ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

นางสาวอรญา อัญโย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2553

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5 1 8 3 4 2 1 7 2 7

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BY USING MULTIPLE REPRESENTATIONS AND GRAPHIC CALCULATOR ON MATHEMATICS CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF FUNCTIONS

Miss Orraya Unyo

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum, Instruction and Educational Technology
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2010

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน
โดย	นางสาวอรญา อัญโย
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อรญา อัญโย : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ฟังก์ชัน. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES BY USING MULTIPLE REPRESENTATIONS AND GRAPHIC CALCULATOR ON MATHEMATICS CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF FUNCTIONS) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ. ดร.อัมพร ม้าคนอง, 221 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์คือ

1) ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

2) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ

3) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนตีบุกพังงาวิทยายน จำนวน 88 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 45 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 43 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ การวิเคราะห์ข้อมูลทำโดยใช้ค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีทางการศึกษา ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....

ปีการศึกษา 2553

5183421727 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS : MULTIPLE REPRESENTATIONS/ GRAPHING CALCULATOR / CONCEPTS / PROBLEM SOLVING

ORRAYA UNYO : EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITY BY USING MULTIPLE REPRESENTATIONS AND GRAPHIC CALCULATOR ON MATHEMATICS CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF FUNCTIONS. ADVISOR : ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D. , 221 pp.

The purposes of this research were 1) to study mathematical concepts of tenth grade students being taught by organizing mathematics learning activity by using multiple representations and graphic calculator. 2) to compare the mathematical concepts of tenth grade students between group being taught by organizing mathematics learning activity by using multiple representations and graphic calculator and by organizing conventional mathematics learning activities. 3) to compare the mathematical problem solving abilities of tenth grade students between group being taught by organizing mathematics learning activity by using multiple representations and graphic calculator and by using conventional mathematics learning activities

The subjects were 88 tenth grade students in academic year 2010 of Deebukphangnga Wittayayon School. They were divided into two groups: an experimental group with 45 students and one control group with 43 students. Students in the experimental group were taught by organizing mathematics learning activity by using multiple representations and graphic calculator and those in the control group were taught by conventional mathematics learning activities. The research instruments were the mathematical concept test and the mathematical problem solving ability test. The experimental materials were lesson plans for organizing mathematics learning activity by using multiple representations and graphic calculator and those in the control group were taught by conventional mathematics learning activities and conventional lesson plans. The data were analyzed by using arithmetic mean, mean of percentage, standard deviation, and t-test.

The results of the research revealed that:

1) Mathematical concepts of the students who were taught by using multiple representations and graphic calculator were higher than the minimum criteria of 50% at .05 level of significance. 2) Mathematical concepts of the students who were taught by using multiple representations and graphic calculator were also higher than those of the students who had been taught by conventional mathematics learning activities at .05 level of significance. 3) Mathematical problem solving abilities of the students who were taught by using multiple representations and graphic calculator were not differently higher than those of the students who had been taught by conventional mathematics learning activities at .05 level of significance.

Department : Curriculum Instruction and Educational Technology Student's Signature Orraya Unyo

Field of Study : Mathematics Education Advisor's Signature Aumporn Makanong

Academic Year : 2010

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง ซึ่งท่านได้สละเวลาให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ที่มีคุณค่ายิ่ง และตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้เป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยฉบับนี้ ทำให้งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้สละเวลาให้ความช่วยเหลือให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือในการวิจัย จนเป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์ ขอขอบพระคุณ ผู้บริหาร คณะครูนักเรียน โรงเรียนทับปุดวิทยา โรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล และโรงเรียนดีบุกพังวิทยายนที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บข้อมูลอย่างดียิ่ง และเนื่องจากผู้วิจัยได้รับทุนสนับสนุนวิทยานิพนธ์ และทุนการศึกษาจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) จึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้ด้วย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ และคุณแม่ที่สนับสนุนและเป็นกำลังใจในการทำงานให้เสร็จลุล่วงไปได้ ขอขอบคุณ พี่ เพื่อน น้อง ๆ ภาคหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษาทุกคนที่ให้กำลังใจ ให้คำปรึกษา และมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ศูนย์บรรณสารสนเทศทางการศึกษาคณะครุศาสตร์ และทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือ ตลอดจนให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ญ

สารบัญภาพ..... ฐ

บทที่ 1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 5

สมมติฐานของการวิจัย..... 5

ขอบเขตของการวิจัย..... 7

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 8

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ..... 10

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 11

1. ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์..... 12

1.1 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์..... 12

1.2 ความหมายของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์..... 14

1.3 ประเภทของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ 15

1.4 การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์..... 17

2. เครื่องคำนวณเชิงกราฟ 20

2.1 เครื่องคำนวณเชิงกราฟ..... 20

2.2 ความสำคัญของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ..... 22

2.3 แนวทางในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ..... 27

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 33

3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 33

3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 36

3.3 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์... 38

หน้า

3.4 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 46
4. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 47
4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 47
4.2 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 50
4.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์..... 52
4.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี..... 54
4.5 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์..... 56
4.6 กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์..... 60
4.7 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 63
4.8 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 67
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 69
5.1 งานวิจัยต่างประเทศ..... 69
5.2 งานวิจัยในประเทศ..... 72
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 77
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 77
2. การออกแบบการวิจัย..... 78
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง..... 78
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 80
4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง..... 80
4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล..... 84
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 99
5.1 ขั้นเตรียมการ..... 99
5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล..... 99
6. การวิเคราะห์ข้อมูล..... 100
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 101
7.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ..... 101
7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 103

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 104
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ..... 104
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ..... 108
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 119
สรุปผลการวิจัย..... 122
อภิปรายผลการวิจัย..... 123
ข้อเสนอแนะ..... 125
รายการอ้างอิง..... 127
ภาคผนวก..... 134
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย..... 135
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย..... 137
ภาคผนวก ค ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง..... 148
ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล..... 177
ภาคผนวก จ ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังชันและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง……..... 218
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์..... 221

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงการเชื่อมโยงตัวแทน 4 แบบ.....	15
2	แสดงรูปแบบการวิจัย	78
3	แสดงกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	82
4	แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน.....	83
5	แสดงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method).....	95
6	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับเกณฑ์ร้อยละ 50	105
7	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ.....	106
8	แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ.....	107
9	ลักษณะแบบวัดมโนทัศน์พื้นฐานก่อนเรียน เรื่องฟังก์ชัน.....	179
10	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน.....	189
11	ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน.....	192
12	ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน.....	202
13	ลักษณะแบบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง ฟังก์ชัน.....	205

หน้า

14 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน..... 210

15 ลักษณะแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน 212

16 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน..... 217

17 ค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s)ของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์กลางภาคเรียนของกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที(t-test)..... 219

18 ค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s)ของคะแนนความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 219

19 ค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$)ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(s)ของคะแนนความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มตัวอย่างค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)..... 220

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ต้นฉบับไม่มีหน้านี้

NO THIS PAGE IN ORIGINAL

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เฉพาะกลุ่ม……..	16
2	แสดงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์……..	59
3	แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต……..	59
4	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองในใบงานที่ 5.1 ข้อ 1……...	109
5	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองในใบงานที่ 5.1 ข้อที่ 2…….	110
6	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองใบงานที่ 5.1 ข้อ 3……..	110
7	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองใบงานที่ 5.1 ข้อ 4……..	111
8	แสดงการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ใบงานที่14.1 ข้อ 1……...	112
9	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มควบคุมในใบงานที่ 5.1 ข้อ 1……..	113
10	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มควบคุมในใบงานที่ 5.1 ข้อ 2…….	114
11	แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มควบคุมในใบงานที่ 5.1 ข้อ 3……..	114
12	แสดงการวาดกราฟของนักเรียนในใบงานที่ 6.1……..	115
13	แสดงการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมใบงานที่14.1 ข้อ 1……...	116

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ และมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ คิดวางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม เป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิดมีการวางแผนการทำงานและมีความสามารถในการตัดสินใจ จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรทุกระดับชั้น ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิต และศึกษาต่อ มีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ และมีความคิดที่สร้างสรรค์

ปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควรจะเห็นได้จากสถิติการศึกษา ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2549 - 2551 พบว่าทั้ง 3 ปี คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์คือ 29.56, 32.49 และ 30.64 ตามลำดับ ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2552) แสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องหาทางแก้ไขและพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ดีกว่าเดิม

การที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ อาจเกิดมาจากสาเหตุที่สำคัญคือครูและกระบวนการจัดการเรียนการสอน เนื่องจากครูส่วนใหญ่เน้นวิธีการสอนแบบบรรยาย สอนเฉพาะขั้นตอนการคำนวณเพื่อให้สามารถหาคำตอบได้ หรือสอนให้นักเรียนท่องจำมากกว่าเน้นความเข้าใจ ทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดเองได้ เพราะไม่เข้าใจและไม่มีมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ครูจึงต้องจัดกระบวนการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ การพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะความรู้ ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 62) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าความรู้หรือเนื้อหาคณิตศาสตร์ เพราะเป็นความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่า ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงเป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 94) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องพัฒนานักเรียนทั้งด้านความรู้และทักษะกระบวนการไปพร้อมกัน และความสามารถในการแก้ปัญหาก็เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญเพราะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักการตัดสินใจที่ถูกต้อง และเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี

ฟังก์ชันเป็นเนื้อหาหนึ่งในสาระที่ 4 พีชคณิต กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ฟังก์ชันเป็นเรื่องที่แทรกอยู่ในหลายเนื้อหาของวิชา และเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา นอกจากนี้ฟังก์ชันมีบทบาทที่สำคัญในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปัญหาและนำไปสู่การสร้างสมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหานั้นๆ ดังนั้นการจัดกิจกรรมเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันจะมีส่วนสำคัญในการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนจะสามารถเรียนเรื่องฟังก์ชันให้มีประสิทธิภาพนั้น นักเรียนควรมีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ฟังก์ชันให้ถูกต้อง หากขาดความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับมโนทัศน์ฟังก์ชันแล้วนักเรียนจะไม่สามารถเรียนวิชาที่มีเรื่องฟังก์ชันเข้ามาเกี่ยวข้องได้ และอาจก่อให้เกิดความอคติต่อวิชาที่เรียน ไม่สนใจเรียน จนมีผลกระทบต่อการเรียนการสอนในระดับสูงได้ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อมโนทัศน์ของฟังก์ชัน ครูผู้สอนต้องจัดให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสื่อที่เป็นรูปธรรม และกระตุ้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอนตลอดชั่วโมงเรียน จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน เช่น กัลยา ทองสุ (2545: 79-104) และ Rider (2007: 494-500) พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (Multiple Representation) และการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphic Calculator) จะช่วยพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ของฟังก์ชันของนักเรียนได้

ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ เข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้รวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน และเมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันก็จะช่วยเพิ่มความเข้าใจมโนทัศน์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Greeno and Hall, 1997: 361-367) การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดรูป ตาราง แผนภูมิ

กราฟ และสัญลักษณ์ จะช่วยนักเรียนได้รวบรวมความคิด สร้างความเข้าใจคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถเลือกประยุกต์ใช้ และแปลความหมายของการใช้ตัวแทนไปสู่การแก้ปัญหาได้ (NCTM, 2000: 279-283) การที่นักเรียนได้ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในหลายๆแบบเป็นการฝึกนักเรียนให้ใช้การสื่อสารคณิตศาสตร์อย่างไม่เป็นทางการ ทั้งยังทำให้นักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ Hail (2000: 61-07A) ได้พบว่าการที่นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องตัวแปร สมการ และการแก้สมการได้ดีขึ้น ซึ่งตรงกับที่กัลยา ทองสุ (2545: 13) ได้เสนอว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น และสอดคล้องกับ Rider (2007: 500) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาแผนผังความรู้ (Cognitive map) ความเข้าใจเกี่ยวกับพีชคณิตและฟังก์ชันของนักเรียน และช่วยให้มีกลวิธีที่หลากหลายในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายจึงมีความสำคัญมากต่อการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นอย่างมาก

นอกจากนี้ Rider (2007: 499) ยังได้แนะนำอีกว่าการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการเสนอตัวแทนที่หลากหลายนั้น จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจฟังก์ชันได้ง่าย และมากขึ้น นักเรียนจะมีความชำนาญในการใช้ตัวแทนที่หลายหลายเพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาที่ได้กล่าวถึงการใช้อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีเป็นสื่อในการเข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (NCTM, 2000: 279-283) ดังนั้นเครื่องคำนวณเชิงกราฟจึงเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้เป็นสื่อการสอนในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวแทนที่หลากหลายให้กับนักเรียนได้

เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphic Calculator) เป็นสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งที่สามารถนำใช้ในการสอนได้หลากหลาย เช่น การคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ การเขียนกราฟของฟังก์ชัน การดำเนินการเกี่ยวกับลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ แคลคูลัส และสถิต เป็นต้น ซึ่งจากการศึกษาพบว่ามีนักวิจัยหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ได้แก่ Hector (1992: 131-137) ได้กล่าวว่า นักเรียนควรมีเครื่องคำนวณเชิงกราฟไว้สำหรับการเรียนฟังก์ชัน เพราะนักเรียนสามารถนำไปใช้สร้างกราฟได้มากมาย และช่วยให้สังเกตลักษณะของกราฟหลาย ๆ กราฟ ได้พร้อมกัน ดีกว่าการสร้างด้วยมือ คำสั่ง คำแนะนำที่เกี่ยวกับกราฟพีชคณิต และตารางที่ปรากฏแทนฟังก์ชัน จะช่วยให้นักเรียนเห็นภาพได้ชัดเจนกว่าการเรียนฟังก์ชันด้วยวิธีการธรรมดา นิตยาพร บุญญาศิริ (2544: 57) กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้การถ่ายทอดองค์ความรู้และกระบวนการคิดเป็นไปได้ง่ายขึ้นมาก ครูสามารถนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนได้หลายรูปแบบ และ Demana and Waits

(2000: 51-65) กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟจะเปลี่ยนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนในชั้นเรียน นักเรียนจะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้แทนที่จะคอยดูเวลาครูสอน ซึ่งจะทำให้ห้องเรียนคณิตศาสตร์เป็นห้องเรียนที่น่าตื่นเต้น ดังนั้นเครื่องคำนวณเชิงกราฟจึงเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์เกี่ยวกับพีชคณิตและฟังก์ชัน ช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ และสาระสำคัญด้วยตนเองได้

นอกจากนี้ จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่าการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดการเรียนรู้ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา Dick (1992: 145-157) ได้กล่าวว่าการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ เพราะครูมีเวลาเพิ่มขึ้นที่จะจัดเตรียมการสอนและเครื่องมือที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และช่วยเปลี่ยนทัศนคติของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อนักเรียนไม่ต้องมีภาระหนักในการคำนวณคำตอบโดยไปให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และสร้างสมการจากปัญหาแทน ซึ่งสอดคล้องกับ Dunham (1994: 39-47) ศึกษางานวิจัยพบว่าการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา มีความยืดหยุ่นในการใช้วิธีการแก้ปัญหา กระตือรือร้นที่จะแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน ให้ความสำคัญกับปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่มุ่งเน้นขั้นตอนทางพีชคณิตเพียงอย่างเดียว และสามารถแก้ปัญหาแปลกใหม่ซึ่งไม่สามารถแก้ได้โดยใช้วิธีการทางพีชคณิต และจากการศึกษางานวิจัยของ Broman (1996: 15-20) ทำการศึกษาการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้เร็วขึ้น และได้รับเนื้อหามากขึ้นกว่าการเรียนปกติ ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน โดยการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนของการดำเนินการตามแผนนั้น นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการทำมากกว่า 90 % ของเวลาทั้งหมดในการคำนวณหาคำตอบ ทำให้นักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาที่ชำนาญ การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการคำนวณหาคำตอบนั้นจะทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ครบทุกขั้นตอน และได้เรียนรู้โจทย์ปัญหามากขึ้น แต่ใช้เวลาเท่าเดิม จากงานวิจัยที่ได้ศึกษาในข้างต้น สรุปได้ว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีส่วนช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีวิธีการหลากหลายในการแก้ปัญหา และให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์โจทย์และสร้างสมการมากกว่าขั้นตอนทางพีชคณิตในการแก้โจทย์ปัญหา โดยที่ครูจะมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกและจัดสภาพการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

ด้วยเหตุต่างๆ ที่กล่าวในข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศของ Burrill (2002: 50) ซึ่งได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้ความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชัน ตัวแปร การแก้ปัญหาจริงเกี่ยวกับพีชคณิต และการแปลความหมายกราฟ ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ Rider (2007: 494-500) ที่ทำการศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดประเมินผล พบว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในการให้ตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล จะช่วยพัฒนามโนภาพและความเข้าใจเกี่ยวพีชคณิตและฟังก์ชันของนักเรียน และช่วยให้นักเรียนมีกลวิธีที่หลากหลายในการเรียนรู้ และจากการศึกษางานวิจัยในประเทศไทยของ ณัชชา กมล (2542: 71) ซึ่งศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้ใช้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยดังกล่าวจะเห็นได้ว่าเมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนให้สูงขึ้น และจากค่าสถิติผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2549 - 2551 ของสำนักทดสอบการศึกษา พบว่าคะแนน

เฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ คือ 29.56, 32.49 และ 30.64 ตามลำดับ ซึ่งไม่ถึงเกณฑ์มาตราฐานของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการซึ่งได้กำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ร้อยละ 50 (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2552) ด้วยเหตุดังกล่าวผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานของการวิจัยในครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยของ Broman (1996: 15-20) ซึ่งศึกษาผลเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้เร็วขึ้น และได้รับเนื้อหามากขึ้นกว่าการเรียนปกติ ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟจะช่วยในการคำนวณหาคำตอบซึ่งจะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ได้ครบทุกขั้นตอนและได้เรียนรู้โจทย์ปัญหามากขึ้นในเวลาเท่าเดิม ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศุภชัย เรืองเดช (2546) ซึ่งทำการศึกษาผลการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้ใช้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จะเห็นได้ว่าเมื่อมีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดการเรียนการสอน นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น และสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเมื่อได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสอนคณิตศาสตร์ พบว่างานวิจัยของ Bellard (2000: 61-09A) ซึ่งได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์ปัญหา ค้นพบวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวนน์ ใช้สัญลักษณ์เมื่อไรและอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะไม่ทราบว่าจะต้องแก้ปัญหาอย่างไรและไม่เข้าใจว่า 1) ตัวแทนอย่างไรจะช่วยให้

ปัญหาชัดเจน 2) จุดมุ่งหมายของการใช้ตัวแทนคืออะไร และ 3) ตัวแทนแบบใดที่ใช้ในการแก้ปัญหา และยังได้เสนอแนะว่านักเรียนต้องฝึกการแปลความหมายของตัวแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย และต้องฝึกการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน

จากงานวิจัยข้างต้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานว่า

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา พังงา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา พังงา

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม คือ

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2) ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. **ตัวแทนที่หลากหลาย** (Multiple Representations) คือ ตัวแทนต่างๆ ของฟังก์ชันได้แก่ ภาษาพูด สมการ กราฟ และตาราง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการยกตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา และแบบฝึกหัด เกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชัน เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชัน และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. **เครื่องคำนวณเชิงกราฟ** (Graphic Calculator) หมายถึง เครื่องคำนวณที่สามารถคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟของฟังก์ชัน ดำเนินการเกี่ยวกับลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ แคลคูลัส และสถิติ เป็นต้น การวิจัยครั้งนี้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ Casio Algebra FX 2.0 Plus เป็นเครื่องมือระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยนำไปใช้ในการสร้างตัวแทนของฟังก์ชัน 3 แบบคือ สมการ กราฟ และตาราง เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชัน โดยสังเกตจากการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแต่ละแบบ อีกทั้งยังช่วยเพิ่มความถูกต้อง แม่นยำ ความรวดเร็วในการทำกิจกรรม และนักเรียนสามารถนำไปใช้กับปัญหาจริง

3. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ**

หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้เน้นการจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนแบบต่างๆ ของฟังก์ชัน เช่น ในการยกตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา และแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้สังเกต และพบความเชื่อมโยง ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแต่ละแบบของฟังก์ชัน ได้แก่ ภาษาพูด สมการ กราฟ และตาราง แล้วสามารถนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน โดยนักเรียนจะใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการสร้างตัวแทนของฟังก์ชัน คือ สมการ กราฟ และตาราง ผู้วิจัยได้ออกแบบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ครูทบทวนพื้นฐานความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน หรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียนด้วยการถามตอบ หรือใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน

2) **ขั้นสอน** ครูอธิบาย และยกตัวอย่างเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนแล้วให้นักเรียนจับคู่กันทำกิจกรรม โดยร่วมกันศึกษาและหาคำตอบของใบงานที่จัดให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันจากการใช้ตัวแทนต่างๆ ได้แก่ ภาษาพูด สมการ ตาราง และกราฟ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการสร้างสมการ ตารางและกราฟ แล้วให้นักเรียนสังเกตและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่เกิด เพื่อใช้ในการหาข้อสรุป โดยครูคอยให้คำแนะนำ และตอบคำถามในสิ่งที่นักเรียนสงสัย

3) **ขั้นสรุป** ครูให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ของฟังก์ชันในรูปของตัวแทนแบบต่าง ๆ ซึ่งได้จากการเรียนรู้การทำกิจกรรม ลงในแบบสรุป หลังจากนั้น ครูให้นักเรียนได้นำเสนอผลสรุปที่ได้ และร่วมกันพิจารณาปรับข้อสรุปของแต่ละกลุ่มให้เข้าใจถูกต้องตรงกัน

4) **ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้** ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมเพื่อนำข้อสรุปที่สร้างขึ้น ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่ใช้ตัวแทนของฟังก์ชันที่แตกต่างกันไป และใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟตรวจสอบความถูกต้อง

4. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ** หมายถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

5. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดรวบยอดของบุคคลเกี่ยวกับการสรุปลักษณะสำคัญของสิ่งที่ได้เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กันโดยการสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้ง ซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในที่นี้สามารถวัดออกมาได้เป็นคะแนนจากแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

6. **ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นโจทย์ภาษาซึ่งเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนพบในชีวิตประจำวัน และความสามารถนี้วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

7. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา พังงา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

2. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

3. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

4. การพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียน สอดคล้องกับชีวิตจริงและความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษา ค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอผลการศึกษาค้นคว้า ตามลำดับต่อไปนี้

1. ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์
    - 1.1 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
    - 1.2 ความหมายของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์
    - 1.3 ประเภทของตัวแทนทางคณิตศาสตร์
    - 1.4 แนวทางในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์
2. เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
    - 2.1 เครื่องคำนวนเชิงกราฟ
    - 2.2 เครื่องคำนวนเชิงกราฟกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
    - 2.2 แนวทางการใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 3.1 ความหมายของมโนทัศน์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 3.3 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 3.4 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการแก้ปัญหา
    - 4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 4.2 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 4.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
    - 4.4 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี
    - 4.5 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    - 4.6 กลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
    - 4.7 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 4.8 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

5.2 งานวิจัยในประเทศไทย

1. ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้หลายความหมายดังนี้

Hiebert (1990: 31-40) ได้กล่าวถึง ความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ประการ โดยความหมายแรก หมายถึงกระบวนการสร้างตัวแทน (Representations Process) และผลจากการใช้ตัวแทน (Representations Product)

Greeno and Hall (1997: 361-367) ได้กล่าวถึงตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์และช่วยสนับสนุนการให้เหตุผล โดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันจะช่วยเพิ่มความเข้าใจมโนทัศน์ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4. การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

5. การใช้ตัวแทนเป็นการให้นักเรียนได้ใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจการสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 67) กล่าวถึงตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นทั้งกระบวนการและผลิตผล หรือการกระทำที่เกิดจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 67) กล่าวว่าการใช้ตัวแทนมีความสำคัญยิ่งเพราะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และการอธิบายให้ผู้อื่นฟัง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 206) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) เป็นแนวทางที่ช่วยให้นักเรียนสามารถจับประเด็นของมโนทัศน์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรมได้

กระทรวงศึกษาธิการ (2544: 13-14) ได้ประกาศใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ให้เป็นหลักสูตรแกนกลางของประเทศ โดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 กลุ่มสาระ โดยในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีมาตรฐานการเรียนรู้ดังนี้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ในมาตรฐาน ค 6.3 ได้ระบุว่าผู้เรียนต้องมีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ซึ่งตัวแทนก็เป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนจะนำไปใช้ในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

จากข้อความข้างต้นจะเห็นได้ว่าความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลายความหมายขึ้นอยู่กับบริบทของการใช้ โดยในที่นี้ผู้วิจัยขอสรุปความหมายของตัวแทนทางคณิตศาตร์ว่า ตัวแทนทางคณิตศาสตร์(Representation) คือสิ่งที่ใช้ในการแสดงถึงความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้เรียนรู้และเชื่อมโยง

ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือเพื่อนำไปใช้ในการสื่อสาร และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ความหมายของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้ความหมายของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Friedlander and Tabach (1995: 1) ได้กล่าวว่าตัวแทนที่หลากหลายได้แก่ ภาษาพูด จำนวน รูปภาพ และสมการพีชคณิต มีอิทธิพลต่อการสร้างกระบวนการเรียนรู้อย่างมีความหมายและมีประสิทธิภาพ

Calculus Consortium at Harvard (2001: online) ได้กล่าวถึงตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในคำกำจัดความของ กฎสี่ประการ (Rule of Four) ว่าคือการใช้ตัวแทนของนักเรียนที่แสดงออกถึงการเรียนรู้ 4 แบบ คือ ตัวแทนรูปเรขาคณิต (geometrically) ตัวแทนจำนวน (numerically) ตัวแทนการวิเคราะห์ (analytically) และตัวแทนอธิบายโดยใช้ภาษา (varbally) เป็นผลมาจากความสามารถในการเรียนรู้ที่แตกต่างกันของนักเรียน และจากที่สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาที่ระบุให้นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านตัวแทนที่หลากหลาถึงแม้ว่านักเรียนแต่ละคนก็มีความถนัดในการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันแต่ก็สามารถเชื่อมั่นได้ว่าตัวแทนทั้ง 4 แบบ จะช่วยให้นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจคณิตศาสตร์ได้ และเป็นหน้าที่สำคัญของครูที่จะต้องพัฒนานักเรียนด้วยการใช้ตัวแทนทั้ง 4 แบบ

สิริมา สาระผล (2547: 7) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเขียนภาพ (Pictoria Representation) การแสดงด้วยตารางหรือกราฟ (Graphical Representation) การใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Representation) หรือการใช้ตัวแทนทางพีชคณิต (Algebraic Representation) ในการรวบรวมข้อมูล การสร้างความคิดรวบยอด การจดบันทึก การสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รู้จักเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ และการประยุกต์ใช้ทางคณิตศาสตร์

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 5) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการใช้ตัวแทนที่เป็น วัตถุ รูปภาพ กราฟ (Graph) แผนภูมิ (Chart) แผนภาพ (Diagram) ตาราง (Table) แบบจำลอง (Model) สัญลักษณ์ (Symbolic) และ

เครื่องหมาย(Expression) ในรูปแบบต่างๆ รวมทั้งการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ในการรวบรวมความคิด ในการสื่อสารความคิด เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาและใช้วิธีการที่หลากหลายในการแสดงความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์

จากข้อความดังกล่าวสามารถสรุปความหมายของการใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้ว่า คือการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อันได้แก่ ตัวแทนภาษา (Verbal Representation) ตัวแทนจำนวน (Numeric Representation) ตัวแทนรูปภาพ (Geometric Representation) และตัวแทนพีชคณิต (Algebraic Representation) เพื่อนำไปใช้ในเรียนรู้ การรวบรวมความคิด การสื่อสารความคิด และเป็นเครื่องมือที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.3 ประเภทของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้จำแนกประเภทของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Janvier (1987: 93) ได้จำแนกตัวแทนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 แบบ คือ ภาษาพูดหรือการอธิบาย ตาราง กราฟ และสมการ โดยกระบวนการที่เกิดจากการเชื่อมโยงตัวแทนทั้ง 4 แบบ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงการเชื่อมโยงตัวแทน 4 แบบ

	ภาษาพูด การอธิบาย	**ตาราง**	**กราฟ**	**สมการ**
ภาษาพูด การอธิบาย		การคำนวณค่า	การร่างกราฟ	การสร้างตัวแบบ
ตาราง	การอ่าน		การร่างกราฟ	การหาแบบรูป
กราฟ	การแปลความหมาย	การ		การสร้างสมการความสัมพันธ์
สมการ	การจดจำตัวแปร	การคำนวณค่า	การร่างกราฟ	

Goldin and Kaput (1996: 397-430) ได้แบ่งประเภทของตัวแทนคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภทคือ

1. ตัวแทนภายนอก (External Representations) คือ สิ่งที่สังเกตได้ง่าย เช่น ข้อความ รูป กราฟ ตาราง ประโยชน์สัญลักษณ์ เป็นต้น

2. ตัวแทนภายใน (Internal Representations) คือ สิ่งที่อยู่ในสมองของนักเรียน ซึ่งไม่สามารถที่จะวัดหรือสังเกตได้โดยตรง ต้องสังเกตจากการใช้ตัวแทนภายนอก หรือพฤติกรรมภายนอกที่วัดได้ เช่น คำพูด หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Mayes and Robert (1998: 87) ได้กล่าวถึงประเภทของตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในเรื่องฟังก์ชันได้แก่

1. ตัวแทนภาษา (Verbal Representation) คือข้อความที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน

2. ตัวแทนจำนวน (Numeric Representation) คือ ตัวเลข คู่อันดับ และตาราง

3. ตัวแทนรูปภาพ (Geometric Representation) คือ แผนภาพ แผนภูมิแท่ง และกราฟ

4. ตัวแทนพีชคณิต (Algebraic Representation) คือ ตัวแปร สูตร สมการ

สุรัชน์ อินทสังข์ (2548: 64) แบ่งตัวแทนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ คือ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้กันเป็นสากล (conventional representation) นิยมใช้และมีอยู่ทั่วไปในหนังสือเรียน เช่น $2x$ และ x^2 กับ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เฉพาะกลุ่ม (unconventional representation) เช่น เด็กเล็กใช้ตัวเลขแทนจำนวณเต็มบวกของ ห้ากับอีกครึ่งดังรูป

ภาพที่ 1 แสดงตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เฉพาะกลุ่ม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.4 การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้คำแนะนำเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Friedlander and Tabach (1995: 1) กล่าวว่าในการใช้ตัวแทนควรคำนึงถึงจุดเด่นจุดด้อยของตัวแทนแต่ละแบบดังนี้

1. ตัวแทนภาษา (Verbal Representation) เป็นตัวแทนที่ใช้ในการตั้งโจทย์ปัญหาและตอบคำถามในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา นำไปใช้ในบริบทที่สัมพันธ์กับสถานการณ์จริง ใช้สื่อสารถึงวิธีการแก้ปัญหาการให้เหตุผล และใช้ในกรณีที่ต้องการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน จุดด้อยคือการสื่อสารอาจคลาดเคลื่อน และไม่ตรงประเด็น ซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถในการสื่อสาร

2. ตัวแทนจำนวน (Numeric Representation) เป็นตัวแทนที่สร้างความคุ้นเคยและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนในระยะเริ่มต้น และจะทำให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ที่ประสิทธิภาพนิยมใช้มากกว่าตัวแทนอื่นเพราะเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างความเข้าใจในระดับเริ่มต้นของปัญหา จุดด้อยคือไม่เหมาะสมต่อการนำเสนอในรูปแบบทั่วไป หรือนำไปใช้ในการคำนวณค่าคาดหมายของปัญหาเพราะอาจผิดพลาดได้

3. ตัวแทนรูปภาพ (Graphical Representation) เป็นตัวแทนที่แสดงภาพที่ชัดเจนของฟังก์ชันบนเซตของจำนวนจริงทำให้นักเรียนที่ชอบการเรียนรู้จากสิ่งรูปธรรมเกิดการรับรู้และสนใจเป็นพิเศษ นิยมใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาที่เกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์ มีประโยชน์มากในการใช้เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ จุดด้อยคือการใช้สเกลที่ไม่เหมาะสม

4. ตัวแทนพีชคณิต (Algebraic Representation) เป็นตัวแทนที่มีความเที่ยงตรงแสดงถึงรูปแบบทั่วไป เหมาะต่อการนำเสนอแบบรูปของตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) และสมการพีชคณิตก็สามารถใช้เป็นตัวแทนในรูปแบบทั่วไปของสถานการณ์ได้ อย่างไรก็ตามการใช้ตัวแทนพีชคณิตเพียงอย่างเดียวในการเรียนการสอนอาจทำให้ไม่เกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายซึ่งอาจทำให้ความยุ่งยากในการเรียนรู้อย่างเข้าใจได้

แนวทางในการสอนโดยใช้ตัวแทนมีดังนี้

1. ตั้งคำถามให้นักเรียนคิดหาคำตอบด้วยการเปลี่ยนจากตัวแทนอีกแบบไปสู่ตัวแทนอีกแบบ เช่น ให้สมการแล้วถามลักษณะกราฟ ให้ข้อมูลตารางแล้วถามสมการ เป็นต้น

2. ตั้งคำถามให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการสืบสอบแม้ว่าในแต่ละตัวแทนจะมีจุดเด่นและจุดด้อยที่แตกต่างกัน แต่การนำตัวแทนแต่ละแบบมาใช้ร่วมกันก็จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ในการใช้ตัวแทนแต่ละแบบจำเป็นต้องคำนึงถึงจุดเด่นจุดด้อยของ

ตัวแทนดังกล่าวและครูควรจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 279-283) กล่าวถึงมาตรฐานหลักสูตรเกี่ยวกับตัวแทน (Representation) ในชั้น Pre–K ถึงเกรด 12 ไว้ดังนี้

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้น Pre–K ถึงเกรด 12 ควรจัดให้นักเรียนสามารถ

1. คิดหาวิธีการใช้ตัวแทน และใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูล จดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

2. เลือกประยุกต์ใช้ และแปลความหมายของตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 283-284) ได้อธิบาย ถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนดังนี้ ครูคณิตศาสตร์สามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเหมาะสมได้โดยการส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนความคิดและการสื่อสารความคิดของนักเรียน ครูช่วยให้นักเรียนพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยการฟังความคิดเห็นของนักเรียน ถามคำถามและพยายามเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียนด้วยความจริงใจ ครูจำเป็นต้องรู้ว่าเมื่อไรที่ต้องตัดสินทำในสิ่งที่ถูกต้องและจะช่วยนักเรียนอย่างไรในการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน ครูควรให้คำแนะนำเบื้องต้นในการใช้ตัวแทนก่อน นักเรียนจึงจะสามารถใช้ตัวแทนอย่างมีความหมาย แทนการบอกให้ทราบ ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายให้กับนักเรียน เช่น นักเรียนในระดับมัธยมต้องเรียนรู้ ทำความเข้าใจในความซับซ้อนของตัวแปร ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องของตัวแปรได้โดยเตรียมประสบการณ์การใช้ตัวแทนเพื่ออธิบายข้อมูล ครูต้องจัดประสบการณ์ให้นักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและแนะนำนักเรียนในรูปแบบการใช้ตัวแทนใหม่ๆ ที่มีประโยชน์ในการแก้ปัญหา ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเชื่อมั่นและความสมบูรณ์ในการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย และนักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสมหลังจากที่ได้สั่งสมความรู้ในเรื่องของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน การช่วยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเองหรือแนะนำมีรูปแบบการใช้ตัวแทนที่เป็นแบบแผน ครู

ควรจะช่วยให้นักเรียนใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายโดยสนับสนุนให้นักเรียนมีการอภิปรายร่วมกันในเรื่องของกราฟ รูปภาพ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 279-283) กล่าวถึงการใช้อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีเป็นสื่อในการเข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย สรุปได้ว่า อุปกรณ์ทางเทคโนโลยีที่สามารถเป็นสื่อในการเข้าถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลายได้ คือเครื่องคำนวณเชิงกราฟและชุดของซอฟแวร์ต่าง ๆ ทำให้นักเรียนมองเห็นฟังก์ชันพร้อมกันในรูปแบบตาราง กราฟ และรูปของสมการ อุปกรณ์ดังกล่าวสามารถช่วยให้นักเรียนตรวจสอบ หรือเปลี่ยนการใช้ตัวแทน ซึ่งหมายถึงตัวแปรของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ หรือการสำรวจที่ยุ่งยากได้ด้วยการทำซ้ำๆ เช่น การสำรวจลักษณะกราฟของฟังก์ชัน เป็นต้น

Rider (2007: 500) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในการกำหนดตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล จะช่วยพัฒนาแผนผังความรู้ (Cognitive map) ความเข้าใจเกี่ยวพีชคณิตและฟังก์ชันของนักเรียน และช่วยให้นักเรียนมีกลวิธีที่หลากหลายในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหา

กัลยา ทองสุ (2545: 17) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนว่าควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดและเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2546: 25) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาตร์ว่า นักเรียนควรรู้วิธีการแปลงปัญหาให้เป็นรูปนามธรรม โดยเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการรวบรวมข้อมูล ซึ่งการใช้ตัวแทนจะเป็นการดำเนินการแก้ปัญหาที่จะพัฒนาความเข้าใจในที่มีความหมายในทางคณิตศาสตร์ได้

อรชร ภูบุญเติม (2550: 29) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนที่หลากหลายว่าการฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ครูผู้สอนจะต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตัวแทนทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้างจากนั้นให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการนำตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในลักษณะต่างๆเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะใช้ตัวแทนนั้นแล้วค่อยให้นักเรียนได้รับการฝึกการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยต้องคำนึงถึงการเรียนรู้ที่จะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถ

ในการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา การใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูลจดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถเลือก ประยุกต์และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้ สามารถใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้

จากข้อความข้างต้นสามารถสรุปแนวทางในการสอนโดยใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. ครูควรสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการกำหนดตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล

2. ในการเลือกใช้ตัวแทนในการจัดการเรียนรู้คณิตศาตร์ ครูควรคำนึงถึงบริบทของเนื้อหาที่จะสอน จุดเด่น และจุดด้อยของตัวแทนแต่ละแบบ

3. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการเปลี่ยนตัวแทนอีกแบบไปสู่ตัวแทนอีกแบบ เช่นให้สมการแล้วถามลักษณะกราฟ ให้ข้อมูลตารางแล้วถามลักษณะกราฟ เป็นต้น

4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน ในการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกัน

5. ควรนำเทคโนโลยี เช่น เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ต่างๆ มาเป็นตัวช่วยในการสร้างตัวแทน

2. เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

2.1 เครื่องคำนวนเชิงกราฟ

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้ความหมายของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphing Calculator) หรือเครื่องคิดเลขกราฟิก ไว้ดังนี้

ถนอมเกียรติ งานสกุล (2544: 6) ได้กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องคำนวณที่มีหน่วยความจำ สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การแสดงกราฟของฟังก์ชันและความสัมพันธ์ การคำนวณค่าทางสถิติ เมตริกซ์ ดีเทอร์มินันต์ และสามารถเขียนโปรแกรมได้มีขนาดเล็กพกพาติดตัวได้สะดวก สามารถนำไปใช้งานได้ทุกที่

นิตยาพร บุญญาศิริ (2545: ออนไลน์) กล่าวว่าเครื่องคำนวนเชิงกราฟ เป็นเครื่องมือที่กำลังเข้ามามีบทบาทในวงการการศึกษาของไทยเป็นอย่างมาก ลักษณะทั่วไปของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีรายละเอียดดังนี้

1. มีโปรแกรมการทำงาน ประสิทธิภาพเท่าเทียมกับคอมพิวเตอร์
2. เป็นเครื่องขนาดเล็ก สามารถพกพาติดตัวไปได้ ไม่จำกัดสถานที่ในการใช้
3. ใช้ถ่านลิเทียม และ ถ่าน AAA ไม่สิ้นเปลือง หรือใช้กับไฟฟ้าได้
4. เรียนรู้วิธีใช้ได้ง่าย มีเมนู ไม่ซับซ้อน
5. ดูแลรักษาง่าย ไม่สิ้นเปลือง ไม่มีไวรัส
6. ใช้ร่วมกับอุปกรณ์เสริมอื่นๆ ได้ เช่น เครื่องคอมพิวเตอร์และ อุปกรณ์ทางวิทยาศาสตร์ต่าง ๆ
7. ราคาไม่แพง

วัชราภรณ์ ปราณีธรรม (2549: 6) กล่าวว่า เครื่องคิดเลขกราฟิก หมายถึงเครื่องคิดเลขที่สามารถแสดงกราฟและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เป็นเครื่องมือที่ขยายกรอบความสามารถเพิ่มเติมจากเครื่องคิดเลขธรรมดา

สสวท. (2550: คำชี้แจง) กล่าวว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเทคโนโลยีสารสนเทศชนิดหนึ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถนำเสนอแนวคิดที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมได้มากขึ้น ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และทำความเข้าใจ แสดงการเปรียบเทียบได้ง่าย สามารถคำนวณค่าของข้อมูล มีหน่วยความจำในการเก็บข้อมูลและการดำเนินงานเกี่ยวกับฟังก์ชันต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว ชัดเจน และถูกต้องแม่นยำ ตรวจสอบได้นับว่าเป็นแนวทางหนึ่งที่ช่วยขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กว้างขึ้น สามารถนำข้อมูลในชีวิตจริงเข้ามาสู่การคำนวณ สอดคล้องกับสภาพสังคมเทคโนโลยีในปัจจุบัน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นสื่อเทคโนโลยีที่มีความสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลาย เช่น การดำเนินการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ การแสดงกราฟของฟังก์ชันจากสมการ หรือตารางข้อมูล การสำรวจกราฟ การหาจุดตัดกราฟ จุดสูงสุดและต่ำสุดของกราฟ การคำนวณค่าทางสถิติ เมตริกซ์ และสามารถนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟไปเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อความสะดวกและรวดเร็ว และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาจริงได้โดยไม่มีข้อจำกัดด้านการคำนวณ

2.2 ความสำคัญของเครื่องคำนวนเชิงกราฟ

Dick (1992: 145-157) กล่าวว่าการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ เพราะครูมีเวลาเพิ่มขึ้นที่จะจัดเตรียมการสอนและเครื่องมือที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และช่วยเปลี่ยนทัศนคติของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อนักเรียนไม่ต้องมีภาระหนักในการคำนวณค่าหาคำตอบโดยไปให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และสร้างสมการจากปัญหาแทน

Hector (1992: 131-137) กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีการใช้กันอย่างแพร่หลายและราคาถูก นักเรียนควรมีไว้สำหรับการเรียนฟังก์ชันขั้นพื้นฐาน นักเรียนสามารถใช้สร้างกราฟได้มากมาย และช่วยให้สังเกตลักษณะของกราฟหลาย ๆ กราฟ ได้พร้อมกัน ซึ่งดีกว่าการสร้างกราฟด้วยมือ คำสั่ง คำแนะนำที่เกี่ยวกับกราฟพีชคณิต และตารางที่ปรากฏแทนฟังก์ชันจะช่วยให้นักเรียนเห็นภาพได้ชัดเจนกว่าการเรียนฟังก์ชันด้วยวิธีการธรรมดา

Dunham (1994: online) กล่าวว่าการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหามีความยืดหยุ่นในการใช้วิธีการแก้ปัญหา กระตือรือร้นที่จะแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน ให้ความสำคัญกับปัญหาคณิตศาสตร์โดยไม่มุ่งเน้นขั้นตอนทางพีชคณิตเพียงอย่างเดียว และสามารถแก้ปัญหาแปลกใหม่ซึ่งไม่สามารถแก้ได้โดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

Broman (1996: 15-20) กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้เร็วขึ้น และได้รับเนื้อหามากขึ้นกว่าการเรียนปกติ ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องและชัดเจน โดยการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนของการดำเนินการตามแผนนั้น นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการทำมากกว่า 90 % ของเวลาทั้งหมดในการคำนวณหาคำตอบ ทำให้นักเรียนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาที่ซำนาญ การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการคำนวณหาคำตอบนั้นจะทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้ครบทุกขั้นตอน และได้เรียนรู้โจทย์ปัญหามากขึ้น แต่ใช้เวลาเท่าเดิม

Berry and Francis (1996: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของเครื่องคำนวณเชิงกราฟไว้ว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการกระทำทางคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือในการอธิบายหลักการสำคัญ ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์

Demana and Waits (2000: 51-65) ได้กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟจะเปลี่ยนรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนในชั้นเรียน นักเรียนจะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้แทนที่จะคอยดูเวลาครูสอน ซึ่งจะทำให้ห้องเรียนคณิตศาสตร์เป็นห้องเรียนที่น่าตื่นเต้น

Burrill (2002: 50) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ช่วยพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชัน ตัวแปร การแก้ปัญหาจริงเกี่ยวกับพีชคณิต และการแปลความหมายกราฟ และยังแนะนำว่าครูควรพยายามนำเครื่องคำนวณมาใช้ในการจัดการเรียนรู้อย่างสม่ำเสมอ

ชาญณรงค์ เฮียงราช (2550: 22) ได้แบ่งบทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเป็นตัวแทน(Representation tool) ความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งบทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 บทบาทคือ

1. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเป็นตัวแทนแสดงความเข้าใจระดับกระทำ (CART) ในระดับนี้นักเรียนจะใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟช่วยในการหาคำตอบในการแก้ปัญหา เช่น ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยในการหาค่าของฟังก์ชัน และหาจุดต่างๆ บนกราฟ

2. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเป็นตัวแทนแสดงความเข้าใจระดับกระบวนการ (CPRT) ในระดับนี้นักเรียนจะใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟช่วยในการหาคำตอบของกราฟที่เป็นช่วงออกมาได้

3. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเป็นตัวแทนแสดงความเข้าใจระดับวัตถุ (CORT) นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับวัตถุจะใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการทำความเข้าใจในระดับกระบวนการ และนำไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ได้

Rider (2007: 499) ได้เสนอว่า การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการเสนอตัวแทนที่หลากหลายนั้น จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจฟังก์ชันได้ง่ายและมากขึ้น นักเรียนจะมีความชำนาญในการใช้ตัวแทนที่หลายหลายเพิ่มขึ้น

นิตยาพร บุญญาศิริ (2544: 57) กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้การถ่ายทอดองค์ความรู้และกระบวนการคิดเป็นไปได้ง่ายขึ้น ครูสามารถนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนได้ในหลายลักษณะ ทั้งในรูปแบบของการสาธิตโดยครูหรือนักเรียนสาธิตก็ได้ หรือจัดแบ่งกลุ่มนักเรียนมอบให้ศึกษาเองจากใบงานให้ร่วมกันคิด ร่วมกันอภิปรายและ

หาข้อสรุปจากใบงานที่กำหนดให้ นอกจากนั้นสามารถใช้ในการสอนกิจกรรมคณิตศาสตร์และศึกษาเนื้อหาที่แตกต่างไปจากบทเรียนได้

ถนอมเกียรติ งานสกุล (2544: 3) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษา พบว่า

1. เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือการเรียนรู้ที่สำคัญ ที่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้นโดยครูมีบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกและจัดสภาพการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งนี้ต้องมีการพัฒนาครูอย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจดำเนินงานในลักษณะที่เป็นเครือข่ายตามแนวทางการปฏิรูปครูและบุคลากรทางการศึกษาของหน่วยงานที่เกี่ยวข้องก็ได้

2. เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปมโนมติ และสาระสำคัญได้ด้วยตนเอง และเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในมโนมติแล้ว ก็นำไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ให้เวลาในการคิดคำนวณเพียงเล็กน้อย และใช้ในการแก้ปัญหาจากสภาพจริง เพื่อช่วยให้ผลลัพธ์มีความถูกต้อง รวดเร็ว ซึ่งแสดงว่านักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองสามารถทำความเข้าใจเนื้อหาที่ยุ่งยาก ซับซ้อน

3. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้ครูมีเวลาในจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการนำคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กับสภาพจริงในชีวิตประจำวัน โดยเน้นการทดลอง รวมทั้งการแก้ปัญหาเพื่อเชื่อมโยงกับมโนมติให้มากขึ้น

4. การส่งเสริมให้มีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในห้องเรียนคณิตศาสตร์ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และลองใช้เครื่องอย่างอิสระ การให้นักเรียนคิดและหาคำตอบจากการแสดงวิธีคิดทางคณิตศาสตร์หรือลองให้นักเรียนใช้วิธีประมาณค่าคำตอบจากแบบฝึกหัดด้วยตนเอง แล้วจึงใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อตรวจคำตอบ และพยายามใช้ข้อมูลจริงหรือโจทย์ปัญหาจากเรื่องจริงที่มีความสอดคล้องกับบทเรียน น่าจะช่วยให้กิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์มีการเน้นการจัดกิจกรรมมากกว่าการเขียนกระดานดำและการบรรยายของครู

5. เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนได้ลองผิดลองถูก และสรรหาวิธีในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทางสัญลักษณ์ที่สามารถแสดงผลย้อนกลับได้ทันที ซึ่งเป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้และทำความเข้าใจเรื่องที่เรียนได้ลึกซึ้งขึ้น เป็นเหตุให้การเรียนคณิตศาสตร์กลายเป็นการเรียนรู้ผ่านประสบการณ์ที่แปลกใหม่ และทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีในการเรียนวิชาที่ยากและท้าทาย

6. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนของนักเรียนช่วยพัฒนาทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ได้เป็นอย่างดี

ประสาท มีแต้ม (2545: ออนไลน์) กล่าวว่าเหตุผลที่ควรนำเครื่องคำนวณมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

1. เครื่องคิดเลขจะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ทดลอง สำรวจ จำนวนต่างๆ รวมทั้งการได้เรียนรู้ว่าดำเนินการบางอย่างเป็นสิ่งที่ทำไม่ได้ หรือให้นักเรียนคำนวณ สิ่งที่น่าสนใจมากแต่น่าเบื่อที่จะคำนวณหลายครั้ง ทำให้เกิดความรู้ที่ได้จากการทดลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคล้ายคลึงกับการทดลองทางวิทยาศาสตร์และการที่นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณที่สามารถคำนวณได้ง่ายและรวดเร็ว จะทำให้นักเรียนรู้สึกว่าตนถูกท้าทาย เกิดแรงจูงใจให้คิดค้น นอกจากนี้เครื่องคำนวณที่มีกราฟจะช่วยแก้ปัญหาได้ง่ายกว่าวิธีอื่น

2.ช่วยให้นักเรียนที่มีความสามารถในการคำนวณได้ช้าหรือคำนวณผิดพลาดบ่อยๆสามารถเข้าใจบทเรียนอื่นที่วัตถุประสงค์ไม่ได้อยู่ที่การบวก ลบ คูณ หาร ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 348) ระบุว่าการใช้เทคโนโลยีช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ ครูคณิตศาสตร์ต้องรู้เท่าทันเทคโนโลยีจึงจะสามารถแนะนำให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็นแก้ปัญหาได้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟเป็นเครื่องมือการเรียนรู้ที่สำคัญ

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547: 7) ได้กล่าวว่าปัจจุบันนี้สื่ออิเล็กทรอนิกส์อันได้แก่ เครื่องคำนวณ และคอมพิวเตอร์ เป็นเครื่องมือสำคัญอย่างหนึ่งในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสมจะช่วยสนันสนุนให้นักเรียนเรียนรู้อย่างลึกซึ้งขึ้น ความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเทคโนโลยีคือใช้เพื่อเสริมสร้างการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่ใช่นำมาใช้แทนการสร้างความรู้ความเข้าใจคณิตศาสตร์ เทคโนโลยีจะช่วยให้นักเรียนไม่ต้องเสียเวลาในการศึกษาโจทย์ปัญหาที่มีจำนวนมาก ทำให้มีเวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจ นอกจากนี้เทคโนโลยียังสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับได้ดีและรวดเร็ว และยังช่วยให้ครูมีทางเลือกในการปรับการสอนให้เหมาะสมกับลักษณะของนักเรียน นอกจากนี้เทคโนโลยียังให้ความท้าทายด้วยสิ่งเร้าทางสายตา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: คำนำ) เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphing Calculator) เป็นเทคโนโลยีหนึ่งที่ช่วยในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีความน่าสนใจยิ่งขึ้น ครูผู้สอนสามารถนำไปเป็นอุปกรณ์ประกอบการจัดการเรียนรู้ได้ในหลากหลายรูปแบบ การใช้คำสั่งต่างๆ ตรงตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ เน้นให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนรู้ด้วยตนเองได้อย่างต่อเนื่อง ช่วยให้ครูจัดกิจกรรมได้ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน รวมไปถึงเพื่อเสริมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพิ่มเติมอื่นๆ นอกหลักสูตรด้วย

เสถียร การคนซื่อ (2551: 21) กล่าวว่าเทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ โดยในต่างประเทศหลาย ๆ ประเทศกำหนดให้มีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลในทางบวกทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการใช้เทคโนโลยีที่สอดคล้องและเหมาะสมของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ น่าจะเป็นทางเลือกสำหรับการจัดหลักสูตรของสถานศึกษาหรือเขตพื้นที่การศึกษาต่อไปด้วย

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังนี้

1. เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น นักเรียนเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์จากการทดลอง สำรวจ ทำให้เกิดความรู้ที่ได้จากการทดลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคล้ายคลึงกับการทดลองทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนที่เรียนอ่อนเกิดแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์เพราะ

2. เครื่องคำนวณเชิงกราฟสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการอธิบายหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ และการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การอธิบายเรื่องจุดและคู่อันดับ จุดบนกราฟ กราฟของสมการ และฟังก์ชันชนิดต่างๆ และเครื่องคำนวณเชิงกราฟยังช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ และสาระสำคัญในเรื่องที่เรียนได้

3. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนไม่ต้องมีภาระหนักในการคำนวณค่าหาคำตอบ โดยไปให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และสร้างสมการจากปัญหาแทน ช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา มีความยืดหยุ่นในการใช้วิธีการแก้ปัญหา กระตือรือร้นที่จะแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน สามารถเรียนรู้โจทย์ปัญหาได้มากขึ้นและช่วยเปลี่ยนทัศนคติของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้ครูมีเวลาในจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพิ่มขึ้น ครูสามารถแสดงกราฟให้นักเรียนเห็นได้หลายกราฟในเวลาเดียวกัน สามารถสอนมโนทัศน์ที่สำคัญคณิตศาสตร์โดยไม่ต้องเสียเวลาไปกับการคำนวณค่าที่ยุ่งยากและซ้ำซ้อน นักเรียนมีเวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจเนื้อหา และครูสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับชีวิตประจำวัน เพราะไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการคำนวณค่า

5. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟจะช่วยพัฒนาทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.3 แนวทางในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟ

นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้แนะแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Berry and Francis (1996: 1) ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟครูผู้สอนควรเน้นให้นักเรียนได้มีการพัฒนาด้านกระบวนการคิดและความเข้าใจในเนื้อหาอย่างแท้จริงมิใช่สอนให้นักเรียนใช้เครื่องเป็นเท่านั้นครูควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อที่จะสามารถสรุปความเข้าใจในมโนทัศน์ที่เรียนได้

Ralston (1999: 173-194) พบว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและได้รับการเอาใจใส่ การชี้แนะเป็นอย่างดีจากครูผู้สอนจะมีพัฒนาการทั้งในด้านความเข้าใจในมโนทัศน์และทักษะการใช้เครื่องมือไปพร้อม ๆ กันทั้งนี้ในการส่งเสริมให้มีการใช้คำนวณเชิงกราฟในห้องเรียนคณิตศาสตร์ ครูต้องให้ความรู้เกี่ยวกับการใช้ประโยชน์และการดูแลรักษาแนะนำ ประสิทธิภาพของเครื่อง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และลองใช้เครื่องอย่างอิสระ การให้นักเรียนคิดและหาคำตอบจากการแสดงวิธีคิดทางคณิตศาสตร์ หรือลองให้นักเรียนใช้วิธีประมาณค่าคำตอบจากแบบฝึกหัดด้วยตนเองแล้วจึงใช้คำนวณเชิงกราฟเพื่อตรวจคำตอบและพยายามใช้ข้อมูลจริงหรือโจทย์ปัญหาจากเรื่องจริงที่มีความสอดคล้องกับบทเรียน เพื่อดึงดูดให้นักเรียนเกิดความสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 279-283) กล่าวว่านักเรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง ถ้ามีการใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม และได้เสนออีกว่าการเรียนการสอนจะเกิดประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อครูสามารถใช้เทคโนโลยีในการเตรียมประสบการณ์ที่นอกเหนือจากที่ครูทำได้ เช่น การสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ การสร้าง

สถานการณ์จำลอง การจัดการเกี่ยวกับฟังก์ชัน ไม่ว่าจะเป็นในด้านสัญลักษณ์ที่ซับซ้อนซึ่งสามารถใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟเกี่ยวกับกระบวนการทางพีชคณิตทำได้มากกว่าทำด้วยมือ ช่วยเปลี่ยนแปลงบรรยากาศในห้องเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญช่วยสร้างให้ผู้เรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน และยังได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว้ว่า นักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนที่เรียนโดยการท่องจำ สูตร กฎ ทฤษฎีหรือกระบวนการต่าง ๆ โดยปราศจากความเข้าใจมักจะไม่สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Kissane (2000: 367) การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรเน้นให้นักเรียนมีพัฒนาด้านกระบวนการคิดและการทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาอย่างแท้จริง มิใช่ให้นักเรียนเรียนรู้เพียงการใช้เครื่องให้เป็นเท่านั้น การเรียนรู้และใช้ประโยชน์จากเทคโนโลยีที่ก้าวหน้าจะมีส่วนสำคัญที่จะช่วยให้การทำความเข้าใจเนื้อหาและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นไปอย่างสนุกสนานมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด ทั้งนี้หากครูผู้สอนตระหนักถึงข้อดีข้อเสีย และมีความรับผิดชอบต่อการสอนก็จะรู้จักทำให้เทคโนโลยีเป็นเครื่องมือที่ดีในการเรียนการสอน ในขณะเดียวกันก็ไม่ทำลายจุดประสงค์ที่แท้จริงของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ในทางกลับกันเมื่อนักเรียนรู้สึกประทับใจในเทคโนโลยีชั้นสูงก็จะทำให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ที่สูงขึ้น ย่อมทำ ความเข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น

Kastberg and Leatham (2005: 33) ได้เสนอแนะแนวทางในการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟไปใช้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ครูผู้สอนมีความรู้ความสามารถเพียงพอในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และได้รับการอำนวยความสะดวกในการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้จริงในห้องเรียน

2. ครูผู้สอนควรมีวิธีการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่เหมาะสมกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และมีขั้นตอนการสอนที่เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมเพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน

3. ครูควรมีความกระตือรือร้นในการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับประสบการณ์ในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อนำไปใช้ออกแบบการงานวิจัยใหม่ๆ ที่ช่วยพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2541: คำนำ) ได้เสนอว่าการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟไปใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นภาพได้ง่ายขึ้นในสิ่งที่เป็นนามธรรมช่วยให้เกิดมโนทัศน์ได้รวดเร็วขึ้น ใช้ทดลอง ทดสอบ ค้นหาคำตอบ

ว่าตรงกับที่เคยสรุป เคยวางแผนหรือคาดเดาไว้หรือไม่ ตลอดจนช่วยให้นักเรียนมีความคงทนในการเก็บความรู้ที่ได้เรียนมาได้นานขึ้น เพราะสามารถนึกถึงภาพและสิ่งที่ได้ทำซ้ำหลายๆ ครั้งได้ กิจกรรมการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟส่วนใหญ่จึงเป็นการทำกิจกรรมหลังจากนักเรียนมีความรู้พื้นฐานในเนื้อหามาก่อนจากการเรียนการสอนของครู แล้วจึงใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟนี้ในกิจกรรมที่ทำเพื่อให้นักเรียนมีโอกาสค้นคว้า ทำแบบฝึกหัดซ้ำ วางแผนและหาเหตุผลในสิ่งที่สงสัยได้ด้วยตนเอง หรือด้วยคำแนะนำของครู ครูไม่ควรให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพียงเพื่อหาคำตอบจากแบบฝึกหัดมาส่งครูเท่านั้น

สิริพร ทิพย์คง (2547: 27) ได้กล่าวว่านักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอแนะแนวทางที่จะนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการนับจำนวนในระดับอนุบาล
2. ใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนการสอนเรื่องทศนิยมในระดับประถมศึกษา
3. ใช้ในการเรียนการสอนเรื่องลิมิต (Limit) ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
4. ใช้ในการเรียนการสอนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน
5. ใช้เป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ และนำไปประยุกต์ใช้ในระดับที่สูงกว่ามัธยมศึกษา
6. ใช้ในการสอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ถ้าการเรียนการสอนนั้นไม่มุ่งเน้นความสามารถในการคิดคำนวณ และให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาให้นักเรียนคิดหาหนทางในการแก้ปัญหามากขึ้น นักเรียนก็จะสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และสิ่งสำคัญเครื่องคำนวณจะช่วยกระตุ้นความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
7. ใช้ในการทายปริศนาทางคณิตศาสตร์และการเล่นเกมส์ทางคณิตศาสตร์ทำให้กิจกรรมเหล่านี้น่าสนใจยิ่งขึ้น

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547: 10) ครูเป็นผู้มีบทบาทในการใช้สื่ออิเล็คทรอนิคส์ให้มีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะการใช้เกี่ยวกับกราฟ การนึกภาพ (visualization) และการคำนวณ ตัวอย่างเช่น ครู อาจใช้สถานการณ์จำลองเพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์กับปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากซับซ้อนซึ่งไม่สามารถสร้างได้โดยปราศจากเทคโนโลยีหรือการใช้ข้อมูลและแหล่งความรู้จากอินเทอร์เนต เป็นที่แน่นอนว่าเทคโนโลยีไม่สามารถแทนครูได้ ครูย่อมมีบทบาทสำคัญในการ

ตัดสินใจว่าจะใช้เทคโนโลยีใด เมื่อไร และใช้อย่างไร และขณะที่นักเรียนกำลังใช้เทคโนโลยีส่งเสริมทั้งด้านความรู้และกระบวนการ และยังให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์สำหรับครูในการออกแบบการสอน

นิตยาพร บุญญาศิริ (2545: ออนไลน์) กล่าวว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้การถ่ายทอดองค์ความรู้และกระบวนการคิดเป็นไปได้ง่ายขึ้นมาก ครูสามารถนำไปใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนได้ในหลาย ๆ ลักษณะ ทั้งในรูปแบบของการสาธิตโดยครูหรือนักเรียนสาธิตก็ได้ หรือจัดแบ่งกลุ่มนักเรียนมอบให้ศึกษาเองจากใบงาน ให้ร่วมกันคิดร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุปจากใบงานที่กำหนดให้ นอกจากนั้นสามารถใช้ในการสอนกิจกรรมคณิตศาสตร์และศึกษาเนื้อหาที่แตกต่างไปจากบทเรียนได้ ในการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาต่าง ๆ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จัดทำเป็นใบงาน เอกสารประกอบการเรียนการสอน และจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้นำแนวคิดต่าง ๆ มาแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. **กำหนดให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง**

1.1 แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน

1.2 จัดทำใบงาน 4 ใบงาน แต่ละใบงานให้นักเรียนศึกษาคนละ 1 ส่วน

1.3 เมื่อทุกคนทำใบงานเสร็จ แต่ละคนนำเสนอให้เพื่อนทุกคนในกลุ่มทราบ

1.4 นำความรู้แต่ละส่วนรวมเป็น 1 เรื่อง อภิปรายหาข้อสรุปร่วมกัน

1.5 แต่ละกลุ่มนำเสนอข้อสรุปและอภิปรายร่วมกัน เพื่อเปรียบเทียบกัน

1.6 มอบใบงานให้แต่ละกลุ่มไปช่วยกันแก้ปัญหาเพื่อตรวจสอบองค์ความรู้

1.7 กำหนดแบบฝึกทักษะ ให้นักเรียนแต่ละคนได้ฝึกหัด นักเรียนร่วมกันอภิปรายและนำผลมาเสนอเปรียบเทียบกัน

เนื้อหาที่ใช้ เรื่องของกราฟความสัมพันธ์ กราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ เช่น กราฟฟังก์ชันตรีโกณมิติ ภาคตัดกรวย อินเวอร์สของฟังก์ชัน กราฟของคอมโพสิท กราฟของลำดับ และอนุกรม

2. **ใช้การสาธิตประกอบการสอน**

ครูจะใช้การสาธิตกราฟ หรือ ตารางข้อมูลต่าง ๆ มาเปรียบเทียบแล้วใช้การถาม-ตอบ ประกอบการอธิบาย เพื่อนำเสนอแนวความคิดและองค์ความรู้ต่าง ๆ

เนื้อหาที่ใช้ เช่น การแก้ระบบสมการ การแก้โจทย์ปัญหา การหาลิมิตของลำดับ การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เป็นต้น

3. **กำหนดกิจกรรมให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำงาน**

กำหนดกิจกรรมให้นักเรียนนำความรู้ที่เรียนมาใช้ในการหาคำตอบหรือการแก้ปัญหา เพื่อการนำไปประยุกต์ใช้กับชีวิตจริง

การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ ต้องเป็นไปอย่างเหมาะสม ซึ่งครูต้องเข้าใจในเนื้อหาสาระในส่วนนั้นเป็นอย่างดี และใช้เครื่องมือในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นได้ ครูผู้สอนก็จะมองภาพออกว่าจะจัดเตรียมใบงาน หรือกิจกรรมการเรียนการสอนเนื้อหานั้นในรูปแบบใด

การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอน

การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนมี 6 ลักษณะ คือ

1. ใช้ในการสอนมโนทัศน์ต้องสอนทีละมโนทัศน์เท่านั้น และแต่ละใบงานต้องกำหนดให้ศึกษาเพียงมโนทัศน์เดียว ต้องมีคำถามท้ายใบงานเสมอ
2. ใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎี ต่าง ๆ
3. ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ยุ่งยาก ซับซ้อน
4. ใช้ในการตรวจคำตอบ
5. ใช้ในการออกข้อสอบ
6. ใช้ในการคิดคะแนนนักเรียน
7. ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลของนักเรียนเพื่อทำการศึกษาเปรียบเทียบหรือทำวิจัยในชั้นเรียนอย่างง่าย ๆ

การนำเทคโนโลยีเข้ามามีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูต้องรู้ว่าจะนำไปใช้อย่างไรจึงจะเกิดประโยชน์ เวลาใดที่ควรใช้และเวลาใดที่ไม่ควรใช้ รวมทั้งตัวนักเรียนด้วย ครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องเรียนรู้เทคโนโลยีต่าง ๆ แล้วนำมาเปรียบเทียบ คัดเลือกสิ่งที่คิดว่าเหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนของตนเหมาะกับผู้เรียน เหมาะกับโรงเรียน และเหมาะกับสภาพสังคมในปัจจุบัน เพื่อการพัฒนานักเรียนให้สามารถดำรงตนอยู่ในโลกแห่งอนาคตได้อย่างมีความสุข ต้องยอมรับในส่วนที่จะต้องใช้เวลามากขึ้น ต้องรอคอยการค้นพบของนักเรียนเองด้วย ความเชื่อมั่นว่าถ้านักเรียนเข้าใจในองค์ความรู้ส่วนนี้แล้ว จะช่วยให้เขาถ่ายโอนความรู้จากส่วนนี้ไปยังเนื้อหาส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ รู้จักวิธีการตรวจสอบ การหาคำตอบ ตลอดจนวิธีการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ๆ ด้วยตนเองได้ดีขึ้นอย่างต่อเนื่องไปจนตลอดชีวิต

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ดังนี้

1. ครูผู้สอนต้องตระหนักถึงข้อดีและข้อเสียในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟรู้ว่าจะนำไปใช้อย่างไรจึงจะเกิดประโยชน์ เวลาใดที่ควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเวลาใดที่ไม่ควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ รวมทั้งสอนนักเรียนด้วยว่าควรใช้เมื่อใด เพื่อส่งเสริมนักเรียนทั้งด้านความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และไม่ทำลายจุดประสงค์ที่แท้จริงของการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. กิจกรรมการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟควรเป็นกิจกรรมหลังจากนักเรียนมีความรู้พื้นฐานในเนื้อหามาก่อนจากการเรียนการสอนของครู แล้วจึงใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในกิจกรรมที่ทำเพื่อให้นักเรียนมีโอกาสค้นคว้า ทำแบบฝึกหัด วางแผนและแก้ปัญหาด้วยตนเอง หรือด้วยคำแนะนำของครู

3. ครูควรให้นักเรียนคิดหาคำตอบจากการแสดงวิธีคิดทางคณิตศาสตร์หรือประมาณค่าคำตอบจากแบบฝึกหัดด้วยตนเองแล้วจึงใช้คำนวณเชิงกราฟ ทดสอบหรือค้นหาเพื่อตรวจสอบคำตอบ

4. ครูใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ในการเตรียมประสบการณ์ที่นอกเหนือจากที่ครูทำได้ให้กับนักเรียน เช่น การสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ การจัดการเกี่ยวกับฟังก์ชัน เพื่อให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

5. ครูผู้สอนควรมีความรู้ความสามารถเพียงพอในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีความกระตือรือร้นในการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และได้รับการอำนวยความสะดวกในการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้จริงในห้องเรียน

6. ครูผู้สอนควรมีวิธีการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่เหมาะสมกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และมีขั้นตอนการสอนที่เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมเพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน

7. ครูสามารถนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟไปใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนในรูปแบบของการสาธิตโดยครูหรือนักเรียนสาธิตก็ได้ หรือจัดแบ่งกลุ่มนักเรียนมอบให้ศึกษาเองจากใบงาน ให้ร่วมกันคิดร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุปจากใบงานที่กำหนดให้ และจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง

8. ครูควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ เมื่อเนื้อหานั้นไม่ได้มุ่งเน้นความสามารถในการคำนวณ โดยให้ความสำคัญกับการให้นักเรียนคิดหาหนทางในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เรียนอ่อนก็จะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และช่วยกระตุ้นความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

9. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟแก้โจทย์ปัญหาจากเรื่องจริงที่มีความสอดคล้องกับบทเรียน เพื่อดึงดูดให้นักเรียนเกิดความสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน

10. ครูต้องยอมรับที่จะใช้เวลามากขึ้น และรอคอยการค้นพบของนักเรียนเอง และควรเชื่อมั่นว่า ถ้านักเรียนเข้าใจในองค์ความรู้แล้วจะช่วยให้เขาถ่ายโอนความรู้ไปยังเนื้อหาส่วนอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ และนักเรียนจะได้รู้จักวิธีการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ๆ การตรวจสอบ การหาคำตอบ ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องไปจนตลอดชีวิต

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่นที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนมติ หรือ ความคิดรวบยอด ความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Bruner Goodnow and Austins (1956: 10) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง เครือข่ายของข้อสรุปทางสัญลักษณ์ที่เป็นแบบสังเกตได้ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุ หรือเหตุการณ์ รวมทั้งข้อสรุปแบบที่สังเกตไม่ได้ด้วย

Bruner Goodnow and Austin (1956: 10) ได้กำหนดทฤษฎีเกี่ยวกับมโนทัศน์ว่าแต่ละมโนทัศน์ ประกอบด้วย 5 องค์ ประกอบคือ

1. ชื่อ (name) เป็นคำหรือข้อความที่ใช้เรียกกลุ่มหรือหมวดหมู่ของประสบการณ์โดยใช้ลักษณะเฉพาะร่วมเป็นเกณฑ์ในการจำแนก

2. องค์ประกอบที่สองของมโนทัศน์คือตัวอย่าง (examples) หมายถึง ตัวอย่างของมโนทัศน์ส่วนหนึ่งของการเรียนรู้มโนทัศน์ (knowing concept) คือการระบุตัวอย่าง ของมโนทัศน์ได้ถูกต้องและยกสิ่งที่ใกล้เคียงแต่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ได้

3. องค์ประกอบที่สามของมโนทัศน์คือ ลักษณะเฉพาะ (attributes) ซึ่งหมายถึง คุณ ลักษณะเฉพาะที่สำคัญที่เราใช้เป็นลักษณะร่วมหรือเป็นเกณฑ์ในการจัดสิ่งต่าง ๆ (ตัวอย่างที่ใช้) ให้เป็นหมวดหมู่เดียวกัน แต่ต้องระวังอย่างใช้ลักษณะที่ไม่สำคัญเป็น เกณฑ์ในการพิจารณา

4. คุณค่าของลักษณะเฉพาะ (attributes values) ในการจำแนกสิ่งต่าง ๆ โดย ใช้ลักษณะเฉพาะนั้นเราจะพบว่าลักษณะเฉพาะบางอย่างมีคุณค่าหลายระดับฉะนั้นเราจึง ต้องพิจารณา ระดับของคุณค่าของลักษณะเฉพาะในการจัดหมวดหมู่ด้วย

5. องค์ประกอบที่ห้าของมโนทัศน์คือ การตั้งกฎเกณฑ์ (rule) คือการให้นิยามหรือข้อ ความที่กำหนดลักษณะที่สำคัญหรือจำเป็นของมโนทัศน์

De Cecco (1968: 388) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า หมายถึง กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่างๆ ร่วมกัน อาจเป็นสิ่งของเหตุการณ์ หรือบุคคลต่างๆ ซึ่งเรากำหนดมโนทัศน์เหล่านี้ด้วยการเรียกชื่อ เช่น หนังสือ นักเรียน เป็นต้น

Good (1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับ สถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

Goodwin and Klausmeier (1975: 246) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า หมายถึง ความสามารถที่ทำให้เราเข้าใจถึงคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากกันได้และในขณะเดียวกันก็สามารถเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งที่เป็นประเภทเดียวกันได้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2532: 32) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่าเป็นภาพที่เกิดขึ้นในใจของบุคคล เกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติและมีลักษณะร่วมกัน กลุ่มของสิ่งเร้านี้อาจจะเป็นชนิด รูปภาพ วัตถุ บทบาท เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้ มโนทัศน์เป็นองค์ประกอบย่อย ๆ อยู่ในระบบโครงสร้างของความรู้ ในบางครั้งมโนทัศน์ตั้งแต่สองมโนทัศน์ขึ้นไปจะสัมพันธ์กันสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ได้

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปความหมายได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง การสรุปหรือให้คำจำกัดความสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งได้มาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ โดยสรุปเป็นความเข้าใจ และสามารถทำให้สามารถแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากกันได้และยังสามารถจัดสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะร่วมกันเข้าเป็นประเภทเดียวกันได้

ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Bell (1981: 108) ได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่าง เช่น คำว่าเซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลังเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Eggen and Kauchak (1975: 39) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกันโดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม ผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้”

Schwarz and Hershkowiz (1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์”

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520: 29) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา

อัมพร ม้าคนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า หมายถึง ความคิด ความเข้าใจ ความสามารถในการสรุปใจความ จัดประเภทหรือจัดกลุ่มของเนื้อหา ซึ่งเกิดจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้ รวมทั้งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Ausubel (1968: 505) กล่าวว่ามโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968: 402-416) ได้ให้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า

1. ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีรออยู่มากมาย โดยการแบ่งสิ่งเร้าหรือสิ่งแวดล้อมออกเป็นกลุ่มเพื่อทำให้การตอบสนองง่ายขึ้น

2. ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ทำให้บุคคลต้องใช้ความสามารถนี้อยู่เสมอ

3. ช่วยลดเวลาในการเรียนรู้ลงมาก เช่น สิ่งใดที่เรียนผ่านไปแล้วจนเกิดมโนทัศน์ก็สามารถนำไปใช้ได้อีกโดยไม่ต้องเรียนรู้ซ้ำ

4. ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด ทำให้ตัดสินใจต่อไปได้

5. ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนจำเป็นต้องใช้สื่อมากเช่น การฟัง พูด อ่าน เขียน ซึ่งเป็นพื้นฐานของการสร้างมโนทัศน์ และสื่อจะช่วยให้การพัฒนามโนทัศน์ไปสู่ระดับที่สูงขึ้น โดยเฉพาะมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรม

6. มโนทัศน์อาจเป็นความเชื่อที่เกิดจากการเข้าใจผิด ประสบการณ์ของคนเป็นเหตุให้เกิด ความเชื่อมั่นที่เป็นผลมาจากการเข้าใจผิด

วีณา วโรตมะวิชญ (2535: 135) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนเพราะว่าเป็นโครงสร้างพื้นฐานของความรู้สาขาหนึ่ง ๆ มโนทัศน์จะเป็นตัวที่ใช้สร้างทฤษฎี และข้อสรุปต่าง ๆ และยังเป็นกุญแจไปสูความเข้าใจกฎเกณฑ์และหลักการจะเห็นว่า หลักศุตรใหม่ไม่ว่าจะป็นกลุ่มประสบการณ์ใดก็ตามพยายามที่จะให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ของวิชานั้น ๆ

ณัชชา กมล (2542: 23) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่าการจัดการเรียนการสอนวิชาใดๆ ก็ตาม ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนจะต้องเกิดมโนทัศน์ เนื่องจากมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถ จัดประเภท สรุปและของสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะร่วมกัน เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 125) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำง่าย และสามารถหยิบฉวยความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชนได้ การสื่อสารทำให้เข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปได้ดี เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่างๆ ที่สอดคล้องกัน

คชาภรณ์ จำปาอิ่ม (2548: 24) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่ามโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะถ้านักเรียนสามารถสร้างความคิดของเรื่องที่เรียนได้ดีก็จะทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ มากยิ่งขึ้น ดังนั้น การจัดกิจกรรมการสอนครูต้องลำดับขั้นกิจกรรมให้ดีครบถ้วน ใช้สื่อนวัตกรรมที่มีความหลากหลาย เอื้อต่อการเรียนรู้ให้มากที่สุด จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์

ยลนภา พลชัย (2548: 19) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหาช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

จากข้อความดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศนทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำง่าย สามารถจัดประเภท สรุปและมองสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะร่วมกัน เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น และการ

ใช้สื่อนวัตกรรมที่มีความหลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ ได้ดี

3.3 แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Asubel (1968: 505) ได้สรุปลำดับขั้นในการสร้างมโนทัศน์ดังนี้

1. วิเคราะห์และแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้า
2. ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับลักษณะสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่งๆ
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐานให้มาสัมพันธ์กับระบบที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด
6. เลือกความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่ได้รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมสมาชิกทุกๆ หน่วยภายในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ที่เหมาะสมมาเป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ เพื่อเป็นสื่อกลางในการทำความเข้าใจกับมทัศน์นั้นๆ ได้ตรงกัน อันจะเป็นประโยชน์ในการถ่ายทอดมโนทัศน์ไปสู่กลุ่มอื่นๆ

Ausubel (1968: 509) ได้สรุปว่ากระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบ่งได้เป็น 2 อย่าง คือ 1. Concept Formation และ 2. Concept Assimilation โดยกระบวนการเรียนรู้ทั้งสองประเภทมีความหมายดังต่อไปนี้

Concept Formation หมายถึง การเรียนรู้ มโนทัศน์จากประสบการณ์ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปมาน

Concept Assimilation เป็นกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอนุมาน โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมกับยกตัวอย่างของมโนทัศน์ และคุณลักษณะวิกฤตของมโนทัศน์

หลักการสอนของมโนทัศน์ของ Ausubel

1. เริ่มด้วยมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างและคุณลักษณะวิกฤตที่จะสามารถคลุมมโนทัศน์ที่ย่อยออกไปหลาย ๆ ชนิด

2. เน้นให้นักเรียนทราบถึงคุณลักษณะวิกฤตของมโนทัศน์

3. จัดกลุ่มสิ่งเร้าที่มีคุณลักษณะวิกฤตร่วมกับมโนทัศน์ที่ได้บอกให้ผู้เรียน

4. ให้ตัวอย่างเฉพาะของสิ่งเร้า ซึ่งอาจจะเป็นสัตว์ วัตถุ สิ่งของ ที่มีคุณลักษณะเหมือนกับมโนทัศน์

5. สรุปลักษณะที่เด่นหรือวิกฤตของมโนทัศน์ย่อย พร้อมกับยกตัวอย่าง

De Cecco (1968: 402-416) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการสอนมโนทัศน์ว่าควรดำเนินการเป็นข้อๆ ตามลำดับ ดังนี้

1. ระบุจุดมุ่งหมายไว้ก่อนว่าหลังจากได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้นแล้วต้องการให้นักเรียนมีพฤติกรรมอะไรเกิดขึ้นบ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่เด่นและสำคัญเพื่อนักเรียนจะได้เข้าใจง่ายขึ้น

3. ใช้สื่อภาษาในการสอน อธิบายให้เข้าใจ การใช้ภาษาเป็นสิ่งจำเป็นในการที่จะทำให้ผู้เรียน เรียนมโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

4. เสนอตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบ โดยควรนำตัวอย่างในทางบวกมาเสนอให้มีจำนวนเพียงพอที่จะเป็นตัวแทนลักษณะของมโนทัศน์ ส่วนตัวอย่างในทางลบก็ควรเสนอให้พอที่จะแยกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. เสนอตัวอย่างให้ทางบวกและทางลบทีละอย่างในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกัน หรือเสนอพร้อมกัน

6. เสนอตัวอย่างใหม่ของมโนทัศน์ทางบวก แล้วให้นักเรียนบอกว่าใช่มโนทัศน์สิ่งนั้นหรือไม่ ขั้นตอนก่อน ๆ เป็นการแยกความแตกต่าง ขั้นนี้จะเน้นถึงการสรุปความคิดทั่วไปหรือความสามารถของนักเรียนที่จะตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ที่อยู่ในข่ายของมโนทัศน์เดียวกัน

7. ทดสอบการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียน ในขั้นนี้ควรนำตัวอย่างใหม่ของมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบมาแสดง แล้วให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างในทางบวกที่เกี่ยวข้องเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น

9. ให้โอกาสนักเรียนตอบสนองและได้การเสริมแรงให้จากการตอบสนองนั้น

Joyce and Weil (1992: 144-157) ได้พัฒนารูปแบบการสอนแบบสร้างมโนทัศน์ (Concept attainment model) มี 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เสนอข้อมูลและระบุชื่อมโนทัศน์ (presentation of data and identification of concept) ซึ่ง ประกอบด้วยขั้นตอนย่อยดังต่อไปนี้

1.1 ครูเสนอตัวอย่างพร้อมทั้งระบุคำ ใช่ หรือไม่ใช่ กำกับ

1.2 นักเรียนเปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะของตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่

1.3 นักเรียนกำหนดสมมติฐาน และทดสอบ

1.4 นักเรียนสรุปนิยามของมโนทัศน์คุณลักษณะเฉพาะของตัวอย่าง

ขั้นที่ 2 ทดสอบความถูกต้องของมโนทัศน์ (testing attainment of the concept)

2.1 ผู้สอนให้ตัวอย่างเพิ่มเติม แล้วให้ผู้เรียนบอกว่าตัวอย่างเหล่านั้นใช่หรือไม่ใช่

2.2 ผู้สอนย้ำคำตอบที่ถูกต้อง บอกชื่อมโนทัศน์และให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้นโดยการนำลักษณะร่วมที่สรุปได้เป็นหลัก

2.3 ผู้เรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติม

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์กลวิธีการคิด (analysis of thinking strategies)

3.1 ผู้สอนถามผู้เรียนว่าที่ตอบถูกมีวิธีคิดอย่างไร

3.2 ผู้เรียนวิเคราะห์และแสดงวิธีคิดของตนตลอดจนอภิปรายเกี่ยวกับสมมติฐานของตน

3.3 ผู้เรียนอภิปรายชนิดและจำนวนสมมติฐานที่ตั้งไว้

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547: 65–66) เสนอโมเดลที่สามารถนำไปใช้ได้สะดวกในการสอนมโนทัศน์ โดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1. การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลที่อาจมาจากผู้สอน ผู้เรียน หรือจากทั้งผู้สอนและผู้เรียน ผู้สอนต้องเป็นผู้กลั่นกรองว่า ข้อมูลที่ได้นี้จะนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และมีสิ่งใดที่ต้องเพิ่มหรือตัดออก

ขั้นที่ 2. การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นขั้นที่ผู้เรียนเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันเข้าด้วยกัน ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูล ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มี และไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category) ในขั้นนี้ผู้สอนจะตรวจสอบแต่ละกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดในขั้นที่ 2 และพิจารณาว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก อาจให้ผู้เรียนอธิบายหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆ ของข้อมูล โดยผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนขึ้น

ขั้นที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆ ที่อยู่ในประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆการดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง

Charlesworth (2005: 29-34) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด็กเล็ก ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่วๆ ไปด้วย โดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ (Assess) เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียน อันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดการเรียนการสอน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกัน

2. ตั้งวัตถุประสงค์ (Choose objectives) เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้วครูนำสภาพนั้นมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนที่อ่อน ได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับนักเรียนที่เก่ง

3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ (Plan experiences) ต้องพึงระลึกว่าเด็กเล็กจะเรียนได้ดีในประสบการณ์ตามธรรมชาติ

4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน (Select materials) โดยสื่อต้องเป็นสื่อที่ดี ทำอย่างดี ปลอดภัยต่อเด็ก ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้นๆ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้ (Teach)

6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

ยุพิน พิพิธกุล (2519: 23-26) กล่าวว่าการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องประกอบด้วยสภาพต่อไปนี้

1. นักเรียนจะต้องมีความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ และพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่จากความรู้เดิมของเขา เราจะเห็นคุณสมบัติร่วม (Common Properties) ความสัมพันธ์ แบบแผน โครงสร้างของความคิด สิ่งเหล่านี้ประมวลกันเข้า ทำให้เขานำไปสู่ข้อสรุปได้

2. นักเรียนจะต้องได้รับแรงจูงใจ (Motivation) หรือถูกกระตุ้นให้อยากเรียน มีความเต็มใจที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน ผู้เรียนจะต้องนึกอยู่เสมอว่าเรากำลังทำอะไรเห็นอะไร รู้สึกอะไร คิดอะไร การเรียนจะเป็นไปได้ดีต่อเมื่อผู้เรียนนั้นได้ตอบสนองต่อสภาพการเรียนและเราจะตอบสนองก็ต่อเมื่อเราคิด

3. นักเรียนจะต้องมีความสามารถที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน การเกิดมโนทัศน์นั้นเป็นกระบวนการของปัญญา ซึ่งเกี่ยวข้องกับกิจกรรม เช่น การเห็น การฟัง การอ่าน การเขียน การคำนวณ การคิด การพูด การลงมือทำ การใช้นามธรรม การใช้สัญลักษณ์ การสรุป นั่นก็หมายความว่า มโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถทำสิ่งเหล่านี้

4. นักเรียนจะต้องได้รับการแนะแนวเพื่อจะเป็นแรงจูงใจให้เขาเรียนอย่างมีประสิทธิภาพการเรียนแบบลองผิดลองถูก (Learning by trial and error) อาจทำให้เด็กเกิดความท้อถอยเพราะเข้าไม่ถึงจุดมุ่งหมายสักที

5. จัดวัสดุอุปกรณ์ให้ผู้เรียนอย่างถูกต้องและเหมาะสม เช่น ของจริง ภาพแบบเรียน

6. นักเรียนจะต้องมีเวลาเพียงพอสำหรับที่จะมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ในการที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์นั้นจะต้องใช้เวลา การเรียนเป็นกระบวนการที่ค่อย ๆ พัฒนาไปทีละน้อย การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้นั้นต้องการประสบการณ์ที่ต่างกัน

หลักในการสอนให้เกิดมโนทัศน์

1. ในการสอนจะกำหนดมโนทัศน์ให้แก่ผู้เรียนไม่ได้ ผู้เรียนจะต้องสร้างมโนทัศน์จากประสบการณ์และความคิดของเขาเอง การสอนที่มีประสิทธิภาพนั้นจะต้องประกอบด้วยการจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียนทุกคน

2. มโนทัศน์จะเกิดขึ้นในขณะที่กระบวนการสอนกำลังดำเนินไป ในขณะที่ครูสอนนักเรียนก็จะสร้างความคิดไปตามลำดับ เพราะฉะนั้นครูจะต้องมีวิธีการสอนที่จะทำให้นักเรียนเกิดความคิด

3. มโนทัศน์จะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้น เมื่อสัมพันธ์กับโครงสร้างทั้งหมด ซึ่งมีส่วนร่วมอยู่ด้วย หมายความว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนไปในแต่ละวันนั้นควรจะนำมาใช้กับบทเรียนในวันต่อไป เพื่อจะได้ใช้ประโยชน์มากขึ้น

4. มโนทัศน์จะพัฒนาดีที่สุด โดยประสบการณ์ต่าง ๆ มากกว่าการแสดงซ้ำ ๆ ในการแก้ปัญหาการทำกิจกรรมการกระทำสิ่งต่าง ๆ กันเพื่อนำไปสู่มโนทัศน์นั้นได้ผลดีกว่าการกระทำซ้ำ ๆ ที่น่าเบื่อหน่าย (Monotonous repetition) ดังนั้นจะเห็นว่าการที่ครูให้ทำซ้ำ ๆ มากเกินไปอาจจะไม่เป็นการดีนัก

5. การที่จะให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ขึ้นในบทเรียนที่กำหนดให้นั้น ขึ้นอยู่กับความพร้อม แรงจูงใจ และความสามารถของนักเรียน ดังนั้นการจัดบทเรียนแต่ละบทนั้น จะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและแรงจูงใจเป็นสำคัญ

6. มโนทัศน์จะเกิดขึ้นแก่ผู้เรียนเมื่อเราได้ลงมือกระทำ และเกิดความคิดด้วยตัวของเขาเอง มากกว่าที่ครูจะแนะนำ ในการสอนคณิตศาสตร์ ไม่ควรที่ครูจะทำหน้าที่บรรยายแต่ผู้เดียว แต่นักเรียน ควรจะได้ลงมือกระทำ และสร้างความคิดด้วยตนเอง ผู้เรียนจะต้องพยายามมองให้เห็นว่าอะไรจะบังเกิดขึ้นเราก็ควรจะได้ลงมือทำด้วยตนเอง หาคำตอบด้วยตนเอง และรู้จักถามตลอดจนการใช้กลวิธี ต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่มโนทัศน์ต่อไป

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2532 : 20) ได้เสนอแนะองค์ประกอบของการจัดกระบวนการเรียนการสอนมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

1. ก่อนสอน ผู้สอนจะต้องศึกษาทำความเข้าใจบทบาทของวิชาและโครงสร้างของวิชาเพื่อให้เข้าใจสาระที่จะนำไปสู่มโนทัศน์ที่แท้จริง เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจแก่นแท้ของวิชาได้

2. ผู้สอนจะต้องรู้จักและเข้าใจผู้เรียนอย่างดีเกี่ยวกับบทบาทของผู้เรียน ในด้านการเจริญเติบโต ความพร้อม ความสนใจ ความต้องการ รวมทั้งประสบการณ์เดิมของผู้เรียน และผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศทางจิตวิทยาที่เอื้ออำนวยต่อสภาพการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียนอีกด้วย

3. การจัดประสบการณ์การเรียน ผู้สอนควรพยายามส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้เหตุผล และกล้าแสดงออกในสิ่งที่เขาคิด การแก้ปัญหา การส่งเสริมความริเริ่มสร้างสรรค์ และการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดเองภายในใจ

4. ผู้สอนต้องสร้างแรงจูงใจให้เกิดความศรัทธา ความชอบที่จะเรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนสนุกและสนใจกับการเรียน รวมทั้งสร้างแรงจูงใจภายใน

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวว่าหากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา

2. รู้จักเปรียบเทียบความต่าง และความคล้าย

3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ และเป็นประโยชน์

4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่

5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ ซึ่งมี 2 แบบ คือ การสอนแบบนิรนัย (Deductive) และอุปนัย (Inductive)

การสอนแบบนิรนัย (Deductive)

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้ผู้เรียนทราบ

2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้

3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

4. ให้ผู้เรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

5. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย (Inductive)

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่ผู้เรียน

2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและตัวอย่างใดที่ไม่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3. ให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้น ให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นว่าหมายความว่าอย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2546: 2) เสนอทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์ของดีนส์ ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้

1. กฎของภาวะสมดุล (the dynamic principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสมกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะ

เห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ดีนส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (learning cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

2. กฎความหลากหลายของการรับรู้ (the perceptual variability principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั้นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้นจะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

3. กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (the mathematical variability principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไป คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้ คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลียมด้านขนานที่ต้องมีด้านสี่ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน

4. กฎการสร้าง (the constructivist principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่า ผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคงและจากพื้นฐานเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

จากข้อความดังกล่าว สามารถสรุปแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูผู้สอนต้องทำความเข้าใจในเนื้อหาสาระในเรื่องที่จะสอน และวิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียน

2. เสนอตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบ โดยควรเสนอตัวอย่างให้มีจำนวนเพียงพอที่จะเป็นตัวแทนลักษณะของมโนทัศน์ได้

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายถึงข้อสรุปของมโนทัศน์ และคุณลักษณะเฉพาะของตัวอย่างที่ครูนำเสนอ

4. หลังจากที่ได้ข้อสรุปของมโนทัศน์เรื่องที่เรียนแล้ว ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้ตัวอย่างเพิ่มเติม แล้วให้ผู้เรียนบอกว่าตัวอย่างเหล่านั้นใช่หรือไม่ใช่

5. ครูควรจัดเตรียมสื่อการสอนให้ผู้เรียนอย่างถูกต้องและเหมาะสมกับเรื่องที่จะสอน เช่น ของจริง ภาพ และสื่อเทคโนโลยี เป็นต้น

3.4 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Wilson (1971: 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ถือเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้ในเชิงมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน ดังตัวอย่างของข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมป้าน

ก. 45° ข. 90°

ค. 135° ง. 180°

จ. 225°

2. กำหนดให้มุม A และ B เป็นมุมแหลมซึ่ง มีขนาดเท่ากับ p° และ q° ตามลำดับ ถ้า A และ B เป็นมุมประกอบมุมฉากแล้ว ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

ก. $p - q = 0$ ข. $p + q = 90$

ค. $p + q = 180$ ง. $0 < p + q < 90$

จ. $90 < p + q < 180$

ณัชชา กมล (2542: 30) การวัดมโนทัศน์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจซึ่งในการออกข้อสอบนั้น ผู้ออกข้อสอบจะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ในเรื่องนั้นๆ ออกมาก่อน เพื่อการออกข้อสอบจะได้ครอบคลุมมโนทัศน์ทั้งหมดที่ต้องการวัด

ธีรนาถ ธงงาม (2548: 26) การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ จึงเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมิใช่การให้หาผลลัพธ์ แต่เป็นการถามถึงข้อเท็จจริงกฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์

จากข้อความข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมิใช่การให้หาผลลัพธ์ และในการออกข้อสอบวัดมโนทัศน์

ทางคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้

4. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Reys (1980: 3-4) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่า ทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่นที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่สิ่งที่สำคัญคือจะต้องคำนึงถึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณาก็คือ วิธีการ กระบวนการและกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจะสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความลักษณะนี้ จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนทัศน์ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

Polya (1980: 1) กล่าวว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่เพื่อจะให้ได้ข้อสรุป หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kennedy (1984: 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองต่อสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

Krulik and Rudnick (1987: 4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่าเป็นกระบวนการที่นักเรียนแต่ละคนใช้ก่อนที่จะได้มาซึ่งความรู้ ทักษะและความเข้าใจ เพื่อจะดำเนินการตามความต้องการของสถานการณ์ที่ไม่เคยเจอ นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ต่าง ๆ ที่มีและประยุกต์ความรู้ใช้กับสถานการณ์ใหม่ และสถานการณ์ที่ต่างกัน

Kutz (1991: 91) ได้ให้ความหมายว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้นจะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น
2. วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะไม่รู้วิธีที่บรรลุเป้าหมาย
3. ผู้แก้ปัญหาถูกกระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

Krulik and Rudnick (1993: 6) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบ จึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่น ๆ ก็ได้

สิริพร ทิพย์คง (2545: 97) การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องใช้มโนทัศน์ ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจโจทย์และการวิเคราะห์โจทย์

อัมพร ม้าคนอง (2548: 35-36) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาคณิตศาตร์ไว้ว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ทักษะการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย

กษมา วุฒิสารวัฒนา (2548: 31) กล่าวว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิมและทักษะพื้นฐานต่างๆ ที่มีอยู่ไปสังเคราะห์หรือประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการทั้งหมดไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

อัมพร ม้าคนอง (2553: 39) การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็นความสารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา และกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผนโดยมีการใช้เทคนิคต่างๆ ประกอบ

อัมพร ม้าคนอง(2553: 39) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนว่ามีดังนี้

- ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจ และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ปัญหา
- ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้
- พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม
- พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

- ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

- บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน

- สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น

- ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

- มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

จากข้อความข้างต้นสามารถสรุปความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ โดยไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ต้องใช้มโนทัศน์ ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยกำหนดวิธีในการหาคำตอบของปัญหา และสามารถใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

4.2 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Lester (1977: 12) การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ และเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตร และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

สมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1980: 1-3) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

Krulik and Reys (1980: 280) การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญ และมักรวมทักษะอื่นๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิดและความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อ

ของผู้แก้ปัญหาด้วย แม้การแก้ปัญหาจะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและดูยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลายๆด้าน ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง

3. ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

Fisher (1987: 2-3) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานสำหรับการดำเนินชีวิตในแต่ละวัน ส่งเสริมความสามารถในระดับต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่การประสบความสำเร็จในชีวิต ทักษะการแก้ปัญหานี้จะส่งผลต่อทักษะอื่น ๆ ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ มีวิจารณญาณ และส่งเสริมกลยุทธ์ต่าง ๆ ได้แก่ การสังเกต การออกแบบ การตัดสินใจ การทำงานเป็นกลุ่ม และใช้เป็นเครื่องมือหาคำตอบ การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์ ดังนั้น การแก้ปัญหาจึงมีความสำคัญในการจัดการศึกษาของมนุษย์ด้วย

Kennedy and Tipps (1994: 135) การแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญ สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้แนวคิดและทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 29) ได้กำหนดให้การแก้ปัญหา เป็น 1 ใน 5 มาตรฐานกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ปี ค.ศ. 2000

สิริพร ทิพย์คง (2537: 97) กล่าวว่าการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของวิชาคณิตศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์มีประโยชน์มากในการช่วยส่งเสริมความคิดอย่างมีเหตุผลและมีระเบียบแบบแผน ซึ่งสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาประเภทต่าง ๆ และมีความเชื่อว่าทักษะในการแก้ปัญหามีความสำคัญต่อชีวิตและสามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้ เพราะการสอนให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักการตัดสินใจที่ถูกต้อง และเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 9) ได้ให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาโดยให้เป็นทักษะที่สำคัญ และกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 4 เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาว่า ผู้เรียนต้องมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

จากข้อความดังกล่าวสามารถสรุปความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญที่รวมทักษะอื่นๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ เป็นทักษะพื้นฐานสำหรับการดำเนินชีวิตในแต่ละวัน อีกทั้งส่งเสริมความสามารถที่จะนำไปสู่การประสบความสำเร็จในชีวิต เพราะผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ

4.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957: 154-156) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการ ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

Russell (1961: 256) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ คือปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียนและหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ คือ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

Leblance (1977: 17-25) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่พบในหนังสือทั่ว ๆ ไป ที่ไม่ใช่แบบเรียน

Baroody (1987: 56) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาและทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

Reys, Suydam and Linquist (1992: 29) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่างเมื่อพบปัญหาและทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง มักพบในหนังสือแบบเรียนทั่วไป

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างที่ซับซ้อนนักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ การให้เหตุผล การสังเคราะห์ความรู้ มโนทัศน์ หลักการ และสูตรต่างๆมาประกอบกันเพื่อใช้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ปัญหาสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิต ซึ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประเภทนี้จะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์คณิตศาสตร์ที่มีต่อชีวิตประจำวัน

4.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้เสนอลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Clyde (1967: 108) ได้เสนอแนะถึงการสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจว่าควรมีลักษณะดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน หรือมักจะเกิดกับบุคคลทั่ว ๆ ไป หรือมีลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหานั้น ควรใช้ภาษาหรือการบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์มาก่อนและไม่ควรเป็นปัญหาทั่ว ๆ ไป

Nelson and Kirkpatrik (1975: 71-72) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาที่ดีสำหรับนักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาควรเป็นข้อพิสูจน์ที่แสดงให้เห็นถึงความเป็นจริง ความถูกต้องแน่นอน

2. สถานการณ์ของแต่ละปัญหา ควรนำมาซึ่งสิ่งที่เป็นจริง หรือลอกเลียนแบบสิ่งที่เป็นจริง

3. ปัญหาควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจจากนักเรียน

4. ปัญหาควรทำให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเปลี่ยนแปลงให้อยู่ในรูปของรูปธรรมด้วยตนเอง

5. ปัญหาควรให้โอกาสสำหรับวิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา

6. ลักษณะของปัญหาควรมีความเป็นไปได้

7. ปัญหาควรสร้างให้นักเรียนมีความเชื่อว่าเขาสามารถแก้ปัญหาได้ และรู้ว่าเมื่อไรจะได้คำตอบ

Krulik and Reys (1980: 280) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจเป็น

1. ปัญหาที่นักเรียนพบไม่ได้บ่อยในห้องเรียน

2. ปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและความสามารถทางภาษาของผู้แก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544: 18) ได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่ สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้น และพัฒนาความคิดท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สุรัช อินทสังข์ (2545: 35) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะ คือ ต้องกระตุ้นให้นักเรียนกระหายที่จะคิด ต้องท้าทายให้นักเรียนเกิดความพยายามที่จะแก้เพื่อหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาและความสามารถทางภาษาของผู้แก้ปัญหา
2. ปัญหาแปลกใหม่ สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้น และพัฒนาความคิดท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. นักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้โจทย์ปัญหา
4. ปัญหาให้ข้อมูลเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
5. ปัญหามีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน
6. ปัญหาควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจจากนักเรียน

4.5 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1957: 5-40) กล่าวถึงลำดับขั้นในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่ามี 4 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ ทำความเข้าใจคำ วลีหรือประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหา โดยนักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหา ออกมาเป็นภาษาของตนเองได้และสามารถบอกได้ว่า ประเด็นของปัญหาอยู่ตรงไหน สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไรอะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ถามหา

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา จะต้องพิจารณาว่า สิ่งที่กำหนดให้จะนำไปสู่ผลใดได้บ้าง และมีความรู้อะไรบ้างที่สัมพันธ์กับปัญหานั้น สิ่งที่สำคัญ คือ นักเรียนจะต้องทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

3. ขั้นลงมือทำตามแผน เป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 โดยใช้ทักษะการคำนวณ และวิธีการคำนวณที่เหมาะสมเพื่อให้ได้คำตอบ

4. ขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อแน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์ซึ่งในการตรวจสอบอาจทำให้เกิดความคิดที่จะดัดแปลงวิธีการแก้ปัญหาให้ง่ายสั้นและชัดเจนยิ่งขึ้น

Leblance (1977: 17-25) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มาและปัญหาถามหาอะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และประสบการณ์ที่จำเป็น

3. แก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ไม่นำไปสู่คำตอบก็ต้องย้อนกลับไปในขั้นที่ 2 เพื่อวางแผนใหม่

4. ทบทวนปัญหาและคำตอบ

Krulik and Reys (1980: 280-281) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้นั้นมีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร บทนิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

Sternberg (1999: 351-354) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. การระบุปัญหา (Problem Identification) เพื่อกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ควรระบุสาเหตุของปัญหาที่แท้จริงก่อน

2. การจำกัดความของปัญหา (Definition of Problem) เมื่อสามารถระบุปัญหาที่แท้จริงได้แล้ว จำเป็นต้องให้คำจำกัดความของปัญหา เพราะหากไม่มีการให้คำจำกัดความหรือคำจำกัดความของปัญหานั้นคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริง โอกาสในการแก้ปัญหาได้สำเร็จจะลดน้อยลง

3. การสร้างกลยุทธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Constructing Strategy for Problem Solving) เป็นขั้นตอนในการวางแผนกลยุทธ์ต่าง ๆ และวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหาที่ซับซ้อนให้เห็นเป็นขั้นตอน หรือสังเคราะห์องค์ประกอบหลายชนิดที่มีความสัมพันธ์กันแล้วนำมาเชื่อมโยงกัน เพื่อใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

4. การจัดระบบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (Organizing Information about a Problem) เป็นการจัดระเบียบข้อมูลที่มีอยู่เพื่อนำมาใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จ หรือการสร้างภาพในใจ ที่ช่วยในการกำหนดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. การจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Allocation of Resources) คนส่วนใหญ่จะเผชิญหน้ากับปัญหาโดยอยู่ในขอบเขตของทรัพยากรที่จำกัดในด้านต่าง ๆ การแก้ปัญหาแต่ละปัญหาต้องใช้ทรัพยากรในปริมาณที่แตกต่างกัน เช่น ปัญหาบางปัญหาต้องอาศัยระยะเวลานานในการแก้ปัญหา และต้องการเครื่องมือหลายชนิด ในขณะที่บางปัญหาอาศัยทรัพยากร

เพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ประสิทธิภาพของการจัดสรรทรัพยากรในการแก้ปัญหาจึงขึ้นอยู่กับความรู้ความชำนาญของแต่ละบุคคลด้วย

6. การตรวจสอบการแก้ปัญหา (Monitoring Problem Solving) การแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้รู้แน่ชัดว่าขั้นตอนต่าง ๆ ดำเนินไปอย่างถูกต้องและนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการหรือไม่ เพราะหากพบว่ามีข้อบกพร่องเกิดขึ้นแล้ว การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาจะช่วยให้เราสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันท่วงที

7. การประเมินผลการแก้ปัญหา (Evaluation Problem Solving) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาสิ้นสุดลง ซึ่งเป็นการประเมินความสำเร็จ และทบทวนการทำงานในขั้นตอนต่าง ๆ บางครั้งการประเมินผลการแก้ปัญหานี้จะทำให้สามารถรู้ถึงกลยุทธ์ใหม่ที่จะนำไปปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

Gick (1986: 101) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสร้างตัวแทนของปัญหา โดยใช้การสร้างสัญลักษณ์ วาดรูป ทำตารางหรือแผนผัง เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

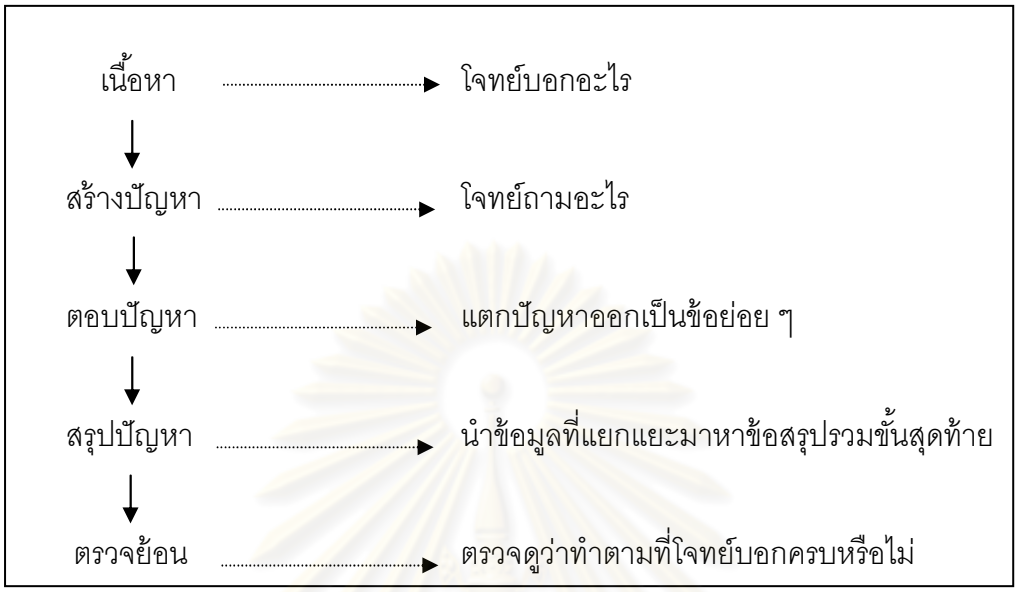
2. การคิดวิธีการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมวิธีการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ รวมไปถึงการวางแผน และจัดลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้

3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการปฏิบัติตามแผน และขั้นตอนที่กำหนดไว้

4. การประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา ว่ามุ่งไปสู่คำตอบ หรือเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ ถ้าไม่อาจทบทวนวิธีการคิดตั้งแต่ต้นใหม่ ว่าผิดพลาดหรือบกพร่องในจุดใด เพื่อจะได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาให้บรรลุเป้าหมาย

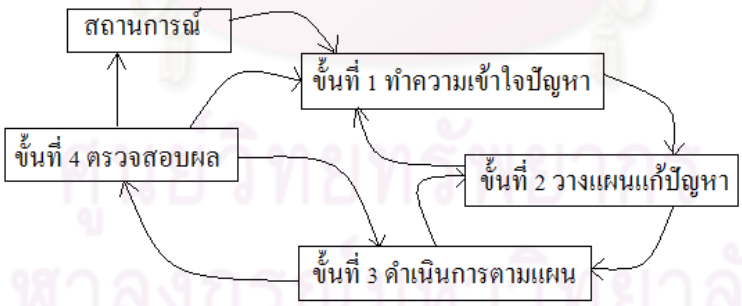
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 136) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามลำดับขั้นดังนี้



แผนภาพที่ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Wilson,Femandez and Hadaway (1993: 60-62) เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปวนมาได้ ดังแผนภูมิ



แผนภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

สามารถอธิบายแผนภาพได้ดังนี้ เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหานักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจปัญหาก่อนหลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายจะพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้

แก้ปัญหา สำหรับทิศทางของลูกศรนั้นเป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจาณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้นั้นมีอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกมานั้นเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม จะต้องพิจารณาว่า สิ่งที่กำหนดให้จะนำไปสู่ผลใดได้บ้าง และมีความรู้อะไรบ้างที่สัมพันธ์กับปัญหานั้น ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร บทนิยาม เพื่อนำมาใช้วางแผนในการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยใช้ทักษะการคำนวณ และวิธีการคำนวณที่เหมาะสม เพื่อให้ได้คำตอบ

4. ตรวจสอบคำตอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทังหมด เพื่อแน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์ และได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

4.6 กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาตร์

กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงมีนักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ศึกษาและนำเสนอกลวิธีที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้อย่างหลากหลาย สามารถสรุปได้ดังนี้

Musser and Shaughnessy (1980: 137-145) ได้เสนอกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาในโรงเรียนไว้ 5 ประการ ดังนี้

1. การทดสอบวิธีต่าง ๆ และตัดวิธีที่ผิดทิ้ง (Trial and error) เป็นวิธีการแก้ปัญหาที่ตรงที่สุด ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลที่กำหนดให้ วิธีการนี้นำไปสู่เรื่องราวที่สัมพันธ์กับความรู้และความรู้ที่ใช้นั้นไม่กว้างมากนัก

2. การค้นหาแบบรูป (Patterns) เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ คำตอบที่ได้จะเป็นรูปทั่วไปที่ได้จากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดให้นั้น

3. การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Solving a simpler problem) เป็นการหาคำตอบโดยการทำปัญหาให้ง่ายลงจากปัญหาที่ซับซ้อน ทำให้สามารถกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำ

แนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่กำหนดได้ วิธีการหนึ่งในการทำปัญหาให้ง่ายคือการแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ หรือเริ่มด้วยปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนน้อยลง

4. การทำย้อนกลับ (Working backward) เป็นการหาคำตอบโดยเริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการหรือสิ่งที่จะพิสูจน์แล้วเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

5. การสร้างสถานการณ์จำลอง (Simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อสามารถตัดสินใจบนฐานการวิเคราะห์ข้อมูล คำตอบที่ได้จากการทดลอง

Krulik และ Rudnick (1982: 43) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหามีหลากหลายต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจจะเหมาะสมกับปัญหาหนึ่งแต่บางปัญหาอาจไม่ใช่นอกจากนั้นบางปัญหาอาจจะจำเป็นต้องใช้หลายกลวิธีในการแก้ปัญหา และเสนอแนะกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 8 ประการ ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกแบบรูป (Pattern recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working backwards)
3. การเดาและตรวจสอบ (Guess and test)
4. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง (Simulation or experimentation)
5. การย่อความ (Reduction)
6. การแจกแจงรายการ (Exhaustive listing)
7. การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Logical deduction)
8. การแสดงความหมายข้อมูล (Representing data) โดยใช้
    - 8.1 กราฟ (Graph)
    - 8.2 สมการ (Equation)
    - 8.3 นิพจน์เชิงพีชคณิต (Algebraic expression)
    - 8.4 ตาราง (Table)
    - 8.5 แผนภูมิ (Chart)
    - 8.6 ไดอะแกรม (Diagram)

Matlin (1983: 225-229) ได้เสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 วิธี

1. การใช้สัญลักษณ์ (Symbol) ถือว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทนของปัญหาที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. การเขียนรายการ (List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ก็สามารถใช้การเขียนรายการแทน โดยเขียนเฉพาะข้อมูลที่สำคัญของปัญหา ซึ่งทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. การใช้ตารางสัมพันธ์ (Matrices) เป็นตารางที่ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงของข้อมูลของปัญหา ใช้ได้ดีกับปัญหาที่มีความซับซ้อน

4. การใช้กราฟ (Graphs) มีประโยชน์สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์หรือการเขียนรายการ หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยที่การใช้กราฟยังสามารถแสดงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วย

5. การเขียนภาพ (Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบ เพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหาการเขียนภาพอาจเขียนจากการใช้จินตนาการ (Visual Imagery) ซึ่งมีประโยชน์ในการใช้กับข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ และช่วยขจัดรูปแบบเก่า ๆ ในการหาสิ่งที่เป็นตัวแทนของปัญหา นอกจากนี้อาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจซึ่งในการสร้างตัวแทนของปัญหานั้นไม่อาจกล่าวได้ว่าวิธีใดเป็นวิธีที่ดีที่สุดเพราะบางวิธีไม่สามารถใช้กับบางปัญหาและบางปัญหาอาจต้องใช้หลายวิธีร่วมกัน

Sheffield and Cruikshank (2000: 41-44) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ คือ

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern)
3. เขียนรายละเอียดของโจทย์ (Make a systematic list)
4. สร้างและใช้การวาดรูปหรือโมเดล (Make and use a drawing or model)
5. กำจัดสิ่งที่เป็นไปได้ (Eliminate possibilities)

Reys et al. (2004: 124-130) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1. ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น

2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a drawing or diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้

3. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

4. สร้างตาราง (Construct a table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้

5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

6. เดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหาจะมั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

7. ทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

8. เขียนประโยคเปิด (Write an open sentence) เป็นการฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a simpler or similar problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาเดิม

10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change your point of view) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

จากข้อความข้างต้นสามารถสรุปได้ว่ากลวิธีในการแก้ปัญหานั้นมีหลายอย่างเช่น ใช้ภาพหรือแผนภาพ ค้นหาแบบรูป สร้างตาราง จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ การคาดเดาและตรวจสอบ การทำย้อนกลับ การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง เป็นต้น

4.7 การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิดวิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน

2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดในทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา

5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 66-74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยามาเป็นวิธีการพัฒนาดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่านโดยการวิเคราะห์ความสำคัญความเข้าใจในปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูล ปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์ก็ได้

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล จะช่วยทำให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรม ทำควาเข้าใจได้ง่ายขึ้นลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เพื่อเน้นโครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้นโดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุมีผล

1.2.2 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.3 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวันการใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจโดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นหรือไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับชีวิตประจำวันที่บางครั้งมีข้อมูลมากมายที่ผู้เรียนจะต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้ในบางครั้งข้อมูลอาจไม่เพียงพอ ผู้เรียนจะต้องแสวงหาความรู้ให้เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน ถ้าโจทย์กับปัญหามีความซับซ้อนควรฝึกให้ผู้เรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียน หรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าวๆ ก่อนลงมือทำ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนในการแก้ไขปัญหา ถ้าผู้เรียนฝึกฝนสม่ำเสมอย่อมทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา โดยการพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ไขปัญหามีแนวทาง ดังนี้

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรงแต่กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้

ผู้เรียนหาคำตอบ ถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของผู้เรียนจะช่วยให้แผนการการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้น

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมาดังๆ (Think Aloud) สามารถบอกให้ผู้อื่นทราบว่าตนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเงียบๆ การคิดออกมาดังๆ อาจอยู่ในรูปของการสนทนา หรือการเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหา ประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหาเพื่อป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้ผู้เรียนฝึกทักษะ ควรเป็นปัญหาที่ท้าทายเหมาะกับความสามารถไม่ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ในการดำเนินการตามแผนผู้เรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนและประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็นคือ ประเด็นแรก ตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการ รวมทั้งหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหา โดยสร้างสรรค์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนาดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ (ความเป็นไปได้)

5. สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธีให้ผู้เรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกระทรวงศึกษาธิการ (2544: 191) การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์ หรือปัญหา หรือเกมที่น่าสนใจท้าทายให้อยาก

คิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคน หรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูง ผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้คิดด้วย

สิริพร ทิพย์คง (2545: 97) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ว่า ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา
2. การวางแผนแก้ปัญหา
3. การดำเนินการแก้ปัญหา
4. การตรวจสอบหรือการมองย้อนกลับ

อัมพร ม้าคนอง (2547: 67) นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางที่คล้ายคลึงกันในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน ซึ่งสามารถสรุปเป็น 3 แนวทาง (Baroody: 1993; Kilpatrick: 1989) ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใดๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

จากแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยเริ่มด้วยปัญหาที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา และครูควรให้ผู้เรียนฝึกใช้วิธีการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ 1. การทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา 2. การวางแผน

แก้ปัญหา 3. การดำเนินการแก้ปัญหา 4. การตรวจสอบคำตอบ โดยการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้วิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ และส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้สื่อเทคโนโลยีเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

4.8 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มีนักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้กล่าวถึงแนวทางในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 22-25) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบ ดังนี้

แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของวอลเตอร์ ซีเทล (Walter Szetele)

Walter Szetele เสนอการประเมินผลการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ว่า ครูควรประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้เกณฑ์คะแนนง่าย ๆ ดังนี้

ให้ 0 คะแนน ถ้าเด็กไม่ได้แสดงว่าคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจจะว่างเปล่าไม่มีการตอบคำถาม หรือแสดงวิธีแก้ปัญหาเอาไว้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม

ให้ 2 คะแนน ถ้าเด็กแสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีทำที่ยังมีความสับสนอยู่

ให้ 3 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผลพอสมควร การอ้างอิงถูกต้อง แต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่าง ๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง

ให้ 4 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุมีผลและอ้างอิงถูกต้อง

แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของแรนดอล ชาร์ลส์ (Randall Charles) Randall Charles ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนอีกวิธีหนึ่ง ที่เรียกว่าการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Scoring Scale) ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 6 คะแนน ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาบางส่วนผิดพลาด

ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจตัวปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่ได้มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้เลย

ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบที่ผิด ๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผนที่ผิดพลาดแต่แรก

ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกโจทย์ผิด คำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้างคำตอบบางส่วนถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของ Randall Charles, Frank Lester and Phares O'Deffer

Charles ,Lester and O'Deffer (1987) ได้เสนอวิธีการให้คะแนนที่เรียกว่า การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Scoring Scale) โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากน้อยต่าง ๆ กัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

คะแนนที่ให้ ลักษณะของวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์ได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียนอยู่บ้างก็ไม่ได้ใกล้เคียง หรือลู่ทางว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

ให้ 1 คะแนน ถ้าผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิดคำนวณที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าเขารู้วิธีทำที่ถูกต้อง แต่ไม่สามารถทำจนสำเร็จได้

ให้ 2 คะแนน ถ้ามีวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำอย่างมีเหตุผลแต่รายละเอียดของการคิดคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นความผิดจากการเข้าใจผิดหรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ

ให้ 3 คะแนน ถ้าสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการถูกต้องตามขั้นตอนต่าง ๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียดบางประการ เช่น ไม่ได้ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นประกอบคำอธิบาย หรือวิธีทำถูกต้องตลอดทาง แต่วิเคราะห์หรือตอบในขั้นสุดท้ายผิดพลาด

ให้ 4 คะแนน ถ้ามีความถูกต้องทั้งวิธีทำ และรายละเอียดของการคิดคำนวณจากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น จะพบว่าหากครูผู้สอนนำไปใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูเองก็จะมีมาตรฐานในการให้คะแนนมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นรูปธรรมมากขึ้นและนักเรียนก็จะได้รับความเป็นธรรมมากขึ้น

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ การสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Adams (1995: 1059) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนการสอน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่มซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ซึ่งกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคำนวนกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนและทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์ กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนการสอนเพียงอย่างเดียว กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 3 เรียนโดยทำกิจกรรมการเขียนมโนทัศน์ สุดท้ายกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ 1 กับ 2 กลุ่มที่ 1 กับ 3 และกลุ่มที่ 3 กับ 4 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟเพียงอย่างเดียวสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟและทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนโดยทำกิจกรรมการเขียนมโนทัศน์เพียงอย่างเดียวสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟและทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์กับนักเรียนที่เรียนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ความสามารถทางด้านการนำเสนอ การสร้างมโนทัศน์ และการอธิบายเกี่ยวกับฟังก์ชัน พบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์ต่ำกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ทำกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Merckling, W.J. (1999) ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนฟังก์ชันโดยคำนึงถึงรูปแบบการเรียนรู้ที่นักเรียนระดับมัธยมศึกษาชอบ พบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างไม่มีนัยสำคัญและเจตคติของกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
2. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีความคิดรวบยอดและความคงทนของการเรียนรู้มากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ
3. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟมีผลในทางบวกต่อเจตคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Kwon Oh Nam(2000: abstract) ศึกษาผลการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ฟังก์ชันเชิงเส้น และฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนโรงเรียนมัธยมศึกษาในกรุงโซล ประเทศเกาหลีใต้ ซึ่งกลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ระยะเวลาในการทดลอง 14 สัปดาห์ หลังจากนั้นให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความรู้เชิงมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย 1) ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ 2) การแปลความหมายของฟังก์ชัน 3) การแปลงตัวแทนของฟังก์ชันแบบต่าง 4) สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้ฟังก์ชัน ผลการทดสอบกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มพบว่า ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างในแต่ละองค์ประกอบของความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของฟังก์ชันทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จากการสำรวจเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ประโยชน์ของกราฟในคณิตศาสตร์ ความรู้สึกเชื่อมั่นในคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลต่อการเรียนคณิตศาสตร์และความรู้สึกต่อการเรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ จากการทดสอบค่าที (t-test) พบว่าทั้งสอบกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แต่นักเรียนกลุ่มทดลองมีความวิตกกังวลแตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ

Mitchelmore and Cavanagh (2000: abstract) ศึกษาปัญหาของนักเรียนในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสร้างกราฟของสมการเชิงเส้น และพาราโบลา จากการศึกษาพบว่านักเรียนมีปัญหาในการการสร้างกราฟของสมการเชิงเส้น และพาราโบลา ดังนี้

1. ใช้เมนูวาดกราฟไม่ถูกต้อง
2. ขาดความเข้าใจในการใช้คำสั่งเพื่อย่อหรือขยาย
3. เข้าใจผิดว่าขอบเขตของกราฟมีเฉพาะส่วนที่ภาพบนจอเครื่องคำนวณแสดงให้เห็น

Cates (2000: 921) ได้ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนที่มีผลต่อความเข้าใจมโนทัศน์ และกราฟเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนที่เรียนพีชคณิต จำนวน 56 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน จำนวน 29 คน และกลุ่มควบคุม เรียนตามปกติ จำนวน 27 คน ซึ่งทั้ง 2 กลุ่มจะทำงานกันเป็นกลุ่มและผู้สอนให้คอยให้ความเข้าใจของมโนทัศน์ ทำการทดสอบก่อนและหลังเรียน ดัดแปลงมาจากแบบทดสอบฟังก์ชันของ O'Callaghan และแบบสอบถาม 2 ข้อ พร้อมทั้งทำการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยแต่ละประเภทสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนจากแบบทดสอบกับทัศนคติก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ไม่มีความแตกต่างกันของคะแนนที่เพิ่มขึ้นของทั้ง 2 กลุ่ม

Susan (2001: abstract) ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์ ปี ค.ศ. 1990-2000 จำนวน 60 งานวิจัย จากงานวิจัยที่ได้รับการเผยแพร่ ใน Dissertation Abstracts International, Education Abstracts, British Education Abstract, ERIC และ Humanities พบว่า งานวิจัยการใช้ CAS และเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นได้ทำการศึกษาในหัวข้อ พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส ในระดับ มัธยมศึกษาตอนปลาย และระดับอุดมศึกษา จากการศึกษาพบว่า

1. งานวิจัย 52 เรื่อง ที่ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบนักเรียนที่ใช้และไม่ได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและCAS มี 29 เรื่อง ที่กลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ งานวิจัย 13 เรื่อง ทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน และมี 1 เรื่องที่กลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มทดลอง
2. งานวิจัยส่วนใหญ่มุ่งที่จะศึกษาถึงความแตกต่างของนักเรียนที่ใช้และไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และCAS ในการเรียนคณิตศาสตร์
3. 75% ของงานวิจัยทำการศึกษานั้นจะวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของกลุ่มทดลอง
4. 25% ของงานวิจัยศึกษาถึงกระบวนการสร้างความรู้ของผู้เรียน
5. ข้อเสนอแนะของงานวิจัย คือควรศึกษาร่วมกับปัจจัยอื่นที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วย เช่น หลักสูตร แบบเรียน การบ้าน และแบบฝึกหัด เป็นต้น
6. งานวิจัยยังจำกัดอยู่ งานวิจัยที่ศึกษาการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในกรณีอื่น เช่น การแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพ การสำรวจมโนทัศน์ การมีส่วนร่วมของผู้เรียน และการนำเครื่องคำนวณไปใช้จัดกิจกรรมยังมีน้อย

Rider (2007: 494-500) ศึกษาผลของการสอนเรื่องฟังก์ชันและพีชคณิตโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายผลจากศึกษาพบว่าการสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นการสอนให้นักเรียนเรียนรู้ที่จะหาคำตอบด้วยหลายๆ วิธี อีกทั้งยังทำให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของแต่ละตัวแทนและพัฒนาแผนผังความคิด (cognitive maps) ความเข้าใจเกี่ยวพีชคณิตของฟังก์ชัน และมีกลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา การสอน และการวัดประเมินผลโดยการใช้ตัวแทนที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนเกิดแผนผังความคิด (cognitive maps) ความชำนาญในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะเกิดขึ้นได้นั้น ครูต้องสอนมโนทัศน์ของฟังก์ชันพร้อมกับตัวแทนแต่ละแบบ และเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการใช้ตัวแทนที่หลากหลายครูต้องวัดประเมินผลโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายด้วย โดยครูต้องตั้งคำถามที่แตกต่างไปจากแบบเดิมไม่ใช่ตั้งคำถามด้วยสมการแล้วให้สร้างกราฟเพื่อหาคำตอบ และผู้วิจัย เชื่อมั่นว่าการปรับใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสอนมีสำคัญต่อการปรับเปลี่ยนวิธีการสอน การประเมิน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความเข้าใจของนักเรียน

งานวิจัยในประเทศ

ณัชชา กมล (2542) ได้ทำการศึกษาวิจัยเรื่องผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย โดยตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 79 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ถนอมเกียรติ งานสกุล (2544) ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองถลาง จังหวัดภูเก็ต ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก เท่ากับ 76.88/68.13

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนเรื่องพาราโบลา จากการเรียน

คณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกกับการเรียนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก

4. นักเรียนมีพฤติกรรมการเรียนที่เป็นข้อมูลบ่งชี้ว่ามีความเข้าใจในความคิดรวบยอดและมีการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

กัลยา ทองสุ (2545: 57) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ในการเรียนวิชาคณิตศาตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเรื่องระบบสมการเชิงเส้น ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญที่ .01

3. ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศุภชัย เรืองเดช (2546) ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริพันธ์ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ปริพันธ์ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ชั้นปีที่ 1 โรงเรียนนครอาชีวศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ 6 จำนวน 40 คน แบ่งนักศึกษาเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักศึกษาทั้ง 2 กลุ่ม แล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริพันธ์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการประยุกต์ปริพันธ์ จากผลการวิจัย พบว่า

1) นักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงชั้นปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนมีมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริพันธ์สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2) นักศึกษาหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ชั้นปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการประยุกต์บริพันธ์สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง (2547) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับหลังเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทน

ชาญณรงค์ เฮียงราช (2550) ศึกษาการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาและกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า

1. ในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น นักเรียนในกลุ่มที่ 1 สามารถสรุป (Interiorization) สูตรการหาความชันของเส้นตรง (ความเข้าใจระดับกระบวนการ) จากการที่นักเรียนแปลความหมายข้อมูลแต่ละค่าจากตาราง กราฟและสมการ(ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ) และสามารถที่จะสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่จากความเข้าใจในระดับกระบวนการเดิมได้

2. ในกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 สามารถใช้ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action) และระดับกระบวนการ (Process) ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

3. ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟสามารถใช้เป็นเครื่องมือส่งเสริมพัฒนาความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (CART) และระดับกระบวนการ (CPRT) และยังใช้เป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างกระบวนการและสมบัติที่เกี่ยวข้องกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

อรชร ภู่บุญเติม (2550) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดกาฬสินธุ์ โดยการใช้ตัวแทน (Representation) โดยสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้การแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน (Representation) ที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 วิธี คือ

การแก้โจทย์สมการโดยการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตารางและการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) แล้วประเมินความสามารถของนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการ ชนิดอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชมภู สีสัน (2551) ศึกษาการใช้รูปแบบการนำเสนอเชิงคณิตศาสตร์หลากหลาย (multiple mathematical representations)ในกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยการอาชีพศีขรภูมิ จังหวัดสุรินทร์ โดยสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แล้วกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบหลังเรียน หลังจากนั้นวิเคราะห์ผลการตอบแบบสอบถามและรูปแบบการนำเสนอของกลุ่มเป้าหมายที่เป็นกรณีศึกษา ผลการวิจัยพบว่าคะแนนแบบทดสอบหลังเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยร้อยละ 64.36 ของคะแนนเต็ม และนักเรียนมีการใช้รูปแบบการนำเสนอแบบต่างๆ 5 รูปแบบในการแก้ปัญหา เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่ 1. ภาษาพูด $\rightarrow$ สมการ $\rightarrow$ ภาษาพูด $\rightarrow$ ตาราง $\rightarrow$ กราฟ 2. ตาราง $\rightarrow$ กราฟ $\rightarrow$ ภาษาพูด 3. ภาษาพูด $\rightarrow$ สมการ $\rightarrow$ ภาษาพูด 4. ภาษาพูด $\rightarrow$ ตาราง $\rightarrow$ กราฟ $\rightarrow$ ภาษาพูด 5. ภาษาพูด $\rightarrow$ สมการ $\rightarrow$ ภาษาพูด $\rightarrow$ ตาราง $\rightarrow$ กราฟ $\rightarrow$ ภาษาพูด

เสถียร การคนซื่อ (2551) ศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสันกำแพง จังหวัดเชียงใหม่ กลุ่มที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 31 คน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจมโนมติด้วยตนเองผ่านการใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกที่นำเสนอมโนทัศน์ในเชิงรูปธรรมด้วยตัวอย่างของกราฟที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่มโนทัศน์เชิงนามธรรม จากนั้นนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง จากผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง อยู่ในระดับดีมาก โดยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จากการพิจารณาคะแนนการทำ ใบงาน ใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด และจากการทดสอบวัดความสามารถในการเรียน เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งต่างประเทศและในประเทศสรุปได้ว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟนั้นส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟนั้นอาจส่งผลให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์และมีความความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้นด้วยเช่นกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าความรู้จากเอกสาร ตำรา และงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสอน การใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสอนคณิตศาสตร์ การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4–ม.6) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3. ศึกษาเนื้อเรื่องฟังก์ชันจากหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครู และหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยเกี่ยวกับวิธีวิจัย การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย วิธีการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาทฤษฎี หลักการ วิธีสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีรูปแบบของการทดลองปรากฏดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 รูปแบบการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	ทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน - ความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน - ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
C	- ความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน - ความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	~X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน - ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบโดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา พังงา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปี

การศึกษา 2553 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน จังหวัดพังงา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพังงา

โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนเป็นโรงเรียนในโครงการหนึ่งอำเภอหนึ่งโรงเรียนในฝัน (Lab School) เป็นโรงเรียนต้นแบบโรงเรียนในฝันของจังหวัดพังงา และได้รับการประเมินจากสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (สมศ) มีนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันมากพอสำหรับการทดลองอีกทั้ง ผู้วิจัยเป็นครูของโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนจึงทำให้มีความสะดวกในการติดต่อประสาน งานและขอความร่วมมือในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน ตั้งอยู่ในอำเภอเมือง จังหวัดพังงา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา พังงา เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย เป็นโรงเรียนแบบสหศึกษา ส่วนใหญ่ผู้ปกครองจะมีอาชีพค้าขาย ทำสวนผลไม้ และยางพารา ในปีการศึกษา 2553 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนมีนักเรียน 2,001 คน มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 6 ห้องเรียน แบ่งเป็นห้องโครงการส่งเสริมผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ 2 ห้อง และ ห้องแผนการเรียนแบบปกติ 4 ห้อง โดยผู้วิจัยนำคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียน 6 ห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) แล้วผู้วิจัยพิจารณาเลือกห้อง ที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง ได้แก่ ห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 ซึ่งมีค่า ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 12.64 และ 12.58 ตามลำดับ นำมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) เพื่อดูว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบกลางภาคมีความแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ด้วยสถิติค่าที (t-test independent) พบว่าคะแนนสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

หลังจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่ง ห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน เท่ากับ 15.69 และ15.58 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำ

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยสถิติค่าที (t-test independent) พบว่าคะแนนความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันไม่แตกต่างกัน

จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้อง ทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่ง ห้อง ม.4/1 และ ม.4/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ของคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน เท่ากับ 26.11 และ 27.37 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ.05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยสถิติค่าที (t-test independent) พบว่าคะแนนความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ.05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันไม่แตกต่างกัน หลังจากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.4/1 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และนักเรียนห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งมีรายละเอียดการสร้างดังต่อไปนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟสำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 16 แผน เป็นเวลา 10 สัปดาห์ ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการดังนี้

4.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ จากเอกสารและตำราต่างๆ

4.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายละเอียดของสาระการเรียนรู้กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล แล้วแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายคาบที่สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟสำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ตัวชี้วัด กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ซึ่งแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งสองแบบมีความแตกต่างกันดังนี้ โดยกลุ่มทดลองได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนแบบต่างของฟังก์ชัน เพื่อให้นักเรียนได้สังเกต และพบความเชื่อมโยงความสัมพันธ์ ระหว่างตัวแทนแต่ละแบบของฟังก์ชัน แล้วสามารถนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งนักเรียนจะใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการสร้างตัวแทนของฟังก์ชัน ส่วนกลุ่มควบคุมได้เรียนด้วยวิธีการตามแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่แนะนำไว้ในคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งเป็นไปตามแนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง สำหรับความแตกต่างระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟสำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้เสนอไว้ในตารางที่ 3 ต่อไปนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (กิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการ การใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)	**กลุ่มควบคุม** (กิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)
1. **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ครูทบทวนพื้นฐานความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน หรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียนด้วยการถามตอบ หรือใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน 2. **ขั้นสอน** ครูอธิบาย และยกตัวอย่างเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน แล้วให้นักเรียนจับคู่กันทำกิจกรรม โดยร่วมกันศึกษา และหาคำตอบของใบงานที่จัดให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันจากการใช้ตัวแทนต่างๆ ได้แก่ ภาษาพูด สมการ ตาราง และกราฟ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการสร้างสมการ ตารางและกราฟ แล้วให้นักเรียนสังเกตและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่เกิด เพื่อใช้ในการหาข้อสรุป โดยครูคอยให้คำแนะนำ และตอบคำถามในสิ่งที่นักเรียนสงสัย 3. **ขั้นสรุป** ครูให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ของฟังก์ชันในรูปของตัวแทนแบบต่าง ๆ ซึ่งได้จากการเรียนรู้การทำกิจกรรม ลงในแบบสรุป หลังจากนั้น ครูให้นักเรียนได้นำเสนอผลสรุปที่ได้ และร่วมกันพิจารณาปรับข้อสรุปของแต่ละกลุ่มให้เข้าใจถูกต้องตรงกัน 4. **ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้** ครูให้นักเรียนทำใบงานเพื่อนำข้อสรุปที่สร้างขึ้นไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ที่ใช้ตัวแทนของฟังก์ชันที่แตกต่างกันไป และใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟตรวจสอบความถูกต้อง	1. **ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** ครูทบทวนพื้นฐานความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน หรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียนโดยใช้การถามตอบ เพื่อนำเข้าสู่บทเรียน 2. **ขั้นสอน** ครูสอนตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ระบุในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 โดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ดังนี้ ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในขั้นสอนโดยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง 3. **ขั้นสรุป** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียนรู้ โดยครูใช้การถามตอบ แล้วให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่ร่วมกันสรุป 4. **ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้** ครูให้นักเรียนนำข้อสรุปที่สร้างขึ้นไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่แตกต่างจากบทเรียน

สำหรับรายละเอียดสาระการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 16 แผน 20 คาบ แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4 แสดงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน

แผนการเรียนรู้ที่	คาบที่	สาระการเรียนรู้
1	1	ความหมายของฟังก์ชันและตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน
2	2	การหาค่าของฟังก์ชัน
3	3-4	ฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น
4	5	การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเชิงเส้น
5	6-7	ฟังก์ชันกำลังสองและกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง กราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$
6	8	กราฟของสมการ $y = ax^2 + k$ เมื่อ $a \neq 0, k \neq 0$
7	9	กราฟของสมการ $y = a(x-h)^2$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $k \neq 0$
8	10	กราฟของสมการ $y = a(x-h)^2+k$ เมื่อ $a \neq 0, h \neq 0$ และ $k \neq 0$
9	11-12	กราฟของสมการ $y = ax^2 + bx + c$
10	13	การแก้สมการกำลังสองโดยใช้กราฟ
11	14	การแก้อสมการกำลังสองโดยใช้กราฟ
12	15	การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ
13	16-17	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
14	18	การแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
15	19	ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์
16	20	ฟังก์ชันขั้นบันได

4.1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ตัวอย่างในแผนที่ใช้กับนักเรียนทั้งสองกลุ่มต้องเป็นตัวอย่างเดียวกัน

ข. แบบฝึกหัดในใบงานของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่ควรแตกต่างกันมาก

ค. ควรปรับรูปแบบการเขียนแผนให้สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ต้องระบุตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

4.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ตรวจสอบแล้วมาปรับปรุงแก้ไขพัฒนาให้ดีขึ้น และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ข หน้า 134)

4.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลครั้งนี้ ได้แก่

1) แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ใช้วัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ของนักเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่มที่มีความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ใกล้เคียงกัน และใช้เป็นข้อมูลในการเลือกใช้สถิติ

2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันใช้วัดเพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

3) แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเลือกนักเรียน 2 กลุ่มที่มีความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน และใช้เป็นข้อมูลในการเลือกใช้สถิติ

4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ใช้วัดเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเองโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

4.2.1 **แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** เรื่อง ฟังก์ชัน ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง เลขยกกำลัง คู่อันดับและกราฟ สมการเชิงเส้น กราฟ และพาราโบลา ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชัน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4) สร้างตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

5) สร้างแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

ฟังก์ชัน เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 52 ข้อ ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ มีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ถ้าตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

6) นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลาในการสอบ ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรใช้ข้อความที่เหมือนกันในการสื่อความหมายที่เหมือนกัน

เช่น ข้อความ “ข้อใดถูก” หรือ “ข้อใดถูกต้อง”

ให้เขียนเป็น “ข้อใดถูกต้อง”

ข้อความ “ค่าคงที่” หรือ “ค่าคงตัว”

ให้เขียนเป็น “ค่าคงตัว”

ข. ไม่ควรใช้ตัวแปรที่ซ้ำกันในข้อที่ใกล้เคียงกัน เช่น $y= x^2-k$ กับ $y= x^2-k^2$ ให้เปลี่ยนเป็น $y= x^2-a$ กับ $y= x^2-k^2$

ค. ข้อสอบวัดมโนทัศน์ควรวัดความเข้าใจไม่ใช้วัดความสามารถในการหาคำตอบ

ง. ปรับปรุงการใช้ภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความเหมาะสมมากขึ้น

เช่น ข้อความ “สมการ $ax^2+bx+c = 0$ เมื่อ a,b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกสมการนี้ว่าอย่างไร”

ให้เขียนเป็น “สมการ $ax^2+bx+c = 0$ เมื่อ a,b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ คือสมการอะไร”

ข้อความ “ข้อใด**ไม่ใช่**ลักษณะกราฟพาราโบลาที่มีสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a<0$”

ให้เขียนเป็น “ข้อใด**ไม่ใช่**ลักษณะกราฟของสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a<0$”

7) นำแบบทดสอบความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก หน้า 132) ตรวจความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของมโนทัศน์ ข้อคำถามและตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. การใส่ตำแหน่งของจำนวนในกระบวนการแก้สมการควรปรับเปลี่ยนให้เหมือนกันในทั้งสองข้างของสมการ เช่น

โจทย์เดิม “ $\frac{5}{2} \times \frac{2}{5}(3x+1) = 10 \times \frac{5}{2}$ ”

แก้ไขเป็น “ $\frac{5}{2} \times \frac{2}{5}(3x+1) = \frac{5}{2} \times 10$ ”

ข. สมการที่นำมาใช้ในคำถามไม่ควรเป็นสมการที่รูปเหมือนกันกับมโนทัศน์ที่ต้องการวัดเพราะจะกลายเป็นว่านักเรียนใช้ความจำมาตอบ เช่น

โจทย์เดิม “ข้อใด**ไม่ใช่**ลักษณะกราฟที่มีสมการ $y = ax^2 + k$”

แก้ไขเป็น “ข้อใด**ไม่ใช่**ลักษณะกราฟของสมการ $y = 4x^2 + 3$”

ค. ปรับปรุงการใช้ภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความเหมาะสมมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม “กราฟที่ผ่านจุด (1, 4) , (2, 8),(4, 16) จะผ่านจุดใดอีกบ้าง”

แก้ไขเป็น “กราฟที่ผ่านจุด (1, 4) , (2, 8),(4, 16) จะผ่านจุดใดอีกบ้าง”

8) นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียน โรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 43 คน เหตุผลที่นำแบบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ไปทดลองกับนักเรียนโรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล เนื่องจากนักเรียนโรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล และนักเรียนโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนมีคะแนนเฉลี่ยแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกันและต่ำกว่า 50 % (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2551) ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องฟังก์ชันมาแล้ว

9) นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันมาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่า ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.53
ค่าความยาก	มีค่า	0.05 – 0.98
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.36 – 0.69

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 17 ข้อ ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ 35 ข้อ และไม่ครบตามจำนวนมโนทัศน์ที่กำหนดไว้ ผู้วิจัย

จึงปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาให้ชัดเจน และปรับตัวเลขให้ง่ายต่อการคำนวนมากขึ้น แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

10) นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนทับปุดวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 45 คน ซึ่งนักเรียนได้เรียนเนื้อหาพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องฟังก์ชันมาแล้ว ซึ่งได้ผลวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.72
ค่าความยาก	มีค่า	0.11 – 0.98
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.36 – 0.64

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้จำนวน 34 ข้อ ซึ่งครบตามจำนวนมโนทัศน์ที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ จำนวน 30 ข้อ

11) นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 30 ข้อ ที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดคุณลักษณะข้อสอบ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 3 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.81
ค่าความยาก	มีค่า	0.27 – 0.77
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.23 – 0.65

12) นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.2.2 **แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน** ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) สร้างตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

4) สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ตามตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ถ้าตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

5) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของเวลาในการสอบ ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับปรุงคำถามและตัวเลือกให้มีความชัดเจน นักเรียนสามารถเข้าใจได้ง่าย เช่น

โจทย์เดิม กำหนด A = { a, b, c } พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

r_1={(a,a),(b,b),(c,b),(a,c),(c,c)} , r_2 ={(a,b),(b,b),(c,c)}

และ r_3 = {(a,a),(b,b),(c,c)}

ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน มีกี่ความสัมพันธ์

ก. ไม่มีข้อใดเป็นฟังก์ชัน ข. 1 ความสัมพันธ์

ค. 2 ความสัมพันธ์ ง. 1 ความสัมพันธ์ ”

แก้ไขเป็น กำหนด A = { a, b, c } พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

r_1 = { (a,a),(b,b),(c,b),(a,c),(c,c) } , r_2 = { (a,b),(b,b),(c,c) }

และ r_3 = { (a,a),(b,b),(c,c) } ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

ก. r_1 และ r_2 ข. r_1 และ r_3

ค. r_2 และ r_3 ง. r_1 , r_2 และ r_3 ”

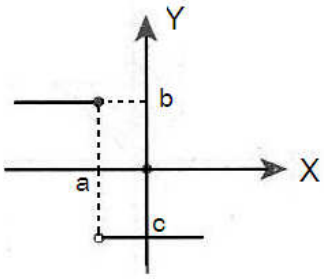
ข. ปรับปรุงการใช้ภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความเหมาะสมมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม “กำหนด ให้ $f(x)=a^x$ <u>ข้อใดผิด</u>”

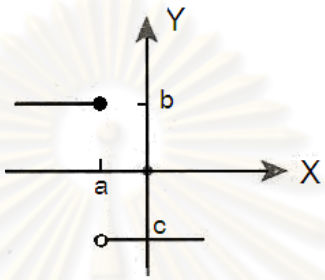
แก้ไขเป็น “ถ้า $f(x)= a^x$ ข้อใดไม่ถูกต้อง”

ค. ปรับปรุงรูปกราฟให้ชัดเจนและเข้าใจง่าย เช่น

โจทย์เดิม



แก้ไขเป็น



6) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องของมโนทัศน์ ข้อคำถาม และตัวเลือก ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

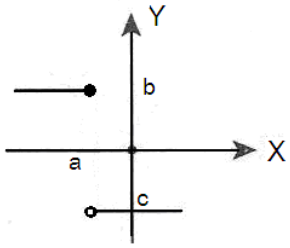
ก. แก้ไขตัวแปรในโจทย์ไม่ให้คล้ายคลึงกันมากเกินไป เช่น

โจทย์เดิม “ ถ้า $f(x) = \begin{cases} i; & x > 0 \\ j; & x \leq 0 \end{cases}$ แล้วข้อใด**ไม่ถูกต้อง** ”

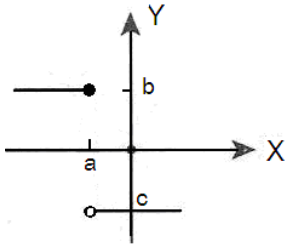
แก้ไขเป็น “ ถ้า $f(x) = \begin{cases} e; & x > 0 \\ d; & x \leq 0 \end{cases}$ แล้วข้อใด**ไม่ถูกต้อง** ”

ข. แก้ไขตำแหน่งสเกลของกราฟให้ตรงกับรูป

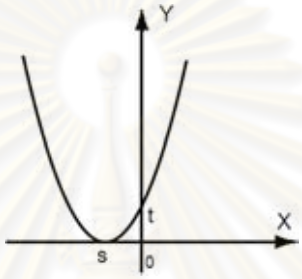
โจทย์เดิม จากกราฟที่กำหนดให้ f(a) มีค่าเท่าใด



แก้ไขเป็น จากกราฟที่กำหนดให้ f(a) มีค่าเท่าใด



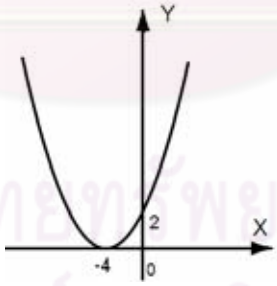
ค. ปรับปรุงตัวเลือกให้เหมาะสม เช่น คำตอบของสมการไม่ควรอยู่ในรูปตัวแปรโจทย์เดิม ข้อใดเป็นคำตอบของสมการที่มีกราฟดังรูป



ก. x = -s ข. x = s

ค. x = t ง. x = -s,t

แก้ไขเป็น ข้อใดเป็นคำตอบของสมการที่มีกราฟดังรูป



ก. x = -4 ข. x = 2

ค. x = -4,2 ง. ไม่มีคำตอบ

7) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง 43 คน เหตุผลที่นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปทดลองกับนักเรียนโรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล เนื่องจากนักเรียนโรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล และนักเรียนโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนมีคะแนนเฉลี่ยแบบทดสอบทางการศึกษา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ ใกล้เคียงกัน ซึ่งต่ำกว่า 50 % (สำนักทดสอบทางการศึกษา, 2551) และนักเรียนได้เรียนเรื่องฟังก์ชันมาแล้ว

8) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มาตรวจให้คะแนน จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง(Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson Method: KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์ว่า ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.89
ค่าความยาก	มีค่า	0.05 – 0.92
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	-0.27 – 0.80

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 31 ข้อ ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ 14 ข้อ และครบตามจำนวนมโนทัศน์ที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ จำนวน 30 ข้อ

9) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันจำนวน 30 ข้อ ที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดคุณลักษณะข้อสอบ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 3 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนทับปุดวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ซึ่งได้ผลวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.86
ค่าความยาก	มีค่า	0.23 – 0.77
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.21 – 0.74

10) นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 5 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง เลขยกกำลัง คู่อันดับและกราฟ สมการเชิงเส้น กราฟ และพาราโบลา ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา (ภาคผนวก ง หน้า 208) ผลการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบ ในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบสอนมัธยมศึกษาปีที่ 4

5) สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัยจำนวน10 ข้อ

6) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ปรับโจทย์ปัญหาของตัวอย่างวิธีทำให้ง่ายกว่าเดิมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา

ข. แก้ไขโจทย์ให้มีสำนวนภาษาที่ถูกต้อง เช่น

โจทย์เดิม ที่นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวเป็น 3 เท่าของด้านกว้าง

แก้ไขเป็น ที่นารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวเป็น 3 เท่าของด้านกว้าง

ค. โจทย์ที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาไม่ควรเป็นโจทย์ที่ยากเกินไปควรเป็นโจทย์ที่ให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่เรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาได้

7) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความตรงตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรปรับปรุงรูปแบบการนำเสนอข้อมูลให้อยู่ในรูปของคู่อันดับ เพื่อให้เข้าใจง่าย และชัดเจนกว่าเดิม พร้อมทั้งควรระบุไปด้วยว่า ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกราฟ ซึ่งได้ปรับแก้ไขดังนี้

โจทย์เดิม 5. ถังน้ำของโรงเรียนมีความจุ 300 ลิตร เมื่อเปิดน้ำใส่ถัง และจดบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปริมาณน้ำในถัง ณ เวลาต่าง ๆได้ดังนี้

เวลา(นาที)	0	1	2	3	4	5	6
ปริมาตรน้ำ (ลิตร)	50	75	100	125	150	175	200

อยากทราบว่าต้องเปิดน้ำนานเท่าไร น้ำจึงจะเต็มถัง

แก้ไขเป็น 5. ถังน้ำของโรงเรียนมีความจุ 300 ลิตร เมื่อเปิดน้ำใส่ถัง และจดบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปริมาณน้ำในถัง ณ เวลาต่าง ๆ เป็นคู่อันดับของเวลากับปริมาณน้ำดังนี้ (0, 50), (1, 75), (2,100), (3,125) และ (4,150) อยากทราบว่าต้องเปิด น้ำนานเท่าไร น้ำจึงจะเต็มถัง (ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกราฟ)

ข. ควรปรับปรุงรูปแบบการนำเสนอข้อมูลให้อยู่ในรูปตาราง เพื่อให้เข้าใจง่าย และชัดเจนกว่าเดิม พร้อมทั้งควรระบุไปด้วยว่า ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกราฟ ซึ่งได้ปรับแก้ไขดังนี้

โจทย์เดิม 6. รถยนต์คันหนึ่งวิ่งไปโดยมีปริมาณน้ำมันเต็มถังคือ 34 ลิตร และปริมาณน้ำมันในถังสัมพันธ์กับระยะทางดังนี้

น้ำมัน(ลิตร)	34	33	32	31	30	29
ระยะทาง(กิโลเมตร)	0	9	18	27	36	45

อยากทราบว่ารถยนต์คันนี้จะสามารถวิ่งโดยไม่หยุดพักได้ระยะทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร

แก้ไขเป็น 6. รถยนต์คันหนึ่งวิ่งไปโดยมีปริมาณน้ำมันเต็มถังคือ 34 ลิตร และปริมาณน้ำมันในถังสัมพันธ์กับระยะทางดังนี้

น้ำมัน(ลิตร)	34	33	32	31	30	29
ระยะทาง(กิโลเมตร)	0	9	18	27	36	45

อยากทราบว่ารถยนต์คันนี้จะสามารถวิ่งโดยไม่หยุดพักได้ระยะทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร(ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องกราฟ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค. ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนแสดงวิธีทำไม่ตรงกับวิธีการของผู้วิจัย ก็ควรตรวจให้คะแนนนักเรียนเมื่อนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ เพราะนักเรียนได้แสดงให้เห็นว่ามีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ง. ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนแสดงวิธีไม่สอดคล้องกับแผนการดำเนินงานที่เขียนไว้ก็ไม่ควรตรวจให้คะแนนเต็มในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

8) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 45 คน

9) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยตรวจให้คะแนนด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method) ซึ่งสอดคล้องกับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957: 5-10) เพราะในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องฟังก์ชันนักเรียนควรดำเนินตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา คือ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ทำตามแผน และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา อีกทั้งยังเป็นการฝึกฝนการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบให้กับนักเรียนอีกด้วย โดยที่แบบทดสอบนั้นมีคะแนนเต็มข้อละ 9 คะแนน โดยแต่ละข้อจะประกอบด้วย 4 ส่วน ดังรายละเอียดดังตารางที่ 5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method)

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	**คะแนน**
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องและครบถ้วน	2
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ไม่ถูกต้อง หรือระบุไม่ได้เลย	0
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	
- แสดงวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์	2
- แสดงวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้	1
- แสดงวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงเลย	0
ขั้นดำเนินการตามแผน	
- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือคิดคำนวณได้ถูกต้อง สมบูรณ์ชัดเจน	3
- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นส่วนมาก หรือคิดคำนวณได้เป็นส่วนมากแต่ยังไม่เสร็จสมบูรณ์	2
- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา	1
- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา	0
ขั้นทบทวนวิธีการและคำตอบ	
- มีการตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบ ว่าถูกต้องและเหมาะสม	2
- มีร่องรอยการตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบ	1
- ไม่มีร่องรอยการตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบ	0

10) นำคะแนนจากข้อ 9) มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยการหาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.80
ค่าความยาก	มีค่า	0.35 – 0.61
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.17 – 0.51

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 8 ข้อ ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ 2 ข้อ ซึ่งครบตามจำนวนมโนทัศน์ที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ จำนวน 5 ข้อ

11) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 5 ข้อ ที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดคุณลักษณะข้อสอบ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนทับปุดวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 43 คน ซึ่งได้ผลวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.89
ค่าความยาก	มีค่า	0.54 – 0.62
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.24 – 0.34

12) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.2.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 5 ข้อ ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

1) ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2) ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนยี กระทรวงศึกษาธิการ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3) สร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบสอน

4) สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ

5) นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้าง

ขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหากับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความชัดเจนของสำนวนภาษา ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง ซึ่งจากการตรวจพิจารณาของอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ตัวอย่างการแสดงวิธีทำควรเข้าใจได้ง่ายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา

ข. โจทย์ที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาควรมีความหลากหลายแต่ละข้อควรมีวิธีการแก้ปัญหาแตกต่างกัน เช่น แก้สมการเพื่อหาคำตอบ สร้างกราฟเพื่อพิจารณาคำตอบเป็นต้น

ค. แก้ไขโจทย์ให้มีสำนวนภาษาที่ถูกต้อง เช่น

โจทย์เดิม “เมื่อ x คือจำนวนวัน y คือจำนวนเงิน ”

แก้ไขเป็น “เมื่อ x แทนจำนวนวัน และ y แทนจำนวนเงิน ”

6) นำแบบทดสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจความตรงตามเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลจากการตรวจพิจารณาแล้วผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะดังนี้

ก. ควรตั้งคำถามให้นักเรียนตอบว่าโจทย์ปัญหาดังกล่าวนั้นมีลักษณะของความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันแบบใด

ข. ปรับปรุงคำถามให้ชัดเจน และเข้าใจง่ายกว่าเดิม เช่น

โจทย์เดิม “ปริมาณน้ำตาลในเลือดหลังรับประทานอาหารมีสมการคือ ”

แก้ไขเป็น “ในคนปกติปริมาณน้ำตาลในเลือดหลังรับประทานอาหาร มีสมการคือ”

7) นำแบบทดสอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตะกั่วป่าเสนานุกูล จังหวัดพังงา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 30 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

8) นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิธีวิเคราะห์ (Analytical Method) ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์จากขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya, 1957: 5-10) ดังตารางที่ 5

9) นำคะแนนจากข้อ 8) มาวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย โดยการหาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของ ครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป หากข้อสอบดังกล่าวไม่ได้ตามเกณฑ์ต้องนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.86

ค่าความยาก มีค่า 0.42 – 0.67

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.28 – 0.54

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 8 ข้อ และครบตามจำนวนมโนทัศน์ที่กำหนดไว้ หลังจากนั้นผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบเหมาะสมและเป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดลักษณะแบบทดสอบ จำนวน 5 ข้อ

10) นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 5 ข้อ ที่เป็นไปตามเกณฑ์และสอดคล้องกับตารางกำหนดคุณลักษณะข้อสอบ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนทับปุดวิทยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 43 คน ซึ่งได้ผลวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

ค่าความเที่ยง มีค่า 0.79

ค่าความยาก มีค่า 0.49 – 0.68

ค่าอำนาจจำแนก มีค่า 0.28 – 0.48

11) นำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ และขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์บูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟสำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

5.1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน อำเภอเมือง จังหวัดพังงา สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา พังงา กระทรวงศึกษาธิการ

5.1.4 ผู้วิจัยทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์และความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มโดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.1.5 ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์และความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.1.6 ผู้วิจัยสุ่มเลือกห้องเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยแนะนำวิธีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองก่อนที่จะดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้

5.2.2 ผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 2 คาบ

ต่อสัปดาห์ เป็นเวลาประมาณ 10 สัปดาห์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โดยสอนตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนได้จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน โดยเริ่มสอนตั้งแต่วันที่ 19 กรกฎาคม 2553 ถึงวันที่ 17 กันยายน 2553

5.2.3 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 20 คาบแล้ว ผู้วิจัยดำเนินทดสอบทันทีหลังจากสิ้นสุดการทดลอง โดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม แล้วนำคะแนนจากแบบวัดมาวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences) ดังนี้

6.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือร้อยละ 50 โดยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มทดลองมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยร้อยละ เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการ กำหนดไว้ คือร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

6.2 เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยคำนวนหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.3 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยคำนวนหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่าที (t-test) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์รวมทั้งสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังรายละเอียดต่อไปนี้

7.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.1 การหาค่าความเที่ยง (relibility) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson-20: KR-20) โดยใช้สูตรดังนี้

$$KR-20: r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของข้อสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูกในข้อที่ i

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิดในข้อที่ i

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 126-127)

1.2 หาค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของ (Johnson) ดังนี้

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย

R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้สูตรของ (Johnson) ดังนี้

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_l}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 144)

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 การหาค่าความเที่ยง (relibility) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีแอลฟา(Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของข้อสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 126 -127)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 หาค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ค่าความยาก (Index of Difficulty) = $\frac{S_h + S_l - n_t X_{\min}}{n_t \left(X_{\max} - X_{\min} \right)}$

เมื่อ S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 147)

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ค่าอำนาจจำแนก (Index of Discrimination) = $\frac{S_h - S_l}{n_h \left(X_{\max} - X_{\min} \right)}$

เมื่อ S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

$X_{\max}$ แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

$X_{\min}$ แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544 : 147)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน วิเคราะห์ค่าที (t-test) นั้น ผู้วิจัยคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1)เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ 2)เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ 3)เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ โดยผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1) ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือร้อยละ 50 แสดงผลดังตารางที่ 6

2) ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มที่เรียนแบบปกติแสดงผล ดังตารางที่ 7

3) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มที่เรียนแบบปกติแสดงผล ดังตารางที่ 8

1) ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือร้อยละ 50 แสดงผลดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับเกณฑ์ร้อยละ 50 (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

	Mean($\bar{x}$)	SD.	t	Sig.
คะแนนมโนทัศน์กลุ่มทดลอง	18.20	4.505	5.063	.000*

*p<.05

จากตารางที่ 6 พบว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มที่เรียนแบบปกติแสดงผล ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (test) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

	Mean($\bar{x}$)	SD.	t	Sig.
กลุ่มทดลอง	18.20	4.310	2.360	.021*
กลุ่มควบคุม	16.05	4.248		

*p<.05

จากตารางที่ 7 ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟและกลุ่มที่เรียนแบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิต($\bar{x}$) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 18.20 และ 16.05 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t-independent) พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มที่เรียนแบบปกติแสดงผล ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และค่าที (test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

	Mean($\bar{x}$)	SD.	t	Sig.
กลุ่มทดลอง	30.87	7.244	0.803	.424
กลุ่มควบคุม	29.72	6.057		

*p<.05

จากตารางที่ 8 ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟและกลุ่มที่เรียนแบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 30.87 และ 29.72 ตามลำดับและจากการทดสอบค่าที (t-independent) พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการศึกษาวิจัยมีดังนี้

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียนและนักเรียน
2. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยทำการทดลอง คือ โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน อำเภอเมือง จังหวัดพังงา เป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ สังกัดสำนักงานสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ เปิดการสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (ช่วงชั้นที่ 3 และ 4) มีห้องเรียนทั้งหมด 45 ห้องเรียน ซึ่งช่วงชั้นที่ 3 มีห้องเรียนระดับชั้นละ 9 ห้องเรียน ช่วงชั้นที่ 4 มีห้องเรียนระดับชั้นละ 6 ห้องเรียน ซึ่งระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจำนวนนักเรียนเฉลี่ยห้องละ 45 คน โดยห้องที่ 1 และห้องที่ 2 เป็นนักเรียนที่เรียนในแผนการเรียนวิทย์-คณิต ห้องที่ 3 เป็นนักเรียนที่เรียนแผนการเรียนทั่วไป ห้องที่ 4 นักเรียนที่เรียนแผนการเรียนศิลป์ภาษา ห้องที่ 5 เป็นนักเรียนโครงการส่งเสริมผู้ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของโรงเรียน ซึ่งจะจ่ายค่าธรรมเนียมแพงกว่าห้องอื่น ๆ และห้องเรียนที่ 6 เป็นนักเรียนห้องโครงการส่งเสริมผู้ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้รับการสนับสนุนงบประมาณจากสสวท. นักเรียนในห้องที่ 1 ถึงห้องที่ 4 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปานกลาง และอ่อน และนักเรียนในห้องที่ 5 และห้องเรียนที่ 6 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ดี เมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2552 วิชาคณิตศาสตร์ เป็น 28.56 และค่าเฉลี่ยคะแนนแบบทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน เป็น 26.78 แสดงว่าควรได้รับการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2553 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายนมีจำนวนนักเรียน 2001 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 270 คน นักเรียนกลุ่มทดลองมีจำนวน 45 คน นักเรียนในกลุ่มควบคุมมีจำนวน 43 คน นักเรียนส่วนใหญ่มีผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความกระตือรือร้นในการเรียน ให้ความสนใจ และให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็น

อย่างดี นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดามารดา ผู้ปกครองของนักเรียนส่วนใหญ่ประกอบอาชีพทำสวนยางพารา สวนปาล์ม ค้าขาย และรับจ้าง

2. การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

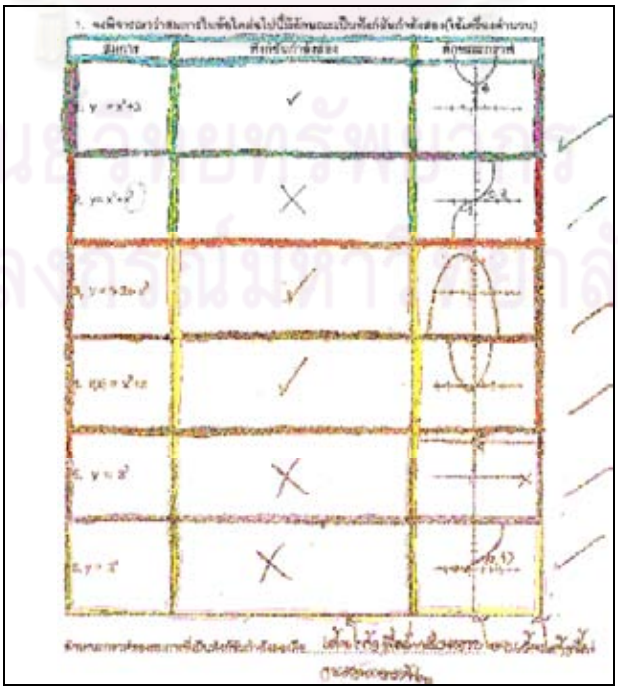
2.1 การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

2.1.1 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากการศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้การทำใบงาน พบว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบบูรณาการตัวแทนที่หลากหลายและการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเองและเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันดังตัวอย่างต่อไปนี้

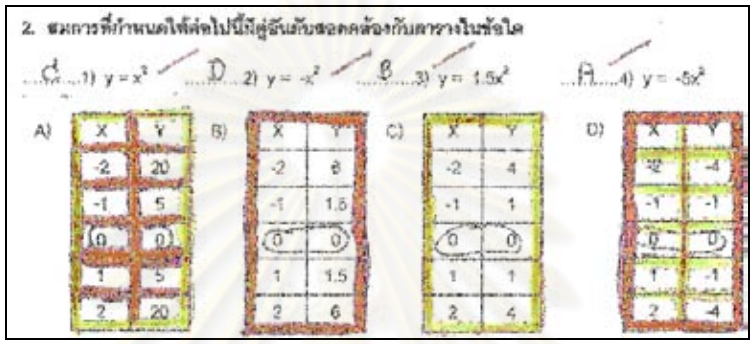
ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ 5 ในใบงานที่ 5.1 ข้อ 1 หลังจากนักเรียนทราบสมการทั่วไปของฟังก์ชันกำลังสองแล้วนักเรียนสามารถจำแนกลักษณะของสมการที่กำหนดให้ได้ว่าสมการข้อ 1, 3 และ 4 เป็นสมการของฟังก์ชันกำลังสอง และสมการข้อ 2, 5 และ 6 ไม่เป็นสมการของฟังก์ชันกำลังสอง และเมื่อนักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟสร้างกราฟของสมการทั้ง 6 ข้อ นักเรียนสามารถสรุปลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้ว่าเป็นเส้นโค้งคว่ำหรือหงายที่สมมาตรกันดังภาพที่ 4

ภาพที่ 4 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองในใบงานที่ 5.1 ข้อ 1



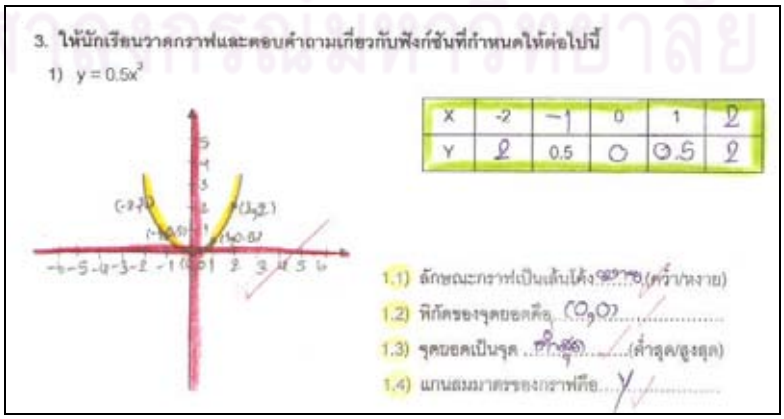
ใบงานที่ 5.1 ข้อ 2 ให้นักเรียนจับคู่สมการของฟังก์ชันกำลังสองกับตารางพบว่านักเรียนสามารถจับคู่สมการกับตารางที่กำหนดให้ได้ และสามารถระบุคู่อันดับที่เป็นจุดยอดของกราฟในตารางได้ดังภาพที่ 5

ภาพที่ 5 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองในใบงานที่ 5.1 ข้อที่ 2



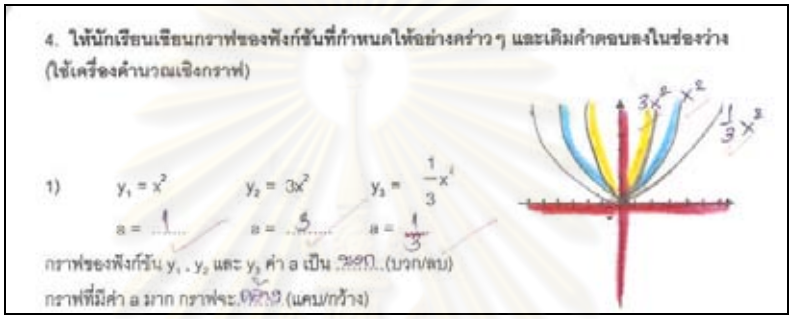
ใบงานที่ 5.1 ข้อ 3 กำหนดสมการของฟังก์ชันที่มีสมการ $y = 0.5x^2$ แล้วให้นักเรียนสร้างกราฟโดยใช้เครื่องคำนวณหลังจากนั้นให้นักเรียนสร้างกราฟลงในใบงาน พบว่านักเรียนสามารถสร้างกราฟ ตารางของคู่อันดับ (x, y) ลงจุดของคู่อันดับบนแกนพิกัดฉากและร่างกราฟได้ นักเรียนสามารถตอบคำถามได้ว่ากราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงาย บอกพิกัดจุดยอดและแกนสมมาตรได้ แสดงว่านักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับลักษณะกราฟกับสมการกำลังสองที่กำหนดให้ได้ ดังภาพที่ 6

ภาพที่ 6 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองใบงานที่ 5.1 ข้อ 3



ใบงานที่ 5.1 ข้อ 4 กำหนดสมการของฟังก์ชัน $y = x^2$, $y = 3x^2$ และ $y = \frac{1}{3}x^2$ แล้วให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟสร้างกราฟจากสมการที่กำหนด เมื่อนักเรียนได้สังเกตเปรียบเทียบลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่า a แล้วนักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับข้อสังเกตของกราฟได้ดังภาพที่ 7

ภาพที่ 7 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มทดลองในใบงานที่ 5.1 ข้อ 4



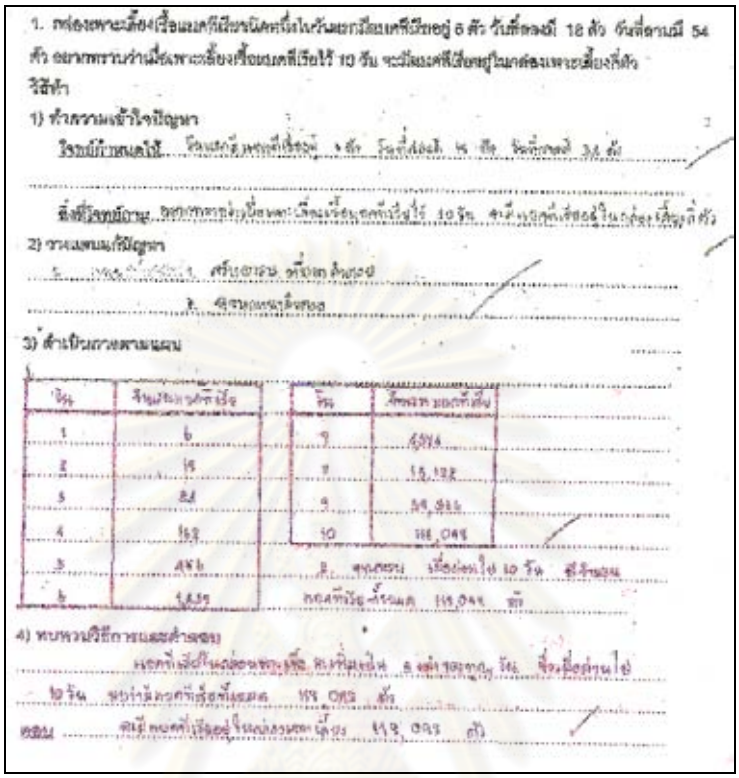
.

2.1.2 ความสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

จากการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองจากใบงานดังตัวอย่างในแผนจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบงานที่14.1 ข้อ 1 การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังชันเอกโพเนนเชียล พบว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้แล้วเลือกใช้ตัวแทนตารางในการดำเนินการแก้ปัญหา และในขั้นตรวจสอบคำตอบนักเรียนใช้ตัวแทนที่ต่างกันในการตรวจสอบคำตอบและพิจารณาความเหมาะสมของคำตอบ หลังจากนั้นนักเรียนจะใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการตรวจสอบคำตอบที่คำนวณได้ ดังภาพที่ 8

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาพที่ 8 แสดงการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ใบงานที่14.1 ข้อ 1



2.1.3 พฤติกรรมอื่น ๆ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

1. เมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ในการเรียนคาบแรกๆ นักเรียนจะไม่เคยชินกับการเรียนรู้จากการทำกิจกรรมเพราะเคยชินกับการเรียนแบบบรรยาย อีกทั้งยังใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ไม่ชำนาญจึงทำให้การเรียนการสอนล่าช้า แต่เมื่อเรียนไปสักประมาณ 3-4 คาบ นักเรียนจะคุ้นเคยกับการทำกิจกรรม มีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ เมื่อครูให้ทำกิจกรรมก็ลงมือทำทันที

2. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นสื่อการเรียนรู้ทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้และการทำกิจกรรม นักเรียนที่เรียนอ่อนมีความพยายามและกระตือรือร้นในทำกิจกรรมเพิ่มขึ้น และสามารถทำกิจกรรมในใบงานให้สำเร็จได้เมื่อใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

3. นักเรียนมีความสนใจและให้ความร่วมมือในการเรียนเป็นอย่างดี มีการถามคำถามเมื่อเกิดข้อสงสัยในเวลาเรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียนเมื่อนักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมทำให้ได้เรียนรู้การทำงานร่วมกัน เกิดบรรยากาศที่ดีในการเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน การนำเสนอหน้าห้องทำให้นักเรียนกล้าแสดงออกและฝึกการสื่อสารสื่อความหมายและการนำเสนอความรู้ทางคณิตศาสตร์

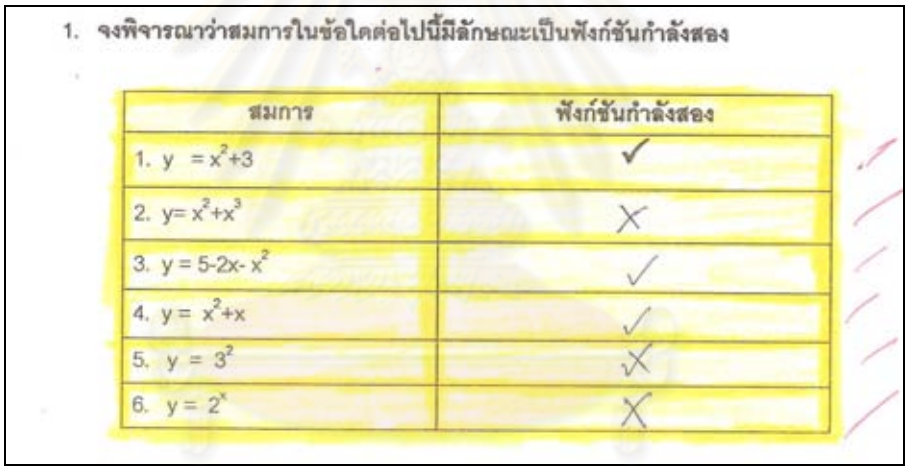
2.2 การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

2.2.1 การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากการศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้และการทำใบงาน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปความรู้และเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างใบงานของนักเรียนดังต่อไปนี้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการสอนที่ 5 ในใบงานที่ 5.1 ข้อ 1 เมื่อนักเรียนทราบสมการทั่วไปของฟังก์ชันกำลังสองแล้วนักเรียนสามารถจำแนกลักษณะของสมการที่กำหนดให้ได้ว่าสมการข้อ 1, 3 และ 4 เป็นสมการของฟังก์ชันกำลังสอง และสมการข้อ 2, 5 และ 6 ไม่เป็นสมการของฟังก์ชันกำลังสอง ดังภาพที่ 9

ภาพที่ 9 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มควบคุมในใบงานที่ 5.1 ข้อ 1

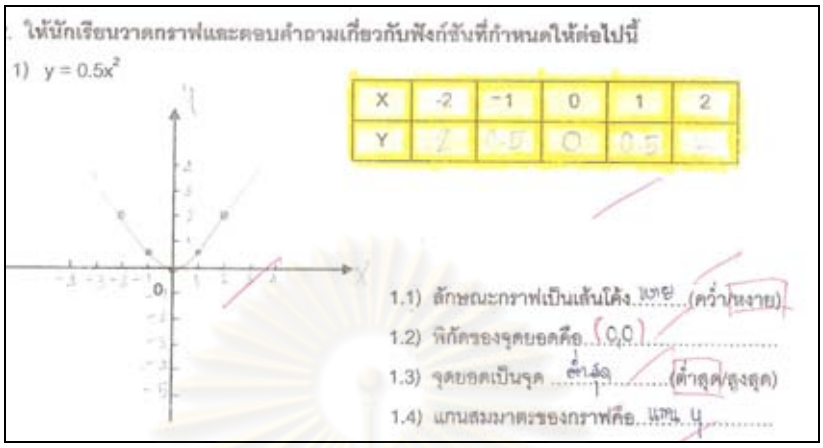


1. จงพิจารณาว่าสมการในข้อใดต่อไปนี้มีลักษณะเป็นฟังก์ชันกำลังสอง

สมการ	ฟังก์ชันกำลังสอง
1. $y = x^2+3$	✓
2. $y= x^2+x^3$	✗
3. $y = 5-2x- x^2$	✓
4. $y = x^2+x$	✓
5. $y = 3^2$	✗
6. $y = 2^x$	✗

ใบงานที่ 5.1 ข้อ 2 กำหนดสมการของฟังก์ชันที่มีสมการ $y = 0.5x^2$ แล้วให้นักเรียนสร้างกราฟลงในใบงาน พบว่านักเรียนสามารถสร้างกราฟของสมการดังกล่าวโดยหาคู่อันดับ (x, y) ลงจุดของคู่อันดับบนแกนพิกัดฉาก และร่างกราฟของสมการกำลังสองได้ หลังจากนั้นนักเรียนสามารถตอบคำถามได้ว่ากราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงาย บอกพิกัดจุดยอดและแกนสมมาตรได้ แสดงว่านักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้เรื่องกราฟของสมการกำลังสอง ดังภาพที่ 10

ภาพที่ 10 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มควบคุมในใบงานที่ 5.1 ข้อ 2



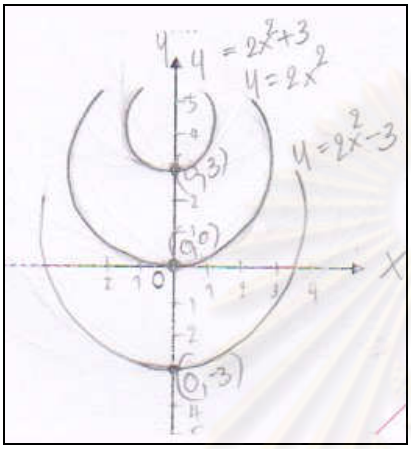
ใบงานที่ 5.1 ข้อ 3 กำหนดสมการของฟังก์ชัน $y = x^2$, $y = 3x^2$ และ $y = \frac{1}{3}x^2$ แล้วให้นักเรียนสร้างกราฟจากสมการที่กำหนดอย่างคร่าวๆ เมื่อนักเรียนได้สังเกตเปรียบเทียบลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่า a แล้วนักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับข้อสังเกตของกราฟได้ ดังภาพที่ 11

ภาพที่ 11 แสดงการตอบคำถามของนักเรียนกลุ่มควบคุมในใบงานที่ 5.1 ข้อ 3

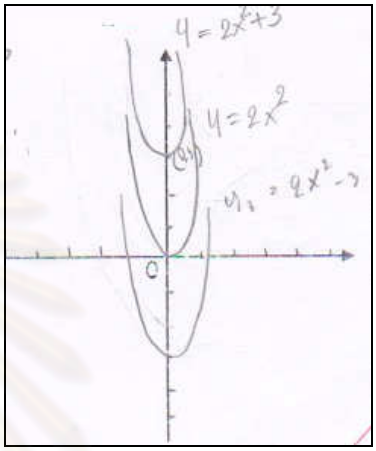
นอกจากนี้จากการตรวจใบงานที่ 6.1 พบว่ามีนักเรียนมีมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนกลุ่มควบคุม (ภาพที่ 12.1) ซึ่งอาจจะมีสาเหตุมาสื่อที่ใช้ทำให้นักเรียนได้ศึกษาลักษณะกราฟไม่ชัดเจน ผู้วิจัยจึงได้ชี้แจงถึงลักษณะกราฟ

ที่ถูกต้องของฟังก์ชันกำลังสองให้กับนักเรียน และให้นักเรียนดำเนินการแก้ไขกราฟของฟังก์ชันให้ถูกต้อง ดังภาพที่ 12.2

ภาพที่ 12 แสดงการวาดกราฟของนักเรียนในบงานที่ 6.1



(12.1)

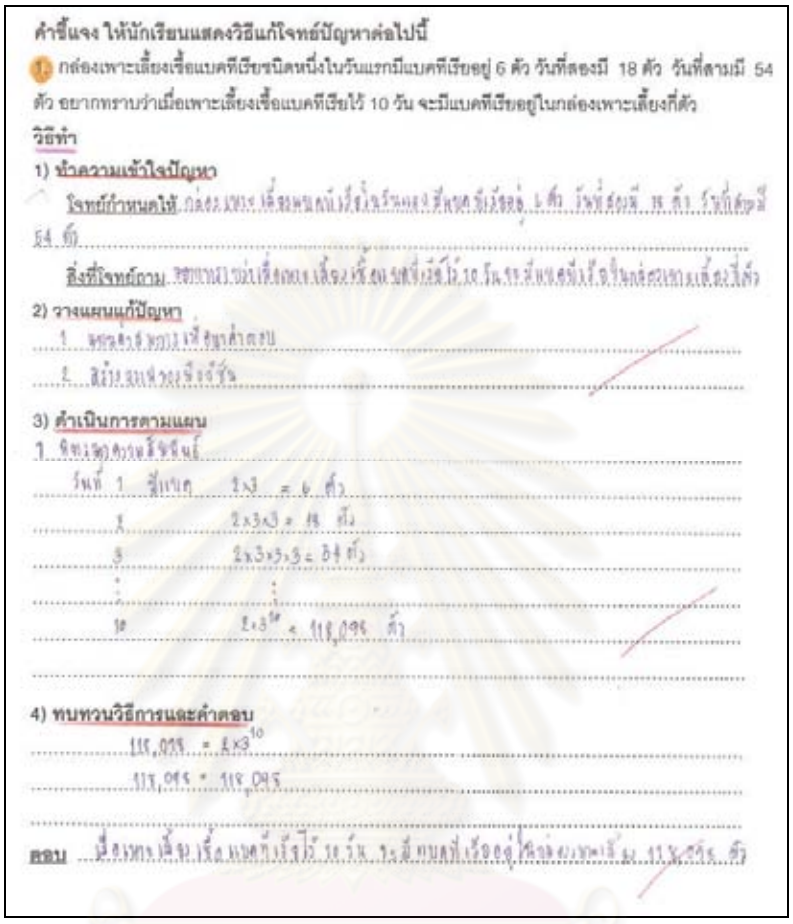


(12.2)

2.2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

จากการศึกษาพัฒนาการด้านความสามารถแก้ปัญหาของนักเรียนระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิเคราะห์จากการทำใบงาน ดังตัวอย่างในแผนจัดการเรียนรู้ที่ 14 ใบงานที่ 14.1 ข้อ 1 การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล พบว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์โดยสามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถามได้ นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้การสร้างสมการ ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนโดยนักเรียนส่วนใหญ่สร้างสมการเพื่อหาคำตอบ และตรวจคำตอบโดยใช้การแทนค่าคำตอบที่ได้ลงในสมการ ดังภาพที่ 13

ภาพที่ 13 แสดงการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม ใบงานที่ 14.1 ข้อ 1


คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้

1) กล่องเพาะเลี้ยงเชื้อแบคทีเรียชนิดหนึ่งในวันแรกมีแบคทีเรียอยู่ 6 ตัว วันที่สองมี 18 ตัว วันที่สามมี 54 ตัว อยากทราบว่าเมื่อเพาะเลี้ยงเชื้อแบคทีเรียไว้ 10 วัน จะมีแบคทีเรียอยู่ในกล่องเพาะเลี้ยงกี่ตัว

วิธีทำ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์กำหนดให้ กล่องเพาะเลี้ยงเชื้อแบคทีเรียชนิดหนึ่งในวันแรกมีแบคทีเรียอยู่ 6 ตัว วันที่สองมี 18 ตัว วันที่สามมี 54 ตัว

สิ่งที่โจทย์ถาม หาจำนวนแบคทีเรียในกล่องเพาะเลี้ยงเชื้อ เมื่อเพาะเลี้ยงไว้ 10 วัน

2) วางแผนแก้ปัญหา

1 หาความสัมพันธ์ของจำนวนแบคทีเรียกับวันที่

2 สังเกตรูปแบบที่ได้

3) ดำเนินการตามแผน

1 หาความสัมพันธ์

วันที่ 1 มีแบคทีเรีย $2\times3 = 6$ ตัว

2 $2\times3\times3 = 18$ ตัว

3 $2\times3\times3\times3 = 54$ ตัว

10 $2\times3^{9} = 118,098$ ตัว

4) ทบทวนวิธีการและคำตอบ

$118,098 = 2\times3^{10}$

$118,098 = 118,098$

ตอบ เมื่อเพาะเลี้ยงเชื้อแบคทีเรียไว้ 10 วัน จะมีแบคทีเรียอยู่ในกล่องเพาะเลี้ยง 118,098 ตัว

2.2.3 พฤติกรรมอื่น ๆ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

1. การทำกิจกรรมในห้องเรียน เมื่อนักเรียนจับคู่กันทำกิจกรรมทำให้ได้เรียนรู้การทำงานร่วมกัน เกิดบรรยากาศที่ดีในการเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน การนำเสนอหน้าชั้นเรียนทำให้นักเรียนกล้าแสดงออก และฝึกการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ในคาบแรกนักเรียนมีการโต้ตอบคำถามกับครูค่อนข้างน้อย เมื่อครูปรับไปใช้วิธีการให้รางวัลแสตมป์เพชรสำหรับผู้ที่ตอบคำถาม หรือถามคำถามที่น่าสนใจและเกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน นักเรียนก็มีความกระตือรือร้นในการเรียนและการทำกิจกรรมเพิ่มขึ้น

3. ปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3.1 ปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มทดลอง

1) ปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ในการเรียนคาบแรกๆ จะมีปัญหาเรื่องเวลาเพราะนักเรียนส่วนใหญ่ยังใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟได้ไม่คล่อง ครูต้องคอยแก้ปัญหาในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟอยู่ตลอด จึงทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนล่าช้า

2. นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามและการนำเสนอหน้าชั้นเรียนเพราะไม่มั่นใจในความรู้ของตนเอง และการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารและอธิบายคำตอบ

3. นักเรียนไม่ส่งใบงานตามเวลาที่กำหนดไว้

2) การแก้ไขปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ในคาบแรกๆ ครูนัดนักเรียนเรียนเพิ่มในคาบที่นักเรียนว่าง และก่อนที่จะให้นักเรียนทำครูจะทบทวนวิธีใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการทำใบงานแต่ละคาบ เพื่อมิให้เกิดปัญหาระหว่างการทำใบงาน เมื่อผ่านไป 3-4 คาบ นักเรียนก็เกิดความชำนาญในการใช้เครื่องคำนวณในการทำใบงาน

2. การแก้ปัญหานักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถาม การนำเสนอหน้าชั้นเรียน และนักเรียนไม่ส่งใบงานตามเวลาที่กำหนดไว้ โดยครูจะแจกสแตมป์เป็นรางวัลให้กับนักเรียนที่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถาม การนำเสนอหน้าชั้นเรียน และการส่งใบงานตามเวลา ทำให้นักเรียนให้ความร่วมมือในการเรียน และเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

3. การแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่มั่นใจในความรู้ของตนเอง ครูจะให้กำลังใจ ช่วยปรับปรุงการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารและอธิบายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

3.2 ปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มควบคุม

1) ปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ในการเรียนคาบ จะมีปัญหาเรื่องเวลาเพราะนักเรียนส่วนใหญ่มีพื้นฐานอ่อนในการคำนวณ มีนักเรียนหลายคนเมื่อคำนวณค่าของคู่อันดับสำหรับวาดกราฟ ครูต้องคอยแนะนำวิธีการที่ถูกต้องให้อยู่ตลอด จึงทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนล่าช้า

2. นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามและการนำเสนอหน้าชั้นเรียนเพราะไม่มั่นใจในความรู้ของตนเอง และการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารและอธิบายคำตอบ

3. นักเรียนไม่ส่งใบงานตามเวลาที่กำหนดไว้

2) การแก้ไขปัญหาที่พบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. ในการนำเข้าสู่บทเรียนครูจะเพิ่มการทบทวนวิธีการคำนวณที่จำเป็นต้องใช้ในคาบนั้นเช่น เมื่อสอนเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นครูต้องทบทวนความรู้เรื่องการแก้สมการ เมื่อสอนเรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ครูทบทวนเรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม เป็นต้น

2. การแก้ปัญหานักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถาม การนำเสนอหน้าชั้นเรียน และนักเรียนไม่ส่งใบงานตามเวลาที่กำหนดไว้ โดยครูจะแจกสแตมป์เป็นรางวัลให้กับนักเรียนที่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถาม การนำเสนอหน้าชั้นเรียน และการส่งใบงานตามเวลา ทำให้นักเรียนให้ความร่วมมือในการเรียน และเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้

3. การแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่มั่นใจในความรู้ของตนเอง ครูจะให้กำลังใจ ช่วยปรับปรุงการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารและอธิบายความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนใช้ในการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ
2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาพังงา กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยสุ่มตัวอย่างประชากรโดยใช้เทคนิคการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน จังหวัดพังงา ซึ่งมีทั้งหมด 6 ห้อง แล้วเลือกมา 2 ห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในการสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ใกล้เคียงกันมากที่สุด ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนห้อง ม.4/1 มีจำนวนนักเรียน 45 คน และห้อง ม.4/2 มีนักเรียน 43 คน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ด้วยการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) พบว่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในการสอบกลางภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่ง ห้อง ม.4/1 และ ห้อง ม.4/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันเท่ากับ 15.69 และ

15.58 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของจากการทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่า นักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่ง ห้อง ม.4/1 และ ห้อง ม.4/2 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 26.11 และ 27.37 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่ามัชฌิมเลขคณิตของจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

หลังจากนั้นผู้วิจัยได้จับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่านักเรียนห้อง ม.4/1 เป็นกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และนักเรียนห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ประกอบด้วย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งเขียนไว้ในแผนเดียวกัน เนื่องจากมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมแตกต่างกันและมีแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 16 แผน โดยใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 20 คาบ ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ให้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน สาระการเรียนรู้พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา

การลำดับเนื้อหา และความสอดคล้องขององค์ประกอบต่างๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมาปรับปรุง และนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1) เครื่องมือที่ใช้วัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.81 ค่าความยากเป็น 0.27 - 0.77 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.23 - 0.65

2.2) เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ แบบทดสอบความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.89 ค่าความยากเป็น 0.54 - 0.62 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.24 - 0.34

2.3) เครื่องมือที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.86 ค่าความยากเป็น 0.23 - 0.77 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.21 - 0.74

2.4) เครื่องมือที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเป็น 0.79 ค่าความยากเป็น 0.49 - 0.68 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.28 - 0.48

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนการทดลองของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน แล้วดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นสำหรับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ใช้เวลาสอนสัปดาห์ละ 2 คาบ เป็นเวลา 10 สัปดาห์ รวม 20 คาบ เมื่อดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดแล้ว ผู้วิจัยวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน 30 ข้อ เวลา 50 นาที และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

จำนวน 5 ข้อ เวลา 50 นาที หลังจากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสรุปผลการวิจัย โดยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มทดลองมาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าเฉลี่ยร้อยละ เพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กรมวิชาการกระทรวงศึกษาธิการกำหนดไว้ คือร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มโดยใช้สถิติค่าที (t-test) หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้สถิติค่าที (t-test) และนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้สถิติค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน สรุปผลการวิจัยดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองนั้น ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันจากการใช้ตัวแทนต่าง ๆ ได้แก่ ภาษาพูด สมการ ตาราง และกราฟ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือได้ช่วยพัฒนามโนภาพ และความเข้าใจเกี่ยวพีชคณิตและฟังก์ชันของนักเรียน (Rider , 2007: 494) การที่นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ให้นักเรียนได้แสดงวิธีการเปลี่ยนไปมาระหว่างตัวแทนแต่ละแบบของฟังก์ชัน จะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ภายในเนื้อหาคณิตศาตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ Greeno and Hall (1997: 361-367) ที่ได้กล่าวว่า เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันจะช่วยเพิ่มความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียน

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่ผู้วิจัยใช้เป็นกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองนั้น ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันจากตัวแทนที่หลากหลาย ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้รวบรวมความรู้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน และเมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกันก็จะช่วยเพิ่มความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียน (Greeno and Hall ,1997: 361-367) จากการที่นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการสร้างตัวแทนทำให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชันจากการลงมือทำ และได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ห้องเรียนคณิตศาสตร์กลายเป็นห้องเรียนที่น่าตื่นเต้น (Demana and Waits, 2000: 51-65) การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟทุกคาบเรียน เป็นการพัฒนามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนได้อย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ยุพิน พิพิธกุล (2519 : 23-26) ที่ระบุว่าการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนนั้นนักเรียนจะต้องมีเวลาเพียงพอสำหรับที่จะมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม การเรียนต้อง

เป็นกระบวนการที่ค่อย ๆ พัฒนาไปทีละน้อย และการที่นักเรียนกลุ่มทดลองได้สรุปมโนทัศน์ของฟังก์ชันของตัวแทนแต่ละแบบทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ซึ่งไม่ได้มีการสรุปมโนทัศน์ของฟังก์ชันของตัวแทนแต่ละแบบ และผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยต่างประเทศของ Cates (2000: 921) ได้ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนการสอนที่มีผลต่อความเข้าใจมโนทัศน์และกราฟเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนที่เรียนพีชคณิต จำนวน 56 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน จำนวน 29 คน และกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ จำนวน 27 คน ซึ่งทั้ง 2 กลุ่มจะทำงานกันเป็นกลุ่มและผู้สอนให้คอยให้ความเข้าใจของมโนทัศน์ ทำการทดสอบก่อนและหลังเรียน ดัดแปลงมาจากแบบทดสอบเรื่องฟังก์ชันของ O'Callaghan และแบบสอบถาม 2 ข้อ พร้อมทั้งทำการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยแต่ละประเภทสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับงานวิจัยในประเทศของ ณัชชา กมล (2542) ที่ศึกษาเรื่องผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย โดยตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 79 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่าจากกลุ่มที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 3 อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในใบงานนักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากลักษณะข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้แล้วเลือกใช้ตัวแทนที่สอดคล้องกับโจทย์ในการดำเนินการแก้ปัญหา อีกทั้งในขั้นตรวจสอบคำตอบนักเรียนกลุ่มทดลองจะใช้ตัวแทนที่ต่างกันในการตรวจสอบคำตอบ โดยลักษณะการทำใบงานของนักเรียนนั้นสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Bellard (2000) และอรชร ภูบุญเติม (2550) ซึ่งพบว่านักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะสามารถวิเคราะห์ปัญหา ค้นพบ

วิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้ตัวแทนอย่างไรจะช่วยให้ปัญหาชัดเจน และควรใช้ตัวแทนหลายแบบในการแก้ปัญหา ซึ่งต่างจากนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ส่วนใหญ่จะใช้การสร้างสมการเพื่อหาคำตอบและตรวจคำตอบโดยใช้การแทนค่าคำตอบที่ได้ลงในสมการ และจากค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองเท่ากับ 30.87 จากคะแนนเต็ม 45 คะแนน แสดงว่านักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ดีเพราะมีค่าคะแนนมัชฌิมเลขคณิตมากกว่า 50% ของคะแนนเต็ม ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยพัฒนาความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนซึ่งสอดคล้องกับ Rider (2007: 500) กล่าวว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในการกำหนดตัวอย่าง การตั้งโจทย์ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล จะช่วยให้นักเรียนมีกลวิธีที่หลากหลายในการเรียนรู้ และการแก้ปัญหาได้ และ Dunham (1994: 39-47) กล่าวว่าการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา มีความยืดหยุ่นในการใช้วิธีการแก้ปัญหา มีความกระตือรือร้นที่จะแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อพัฒนามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันนั้น ครูผู้สอนควรศึกษาการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟก่อนทำการสอนและควรตรวจสอบว่าโจทย์ที่กำหนดนั้นเมื่อใช้เครื่องคำนวณไปสร้างกราฟ สมการ หรือตาราง สัมพันธ์กับหน้าจอของเครื่องคำนวณหรือไม่ และต้องตั้งค่าหน้าจอของเครื่องคำนวณอย่างไรจึงจะเหมาะสมและเป็นตัวอย่างที่ดีในการเรียนรู้มโนทัศน์ของฟังก์ชัน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน ครูผู้สอนควรพยายามสอดแทรกโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันในการกิจกรรมการเรียนรู้ทุกคาบ

3. ควรนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้เป็นสื่อประกอบการสอนคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น เพราะจากการทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟพบว่านักเรียนที่ปกติแล้วไม่สนใจเรียน มีพฤติกรรมตั้งใจเรียนมากขึ้น เพราะนักเรียนรู้สึกสนุกและตื่นเต้นกับการได้ใช้เทคโนโลยีเป็นอุปกรณ์ในการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะในการวิจัยในครั้งต่อไป

1. ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยในห้องเรียนที่มีผลการเรียนปานกลาง ดังนั้น ควรมีศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อพัฒนามโนทัศน์ และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชันกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

2. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหาคณิตศาตร์อื่น เช่น ระบบสมการเชิงเส้น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และแคลคูลัส เป็นต้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กรมวิชาการ. (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 : คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้นระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เกษสุดา บูรณพันศักดิ์. (2545). การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร . วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จริยาวดี บรรทัดเที่ยง. (2547). ผลการใช้ชุดกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนเรื่องคู่อันดับและกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชาญณรงค์ เฮียงราช. (2550). การศึกษาการใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และกระบวนการสร้างมโนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน ระดับมัธยมศึกษา. รายงานการวิจัยโครงการวิจัยทุนคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

ณัชชา กมล. (2542). ผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

ถนอมเกียรติ งานสกุล. (2544). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลาโดยใช้เครื่อง คิดเลขกราฟิก สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองถลาง จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

นิตยาพร บุญญาศิริ. (2544). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ . หลากหลายวิธีการใช้ ICT เพื่อการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร: สถาบันเทคโนโลยีเพื่อการศึกษาแห่งชาติ.

นาตยา ปิลันธนานนท์. (2542). การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning). กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

ประสาท มีแต้ม. (2545). เครื่องคิดเลขกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยม. [ออนไลน์]. แหล่งที่มา : http://www.math.psu.ac.th/html/en/Article/63-Calculator-with-teaching-high-school-mathematics.html [2553, ตุลาคม 3]

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประมวลสระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520). การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สารศึกษาการพิมพ์

ยุพิน พิพิธกุล. (2519). การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : กรุงเทพการพิมพ์.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์.12 (กุมภาพันธ์-เมษายน): 5-11.

วัชราภรณ์ ปราณีธรรม. (2549). การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2532). การเรียนการสอนความคิดรวบยอดและหลักการ, วารสารการวิจัยการศึกษา. 19 (กรกฎาคม – กันยายน 2532), 18-32.

วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

วิชาการ, กรม. 2542. รายงานการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว.

ศุภชัย เรืองเดช. (2546). ผลของการใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ของนักศึกษาหลักสูตร ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ชั้นปีที่ 1 โรงเรียนนครอาชีวศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 . กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2549). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). คู่มือจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัด เจริญรัฐการพิมพ์.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2552). ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ ปี 2552. [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://bet .obec.go.th/nt/NT51(Country).html.[2553, มกราคม 21]

สิริพร ทิพย์คง. (2537). แนวโน้มการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพ : คณะศึกษาศาสตร์,. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัดสำเนา)

สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ จำกัด.

อรชร ภูบุญเติม(2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation). สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .

อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2553) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Bellard, Jane William. (2000). Students Use of Multiple Representations in Mathematical Problem Solving. Dissertation Abstracts International. 61-09A.

Berry, J. and Francis, B. (1996). Discovering advanced mathematics with calculator Activities. Melbourne:Mathematical Association of Victoria.

Broman, P. (1996) . Roles of calculators in the classroom: Possibilities and fears. [Online]. Avalible from: http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/tg18/Base/ wwwfiles-1.html. [2009, November 5]

Burrill, G. et al. (2002), Handheld Graphing Technology in Secondary Mathematics: research findings and implications for classroom practice. [Online]. Available from: http://education.ti.com. [2009, November 11]

Bruner, J.S., Goodnow, J. J. and Austin.(1956), A Study of Thinking, Wiley.

Cates, B. B. (2000). The effects of calculator-based laboratory activities on college algebra students' understanding of the function concept and graphing. Doctoral dissertation. North Carolina State University

Charlesworth, R. (2005). Experiences in Math for Young Children. 5th. United States: Thomson Delmar Learning.

De Cecco, J.P. (1968). The Psychology of Learning and Instruction : Educational Psychology. New Jersey : Prentice Hall.

Demana, F . and Waits, B.K. (2000). Calculators in mathematics teaching and learning past, present, and future. In Learning Mathematics for a New Century 51-65 .Reston: VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dick, T. (1992). Super calculators: Implications for calculus curriculum, instruction, and assessment. In J. T. Fey (Ed.), Calculators in Mathematics Education: 1992 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 145-157). Reston, VA: NCTM.

Dunham, P. H. (2000). Hand-held calculators in mathematics education: A research perspective, in Laughbaum, E. (ed.), Hand – Held Technology in Mathematics and Science Education: A Collection of Papers, Columbus, OH: The Ohio State University, 39-47.

Eggen, Paul D. and Kauchak, Donald P. (1975). Stratigies for Teaching Content and Thinking Skill. Boston : Allyu and Bacon

Gick, M.L. (1986). Problem Solving strategies. Educational Psychologist. 21:99-120.

Goldin, G. A. and Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe & P. Nesher (Eds.), Theories of mathematical learning (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Erlbaum Associates.

Goodwin, William L. and Klausmeier, Herbert J. (1995). Falititating Student Learning : An Introduction to Educational Psychology. New York : Harrer & Row.

Greeno, J. and Hall, R. P. (1997). Practicing representation. Learning with and about representational forms. Phi Delta Kappan, 78, 361-367.

Heingraj, C. (2003). An Investigation of a New Approach to Mathematics and Learning in Thailand.Doctoral dissertation of Philosophy, Centre for Mathematics and science Education Queensland University of Technology, Australia.

Hector, J. (1992).Graphical Insights on Elementary Functions. Calculators in Mathematics Education,1992 Yearbook. Reston, VA: NCTM, Inc., 131-137.

Hiebert, J. (1990). The role of routine procedures in the development of mathematical competence. In T. J. Cooney (Ed.), Teaching and learning mathematics in the 1990s: 1990 yearbook (pp. 31-40). Reston, VA: NCTM.

Janvier, C. (Ed.). (1987). Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kissane, B. (2000). Technology and the curriculum: The case of the graphics calculator. In M.O.J. Thomas (Ed.) Proceedings of TIME 2000: An International Conference on Technology in Mathematics Education (pp 60-71) Auckland, New Zealand.

Krulik, S. and Rudnick, J.A. (1993). Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn and Bacon.

Leblance, J.F. (1977). You can tech problem solving. Arithmetic Teacher.25(November): pp. 17-20.

Lloyd, G. M. and Wilson, M.(1998). Supporting innovation: The impact of a teacher's conceptions of functions on his implementation of a reform curriculum. Journal for Research in Mathematics Education, 29, (3), pp. 248-274.

Matlin, M. (1983). Cognition. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Merckling, J. (1999). Relationship(S) Between the Perceptual Preferences of Secondary School Students and Their Achievement in Functions Using A Graphing Calculator.Doctoral Dissertation, ST.John's University (New york)

Musser, G. L., and Shaughnessy, J. M. (1980). Problem-solving strategies in school Mathematics. In S. Krulik and R. E. Reys (eds), Problem-solving in school Mathematics, pp. 136-145. reston, VA: NCTM

National Council of teacher of Mathematics. (2000). Principles and Standards for school mathematics. Reston. Virginia: NCTM.

O'Callaghan, B. R. (1998). Computer intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions. Journal for Research in Mathematics Education, 29, pp. 21-40.

Olsen, J. R. (1995). The effect of the use of number lines representations on student understanding of basic function concepts. Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Columbus, OH.

Polya, G. (1957). How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method. 2nd ed. New Jersey: Princeton University Press.

Rider, R. (2007).Shifting from traditional to nontraditional teaching practices using multiple representations. Mathematics Teacher, 100, No. 7, 494-500.

Ralston, A. (1999). Let's Abolish Pencil-and Paper Arithmetic. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching [Online]. Available from http://www.editlib.org/p/8892. [2009, November 11]

Sheffield, L. J. and Cruikshank, D. E. (2000). Teaching and learning elementary and middle school mathematics. 4 rd ed. New York: John Wielya Sons.

Smith, J. P. (1998). Graphing Calculators in the Mathematics Classroom. ERIC Digest. [Online]. Available from: http://www.ed.gov/databases/ERIC_Digests/ed433183.html. [2009, March 18]

Strenberg, R.J. (1999). Cognitive Psychology 2nd ed. New York: Harcourt Brace College Publisher.

Wilson, J. W. (1971). Evaluation of learning in secondary school Mathematics. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning, 645 -670. New York: McGraw – Hill Book Company.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์และวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล	อาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
2. อาจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา	อาจารย์ประจำสาขาวิชาศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์สุทธินันท์ บุญพัตราภรณ์	อาจารย์ประจำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร ฝ่ายมัธยม

แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาและวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

1. อาจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร	อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่	หัวหน้ากลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร ฝ่ายมัธยม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1106

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.ณัชชา กมล เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1109

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร ฝ่ายมัธยม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1105

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1112

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ เรื่อง ฟังก์ชัน และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ฟังก์ชัน กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอรญา อัญโย ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1111

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญไข นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอรญา อัญไข ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1110

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตะกั่วป่าแสนานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอรญา อัญโย ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1104

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร ฝ่ายมัธยม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์สุทธินันท์ บุญพัดราภรณ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์สุทธินันท์ บุญพัดราภรณ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1108

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร บ้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.วิษณุ นภาพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/53-1107

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย (แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ศธ 0512.6(2771)/**53-1110**

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

25 มีนาคม 2553

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตะกั่วป่าสนานุกูล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวอรญา อัญโย นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวอรญา อัญโย ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชัญญา รัตนอุบล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

สำนักงานวิชาการ หลักสูตรและการสอน
โทร. 0-2218-2680-2 ต่อ 612

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 **ฟังก์ชัน** **เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง**

ผู้สอน นางสาวอรญา อัญโย **จำนวน** 2 **คาบ**

1. **สาระที่** 4 : **พีชคณิต**

มาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

ตัวชี้วัด

ค 4.1 **(ม**.4/3) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และ ฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัด

ค 4.2 **(ม**4/5) ใช้กราฟของสมการ อสมการ ฟังก์ชัน ในการแก้ปัญหา

2. **สาระสำคัญ**

1) ฟังก์ชันกำลังสองคือฟังก์ชันที่มีสมการอยู่ในรูป $y = ax^2+bx+c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

2) ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

- เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ (0, 0)
- เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ (0, 0)
- แกนสมมาตรคือ แกน Y หรือเส้นตรง $X = 0$,
- เมื่อ $a > 0$ ค่าต่ำสุดคือ 0 และ เมื่อ $a < 0$ ค่าสูงสุดคือ 0
- $|a|$ ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

3. **ผลการเรียนรู้**

ด้านความรู้ นักเรียน

1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง

2) สามารถเขียนและบอกลักษณะกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y= ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ ได้

ด้านทักษะกระบวนการ นักเรียนสามารถ

1) แก้ปัญหาเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้

2) สื่อสารสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1) มีความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียน
2) มีความตั้งใจและสนใจในการเรียน
3) ทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ รอบคอบ

4. สาระการเรียนรู้

ฟังก์ชันกำลังสอง คือฟังก์ชันที่มีสมการในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวน จริงใด ๆ และ $a \neq 0$ เช่น

1) $y = 2x^2 + 3x - 10$ เมื่อ $a = 2$, $b = 3$ และ $c = -1$
2) $y = x^2 + 1$ เมื่อ $a = 1$, $b = 0$ และ $c = 1$
3) $y = -x^2 + 2x + 1$ เมื่อ $a = -1$, $b = 2$ และ $c = 1$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงายดังรูป (ก) และ (ข) ลักษณะกราฟของฟังก์ชันนี้ขึ้นอยู่ค่าของ a , b และ c และเรียกกราฟของฟังก์ชันกำลังสองว่า พาราโบลา (parabola) และเรียกจุดยอดของพาราโบลาหงายว่าจุดต่ำสุด และเรียกจุดยอดของพาราโบลาคว่ำว่าจุดสูงสุด หรือเรียกจุดยอดทั้งสองแบบว่าจุดวกกลับ

(ก) (ข)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ **เมื่อ** $a \neq 0$

มีลักษณะดังตัวอย่างต่อไปนี้

แบบที่ 1 $y = ax^2$ **เมื่อ** $a>0$

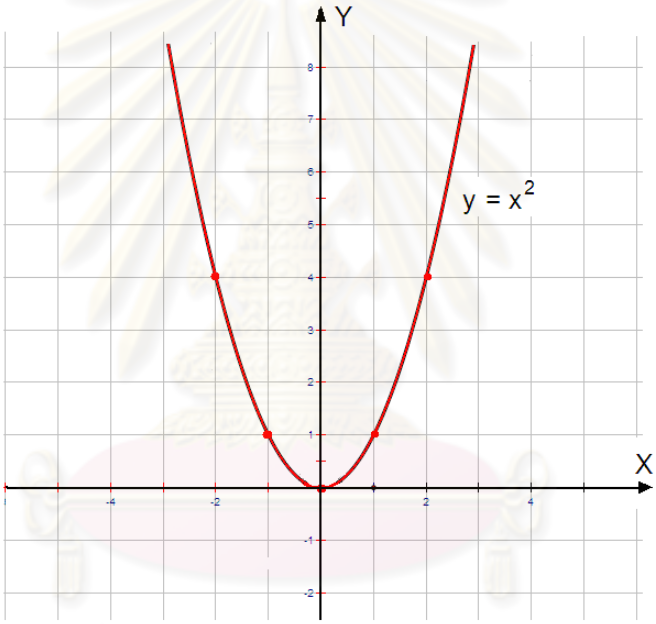
ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของ $y = x^2$

เขียนตารางค่า X และค่า Y ได้ดังนี้

X	-2	-1	0	1	2
Y	4	1	0	1	4

แสดงว่ากราฟของ $y = x^2$ ผ่านจุด (-2,4), (-1,2), (0,0), (1,2), (2,4)

เมื่อนำจุดที่กราฟ $y = x^2$ ผ่านไปเขียนบนระนาบ แกน X แกน Y ได้กราฟดังนี้



(ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะของกราฟ)

- ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งหงาย
- พิกัดของจุดยอดหรือจุดวกกลับคือ (0,0)
- จุดยอดเป็นจุด **ต่ำสุด**
- แกนสมมาตรของกราฟคือ แกน Y

แบบที่ 2 $y = ax^2$ **เมื่อ** $a<0$

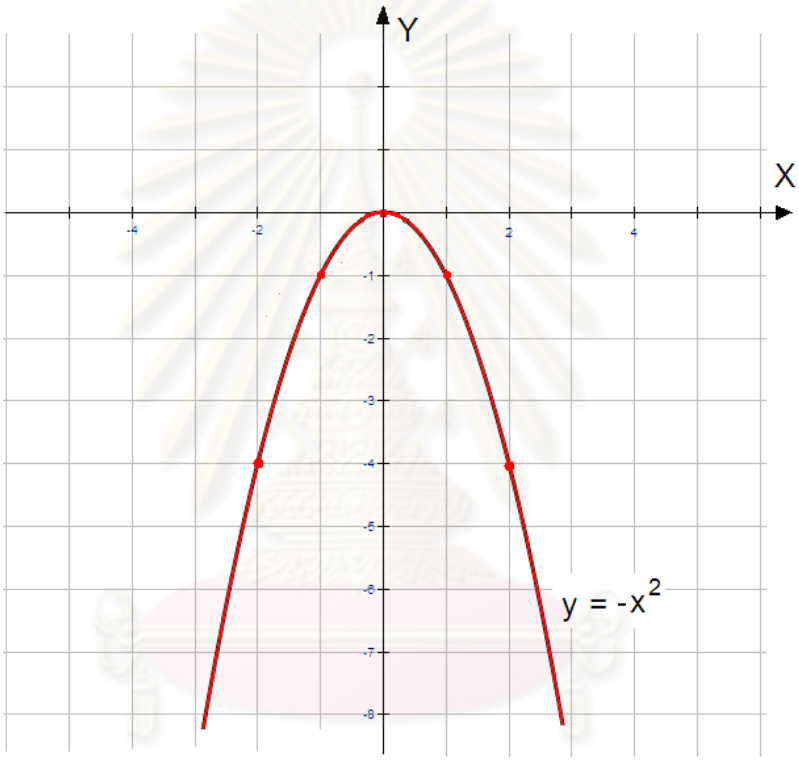
ตัวอย่างที่ 2 $y = -x^2$

เขียนตารางค่า X และค่า Y ได้ดังนี้

X	-2	-1	0	1	2
Y	-4	-1	0	-1	-4

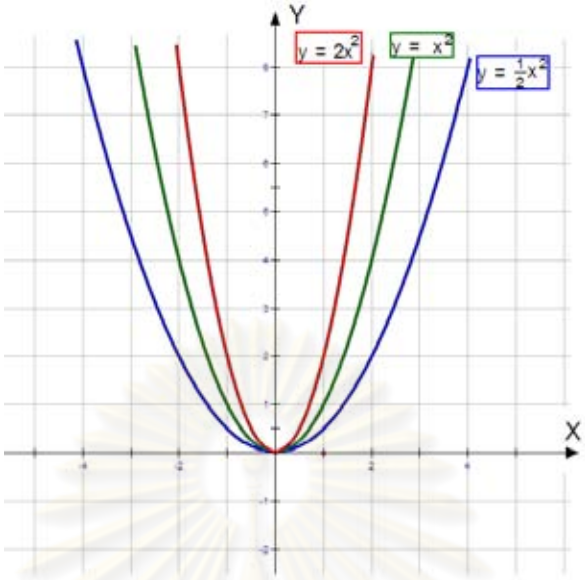
แสดงว่ากราฟของ $y = -x^2$ ผ่านจุด (-2,-4), (-1,-2), (0,-0), (1,-2), (2,-4)

เมื่อนำจุดที่กราฟ $y = -x^2$ ผ่านไปเขียนบนระนาบ แกน X แกน Y ได้กราฟดังนี้

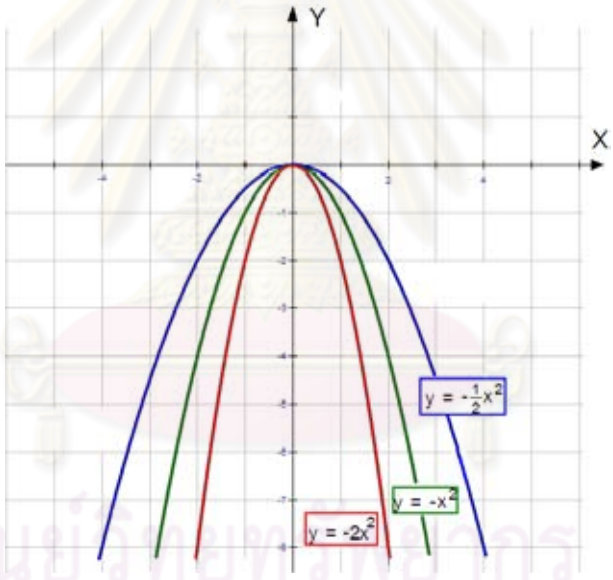


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างที่ 3 กราฟของสมการ 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{1}{2}x^2$ 3) $y = 2x^2$



ตัวอย่างที่ 4 กราฟของสมการ 1) $y = -x^2$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3) $y = -2x^2$



สรุป

ลักษณะของกราฟที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

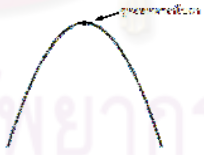
- เมื่อ $a > 0$ ได้พาราโบลาหงาย จุดต่ำสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
- เมื่อ $a < 0$ ได้พาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดอยู่ที่ $(0, 0)$
- แกนสมมาตรคือ แกน Y หรือเส้นตรง $X = 0$,
- เมื่อ $a > 0$ ค่าต่ำสุดคือ 0 และ เมื่อ $a < 0$ ค่าสูงสุดคือ 0
- $|a|$ ยิ่งมากกราฟยิ่งแคบ

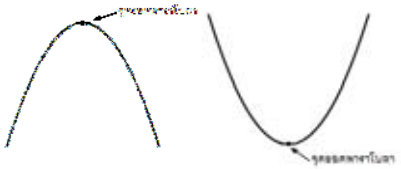
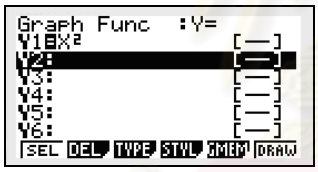
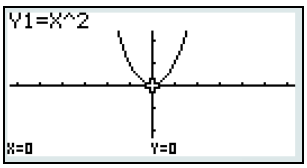
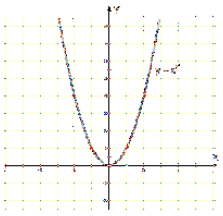
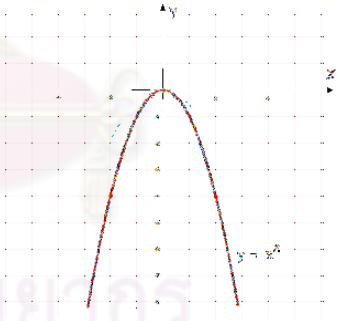
5. **สื่อการเรียนรู้**

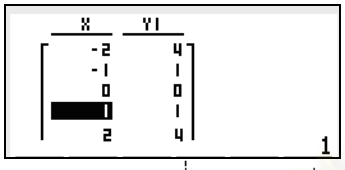
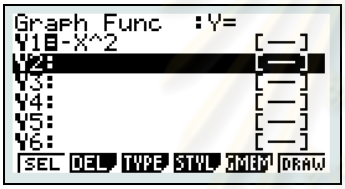
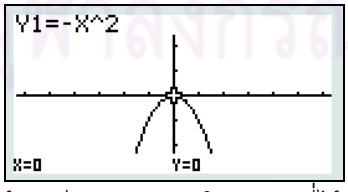
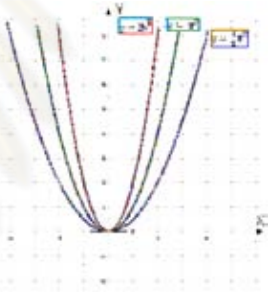
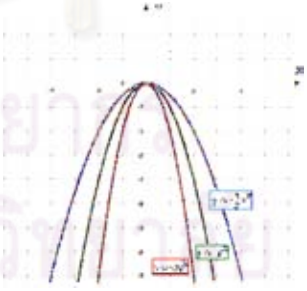
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. เอกสารประกอบการเรียน 5 2. ใบงานที่ 5.1-5.2 3. เครื่องคำนวณเชิงกราฟ	1. เอกสารประกอบการเรียน 5 2. ใบงานที่ 5.1-5.2

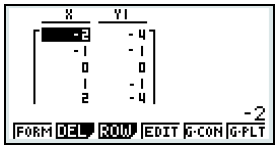
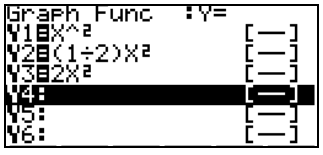
6. **กิจกรรมการเรียนรู้**

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน 1) ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ดังนี้ สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีรูปทั่วไป คือ $ax^2+bx+c = 0$ เมื่อ a ,b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เช่น $x^2+2x+7= 0$,$3x^2 = 0$,$x^2 = x$ 2) ครูถามนักเรียนว่า $x^2+2xy+7= 0$และเป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ เพราะเหตุใด$x^2+2xy+7= 0$ ไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวเพราะมีตัวแปรมากกว่า 1 ตัวแปร **2. ขั้นสอน** 1) ครูเขียนสมการของฟังก์ชันกำลังสองให้นักเรียนดูบนกระดานดังนี้ 1. $y = 2x^2 + 3x – 10$ 2. $y = x^2 + 1$ 3. $y = -x^2 + 2x + 1$ แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าสมการของฟังก์ชันกำลังสองมีรูปทั่วไปเป็นเช่นใดเมื่อa, b และ cเป็นค่าคงตัวใดๆซึ่งก็คือ $y = ax^2+bx+c$ 2) ครูสอนความหมายของฟังก์ชันกำลังสองดังนี้ **ฟังก์ชันกำลังสอง** คือฟังก์ชันที่สมการอยู่ในรูป $y = ax^2+ bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวใดๆ และ $a \neq 0$ เช่น	**1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน** 1) ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ดังนี้ สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีรูปทั่วไป คือ $ax^2+bx+c=0$ เมื่อ a,b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เช่น $x^2+2x+7= 0$,$3x^2= 0$,$x^2 = x$ 2) ครูถามนักเรียนว่า $x^2+2xy+7= 0$ และ เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ เพราะเหตุใด $x^2+2xy+7= 0$ ไม่เป็นสมการกำลังสองตัวแปรเดียวหรือไม่ เพราะมีตัวแปรมากกว่า 1 ตัวแปร **2. ขั้นสอน** 1) ครูเขียนสมการของฟังก์ชันกำลังสองให้นักเรียนดูบนกระดานดังนี้ 1. $y = 2x^2 + 3x – 10$ 2. $y = x^2 + 1$ 3. $y = -x^2 + 2x + 1$ แล้วให้นักเรียนช่วยกันคิดว่าสมการของฟังก์ชันกำลังสองมีรูปทั่วไปเป็นเช่นใดเมื่อ a,b และ c เป็นค่าคงตัวใดๆ ซึ่งก็คือ$y =ax^2+bx+c$ 2) ครูสอนความหมายของฟังก์ชันกำลังสองดังนี้ **ฟังก์ชันกำลังสอง** คือฟังก์ชันที่สมการอยู่ในรูป $y = ax^2+ bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวใดๆ และ $a \neq 0$ เช่น

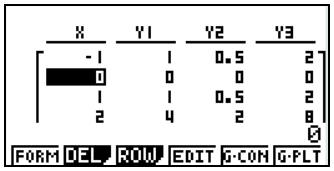
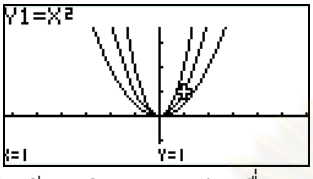
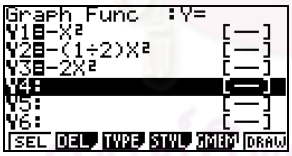
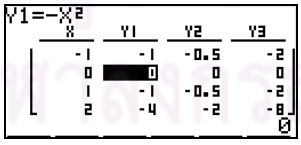
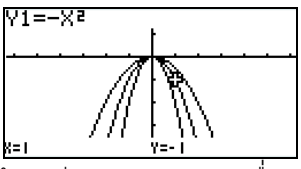
กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. $y=2x^2+x-10$ เมื่อ a=2, b=1 และ c=-10 2. $y = -x^2 + 1$ เมื่อ a=-1, b=0 และ c= 1 3. $y = 1+2x -x^2$ เมื่อ a = -1,b=2 และc= 1 2) ครูยกตัวอย่างสถานการณ์ที่มีความสัมพันธ์แบบฟังก์ชันกำลังสอง เช่น - พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส $A=x^2$ เมื่อ A คือพื้นที่ และ x คือความยาวด้าน - พื้นที่ของรูปวงกลม $A = \pi r^2$ เมื่อ A คือพื้นที่ และ r คือรัศมี - ความสูงของลูกบอลที่ถูกโยนขึ้นในแนวดิ่ง เป็นต้น $h = \frac{1}{2}gt^2$ 3) ครูแจกใบงานที่ 5.1 และให้นักเรียนจับคู่ทำใบงานข้อที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นสมการของฟังก์ชันกำลังสองพร้อมทั้งใช้เครื่องคำนวนสร้างกราฟและวาดกราฟคร่าวๆ บนพิกัดฉากที่กำหนดในใบงาน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยบนกระดาน และให้นักเรียนสังเกตลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองว่ามีลักษณะเช่นใด ดังนี้ ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงายหรือคว่ำ 4) ครูให้นักเรียนอภิปรายถึงลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง หลังจากนั้นครูสรุปลักษณะของฟังก์ชันกำลังสองดังนี้ กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงายดังรูป (ก) และ (ข) และเรียกกราฟของฟังก์ชันกำลังสองว่าพาราโบลา (parabola) และเรียกจุดยอดของพาราโบลาหงายว่าจุดต่ำสุด และเรียกจุดยอดของพาราโบลาคว่ำว่าจุดสูงสุด หรือเรียกจุด	1. $y = 2x^2+x-1$ เมื่อ a=2, b=1 และ c=-10 2. $y = -x^2 + 1$ เมื่อ a=-1, b=0 และ c= 1 3. $y = 1+2x -x^2$ เมื่อ a = -1,b=2 และc = 1 2) ครูแจกใบงานที่ 5.1 และให้นักเรียนจับคู่ทำใบงานข้อที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าสมการที่กำหนดให้ข้อใดเป็นสมการของฟังก์ชันกำลังสอง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยบนกระดาน 3) ครูวาดกราฟคร่าวๆของฟังก์ชันกำลังสองแล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง หลังจากนั้นครูสรุปลักษณะของฟังก์ชันกำลังสองดังนี้ กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงายดังรูป (ก) และ (ข) และเรียกกราฟของฟังก์ชันกำลังสองว่าพาราโบลา (parabola) และเรียกจุดยอดของพาราโบลาหงายว่าจุดต่ำสุด และเรียกจุดยอดของพาราโบลาคว่ำว่าจุดสูงสุด หรือเรียกจุดยอดทั้งสองแบบว่าจุดวกกลับ  (ก) (ข) 4) ครูให้นักเรียนดูรูปของสิ่งที่มีลักษณะเป็นเส้นโค้งของพาราโบลา ดังนี้ 5) ครูยกตัวอย่างที่ 1 แสดงวิธีการสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่มีสมการอยู่ในรูป $y = ax^2$ เมื่อ a>0 โดยครูและนักเรียนช่วยกัน

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ยอดทั้งสองแบบว่าจุดวกกลับ  (ก) (ข) 5) ครูให้นักเรียนดูรูปของสิ่งที่มีลักษณะเป็นเส้นโค้งของพาราโบลา ดังนี้ 6) ครูยกตัวอย่างที่ 1 แสดงวิธีการสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่มีสมการอยู่ในรูป $y = ax^2$ เมื่อ $a>0$ โดยครูและนักเรียนช่วยกันคำนวณหาคู่อันดับในตารางและสร้างกราฟของสมการ $y = x^2$  ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะของกราฟ โดยใช้การถามตอบ ดังนี้ - ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งหงาย - พิกัดของจุดยอดหรือจุดวกกลับคือ(0,0) - จุดยอดเป็นจุด **ต่ำสุด** - แกนสมมาตรของกราฟคือ แกน Y แล้วให้นักเรียนร่างกราฟที่ได้ลงในสมุด พร้อมทั้งบันทึกข้อสังเกตที่ได้  ครูให้นักเรียนสังเกตค่าในตารางที่ได้จากสมการ $y=x^2$ ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร เช่น จะมีค่า y เท่ากันเป็นคู่ๆ ยกเว้นเมื่อ x= 0 จะคู่	คำนวณหาคู่อันดับในตาราง และสร้างกราฟของสมการ $y = x^2$  หลังจากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะของกราฟ โดยใช้การถามตอบ ดังนี้ - ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งหงาย - พิกัดของจุดยอดหรือจุดวกกลับคือ(0,0) - จุดยอดเป็นจุด **ต่ำสุด** - แกนสมมาตรของกราฟคือ แกน Y 6) ครูยกตัวอย่างที่ 2 แสดงวิธีการสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่มีสมการอยู่ในรูป $y = ax^2$ เมื่อ $a<0$ โดยครูและนักเรียนช่วยกันคำนวณหาคู่อันดับในตารางและสร้างกราฟของสมการ $y = -x^2$  หลังจากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะของกราฟ โดยใช้การถามตอบ ดังนี้ - ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำ - พิกัดของจุดยอดหรือจุดวกกลับคือ(0,0) - จุดยอดเป็นจุด **สูงสุด** - แกนสมมาตรของกราฟคือ แกน Y 7) ครูใช้การถามตอบนักเรียนให้เปรียบเทียบความแตกต่างของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่มีสมการทั่วไป $y=ax^2$ เมื่อ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
กับ y = 0 เพียงค่าเดียวซึ่งเป็นพิกัดของจุดวกกลับ และ ค่า y ที่อยู่ถัดจากจุดวกกลับจะค่อยๆ เพิ่มขึ้น แล้วให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบกับตำแหน่งของคู่อันดับบนกราฟ  7) ครูยกตัวอย่างที่ 2 แสดงวิธีการสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่มีสมการอยู่ในรูป $y = ax^2$ เมื่อ a<0 โดยครูและนักเรียนช่วยกันคำนวณหาคู่อันดับในตารางและสร้างกราฟของสมการ $y = -x^2$  ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาลักษณะของกราฟ โดยใช้การถามตอบ ดังนี้ - ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำ - พิกัดของจุดยอดหรือจุดวกกลับคือ(0,0) - จุดยอดเป็นจุด **สูงสุด** - แกนสมมาตรของกราฟคือ แกน Y แล้วให้นักเรียนร่างกราฟที่ได้ลงในสมุด พร้อมทั้งบันทึกข้อสังเกตที่ได้  ครูให้นักเรียนสังเกตค่าในตารางที่ได้จากสมการ $y= -x^2$ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร เช่นมีค่า y เป็นลบและเท่ากันเป็นคู่ๆยกเว้นเมื่อ x= 0 จะคู่กับ y = 0 เพียงค่าเดียว ซึ่งเป็นพิกัด	a>0 กับ a<0 ดังนี้ - เมื่อ a>0 ได้พาราโบลาหงาย จุดวกกลับคือ(0,0) เป็นจุดต่ำสุด - เมื่อ a<0 ได้พาราโบลาคว่ำ จุดวกกลับคือ(0,0) เป็นจุดสูงสุด 8) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.1 ข้อ 2 โดยสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดและเติมคำตอบลงในช่องว่าง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน 9) ครูยกตัวอย่างที่ 3 กราฟของสมการ 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{1}{2}x^2$ 3) $y = 2x^2$  และตัวอย่างที่ 4 กราฟของสมการ 1) $y = -x^2$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3) $y = -2x^2$  โดยครูวาดกราฟให้นักเรียนบนกระดาน แล้วให้นักเรียนสังเกตว่าค่า a ของแต่ละสมการจะทำให้ได้กราฟมีความแตกต่างกัน ดังนี้ กราฟของ $y=ax^2$ ค่า |a| มากกราฟจะแคบ 10) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.1 ข้อ 3 โดยใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟ ระหว่าง

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ของจุดวกกลับ และ ค่า y ที่อยู่ถัดจากจุดวกกลับจะค่อยๆ ลดลง แล้วให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบกับตำแหน่งของคู่อันดับบนกราฟ  8) ครูใช้การถามตอบนักเรียนให้เปรียบเทียบความ แตกต่างของกราฟฟังก์ชันกำลังสองที่มีสมการทั่วไป $y=ax^2$ เมื่อ a>0 กับ a<0 ดังนี้ - เมื่อ a>0 ได้พาราโบลาหงาย จุดวกกลับคือ(0,0) เป็นจุดต่ำสุด - เมื่อ a<0 ได้พาราโบลาคว่ำ จุดวกกลับคือ(0,0) เป็นจุดสูงสุด 9) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.1 ข้อ 2 ให้นักเรียนจับคู่สมการกับตารางของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y=ax^2$ ในข้อ 3 สร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดให้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่าง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยนำกราฟที่วาดเองไปเปรียบเทียบกับกราฟจากเครื่องคำนวณ 10) ครูให้นักเรียนสร้างกราฟของสมการในตัวอย่างที่ 3 แล้วให้นักเรียนสังเกตว่าค่า a ของแต่ละสมการจะทำให้ได้กราฟมีความแตกต่างกันอย่างไร ดังนี้ สมการ 1) $y= x^2$ 2) $y= \frac{1}{2}x^2$ 3) $y=2x^2$  	ทำใบงานครูคอยให้คำแนะนำ และตอบข้อสงสัย เมื่อหมดเวลา ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน **3. ขั้นสรุป** 1) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะสำคัญของฟังก์ชันกำลังสองที่ได้จากการเรียนรู้ ดังนี้ **ฟังก์ชันกำลังสอง** คือฟังก์ชันที่มีสมการอยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวใด ๆ และ $a \neq 0$ **กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง**มีลักษณะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงาย เรียกว่าพาราโบลา **กราฟของสมการ $y= ax^2$ เมื่อ $a\neq0$** - เมื่อ a>0 เป็นพาราโบลาหงายจุดต่ำสุดคือ (0,0) - เมื่อ a<0 เป็นพาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดคือ (0,0) - แกนสมมาตรคือ แกน Y - กราฟของ $y=ax^2$ ค่า $\|a\|$ มากกราฟจะแคบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ตารางของฟังก์ชัน  กราฟของฟังก์ชัน  ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าเมื่อกราฟของสมการที่มีค่า a มากกว่าจะลักษณะ แคบกว่าหรือกว้างกว่าหลังจากนั้นให้นักเรียนลองคาดเดาว่า กราฟของสมการ y=4x จะมีลักษณะกว้างหรือแคบกว่า y=x แล้วให้นักเรียนตรวจสอบโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ 11) ครูให้นักเรียนสร้างกราฟของสมการในตัวอย่างที่ 4 แล้วให้นักเรียนสังเกตว่าค่า a ของแต่ละสมการจะทำให้ได้กราฟมีความแตกต่างกันอย่างไร ดังนี้ สมการ 1) $y = -x^2$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3)$y=-2x^2$  ตารางของฟังก์ชัน  กราฟของฟังก์ชัน  ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าเมื่อกราฟของสมการที่มีค่า |a| มากกว่า จะมีลักษณะ แคบกว่า หรือกว้างกว่าแล้วหลังจากนั้นให้นักเรียน	**4. ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้** 1) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.2 เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้ไปใช้ ระหว่างทำใบงานครูคอยให้คำแนะนำ และตอบข้อสงสัย เมื่อหมดเวลา ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน 2) ครูใช้การถามตอบนักเรียนเพื่อทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ดังนี้ ครูกำหนดสมการ $y= 4x^2$ และ $y = 0.5x^2$ แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบลักษณะกราฟของสมการทั้งสอง ได้แก่ - กราฟของ $y= 4x^2$ แคบกว่า $y = 0.5x^2$ - กราฟของทั้งสองสมการเป็นพาราโบลาหงาย - กราฟทั้งสองมีจุดยอดคือ (0,0) - มีแกน Y เป็นแกนสมมาตร

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ลองคาดเดาว่า กราฟของสมการ y=-4x จะมีลักษณะกว้างหรือแคบกว่า y=-x แล้วให้นักเรียนตรวจสอบโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ 12) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.1 ข้อ 4 โดยใช้เครื่องคำนวนเชิงกราฟ ระหว่างทำใบงานครูคอยให้คำแนะนำ และตอบข้อสงสัย เมื่อหมดเวลา ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน **3. ขั้นสรุป** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ของฟังก์ชันกำลังสองที่ได้จากการทำใบงานที่ 5.1 ดังนี้ **มโนทัศน์ของฟังก์ชันกำลังสอง** **สมการของฟังก์ชันกำลังสอง**คือ $y=ax^2+bx+c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัวใด ๆ และ $a \neq 0$ **กราฟ** - กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงาย เรียกว่า พาราโบลา - ลักษณะของกราฟของสมการ $y= ax^2$ เมื่อ $a\neq0$ - เมื่อ a>0 เป็นพาราโบลาหงายจุดต่ำสุดคือ (0,0) - เมื่อ a<0 เป็นพาราโบลาคว่ำ จุดสูงสุดคือ (0,0) - แกนสมมาตรคือ แกน Y **ตาราง** ค่าของฟังก์ชันกำลังสองในตารางจะมีค่า y เท่ากันเป็นคู่ๆ ยกเว้นเมื่อ x= 0 จะคู่กับ y = 0	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
สถานการณ์ที่เป็นฟังก์ชันกำลังสอง เช่น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัส $A=x^2$ เมื่อ A คือพื้นที่ และ x คือความยาวด้าน **4. ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้** 1) ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5.2 ให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ โดยไม่ให้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ระหว่างทำใบงานครูคอยให้คำแนะนำ และตอบข้อสงสัย เมื่อหมดเวลา ครูและนักเรียนช่วย เฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือในการตรวจคำตอบ 2) ครูใช้การถามตอบนักเรียนเพื่อทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ดังนี้ ครูกำหนดสมการ $y= 4x^2$ และ $y = 0.5x^2$ แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบลักษณะกราฟของสมการทั้งสอง ได้แก่ - กราฟของ $y= 4x^2$ แคบกว่า $y = 0.5x^2$ - กราฟของทั้งสองสมการเป็นพาราโบลาหงาย - กราฟทั้งสองมีจุดยอดคือ (0,0) - มีแกน Y เป็นแกนสมมาตร	

7. การวัดและการประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถาม
2. ตรวจใบงาน
3. การมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

8. **บันทึกหลังสอน**

กลุ่มทดลอง

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

.....

.....

ขั้นสอน

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุป

.....

.....

.....

.....

ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กลุ่มควบคุม

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

.....

.....

ขั้นสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นสรุป

.....

.....

.....

.....

ขั้นประยุกต์ความรู้ไปใช้

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

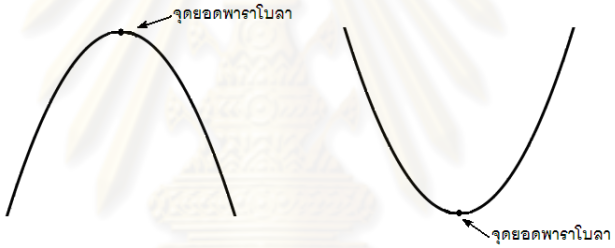
เอกสารประกอบการเรียน 5

ฟังก์ชันกำลังสอง คือฟังก์ชันที่มีสมการในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ เช่น

1) $y = 2x^2 + 3x - 10$ เมื่อ $a = 2$, $b = 3$ และ $c = -1$
2) $y = x^2 + 1$ เมื่อ $a =$ ..... , $b =$ ..... และ $c =$ .....
3) $y = -x^2 + 2x + 1$ เมื่อ $a =$ ....., $b =$ ..... และ $c =$ .....

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงายดังรูป (ก) และ (ข) ลักษณะกราฟของฟังก์ชันนี้ขึ้นอยู่ค่าของ a , b และ c และเรียกกราฟของฟังก์ชันกำลังสองว่าพาราโบลา (parabola) และเรียกจุดยอดของพาราโบลาหงายว่าจุดต่ำสุด และเรียกจุดยอดของพาราโบลาคว่ำว่าจุดสูงสุด หรือเรียกจุดยอดทั้งสองแบบว่าจุดวกกลับ



(ก) (ข)

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

มีลักษณะดังตัวอย่างต่อไปนี้

แบบที่ 1 $y = ax^2$ เมื่อ $a>0$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของ $y = x^2$

เขียนตารางค่า X และค่า Y ได้ดังนี้

X	-2	-1	0	1	2
Y					

แสดงว่ากราฟของ $y = x^2$ ผ่านจุด

.....

เมื่อนำจุดที่กราฟ $y = x^2$ ผ่านไปเขียนบนระนาบ แกน X

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แกน Y ได้ดังกราฟ

แบบที่ 2 $y = ax^2$ **เมื่อ** $a<0$

ตัวอย่างที่ 2 $y = -x^2$

X	-2	-1	0	1	2
Y					

เขียนตารางค่า X และค่า Y ได้ดังนี้

แสดงว่ากราฟของ $y = -x^2$ ผ่านจุด .....

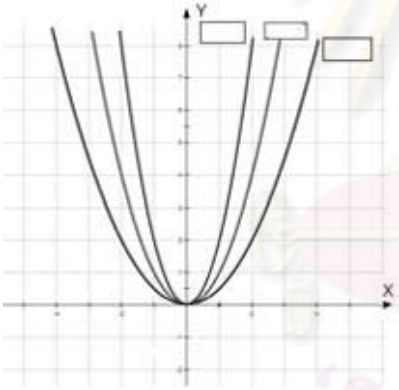
.....

เมื่อนำจุดที่กราฟ $y = -x^2$ ผ่านไปเขียนบนระนาบ

แกน X แกน Y ได้ดังกราฟ

ตัวอย่างที่ 3 กราฟของสมการ

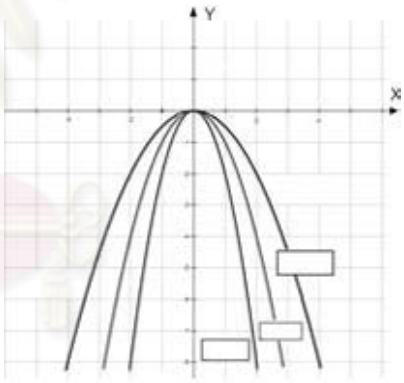
1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{1}{2}x^2$ 3) $y = 2x^2$



x	y_1	y_2	y_3
-2			
-1			
0			
1			
2			

ตัวอย่างที่ 4 กราฟของสมการ

1) $y = -x^2$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3) $y = -2x^2$



x	y_1	y_2	y_3
-2			
-1			
0			
1			
2			

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(กลุ่มควบคุม)

เอกสารประกอบการเรียน 5

ฟังก์ชันกำลังสอง คือฟังก์ชันที่มีสมการในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ เช่น

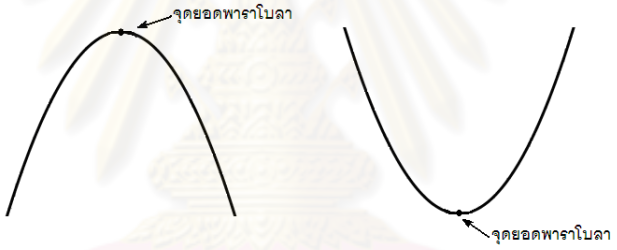
1) $y = 2x^2 + 3x - 10$ เมื่อ $a = 2$, $b = 3$ และ $c = -1$

2) $y = x^2 + 1$ เมื่อ $a = \ldots\ldots$, $b = \ldots\ldots$ และ $c = \ldots\ldots$

3) $y = -x^2 + 2x + 1$ เมื่อ $a = \ldots\ldots$, $b = \ldots\ldots$ และ $c = \ldots\ldots$

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง จะเป็นกราฟเส้นโค้งคว่ำหรือหงายดังรูป (ก) และ (ข) ลักษณะกราฟของฟังก์ชันนี้ขึ้นอยู่ค่าของ a , b และ c และเรียกกราฟของฟังก์ชันกำลังสองว่าพาราโบลา (parabola) และเรียกจุดยอดของพาราโบลาหงายว่าจุดต่ำสุด และเรียกจุดยอดของพาราโบลาคว่ำว่าจุดสูงสุด หรือเรียกจุดยอดทั้งสองแบบว่าจุดวกกลับ



(ก) (ข)

กราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$

มีลักษณะดังตัวอย่างต่อไปนี้

แบบที่ 1 $y = ax^2$ เมื่อ $a>0$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของ $y = x^2$

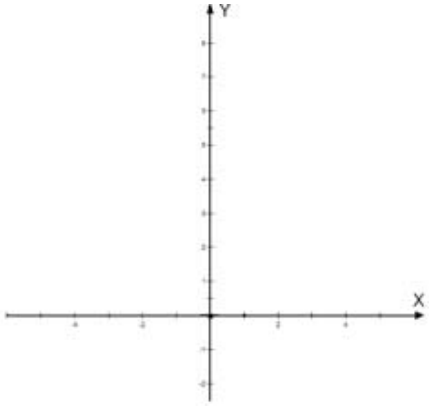
เขียนตารางค่า X และค่า Y ได้ดังนี้

X	-2	-1	0	1	2
Y					

แสดงว่ากราฟของ $y = x^2$ ผ่านจุด

.....

เมื่อนำจุดที่กราฟ $y = x^2$ ผ่านไปเขียนบนระนาบแกน X แกน Y ได้ดังกราฟ



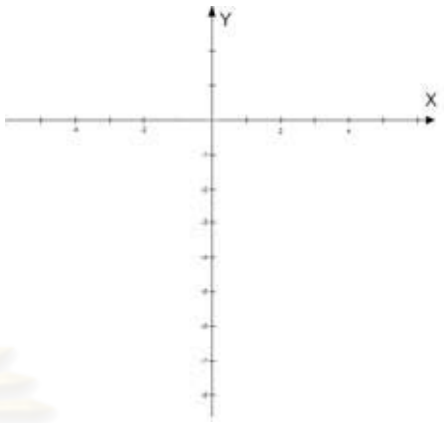
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบที่ 2 $y = ax^2$ **เมื่อ** $a<0$

ตัวอย่างที่ 2 $y = -x^2$

เขียนตารางค่า X และค่า Y ได้ดังนี้

X	-2	-1	0	1	2
Y					



แสดงว่ากราฟของ $y = -x^2$ ผ่านจุด .....

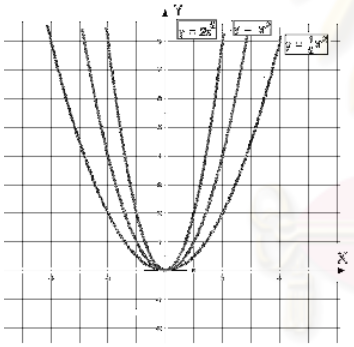
.....

เมื่อนำจุดที่กราฟ $y = -x^2$ ผ่านไปเขียนบนระนาบ

แกน X แกน Y ได้ดังกราฟ

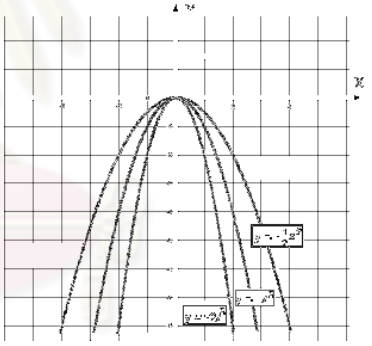
ตัวอย่างที่ 3 กราฟของสมการ

1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{1}{2}x^2$ 3) $y = 2x^2$



ตัวอย่างที่ 4 กราฟของสมการ

1) $y = -x^2$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ 3) $y = -2x^2$



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(กลุ่มทดลอง)

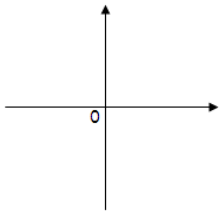
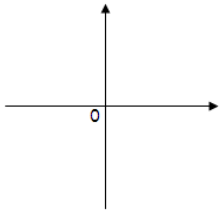
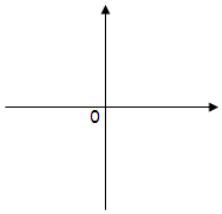
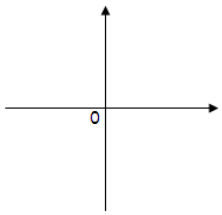
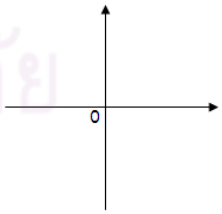
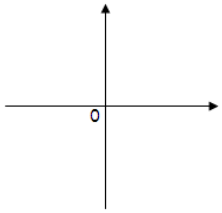
ใบงานที่ 5.1 ฟังก์ชันกำลังสอง

ชื่อ-นามสกุล 1.....ชั้น.....เลขที่.....

2.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

1. จงพิจารณาว่าสมการในข้อใดต่อไปนี้มีลักษณะเป็นฟังก์ชันกำลังสอง(ใช้เครื่องคำนวน)

สมการ	ฟังก์ชันกำลังสอง	ลักษณะกราฟ
1. $y = x^2+3$	✓	
2. $y= x^2+x^3$		
3. $y = 5-2x- x^2$		
4. $f(x) = x^2+x$		
5. $y = 3^2$		
6. $y = 2^x$		

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อสังเกต ลักษณะกราฟของสมการที่เป็นฟังก์ชันกำลังสองคือ……..

2. สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้มีคู่อันดับสอดคล้องกับตารางในข้อใด

……..1) $y = x^2$ ……..2) $y = -x^2$ ……..3) $y = 1.5x^2$ ……..4) $y = -5x^2$

A)

X	Y
-2	20
-1	5
0	0
1	5
2	20

B)

X	Y
-2	6
-1	1.5
0	0
1	1.5
2	6

C)

X	Y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

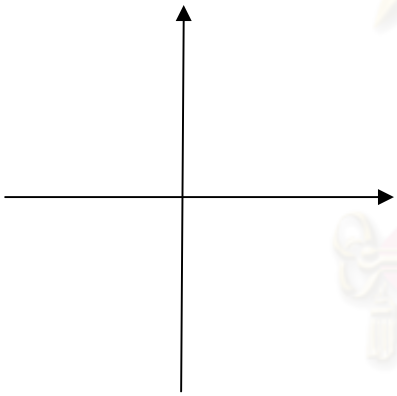
D)

X	Y
-2	-4
-1	-1
0	0
1	-1
2	-4

3. ให้นักเรียนวาดกราฟและตอบคำถามเกี่ยวกับฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $y = 0.5x^2$

X	-2		0	1	
Y		0.5			



1.1) ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้ง……(คว่ำ/หงาย)

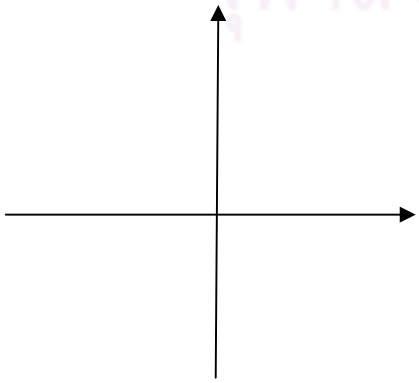
1.2) พิกัดของจุดยอดคือ……

1.3) จุดยอดเป็นจุด ……(ต่ำสุด/สูงสุด)

1.4) แกนสมมาตรของกราฟคือ……

2) $y = -2x^2$

X		-1	0		2
Y	-8			-2	



2.1) ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้ง……(คว่ำ/หงาย)

2.2) พิกัดของจุดยอดคือ……

2.3) จุดยอดเป็นจุด ……(ต่ำสุด/สูงสุด)

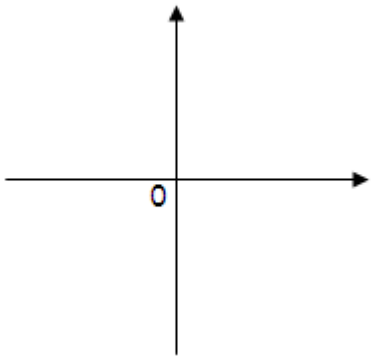
2.4) แกนสมมาตรของกราฟคือ……

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้อย่างคร่าว ๆ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง (ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

1) $y_1 = x^2$ $y_2 = 3x^2$ $y_3 = \frac{1}{3}x^2$

a = ... a = ... a = ...

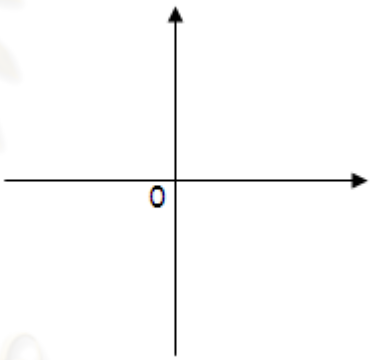


กราฟของฟังก์ชัน y_1 , y_2 และ y_3 ค่า a เป็น .....(บวก/ลบ)

กราฟที่มีค่า a มาก กราฟจะ.....(แคบ/กว้าง)

2) $y_4 = -x^2$ $y_5 = -4x^2$ $y_6 = -\frac{1}{4}x^2$

a = ... a = ... a = ...



กราฟของฟังก์ชัน y_4 , y_5 และ y_6 ค่า a เป็น .....(บวก/ลบ)

กราฟที่มีค่า |a| มาก กราฟจะ.....(แคบ/กว้าง)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

มโนทัศน์ของฟังก์ชันกำลังสอง

สมการของฟังก์ชันกำลังสอง

.....

.....

ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

.....

.....

.....

ตารางของฟังก์ชันกำลังสอง

.....

.....

.....

ตัวอย่างสถานการณ์ที่เป็นฟังก์ชันกำลังสอง

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

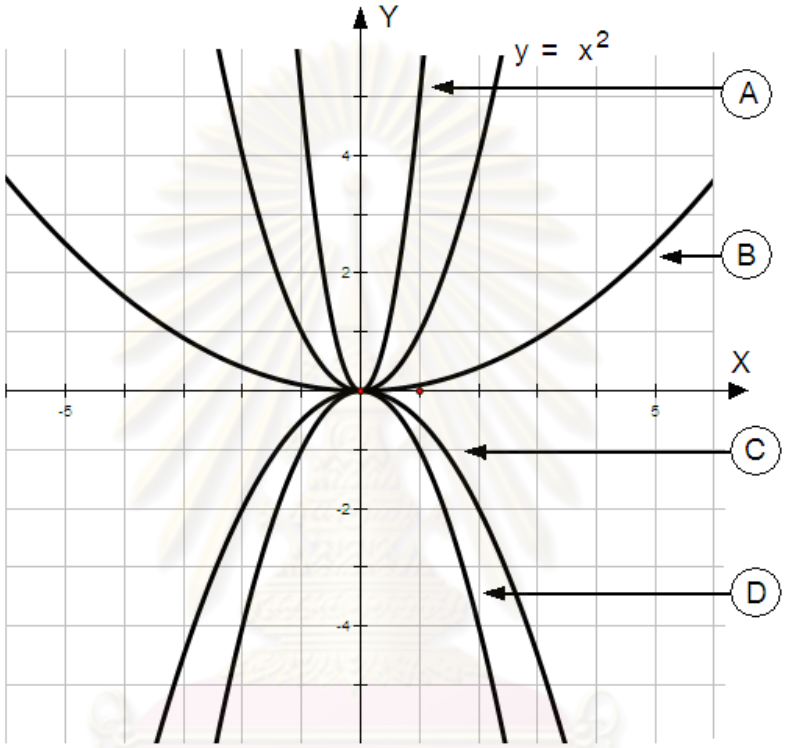
(กลุ่มทดลอง)

ใบงานที่ 5.2

ชื่อ-นามสกุล 1.....ชั้น.....เลขที่.....

2.....ชั้น.....เลขที่.....

1. **จงพิจารณาว่ากราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ตรงกับสมการในข้อใด**



.....1) $y = 0.1x^2$ .....2) $y = 5x^2$

.....3) $y = -0.5x^2$ .....4) $y = -x^2$

2. ให้นักเรียนหารูปภาพที่มีเส้นโค้งพาราโบลาเป็นส่วนประกอบของภาพมาติดในใบงาน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(กลุ่มควบคุม)

ใบงานที่ 5.1 ฟังก์ชันกำลังสอง

ชื่อ-นามสกุล 1.....ชั้น.....เลขที่.....

2.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

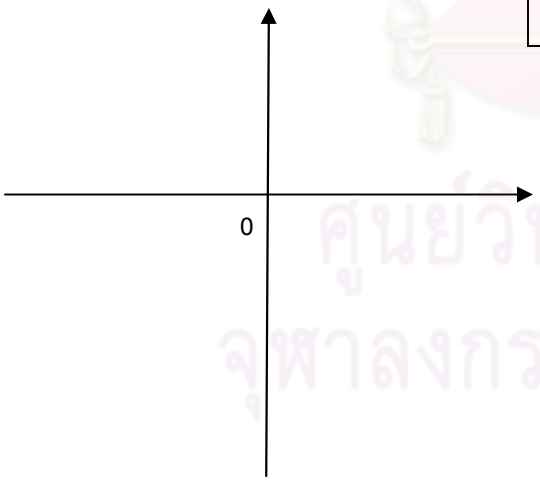
1. จงพิจารณาว่าสมการในข้อใดต่อไปนี้มีลักษณะเป็นฟังก์ชันกำลังสอง

สมการ	ฟังก์ชันกำลังสอง
1. $y = x^2+3$	✓
2. $y= x^2+x^3$	
3. $y = 5-2x- x^2$	
4. $y = x^2+x$	
5. $y = 3^2$	
6. $y = 2^x$	

2. ให้นักเรียนวาดกราฟและตอบคำถามเกี่ยวกับฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $y = 0.5x^2$

X	-2	1	0	1	2
Y					



1.1) ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้ง.....(คว่ำ/หงาย)

1.2) พิกัดของจุดยอดคือ.....

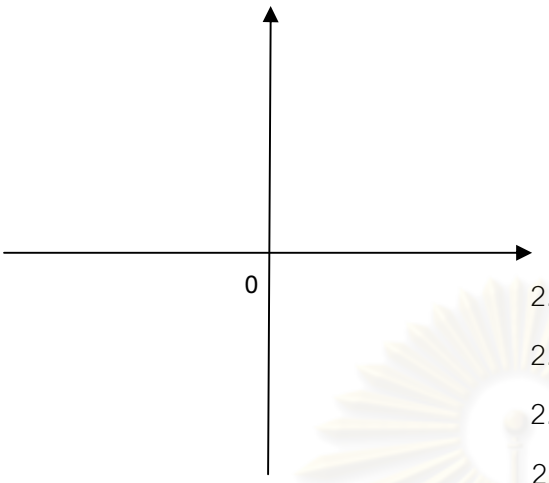
1.3) จุดยอดเป็นจุด .....(ต่ำสุด/สูงสุด)

1.4) แกนสมมาตรของกราฟคือ.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) $y = -2x^2$

X	-2	1	0	1	2
Y					



2.1) ลักษณะกราฟเป็นเส้นโค้ง.....(คว่ำ/หงาย)

2.2) พิกัดของจุดยอดคือ.....

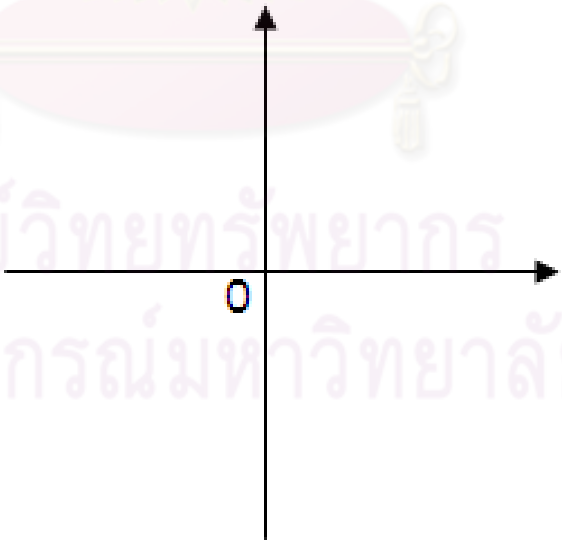
2.3) จุดยอดเป็นจุด .....(ต่ำสุด/สูงสุด)

2.4) แกนสมมาตรของกราฟคือ.....

3. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้อย่างคร่าว ๆ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1) $y_1 = x^2$ $y_2 = 3x^2$ $y_3 = \frac{1}{3}x^2$

a = ... a = ... a = ...



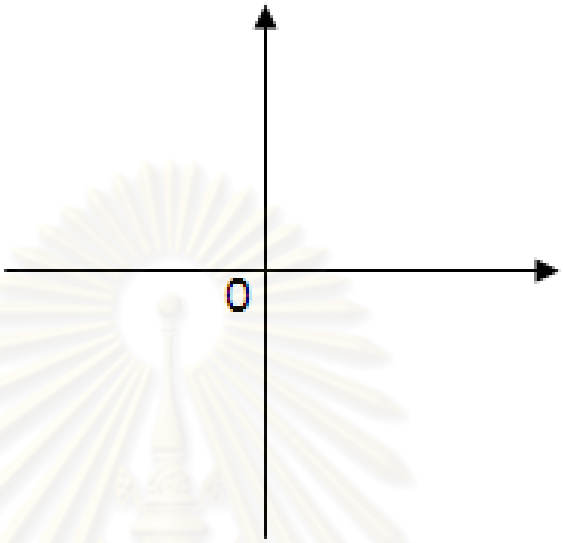
กราฟของฟังก์ชัน y_1 , y_2 และ y_3 ค่า a เป็น .....(บวก/ลบ)

กราฟที่มีค่า |a| มาก กราฟจะ.....(แคบ/กว้าง)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) $y_4 = -x^2$ $y_5 = -4x^2$ $y_6 = -\frac{1}{4}x^2$

a = ... a = ... a = ...



กราฟของฟังก์ชัน y_4 , y_5 และ y_6 ค่า a เป็น .....(บวก/ลบ)

กราฟที่มีค่า |a| มาก กราฟจะ.....(แคบ/กว้าง)

สิ่งที่นักเรียนได้รับจากการทำใบงาน 5.1

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

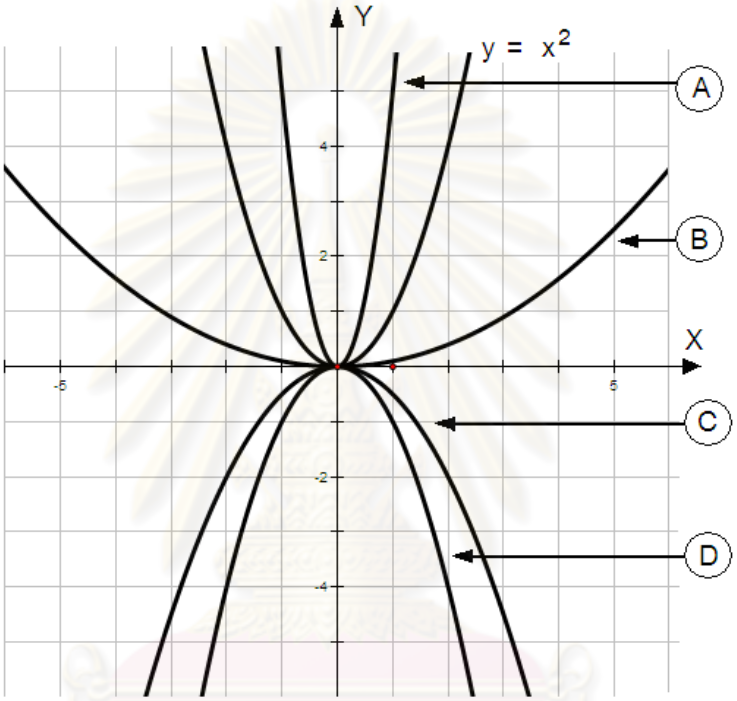
(กลุ่มควบคุม)

ใบงานที่ 5.2

ชื่อ-นามสกุล 1.....ชั้น.....เลขที่.....

2.....ชั้น.....เลขที่.....

1. **จงพิจารณาว่ากราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ตรงกับสมการในข้อใด**



.....1) $y = 0.1x^2$ .....2) $y = 5x^2$

.....3) $y = -0.5x^2$ .....4) $y = -x^2$

2. ให้นักเรียนหารูปภาพที่มีเส้นโค้งพาราโบลาเป็นส่วนประกอบของภาพมาติดในใบงาน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
1. **เลขยกกำลัง**	**<u>มโนทัศน์ที่ 1</u>** a^n หมายถึง a x a x a x a... x a (คูณกันอยู่ n ตัว) เรียก a ว่าเลขฐาน และเรียก n ว่าเลขชี้กำลัง	2 (1-2)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 2</u> ถ้า a , b เป็นจำนวนใดๆที่ไม่เป็นศูนย์ m , n เป็นจำนวนเต็มบวก การคูณเลขยกกำลังมีสมบัติดังนี้ 1. $a^m x a^n = a^{m+n}$ 2. $(a^m)^n = a^{mxn}$ 3. $(ab)^n = a^n b^n$	2 (3-5)	2
	<u>มโนทัศน์ที่ 3</u> ถ้า a , b เป็นจำนวนใดๆที่ไม่เป็นศูนย์ m , n เป็นจำนวนเต็มบวก การหารเลขยกกำลัง มีสมบัติดังนี้ 1. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 2. $\frac{a^m}{b^n} = a^{m-n}$ 3. $a^0 = 1$ 4. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	2 (6-7)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> การเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คือการเขียนแทนจำนวนที่มีค่ามากๆ หรือมีค่าน้อยๆ ในรูปของ $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$,n เป็นจำนวนเต็ม	2 (8-9)	1
2. **คู่อันดับและกราฟ**	**<u>มโนทัศน์ที่ 5</u>** คู่อันดับเป็นการจับคู่ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มเขียนในรูป (a,b) อ่านว่า คู่อันดับเอบี	3 (10-12)	2
	<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> กราฟเป็นแผนภาพที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกกลุ่มที่หนึ่ง และสมาชิกกลุ่มที่สอง การเขียนกราฟของคู่อันดับ (a,b) ทำได้โดยวัดระยะจากจุดกำเนิดไปตามแกนนอนเป็นระยะ a หน่วย และวัดจากจุดกำเนิดไปตามแนวแกนตั้งเป็นระยะ b หน่วย กราฟของคู่อันดับ (a,b) เขียนแทนด้วยจุดบนระนาบ	3 (13-15)	2

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
3. **สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**	**มโนทัศน์ที่ 7** แบบรูปเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้นได้โดยใช้การสังเกต การวิเคราะห์หาเหตุผลสนับสนุนจนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้ แบบรูปของจำนวนนั้นสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแปร และสมบัติของการเท่ากันสร้างสมการได้	2 (16-17)	1
	มโนทัศน์ที่ 8 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีรูปทั่วไปคือ $Ax+B = 0$	2 (18-19)	1
	มโนทัศน์ที่ 9 คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการเป็นจริง โดยที่บางสมการนั่นอาจไม่มีคำตอบ มีคำตอบเดียว หรือมีหลายคำตอบก็ได้	2 (20-21)	1
	มโนทัศน์ที่ 10 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสามารถโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ในการแก้สมการดังนี้ เมื่อกำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ - สมบัติสมมาตร ถ้า $a=b$ แล้ว $b=a$ - สมบัติถ่ายทอด ถ้า $a=b$ และ $b=c$ แล้ว $a=c$ - สมบัติการบวก ถ้า $a=b$ แล้ว $a+c = b+c$ ถ้า $a=b$ แล้ว $a+(-c) = b+(-c)$ - สมบัติการคูณ ถ้า $a=b$ แล้ว $ac = bc$ ถ้า $a=b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{a}{c}$ โดยที่ $c \neq 0$	3 (22-24)	2
	มโนทัศน์ที่ 11 การแก้โจทย์ปัญหาสามารถทำได้โดยเขียนความสัมพันธ์ของสิ่งที่ต้องการหาให้อยู่ในรูปของสมการ แล้วแก้สมการเพื่อหาคำตอบ	2 (25-26)	1

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
4. กราฟ	**มโนทัศน์ที่ 12** กราฟแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นคือ กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองชุด โดยกราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือจุดที่เรียงอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน โดยมีสมการที่สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไปเป็น Ax+By+C = 0 เมื่อ x,y เป็นตัวแปร A, B, C เป็นค่าคงตัวที่ไม่เท่ากับ 0	2 (27-28)	1
	มโนทัศน์ที่ 13 กราฟของสมการเชิงเส้น Ax+By+C = 0 แยกพิจารณาได้ 3 กรณีดังนี้ 1) กราฟของสมการ By+C = 0 เมื่อ A=0 , B ≠ 0 คือหรือ y = K ; K คือค่าคงที่ มีลักษณะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X 2) กราฟของ Ax+C = 0 เมื่อ A≠ 0 ,B =0 หรือ x = K ; K คือค่าคงที่ มีลักษณะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y 3) กราฟของ Ax+By+C = 0 เมื่อ A,B ≠ 0 มีลักษณะเป็นเส้นตรง และกราฟจะตัดทั้งแกน X และแกน Y	3 (29-31)	2
	มโนทัศน์ที่ 14 คู่อันดับที่สอดคล้องกับสมการ Ax+By+C = 0 คือ คู่อันดับแทนค่า x และ y แล้วทำให้สมการเป็นจริง	2 (32-33)	1
	มโนทัศน์ที่ 15 การหาจุดตัดแกน X และ Y ของสมการ Ax+By+C = 0 ทำได้ 2 วิธี ดังนี้ - แทนค่า y = 0 เพื่อหาจุดตัดแกน X และแทนค่า x = 0 เพื่อหาจุดตัดแกน Y - ใช้สูตรหาจุดตัดแกน X คือ $(-\frac{C}{A},0)$ และจุดตัดแกน Y คือ $(-\frac{C}{B},0)$	2 (34-35)	1

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
5. **สมการกำลังสอง**	**มโนทัศน์ที่** 16 สมการกำลังสองตัวแปรเดียวที่มี x เป็นตัวแปร มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2+bx+c = 0$ เมื่อ a , b , c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$	2 (36-37)	1
	มโนทัศน์ที่ 17 การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีการแยกตัวประกอบทำได้โดยอาศัยการแยกตัวประกอบของ ax^2+bx+c ให้อยู่ในรูปของการคูณกันของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามด้วยการหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้ c และบวกกันได้ แล้วใช้สมบัติของจำนวนจริงที่กล่าวว่า ถ้า a,b เป็นจำนวนจริง และ ab = 0 แล้ว a=0 หรือ b=0	2 (38-39)	1
	มโนทัศน์ที่ 18 การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีใช้สมบัติผลต่างกำลังสอง $x^2-k^2= (x-k)(x+k)$ ในการแก้สมการ เมื่อสมการกำลังสอง $ax^2+bx+c = 0$ มีค่า b=0	2 (40-41)	1
	มโนทัศน์ที่ 19 การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ โดยมีขั้นตอนดังนี้ 1) จัดสมการที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ 2) กรณีที่ a ไม่เท่ากับ 1 ให้นำ a หารตลอด 3) จัดสมการทางซ้ายมือของเครื่องหมายเท่ากับโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ 4) จัดสมการทางซ้ายมือต่อจาก ข้อ 3 โดยใช้ผลต่างของกำลังสอง แล้วแยกตัวประกอบ 5) ให้ตัวประกอบแต่ละตัวเท่ากับ 0 แล้วหาค่าของตัวแปร	2 (42-43)	1
	มโนทัศน์ที่ 20 การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีใช้สูตร โดยคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a,b,c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ หาได้จากสูตร	2 (44-45)	1

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ - ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ คำตอบของสมการจะมี 2 คำตอบ - ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ คำตอบของสมการจะมีเพียงคำตอบเดียว - ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ คำตอบของสมการดังกล่าวจะไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ		
6. พาราโบลา	**<u>มโนทัศน์ที่ 21</u>** สมการ $y = ax^2+bx+c$ เมื่อ x , y เป็นตัวแปร a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เรียกว่า สมการของพาราโบลา	2 (46-47)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 22</u> กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2$ เมื่อ $a \neq 0$ เมื่อสมการพาราโบลาคือ $y = ax^2$ สามารถแยกพิจารณาได้ดังนี้ <u>กรณี a>0</u> - กราฟพาราโบลาหงาย - แกนสมมาตรคือ แกน Y - จุดต่ำสุดมีพิกัด (0,0) ค่าต่ำสุดคือ y=0 - ค่า |a| มีค่ามาก กราฟบานมาก <u>กรณี a<0</u> - กราฟพาราโบลาคว่ำ - แกนสมมาตรคือ แกน Y - จุดสูงสุดมีพิกัด (0,0) ค่าสูงสุดคือ y=0 - ค่า |a| มีค่าน้อย กราฟบานมาก	2 (48-49)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 23</u> กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2+k$ เมื่อ $a \neq 0$ <u>กรณี a>0</u> - กราฟพาราโบลาหงาย	2 (50-51)	1

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
	- แกนสมมาตรคือ แกน Y - จุดต่ำสุดมีพิกัด (0,k) ค่าต่ำสุดคือ y=k - ค่า |a| มีค่าน้อย กราฟบานมาก - ค่า k เป็นจำนวนบวก กราฟเลื่อนสูงขึ้นจาก จุด (0,0) ระยะ k หน่วย ค่า k เป็นจำนวนลบ กราฟเลื่อนต่ำลงจาก จุด (0,0) ระยะ k หน่วย <u>กรณี a<0</u> - กราฟพาราโบลาคว่ำ - แกนสมมาตรคือ แกน Y - จุดสูงสุดมีพิกัด (0,k) ค่าสูงสุดคือ y=k - ค่า |a| มีค่าน้อย กราฟบานมาก - ค่า k เป็นจำนวนบวกกราฟเลื่อนสูงขึ้นจากจุด (0,0) ระยะ k หน่วย ค่า k เป็นจำนวนลบกราฟเลื่อนต่ำลงจากจุด (0,0) ระยะ k หน่วย		
	<u>มโนทัศน์ที่</u> 24 กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = a(x-h)^2+k$ เมื่อ $a \neq 0$ <u>กรณี a>0</u> - กราฟพาราโบลาหงาย - แกนสมมาตรคือ แกน x=h - จุดต่ำสุดมีพิกัด (h,k) ค่าต่ำสุดคือ y=k - ค่า |a| มีค่าน้อย กราฟบานมาก - ค่า h เป็นจำนวนบวกกราฟเลื่อนขวาจากจุด (0,0) ระยะ h หน่วย - ค่า h เป็นจำนวนลบกราฟเลื่อนซ้ายจากจุด (0,0) ระยะ h หน่วย	2 (52-53)	1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 ลักษณะแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
	- ค่า k เป็นจำนวนบวกกราฟเลื่อนสูงขึ้นจากจุด (0,0) ระยะ k หน่วย - ค่า k เป็นจำนวนลบกราฟเลื่อนต่ำลงจาก จุด (0,0) ระยะ k หน่วย <u>กรณี a<0</u> - กราฟพาราโบลาคว่ำ - แกนสมมาตรคือ แกน x=h - จุดสูงสุดมีพิกัด (h,k) ค่าสูงสุดคือ y=k - ค่า |a| มีค่าน้อย กราฟบานมาก - ค่า h เป็นจำนวนบวก กราฟเลื่อนขวาจาก จุด (0,0) ระยะ h หน่วย ค่า h เป็นจำนวนลบ กราฟเลื่อนซ้ายจาก จุด (0,0) ระยะ h หน่วย - ค่า k เป็นจำนวนบวก กราฟเลื่อนสูงขึ้นจาก จุด (0,0) ระยะ k หน่วย ค่า k เป็นจำนวนลบ กราฟเลื่อนต่ำลงจาก จุด (0,0) ระยะ k หน่วย		
	<u>มโนทัศน์ที่ 25</u> กราฟพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2+bx+c$ เมื่อ $a \neq 0$ การพิจารณาลักษณะของพาราโบลาที่กำหนดด้วยสมการ $y = ax^2+bx+c$ ทำได้โดยจัดสมการให้อยู่ในรูปของสมการ $y = a(x-h)^2+k$ เมื่อ $a \neq 0$ โดยใช้วิธีการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	2 (54-55)	1
รวม		55	30

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้ด้านมโนทัศน์คณิตศาสตร์
เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ปีการศึกษา ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ อย่างเต็มความสามารถ

1. ab x ab x ab x ab เขียนในรูปเลขยกกำลังได้ดังข้อใด

ก. $4ab$ ข. ab^4

ค. 4^{ab} ง. $(ab)^4$

2. ข้อความในข้อใดถูกต้อง

ก. $a^2xa^5 = a^{2+5}$ ข. $a^4xa^3 = a^{4x3}$

ค. $a^3b^3 = ab^3$ ง. $(a^2)^7 = a^{2^7}$

3.ข้อความในข้อใด**ไม่ถูกต้อง** เมื่อ a ,b คือจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์

ก. $10^ax10^b = 10^{a+b}$ ข. $(10^a)^b = 10^{ab}$

ค. $10^ax10^a = 10^{a^2}$ ง. $10^{ab} = 10^{ba}$

4. ข้อความในข้อใด**ไม่ถูกต้อง** เมื่อ a ,b คือจำนวนเต็มบวก

ก. $a^{-4}xa^4 = 0$ ข. $b^2 \times b^{-4} = b^{-2}$

ค. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ ง. $\frac{a}{b^2} = \frac{b^2}{a}$

5. ข้อใด**ไม่ใช่**การเขียนจำนวนในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ก. 2.4×10^8 ข. 0.36×10^5

ค. 1.86×10^{-4} ง. 9.1×10^{12}

6. ถ้า A และ B เป็นเซต โดยที่ n(A) =4 และ n(B)=2 สามารถนำมาสร้างคู่อันดับได้มากสุดกี่คู่อันดับ

ก. 2 ข. 4

ค. 6 ง. 8

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ข้อใด**ไม่ถูกต้อง**

ก. $(x,y) \neq (y,x)$ เสมอ

ข. มีคู่อันดับ (x,x) เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใดๆ

ค. พิกัด (x,y) อยู่บนแกน x เมื่อ y=0

ง. พิกัด (x,y) อยู่บนแกน y เมื่อ x=0

8. กราฟเส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 4) , (2, 8) , (4, 16) จะผ่านจุดใดอีกบ้าง

ก. (5, 10)

ข. (7, 28)

ค. (8, 24)

ง. (9, 27)

9. คู่อันดับในข้อใดที่อยู่ในจตุภาคที่ 4

ก. (-2, -1)

ข. (-2, 3)

ค. (4, -3)

ง. (4, 2)

10. การจัดเรียงลำดับของจำนวนในข้อใด**ไม่เป็น**แบบรูป

ก. 10 ,100 ,1000 ,10000

ข. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$

ค. -3 ,-2,-1, 0,1, 2

ง. 1, 2, 9, 15, 26, 35

11. ข้อใดคือสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $y = y^2 + 3$

ข. $x^2 = 25$

ค. $2x = 4x+3$

ง. $\sqrt{x} = 9$

12. สมการในข้อใดต่อไปนี้**ไม่มี**คำตอบ

ก. $2a+9 = 0$

ข. $c+2 = c$

ค. $b + 6 = 6+b$

ง. $d = 0$

13. จงพิจารณาการแก้สมการ $\frac{2}{5}(3x+1) = 10$

$$\frac{2}{5}(3x+1) = 10$$

จะได้ $$\frac{5}{2} x \frac{2}{5}(3x+1) = \frac{5}{2} \times 10$$

$$3x+1 = 25$$

$$3x+1+(-1) = 25+(-1)$$

$$3x = 24$$

$$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 24$$

ดังนั้น $$x = 8$$

การแก้สมการข้างบนนี้ข้อใดลำดับการใช้สมบัติของการเท่ากันได้ถูกต้อง

ก. สมบัติ การหาร การลบ และการคูณ

ข. สมบัติการคูณ การบวก และการคูณ

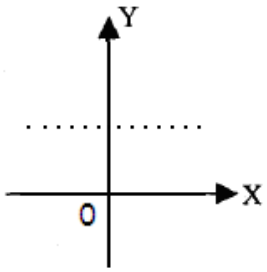
ค. สมบัติ การหาร การลบ และการหาร

ง. สมบัติการคูณ การลบ และการคูณ

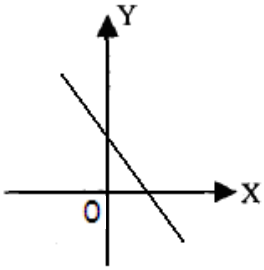
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

14. ข้อใดไ**ม่ใช่**กราฟแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้น

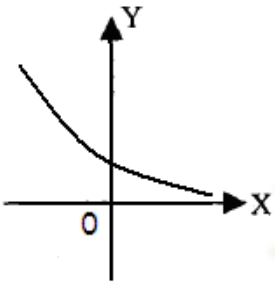
ก.



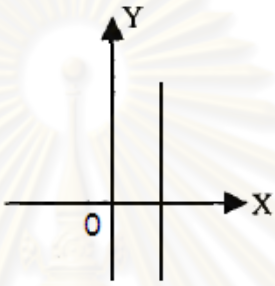
ข.



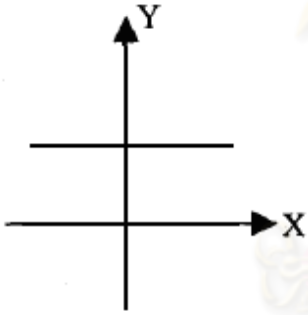
ค.



ง.



15. กราฟของสมการ Ax+By = C ดังรูป สอดคล้องกับข้อใด เมื่อ A,B และ C คือค่าคงตัวใดๆ



ก. A>0 , B=0 และ C>0

ข. A=0 , B>0 และ C>0

ค. A<0 , B=0 และ C>0

ง. A=0 , B>0 และ C<0

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ตารางที่ 10 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ
1	0.30	0.27	0.81
2	0.77	0.27	
3	053	0.30	
4	0.33	0.23	
5	0.43	0.43	
6	0.30	0.27	
7	0.60	0.33	
8	0.37	0.52	
9	0.23	0.36	
10	0.77	0.32	
11	0.43	0.60	
12	0.43	0.26	
13	0.63	0.33	
14	0.60	0.55	
15	0.40	0.65	
16	0.33	0.23	
17	0.30	0.44	
18	0.27	0.49	
19	0.27	0.32	
20	0.40	0.31	
21	0.67	0.28	
22	0.40	0.31	
23	0.27	0.32	
24	0.43	0.43	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ
25	0.53	0.30	
26	0.67	0.45	
27	0.70	0.24	
28	0.30	0.61	
29	0.37	0.35	
30	0.40	0.31	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
1. **ฟังก์ชันและวิธีการตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน**	**มโนทัศน์ที่ 1** ฟังก์ชัน คือความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่เขียนแบบแผนภาพ คู่อันดับ หรือตาราง ไม่เป็นฟังก์ชันเมื่อมีสมาชิกตัวหน้าที่จับคู่กับสมาชิกตัวหลังมากกว่า 1 ตัว	2 (1-2)	2
	มโนทัศน์ที่ 2 ความสัมพันธ์ที่เขียนแบบบอกเงื่อนไขไม่เป็นฟังก์ชันเมื่อมีค่า x ที่ทำให้ได้ค่า y มากกว่า 1 ค่า	2 (3-4)	1
	มโนทัศน์ที่ 3 ความสัมพันธ์ที่เขียนแทนด้วยกราฟไม่เป็นฟังก์ชันเมื่อลากเส้นตรงใดๆ ที่ขนานกับแกน y แล้วตัดกราฟมากกว่า 1 จุด	2 (5-6)	1
2. **การหาค่าของฟังก์ชัน**	**มโนทัศน์ที่ 4** การหาค่าของฟังก์ชัน f(x) เมื่อ x =a ที่เขียนแทนด้วยสมการ ทำได้โดยแทนค่า x=a ในสมการของฟังก์ชัน แล้วคำนวณค่าหาคำตอบ	2 (7-8)	2
	มโนทัศน์ที่ 5 การหาค่าของฟังก์ชัน f(x) ที่เขียนแทนด้วยกราฟเมื่อ x =a ทำได้โดยพิจารณาพิกัดจุด ที่ x=a บนกราฟของฟังก์ชัน f(x) ซึ่งค่าของฟังก์ชันคือค่าพิกัด y ณ จุดที่ x= a	2 (9-10)	1
3. **ฟังก์ชันเชิงเส้น**	**มโนทัศน์ที่ 6** สมการของฟังก์ชันเชิงเส้นคือ y = ax+b เมื่อ x แทนจำนวนจริง a, b เป็นค่าคงตัว	2 (11-12)	1
	มโนทัศน์ที่ 7 ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น y = ax +b โดยที่ a คือความชันของกราฟ และ b คือระยะตัดแกน กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะแตกต่างดังนี้	2 (13-14)	2

ตารางที่ 11 ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
	กรณี a>0 กราฟมีลักษณะดังนี้ - กราฟเป็นเส้นตรง เอียงไปทางขวา - กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y เมื่อ a มีค่าเพิ่มขึ้น - กราฟตัดแกน Y ที่จุด (0,b) กรณี a<0 กราฟมีลักษณะดังนี้ - กราฟเป็นเส้นตรง เอียงไปทางซ้าย - กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y เมื่อ a มีค่าติดลบเพิ่มขึ้น - กราฟตัดแกน Y ที่จุด (0,b)		
	<u>มโนทัศน์ที่ 8</u> การทดสอบว่าจุด (x_1,y_1) ที่กำหนดให้เป็นจุดบนกราฟของฟังก์ชันเชิงหรือไม่นั้นทดสอบโดยแทนค่าลงในสมการของฟังก์ชัน ถ้าใช่จุดบนกราฟสมการจะเป็นจริง	2 (15-16)	1
4. **ฟังก์ชันกำลังสอง**	**<u>มโนทัศน์ที่ 9</u>** สมการของฟังก์ชันกำลังสองมีรูปทั่วไปคือ $y = ax^2+bx+c$ เมื่อ x แทนจำนวนจริง a,b,c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$	2 (17-18)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 10</u> ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองมีลักษณะเป็นเส้นโค้งคว่ำหรือหงายกราฟของสมการ $y = ax^2$ พิจารณาดังนี้ กรณี a>0 - กราฟเป็นพาราโบลาหงาย - จุดยอดของกราฟคือ (0,0) เป็นจุดต่ำสุด - แกนสมมาตรของคือแกน Y - ค่าต่ำสุดของ y เป็น 0 - กราฟจะแคบลง เมื่อ |a| มีค่า กรณี a<0 - กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ - จุดยอดของกราฟคือ(0,0) เป็นจุดสูงสุด - แกนสมมาตรของคือ แกน Y - ค่าสูงสุดของ y เป็น 0 - กราฟจะแคบลง เมื่อ |a| มีค่ามากมาก	2 (19-20)	1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
	<u>มโนทัศน์ที่ 11</u> กราฟของของฟังก์ชันกำลังสองที่สมการอยู่ในรูป $y = ax^2+k$ แยกพิจารณาดังนี้ กรณี a>0 - กราฟเป็นพาราโบลาหงาย - จุดยอดของกราฟคือ (0,k) เป็นจุดต่ำสุด - แกนสมมาตรของคือ แกน Y - ค่าต่ำสุดของ y คือ k - กราฟจะแคบลง เมื่อ |a| มีค่ามาก กรณี a<0 - กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ - จุดยอดของกราฟคือ (0,k) เป็นจุดสูงสุด - แกนสมมาตรของคือ แกน Y - ค่าสูงสุดของ y คือ k	2 (21-22)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 12</u> กราฟของสมการของฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในรูป $y = a(x-h)^2+k$ แยกพิจารณาดังนี้ กรณี a>0 - กราฟเป็นพาราโบลาหงาย - จุดยอดของกราฟคือ (h,k) เป็นจุดต่ำสุด - แกนสมมาตรของคือ แกน Y หรือเส้นตรง x=h - ค่าต่ำสุดของ y คือ k - กราฟจะแคบลง เมื่อ |a| มีค่ามาก กรณี a<0 - กราฟเป็นพาราโบลาคว่ำ - จุดยอดของกราฟคือ (h,k) เป็นจุดสูงสุด - แกนสมมาตรของคือ แกน Y หรือเส้นตรง x=h - ค่าสูงสุดของ y คือ k - กราฟจะแคบลง เมื่อ |a| มีค่ามาก	2 (23-24)	1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
	<u>มโนทัศน์ที่ 13</u> กราฟของสมการของฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในรูป $y=ax^2+bx+c$ พิจารณาได้ด้วยจัดสมการให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2+k$ หรือ พิจารณาจากค่า a, b, c ดังนี้ - จุดยอดของกราฟคือ $(-\frac{b}{2a}, c-\frac{b^2}{4a})$ - ค่าฟังก์ชันต่ำสุด หรือค่าสูงสุดของฟังก์ชันคือ $c-\frac{b^2}{4a}$	2 (25-26)	2
	<u>มโนทัศน์ที่ 14</u> การหาคำตอบของสมการกำลังสองจากกราฟ พิจารณาจากการตัดแกน X ของกราฟ และค่า x ณ จุดที่กราฟตัดแกน คือคำตอบของสมการ ซึ่งแบ่งเป็น 3 กรณีดังนี้ กรณีที่ 1 กราฟไม่ตัดแกน X จะไม่มีคำตอบของสมการที่เป็นจำนวนจริง กรณีที่ 2 กราฟมีจุดวกกลับบนแกน X มีสมการเป็น $y=a(x-h)^2$ จะมีคำตอบของสมการ 1 จำนวน กรณีที่ 3 กราฟตัดแกน X สองจุดมีสมการเป็น $y=a(x-h)^2+k$ จะมีคำตอบของสมการ 2 จำนวน	2 (27-28)	2
	<u>มโนทัศน์ที่ 15</u> การหาคำตอบของอสมการจากกราฟ ทำได้โดยการเขียนกราฟฟังก์ชันกำลังสอง $y=ax^2+bx+c$ โดยเน้นพิจารณาที่ $y=0$ ซึ่ง x ที่เป็นคำตอบพิจารณาได้ดังนี้ - เซตคำตอบของ x ที่ $ax^2+bx+c\geq 0$ คือค่า x ในบริเวณที่กราฟอยู่เหนือแกน x และบนแกน X - เซตคำตอบของ x ที่ $ax^2+bx+c>0$ คือค่า x ในบริเวณที่กราฟอยู่เหนือแกน X - เซตคำตอบของ x ที่ $ax^2+bx+c\leq 0$ คือค่า x ในบริเวณที่กราฟอยู่ใต้แกน X และบนแกน X - เซตคำตอบของ x ที่ $ax^2+bx+c<0$ คือค่า x ในบริเวณที่กราฟอยู่ใต้แกน X	2 (29-30)	1

ตารางที่ 11 ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
5. **ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล**	**<u>มโนทัศน์ที่ 16</u>** สมการของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ $y = a^x$ โดยที่ $a>0$ และ $a \neq 1$	2 (31-32)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 17</u> ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $y = a^x$ มีดังนี้ กรณี $a>0$ - กราฟมีลักษณะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม - a ยิ่งมีค่ามาก ปลายกราฟเบนเข้าหาแกน Y - กราฟตัดแกน y ที่จุด (0,1) - กราฟอยู่เหนือแกน Y กรณี $0< a<1$ - กราฟมีลักษณะเป็นฟังก์ชันลด - กราฟตัดแกน Y ที่จุด (0,1) - ส่วนของ a ยิ่งมีค่ามาก ปลายกราฟเบนเข้าหาแกน Y - กราฟอยู่เหนือแกน Y	3 (33-35	2
	<u>มโนทัศน์ที่ 18</u> การแก้สมการเอ็กโพเนนเชียลทำได้โดยจัดแต่ละข้างของสมการให้เป็นเลขยกกำลังที่มีฐานเท่ากัน แล้วเลขชี้กำลังเท่ากัน	2 (36-37)	1
6. **ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์**	**<u>มโนทัศน์ที่ 19</u>** สมการของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์คือ $y = \|x-a\|+c$ โดยที่ a และ c คือ ค่าคงตัว	2 (38-39)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 20</u> ลักษณะของกราฟของฟังก์ชัน $y = \|x-a\|+c$ - กราฟเป็นรูปตัว V หงาย ทำมุม 45° กับแกน X - จุดยอดของกราฟคือ (a,c)	2 (40-41)	2

ตารางที่ 11 ลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	ข้อ (ข้อที่)	ข้อที่ใช้จริง
7. **ฟังก์ชันขั้นบันได**	**<u>มโนทัศน์ที่ 21</u>** 1) ฟังก์ชันขั้นบันได คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตจำนวนจริง และเรนจ์เป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆ ตั้งแต่สองช่วงขึ้นไป และสมการของฟังก์ชันขั้นบันไดมีลักษณะดังนี้ $f=\begin{cases}k\ ;\ c_2<x<\infty\\ l\ ;\ c_1<x\le c_2\\ m\ ;\ -\infty<x\le c_1\end{cases}$	2 (42-43)	1
	<u>มโนทัศน์ที่ 22</u> กราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดจะมีลักษณะคล้ายขั้นบันได เป็นไปตามสมการ $f=\begin{cases}k\ ;\ c_2<x<\infty\\ l\ ;\ c_1<x\le c_2\\ m\ ;\ -\infty<x\le c_1\end{cases}$	2 (44-45)	2
รวม		45	30

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้น ห้องเรียน ชื่อโรงเรียน ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
3. แบบทดสอบแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ
4. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ อย่างเต็มความสามารถ

1. กำหนด A = { a, b, c } ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

r_1 = { (a,a),(b,b),(c,b),(a,c),(c,c) }

r_2 = { (a,b),(b,b),(c,c) }

r_3 = { (a,a),(b,b),(c,c) }

ก. r_1 และ r_2 ข. r_1 และ r_3

ค. r_2 และ r_3 ง. r_1 , r_2 และ r_3

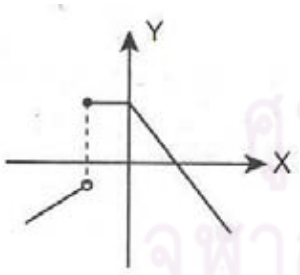
2. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

ก. r_1 = { (x,y)| x = 5 } ข. r_2 = { (x,y)| y^2 = x }

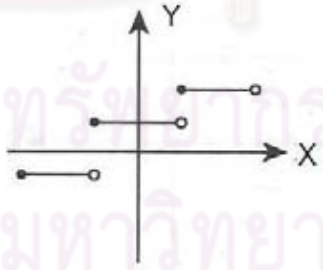
ค. r_3 = { (x,y)| y = 9x+5} ง. r_4 = { (x,y)| x^2+y^2 = 1 }

3. กราฟของความสัมพันธ์ในข้อใด**ไม่เป็น**ฟังก์ชัน

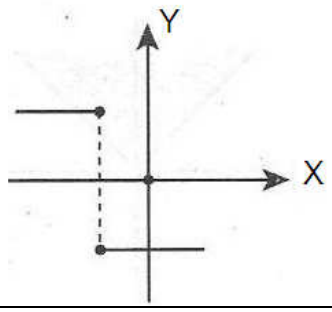
ก.



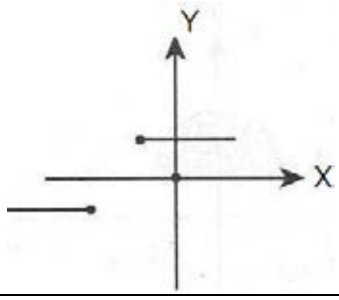
ข.



ค.



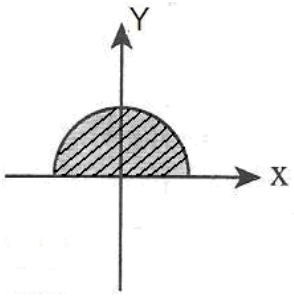
ง.



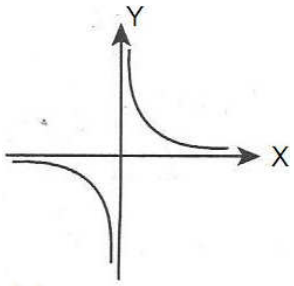
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. กราฟของความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

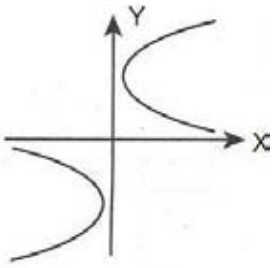
ก.



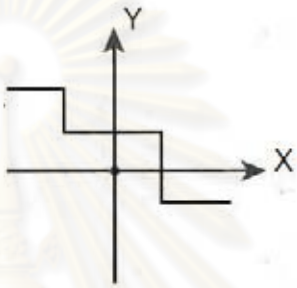
ข.



ค.



ง.



5. ถ้า $f(x) = \begin{cases} j & ; \text{เมื่อ } x > 0 \\ k & ; \text{เมื่อ } x \leq 0 \end{cases}$ แล้วข้อใด**ไม่ถูกต้อง**

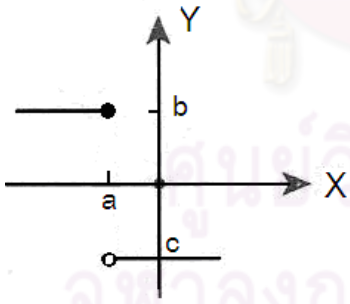
ก. $f(3) = j$

ข. $f(0.3) = k$

ค. $f(0) = k$

ง. $f(-1) = k$

6. จากกราฟที่กำหนดให้ f(a) มีค่าเท่าใด



ก. a

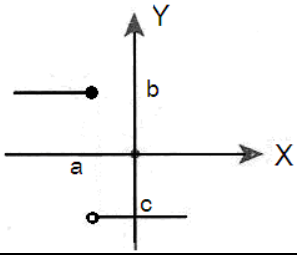
ข. b

ค. c

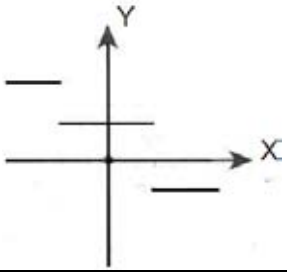
ง. ไม่มีคำตอบ

7. กราฟในข้อใดที่ f(0) ไม่มีคำตอบ

ก.

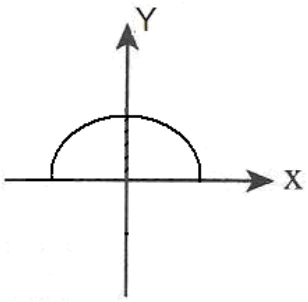


ข.

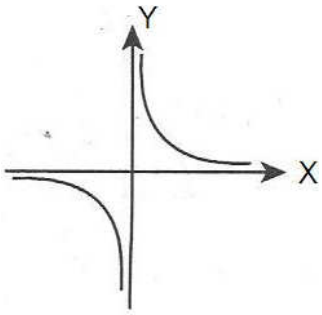


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค.



ง.



8. สมการในข้อใดเป็นสมการของฟังก์ชันเชิงเส้น

ก. $y = x^2+3$ ข. $x = 3$

ค. $y = x+12$ ง. $y = \sqrt{x+2}$

9. ข้อใดสรุป**<u>ไม่ถูกต้อง</u>**เกี่ยวกับกราฟของสมการ $y = -3x+4$ และ $y = 3x+4$

ก. กราฟตัดแกน Y ที่จุดเดียวกัน ข. กราฟตัดแกน Y อยู่เหนือแกน X

ค. กราฟของทั้งสองฟังก์ชันเอียงทางขวา ง. มีจุดตัดแกน X แตกต่างกัน

10. ข้อใดเป็นจุดบนกราฟของฟังก์ชันที่มีสมการ $y = x+k$

ก. $(0, -k)$ ข. $(1 , 1+k)$

ค. $(-k, k)$ ง. $(k , 0)$

11. สมการในข้อใดไม่ใช่สมการของฟังก์ชันกำลังสอง

ก. $y = x^2+8$ ข. $y = 5-2x- x^2$

ค. $y+x^2 = 10$ ง. $x^2y = 4$

12. ข้อใดคือสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

ก. $y = x^2+8xy +1$ ข. $y = x^2 -4$

ค. $x = y^2+4$ ง. $0 = x^2+4x+5$

13. กำหนดสมการของฟังก์ชันคือ $y = -4x^2$

ข้อความใด**<u>ไม่ถูกต้อง</u>**

ก. กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ข. จุดยอดของกราฟอยู่บนแกน X

ค. กราฟมีแกน Y เป็นแกนสมมาตร ง. กราฟตัดแกน Y ที่จุด (0,0)

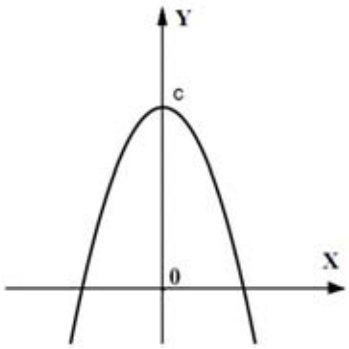
14. กำหนดสมการของฟังก์ชัน $y = x^2+ c$ เมื่อ $c>0$ ข้อความในข้อใด**<u>ไม่ถูกต้อง</u>**

ก. กราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย ข. ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันคือ c

ค. กราฟมีเส้นตรง $x = c$ เป็นแกนสมมาตร ง. จุดยอดของกราฟคือ $(0,c)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

15. จากรูปเป็นกราฟของฟังก์ชันในข้อใด เมื่อa>0 และ c>0



ก. $y = ax^2-c$

ข. $y = ax^2+c$

ค. $y = -ax^2-c$

ง. $y = -ax^2+c$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ตารางที่ 12 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ
1	0.60	0.21	0.86
2	0.60	0.62	
3	027	0.30	
4	0.53	0.34	
5	0.80	0.38	
6	0.37	0.25	
7	0.77	0.30	
8	0.27	0.57	
9	0.67	0.22	
10	0.50	0.27	
11	0.73	0.23	
12	0.23	0.50	
13	0.27	0.57	
14	0.50	0.40	
15	0.43	0.26	
16	0.53	0.74	
17	0.23	0.50	
18	0.30	0.38	
19	0.73	0.23	
20	0.43	0.53	
21	0.57	0.54	
22	0.43	0.66	
23	0.47	0.20	
24	0.37	0.52	
25	0.53	0.61	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 12 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ
26	0.43	0.26	
27	0.77	0.30	
28	0.70	0.56	
29	0.37	0.25	
30	0.53	0.21	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 13 ลักษณะแบบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องฟังก์ชัน

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้	ข้อที่
1. เลขยกกำลัง	- นักเรียนสามารถการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องเลขยกกำลังไปใช้ในได้	1,2
2. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	3,4
3. กราฟ	- นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับกราฟได้	5,6
4. สมการกำลังสอง	- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองได้	7,8
5. พาราโบลา	- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับพาราโบลาได้	9,10
รวม		10 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ประกอบด้วยโจทย์ปัญหาของเรื่องที่เกี่ยวข้องกับที่เป็นพื้นฐานความรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ได้แก่ เรื่อง เลขยกกำลัง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กราฟ สมการกำลังสอง และ พาราโบลา โดยแต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการตามแผน ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2)

ข้อย่อยที่ 4) ทบทวนวิธีการและคำตอบ ให้นักเรียนตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบ ว่าถูกต้องและเหมาะสมหรือไม่

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 60 นาที
3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า
4. แบบทดสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 9 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน
5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

<u>หมายเหตุ</u> ตัวอย่างวิธีการทำอยู่ในหน้าถัดไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างวิธีการทำ

โจทย์ตัวอย่าง ที่นารูปสี่เหลียมผืนผ้ามีด้านยาวยาวเป็น 3 เท่าของด้านกว้าง และมีพื้นที่เท่ากับ 675 ตารางเมตร อยากทราบว่าที่นาแห่งนี้มีด้านกว้างและด้านยาวด้านละเท่าใด

วิธีทำ

1) **ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ที่นารูปสี่เหลียมผืนผ้ามีด้านยาวยาวเป็น 3 เท่าของด้านกว้าง และที่นามีพื้นที่เท่ากับ 675 ตารางเมตร

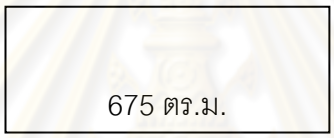
สิ่งที่โจทย์ถาม ที่นาแห่งนี้มีด้านกว้าง และด้านยาวยาวด้านละเท่าใด

2) **วางแผนแก้ปัญหา**

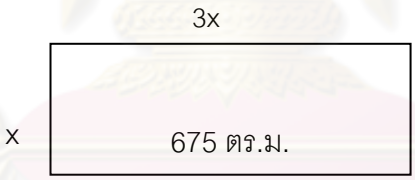
1. สร้างรูป หรือกราฟที่สัมพันธ์กับโจทย์
2. กำหนดตัวแปรเพื่อเป็นตัวแทนของสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
3. สร้างสมการที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์แล้วหาคำตอบ (ระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา)

3) **ดำเนินการตามแผน**

1. วาดรูป ที่สัมพันธ์กับโจทย์



2. กำหนดให้ x แทนความยาวของด้านกว้างจะได้ความสัมพันธ์ดังรูป



3. สร้างสมการจากความสัมพันธ์ของพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้ากับความยาวด้าน ดังนี้

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง x ยาว

$675 = (x)(3x)$ หาคำตอบด้วยการแก้สมการ

$675 = 3x^2$

$675x\frac{1}{3} = 3x^2 \mathbf{x}\frac{1}{3}$

$255 = x^2$

$x^2-255 = 0$

$(x-15)(x+15) = 0$

ดังนั้น x = -15 หรือ 15

4) **ทบทวนวิธีการและคำตอบ**

จาก x = -15, 15 ความยาวต้องเป็นจำนวนบวก ดังนั้นที่นากว้าง 15 เมตรและยาว 3x15 = 45 เมตร เมื่อนำมาคำนวนหาพื้นที่จะได้ 15x45 = 675 ตาราง แสดงว่าคำตอบเหมาะสม

ตอบ ที่นากว้าง 15 เมตร และ ยาว 45 เมตร

<u>ปัญหาที่ 1</u> กล่องเพาะเลี้ยงเชื้อแบคทีเรียชนิดหนึ่งมีแบคทีเรียอยู่ 16 ตัว และเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่าทุก 1 ชั่วโมง อยากทราบว่าเมื่อเวลาผ่านไป 6 ชั่วโมง จะมีแบคทีเรียอยู่ในกล่องเพาะเลี้ยงกี่ตัว

<u>วิธีทำ</u>

1) **ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

.....

2) **วางแผนแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

3) **ดำเนินการตามแผน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) **ทบทวนวิธีการและคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอบ</u> .....

ทด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ปัญหาที่ 2</u> ถังรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใบหนึ่งกว้าง 10 เมตร มีระดับน้ำอยู่เต็มถังเมื่อไขก๊อกน้ำออก 400 ลูกบาศก์เมตร ระดับน้ำจะลดลงจากเดิม 2 เมตร ถังใบนี้มีความยาวเท่าใด

<u>วิธีทำ</u>

1) **ทำความเข้าใจปัญหา**

ทด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

.....

2) **วางแผนแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

3) **ดำเนินการตามแผน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) **ทบทวนวิธีการและคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอบ</u> .....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ตารางที่ 14 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ
1	0.60	0.24	0.89
2	0.60	0.30	
3	0.58	0.31	
4	0.62	0.34	
5	0.54	0.29	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 ลักษณะแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

เนื้อหา	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ข้อที่	ใช้จริง
1. ฟังก์ชันเชิงเส้น	1. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	1,2,3	2
2. ฟังก์ชันกำลังสอง	2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟไปใช้ได้	4,5,6	2
3. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	3. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	7,8	1
รวม		**8 ข้อ**	**5 ข้อ**

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำถามย่อย 4 ข้อ การตอบคำถามในแต่ละข้อย่อยให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

ข้อย่อยที่ 1) ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ถาม

ข้อย่อยที่ 2) วางแผนแก้ปัญหา ให้นักเรียนแสดงวิธีการวางแผนแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลในข้อย่อยที่ 1) ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่ต้องใช้ในการพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ข้อย่อยที่ 3) ดำเนินการตามแผน ให้นักเรียนแสดงการคิดคำนวณหรือลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้ในข้อย่อยที่ 2)

ข้อย่อยที่ 4) ทบทวนวิธีการและคำตอบ ให้นักเรียนตรวจสอบวิธีการคิด และคำตอบ ว่าถูกต้องและเหมาะสมหรือไม่

2. แบบทดสอบนี้ใช้เวลา 50 นาที

3. ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล ห้อง และเลขที่ในแบบวัดฉบับนี้ทุกหน้า

4. แบบทดสอบฉบับนี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 9 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้คะแนนแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระต่อกัน

5. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

<u>หมายเหตุ</u> ตัวอย่างวิธีการทำอยู่ในหน้าถัดไป

ตัวอย่างวิธีการทำ

สันติเปิดน้ำใส่ถังเปล่าทรงกระบอกมีความจุ 90 ลิตร โดยมีปริมาณน้ำที่เพิ่มขึ้นเมื่อเวลาผ่านไปได้ดังนี้ 1 นาที มีน้ำ 3 ลิตร 2 นาที มีน้ำ 6 ลิตร 3 นาที มีน้ำ 9 ลิตร และ 4 นาที มีน้ำ 12 ลิตร อยากทราบว่าต้องใช้เวลานานเท่าใดน้ำจึงจะเต็มถัง

วิธีทำ

1) ทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์กำหนดให้ คือ ถังเปล่าทรงกระบอกมีความจุ 90 ลิตร โดยมีปริมาณน้ำที่เพิ่มขึ้นเมื่อเวลาผ่านไปได้ดังนี้ เวลา 1 นาที มีน้ำ 3 ลิตร 2 นาที มีน้ำ 6 ลิตร 3 นาที มีน้ำ 9 ลิตร และ 4 นาที มีน้ำ 12 ลิตร

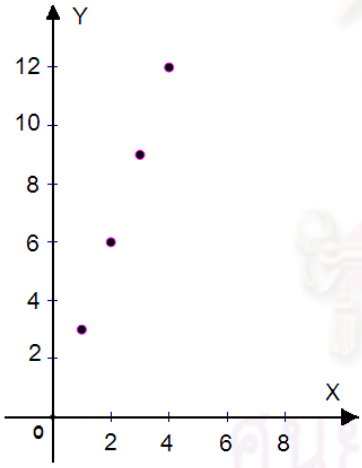
สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ต้องใช้เวลานานเท่าใดน้ำจึงจะเต็มถัง

2) วางแผนแก้ปัญหา

1. สร้างกราฟของคู่อันดับเพื่อพิจารณาลักษณะของความสัมพันธ์
2. สร้างสมการของความสัมพันธ์โดยพิจารณาจากข้อมูลที่กำหนดให้
3. คำนวนหาคำตอบ

3) ดำเนินการตามแผน

1. สร้างกราฟของคู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและปริมาณน้ำในถังกำหนดให้



แกน X แทนเวลาหน่วยเป็นนาที

แกน Y แทนปริมาณน้ำในถัง

พบว่ากราฟมีลักษณะเป็นแบบฟังก์ชันเชิงเส้น

2. สร้างสมการของความสัมพันธ์โดยพิจารณาจากข้อมูลที่กำหนดให้

เวลา 1 นาที มีปริมาณน้ำในถัง 3 ลิตร = 3x1

เวลา 2 นาที มีปริมาณน้ำในถัง 6 ลิตร = 3x2

เวลา 3 นาที มีปริมาณน้ำในถัง 9 ลิตร = 3x3

เวลา 4 นาที มีปริมาณน้ำในถัง 12 ลิตร = 3x4

ดังนั้นสมการของความสัมพันธ์คือ $y = 3x$

3. คำนวนหาเวลาที่น้ำเต็มถัง

นั่นคือ $y = 90$

จะได้ $90 = 3x$

$30 = x$

ดังนั้น น้ำจะเต็มถังเมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

4) ทบทวนวิธีการและคำตอบ

เมื่อแทนค่า $x = 30$ ลงในสมการ $y = 3x$

จะได้ $y = 3(30)$

$90 = 90$ สมการเป็นจริง

เมื่อพิจารณาความเหมาะสมของคำตอบพบว่ามีความสอดคล้องกันคือเมื่อเวลาเพิ่มขึ้นปริมาณน้ำเพิ่มขึ้น

ตอบ น้ำจะเต็มถังเมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ปัญหาที่ 1</u> นงนุช และสุดา เริ่มสะสมเงินพร้อมกันโดยมีวิธีการที่แตกต่างกันดังนี้ นงนุชเก็บสะสมเงินไว้วันละ 50 บาท สุดาเก็บสะสมเงินดังสมการ $y = 500+30x$ เมื่อ x คือจำนวนวัน y คือจำนวนเงิน อยากทราบว่าเมื่อทั้งสองคนสะสมเงิน ไปได้ 50 วัน ใครจะมีเงินเก็บมากที่สุด

ทด

<u>วิธีทำ</u>

1) **ทำความเข้าใจปัญหา**

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

.....

2) **วางแผนแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

3) **ดำเนินการตามแผน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) **ทบทวนวิธีการและคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอบ</u> .....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ปัญหาที่ 2</u> พลุลูกหนึ่งถูกจุดพุ่งขึ้นไปแนวดิ่ง โดยความสูงของพลุที่พุ่งขึ้นไปเป็นไปตามสมการ $f(t) = -10(t-10)^2+1000$ เมื่อ t แทนเวลาที่พลุเคลื่อนที่หน่วยเป็นวินาที และ f(t) แทนความสูงของพลุหน่วยเป็นเมตร จงหาความสูงที่สุดที่พลุขึ้นไปได้

<u>วิธีทำ</u>

1) **ทำความเข้าใจปัญหา**

ทด

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ถาม .....

.....

2) **วางแผนแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

3) **ดำเนินการตามแผน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) **ทบทวนวิธีการและคำตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอบ</u> .....

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ตารางที่ 16 ค่าความเที่ยง ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบทั้งฉบับ
1	0.68	0.48	0.79
2	0.65	0.46	
3	0.49	0.30	
4	0.60	0.51	
5	0.51	0.28	

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผลการทดสอบความแตกต่างของค่าความแปรปรวน (F-test) และค่าความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิต (t-test) ของผลสัมฤทธิ์**ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน และความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มตัวอย่าง**

ตารางที่ 17 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์กลางภาคเรียนของกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553 ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

	n	$\bar{x}$	s	F	t
กลุ่มทดลอง	45	12.64	1.246	2.199	0.519*
กลุ่มควบคุม	43	12.80	1.593		

*p<.05

ตารางที่ 18 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความรู้พื้นฐานด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

	n	$\bar{x}$	s	F	t
กลุ่มทดลอง	45	15.69	5.116	0.315	0.096*
กลุ่มควบคุม	43	15.58	5.360		

*p<.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 19 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\bar{x}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของกลุ่มตัวอย่าง ค่าเอฟ (F-test) และค่าที (t-test)

	n	$\bar{x}$	s	F	t
กลุ่มทดลอง	45	26.11	5.890	0.502	1.038
กลุ่มควบคุม	43	27.37	5.482		

*p<.05

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอรญา อัญโย เกิดเมื่อวันที่ 16 มกราคม พุทธศักราช 2526 อยู่บ้านเลขที่ 339 หมู่ที่ 3 ตำบลแม่นางขาว อำเภอคุระบุรี จังหวัดพังงา สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ เมื่อปีการศึกษา 2547 สำเร็จการศึกษาประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู จากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทวิโรฒ ศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา ในปีการศึกษา 2551 โดยได้รับทุนการศึกษาจากโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ปัจจุบันรับราชการครู โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน อำเภอเมือง จังหวัดพังงา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย