังนี้

1. สถานีดับเพลิงธนบุรี

2. สถานีดับเพลิงดาวคนอง

3. สถานีดับเพลิงบางอ้อ

4. สถานีดับเพลิงบางแค

5. สถานีดับเพลิงตลาดพลู

6. สถานีดับเพลิงบางขุนนนท์

7. สถานีดับเพลิงบวรมงคล

2.1.2 ข้อมูลที่รวบรวมมาทั้งหมดจากสถานีดับเพลิงทั้งสามเขต เป็นข้อมูลแบบทุติยภูมิ (Secondary data) ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2509 ถึงปี พ.ศ. 2515 มีรายละเอียดดังตารางที่ 1

2.2 <u>โมเดลสำหรับการวิเคราะห์</u>

การสร้างโมเดลสำหรับการวิเคราะห์จำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้ในกรุงเทพมหานครนั้น จะทำการวิเคราะห์ในลักษณะค่าแนวโน้มตามลำดับเวลาและค่าดัชนีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล

2.2.1 การวิเคราะห์แนวโน้มตามลำดับเวลาแบบโปลิโนเมียล โดยใช้เทคนิคที่เรียกว่าออร์ทอกอนอล โปลิโนเมียล การศึกษาเรื่องนี้จะพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของฟังค์ชั่น (Functional Relationship) ของตัวผันแปรที่สัมพันธ์กัน จะเริ่มศึกษาความสัมพันธ์ของฟังค์ชั่นตั้งแต่โมเดลเส้นตรงอย่างง่าย ดังตัวอย่าง สมมุติว่าระยะทาง S ของ

ตารางที่ 1 สถิติจำนวนครั้งของเพลิงไหม้เป็นรายเดือนของ
กรุงเทพมหานคร 2509 – 2515

พ.ศ. / เดือน	2509	2510	2511	2512	2513	2514	2515
มกราคม	35	40	46	27	27	36	47
กุมภาพันธ์	39	42	28	49	37	21	54
มีนาคม	51	54	45	77	49	44	93
เมษายน	28	36	38.	78	37	46	34
พฤษภาคม	32	20	16	54	23	34	42
มิถุนายน	20	18	33	51	28	32	24
กรกฎาคม	21	19	28	31	18	16	37
สิงหาคม	20	28	28	38	14	28	40
กันยายน	21	18	34	44	19	13	41
ตุลาคม	24	24	43	26	28	15	33
พฤศจิกายน	24	31	41	22	26	35	24
ธันวาคม	28	36	59	32	38	37	27
รวม	343	366	439	529	342	357	496

ที่มา : แผนกสถิติกองบังคับการตำรวจดับเพลิง กรมตำรวจ

วัตถุเคลื่อนที่ไปในเวลา t กำหนดได้ด้วยสมการ $S = \alpha_0 + \alpha_1 t$ โดยที่ α_1 เป็นความเร็วเฉลี่ย และ α_0 เป็นตำแหน่งที่วัตถุอยู่ ณ เวลา $t = 0$ ถ้าสมมุติว่า α_0, α_1 ไม่ทราบค่าและ S กับ t สามารถที่จะสังเกตได้ จะหาค่า α_0 และ α_1 ได้จากการแก้สมการนั้น ถ้ากำหนดให้ $S = 2$ กับ $t = 1$ และ $S = 11$ กับ $t = 4$ จะได้ว่า $2 = \alpha_0 + \alpha_1$ และ $11 = \alpha_0 + 4\alpha_1$ แก้สมการจะได้ $\alpha_0 = -1, \alpha_1 = 3$ ดังนั้นสมการที่ได้ก็คือ $S = -1 + 3t$

สมมุติว่าถ้าค่า S นั้นไม่สามารถที่จะสังเกตได้อย่างแน่นอน แต่มีความคลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นลักษณะของการสุ่ม ซึ่งสมมุติว่า y สามารถที่จะสังเกตได้โดยให้ $y = S + e$ เมื่อ e คือการสุ่มของความคลาดเคลื่อนมีมัชฌิม เลขคณิตเป็น 0 ดังนั้น แทนค่าสมการจะได้

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 t + e$$

เมื่อ y คือตัวผันแปรแบบสุ่มของตัวแปรที่สังเกตได้

t คือค่าตัวผันแปรที่สังเกตได้ทางคณิตศาสตร์

e คือตัวผันแปรที่ไม่สามารถสุ่มได้

α_0 คือพารามีเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

α_1 คือพารามีเตอร์ที่ไม่ทราบค่า

ซึ่งไม่สามารถจะหาค่า α_0 กับ α_1 เมื่อทราบค่า y กับ t หลาย ๆ ชุด จุดมุ่งหมายในที่นี้ก็คือ การสร้างโมเดลสำหรับหา α_0 กับ α_1 เมื่อทราบค่าของชุด y กับ t ซึ่งในทางสถิติมีวิธีที่จะประมาณค่าของ α_0, α_1 และ S ได้ ซึ่งเรียกว่าโมเดลของความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่นด้วยการวัดความคลาดเคลื่อน

โมเดลเส้นตรงอย่างง่ายเป็นความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่น ซึ่งกำหนดให้ y_1, y_2 .... y_n เป็นตัวผันแปรที่สุ่มที่สังเกตได้และเป็นอิสระกัน และ $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot t_i + e_i$ เมื่อ α_0 กับ α_1 คือ พารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า t_i คือตัวผันแปรทางคณิตศาสตร์ที่สังเกตได้ และ e_i คือตัวแปรที่ไม่สามารถสังเกตเป็นอิสระมีมัชฌิมเลขคณิต 0 และความแปรปรวน δ^2 และ δ^2 ไม่เป็นฟังก์ชั่นของ α_0, α_1 และ t_i จากที่กำหนดให้ทั้งหมดคือโมเดลเส้นตรง ซึ่งจะกล่าวถึงการหาโมเดลที่จะใช้แทนข้อมูลที่สังเกตได้ภายใต้เงื่อนไขว่า ตัวผันแปรที่สุ่มได้มีการแจกแจงปกติดังนี้คือ

