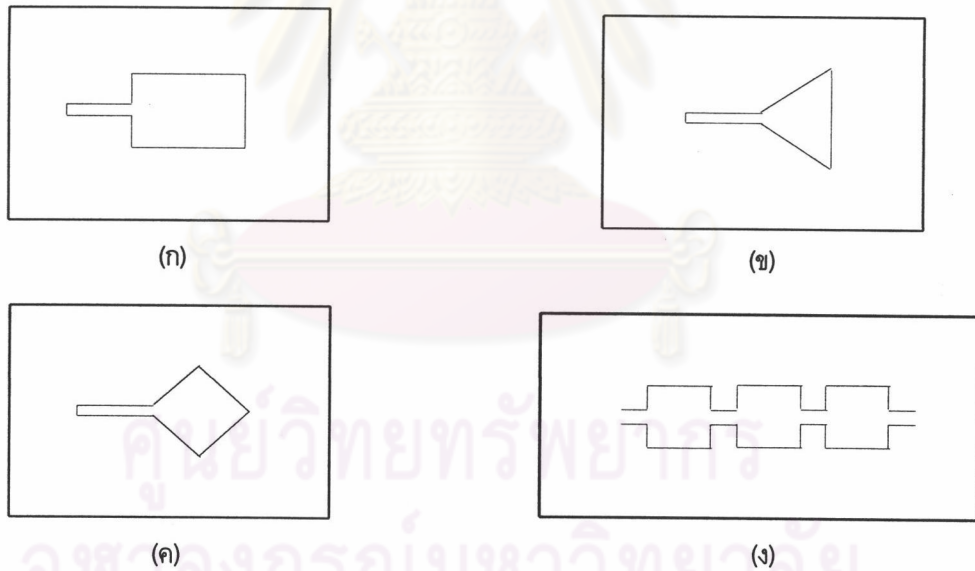


การวิเคราะห์สายอากาศไมโครสตริป

สายอากาศไมโครสตริปเป็นสายอากาศชนิดหนึ่งที่เป็นที่น่าสนใจและได้รับการพัฒนามากขึ้นในปัจจุบันนี้ ด้วยเหตุที่มีขนาดเล็ก แบน มีน้ำหนักเบา ง่ายต่อการประดิษฐ์ในลักษณะที่เป็นแผงสายอากาศ และสามารถวางแนบกับพื้นผิวต่าง ๆ ได้ดี และมีราคาถูกโดยอาศัยเทคนิคการทำแผ่นวงจรพิมพ์ (printed circuit board) โดยที่ประสิทธิภาพของสายอากาศไมโครสตริปนี้จะขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ไม่ว่าจะเป็นขนาด รูปร่างของแผ่นตัวนำ (patch) ระบบการป้อนกำลังที่ใช้ และการคัปปลิงระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศเมื่อถูกออกแบบเป็นแผงสายอากาศ ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะต้องนำมาวิเคราะห์ แก้ไขเพื่อให้ได้สายอากาศที่มีสมรรถนะสูงและสามารถนำไปใช้งานได้ต่อไป สายอากาศไมโครสตริปนั้นมีหลายชนิดซึ่งจะขึ้นอยู่กับการออกแบบและลักษณะการใช้งาน ดังแสดงในรูป 2.1



รูป 2.1 สายอากาศไมโครสตริปแบบต่าง ๆ

- (ก) แผ่นตัวนำเป็นรูปสี่เหลี่ยม (ข) แผ่นตัวนำเป็นรูปสามเหลี่ยม
 (ค) แผ่นตัวนำเป็นรูปหลายเหลี่ยม (ง) เป็นแผงสายอากาศที่มี 3 องค์ประกอบ

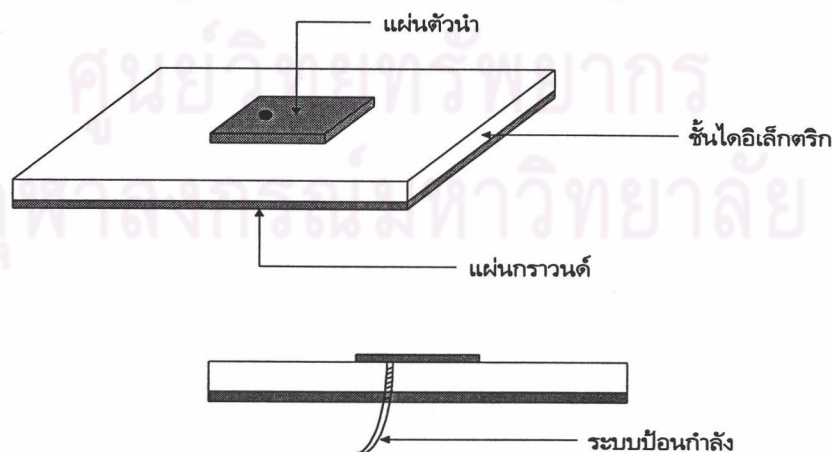
ซึ่งสายอากาศไมโครสตริปจะใช้งานอยู่ในช่วงความถี่ 1-10 GHz และมีการนำมาประยุกต์ใช้งานในหลาย ๆ ด้าน ทั้งทางทหารและทั่ว ๆ ไป ดังแสดงในตาราง 2.1

ตาราง 2.1 การประยุกต์ใช้งานของสายอากาศไมโครสตริปในระบบต่าง ๆ

ที่ติดตั้งสายอากาศ (Platform)	ระบบต่าง ๆ ที่นำมาประยุกต์ใช้
เครื่องบิน	เรดาร์ การสื่อสาร การนำทาง การวัดระดับความสูง การขึ้นลงของเครื่อง
ซีปนาวุธ	เรดาร์ โทรมาตร (Telemetry)
ดาวเทียม	การสื่อสาร เรดาร์ การตรวจจذبระยะไกล มาตรการวิทยุ
ยานพาหนะ	โทรศัพท์เคลื่อนที่ วิทยุเคลื่อนที่
เรือ	การสื่อสาร เรดาร์ การนำทาง
อื่น ๆ	สัญญาณการเตือนภัย

โครงสร้างของสายอากาศไมโครสตริป

โดยทั่วไปสายอากาศชนิดนี้ประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน 4 ประการ คือ แผ่นตัวนำ แผ่นกราวนด์ ชั้นไดอิเล็กตริก และระบบป้อนกำลัง (รูป 2.2) องค์ประกอบทั้งสี่นี้เป็นปัจจัยสำคัญที่กำหนดลักษณะสมบัติของสายอากาศไมโครสตริป ซึ่งสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้



รูป 2.2 ส่วนประกอบพื้นฐานของสายอากาศไมโครสตริป

1. แผ่นตัวนำ (patch) แผ่นตัวนำนั้นทำหน้าที่เป็นตัวแผ่พลังงาน มีลักษณะเป็นแผ่นโลหะแบน บาง และมีค่าความต้านทานต่ำ ทนต่อสภาวะแวดล้อมและการเกิดปฏิกิริยาต่าง ๆ ได้ดี และสามารถยึดติดกับผิวของชั้นไดอิเล็กตริกได้ดี โดยทั่วไปใช้ทองแดง ทองคำ อลูมิเนียมในการทำแผ่นตัวนำ ทำเป็นรูปร่างต่าง ๆ กัน เช่น สี่เหลี่ยมผืนผ้า สี่เหลี่ยมจัตุรัส วงกลม วงรี ฯลฯ ซึ่งวัสดุที่ใช้ทำแผ่นตัวนำนี้ส่งผลต่อประสิทธิภาพของสายอากาศ และความยากง่ายในการผลิต นอกจากนี้ขนาดและรูปร่างของแผ่นตัวนำเป็นปัจจัยที่กำหนดความถี่ใช้งานและส่งผลต่อแบบรูปการแผ่พลังงาน อิมพีแดนซ์ขาเข้า กล่าวคือในแต่ละรูปร่างของแผ่นตัวนำจะมีขนาดแตกต่างกันไปแต่ละความถี่ใช้งาน เช่น แผ่นตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะมีความยาวเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นในชั้นไดอิเล็กตริก เป็นต้น ดังนั้นในการพิจารณารูปร่างและขนาดของแผ่นตัวนำจึงขึ้นอยู่กับความถี่ใช้งาน ความยากง่ายในการผลิตและขนาดที่ผ่นผ่านได้ของแผ่นตัวนำ ในปัจจุบันแผ่นตัวนำที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแผ่นตัวนำรูปวงกลมและสี่เหลี่ยมเนื่องจากการผลิตและปรับแต่งสามารถทำได้ง่ายและลักษณะสมบัติไม่ต่างจากแผ่นตัวนำรูปอื่นมากนัก

2. ชั้นไดอิเล็กตริก (dielectric substrate) ชนิดและขนาดของชั้นไดอิเล็กตริก เป็นปัจจัยสำคัญอย่างหนึ่งในการออกแบบ และเป็นองค์ประกอบสำคัญที่กำหนดคุณสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลของสายอากาศไมโครสตริป โดยที่ Garg และ Bhattacharyya (1986) ได้ศึกษาผลของค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์และความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกต่อลักษณะสมบัติของสายอากาศไมโครสตริป ซึ่งพบว่าการแผ่พลังงานของสายอากาศลดลงเมื่อค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์เพิ่มขึ้น โดยที่ความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกมีค่าคงที่ และการแผ่พลังงานของสายอากาศเพิ่มขึ้นเมื่อความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกเพิ่มขึ้นจนกระทั่งความหนาต่อความยาวคลื่นในอวกาศว่างมีค่าประมาณ 0.05 การแผ่พลังงานจะมีค่าลดลง และพลังงานที่สะสมในชั้นไดอิเล็กตริกมีค่าเกือบคงที่ (ประมาณ 0.02%) ซึ่งสามารถละเลยได้ แต่เมื่อความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกต่อความยาวคลื่นในอวกาศว่างมีค่ามากกว่า 0.03 พลังงานที่สะสมในไดอิเล็กตริกจะมีค่าเพิ่มขึ้นมาก

ดังนั้นในการเลือกวัสดุเพื่อใช้เป็นชั้นไดอิเล็กตริกนอกจากจะต้องคำนึงถึงคุณสมบัติทางกลที่ให้ความแข็งแรง ทนต่อปฏิกิริยาเคมีและสภาวะแวดล้อมเช่น ความชื้น อุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง มีการขยายตัวน้อย มีความสามารถในการยึดติดกับผิวโลหะได้ดี ผิวเรียบและแบนเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการยึดติดกับโลหะและสามารถผลิตเป็นชั้นไดอิเล็กตริกขนาดใหญ่สำหรับแผงสายอากาศได้แล้วคุณสมบัติทางไฟฟ้ายังเป็นตัวแปรที่สำคัญในการเลือกวัสดุโดยมีพารามิเตอร์ที่จะต้องคำนึงถึงดังต่อไปนี้

1. ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ (ϵ_r) วัสดุที่ใช้ควรเป็นสารเนื้อเดียวเพื่อให้ค่าสภาพยอมของสารไดอิเล็กตริกมีค่าคงที่ในเนื้อสาร และเนื่องจากค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์เป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญในการออกแบบสายอากาศกล่าวคือขนาดของแผ่นตัวนำจะมีค่าแปรผกผันกับค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ ซึ่ง Hall and James, 1989 ได้สรุปไว้ว่าความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกเป็นปัจจัยที่กำหนดลักษณะสมบัติของสายอากาศเช่นเดียวกับค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ซึ่งควรจะมีค่าต่ำเนื่องจากวัสดุที่มีค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ต่ำจะให้สายอากาศที่มีสมรรถนะสูง

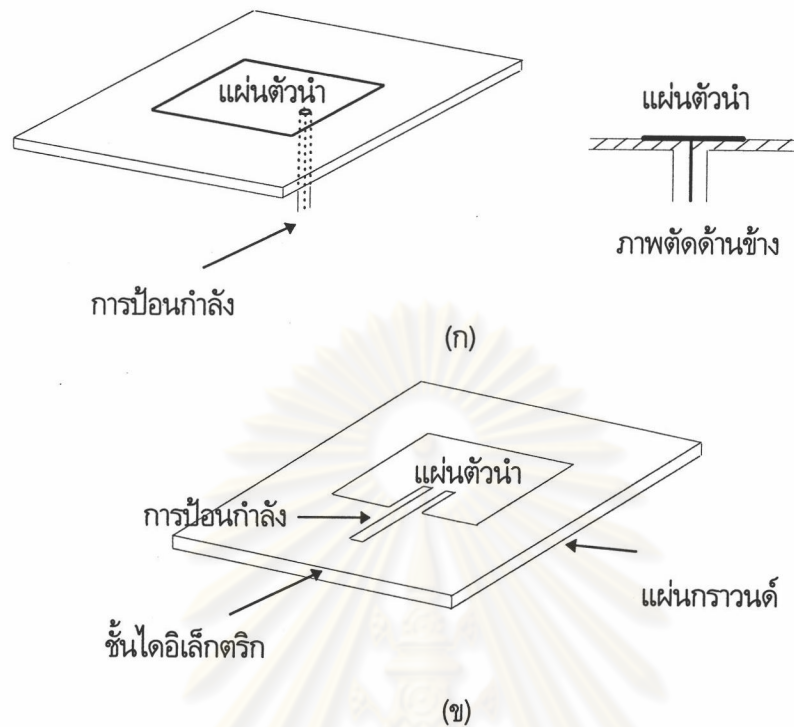
2. แทนเจนต์การสูญเสีย ($\tan \delta$) ควรมีค่าต่ำกว่า 0.001 เพื่อลดพลังงานสูญเสียเนื่องจากการสูญเสียของไดอิเล็กตริกทำให้ประสิทธิภาพของสายอากาศสูงขึ้น

3. ความสามารถในการดูดซับน้ำและความชื้นต่ำ เพราะน้ำและความชื้นจะทำให้เกิดพลังงานสูญเสียในไดอิเล็กตริกสูงขึ้นและค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์มีค่าเปลี่ยนไป

และชั้นไดอิเล็กตริกที่นิยมใช้ในปัจจุบัน ได้แก่ เทฟลอน-ไฟเบอร์กลาส (polytetrafluoral) ซึ่งมีค่าคงตัว ไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์ ϵ_r ประมาณ 2.4-2.6 และมีการผลิตในรูปของเทฟลอนที่ฉาบด้วยโลหะทั้งสองด้านซึ่งง่ายต่อการผลิตโดยใช้เทคนิคการทำแผ่นวงจรพิมพ์ (PCB)

3. แผ่นกราวนด์ (ground plane) เป็นโลหะขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับแผ่นตัวนำ ซึ่งส่วนใหญ่จะทำด้วยโลหะชนิดเดียวกัน ขนาดของแผ่นกราวนด์นี้จะส่งผลกระทบต่อแบบรูปการแผ่พลังงานเนื่องจากคลื่นเลี้ยวเบนที่บริเวณขอบของแผ่นกราวนด์ นอกจากนี้ยังส่งผลต่อการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของสายอากาศด้วยเนื่องจากในการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของสายอากาศส่วนใหญ่มีสมมติฐานว่าแผ่นกราวนด์มีขนาดใหญ่กว่าแผ่นตัวนำมากจนสามารถประมาณได้ว่าเป็นอนันต์ ซึ่ง Huang (1983 โดยวิธีจีทีดี (geometrical theory of diffraction) พบว่าขนาดที่จำกัดของแผ่นกราวนด์นั้นจะมีผลกระทบต่อพูประธานน้อยมากแต่จะทำให้เกิดพูลังของแบบรูปการแผ่พลังงาน ดังนั้นการรวมผลของแผ่นกราวนด์จะมีความจำเป็นก็ต่อเมื่อผู้ออกแบบสนใจพูลังของแบบรูปการแผ่พลังงานเท่านั้น และ Jacobsen และ Lier (1983) พบว่า ผลของคลื่นเลี้ยวเบนบริเวณขอบระนาบสร้างเงาสามารถละเลยได้ถ้าระยะทางจากขอบระนาบสร้างเงาถึงขอบของแผ่นตัวนำมีค่ามากกว่า 0.5 เท่าของความยาวคลื่นในอวกาศว่าง

4. ระบบการป้อนกำลัง (feed) ทำหน้าที่ในการจ่ายกำลังความถี่คลื่นวิทยุ (rf power) ให้แก่สายอากาศไมโครสตริป ระบบป้อนกำลังเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลกระทบต่อความยากง่ายในการสร้างและลักษณะสมบัติของสายอากาศโดยเฉพาะในแผงสายอากาศไมโครสตริปเนื่องจากการจัดวางตัวของระบบป้อนกำลังพลังงานที่สูญเสียในระบบป้อนกำลัง การผิดเพี้ยนทางขนาดและเฟสของกระแสกระตุ้น และปรากฏการณ์คับปลิงระหว่างระบบป้อนกำลังกับแผ่นตัวนำ ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อลักษณะสมบัติของสายอากาศไม่ว่าจะเป็นแบบรูปการแผ่พลังงาน โพลาริเซชัน และประสิทธิภาพของสายอากาศ ซึ่งระบบป้อนกำลังนี้สามารถทำได้หลายวิธีเช่น โดยระบบการจ่ายกระแสผ่าน feed Line ที่ต่อจากแผ่นตัวนำ โดยการใช้เทคนิคการทำแผ่นวงจรพิมพ์ (PCB) ระบบการจ่ายกระแสผ่านด้านหลังทะลุแผ่นกราวนด์ผ่านสายชนิดแกนร่วม (probe feed via hole) เป็นต้น ซึ่งบางส่วนแสดงดังรูป 2.3



รูป 2.3 วิธีการป้อนกำลัง

(ก) การป้อนกำลังแบบการใช้สายแกนร่วม

(ข) การป้อนกำลังแบบการใช้สายนำสัญญาณไมโครสตริป

ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้จะใช้ระบบการป้อนกำลังแบบการใช้สายแกนร่วม โดยที่การป้อนกำลังแบบนี้มีข้อดีคือการแมตซ์อิมพีแดนซ์ทำได้โดยการเลื่อนตำแหน่งของโพรบโคแอกเซียลและการแผ่พลังงานปลอมเทียมจากระบบการป้อนกำลังมีค่าต่ำ ส่วนข้อเสียก็คือต้นทุนในการผลิตสูง (Pozar และ Voda (1987) Jackson และ Manghnani (1990) Lo Chuang และ Akson (1990))

จากโครงสร้างของสายอากาศไมโครสตริปจะเห็นว่ามีความสมบัติที่ดี และสามารถนำไปใช้ในงานหลาย ๆ ด้าน โดยเฉพาะในย่านความถี่ UHF ถึง C band คุณสมบัติที่ดีของสายอากาศชนิดนี้คือ

1. เป็นสายอากาศขนาดแบน บาง และเบา (low-profile antenna)
2. สามารถวางแนบไปกับผิวซึ่งไม่ใช่ผิวระนาบได้ (easily conformal to non-planar surface) และมีความแข็งแรงถ้าผิวที่ติดตั้งเป็นผิวแข็งเกร็ง (rigid surface)
3. ต้นทุนในการผลิตต่ำและสามารถผลิตได้ง่าย โดยอาศัยเทคนิคการทำแผ่นวงจรพิมพ์ ซึ่งสามารถทำได้ง่ายโดยการกัดลายวงจร (etching) ให้ได้รูปร่างของแผ่นตัวนำตามที่ต้องการ
4. สามารถออกแบบให้มีแบบรูปการแผ่พลังงานและโพลาริเซชัน ต่าง ๆ กันได้ ขึ้นอยู่กับการกระตุ้นและรูปร่างของแผ่นตัวนำ

5.สามารถออกแบบแต่ละส่วนของสายอากาศไมโครสตริปให้ทำงานเป็นตัวแผ่กระจายคลื่นเดี่ยว (single radiation) หรือเป็นแผงสายอากาศ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพและความคมลำคลื่นหลัก (main beam) ให้มีทิศทาง (direction) และความกว้างของลำคลื่นหลัก (half power beamwidth) ตามต้องการ นอกจากนี้ยังสามารถต่อกับอุปกรณ์รอบข้างได้โดยง่าย โดยการใช้เทคนิคการทำแผงวงจรพิมพ์

ถึงแม้ว่าสายอากาศไมโครสตริปจะมีข้อดีอยู่หลายประการ แต่สายอากาศประเภทนี้ก็ยังมีข้อเสียด้วยเช่นกัน ได้แก่

1. มีขนาดที่บางมากเป็นสาเหตุให้ค่าตัวประกอบคุณภาพ (quality factor, Q) มีค่าสูง ทำให้มีประสิทธิภาพในการแผ่กระจายคลื่นต่ำและมีความกว้างแถบความถี่ (bandwidth) แคบ (ในบางครั้งการที่มีความกว้างแถบความถี่แคบอาจมีผลดีต่อการใช้งานก็ได้ ตัวอย่างเช่นนำไปประยุกต์ใช้เป็นวงจรกรอง เป็นต้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะการนำไปใช้งาน)

2. เป็นตัวแผ่กระจายคลื่นที่มีความสามารถในการแผ่กระจายคลื่นต่ำ (poor radiator) ความกว้างของลำคลื่นหลักกว้าง ซึ่งอาจแก้ไขได้โดยทำเป็นแผงสายอากาศหรือเพิ่มความหนาของชั้นไดอิเล็กตริก แต่ความหนาที่เพิ่มขึ้นก็จะทำให้เกิดคลื่นผิว (surface wave) มากขึ้น โดยเฉพาะบริเวณที่เป็นส่วนโค้งและบริเวณที่ไม่ต่อเนื่อง ซึ่งสนามที่เกิดขึ้นนี้จะไปรบกวนสนามที่ต้องการ รวมทั้งเกิดปรากฏการณ์มิวฮวลคัมปลิง เนื่องจากการทำเป็นแผงสายอากาศ ซึ่งทำให้แบบรูปการแผ่พลังงานผิดเพี้ยนไป

