



บทที่ 1

บทนำ และทฤษฎีทั่วไป

1.1 บทนำ

ปัญหาเรื่อง การประหยัดพลังงาน มีบทบาทสำคัญในสังคมปัจจุบันมาก จึงมีผลทำให้ การประยุกต์ทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์ทั่วไป และวิทยาศาสตร์บริสุทธิ์ (ฟิสิกส์) มีความสำคัญควบคู่กันไปด้วย

ประเทศไทยเป็นประเทศในเขตร้อน ในแต่ละวันเราจะสูญเสียพลังงานส่วนหนึ่งไปกับการสร้างความเย็น เพื่อถนอมอาหาร เพื่อให้คนในสังคมอยู่อย่างสุขสบาย ฯลฯ ด้วยเหตุนี้ วัสดุประเภทฉนวนความร้อน (thermal insulator) จึงเข้ามามีบทบาทในสังคม เพราะเป็นตัวช่วยทำให้สามารถรักษาความเย็นไว้ได้นาน และนั่นก็หมายถึงการประหยัดพลังงานด้วย

ก่อนปีพ.ศ. 2527 คนทั่วไปจะรู้จักยิปซัมบอร์ด (Gypsum board) และ โฟม (Foam) ซึ่งเป็นฉนวนความร้อนที่นิยมใช้กันอยู่ในช่วงนั้น ต่อจากปี พ.ศ. 2527 ถึง พ.ศ. 2529 ไมโครไฟเบอร์ (Microfiber) ซึ่งเป็นฉนวนความร้อนชนิดใหม่เริ่มได้รับความสนใจจากประชาชนเนื่องจากฉนวนความร้อนชนิดใหม่นี้ มีสาระทางวิชาการเพิ่มขึ้น คือมีแผ่นอลูมิเนียมป้องกันการแผ่รังสีความร้อนอีกชั้นหนึ่ง มาตั้งแต่ปี 2530-2531 ฉนวนความร้อนประเภทยิปซัมบอร์ด ได้พัฒนาตัวเองกลับมามีบทบาทอีกครั้งในลักษณะของความสะดวกในการใช้และมีประสิทธิภาพในการป้องกันความร้อนเพิ่มขึ้น โดยนำแผ่นยิปซัมบอร์ดมาประกบติดกับแผ่นโฟมเป็นสองชั้น

จากข้อความข้างต้น เราจะเห็นว่าฉนวนความร้อนหรือวัสดุในกลุ่มนี้คงต้องมีการพัฒนาต่อไป ด้วยเหตุผลนี้ งานวิจัยจึงมุ่งที่จะประยุกต์ทฤษฎีทางฟิสิกส์ เพื่อศึกษาพฤติกรรมเชิงความร้อนและศึกษาสมบัติพื้นฐานต่าง ๆ ของฉนวนความร้อนที่มีอยู่ในปัจจุบัน โดยจะเน้นในส่วนการพัฒนาเครื่องมือวัดค่าสภาพการนำความร้อน (Thermal Conductivity) เพราะในปัจจุบันเครื่องมือประเภทนี้ในประเทศไทยมีน้อย และที่มีอยู่จะมีความยุ่งยากในการใช้งานมากไม่น่าสนใจสำหรับโรงงานผู้ผลิต, ผู้เริ่มงานวิจัยและผู้เกี่ยวข้อง

จุดมุ่งหมายของการวิจัย คือ

1. พัฒนาเครื่องมือเพื่อใช้วัดค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุโดยให้เป็นเครื่องมือที่ใช้ง่าย ราคาประหยัด บุคคลทั่วไปสามารถใช้ได้ไม่จำเป็นต้องมีความเชี่ยวชาญพิเศษ
2. เครื่องมือที่พัฒนาขึ้นควรมีค่าคลาดเคลื่อนประมาณ 10 %

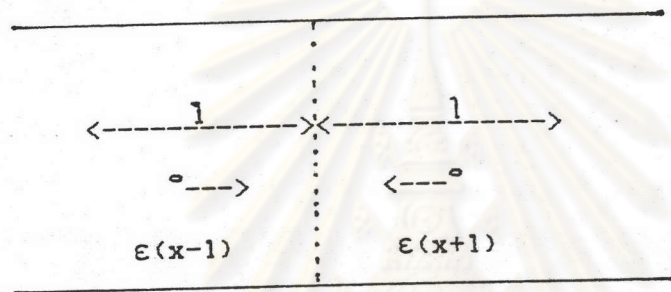
ขั้นตอนในการวิจัย เริ่มจากการแสวงหาเครื่องมือที่สามารถวัดค่า K ของวัสดุได้แม่นยำเที่ยงตรงมากที่สุด เพื่อนำค่า K นั้น มาเป็นค่าเปรียบเทียบกับเครื่องมือที่พัฒนาขึ้น ซึ่งในที่สุดพบว่า การวัดค่า K ในสุญญากาศโดยการป้อนอากาศออก จะวัดค่า K ได้เที่ยงตรงที่สุด ฉะนั้นค่าเปรียบเทียบกับในการวิจัยนี้จึงเป็นค่า K ที่วัดได้โดยวิธีวัดในสุญญากาศ