กำหนดให้ t_i คือตัวผันแปรทางคณิตศาสตร์ (สามารถกำหนดค่าได้)

Y_i คือตัวผันแปรที่มีการแจกแจงปกติ มีมัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ $\alpha_0 + \alpha_1 \cdot t_i$

(t_i, Y_i) คือเซทของ (t, Y) ที่สังเกตได้หลาย ๆ ชุด

e_i คือความคลาดเคลื่อนมีมัชฌิมเลขคณิต 0 และความแปรปรวนเท่ากับ δ^2

ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสำหรับการประมาณตัวพารามิเตอร์ α_0 และ α_1 การที่ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดก็เพราะว่า เส้นตรงที่หามาได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นเส้นที่ลากผ่าน (t_i, Y_i) ได้มากที่สุดกว่าเส้นตรงอื่น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เส้นตรงที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะเป็นเส้นที่ทำให้ผลต่างระหว่าง Y ที่สังเกตกับ Y ที่ประมาณมีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ $\sum e^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2$ มีค่าน้อยที่สุด

การประมาณค่าพารามิเตอร์มีดังนี้

ให้ $e = Y - \hat{Y}$

$= Y - (\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t)$

$$e^2 = \left[Y - (\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t)\right]^2$$

$$\sum e^2 = \sum\left[Y - (\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t)\right]^2$$

หาอนุพันธ์ทั้งสองข้าง เทียบต่อพารามีเตอร์แต่ละตัวแล้วให้เท่ากับ 0 ดังนั้น

$$\frac{\partial(\sum e^2)}{\partial \alpha_0} = \frac{\partial}{\partial \alpha_0}\left[\sum\left[Y - (\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t)\right]^2\right] = 0 \; ..... \; (1)$$

$$\frac{\partial(\sum e^2)}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left[\sum\left[Y - (\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t)\right]^2\right] = 0 \; ..... \; (2)$$

จาก (1) และ (2) ทำเป็นอย่างง่ายจะได้

$$\sum Y = n\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \sum t$$

$$\sum tY = \hat{\alpha}_0 \sum t + \hat{\alpha}_1 \sum t^2$$

สมการทั้งสองสมการ เรียกว่าสมการปกติ ซึ่งใช้สำหรับแก้สมการหาค่าพารามีเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ซึ่งนำไปแทนค่าในสมการ จะได้สมการสำหรับการคาดคะเนคือ

$$\hat{Y} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 t$$

ถ้า Y มีความสัมพันธ์กับตัวแปรหลาย ๆ ตัวในลักษณะสมการเส้นตรง ซึ่งจะเรียกว่าโมเดลทั่วไปของเส้นตรง ซึ่งอยู่ในรูป

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 t_{1i} + \alpha_2 t_{2i} + \cdots + \alpha_n t_{ni} + e_i$$

หรือเขียนสั้น ๆ ได้ว่า $y_i = \sum_{j=0}^{n} \alpha_j t_{ji} + e_i$ โดยที่ $E(e_i) = 0$ และ $E(e_i^2) = \sigma^2$ และใช้วิธีการเช่นเดียวกับโมเดลเส้นตรงอย่างง่าย หาพารามีเตอร์ภายในเงื่อนไขมัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 0 และความแปรปรวน σ^2 และเขียนรูปสมการแบบแมทริกดังนี้

$$\underset{(n\times 1)}{\underline{y}} = \underset{(n\times p)}{\underline{t}} \cdot \underset{(p\times 1)}{\underline{\infty}} + \underset{(n\times 1)}{\underline{e}}$$

จะได้สมการปกติสำหรับแก้สมการหาค่าพารามีเตอร์คือ

$$\underline{t}'\underline{t}\,\underline{\widehat{\infty}} = \underline{t}'\underline{y}$$

จากสมการปกติจะได้ค่าพารามีเตอร์คือ

$$\underline{\widehat{\infty}} = (\underline{t}'\underline{t})^{-1}\,\underline{t}'\underline{y}$$

ฉะนั้น โมเดลสำหรับการคาดคะเนคือ

$$\hat{y} = \hat{\infty}_0 + \hat{\infty}_1 t_1 + \hat{\infty}_2 t_2 + \ldots\ldots + \hat{\infty}_n t_n$$

<u>โปลิโนเมียลโมเดล</u> (Polynomials Model)

โปลิโนเมียล 1/ (Polynomials) คือ ผลบวกจำนวนจำกัดของเทอมที่เป็นนิพจน์ทางพีชคณิต ซึ่งแต่ละเทอมประกอบด้วยผลคูณของตัวเลขกับตัวอักษรที่ใช้แทนความหมายต่าง ๆ ในทางกายภาพและอาจจะมีเครื่องหมายลบอยู่ด้วยก็ได้ โดยทั่วไปโปลิโนเมียลจะเรียงลำดับกำลังตัวแปร (Variables) จากกำลังมากไปหากำลังน้อยหรือกลับกันก็ได้ รูปทั่วไปของโปลิโนเมียล (Polynomials) คือ

$$Y^{2/} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + \ldots\ldots + a_n t^n$$

เมื่อ $a_0, a_1, a_2 \ldots\ldots\ldots, a_n$ เป็นตัวคงที่

t เป็นตัวแปรอิสระ

y เป็นตัวแปรตาม

1/ เมธา สุขวารี น.ต. "<u>คณิตศาสตร์ธุรกิจ</u>" เล่ม 1 หน้า 79

2/ Ruel V. Churchill, <u>Complex Variables and Applications</u>. p. 20.

การเรียกชื่อโปลิโนเมียลนั้นจะพิจารณากำลังสูงสุดของตัวแปรต้นเป็นเกณฑ์ เช่น

$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ เรียกว่าโปลิโนเมียลอันดับที่สาม

$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4$ เรียกว่าโปลิโนเมียลอันดับที่สี่

$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$ เรียกว่าโปลิโนเมียลอันดับที่ห้า

$y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \ldots\ldots\ldots a_nt^n$ เรียกว่าโปลิโนเมียลอันดับ n

พิจารณาโปลิโนเมียลอันดับที่ n ซึ่งเป็นฟังค์ชั่นทางคณิตศาสตร์ คือ

$$Y_c = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_nt^n$$

แต่ความสัมพันธ์ของฟังค์ชั่นระหว่างค่าของ Y กับค่าของ t ซึ่งที่แท้จริงกำหนดได้ในรูปสมการ ดังนี้

$$Y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots a_nt^n + \epsilon_t$$

โดยที่ ϵ_t เป็น Residual หรือ **Error** term และเขียนเป็นรูปแมทริกได้เช่นเดียวกับโมเดลเส้นตรงทั่ว ๆ ไป

$$\underset{(n \times 1)}{\underline{Y}} = \underset{(n \times m)}{\underline{t}} \; \underset{(m \times 1)}{\underline{a}} + \underset{(n \times 1)}{\underline{\epsilon}}$$

และจากโมเดลทั่วไปของสมการเส้นตรงสมมุติให้ $t_1 = t$, $t_2 = t^2$ และเรื่อยไปจนกระทั่ง $t_n = t^n$ และกำหนดเงื่อนไขว่า $\underline{\epsilon}$ มีการแจกแจงปกติซึ่ง $E(\underline{\epsilon}) = 0$ กับ $E(\underline{\epsilon}^2) = \delta^2$ จากนั้นก็ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด หาสมการปกติได้เช่นเดียวกับโมเดลของเส้นตรงทั่วไป

$$(\underline{t}'\underline{t})\,\hat{\underline{a}} = \underline{t}'\underline{Y}$$

จากสมการปกติหาค่าของพารามิเตอร์ที่ประมาณคือ

$$\hat{\underline{a}} = (\underline{t}'\underline{t})^{-1} \underline{t}'\underline{Y}$$

ปัญหาที่สำคัญในการประมาณ $\underline{a}$ นั้นขึ้นอยู่กับแมทริกและตัวเลข ซึ่งเป็นสมาชิกของแมทริกมีความยากง่ายแค่ไหน รวมทั้งการหาส่วนกลับของแมทริก (Inverse Matrices) จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องหาเทคนิคต่าง ๆ มาช่วยในการแก้ปัญหา ในที่นี้จะใช้เทคนิคที่เรียกว่า ออร์ทอกอนอลโปลิโนเมียลมาช่วยในการคิดคำนวณ หลักการใหญ่ ๆ ก็คือพยายามทำแมทริกให้ง่ายเข้า โดยการลดตัวเลขลงมาและทำให้สมาชิกของแมทริกมีค่าเฉพาะบนเส้นทะแยงมุมของแมทริกเท่านั้น ส่วนเหนือและใต้เส้นทะแยงมุมของแมทริกค่าของสมาชิกเป็นศูนย์ทุกตัวซึ่งจะศึกษาเรื่องของออร์ทอกอนอล โปลิโนเมียลต่อไป

ออร์ทอกอนอล โปลิโนเมียล [3] (Orthogonal Polynomial)

ถ้า $\phi_1(t), \phi_2(t), \ldots\ldots \phi_m(t)$ เป็นโปลิโนเมียลอันดับที่ j ในเทอมของ t จะกล่าวว่าเป็น ออร์ทอกอนอล โปลิโนเมียลได้ก็ต่อเมื่อ $\sum_t \phi_i(t).\phi_j(t) = 0$ สำหรับทุกค่าของ i,j เมื่อ $i \neq j$ สามารถเขียนเป็นโมเดลได้ดังนี้

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1\phi_1(t) + \alpha_2\phi_2(t) + \ldots\ldots + \alpha_m\phi_m(t) + \epsilon_t$$

เมื่อ j เป็นตัวคงที่เมื่อ $j = 0, 1, 2 \ldots\ldots m$

t เป็นตัวผันแปรอิสระทางคณิตศาสตร์

Y_t เป็นตัวผันแปรตาม สามารถสังเกตได้

ϵ_t เป็นค่าของความคลาดเคลื่อน

---

[3] I.M.Chakravarti, and others, Handbook of Method, of Applied Statistics. p. 216

จากรูปทั่วไปของโปลิโนเมียลโมเดลสามารถประมาณค่าของพารามีเตอร์เช่นเดียวกับโมเดลทั่วไปของเส้นตรง กล่าวคือใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด ประมาณค่าของ α_i ได้ดังนี้

$$\hat{\alpha}_0 = \frac{1}{n} \sum_t Y_t$$

$$\hat{\alpha}_j = \frac{\sum_t Y_t \, \phi_j(t)}{\sum_t \phi_j(t)^2} \quad ; \quad j = 1, 2, \ldots\ldots\ldots m.$$

อนึ่ง สำหรับค่า $\phi_j(t)$ สามารถหามาได้จาก Fisher and Yates in Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Reserch (ตารางที่ 23) จะกำหนดค่าของ $\phi_j(t)$, $\sum_t \phi_j(t)^2$ และ λ_j เป็นตัวคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนข้อมูล (n)

$\phi_j(t)$ นั้นสามารถที่จะหาในเทอมของ λ_j และ ξ_j ดังสมการ

$$\phi_j(t) = \lambda_j \, \xi_j$$

โดยที่

$$\xi_0 = 1$$

$$\xi_1 = t - \tfrac{1}{2}(n+1)$$

$$\xi_{j+1} = \frac{j^2(n^2 - j^2)}{4(4j^2 - 1)} \cdot \xi_{j-1}$$

เพื่อความสะดวกและรวดเร็วกำหนดให้ $\xi_1 = t - \frac{1}{2}(n+1) = U$ จากสูตรข้างต้น และการกำหนดค่า U จะทำให้หา ξ_j และ $\phi_j(t)$ในเทอมของ U ตามตารางที่ 2 และตารางที่ 3

โมเดลสำหรับการคาดคะเนโปลิโนเมียลแบบออร์ทอกอนอล คือ

$$\hat{Y} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1\phi_1(t) + \hat{\alpha}_2\phi_2(t) + \ldots\ldots + \hat{\alpha}_m\phi_m(t)$$

ตารางที่ 2 แสดงค่าของ ξ_{j+1}

j	$\xi_{j+1} = \xi_1 \xi_j - \frac{j^2(n^2 - j^2)}{4(4j^2 - 1)} \cdot \xi_{j-1}$
1	$\xi_2 = U^2 - \frac{n^2 - 1}{12}$
2	$\xi_3 = U^3 - \frac{3n^2 - 7}{20} U$
3	$\xi_4 = U^4 - \frac{3n^2 - 13}{14} U^2 + \frac{3}{560} (n^2 - 1)(n^2 - 9)$
4	$\xi_5 = U^5 - \frac{35}{126} (n^2 - 7) U^3 + \frac{1}{1008} (15n^4 - 230n^2 + 407) U$

หมายเหตุ (1) $U = t - \frac{1}{2}(n + 1)$

(2) $\xi_0 = 1$

(3) $\xi_1 = U$

ตารางที่ 3 แสดงค่าของ $\phi_j(t)$

j	$\phi_j(t) = \lambda_j \xi_j$
0	$\phi_o(t) = 1$
1	$\phi_1(t) = \lambda_1 \xi_1 = \lambda_1 U$
2	$\phi_2(t) = \lambda_2 \xi_2 = \lambda_2 \left[U^2 - \frac{n^2 - 1}{12}\right]$
3	$\phi_3(t) = \lambda_3 \xi_3 = \lambda_3 \left[U^3 - \frac{3n^2 - 7}{20} U\right]$
4	$\phi_4(t) = \lambda_4 \xi_4 = \lambda_4 \left[U^4 - \frac{3n^2 - 13}{14} U^2 + \frac{3}{560} (n^2 - 1)(n^2 - 9)\right]$
5	$\phi_5(t) = \lambda_5 \xi_5 = \lambda_5 \left[U^5 - \frac{35}{126} (n^2 - 7) U^3 + \frac{1}{1008} (15n^4 - 230n^2 + 407) U\right]$

การพิจารณาว่าอนุกรมเวลาชุดใดชุดหนึ่งมีค่าแนวโน้มตามลำดับเวลาเป็นอย่างไร จะต้องเริ่มต้นด้วยการเขียนกราฟเพื่อที่จะได้ภาพพจน์โดยกว้าง ๆ เกี่ยวกับแนวโน้มของอนุกรมนั้นว่ามีลักษณะเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้ง โดยกำหนดให้แกน X แทนระยะเวลา และแกน Y แทนข้อมูลของอนุกรมเวลานั้น ๆ และนำข้อมูลนั้นมาเขียนภาพ (Scat--ter Diagram) จากภาพ Scatter Diagram จะทำให้พอมองเห็นแนวโน้มว่าเป็นเส้นตรงหรือโค้ง ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกันกับลักษณะของกลุ่มข้อมูลเดิม เส้นตรงหรือโค้งที่มีแนวโน้มใกล้เคียงกับลักษณะอันแท้จริงของกลุ่มข้อมูลเดิมเรียกว่า เส้นตรงหรือเส้นโค้งประมาณ ซึ่งเป็นแนวสร้างที่จะสร้างโมเดลแทนข้อมูลเดิม

จากเส้นตรงหรือเส้นโค้งที่ได้จากการประมาณ โดยวิธีกราฟมีหลักพิจารณาง่าย ๆ ดังนี้ โดยกำหนดให้

t คือตัวผันแปรอิสระ (แกน X แทนระยะเวลา)

Y คือตัวผันแปรตาม (แกน Y แทนค่าของข้อมูลในอนุกรม)

a_i คือตัวคงที่ โดยที่ $i = 0, 1, 2, \ldots\ldots\ldots n$

1. ถ้ากราฟที่ประมาณได้มีลักษณะเป็นเส้นตรง ดังภาพที่ 1 ก. โมเดลสำหรับการประมาณคือ

$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t$$

2. ถ้ากราฟมีลักษณะโค้งเดียว ดังภาพที่ 1 ข. โมเดลสำหรับการประมาณคือ

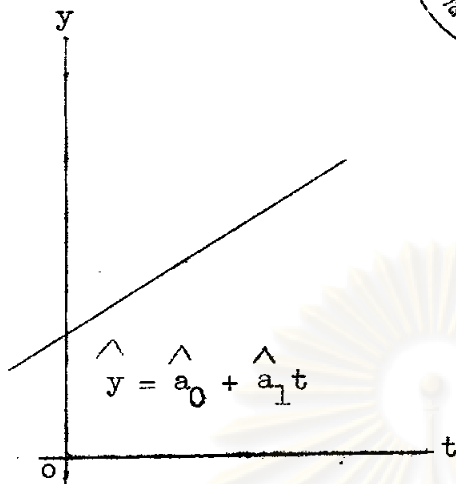
$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 t^2$$

3. ถ้ากราฟมีลักษณะสองโค้งดังภาพที่ 1 ค. โมเดลสำหรับการประมาณคือ

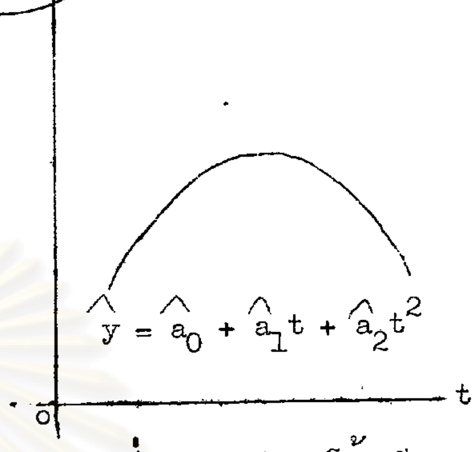
$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 t^2 + \hat{a}_3 t^3$$

4. ถ้ากราฟมีลักษณะสามโค้ง ดังภาพที่ 1 ง. โมเดลสำหรับการประมาณคือ

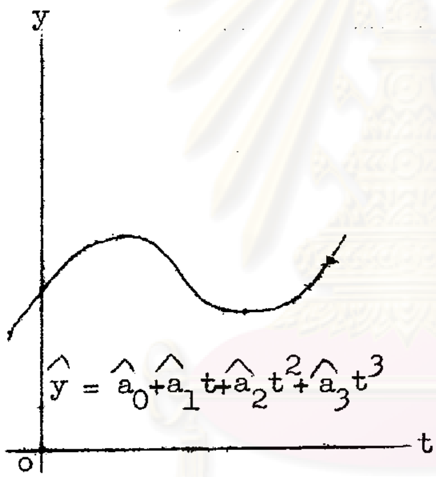
$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 t^2 + \hat{a}_3 t^3 + \hat{a}_4 t^4$$



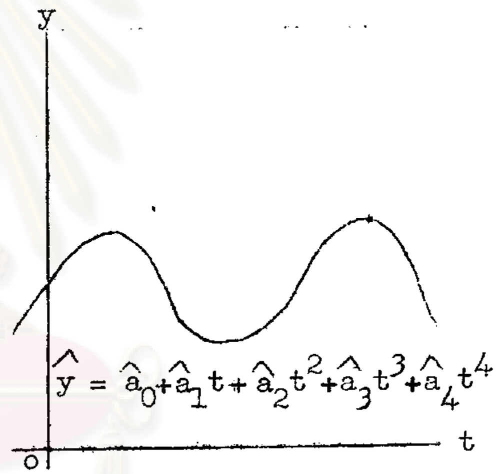
ภาพที่ 1 ก. ลักษณะเส้นตรง



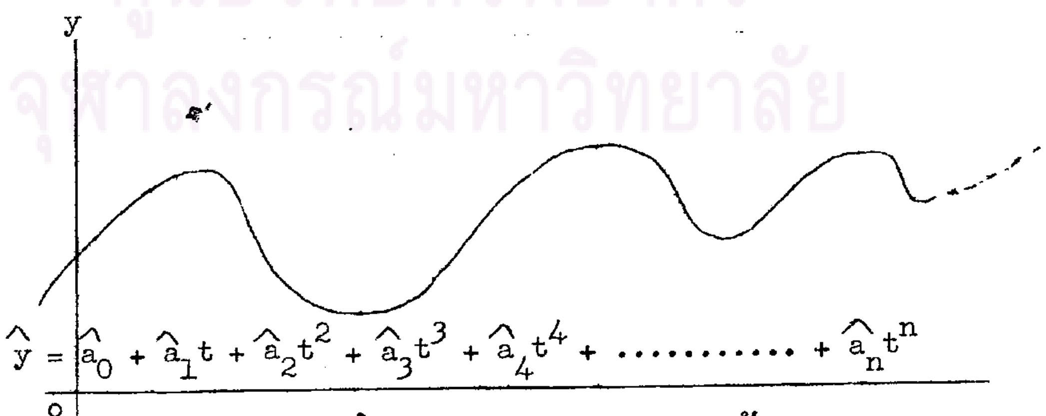
ภาพที่ 1 ข. ลักษณะโค้งเดียว



ภาพที่ 1 ค. ลักษณะสองโค้ง



ภาพที่ 1 ง. ลักษณะสามโค้ง



ภาพที่ 1 จ. ลักษณะ (n - 1) โค้ง

5. ถ้ากราฟมีลักษณะ (n - 1) โค้ง ดังภาพที่ 1 จ. โมเดลสำหรับการประมาณคือ

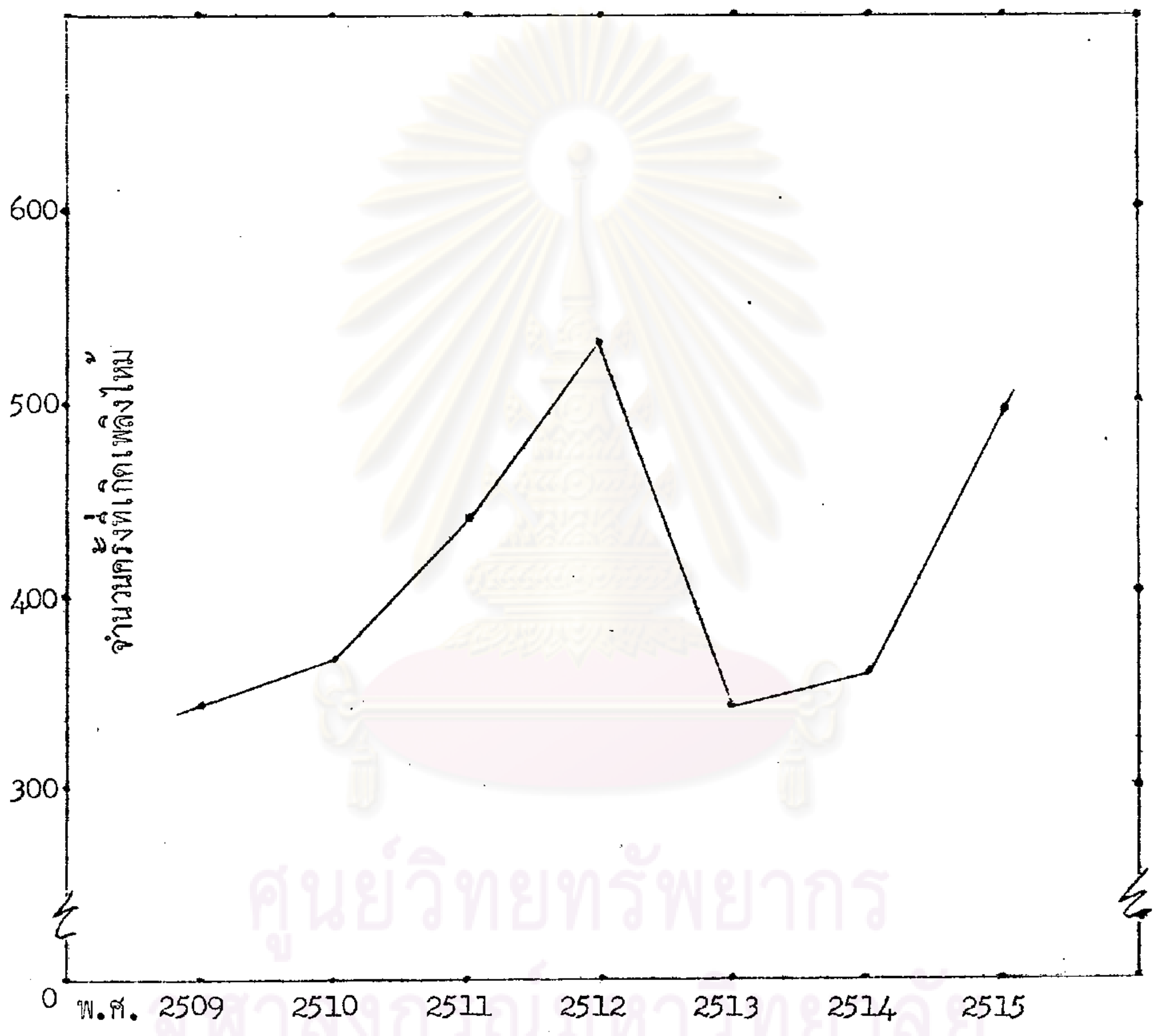
$$\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 t^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \hat{a}_n t^n$$

จากข้อที่หนึ่งถึงข้อที่ห้านั้นโมเดลที่ใช้สำหรับประมาณข้อมูลเดิมก็คือโปลิโนเมียลนั่นเอง กล่าวคือ ข้อที่หนึ่งเป็นโปลิโนเมียลอันดับที่หนึ่งหรือสมการเส้นตรง ข้อสองเป็นโปลิโนเมีย อันดับที่สอง หรือสมการรูปพาราโบล่า และข้อที่สามเป็นโปลิโนเมียลอันดับที่สาม เป็นต้น ในทำนองเดียวกัน สรุปได้ว่า จะเป็นโปลิโนเมียลอันดับที่ n กราฟนั้นต้องมีลักษณะ n - 1 โค้งนั่นเอง

สถิติจำนวนครั้งของการเกิดเพลิงไหม้ในกรุงเทพมหานคร ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2509 ถึงปี พ.ศ. 2515 มีดังนี้

ปี พ.ศ.	จำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้
2509	343
2510	366
2511	439
2512	529
2513	342
2514	357
2515	496
รวม	2,872

ถ้านำมาเขียนกราฟโดยให้ปี พ.ศ. และจำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้ ดังภาพที่ 2 จะเห็นว่า ค่าแนวโน้มตามลำดับเวลาจะมีลักษณะเป็นโปลิโนเมียล ส่วนจะเป็นโปลิโนเมียลอันดับที่เท่า จากการพิจารณาภาพที่ 1 พอประมาณได้ว่าอย่างน้อยควรจะเป็นโปลิโนเมียลอันดับสาม แต่การจะตัดสินใจว่าจะเป็นโปลิโนเมียลอันดับที่เท่าใดนั้นขึ้นอยู่กับการคำนวณและทดสอบตามความเหมาะสมต่อไป



ภาพที่ 2 แสดงแนวโน้มการเกิดเพลิงไหม้ 2509 - 2515

สาเหตุที่ใช้เทคนิคโปลิโนเมียล ออร์ทอกอนอล เป็นวิธีการแก้ปัญหาในการคำนวณ ก็คือ ประการแรกจากสมการปกติ ถ้าจะแก้สมการแบบเมทริกเมื่ออันดับของโปลิโนเมียลสูงขึ้นจะยากแก่การคำนวณหา ดีเทอร์มิแนนและอินเวอร์สของเมทริก ประการที่สอง เหมาะสำหรับหน่วยงานที่ไม่ใหญ่และไม่มีเครื่องสมองกลใช้ในการคิดคำนวณ ประการที่สาม เหมาะสำหรับผู้ที่สนใจศึกษาเบื้องต้น เพราะสะดวกแก่การคิดคำนวณ เนื่องจาก $\sum \phi_i(t).\phi_j(t) = 0$ สำหรับทุกค่าของ $i \neq j$ เป็นการลดจำนวนการคิดคำนวณอย่างมาก

สรุปขั้นตอนสำหรับการหาโปลิโนเมียลโมเดล แบบออร์ทอกอนอลโปลิโนเมียล

1. เขียนกราฟดูลักษณะของค่าแนวโน้มว่าเป็นโปลิโนเมียลหรือไม่
2. คำนวณหาค่า ξ_j ในเทอมของ U ซึ่งอยู่ในรูปของ t
3. คำนวณหาค่าของ $\phi_j(t)$ ในเทอมของ ξ_j และ λ_j
4. คำนวณหาค่า $\sum Y$, $\sum Y\phi(t)$ และ $\sum\left[\phi_j(t)\right]^2$
5. คำนวณหาค่าพารามีเตอร์ $\hat{\alpha}_j$
6. นำตัวที่คำนวณมาแทนค่าในโมเดลการคาดคะเน

$$\hat{Y} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 . \phi_1(t) + \hat{\alpha}_2\phi_2(t) + \ldots\ldots + \hat{\alpha}_m\phi_m(t)$$

2.2.2 การวิเคราะห์ดัชนีฤดูกาล โดยใช้เทคนิคที่เรียกว่าอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ร้อยละ

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลา จำเป็นอย่างยิ่งที่อนุกรมจะต้องมีลักษณะอย่างเดียวกัน (Homogeneous) กล่าวคือ ตัวเลขในระยะเวลาใดเวลาหนึ่งต้องสามารถเปรียบเทียบกับตัวเลขชนิดเดียวกันได้ในระยะเวลาอื่น ๆ และช่วงของระยะเวลาจะต้องเท่ากัน การเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาโดยทั่วไปแบ่งออกเป็นสี่ลักษณะ แต่ในที่นี้จะสนใจศึกษาเพียงชนิดเดียวเท่านั้น คือ ความเคลื่อนไหวช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่งที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ กัน หรือเรียกว่าการเคลื่อนไหวตามฤดูกาล (Seasonal Movements) ซึ่งหมายถึงการเคลื่อน