3. มีอัตราขยายจำกัด (limited gain)

4. มีปัญหาเนื่องจากขนาดที่ผอมผ่นได้

โดยต่อไปจะวิเคราะห์ค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้าและแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศไมโครสตริปที่มีแผ่นตัวนำเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และใช้การจ่ายกระแสผ่านสายชนิดแกนร่วม โดยอาศัยแบบจำลองชนิดโพรง (cavity model) เนื่องจากในการใช้งานสายอากาศจะต้องต่อกับอุปกรณ์ภายนอก เช่น แหล่งจ่ายพลังงาน ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้านี้จะถูกนำไปพิจารณาให้เข้ากันได้ (matching) กับอุปกรณ์ภายนอก เพื่อให้ระบบมีการส่งผ่านพลังงานสูงสุด (maximum power transfer) และมีการสะท้อนคลื่นน้อยที่สุด (สัมประสิทธิ์การสะท้อนมีค่าเข้าสู่ศูนย์) ส่วนแบบรูปการแผ่พลังงานนั้นก็มีความสำคัญมากอันหนึ่งที่ทั้งการออกแบบและการวิเคราะห์จะต้องพิจารณาเพราะจะทำให้รู้ถึงทิศทางของการแผ่กระจายคลื่น และยังรวมถึงอัตราขยายอีกด้วย ซึ่งปัจจัยที่มีผลต่ออิมพีแดนซ์ขาเข้าและแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศไมโครสตริป ได้แก่

1. ขนาดและรูปร่างของแผ่นตัวนำ
2. ความหนาและชนิดของชั้นไดอิเล็กตริก
3. ระบบการจ่ายกระแสและตำแหน่งที่จ่ายกระแส
4. ปัจจัยอื่น ๆ เช่น ขนาดของแผ่นกราวด์ ความถี่ที่ใช้งาน

การวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของสายอากาศเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการออกแบบสายอากาศ เนื่องจากการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพสามารถประหยัดเวลาในการออกแบบและช่วยลดต้นทุนในการออกแบบและผลิตสายอากาศได้เป็นอย่างมากโดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบแผงสายอากาศขนาดใหญ่ วิธีการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพนั้นนอกจากจะต้องให้คำตอบที่มีค่าใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุดแล้วยังจะต้องมีการใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลอย่างมีประสิทธิภาพอีกด้วย ในปัจจุบันได้มีการใช้วิธีการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของสายอากาศไมโครสตริปหลายวิธีเพื่อนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมช่วยในการออกแบบสายอากาศไมโครสตริปที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งวิธีการต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของสายอากาศสามารถจำแนกได้เป็นสองกลุ่มคือ

1. **วิธีการเชิงวิเคราะห์** วิธีนี้เป็นการนำแบบจำลองทางกายภาพแบบต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์ ซึ่งสามารถให้ภาพเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในสายอากาศได้ชัดเจนกว่าวิธีเชิงเลข ใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลต่ำ สำหรับแบบจำลองที่นิยมใช้ในปัจจุบันได้แก่

1.1 **แบบจำลองสายส่ง** แบบจำลองแบบนี้แทนส่วนที่เกิดการแผ่กระจายคลื่นของสายอากาศเป็นวงจรของสายส่ง แต่การวิเคราะห์จำกัดเฉพาะแผ่นตัวนำพื้นฐานบางแบบได้แก่ แผ่นตัวนำรูปสี่เหลี่ยมและรูปวงกลม เท่านั้น นอกจากนี้ผลการวิเคราะห์ที่มีความถูกต้องจะต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดคือ มีค่าคงตัวไดอิเล็กตริกสัมพัทธ์สูง และความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกจะต้องมีค่าน้อยกว่า 0.02 เท่าของความยาวคลื่นในอวกาศว่าง (เช่นในงานของ Dearnley and Barel (1989) และ Akahavan and Mirshekar-Syahakai (1994))

1.2 **แบบจำลองชนิดโพรง** แบบจำลองนี้อธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นด้วยแบบจำลองชนิดโพรงและทฤษฎีสนามสมมูล แผ่นตัวนำรูปพื้นฐานต่าง ๆ สามารถวิเคราะห์ได้ด้วยวิธีนี้ แต่ความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกที่ใช้จะต้องมีค่าน้อยกว่า 0.02 เท่าของความยาวคลื่นในอวกาศว่างเพื่อความแม่นยำของผลตอบ (ได้แก่ งานของ Richards, Lo และ Harrison (1981) Damiano, Papiernik และ Abboud (1988) Thouroude, Himdi และ Daniel (1990) Perez และ Encinar (1993) Hall และ Morrow (1994) เป็นต้น)

2. **วิธีการเชิงเลข** เป็นการแก้ปัญหาค่าขอบเขตทางทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าด้วยวิธีการเชิงเลขแบบต่าง ๆ วิธีการเชิงเลขนี้สามารถใช้กับแผ่นตัวนำรูปใด ๆ ก็ได้ และสามารถให้ผลตอบที่ความแม่นยำสูงทั้งนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนชั้นส่วนย่อยในการคำนวณและการแทนฟังก์ชันของแต่ละชั้นส่วนย่อยนั้น ถ้าแบ่งชั้นส่วนย่อยให้มีขนาดใหญ่มาก จำนวนชั้นส่วนย่อยน้อย ผลตอบที่ได้จะมีความผิดพลาดสูง และเมื่อแบ่งชั้นส่วนย่อยให้มีขนาดเล็กลง จำนวนชั้นส่วนย่อยมากขึ้น คำตอบที่ได้ก็จะมีค่าแม่นยำสูงขึ้น แต่ผลตอบที่ได้จากวิธีการเชิงเลขนี้อาจมีผลตอบปลอมเทียมเกิดขึ้น ทำให้ผลตอบที่ได้มีความผิดพลาดหากไม่มีการกำจัดผลตอบปลอมเทียมนั้น นอกจากนี้เวลาและหน่วยความจำที่ใช้ในการประมวลผลสูงกว่าวิธีเชิงวิเคราะห์มาก สำหรับวิธีการเชิงเลขที่ใช้ในปัจจุบันได้แก่ วิธีของโมเมนต์ (Pozar, 1982; Gardiol and Mosig, 1983;

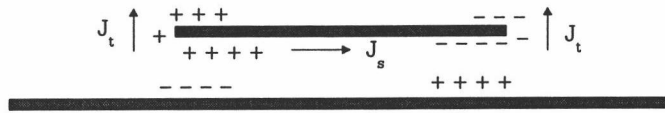
Mitra, Park and Arksun, 1995) วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (Wu and Litva, 1990; Tian and Lighthart, 1995) วิธีผลต่างสืบเนื่องเชิงเวลา(Kashiwa, Onishi and Fukai, 1994) เป็นต้น

วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ลักษณะสมบัติของสายอากาศไมโครสตริปในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้คือ วิธีการใช้แบบจำลองชนิดโพรง ถึงแม้วิธีวิเคราะห์นี้จะมีข้อจำกัดในเรื่องความหนาของชั้นไดอิเล็กตริก แต่หากพิจารณาความถี่ที่ศึกษาคือความถี่ย่านประมาณ 1.875 และ 2.265 จิกกะเฮิร์ต ความยาวคลื่นในอวกาศว่างจะมีค่าเท่ากับ 16 และ 13.24 เซนติเมตรตามลำดับ ฉะนั้นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกที่ทำให้การวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองชนิดโพรงมีความแม่นยำสูงซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.02 เท่าของความยาวคลื่นในอวกาศว่างนั้น จะมีค่าเท่ากับ 0.32 และ 0.268 เซนติเมตร และหากพิจารณาชั้นไดอิเล็กตริกที่นิยมใช้ทั่วไปคือเทฟลอนไฟเบอร์กลาสนั้น ความหนาที่นิยมใช้และมีการผลิตมีค่าเท่ากับ $1/8$ นิ้ว (0.318เซนติเมตร) $1/16$ นิ้ว (0.159 เซนติเมตร) และ $1/32$ นิ้ว (0.079เซนติเมตร) ซึ่งความหนาเหล่านี้ยังคงอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ทำให้แบบจำลองชนิดโพรงให้ผลตอบที่มีความถูกต้อง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

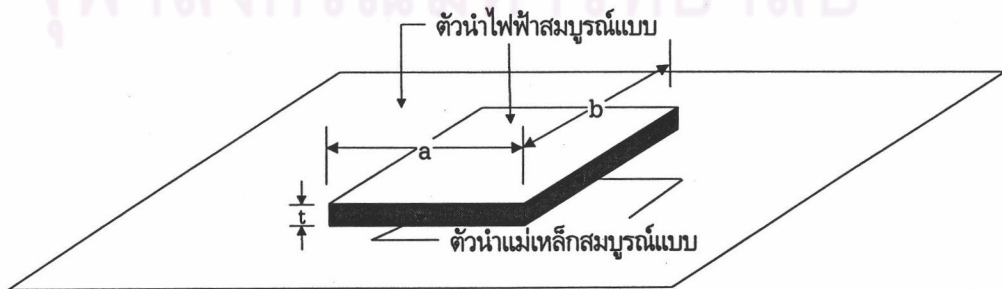
แบบจำลองทางกายภาพชนิดโพรง (cavity model)



รูป 2.4 ลักษณะการกระจายของประจุเมื่อมีการจ่ายกระแส

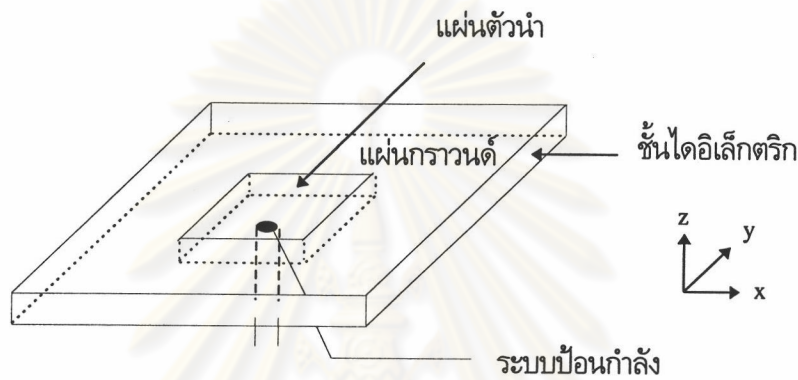
เมื่อมีการจ่ายกระแสเข้าสู่สายอากาศ แนวโน้มการกระจายประจุของสายอากาศไมโครสตริปจะเป็นไปดังรูป 2.4 เนื่องจากกระแส J_s ที่จ่ายเข้าสู่สายอากาศจะทำให้บริเวณผิวด้านล่างของแผ่นตัวนำจะมีการกระจายประจุตั้งรูปซึ่งประจุที่เกิดขึ้นนี้จะเหนี่ยวนำให้เกิดประจุชนิดตรงข้ามบริเวณผิวด้านบนของแผ่นกราวนด์ (ground plane) ในขณะเดียวกันประจุชนิดเดียวกันที่อยู่บริเวณด้านล่างของแผ่นตัวนำ ก็จะเกิดแรงผลักกัน ทำให้มีประจุบางส่วนเคลื่อนที่ไปอยู่ที่ผิวด้านบนของแผ่นตัวนำ ซึ่งประจุที่เคลื่อนที่นี้จะทำให้เกิดกระแส J_s ขึ้นบริเวณขอบของแผ่นตัวนำ