เครื่องมือที่พัฒนาขึ้นนั้นมี 2 แบบด้วยกัน ซึ่งแบบที่หนึ่งจะวัดค่า K ใกล้เคียงค่าเปรียบเทียบกับมากที่สุด คือมีความคลาดเคลื่อนเพียง 4 % แต่มีความยุ่งยากในการเตรียมการทดลองมาก จึงไม่เหมาะที่จะนำไปใช้ในงานทั่วไป แบบที่สองนี้ใช้งานได้สะดวกมาก สามารถวัดค่า K ของวัสดุได้ทุกชนิด มีค่าคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วง 3 % - 8 % และทั้งยังมีความเหมาะสมที่จะนำไปสร้างชุดทดลองในระดับมัธยมและอุดมศึกษาอีกด้วย ส่วนรายละเอียดเกี่ยวกับการทดลองทั้งสองแบบจะกล่าวในบทที่ 2

ประโยชน์ที่จะได้รับจากงานวิจัยนี้ คือทำให้มีเครื่องมือเบื้องต้นแบบง่ายที่สามารถสร้างขึ้นเองได้ในห้องปฏิบัติการ

1.2 ทฤษฎีทั่ว ๆ ไปเกี่ยวกับสถานการณ์นำความร้อนของโฟนอน

โฟนอนเป็นพาหะในการเคลื่อนย้ายพลังงานความร้อนในวัสดุประเภทฉนวน ถ้าเราสมมุติว่าโฟนอน มีการเคลื่อนที่เหมือนก๊าซเราอาจหาสถานการณ์นำความร้อนได้ด้วยทฤษฎีจลน์ของก๊าซ โดยกำหนดให้ v คือความเร็ว $\epsilon(x)$ คือพลังงานซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทาง x l คือวิถีอิสระเฉลี่ย (mean free path) ของโฟนอน N คือ จำนวนโฟนอนต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร



รูปที่ 1.1 การเคลื่อนย้ายพลังงานโดยโฟนอนในระนาบ x

จากรูป 1.1 ให้ Q_1 คือ พลังงานที่ถูกเคลื่อนย้ายโดยโฟนอนจากทางขวามือต่อหนึ่งหน่วยเวลาต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่มายังระนาบ x เราจะได้

$Q_1 = (-1/6)Nv\epsilon(x + 1)$ (1.2.1)

ให้ Q_2 คือพลังงานที่ถูกเคลื่อนย้ายโดยโฟนอนจากทางซ้ายมือต่อหนึ่งหน่วยเวลาต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่มายังระนาบ x เราจะได้ว่า

$Q_2 = (+1/6)Nv\epsilon(x - 1)$ (1.2.2)

ถ้า Q_x คือพลังงานรวมทั้งหมดที่ถูกเคลื่อนย้ายโดยโฟนอนต่อหนึ่งหน่วยเวลาต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่มายังระนาบ x ดังนั้นจะได้ว่า

$$Q_x = (-1/6)Nu\epsilon(x+1) + (1/6)Nu\epsilon(x-1) \quad (1.2.3)$$

เนื่องจาก ϵ มีค่าน้อย เราสามารถกระจายเทอม $\epsilon(x+1)$ และ $\epsilon(x-1)$ ในรูปของเทย์เลอร์ซีรีส์ (Taylor's series) ได้ ดังนั้นสมการ (1.2.3) กลายเป็น

$$\begin{aligned} Q_x &= -\frac{1}{6} Nu \left[\epsilon(x) + 1 \frac{\partial \epsilon(x)}{\partial x} + \dots \right] + \frac{1}{6} Nu \left[\epsilon(x) - 1 \frac{\partial \epsilon(x)}{\partial x} + \dots \right] \\ &= -\frac{1}{3} Nu \frac{\partial \epsilon(x)}{\partial x} \\ &= -\frac{1}{3} Nu \frac{\partial \epsilon(x)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \\ &= -\frac{1}{3} u \frac{\partial N\epsilon(x)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