ไหวหรือการเปลี่ยนแปลงขึ้น ๆ ลง ๆ ซ้ำกัน ในช่วงระยะเวลาที่ต่างกันเป็นส่วนประกอบที่สำคัญ ซึ่งโดยทั่วไปช่วงเวลาที่จะพิจารณาคลุมเพียงระยะเวลาหนึ่งปีเท่านั้น เช่น ระดับราคาข้าวในเดือนต่าง ๆ กัน ในปีหนึ่ง ๆ แต่บางกรณีอาจสั้นกว่าระยะเวลาหนึ่งปี เช่น อุณหภูมิในวันหนึ่ง ๆ ยอดขายของในร้านช่วงสัปดาห์หนึ่ง ๆ เป็นต้น ลักษณะความเคลื่อนไหวในแต่ละช่วงเวลาจะเกิดขึ้นซ้ำ ๆ กัน สาเหตุที่สำคัญประการแรกคือ ดินฟ้าอากาศ ซึ่งมีผลสำคัญต่อพืชและสัตว์เลี้ยงแทบทุกชนิด ประการที่สอง เนื่องมาจากขนบธรรมเนียมประเพณีและศาสนา เช่น ระยะปีใหม่, ตรุษจีน เป็นต้น จากสาเหตุดังกล่าวทำให้อนุกรมบางอย่างขึ้นลงซ้ำ ๆ กันในช่วงระยะเวลาหนึ่ง ซึ่งมีลักษณะการเคลื่อนไหวอาจแตกต่างกันบ้าง แต่ก็มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

ถ้ามาพิจารณากันถึงการเกิดเพลิงไหม้ในกรุงเทพมหานคร จะเห็นว่าเป็นไปในลักษณะสำคัญที่กล่าวแล้วทั้งสองประการ คือ ประการแรก เพลิงไหม้จะเกิดตามสภาพดินฟ้าอากาศ เช่น ในระยะเดือนมีนาคม, เมษายน เพราะเป็นหน้าร้อนดินฟ้าอากาศแห้งแล้ง ทำให้สิ่งต่าง ๆ มีสภาพเอื้ออำนวยในการเป็นเชื้อเพลิง พร้อมที่จะทำให้เกิดสันดาปได้ ประการที่สอง จากสถิติการเกิดเพลิงไหม้ในกรุงเทพมหานคร จะเป็นระยะเทศกาลตรุษจีน เนื่องจากการจุดธูปเทียนและเผากระดาษ ดังนั้น การพิจารณาโมเดลสำหรับการวิเคราะห์เรื่องไฟไหม้จะวิเคราะห์โดยใช้ความเคลื่อนไหวตามฤดูกาลเท่านั้น

ปัญหาของผู้วิเคราะห์ความเคลื่อนไหวแบบฤดูกาล จะใช้วิธีไหนถึงจะเหมาะสม ซึ่งวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลมีหลายวิธี เช่น วิธีเฉลี่ยอย่างง่าย (Method of Simple Average) วิธีอัตราส่วนเฉลี่ยอย่างง่าย (Ratio to Simple Average Method) และวิธีอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ร้อยละ (Ratio to Moving Average Method or Percentage of Moving Average Method) เป็นต้น

การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงฤดูกาล จะต้องสร้างเป็นดัชนีฤดูกาล ซึ่งมีหลายวิธีดังกล่าวข้างต้น แต่ในการวิเคราะห์จะสร้างโมเดลใหม่มาแทนข้อมูลจะใช้วิธีอัตราส่วนของ

ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ร้อยละ ซึ่งเป็นวิธีที่ยอมรับกันโดยทั่วไปว่าเป็นวิธีที่วัดการเปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากฤดูกาลที่ดี และค่อนข้างง่าย แต่ยุ่งยากในการคำนวณบ้างเล็กน้อย

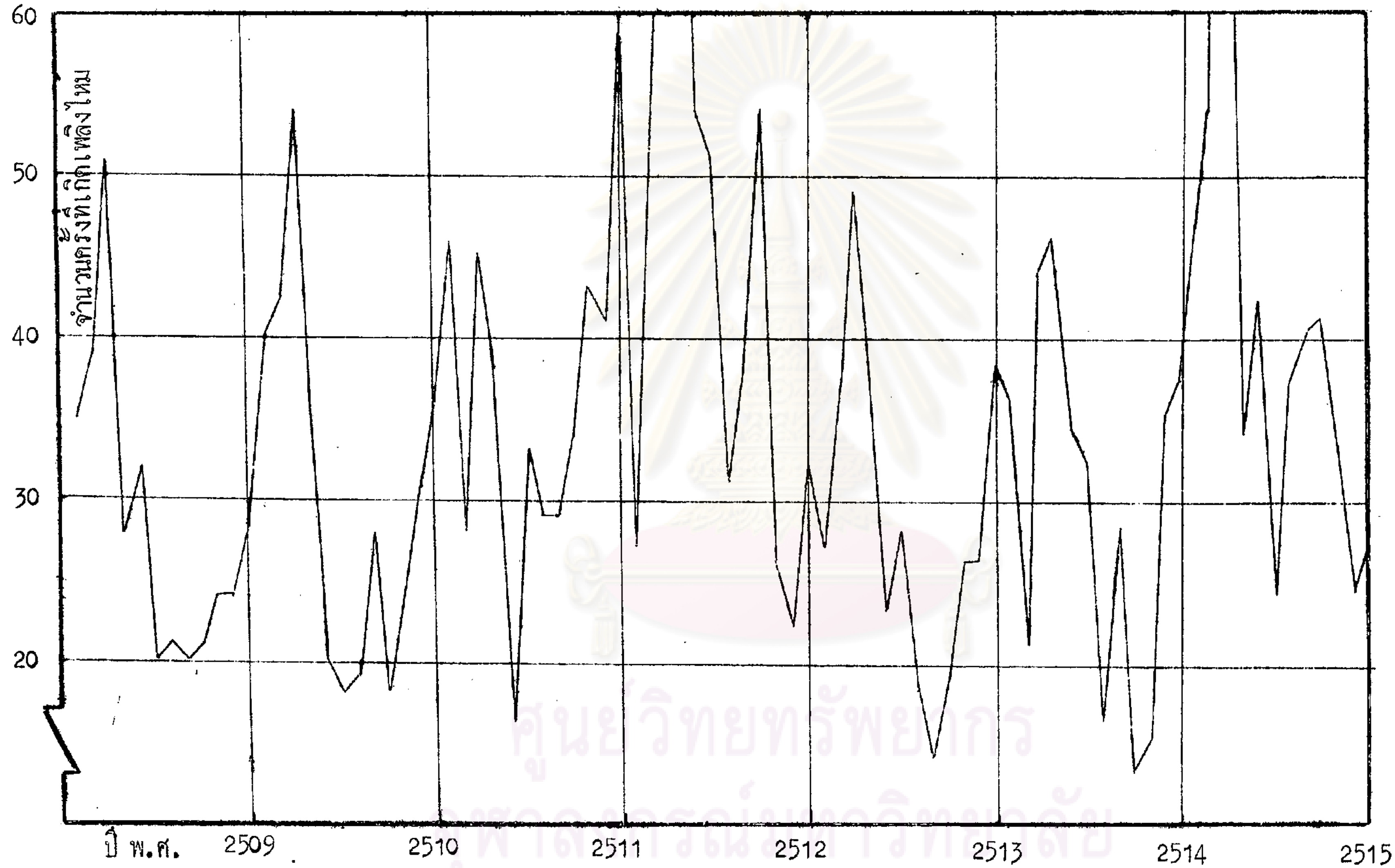
นำข้อมูลจำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้ในแต่ละเดือนมาเขียนกราฟ ดังภาพประกอบที่ 3 จากภาพจะแสดงให้เห็นถึงลักษณะของความเคลื่อนไหวแบบฤดูกาล จากสมมุติฐานของอนุกรมเวลา ซึ่งประกอบด้วยปัจจัยสี่ในรูปของผลคูณของ T.S.C.I. เมื่อ T คือค่าแนวโน้ม S คือ การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล C คือ การเปลี่ยนแปลงตามวัฏจักร I คือ การเปลี่ยนแปลงเนื่องจากเหตุการณ์ผิดปกติ จุดมุ่งหมายคือ พยายามที่จะลดค่าของ T, C และ I ออกจากอนุกรมเดิมให้เหลือเพียงแต่ S เท่านั้น โดยตั้งข้อสมมุติว่า

1. ช่วงระยะเวลากำหนด 12 เดือน
2. ลักษณะของการกระจายเหมือนกันทุกปี
3. เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นชั่วครั้งชั่วคราวในแต่ละปีเป็นอิสระกัน

กรรมวิธีในการหาดัชนีฤดูกาลแบบอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ร้อยละ ข้อมูลเดิมซึ่งประกอบด้วย T.S.C.I. ทำการเฉลี่ยเคลื่อนที่ 12 เดือน จะเป็นการลดค่า TC. โดยนำไปหารข้อมูลเดิมคงเหลือเพียงค่า S.I. ขั้นต่อไป พยายามแยกค่าของ I ออกจาก SI โดยการหาค่าเฉลี่ย ๆ ทุกเดือน จะทำให้เหลือเพียงแต่ S เท่านั้น เมื่อได้ค่าเฉลี่ย 12 เดือนรวมกัน จะต้องเท่ากับ 1,200 หรือใกล้เคียง แต่ถ้าค่าเฉลี่ยไม่ครบ 1,200 จะต้องปรับค่าเฉลี่ยทั้ง 12 เดือน ใหม่ให้ครบ 1,200 ทำได้โดย

$$\text{ดัชนีฤดูกาลแต่ละเดือน} = \frac{(1,200) \times (\text{ค่าเฉลี่ยแต่ละเดือน})}{\text{ยอดรวมเดิม}}$$

เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณจะสร้างตารางสำหรับการคำนวณโดยกำหนดเป็นสดมภ์ ดังนี้.-



ภาพที่ 3 แสดงจำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้เป็นรายเดือนของปี พ.ศ. 2509 ถึง 2515

<u>ตอนที่ 1</u>

สดมภ์ที่ 1 เป็นช่องแสดงเดือนและปีของอนุกรมเวลาของข้อมูล

สดมภ์ที่ 2 เป็นช่องแสดงค่าของจำนวนครั้งที่เกิดเพลิงไหม้ในแต่ละเดือน

สดมภ์ที่ 3 เป็นช่องแสดงการหาค่ายอดรวมเคลื่อนที่ 12 เดือน

สดมภ์ที่ 4 เป็นช่องแสดงการหาค่ายอดรวมเคลื่อนที่ 2 เดือน เพื่อให้ได้เดือนที่ถูกต้อง

สดมภ์ที่ 5 เป็นช่องแสดงค่าเฉลี่ยของแต่ละเดือน โดยเอาค่าในสดมภ์ที่ 4 หารด้วย 24

สดมภ์ที่ 6 เป็นช่องแสดงอัตราร้อยละของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 12 เดือน โดยการเอาสดมภ์ที่ 2 หารด้วยสดมภ์ที่ 5 แล้วคูณด้วย 100

<u>ตอนที่ 2</u>

เป็นการนำเอาสดมภ์ที่ 6 มาสร้างตารางใหม่ เพื่อหาค่าเฉลี่ยของแต่ละเดือน ค่าเฉลี่ยที่ได้แต่ละเดือนทั้ง 12 เดือน คือ ดัชนีฤดูกาล

<u>ตอนที่ 3</u>

จากตอนที่ 2 ถ้าผลรวมของ 12 เดือน ดังกล่าวไม่ครบ 1,200 หรือใกล้เคียงจะต้องมาปรับดัชนีฤดูกาลใหม่ดังนี้

$$\text{ดัชนีฤดูกาลแต่ละเดือน} = \frac{(1,200) \times (\text{ค่าเฉลี่ยแต่ละเดือน})}{\text{ยอดรวมเดิม}}$$