ในกรณีที่สายอากาศมีความหนาแน่นมากจนแรงดึงดูดระหว่างประจุที่ต่างกันบนผิวด้านบนของแผ่นกราวนด์กับผิวด้านล่างของแผ่นตัวนำ มีค่ามากกว่าแรงผลักของประจุที่เหมือนกันบริเวณใต้แผ่นตัวนำ ซึ่งจะทำให้มีประจุเคลื่อนที่ขึ้นไปด้านบนแผ่นตัวนำน้อยมาก จึงประมาณได้ว่าไม่มีกระแส J_s เลย ดังนั้นจึงไม่มีสนามแม่เหล็กในแนวขนานกับผนังทั้งสองด้าน จึงอาจแทนบริเวณขอบของแผ่นตัวนำได้ด้วยผนังตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์แบบ (perfect magnetic conductor,PMC) ได้ และด้วยเหตุนี้เองจึงสามารถแทนสายอากาศไมโครสตริปได้ด้วยแบบจำลองชนิดโพรง (cavity model) ที่มีด้านบนและด้านล่างเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบ (perfect electric conductor,PEC) และผนังด้านข้างเป็นตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์แบบ ซึ่งทำให้มีแหล่งกระแสแม่เหล็กเกิดขึ้นเฉพาะที่ผนังด้านข้างของโพรงและจากสมมติฐานที่ว่าสายอากาศมีความหนาแน่นมากทำให้สามารถประมาณได้ว่าแหล่งกระแสแม่เหล็กดังกล่าวมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอในบริเวณนั้น ดังนั้นผนังด้านข้างของโพรงจึงแทนได้ด้วยเส้นกระแสแม่เหล็ก ซึ่งจะมีค่ามากหรือน้อยก็จะขึ้นอยู่กับสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในโพรงตามเงื่อนไขขอบเขต $\vec{M} = \vec{E} \times \vec{h}$



รูป 2.5 แบบจำลองชนิดโพรง (cavity model)

และเนื่องจากความหนาของชั้นไดอิเล็กทริกบางมาก ฉะนั้นสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจึงมีเพียงองค์ประกอบในแนวที่ตั้งฉากกับสายอากาศคือในแนวแกน z เท่านั้น และไม่ขึ้นกับระยะทางในแนวแกน z จากแบบจำลองที่ได้จะเห็นว่าข้อจำกัดของวิธีการวิเคราะห์วิธีนี้คือความหนาของชั้นไดอิเล็กทริกจะต้องบางพอที่จะทำให้สมมติฐานข้างต้นเป็นจริง ซึ่ง Damiano และ Papiernik (1994) สรุปว่าความหนาที่เหมาะสมจะต้องมีค่าน้อยกว่า 0.02 เท่าของความยาวคลื่นในอวกาศว่าง จึงจะทำให้ผนังด้านข้างเป็นตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์แบบและสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในโพรงไม่ขึ้นอยู่กักระยะทางในแนวแกน z ดังรูป 2.5



รูป 2.6 สายอากาศไมโครสตริปที่ใช้ในการวิเคราะห์

จากลักษณะของสายอากาศไมโครสตริปที่ใช้ในการวิเคราะห์ดังรูป 2.6 นั้น ถ้าพิจารณาในกรณีที่ไม่มีการจ่ายกระแสให้แก่สายอากาศ (source free) สมการคลื่น (wave equation) จะอยู่ในรูปสมการเอกพันธ์ของเฮล์มโฮลทซ์ (homogeneous helmholz equation) ดังนี้

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2.1)$$

แต่เนื่องจากในระนาบ $Z = 0$ และ $Z = h$ เป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์แบบดังแสดงในรูป 2.5 ดังนั้นจึงไม่เกิดสนามไฟฟ้าขึ้นในแนวผิวสัมผัสทำให้ $E_x = E_y = 0$ และถ้าความหนาของชั้นไดอิเล็กทริกมีค่าน้อยมาก ค่าของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจึงมีเพียงค่าในแนวแกน Z ซึ่งเป็นแนวตั้งฉากกับผิวของตัวนำเท่านั้น โดยที่ค่าของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นนี้จะไม่ขึ้นกับระยะทางในแนวแกน Z ($\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$) ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการสนามไฟฟ้าได้เป็นดังนี้

$$\vec{E} = E_z(x, y)\vec{z} \quad (2.2)$$

เมื่อแทนค่าสนามไฟฟ้าในสมการ (2.2) ลงในสมการ (2.1) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k_c^2 E_z = 0 \quad (2.3)$$

โดยที่ $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ และ $k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$

การแก้สมการอนุพันธ์หลายตัวแปรของสมการ (2.3) สามารถทำได้โดยวิธีแยกตัวแปร (separation of variables) โดยกำหนดให้

$$E_z(x, y) = f(x) \times g(y) \quad (2.4)$$

$$g(y) \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + f(x) \frac{d^2 g(y)}{dy^2} + k_c^2 f(x) g(y) = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{f(x)} \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{1}{g(y)} \frac{d^2 g(y)}{dy^2} + k_x^2 + k_y^2 = 0 \quad (2.6)$$

ดังนั้น

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + k_x^2 f(x) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 g(y)}{dy^2} + k_y^2 g(y) = 0 \quad (2.8)$$

จากสมการ (2.7) และ (2.8) จะได้ค่า $f(x)$ และ $g(y)$ มีค่าเป็นดังนี้

$$f(x) = A \cos k_x x + B \sin k_x x$$

$$g(y) = C \cos k_y y + D \sin k_y y$$

และเมื่อแทนค่าลงในสมการ (2.4) จะได้เป็น

$$E_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x) \times (C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (2.9)$$

จากสมการ (2) ของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) ในกรณีที่ไม่มีแหล่งกระแส (source free) เป็นดังนี้

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (2.10)$$

ดังนั้นค่าของสนามแม่เหล็กจะกลายเป็น

$$\vec{H} = \frac{j}{k_0 z_0} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} \vec{x} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \vec{y} \right) \quad (2.11)$$

เมื่อ $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ และ $z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

จากเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ที่กำหนดให้สนามแม่เหล็กในแนวขนานกับผนังตัวนำแม่เหล็ก สมบูรณ์มีค่าเป็นศูนย์ที่ขอบ จะได้สมการเงื่อนไขขอบเขตว่า

$$H_x = 0 \text{ ที่ } y = 0, b \quad (2.12)$$

$$H_y = 0 \text{ ที่ } x = 0, a \quad (2.13)$$

เมื่อแทนค่าสมการ (2.12) และ (2.13) ลงในสมการ (2.11) จะได้ว่า

$$B = D = 0$$

$$k_x a = m\pi \quad \text{ดังนั้น } k_x = \frac{m\pi}{a}; m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.14)$$

$$k_y b = n\pi \quad \text{ดังนั้น } k_y = \frac{n\pi}{b}; n = 0, 1, 2, \dots$$

เมื่อแทนค่า B, D, k_x, k_y จากสมการ (2.14) และ $AB = C_{mn}$ ลงในสมการ (2.9) จะได้ว่าสนามไฟฟ้าในโหมดที่ mn มีค่าเป็น

$$E_{z,mm} = C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.15)$$

$$\vec{H}_{mn} = -\frac{j}{k_0 z_0} C_{mn} \left(\left(\frac{n\pi}{b} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b}\right) \vec{x} - \left(\frac{m\pi}{a} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b}\right) \vec{y} \right) \quad (2.16)$$

และสนามไฟฟ้ารวมมีค่าเป็น

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (2.17)$$

โดยที่ $k_{mn}^2 = k_x^2 + k_y^2 = k_c^2$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าจากลักษณะของสมการสนามไฟฟ้าที่มีแต่ E_z และจากเงื่อนไขขอบเขตเมื่อสนามแม่เหล็กที่แนวขนานกับผนังมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้ $H_z = 0$ ดังนั้น คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจึงเป็นคลื่นแม่เหล็กตามขวาง (transverse magnetic wave , TM)

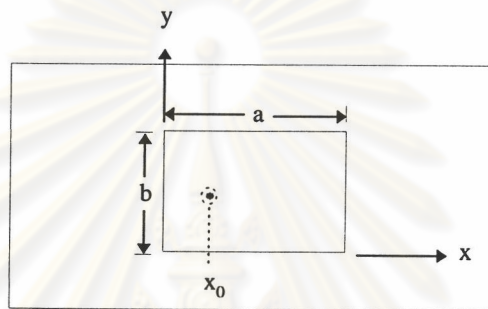
จากสมการ 2.17 จะเห็นว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นประกอบด้วยโหมด (m,n) ต่าง ๆ จำนวนมาก ในการกำหนดขนาดแผ่นตัวนำไมโครสตริปต้องการเพียงโหมดเด่นเท่านั้น ส่วนโหมดอื่น ๆ เป็นส่วนที่ทำให้เกิดการสูญเสียในสายอากาศซึ่งการพิจารณาว่าโหมดใดเป็นโหมดเด่นสำหรับแผ่นตัวนำหนึ่ง ๆ นั้นสามารถพิจารณาจากกราฟเบต้าเคที่ขนาดแผ่นตัวนำต่าง ๆ กัน ซึ่งเขียนขึ้นโดยอาศัยหลักการเดียวกับที่ใช้ในเรโซเนเตอร์ ในภาคผนวก ก เป็นตัวอย่างกราฟเบต้าเคของแผ่นตัวนำสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีอัตราส่วนด้านกว้างต่อด้านยาวประมาณ 1:1.5 (7.62×11.43 ซม.²) และ 1:1 (4.02×4.02 ซม.²) ตามลำดับ

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - k_{mn}^2} \quad (2.18)$$

การแยกออกมของโหมดเด่นที่ชัดเจนนั้นทำให้พลังงานสูญเสียในโหมดอื่น ๆ มีค่าต่ำ ฉะนั้นในการเลือกความถี่ใช้งานสำหรับสายอากาศหนึ่ง ๆ นั้นสามารถพิจารณาได้จากกราฟเบต้าเคโดยเลือกความถี่ที่มีโหมดอื่นเข้ามาในระบบน้อยที่สุด จากกราฟในภาคผนวก ก จะเห็นได้ว่าโหมดเด่นของสายอากาศไมโครสตริปรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีอัตราส่วนด้านกว้างต่อด้านยาวประมาณ 1:1.5 คือโหมด (1,0) และโหมดเด่นของสายอากาศไมโครสตริปรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นไปได้ทั้งโหมด (0,1) และ (1,0) ขึ้นกับตำแหน่งการจ่ายกระแสกระตุ้น

จากผลการวิเคราะห์ข้างต้นตั้งแต่สมการ (2.1) ถึง (2.17) นั้น เป็นการพิจารณาระบบที่ไม่มีแหล่งจ่ายกระแสอยู่ แต่ในความเป็นจริงแล้ว การทำงานของสายอากาศไมโครสตริปจำเป็นต้องมีแหล่งจ่ายกระแสอยู่ด้วย โดยให้มีการจ่ายกระแส I_0 ผ่านสายนำสัญญาณชนิดแกนร่วมที่รัศมีเป็น r_0 ที่ตำแหน่ง $x = x_0$ และ $y = y_0$ ดังนั้นความหนาแน่นของกระแส (current density) มีค่าเป็น

$$\vec{J}(r) = J_z \vec{z} = \frac{I_0}{2\pi r_0} \vec{z} \quad (2.19)$$



รูป 2.7 แสดงตำแหน่งของจุดจ่ายกระแส

ดังนั้นสมการคลื่นจากสมการ (2.1) จะมีค่าเป็น

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = j\omega\mu_0 J_z \quad (2.20)$$

และจะได้

$$\nabla^2 \vec{E}_z + k^2 \vec{E}_z = jk_0 z_0 J_z \quad (2.21)$$

เมื่อแทนค่าสนามไฟฟ้ารวมในสมการ (2.17) ลงในสมการ (2.21) จะได้เป็น

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} (k^2 - k_{mn}^2) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = jk_0 z_0 J_z \quad (2.22)$$

$$\text{เมื่อ } k_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \text{ และ } k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon$$

จากสมการ (2.22) จะเห็นว่าพจน์ทางด้านซ้ายมือมีความสัมพันธ์คล้ายกับเป็นอนุกรมฟูเรียร์ 2 มิติของความหนาแน่นของกระแส J_z ดังนั้น จึงสามารถหาสัมประสิทธิ์ C_{mn} ได้เช่นเดียวกับการหาค่าสัมประสิทธิ์ของ

อนุกรมฟูเรียร์คือ $a_n = \frac{1}{p} \int_p^{D+2p} f(t) \cos \frac{n\pi t}{p} dt$ โดยการปรับตัวแปรต่าง ๆ ให้เหมาะสมจะได้ว่า

$$C_{mn} = \frac{\epsilon_{on} \epsilon_{om}}{ab} \int_0^a \int_0^b \frac{jk_0 z_0 J_z \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy}{k^2 - k_{mn}^2} \quad (2.23)$$

$$\text{เมื่อ } \epsilon_{on} = \begin{cases} 1 & ; n = 0 \\ 2 & ; n > 0 \end{cases}$$

จากสมการ (2.23) ค่า k_{mn} เรียกว่าหมายเลขคลื่นกำหนดของโหมดที่ mn (resonance wave number of mn mode) นั่นคือถ้าไม่คิดค่าสูญเสียที่ความถี่ตัดต่อฟหรือโหมดที่ค่า $k = k_{mn}$ ซึ่งจะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ C_{mn} มีขนาดใหญ่มากหรือมีค่าเป็นอนันต์ แต่ในความเป็นจริงแล้วจะมีการสูญเสียเกิดขึ้นอันเนื่องมาจากความไม่สมบูรณ์ของตัวนำไฟฟ้า ตัวนำแม่เหล็ก ชั้นไดอิเล็กตริก คลื่นผิว (surface wave) ฯลฯ

เมื่อพิจารณาการสูญเสียที่เกิดขึ้นเนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของไดอิเล็กตริก (dielectric loss, $\neq 0$) ค่าคงตัวไดอิเล็กตริกจะมีค่าเป็น $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ ดังนั้นค่าหมายเลขคลื่น (wave number) จะมีค่าเป็น

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 (\epsilon' - j\epsilon'') = \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad (2.24)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad k^2 - k_{mn}^2 = \mu_0 (\epsilon' - j\epsilon'') \left[\omega^2 - \frac{k_{mn}^2}{\mu_0 (\epsilon' - j\epsilon'')} \right]$$

$$= \mu_0 \epsilon \left[\omega^2 - \frac{k_{mn}^2}{\mu_0 \epsilon' \left(1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right)} \right]$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad k^2 - k_{mn}^2 = \mu_0 \epsilon \left[\omega^2 - \frac{k_{mn}^2}{\mu_0 \epsilon' \left(1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \right)^{-1}} \right] \quad (2.25)$$

จากสมการ (2.25) ค่าความถี่ตัดต่อฟ (cutoff frequency) เมื่อรวมการสูญเสียอันเนื่องมาจากไดอิเล็กตริกจะเป็นความถี่เชิงซ้อนซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\omega'_{mn} = \frac{k_{mn}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon'}} \left(1 - j \frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)^{-1/2}$$

และจะได้

$$\approx \frac{k_{mn}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon'}} \left(1 + j \frac{\epsilon''}{2\epsilon'}\right) \quad (2.26)$$

และค่าตัวประกอบคุณภาพเนื่องจากการสูญเสียในไดอิเล็กทริกจะมีค่าเท่ากับ

$$Q_d = \omega \frac{\text{Average Stored Energy}}{\text{Average Power Dissipated}} = \frac{1}{2} \frac{\omega_{re}}{\omega_{im}} = \frac{\epsilon'}{\epsilon''} \quad ; \epsilon'' \ll \epsilon' \quad (2.27)$$

พิจารณาการสูญเสียที่เกิดขึ้นเนื่องจากความไม่สมบูรณ์ของตัวนำไฟฟ้าที่นำมาใช้ในการทำแผ่นตัวนำ และแผ่นกราวด์คือค่าความนำไฟฟ้าไม่เท่ากับอนันต์ทำให้มีการสูญเสียเกิดขึ้น (conductor loss) โดยค่ากำลังสูญเสียมีค่าเท่ากับ

$$P_l = \frac{1}{\sigma \delta_s} \int_0^a \int_0^b |J_s|^2 dy dx \quad (2.28ก)$$

โดยที่ $\delta_s = \text{skin depth} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}}$ และจากเงื่อนไขขอบเขต $\vec{J}_s = \vec{n} \times \vec{H}$ ดังนั้น $|\vec{J}_s|^2 = |\vec{H}_{\tan}|^2$ จะได้

$$\begin{aligned} P_l &= \frac{1}{\sigma \delta_s} \int_0^a \int_0^b \frac{1}{2} |H_{\tan}|^2 dy dx \\ &= \frac{|C_{mn}|^2}{\sigma \delta_s (k_0 z_0)^2} \frac{ab}{\epsilon_{om} \epsilon_{on}} k_{mn}^2 \end{aligned} \quad (2.28ข)$$

ส่วนค่าพลังงานสะสมระหว่างแผ่นตัวนำกับแผ่นกราวด์จะอยู่ในรูปของพลังงานไฟฟ้าและพลังงานแม่เหล็กซึ่งจะมีค่าเท่ากันที่เรโซแนนซ์ ดังนั้นพลังงานสะสมระหว่างแผ่นตัวนำกับแผ่นกราวด์รวมมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} W &= 2W_e = 2 \times \frac{1}{4} \text{Re} \left\{ \int_v \vec{E}^* \times \vec{D} dv \right\} \\ &= \frac{\epsilon'}{2} \iiint_v |\vec{E}|^2 dx dy dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \frac{\varepsilon'}{4} h \int_0^a \int_0^b |C_{mn}|^2 \cos^2\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos^2\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\
&= \frac{\varepsilon'}{2} h \frac{|C_{mn}|^2 ab}{\varepsilon_{om} \varepsilon_{on}}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

จากสมการ (2.28ข) และ (2.29) จะหาค่าตัวประกอบคุณภาพเนื่องจากการสูญเสียในตัวนำได้เป็น

$$Q_c = \omega \frac{W}{P_l} = \frac{\omega \varepsilon' h \sigma \delta_s (k_0 z_0)^2}{2k_{mn}^2} \tag{2.30}$$

ดังนั้นเมื่อพิจารณาการสูญเสียเนื่องจากไดอิเล็กตริกและตัวนำ จะได้ค่าตัวประกอบคุณภาพรวมของโหมด mn ใด ๆ เป็น

$$Q_{mn} = \left(\frac{1}{Q} + \frac{1}{Q_d} \right)^{-1} = \left[\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} + \frac{2k_{mn}^2}{\omega \varepsilon' (k_0 z_0)^2 h \sigma \delta_s} \right]^{-1} \tag{2.31ก}$$

และค่าความถี่คัตออฟเป็นความถี่เชิงซ้อน มีค่าเท่ากับ

$$\omega'_{mn} = \omega_{mn} \left(1 + \frac{j}{2Q_{mn}} \right) \tag{2.31ข}$$

โดยปกติการทำงานของสายอากาศนั้นจะอยู่ในช่วงความถี่ที่ทำให้เกิดโหมดหลักเท่านั้น ซึ่งในที่นี้คือ โหมด (1,0) และจะหาค่าสัมประสิทธิ์ C_{10} ได้ดังที่กล่าวมาคือ (แสดงวิธีการหาค่า C_{10} ในการวิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงาน)

$$C_{10} = - \frac{2k_0 z_0 Q_{10} \varepsilon' I_0 \cos(\pi x_0/a)}{k_{10}^2 ab \varepsilon} \tag{2.32}$$

และจากความสัมพันธ์ของกำลังงานที่จ่ายออกไป P_T ในรูปของตัวประกอบกำลัง Q_{10} และพลังงานสะสม W ในสมการ (2.33 ก.) และในรูปของกระแสที่จ่ายเข้าสู่สายอากาศ $I(0)$ กับความต้านทานขาเข้า R_{in} ในสมการ (2.33 ข.)

$$P_T = \frac{2\omega W_e}{Q_{10}} \quad (2.33ก)$$

$$P_T = \frac{1}{2} |I(0)|^2 R_m \quad (2.33ข)$$

ดังนั้นจะสามารถหาค่าความต้านทานขาเข้าที่ความถี่คัตออฟได้ดังสมการ (2.34)

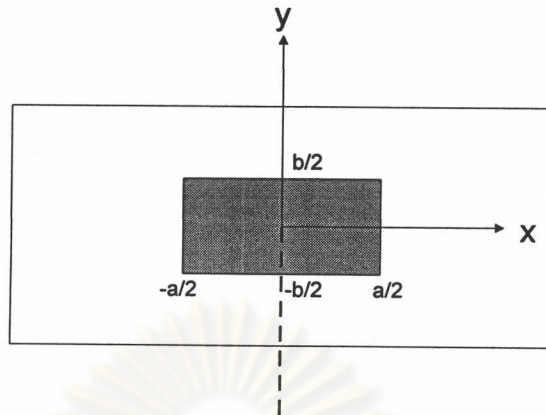
$$R_m = \frac{4\omega W_e}{Q_{10} |I_0|^2} = \frac{2\omega \epsilon' h \left[k_0 z_0 \epsilon' \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \right]^2 Q_{10}}{k_{10}^4 ab |\epsilon|^2} \quad (2.34)$$

ขั้นตอนการวิเคราะห์ข้างต้นนั้น จะเห็นว่าเงื่อนไขขอบเขตจะต้องเป็นแบบจำลองชนิดโพรงที่มีลักษณะเป็นวงจรเปิดในอุดมคติ (ideal open-circuit boundary conditions) เท่านั้น ซึ่งในความเป็นจริงจะมีพลังงานสูญเสียจากโพรงเนื่องจากการแผ่กระจายคลื่น (radiation loss) และยังมีพลังงานสะสมที่เกิดขึ้นนอกเหนือขอบเขตของโพรง (fringing fields) ซึ่งผลกระทบจากการสูญเสียเนื่องจากการแผ่กระจายคลื่น และพลังงานที่สะสมอยู่ข้างนอกโพรง สามารถคำนึงถึงและคำนวณได้โดยการพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองใหม่กล่าวคือผนังด้านข้างของโพรง จะมีค่าแอดมิตแตนซ์เป็นค่าเชิงซ้อน (finite complex admittance) แทนที่จะมีค่าแอดมิตแตนซ์เป็นศูนย์ ดังนั้นเงื่อนไขขอบเขตจะกลายเป็น

$$\vec{H} = Y_w \vec{n} \times \vec{E} \quad (2.35)$$

โดยที่ \vec{n} คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit normal vector) ที่ชี้ออกจากแต่ละผนัง และ Y_w คือค่าแอดมิตแตนซ์ มีหน่วยเป็นซีเมนส์ (siemens)

จากเงื่อนไขขอบเขตดังกล่าวจะต้องพิจารณาผลตอบที่เหมาะสมสำหรับโหมด TM_{10} ดังนั้นเพื่อสะดวกต่อการคำนวณจึงเลือกจุดกำเนิด (Origin) ไว้ที่จุดศูนย์กลางของแผ่นตัวนำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังแสดงในรูป 2.8



รูป 2.8 ระบบพิกัดที่ใช้ในการวิเคราะห์

สำหรับโหมด TM_{10} จะได้สนามไฟฟ้าดังนี้

$$\vec{E}_z = C_{10} \sin k_x x \cos k_y y \quad (2.36)$$

โดยที่จะมีความสัมพันธ์กับสนามแม่เหล็กดังสมการ 2.37

$$\begin{aligned} jk_0 z_0 \vec{H} &= -\nabla \times \vec{E} = \vec{a}_z \times \nabla E_z \\ &= \vec{a}_z C_{10} k_y \sin k_x x \sin k_y y + \vec{a}_y C_{10} k_x \cos k_x x \cos k_y y \end{aligned} \quad (2.37)$$

ที่ซึ่ง $k_x \approx \pi/a$ ที่ซึ่ง $k_y \approx 0$ สำหรับโหมด TM_{10}

จากเงื่อนไขขอบเขต $\vec{H}_y = -Y_{wx} E_z$ ที่ $x = a/2$ ทำให้ได้

$$\tan k_x \frac{a}{2} = -\frac{k_x}{\alpha_x} \quad (2.38ก)$$

ที่ซึ่ง $\alpha_x = jk_0 Z_0 Y_{wx}$ และจากเงื่อนไขขอบเขต $\vec{H}_x = Y_{wy} E_z$ ที่ $y = b/2$ จะได้

$$\cot k_y \frac{b}{2} = \frac{k_y}{\alpha_y} \quad (2.38ข)$$

โดยที่ $\alpha_y = jk_0 Z_0 Y_{wy}$ และสมการสำหรับ k_x และ k_y สามารถแสดงโดยใช้ความสัมพันธ์ $\tan 2\theta = 2 \tan \theta / (1 - \tan^2 \theta)$ ดังนั้นสมการ 2.38 จะกลายเป็น

$$\tan k_x a = \frac{2\alpha_x k_x}{k_x^2 - \alpha_x^2} \quad (2.39ก)$$

$$\tan k_y b = \frac{2\alpha_y k_y}{k_y^2 - \alpha_y^2} \quad (2.39ข)$$

โดยที่ผลตอบที่เหมาะสมของ α_x และ α_y (Collins (1985)) คือ

$$\alpha_x = jk_0 z_0 Y'_{wx} F_x \quad (2.40ก)$$

$$\alpha_y = jk_0 z_0 Y'_{wy} F_y \quad (2.40ข)$$

ที่ซึ่ง

$$Y'_{wx} = 0.00836 \frac{h}{\lambda_0} + j0.01668 \frac{\Delta l}{\lambda_0} k_e \quad (2.41ก)$$

$$\Delta l = 0.412h \cdot \frac{k_e + 0.3}{k_e - 0.258} \cdot \frac{0.262 + b/h}{0.813 + b/h} \quad (2.41ข)$$

$$k_e = \frac{k+1}{2} + \frac{k-1}{2} \left(1 + \frac{10h}{b}\right)^{-1/2} \quad (2.41ค)$$

$$F_x = 0.7747 - 0.5977 \left(1 - \frac{b}{a}\right) - 0.1638 \left(1 - \frac{b}{a}\right)^2 \quad (2.41ง)$$

อย่างไรก็ตาม ตามแนวผนัง $y = \pm b/2$ สนามไฟฟ้า E_z มีการเปลี่ยนแปลงเป็นฟังก์ชันคู่กับ x ดังนั้นการแผ่พลังงานที่เกิดขึ้นตามแนวผนังนี้จึงมีค่าน้อยมาก นั่นหมายถึงเป็นการดีที่จะประมาณค่า $k_y = 0$ ซึ่งสอดคล้องกับกรณีที่มีสภาพเป็นวงจรเปิดในอุดมคติตลอดแนวผนัง ดังนั้นจึงให้ $\alpha_y = 0$ ในสมการ 2.39ข

สำหรับการหาค่า k_x ในสมการ 2.40ก. นั้น k_x จะมีค่าเข้าใกล้ π/a ดังนั้นจึงสามารถประมาณสมการ 2.39ก. ได้ดังนี้

$$\tan k_x a = \frac{2\alpha_x (\pi/a)}{(\pi/a)^2 - \alpha_x^2} \quad (2.42)$$

ซึ่งในการหาผลตอบจะให้ $k_x a = \pi - \delta$ และใช้ความสัมพันธ์ $\tan(\pi - \delta) = -\tan \delta \approx -\delta$ นั้นหมายความว่า

$$k_x = \frac{\pi}{a} + \frac{2\alpha_x \pi}{\pi^2 + (\alpha_x a)^2} \quad (2.43)$$

กำหนดให้ค่า $k_x = k'_x + jk''_x$ และค่าตัวประกอบคุณภาพ Q_r เนื่องจากการสูญเสียจากการแผ่กระจายคลื่นคือ

$$Q_r = \frac{k'_x}{2k''_x} \quad (2.44)$$

ดังนั้นค่าตัวประกอบคุณภาพรวม Q_T ของโพรงคือ

$$Q_T = \left(\frac{1}{Q_{10}} + \frac{1}{Q_r} \right)^{-1} \quad (2.45)$$

ที่ความถี่เรโซแนนซ์จะได้

$$\omega'_{10} = \frac{k'_x}{\sqrt{\mu_0 k \epsilon_0}} \left(1 + \frac{j}{2Q_T} \right) \quad (2.46)$$

ซึ่งค่าความต้านทานขาเข้าที่ได้จากสมการ 2.34 ก็จะไปเปลี่ยนไปโดยแทนค่า Q_{10} ด้วย Q_T โดยที่ค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้า Z_{in} จะมีค่าเป็น

$$Z_{in} = \frac{P_T + 2j\omega(W_m - W_e)}{\frac{1}{2} I_0 I_0^*} \quad (2.47)$$

ที่ซึ่งกำลังงานรวม P_T หมายถึงกำลังงานที่แผ่กระจายออกไปรวมถึงการสูญเสียเนื่องจากไดอิเล็กตริกและจากแผ่นตัวนำ โดยที่พลังงานที่แผ่กระจายออกไปจากโพรมีค่าเท่ากับ

$$P_T + 2j\omega(W_m - W_e) = \frac{1}{2} \int_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{n} ds \quad (2.48)$$

ซึ่งเป็นการอินทิเกรตพื้นที่ทั้งหมดของโพรม

เพราะว่า

$$\begin{aligned} \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot \vec{n} &= \vec{E} \cdot \vec{H}^* \times \vec{n} \\ &= -\vec{E} \cdot \vec{n} \times \vec{H}^* \\ &= \vec{E}_z J_z^* \end{aligned} \quad (2.49)$$

และ $J_z = I_0/2\pi r_0$ ที่ซึ่ง r_0 คือรัศมีของโพรม

ดังนั้นนิมพีแดนซ์ขาเข้า Z_{in} สำหรับโหมด TM_{10} จะเป็นดังนี้

$$-\frac{2jk_0 z_0 h I_0^* \cos^2(\pi x_0/a)}{ab I_0^* \mu_0 \epsilon_0 k (\omega^2 - \omega_{10}^2)} = -\frac{2jz_0 h \cos^2(\pi x_0/a)}{kk_0 ab} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{10}^2 (1 + j/2Q_T)^2} \quad (2.50)$$

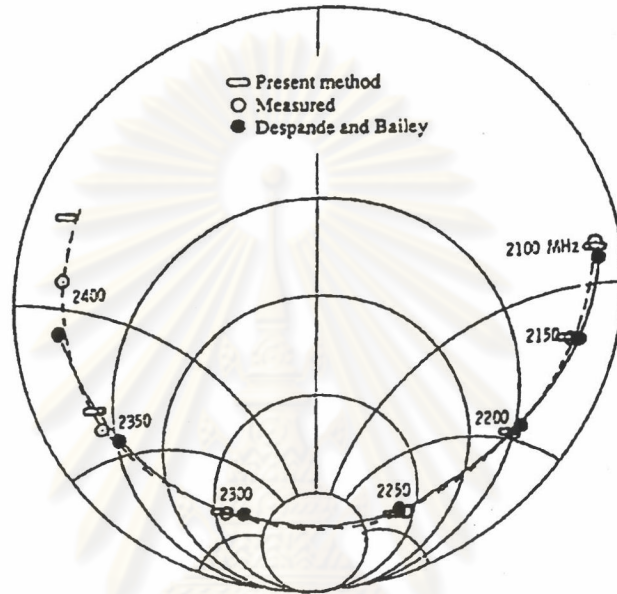
และจากผลรวมของทุกโหมดที่ไม่ใช่ที่เรโซแนนซ์ทำให้ได้ค่า inductive self-reactance ของโพรม ซึ่งสามารถแสดงค่าประมาณของ self-reactance ดังนี้

$$j\omega L = \frac{j\omega h \mu_0}{2\pi} \ln \sqrt{\frac{ab}{\pi r_0^2}} \quad (2.51)$$

โดยสมการ 2.50 นี้เป็นการพิจารณาโพรมคือตัวนำด้านในของภาตตัดขวางของสายส่งที่เป็นสายโคแอกเซียล ซึ่งมีรัศมีในเป็น r_0 และรัศมีนอกเป็น R_0 ถ้ารวมสมการ 2.50 และ 2.51 จะได้

$$Z_{in} = \frac{j\omega h \mu_0}{2\pi} \ln \sqrt{\frac{ab}{\pi r_0^2}} - \frac{2jz_0 h \cos^2(\pi x_0/a)}{kk_0 ab} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{10}^2 \left(1 + \frac{j}{2Q_T}\right)^2} \quad (2.52)$$

โดยที่สมการ 2.52 คือค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้าของสายอากาศไมโครสตริปที่บ่อนกำลังโดยสายโคแอกซ์ที่ตำแหน่ง $x = x_0$ และ $y = b/2$



รูป 2.9 ตัวอย่างเส้นทางเดินบนสมิทชาร์ตของอิมพีแดนซ์ขาเข้ากับความถี่ของสายอากาศไมโครสตริป
(Mitra, Park and Akson, 1995)

การวิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงาน (radiation pattern) ของสายอากาศไมโครสตริป

แบบรูปการแผ่พลังงานมีความสำคัญมากในการใช้งานสายอากาศ เพราะทำให้รู้ถึงทิศทางที่มีการรับคลื่นได้ดีที่สุด ทำให้สามารถปรับตำแหน่งของลำคลื่นหลักของสายอากาศไปยังทิศทางนั้นได้ และยังบอกถึงอัตราขยายของสายอากาศได้อีกด้วย แบบรูปการแผ่พลังงานนั้นโดยทั่วไปจะหมายถึงความเข้มของสนามไฟฟ้าในทิศทางต่าง ๆ ที่บริเวณห่างไกลจากสายอากาศมาก (far field) ซึ่งสนามไฟฟ้าที่ได้จะอยู่ในรูปของฟังก์ชันของมุม θ และ ϕ หรือ $E_\theta(\theta, \phi)$, $E_\phi(\theta, \phi)$ ตามลำดับ การหาแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศไมโครสตริปนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง ซึ่งปัจจัยเหล่านี้เป็นปัจจัยที่จะต้องศึกษาต่อไปว่ามีผลอย่างไรต่อแบบรูปการแผ่พลังงาน โดยต่อไปจะกล่าวถึงการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อใช้ในการหาแบบรูปการแผ่พลังงาน เพื่อดูผลของปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อแบบรูปการแผ่พลังงานดังกล่าว

จากสมการ (2.17) สนามไฟฟ้าที่ได้สำหรับโหมด TM_{10} คือ

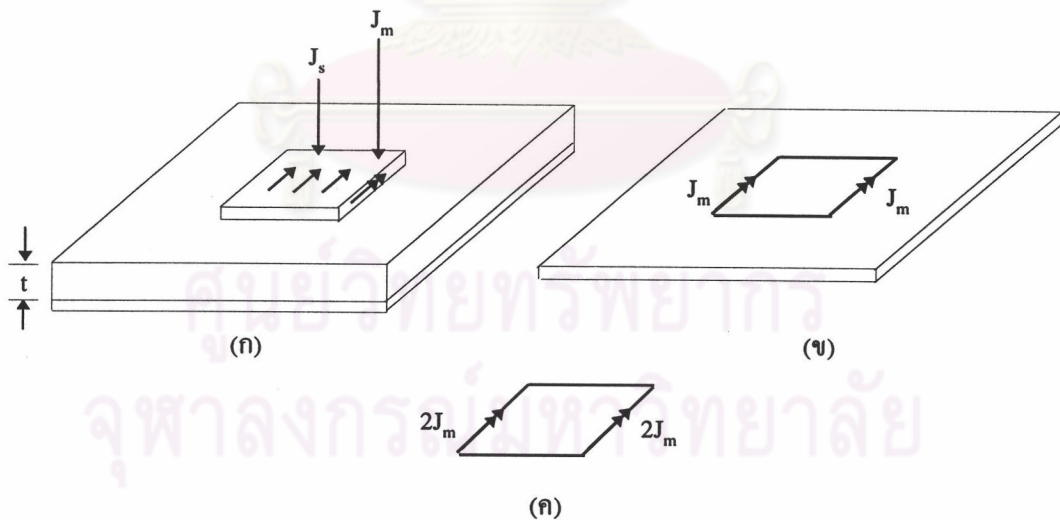
$$E_z = C_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (2.53)$$

จากเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ที่มีเพียง

$$\vec{J}_m = -\vec{n} \times \vec{E} = \vec{z} \times \vec{n} E_z \quad (2.54)$$

เนื่องจากกระแสไฟฟ้าเป็นศูนย์เพราะ $\vec{n} \times \vec{H} = 0$ และจากข้อจำกัดที่ให้ค่าความสูงของชั้นไดอิเล็กตริก t เล็กมาก จนสามารถให้กระแสที่ผิวบนของแผ่นตัวนำมีขนาดเล็กมากจนไม่มีผลต่อกระแสทั้งหมดของแผ่นตัวนำ ดังนั้นจึงมีแต่กระแสแม่เหล็กที่เป็นกระแสส่วนใหญ่ของแผ่นตัวนำ

ให้กระแสแม่เหล็กทั้งหมดถูกอัด (condensed) เสมือนเป็นแหล่งกำเนิดแบบเส้น (line source) ที่อยู่เหนือแผ่นกราวด์ (ground plane) เนื่องจากเมื่อนำชั้นไดอิเล็กตริกออกและมีความหนาแน่นของกระแสเท่ากับ tJ_m ดังแสดงในรูป 2.10 (ข)



รูป 2.10 รูปแบบของกระแสที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศไมโครสตริบ

- (ก) รูปแบบกระแสที่เกิดขึ้นจริงในเทอมของกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็ก
- (ข) รูปแบบกระแสแม่เหล็กโดยประมาณเมื่อนำชั้นไดอิเล็กตริกออกและไม่คิดกระแสไฟฟ้า
- (ค) รูปแบบโดยประมาณของกระแสแม่เหล็กเมื่อนำแผ่นกราวด์ออก

และนำทฤษฎีบทภาพเสมือน (image theory) มาประยุกต์ใช้โดยเสมือนว่าสามารถนำแผ่นกราวด์ออกได้ ทำให้มีความแรงของแหล่งกำเนิดแบบเส้นเป็นสองเท่าของความแรงเดิม ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2tJ_m$ ดังแสดงในรูป 2.10 (ค)

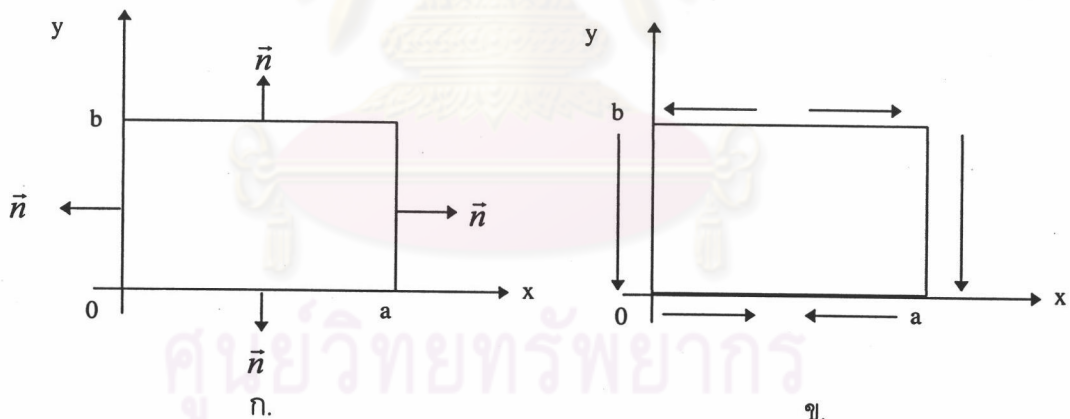
ดังนั้นแหล่งกระแสแม่เหล็กเสมือน (equivalent magnetic current) ในอวกาศว่าง (free space) จึงกลายเป็น

$$I_m = 2tJ_m \quad (2.55)$$

เมื่อแทนค่า J_m จากสมการ (2.38) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} I_m &= 2t(-\vec{n} \times \vec{E}) \\ &= 2t(\vec{z} \times \vec{n}E_z) \end{aligned} \quad (2.56)$$

โดยมีทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่เกิดขึ้นบนแผ่นตัวนำ จะเป็นไปตามรูป 2.11 ก.



รูป 2.11 ทิศทางของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยและการกระจายกระแสบนแผ่นตัวนำ

พิจารณากระแสตามขอบของแผ่นตัวนำโดยการแทนค่าสนามไฟฟ้าลงจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \vec{I}_m &= 2t(\vec{z} \times (-x\vec{C}_{10})) \\ &= -2tC_{10}\vec{y} \end{aligned} \quad \text{ที่ } x=0$$

$$\begin{aligned}
\vec{I}_m &= 2t(\vec{z} \times (x.-C_{10})) \\
&= -2tC_{10}\vec{y} && \text{ที่ } x = a \\
\vec{I}_m &= 2t\left(-\vec{z} \times \left(-\vec{y}C_{10} \cos\frac{\pi x}{a}\right)\right) && (2.57) \\
&= 2tC_{10} \cos\frac{\pi x}{a} \vec{x} && \text{ที่ } y = 0 \\
\vec{I}_m &= 2t\left(\vec{z} \times \vec{y}C_{10} \cos\frac{\pi x}{a}\right) \\
&= -2tC_{10} \cos\frac{\pi x}{a} \vec{x} && \text{ที่ } y = b
\end{aligned}$$

ซึ่งกระแสที่ได้นี้จะแสดงได้ดังรูป 2.11 ข. สามารถพิจารณาได้ว่ากระแสแบบเส้นตามขอบ $y = 0$ และที่ $y = b$ มีทิศตรงกันข้ามและมีขนาดที่แปรตาม $\cos(\pi x/a)$ เหมือนกัน ดังนั้นจึงไม่มีการแผ่กระจายคลื่นในทิศทาง z และมีการแผ่กระจายคลื่นในทิศทางอื่นน้อย ยกเว้นในทิศทาง y ตามขอบ $x = 0$ และ $x = a$

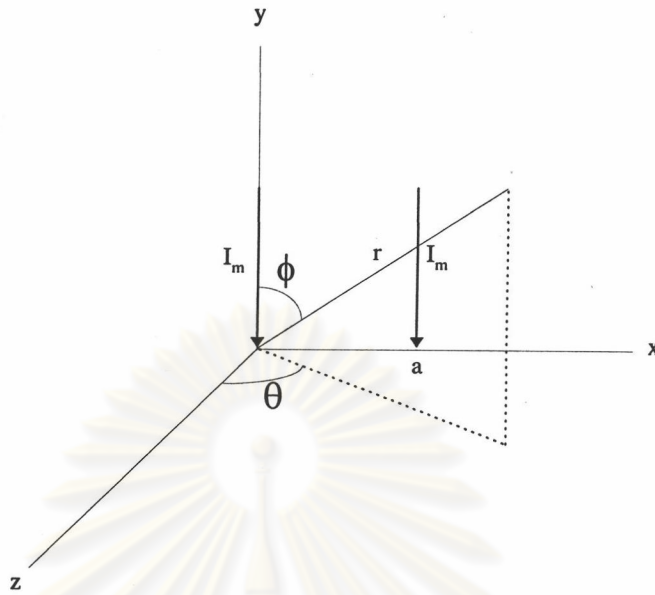
เมื่อทำการคำนวณหากระแสที่เกิดขึ้นบนแผ่นตัวนำได้เรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการคำนวณหาสมการของสนามไฟฟ้าที่ระยะไกล (far field) โดยจำเป็นต้องใช้ฟังก์ชันศักย์ช่วย (auxiliary potential function) จาก

$$\nabla^2 \vec{F} + \beta^2 \vec{F} = -\epsilon_0 \vec{J}_m \quad (2.58)$$

ดังนั้นศักย์เวกเตอร์ (vector potential) มีค่าเป็น

$$\vec{F}_{my} = \iint \frac{\epsilon_0}{4\pi} I_m \frac{e^{-j\beta R}}{R} ds \quad (2.59)$$

เมื่อแทนค่ากระแส ดังแสดงในรูป 2.12



รูป 2.12 แสดงแหล่งกระแสแม่เหล็กเสมือนที่เกิดขึ้นเพื่อหาการแผ่กระจายของสนาม

จะได้

$$F_{my} = \frac{-\epsilon_0}{4\pi r} (2tC_{10}) [e^{-jk_0 r} + e^{-jk_0(r-a \sin \theta \sin \phi)}] \int_0^b e^{jk_0 y \cos \phi} dy$$

$$= \frac{-2tC_{10}\epsilon_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} (1 + e^{-ja \sin \theta \sin \phi}) \frac{e^{jk_0 b \cos \phi} - 1}{jk_0 \cos \phi} \quad (2.60 \text{ ก.})$$

เมื่อจัดรูปใหม่จะเป็น

$$F_{my} = \frac{-btC_{10}\epsilon_0}{\pi r} e^{-jk_0 r + jk_0(a/2) \sin \theta \sin \phi + jk_0(b/2) \cos \phi}$$

$$\times \cos(k_0(a/2) \sin \theta \sin \phi) \frac{\sin(k_0(b/2) \cos \phi)}{k_0(b/2) \cos \phi} \quad (2.60 \text{ ข.})$$

ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ C_{10} นั้นสามารถหาได้จากสมการ (2.23) โดยการแทนค่า $m = 1$ และ $n = 0$ จะได้เป็น

$$C_{10} = \frac{\epsilon_{01}\epsilon_{00}}{(k^2 - k_{10}^2)ab} \iint_0^a \int_0^b jk_0 z_0 J_z \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx dy \quad (2.61)$$

เมื่อ

$$\epsilon_{0n} = \begin{cases} 1 & ; n = 0 \\ 2 & ; n > 0 \end{cases}$$

กระแส $J_z = \frac{I_0}{2\pi r_0}$ ดังสมการ (2.19) และจากสมการ (2.25) แทนค่า $\omega = \omega_{10}, k_{nm} = k_{10}$

และแทนค่าอนุกรมเทย์เลอร์ $\left(1 - \frac{j\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^{-1} = 1 + \frac{j\varepsilon''}{\varepsilon'}$ จะได้

$$\begin{aligned} k^2 - k_{10}^2 &= \varepsilon \left[\frac{k_{10}^2}{\varepsilon'} - \frac{k_{10}^2}{\varepsilon'} \left(1 + j \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right) \right] \\ &= -\varepsilon \left[\frac{j\varepsilon''}{\varepsilon'} \right] \frac{k_{10}^2}{\varepsilon'} \end{aligned} \quad (2.62)$$

จากค่า $Q_{10} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}$ ดังนั้น

$$k^2 - k_{10}^2 = \frac{-j\varepsilon k_{10}^2}{\varepsilon Q_{10}} \quad (2.63)$$

เมื่อแทนค่า ε_{on} , กระแส J_z และ $k^2 - k_{10}^2$ ในสมการ (2.61) จะได้เป็น

$$C_{10} = \frac{-2\varepsilon Q_{10}}{\varepsilon k_{10}^2 ab} \int_0^b \int_0^a k_0 z_0 \frac{I_0}{2\pi r_0} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx dy \quad (2.64)$$

จากรูป 2.7 ที่ให้จุดป้อนกระแสอยู่ที่จุด $x = x_0$ และจากสมการ (2.64) เปลี่ยนช่วงการอินทิเกรตให้เหมาะสมจะได้เป็น

$$C_{10} = \frac{-2\varepsilon Q_{10} k_0 z_0}{\varepsilon k_{10}^2 ab} \int_0^{\pi x_0 + \pi b} \int_{\pi x_0 - \pi a}^{\pi x_0} \frac{I_0}{2\pi r_0} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx d\theta \quad (2.65)$$

ในที่สุดจะได้ผลเป็น

$$C_{10} = \frac{-2\varepsilon Q_{10} k_0 z_0}{\varepsilon k_{10}^2 ab} I_0 \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \quad (2.66)$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่ผู้สังเกตระยะไกลจะได้เป็น

$$E(\theta, \phi) = -j\omega z_0 \sin \phi F_{my}(\theta, \phi) \quad (2.67)$$

โดยอัตราขยายกำลังงาน (power gain) ของสนามไฟฟ้ามีค่าเป็น

$$P(\theta, \phi) = 20 \log |E(\theta, \phi)| \quad (2.68)$$

หรือสรุปเป็นรูปทั่วไปในการใช้ศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า ($\vec{F}(\vec{r})$) ช่วยในการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าระยะไกลได้ดังนี้
 ศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า $\vec{F}(\vec{r})$ ณ ตำแหน่ง \vec{r} ใด ๆ ในอวกาศว่างจึงเป็นฟังก์ชันของแผ่นกระแสแม่เหล็กซึ่งอยู่ที่
 ตำแหน่ง \vec{r}' ใด ๆ ตามสมการ 2.69

$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{\epsilon_0 t}{4\pi} \int \vec{M}(\vec{r}') \frac{\exp(-jk_0|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad (2.69)$$

โดยที่ $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ คือค่าเวกเตอร์ในอวกาศว่าง และการอินทิเกรตทำรอบผนังด้านข้างของโพรง
 และจากสมการ 2.69 แบบรูปการแผ่พลังงานสามารถหาได้จากสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในระยะ
 สนามไกลในชุดสมการต่อไปนี้

$$\vec{H}(\theta, \phi) = -j\omega\vec{F}(\vec{r}) \quad (2.70)$$

$$E_\theta(\theta, \phi) = Z_0 H_\phi(\theta, \phi) = -j\omega Z_0 F_\phi(\vec{r}) \quad (2.71)$$

$$E_\phi(\theta, \phi) = -Z_0 H_\theta(\theta, \phi) = j\omega Z_0 F_\theta(\vec{r}) \quad (2.72)$$

จากค่าสนามไฟฟ้าในสมการ 2.71 และ 2.72 จะได้แบบรูปการแผ่พลังงานที่มุมต่างๆ บนระนาบ ϕ ใด ๆ
 โดยเฉพาะบนระนาบหลักสองระนาบคือระนาบ ϕ เท่ากับ 0 และ 90 องศา และทราบค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ
 ของสายอากาศได้แก่ มุมตันของลำ สภาพเจาะจงทิศทางและอัตราขยายของสายอากาศดังสมการ 2.73 ถึง
 สมการ 2.75 ตามลำดับ

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P_n(\theta, \phi) d\theta d\phi \quad (\text{สเตอเรเดียน}) \quad (2.73)$$

$$D = \frac{U(\theta, \phi)_{\max}}{U(\theta, \phi)_{av}} = \frac{S(\theta, \phi)_{\max}}{S(\theta, \phi)_{av}} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (2.74)$$

โดยที่ $P_n(\theta, \phi) = \frac{S(\theta, \phi)}{S(\theta, \phi)_{\max}}$ คือความเข้มการแผ่พลังงาน

$$S(\theta, \phi) = \frac{((S_\theta(\theta, \phi))^2 + (S_\phi(\theta, \phi))^2)}{Z_0} \quad \text{คือเวกเตอร์ของพอยน์ติงและมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ}$$

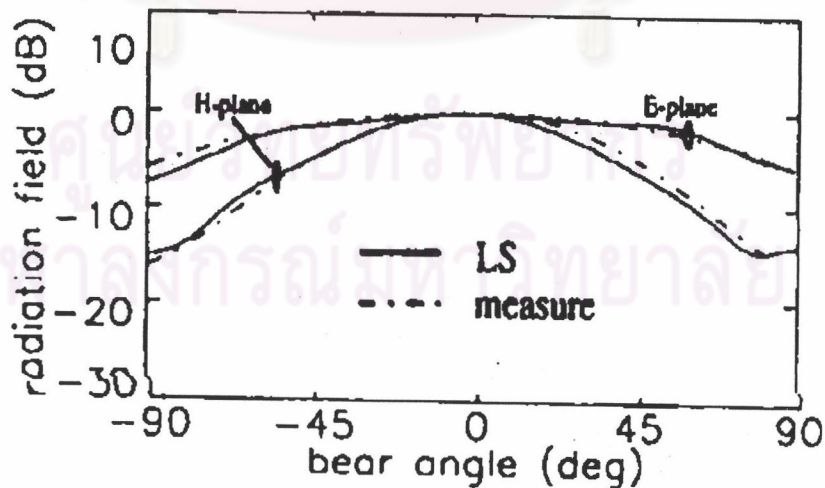
$$S(\theta, \phi)_{av} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S(\theta, \phi) d\theta d\phi$$

จากแบบรูปการแผ่พลังงานในระยะสนามไกลที่ได้จากสมการ 2.71 และ 2.72 ทำให้ทราบค่าความกว้างลำของสายอากาศ Ω_0 และ Ω_{90} บนระนาบหลักสองระนาบคือระนาบ ϕ เท่ากับ 0 และ 90 องศาตามลำดับ และเนื่องจากแบบรูปการแผ่พลังงานเป็นแบบบรอดไซด์ที่สามารถละเอียดเพียงพอคลื่นเล็กจึงสามารถหาค่ามุมตันของลำและสภาพเจาะจงทิศทางโดยประมาณได้โดยง่ายดังสมการ 2.76 และ 2.77 (Kraus, 1988)

$$\Omega_A \approx \Omega_0 \cdot \Omega_{90} \quad (2.75)$$

$$D \approx \frac{4\pi[\text{rad}]}{\Omega_0 \Omega_{90}[\text{rad}^2]} \approx \frac{41253[\text{deg}]}{\Omega_0 \Omega_{90}[\text{deg}^2]} \quad (2.76)$$

ในรูป 2.14 เป็นแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีการเชิงเลขโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์และการวัดแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศไมโครสตริปรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ทำงานในย่านความถี่แอลโดย Tian และ Lightart (1995)



รูป 2.13 ตัวอย่างแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศไมโครสตริปรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ทำงานในย่านความถี่แอล (Tian and Lightart, 1995)