$N\epsilon(x)$ คือพลังงานโฟนอนทั้งหมดในหนึ่งหน่วยปริมาตร เนื่องจากความร้อนจำเพาะ $C_v \equiv \frac{\partial E}{\partial T}$ เมื่อ E เป็นพลังงานรวมทั้งหมด ดังนั้น $C_v = \frac{\partial N\epsilon(x)}{\partial T}$ จากสมการ (1.2.4) เราได้

$$Q_x = (-1/3)u C \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.2.5)$$

เมื่อ C มีหน่วยเป็น $J/m^3 \cdot K$ เราอาจเขียนได้ว่า

$$Q = -K(T) \frac{dT}{dx} \quad (1.2.6)$$

เมื่อ α เป็นอัตราการไหลของปริมาณความร้อนต่อหนึ่งหน่วย และ $K(T)$ คือ สหภาพการนำความร้อน จากสมการ (1.2.5) และ (1.2.6) จะได้ว่า

$$K(T) = (1/3)Cv \quad (1.2.7)$$

จากการประมาณของเดอบาย (Debye approximation) α มีค่าไม่ขึ้นกับ อุณหภูมิและ C มีค่าคงที่ ณ อุณหภูมิห้อง $K(T)$ จึงแสดงค่าขึ้นอยู่กับค่า 1 โดย 1 เป็น สัดส่วนโดยตรงกับ (จำนวนโฟนอน) $^{-1}$

$$\text{จาก } N = \int_0^{\infty} D(\omega) \langle n \rangle d\omega \quad (1.2.8)$$

เมื่อ N เป็นจำนวนโฟนอน, $D(\omega)d\omega$ เป็นความหนาแน่นของโหมด (Mode) ซึ่ง สันด้วยคามถี่ระหว่าง ω กับ $\omega + d\omega$, $\langle n \rangle$ เป็นจำนวนโฟนอนต่อโหมด

$$\text{โดยที่ } \langle n \rangle = 1 / \{ \exp(\hbar\omega/k_B T) - 1 \} \quad (1.2.9)$$

จากสมการ (1.2.9) สามารถกระจายได้เป็น

$$\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1 = 1 + \hbar\omega/k_B T + \dots - 1$$

กรณีที่อุณหภูมิห้อง $k_B T \gg \hbar\omega$ สมการ (1.2.9) จะได้

$$\langle n \rangle \approx k_B T / \hbar\omega$$

แทนค่า $\langle n \rangle$ ในสมการ (1.2.8)

$$N \approx \int_0^{\infty} D(\omega) \frac{k_B T}{\hbar \omega} d\omega$$

หรือ $N \propto T$ และ $l \propto N^{-1}$

∴ $l \propto T^{-1}$ นั่นคือ $K(T) \propto T^{-1}$ ที่อุณหภูมิห้อง

สำหรับวัสดุที่เป็นโพลีเมอร์อสัณฐาน (amorphous polymers) เช่น PVC poly (vinyl chloride), แก้ว l จะคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงที่อุณหภูมิสูงและมีค่าอยู่ในช่วงระยะห่างอะตอม ดังนั้น $K(T) \propto C$ และจะเพิ่มขึ้นช้าตามอุณหภูมิ แต่เนื่องจากที่อุณหภูมิห้อง C มีค่าคงที่ $K(T)$ จึงมีค่าคงที่ด้วย

1.3 การถ่ายโอนความร้อน² (Heat Transfer)

เราทราบแล้วว่าการส่งผ่านความร้อน (Heat transfer) มีอยู่ด้วยกัน 3 แบบคือ การนำ, การพา และ การแผ่รังสีความร้อน ในหัวข้อนี้จะเขียนถึงความหมายและสมการพื้นฐานของการส่งผ่านความร้อน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.3.1 การนำความร้อน (Heat Conduction)

การนำความร้อนเป็นกระบวนการส่งผ่านความร้อนโดยอาศัยการกระทบกันของโมเลกุล ในกรณีของของเหลวหรือเกิดจากการไหลของอิเล็กตรอน ในกรณีของโลหะ ตัวบ่งบอกถึงความแตกต่างกันในการนำความร้อนของวัสดุแต่ละชนิดคือ ค่าสภาพการนำความร้อน (Thermal conductivity) ทัวไปแล้วค่าสภาพการนำความร้อนจะแปรเปลี่ยนไปกับอุณหภูมิด้วย สำหรับโลหะบริสุทธิ์ส่วนใหญ่ค่าสภาพการนำความร้อนจะลดลงกับอุณหภูมิ ในขณะที่พวก๊าซและพวกวัสตจนวนจะเพิ่มกับอุณหภูมิ

1.3.1.1 สมการพื้นฐานของการนำความร้อน

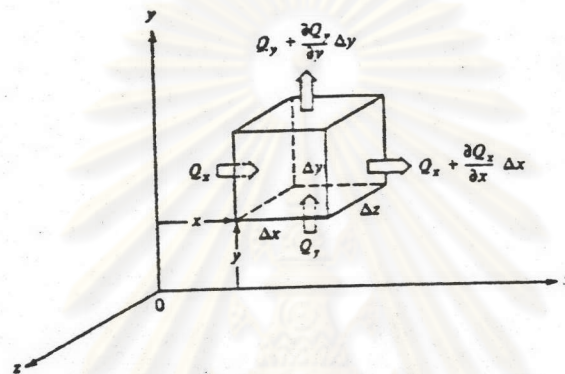
ฟลักซ์ของความร้อน (Heat flux) ในทิศทางต่าง ๆ สามารถอธิบายได้โดยกฎของฟูเรียร์ (Fourier's law) ดังนี้

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.3.1)$$

$$q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.3.2)$$

$$q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1.3.3)$$

พิจารณาอัตราการเกิดความร้อนภายในทรงลูกบาศก์เล็ก $\Delta x \Delta y \Delta z$ พบว่า การเปลี่ยนแปลงความร้อนจะเป็นไปได้ดังแสดงในรูป 1.2



รูป 1.2 แสดงอัตราการเปลี่ยนความร้อน

ที่จุด x และ $x + \Delta x$ ผลต่างของอัตราการไหลของความร้อนคือ

$$q_x - (q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x) = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \quad (1.3.4)$$

$$= -\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1.3.5)$$

เมื่อ $q_x = \Delta q_x \Delta y \Delta z$

ในทำนองเดียวกัน อัตราการไหลสุทธิของความร้อนในแนว y และ z ก็สามารถหาได้ตามลำดับคือ

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1.3.6)$$

$$-\frac{\partial q_z}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1.3.7)$$

$$\text{ดังนั้นอัตราการไหลเข้าสู่สุทธิ} \equiv - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1.3.8)$$

ถ้ามีแหล่งกำเนิดพลังงานในตัวกลางให้กำเนิดความร้อนในอัตรา $\mathcal{G}(x, y, z, t)$
 วัตต์ ต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยปริมาตร

$$\text{อัตราการผลิตพลังงานในลูกบาศก์} = \mathcal{G} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1.3.9)$$

ให้ c_p และ c_v เป็นความร้อนจำเพาะภายใต้ความดันคงที่และความร้อนจำเพาะ
 ภายใต้ปริมาตรคงที่ของของแข็งและของเหลว ซึ่งจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้นอัตราการเพิ่มพลังงาน
 ภายในลูกบาศก์ $= \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (1.3.10)$

ρ และ c_p ไม่แปรตามเวลา

จากหลักการสมดุลพลังงานในทรงลูกบาศก์ $\Delta x \Delta y \Delta z$

$$\left[\begin{array}{l} \text{อัตราการไหลเข้าของความร้อน} \\ \text{โดยการนำสุทธิ} \end{array} + \begin{array}{l} \text{อัตราความร้อนที่} \\ \text{เกิดขึ้นภายใน} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{อัตราการเพิ่มพลังงาน} \\ \text{ภายในในลูกบาศก์} \end{array} \right]$$

จากสมการ (1.3.8), (1.3.9) และ (1.3.10) จะได้ว่า

$$- \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \mathcal{G} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.3.11)$$

แทนค่า q_x , q_y และ q_z

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mathcal{G} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.3.12)$$

เมื่อ $T \equiv T(x, y, z, t)$ และ $\mathcal{G} \equiv \mathcal{G}(x, y, z, t)$

สมการ (1.3.12) เรียกว่า สมการพาร์เทียลดิฟเฟอเรนเชียลสำหรับความร้อน

พิจารณากรณีพิเศษของสมการ (1.3.12)

กรณีที่ 1 ตัวกลางเป็นไอโซทรอปิก ($k_x = k_y = k_z = k$) กรณีนี้สมการ (1.3.12) จะกลายเป็น

$$\nabla^2 T + g/k = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.3.13)$$

เมื่อ ∇^2 เป็น Laplacian operator

$$\text{ซึ่งแทน } \nabla^2 = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1.3.14)$$

$$\alpha = k/\rho C_p \quad (1.3.15)$$

เมื่อ α คือสภาพการแพร่ความร้อน (thermal diffusivity)

กรณีที่ 2 ตัวกลางไอโซทรอปิก และไม่มีแหล่งกำเนิดความร้อน ($g = 0$) สมการ (1.3.12) จะได้

$$\nabla^2 T = (1/\alpha) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.3.16)$$

สมการ (1.3.16) เรียกว่าสมการฟูเรียร์ (Fourier equation)

กรณีที่ 3 ตัวกลางไอโซทรอปิกและการนำความร้อนเป็น Steady state ($T = 0$) สมการ (1.3.12) จะได้

$$\nabla^2 T + g/k = 0 \quad (1.3.17)$$

สมการ (1.3.17) เรียกว่าสมการปัวซอง (Poisson's equation)

กรณีที่ 4 ตัวกลางไอโซทรอปิกไม่มีแหล่งกำเนิดความร้อนและการนำความร้อนอยู่ในลักษณะ steady state สมการ (1.3.12) จะกลายเป็น

$$\nabla^2 T = 0 \quad (1.3.18)$$

สมการ (1.3.18) นี้เรียกว่า สมการลาปลาซ (Laplace equation)

