



บทที่ 3

การใช้ไดอาคอปติกในระบบไฟฟ้ากำลัง

ในบทนี้อธิบายถึงหลักการประยุกต์วิธีไดอาคอปติกเข้าในระบบไฟฟ้ากำลัง โดยใช้ บัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ (BUS IMPEDANCE MATRIX) โดยเริ่มอธิบายถึงการแบ่งระบบไฟฟ้าออกเป็นระบบย่อยๆ หาผลลัพท์ของระบบย่อย แล้วรวมผลลัพท์ของระบบย่อยเข้าด้วยกัน จะได้ผลลัพท์รวมของข่ายวงจรทั้งหมด

3.1 การหาผลลัพท์แบบแยกส่วน^[41, 51]

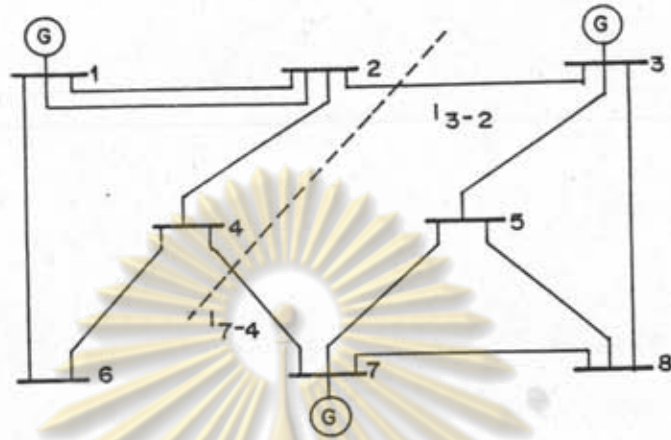
พิจารณาระบบไฟฟ้ากำลัง แสดงในรูปที่ 3.1(ก) ซึ่งประกอบด้วย 8 บัส และสายส่ง 12 เส้นต่อเชื่อมโยงกันอยู่ สมมติระบบนี้ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนโดยเส้นประแสดงถึงเส้นแบ่ง สายที่ถูกตัดเรียกว่าคัทไลน์ (CUT LINE) เส้นที่แบ่งโชนผ่านบัสหนึ่งเรียกว่า บัสร่วม (COMMON BUS) ซึ่งในระบบไฟฟ้ากำลังจะให้บัสร่วมคือ กราวนด์บัส (GROUND BUS) โดยที่

- I_T คือกระแสบัส เนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแส ประกอบด้วย I_1, I_2, \dots, I_8 ซึ่งสมมุติว่ารู้ค่า
- E_T คือแรงดันคร่อมบัสเทียบกับกราวนด์ ประกอบด้วย E_1, E_2, \dots, E_8 ซึ่งต้องการหาค่า
- i_c คือกระแสในคัทไลน์ ประกอบด้วย i_{3-2}, i_{7-4} ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่รู้ค่า

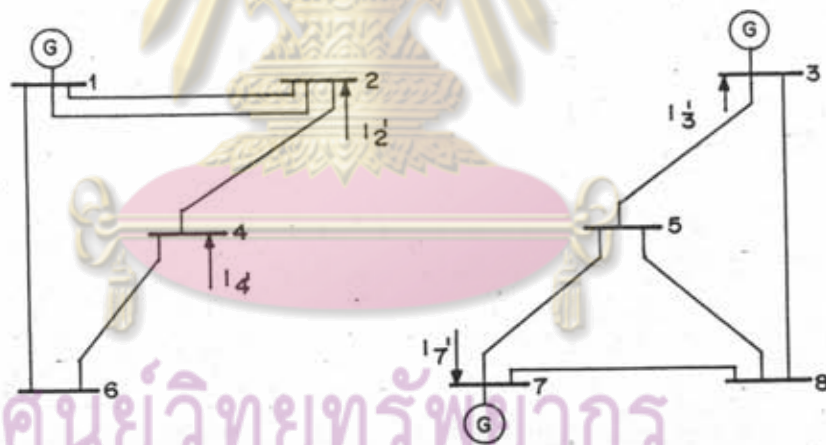
โดยวิธีการของไดอาคอปติก สมมุติทิศทางของกระแสในคัทไลน์ตามรูปที่ 3.1(ก) ในที่นี้คัทไลน์คือ สาย 3-2 และสาย 7-4 เมื่อตัดคัทไลน์ออกจากระบบจะแยกระบบเดิมออกเป็นระบบย่อย 2 ระบบคือ ระบบย่อย A และระบบย่อย B

เพื่อที่จะให้ระบบย่อย และคัทไลน์ที่แยกออกมามีความสัมพันธ์ของกระแส และแรงดันในส่วนต่าง ๆ มีค่าคงเดิม จึงแทนคัทไลน์ด้วยแหล่งกำเนิดกระแสสมมุติ I_T' ซึ่งประกอบด้วย I_2' และ I_4' ไหลเข้าบัส 2 และบัส 4 ในระบบย่อย A และ I_3' และ I_7' ไหลเข้าบัส 3 และบัส 7 ในระบบย่อย B ตามลำดับ โดยมีขนาดและทิศทางที่จะทำให้แรงดันคร่อมบัสของแต่ละระบบย่อยมีค่าเท่ากับแรงดันคร่อมบัสของระบบเดิมทุกประการ ดังแสดงในรูปที่ 3.1(ข)

ในทำนองเดียวกัน ใส่แหล่งกำเนิดแรงดันสมมุติ E_L ซึ่งประกอบด้วย E_{3-2} และ E_{7-4} คร่อมคัทไลน์ โดยมีขนาดและทิศทางที่ทำให้กระแสในคัทไลน์มีค่าเท่ากับกระแสในสายส่งของระบบเดิมทุกประการ ดังแสดงในรูปที่ 3.1(ค)



รูปที่ 3.1(ก) แสดงระบบไฟฟ้ากำลังก่อนแบ่งโชน



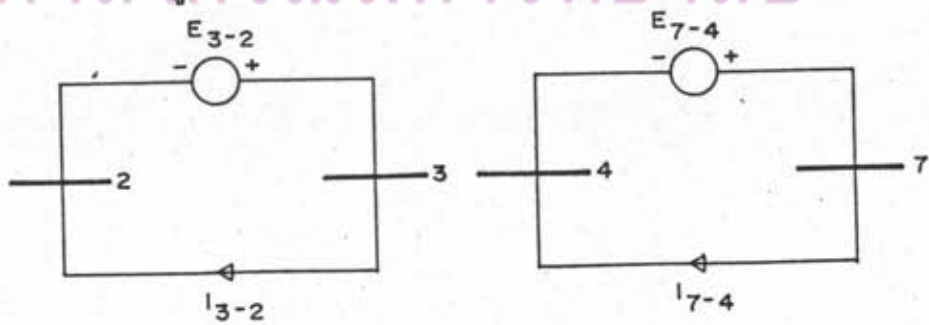
ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ระบบย่อย A

ระบบย่อย B

รูปที่ 3.1(ข) แสดงระบบย่อยหลังแบ่งโชน



รูปที่ 3.1(ค) แสดงวงจรสมมูลย์ของคัทลายน์

ความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดกระแสสมมุติ I_T' กับกระแส i_c ในคัทลายน สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} I_2' &= i_{3-2} \\ I_3' &= -i_{3-2} \\ I_4' &= i_{7-4} \\ I_7' &= -i_{7-4} \end{aligned}$$

สำหรับบัสอื่น ๆ ที่ไม่ได้ต่อกับคัทลายนจะไม่มีความสัมพันธ์ดังกล่าว จากสมการข้างบน สามารถจัดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้คือ

คัทลายน

บัส	3-2	7-4	
-----	-----	-----	--

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_6' \\ I_2' \\ I_4' \\ \hline I_3' \\ I_5' \\ I_7' \\ I_8' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ 6 & & & & & & & & \\ 2 & & & & & & & & \\ 4 & & & & & & & & \\ \hline 3 & & & & & & & & \\ 5 & & & & & & & & \\ 7 & & & & & & & & \\ 8 & & & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{3-2} \\ i_{7-4} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

หรือในรูปทั่วไปดังนี้

$$I_T' = C_{TC} i_c \quad (3.2)$$

โดยที่ C_{TC} คืออินซิเดนซ์เมตริกซ์ของทรี-วงรอบปิด (TREE-CLOSE LOOP INCIDENCE MATRIX)

ในทำนองเดียวกัน ความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดแรงดันสมมุติ E_L ที่คัทลายนต่างๆ กับแรงดันคร่อมบัส E_T สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{3-2} &= E_3 - E_2 \\ E_{7-4} &= E_7 - E_4 \end{aligned}$$

ซึ่งเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Y_{AA} & & \\ & \vdots & \\ & & Y_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_A \\ \\ E_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{TA} + I_{TA}' \\ \\ I_{TB} + I_{TB}' \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

ซึ่งเขียนในรูปสมการทั่วไปได้ดังนี้

$$Y_{TT} E_T = I_T + I_T' \quad (3.9)$$

โดยที่ Y_{TT} คือ บัสแอดมิทแตนซ์เมตริกซ์ของระบบย่อย ซึ่งอยู่ในรูปกลุ่มเมตริกซ์แนวทแยง (BLOCK DIAGONAL MATRIX)

จากสมการ (3.9) เมื่อแก้สมการเมตริกซ์ จะหาค่าแรงดันคร่อมบัสได้ นั่นคือ

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT} I_T' \quad (3.10)$$

โดยที่ Z_{TT} คือ บัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของระบบย่อย ซึ่งอยู่ในรูปกลุ่มเมตริกซ์แนวทแยง

จะเห็นได้ว่า ลักษณะเมตริกซ์แนวทแยงจะทำให้ลดที่เก็บข้อมูลในหน่วยความจำของเครื่องดิจิทัลคอมพิวเตอร์ลง

ในการคำนวณหาสมาชิกต่าง ๆ ของ Z_{TT} จะไม่หามาจากส่วนกลับของ Y_{TT} แต่จะใช้วิธีการสร้างบัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของแต่ละระบบย่อยโดยตรงตามวิธีของ STAGG และ EL-ABIAD^[2]

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสในคัทลายน และแหล่งกำเนิดแรงดันสมมูลย์ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_{3-2} \\ \\ E_{7-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{32} & & \\ & \vdots & \\ & & Z_{74} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{3-2} \\ \\ i_{7-4} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ในรูปทั่วไปสามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_L = Z_{LL} i_C \quad (3.12)$$

โดยที่ E_L คือ แรงดันสมมูลย์คร่อมคัทลายน

Z_{LL} คือ อิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของคัทลายน

i_C คือ กระแสในคัทลายน

แทนค่า I_T' จากสมการ (3.2) ลงในสมการ (3.10) จะได้

$$E_T = Z_{TT}I_T + Z_{TT}C_{TC}i_C \quad (3.13)$$

แทนค่า E_L จากสมการ (3.12) ลงในสมการ (3.4) จะได้

$$Z_{LL}i_C = -C_{TC}^* E_T \quad (3.14)$$

แทนค่า E_T จากสมการ (3.13) ลงในสมการ (3.14) จะได้

$$Z_{LL}i_C = -C_{TC}^* (Z_{TT}I_T + Z_{TT}C_{TC}i_C) \quad (3.15)$$

สมการ (3.15) จัดให้อยู่ในรูปที่เหมาะสมจะได้

$$0 = C_{TC}^* Z_{TT}I_T + (C_{TC}^* Z_{TT}C_{TC} + Z_{LL})i_C \quad (3.16)$$

จากสมการ (3.13) และ (3.16) จะได้

$$\begin{bmatrix} E_T \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{TT} & Z_{TT}C_{TC} \\ C_{TC}^* Z_{TT} & C_{TC}^* Z_{TT}C_{TC} + Z_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_T \\ i_C \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} E_T \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_T \\ i_C \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_{TT} \\ Z_2 &= Z_{TT}C_{TC} \\ Z_3 &= C_{TC}^* Z_{TT} = Z_2^* \\ Z_4 &= C_{TC}^* Z_{TT}C_{TC} + Z_{LL} \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดยทั่วไปถ้าเราแบ่งระบบออกเป็นระบบย่อยทั้งหมด N ระบบ สมการ (3.18) สามารถเขียนได้ดังนี้

		A	B	C.....N	คัทลายน์	
E_A	A	Z_{AA}			Z_{2AA}	I_{TA}
E_B	B		Z_{BB}		Z_{2BB}	I_{TB}
E_C	C			Z_{CC}	Z_{2CC}	I_{TC}
.
.
E_N	N			Z_{NN}	Z_{2NN}	I_{TN}
0	Z_2^t	Z_{2AA}^t	Z_{2BB}^t Z_{2NN}^t	Z_4	i_C

(3.19)

การหา E_T เมื่อรู้ค่า I_T ทำได้โดยเขียนสมการ (3.10) อีกครั้งคือ

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT}' I_T' \tag{3.10}$$

แทนค่า I_T' จากสมการ (3.2) ลงในสมการ (3.10) จะได้

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT}' (C_{TC} I_C) \tag{3.20}$$

จากสมการ (3.16) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$i_C = Z_4^{-1} (-C_{TC}^t (Z_{TT} I_T)) \tag{3.21}$$

แทนสมการ (3.21) ลงในสมการ (3.20) จะได้

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT}' (C_{TC} (Z_4^{-1} (-C_{TC}^t (Z_{TT} I_T)))) \tag{3.22}$$

คู่มือวิทยุพัชกร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากสมการ (3.22) สามารถเขียนเป็น 6 ขั้นตอน โดยคิดจากวงเล็บในสุดดังนี้

1. $E_T^{(0)} = Z_{TT} I_T$
2. $e_c' = -C_{TC} E_T^{(0)}$
3. $i_c = Z_4^{-1} e_c'$
4. $I_T' = C_{TC} i_c$
5. $E_T^{(1)} = Z_{TT} I_T'$
6. $E_T = E_T^{(0)} + E_T^{(1)}$

จากสมการ (3.18) สามารถหาค่า E_T โดยกำจัดตัวแปร i_c ได้โดยใช้วิธีพีชคณิต หรือใช้วิธีของ Kron's Reduction Scheme จะได้

$$E_T = (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2^t) I_T \tag{3.23}$$

หรือ $E_T = Z_1' I_T \tag{3.24}$

โดยที่ $Z_1' = Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2^t \tag{3.25}$

จากสมการ (3.23) - (3.25) จะเห็นว่า Z_1' คือ Z-BUS ของระบบรวมทั้งหมด ซึ่งหามาจากวิธีไดอาคอบติด และใช้เนื้อที่ในหน่วยความจำน้อยกว่าการหา Z-BUS จากวิธี บัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของ Stagg และ El-Abiad ⁽²⁾

จากสมการ (3.23) และ (3.24) สมมติให้กระแสที่ทุกบัส (I_T) เท่ากับศูนย์ ยกเว้น บัส A (บัส A เป็นบัสที่เกิดลัดวงจร) โดยที่ $I_A = 1$ จะได้ ⁽⁴⁾

$$\begin{bmatrix} Z_{1A} \\ Z_{2A} \\ \vdots \\ Z_{AA} \\ \vdots \\ Z_{PA} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2^t) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

จากสมการ (3.26) จะเห็นว่าในการวิเคราะห์การลัดวงจรที่แต่ละบัสสามารถหา Z-BUS เฉพาะ column ของบัสที่เกิดการลัดวงจรซึ่งเพียงพอในการคำนวณแล้ว ไม่ต้องหา Z-BUS ของระบบรวมทั้งหมดซึ่งใช้เนื้อที่ในหน่วยความจำมากกว่า

สมมติเกิดลัดวงจรชนิดสามสายที่บัส A สามารถหาผลลัพท์ได้ดังนี้

$$i_A^f = \frac{E_A^{(0)}}{Z_{aa}} \quad (3.27)$$

$$E_p^f = E_p^{(0)} - i_A^f Z_{ap} \quad (3.28)$$

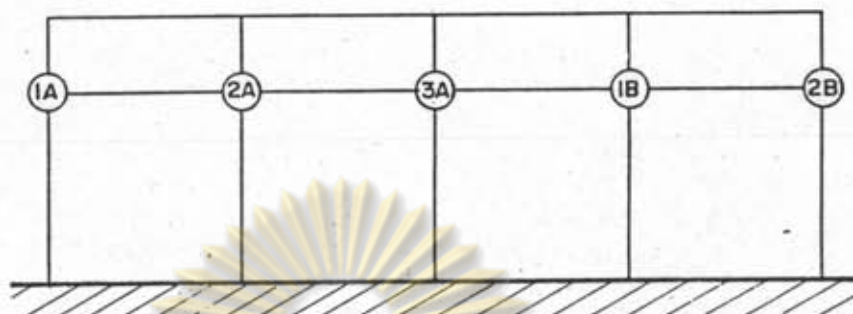
- โดยที่
- i_A^f : กระแสบัส (Bus Current) ลงดินที่บัส A
 - $E_A^{(0)}$: แรงดันก่อนเกิดลัดวงจร (Pre-Fault Voltage) ที่บัส A
 - Z_{aa} : ค่าอิมพีแดนซ์ของ Z-BUS คอลัมน์ในแถว และคอลัมน์ a
 - E_p^f : แรงดันเนื่องจากการเกิดลัดวงจรที่บัส A
 - $E_p^{(0)}$: แรงดันก่อนเกิดลัดวงจรที่บัส A
 - Z_{ap} : ค่าอิมพีแดนซ์ของ Z-BUS คอลัมน์ ในแถว และคอลัมน์ p

จากสมการ (3.27) และ (3.28) จะเห็นได้ว่า เราสามารถหาค่ากระแสและแรงดันที่บัสและสายต่าง ๆ เนื่องจากเกิดลัดวงจรที่บัส A ได้โดยใช้เพียงอิลีเมนต์ต่าง ๆ ในคอลัมน์ a ของ Z-BUS เท่านั้น

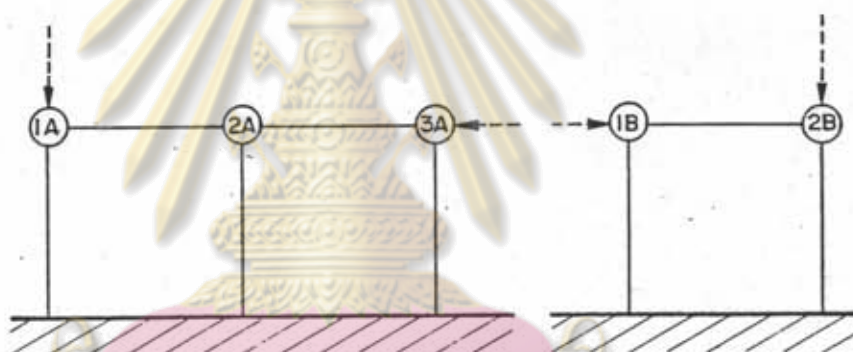


ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2 ตัวอย่างการหาผลลัพท์^[4]



รูปที่ 3.2 แสดงระบบไฟฟ้าซึ่งถูกแบ่งออกเป็น 2 โชน



รูปที่ 3.3 แสดงระบบไฟฟ้าหลังจากถูกแบ่งออกเป็น 2 โชน

พิจารณาระบบไฟฟ้าในรูปที่ 3.2 สมมติอิมพีแดนซ์ของสายทุกเส้นเป็น 1 P.U. ระบบถูกแบ่งออกเป็น 2 ระบบย่อย โดยแบ่งผ่านบัสร่วม ซึ่งระบบที่ถูกแบ่งแล้วจะได้ตามที่แสดงในรูป 3.3 ระบบไฟฟ้าที่ทำการหาผลลัพท์โดยวิธีแบ่งโชนนี้ ต้องไม่มีมิวชวลคัปปลิง (Mutual Coupling) ระหว่างสายที่อยู่ต่างโชนกัน แต่มีมิวชวลคัปปลิงระหว่างสายที่อยู่ต่างโชนกันหรือระหว่างคัทลายนีได้จากระบบไฟฟ้ารูปที่ 3.3 สามารถหาผลลัพท์ได้ตามลำดับดังนี้

ก. หาอีเจนแวลูและเวกเตอร์เมตริกซ์ ของแต่ละระบบย่อย

	1A	2A	3A	1B	2B
$Z_1 =$	1A	0.625	0.25	0.125	
	2A	0.25	0.5	0.25	
	3A	0.125	0.25	0.625	
	1B			0.667	0.333
	2B			0.333	0.667

ข. หาค่าลักษณะอีเจนแวลูเมตริกซ์

	2B-1A	3A-1B
$Z_{LL} =$	2B-1A	1
	3A-1B	1

ค. หาเมตริกซ์ Z_2

เมตริกซ์ Z_2 อาจหาได้จากผลคูณของเมตริกซ์ $Z_1 C_{TC}$ ก็ได้ แต่ในที่นี้จะหาโดยไม่ใช่ C_{TC} จะเห็นว่า C_{TC} เป็นเมตริกซ์ที่มีสมาชิกประกอบด้วย 0, 1, -1 ดังนั้นเมตริกซ์ Z_2 หรือผลคูณของ $Z_1 C_{TC}$ ประกอบด้วยสมาชิกใน Z_1 โดยกำหนดเครื่องหมายจากทิศทางของคัตลายน์ สมมติคัตลายน์ 2B-1A เชื่อมระหว่างโหนด A และ โหนด B มีทิศทางจากโหนด 2B ไปโหนด 1A ค่าสมาชิกในแกนตั้ง C_1 ของเมตริกซ์ Z_2 ก็คือ สมาชิกในแถวตั้ง 1A ลบด้วยสมาชิกในแถวตั้ง 2B ของเมตริกซ์ Z_1 สำหรับคัตลายน์เส้นอื่นก็หาได้เช่นเดียวกัน ดังนี้

		C1	C2
		1A-2B	1B-3A
$Z_2 =$	1A	0.625	-0.125
	2A	0.25	-0.25
	3A	0.125	-0.625
	1B	-0.333	0.667
	2B	-0.667	0.333

ง. หาเมตริกซ์ Z_4

เมตริกซ์ Z_4 หาได้จากเมตริกซ์ Z_2 ด้วยวิธีดังนี้ สมาชิกในแถวบน C_1 ของเมตริกซ์ Z_4 เท่ากับ สมาชิกในแถวบน 1A ลบด้วยสมาชิกในแถวบน 2B ของเมตริกซ์ Z_2 ส่วนสมาชิกในแถวบน C_2 ของ Z_4 เท่ากับสมาชิกในแถวบน 3A ลบด้วยสมาชิกในแถวบน 1B ของเมตริกซ์ Z_2 (ในกรณีที่มีคัตหลายมากกว่า 2 เส้น การหาสมาชิกในแถวบนของ C_3, C_4, \dots ก็ทำในวิธีเดียวกัน) หลังจากนั้นเอาเมตริกซ์ที่ได้บวกกับคัตหลายอันในเมตริกซ์ (Z_{LL}) จะได้เมตริกซ์ Z_4 ดังนี้

		C1	C2		
		1A-2B	1B-3A	1A-2B	1B-3A
$Z_4 =$	C1	1.292	-0.458	1A-2B	1
	1A-2B				
	C2	-0.458	1.292	1B-3A	1
	1B-3A				
		+			

		C1	C2
		1A-2B	1B-3A
$=$	C1	2.292	-0.458
	1A-2B		
	C2	-0.458	2.292
	1B-3A		

จ. หาเมตริกซ์ Z_4^{-1}

	C1	C2
	1A-2B	1B-3A
C1		
1A-2B	1.292	-0.458
C2		
1B-3A	-0.458	1.292

$$Z_4^{-1} =$$

ฉ. สมมติเกิดการลัดวงจรที่บัส 2A เราสามารถหา Z-BUS เฉพาะ column ของ บัส 2A ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Z_{1A2A} \\ Z_{2A2A} \\ Z_{3A2A} \\ Z_{1B2A} \\ Z_{2B2A} \end{bmatrix} = (Z_4 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2^t) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.182 \\ 0.455 \\ 0.182 \\ 0.091 \\ 0.091 \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ Z-BUS ของรูป 3.2 สามารถหาค่าได้ดังนี้

	1A	2A	3A	1B	2B
1A	0.4545	0.1818	0.0909	0.0909	0.1818
2A	0.1818	0.4545	0.1818	0.0909	0.0909
3A	0.0909	0.1818	0.4545	0.1818	0.0909
1B	0.0909	0.0909	0.1818	0.4545	0.1818
2B	0.1818	0.0909	0.0909	0.1818	0.4545