1.3.1.2 สมการนำความร้อนในพิกัดอื่น

ก. ในพิกัดทรงกระบอก (Cylindrical Co-ordinate) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + g/k = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.3.19)$$

$$\text{เมื่อ } T = T(r, \phi, z, t)$$

สมการ (1.3.19) เป็นสมการอนุพันธ์ควบคุมการนำความร้อนในพิกัดทรงกระบอก 3 มิติ ขณะสภาวะไม่คงที่โดยมีแหล่งความร้อนภายในตัวกลางและตัวกลางเป็นไอโซทรอปิก ($k_o = k_r = k_z = k$)

ข. ในพิกัดทรงกลม (spherical co-ordinate) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sin \psi \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \psi} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + g/k = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.3.20)$$

$$\text{เมื่อ } T = T(r, \phi, \theta, t)$$

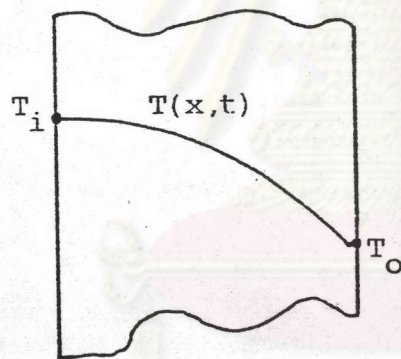
สมการ (1.3.20) เป็นสมการอนุพันธ์ควบคุมการนำความร้อนในพิกัดทรงกลม 3 มิติ ขณะสถานะไม่คงที่ โดยมีแหล่งความร้อนภายในตัวกลางและตัวกลางเป็นไอโซทรอปิก ($k_r = k_\theta = k_\phi = k$)

1.3.1.3 เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ของการนำความร้อน

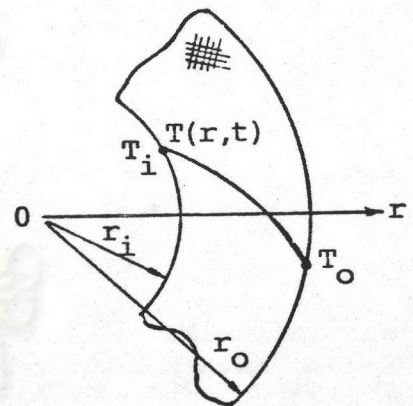
การแก้สมการดิฟเฟอเรนเชียลของการนำความร้อนเพื่อหาการกระจายของอุณหภูมิในตัวกลาง เราจำเป็นต้องทราบเงื่อนไขขอบเขตและภาวะเริ่มต้น ซึ่งอาจจะเป็นสภาพอุณหภูมิในตัวกลางเมื่อเวลาเป็นศูนย์ เงื่อนไขขอบเขตมี 3 ชนิดคือ

ก. เงื่อนไขขอบเขตของชนิดแรก (First Kind of Boundary Condition)

พิกัดฉาก



พิกัดทรงกระบอก (ทรงกลม)



รูป 1.3 เงื่อนไขขอบเขตชนิดแรก 1-มิติ

เงื่อนไขขอบเขตชนิดแรกในพิกัดฉาก

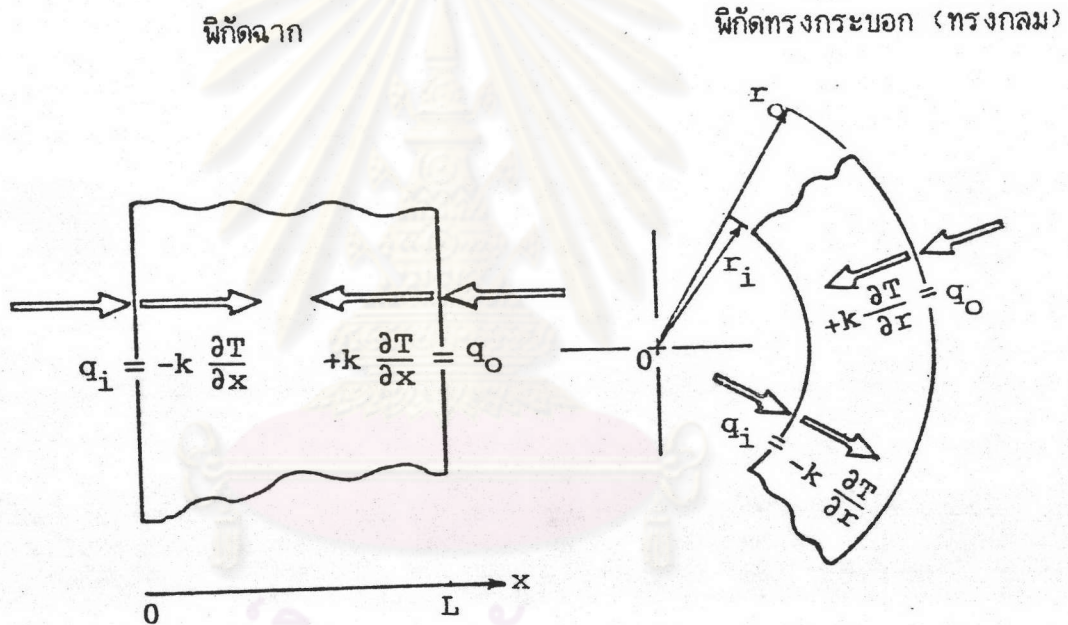
$$T(x,t) = \begin{cases} T_i & \text{เมื่อ } x = 0 \\ T_o & \text{เมื่อ } x = L \end{cases}$$

เงื่อนไขขอบเขตชนิดแรกในพิกัดทรงกระบอกหรือทรงกลม

$$T(r,t) = \begin{cases} T_1 & \text{เมื่อ } r = r_1 \\ T_0 & \text{เมื่อ } r = r_0 \end{cases}$$

๗. เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สอง (Second Kind of Boundary Condition)

เงื่อนไขขอบเขตชนิดนี้ระบุฟังก์ชันความร้อนที่ผิวพรมแดนของตัวกลางซึ่งมีค่าคงที่หรือขึ้นกับตำแหน่งและเวลาก็ได้ ดังแสดงในรูป 1.4



รูป 1.4 เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สอง 1-มิติ

เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สองในพิกัดฉาก

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) = q_1 \quad \text{เมื่อ } x = 0$$

$$+k \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) = q_0 \quad \text{เมื่อ } x = L$$

เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สอง ในพิกัดทรงกระบอกหรือทรงกลม

$$-k \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = q_i \quad \text{เมื่อ } r = r_i$$

$$+k \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = q_o \quad \text{เมื่อ } r = r_o$$

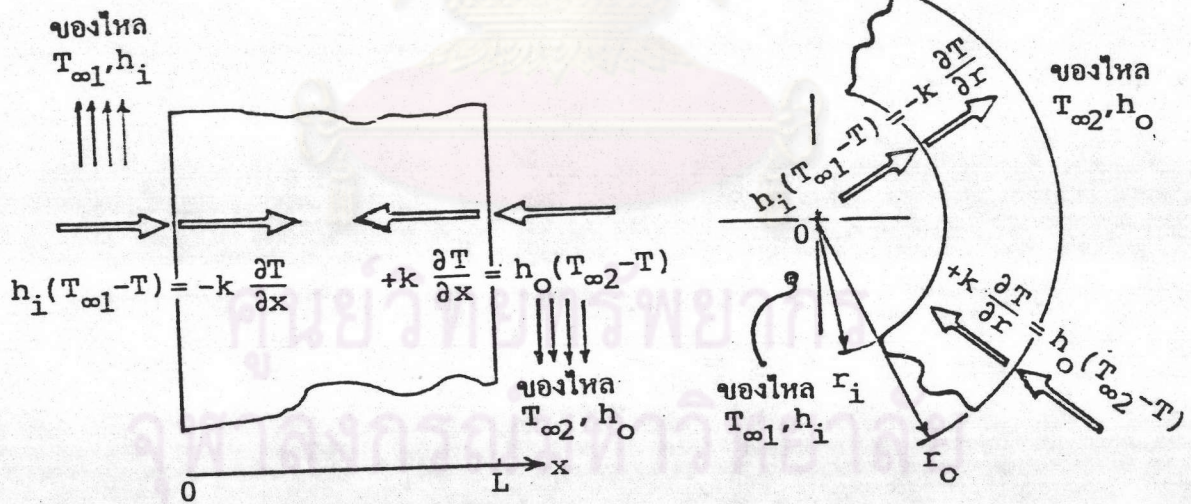
ค. เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สาม (Third kind of boundary condition)

เงื่อนไขชนิดนี้จะกำหนดผลรวมระหว่างอุณหภูมิและการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในทิศทางตั้งฉากกับผิวพรมแดนของตัวกลางเป็นค่าคงที่ หรือขึ้นอยู่กับตำแหน่งและเวลาก็ได้ ในที่นี้จะระบุการถ่ายเทความร้อนที่ผิวพรมแดนเป็นไปตาม Newton's law of cooling กล่าวคืออัตราการถ่ายเทความร้อนเป็นสัดส่วนโดยตรงกับผลต่างของอุณหภูมิ ดังแสดงในรูป

1.5

พิกัดฉาก

พิกัดทรงกระบอก (ทรงกลม)



รูป 1.5 เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สาม 1-มิติ

เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สามในพิกัดฉาก

$$-K(\partial T(x,t)/\partial x) = h_1(T_{\infty 1} - T(x,t)) \quad \text{เมื่อ } x = 0$$

$$+K(\partial T(x,t)/\partial x) = h_2(T_{\infty 2} - T(x,t)) \quad \text{เมื่อ } x = L$$

เงื่อนไขขอบเขตชนิดที่สามในพิกัดทรงกระบอกหรือทรงกลม

$$-k(\partial T(r,t)/\partial r) = h_1(T_{\infty 1} - T(r,t)) \quad \text{เมื่อ } r = r_1$$

$$+k(\partial T(r,t)/\partial r) = h_2(T_{\infty 2} - T(r,t)) \quad \text{เมื่อ } r = r_2$$

1.4 หลักเกณฑ์ในการวัดสภาพการนำความร้อน

เนื่องจากอัตราการไหลของปริมาณความร้อนในวัสดุเป็นสัดส่วนโดยตรงกับ
เกรเดียนต์ของอุณหภูมิและพื้นที่หน้าตัด A นั่นคือ

$$Q^\circ = -K(T) A (dT/dX) \quad (1.4.1)$$

เมื่อ Q° เป็นอัตราการไหลของปริมาณความร้อน, A เป็นพื้นที่หน้าตัดของวัสดุ
ตัวอย่าง และ $K(T)$ เป็นสภาพการนำความร้อนของวัสดุ เครื่องหมายลบแสดงว่าความร้อน
ไหลจากที่อุณหภูมิสูงไปสู่อุณหภูมิต่ำ

ในกรณีที่ Q° ซึ่งคงที่ผ่านวัสดุหนา L จากอุณหภูมิ T ไป T_0 ซึ่งคงที่โดย $T > T_0$
จากสมการ (1.4.1) จะได้

$$\int_0^L Q^\circ dx = -A \int_T^{T_0} K(T) dT$$

หรือ $Q^\circ L = A \int_{T_0}^T K(T) dT \quad (1.4.2)$

โดยเขียน $K(T) = dG(T)/dT$ สมการข้างบนจะกลายเป็น

$$Q'' = A/L [G(T) - G(T_0)] \quad (1.4.3)$$

นั่นคือ $dQ''/dT = (A/L)(dG(T)/dT) = (A/L)K(T)$

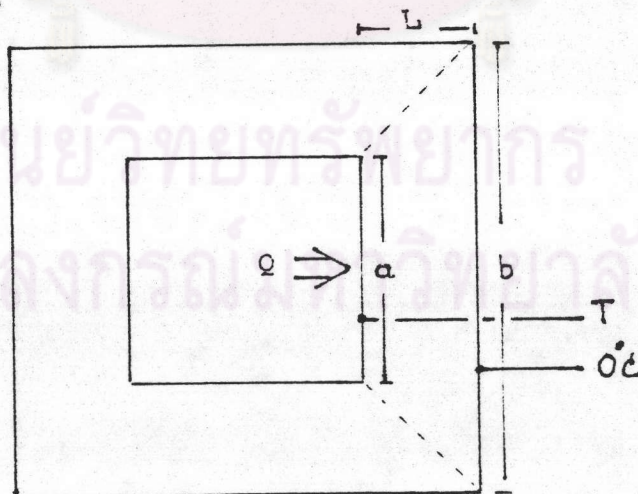
$$\text{หรือ } K(T) = L/A (dQ''/dT) \quad (1.4.4)$$

ถ้าเขียนกราฟระหว่าง Q'' , T และจากความชันของกราฟคูณกับ L/A จะได้ค่า $K(T)$ ของวัสดุ

ในการทดลองนั้น $T_0 = 0$ ตลอดเวลา เพราะทุกแบบการทดลองเราจะทำให้ ผิวด้านใดด้านหนึ่งเป็นศูนย์เสมอโดยการแช่น้ำแข็ง

1.4.1 เครื่องกำเนิดความร้อน อยู่กึ่งกลางกล่องสี่เหลี่ยมลูกบาศก์หน้า L

ในกรณีนี้ พื้นที่หน้าตัด $A(x)$ จะเป็นฟังก์ชันกับความหนา เราพิจารณาเพียง 1 ด้าน ดังรูป 1.6



รูป 1.6 แสดงการไหลของพลังงานความร้อนเมื่อ $A(x)$ เป็นฟังก์ชันกับความหนา L

ถ้า Q เป็นกำลังงานความร้อนที่ผ่านแผ่นสารทางด้านขวามือ จาก (1.4.1) จะได้

$$Q = -K(T)A(X)dT/dX$$

$$\text{หรือ } \int_0^L (QdX/A(X)) = - \int_T^T K(T)dT = \int_0^T K(T)dT = G(T) - G(T_0) \quad (1.4.5)$$

โดยที่ $K(T) = dG(T)/dT$ และ Q มีค่าคงที่ สมการ (1.4.5) จัดใหม่ได้เป็น

$$K(T) = (\partial Q / \partial T) \int_0^L dx/A(x) \quad (1.4.6)$$

แต่จากรูป 1.5 จะได้ว่า

$$A(x) = \begin{cases} a^2 & , x = 0 \\ b^2 & , x = L \end{cases}$$

$$\text{หรือ } A(x) = [(b-a)x/L + a]^2 \quad (1.4.7)$$

สมการ (1.4.7) แทนค่าใน (1.4.6)

$$K(T) = (\partial Q / \partial T) \int_0^L dx / [(b-a)x/L + a]^2$$

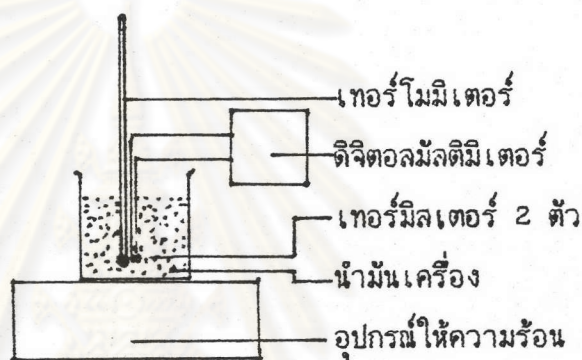
$$\therefore K(T) = (L/ab) \partial Q / \partial T$$

ถ้า Q° เป็นกำลังงานความร้อนที่ไหลออกจากกล่องทั้งหมด จะได้ $Q = Q^\circ/6$
แทนค่าในสมการข้างบนจะได้

$$K(T) = (L/6ab) (\partial Q^\circ / \partial T) \quad (1.4.8)$$

1.5 คุณสมบัติของเทอร์มิสเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง

ในงานวิจัยนี้ใช้เทอร์มิสเตอร์เบอร์ RS 151-142 ซึ่งสามารถวัดอุณหภูมิในช่วง $0-50^{\circ}\text{C}$ ก่อนอื่นเราต้องทำสเกลละเอียดระหว่างค่าความต้านทานที่แปรผกผันกับอุณหภูมิของเทอร์มิสเตอร์ก่อน โดยใช้อุปกรณ์ให้ความร้อน น้ำมันเครื่อง บิเกอร์ ดิจิตอลมัลติมิเตอร์ และเทอร์โมมิเตอร์สเกลละเอียด $0-50^{\circ}\text{C}$ นำอุปกรณ์ทั้งหมดมาจัดตั้งรูป 1.7



รูป 1.7 แสดงการทดสอบคุณสมบัติของเทอร์มิสเตอร์สองตัว

ให้ความร้อนแก่น้ำมันเครื่องช้า ๆ พร้อมกับบันทึกค่าความต้านทานที่แปรผกผันกับอุณหภูมิของเทอร์มิสเตอร์ทั้งสอง ตั้งแต่ 0°C ถึง 50°C โดยใช้ไม้แข็งช่วย ซึ่งผลการทดลองแสดงในตาราง (1.1)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 1.1 แสดงคุณลักษณะของเทอร์มิสเตอร์ 2 ตัวที่ใช้ในการทดลอง

ตัวที่ 1		ตัวที่ 2	
ความต้านทาน (โอห์ม)	อุณหภูมิ (°C)	ความต้านทาน (โอห์ม)	อุณหภูมิ (°C)
1780	3	3190	24.0
1715	4	3120	24.5
1650	5	3050	25.0
1592	6	2980	25.5
1535	7	2915	26.0
1477	8	2850	26.5
1425	9	2780	27.0
1375	10	2720	27.5
1322	11	2655	28.0
1278	12	2600	28.5
1232	13	2540	29.0
1190	14	2480	29.5
1147	15	2430	30.0
1110	16	2370	30.5
1072	17	2330	31.0
1036	18	2280	31.5
1000	19	2245	32.0
962	20	2190	32.5
927	21	2140	33.0
989	22	2100	33.5
870	23	2060	34.0

ตารางที่ 1.1 (ต่อ)

ตัวที่ 1		ตัวที่ 2	
ความต้านทาน (โอห์ม)	อุณหภูมิ (°C)	ความต้านทาน (โอห์ม)	อุณหภูมิ (°C)
843	24	2010	34.5
812	25	1965	35.0
788	26	1920	35.5
764	27	1880	36.0
738	28	1840	36.5
715	29	1800	37.0
692	30	1770	37.5
670	31	1730	38.0
650	32	1700	38.5
630	33	1670	39.0
610	34	1640	39.5
590	35	1610	40.0

ในการวิจัยนี้ จะใช้เทอร์มิสเตอร์ทั้งสองในการอ่านอุณหภูมิของสารตัวอย่าง ดัง
รายละเอียดที่จะกล่าวในบทต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย