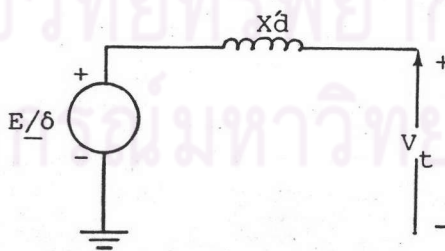


การศึกษาระบบไฟฟ้าทั่วไปและระบบโคเซนเนอร์ชัน

การศึกษาระบบโคเซนเนอร์ชันแตกต่างจากการศึกษาระบบไฟฟ้าทั่วไปในลักษณะของแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และแบบจำลองของโหลด รวมไปถึงการที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลดในระบบโคเซนเนอร์ชันอยู่ใกล้กันมาก ดังนั้น โหลดจึงมีผลต่อเสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบมาก การเลือกใช้แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลดสำหรับระบบไฟฟ้าทั่วไปและระบบโคเซนเนอร์ชันจึงมีความสำคัญมาก เพื่อให้เห็นความแตกต่างระหว่างทั้งสองระบบและผลกระทบต่อกันของทั้งสองระบบอย่างชัดเจนในวิชานี้ผมจึงได้ใช้แบบจำลองอย่างง่ายสำหรับระบบไฟฟ้าทั่วไป ส่วนระบบโคเซนเนอร์ชันจะใช้แบบจำลองที่ละเอียดกว่า

2.1 ระบบไฟฟ้าทั่วไป

ระบบไฟฟ้าทั่วไปจะใช้เป็นตัวแทนของระบบจ่ายไฟฟ้าของรัฐ โดยใช้แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในลักษณะที่ง่าย คือ คลาสสิกเซลล์ โมเดล (classical model) ดังรูปที่ 2.1-1



รูปที่ 2.1-1 Classical Model

โดยกำหนดเงื่อนไขไว้ดังนี้ [7]

1. ในช่วงสภาวะชั่วคราว (Transient) กำลังงานกลที่ป้อนเข้า (P_m) มีค่าคงที่

2. ไม่คิดการหน่วง (damping)
 3. เขียนแทนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยแหล่งจ่ายแรงดันที่มีค่าคงที่ (E) จ่ายไฟฟ้าผ่านทรานเซียนต์ รีแอกแตนซ์ (transient reactance, X'_d) ไปยังขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
 4. มุมของตัวโรเตอร์ (rotor) สัมพันธ์กับมุมทางไฟฟ้า (δ) ของแหล่งจ่ายแรงดัน
 5. โหลดของระบบที่ต่อกับขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า สามารถแทนด้วยค่าอิมพีแดนซ์ (impedance) คงที่ ที่ต่อระหว่างขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากับนิวทรัล (neutral)
- ส่วนแบบจำลองของโหลดนั้น ใช้ในลักษณะของโหลดที่ไม่ขึ้นอยู่กับค่าการเปลี่ยนแปลงของแรงดันไฟฟ้า

$$P_L = \text{Constant}$$

$$Q_L = \text{Constant}$$

การใช้แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าง่ายกว่าข้างต้น เหมาะสมที่จะใช้ศึกษา ลักษณะเสถียรภาพของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในช่วงการแกว่งครั้งแรก (first swing) เท่านั้น เนื่องจากในระยะเวลาสั้น ๆ ค่าพารามิเตอร์หลักเปลี่ยนแปลงไม่ทัน ดังนั้นจึงกำหนดได้เสมือนกับแหล่งจ่ายแรงดันคงที่

2.2 ระบบโคเซนเนอเรชัน

ระบบโคเซนเนอเรชันจะมีแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และโหลดที่ซับซ้อนมากกว่าระบบไฟฟ้าทั่วไป เพื่อให้ผลแบบพลวัตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลดที่เกิดขึ้นมีความถูกต้องมากที่สุด ผลแบบพลวัตของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลดนี้เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ (parameter) ของตัวเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเองและของโหลดด้วย ดังนั้นจุดที่สำคัญที่สุดของระบบโคเซนเนอเรชัน จึงอยู่ที่รายละเอียดของแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและโหลด ดังจะ ได้กล่าวถึงต่อไป

2.2.1 แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

แบบจำลองนี้จะประกอบด้วยแบบจำลองย่อย 2 แบบคือ

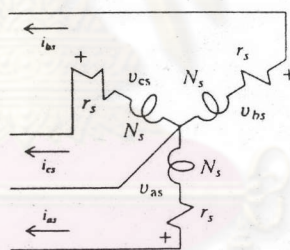
- แบบจำลองของเครื่องจักรแบบซิงโครนัส (synchronous machine model)
- แบบจำลองของเอ็กไซเตอร์ (exciter model)

เนื่องจากเป็นการศึกษาเสถียรภาพของระบบโคเซนเนอเรชัน ในช่วงการแกว่งครั้งแรกเพื่อใช้เปรียบเทียบกับเสถียรภาพของระบบไฟฟ้าทั่วไป ดังนั้นจึงไม่ได้รวมผลของกัปเวอร์เนอร์ (governor) เพราะผลของกัปเวอร์เนอร์นี้จะเริ่มมีผลต่อเมื่อเวลาผ่านไปนานพอสมควร

แบบจำลองของเครื่องจักรแบบซิงโครไนส์ [8]

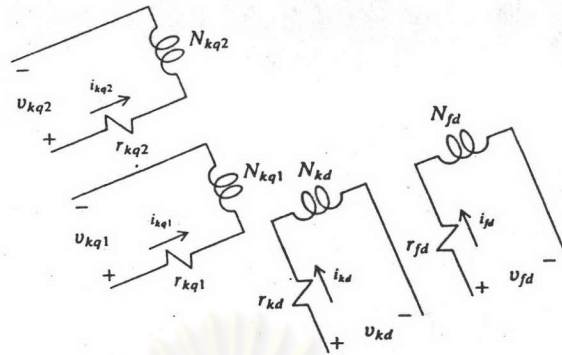
แบบจำลองนี้จะประกอบไปด้วยพารามิเตอร์ต่าง ๆ จำนวนมากที่แสดงอยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์ (rotor reference frame) การที่ให้ค่าพารามิเตอร์ เหล่านี้ปรากฏอยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์ เพื่อทำให้ค่าอินдукแตนซ์ (inductances) ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา มีค่าคงที่ ดังนั้น การใช้แกนอ้างอิงในโรเตอร์จึงมีประโยชน์มากในการวิเคราะห์เครื่องจักรแบบซิงโครไนส์

แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าประกอบด้วย ส่วนที่เป็นสเตเตอร์ (stator) และส่วนที่เป็นโรเตอร์ ส่วนของสเตเตอร์จะมีขดลวดสเตเตอร์ของแต่ละเฟสดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2.2.1-1 ขดลวดสเตเตอร์

ส่วนของโรเตอร์จะประกอบด้วยขดลวดสนาม (field) 1 ขด และขดลวดแดมเปอร์ (damper) อีก 3 ขด ซึ่งขดลวดสนามและขดลวดแดมเปอร์ 1 ขดจะอยู่บนแกนแม่เหล็กเดียวกัน (d-axis) ส่วนขดลวดแดมเปอร์อีก 2 ขดจะอยู่บนแกนแม่เหล็กอีกแกน (q-axis) ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2.2.1-2 ขดลวดโรเตอร์

จากนั้นจะพบว่าการทำงานที่จะทำให้พารามิเตอร์ทุกตัวของสเตเตอร์ย้ายไปอยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์โดยจะต้องแปลงค่าพารามิเตอร์ ตามสูตรการเปลี่ยนค่าดังนี้

$$f_{qd0s}^r = K^r f_{qd0s} \tag{2.2.1-1}$$

$$K^r = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r - \theta) & -\sin(\theta_r - \theta) & 0 \\ \sin(\theta_r - \theta) & \cos(\theta_r - \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.2.1-2}$$

$$(f_{qd0s}^r)^T = [f_{qs}^r \quad f_{ds}^r \quad f_{0s}^r]$$

= ค่าพารามิเตอร์บนแกนแม่เหล็กที่อยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์

$$(f_{qd0s})^T = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}]$$

= ค่าพารามิเตอร์บนแกนแม่เหล็กที่อยู่ในแกนอ้างอิงใด ๆ

(superscript " r " หมายถึงพารามิเตอร์นั้นอยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์และค่า f จะหมายถึง ค่าแรงดัน หรือ ค่ากระแส หรือ ค่าลัดซ์แม่เหล็ก (flux) เป็นต้น)

สมการแรงดันในแกนอ้างอิงในโรเตอร์ [8]

จากเดิมที่ยังไม่มีการแปลงค่าพารามิเตอร์ของสเตเตอร์ ให้ไปอยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์ จะเขียนสมการแรงดันได้ดังนี้

$$v_{abcs} = -r_s i_{abcs} + p \lambda_{abcs} \tag{2.2.1-3}$$

$$v_{qdr} = r_r i_{qdr} + p \lambda_{qdr} \tag{2.2.1-4}$$

โดยที่

$$(V_{abc s})^T = [V_{as} \quad V_{bs} \quad V_{cs}] \quad (2.2.1-5)$$

$$(V_{qdr})^T = [V_{kq1} \quad V_{kq2} \quad V_{fd} \quad V_{kd}] \quad (2.2.1-6)$$

$$r_s = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_s] \quad (2.2.1-7)$$

$$r_r = \text{diag}[r_{kq1} \quad r_{kq2} \quad r_{fd} \quad r_{kd}] \quad (2.2.1-8)$$

เมื่อผ่านการแปลงค่าพารามิเตอร์ให้ไปอยู่ในแกนอ้างอิงในโรเตอร์ แล้วจะพบว่า
รูปสมการจะเปลี่ยนไปดังนี้

$$v_{qd0s}^r = -r_s i_{qd0s}^r + \omega_r \lambda_{dqs}^r + p \lambda_{qd0s}^r \quad (2.2.1-9)$$

$$v_{qdr}^r = r_r i_{qdr}^r + p \lambda_{qdr}^r \quad (2.2.1-10)$$

โดยที่

$$(\lambda_{dqs}^r)^T = [\lambda_{ds}^r - \lambda_{qs}^r \quad 0] \quad (2.2.1-11)$$

จากสมการ (2.2.1-9) และ (2.2.1-10) ซึ่งอยู่ในรูปของเมตริกซ์ สามารถ
เขียนใหม่เป็นดังนี้

$$v_{qs}^r = -r_s i_{qs}^r + \omega_r \lambda_{ds}^r + p \lambda_{qs}^r \quad (2.2.1-12)$$

$$v_{ds}^r = -r_s i_{ds}^r - \omega_r \lambda_{qs}^r + p \lambda_{ds}^r \quad (2.2.1-13)$$

$$v_{0s} = -r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (2.2.1-14)$$

$$v_{kq1}^r = r_{kq1}' i_{kq1}^r + p \lambda_{kq1}^r \quad (2.2.1-15)$$

$$v_{kq2}^r = r_{kq2}' i_{kq2}^r + p \lambda_{kq2}^r \quad (2.2.1-16)$$

$$v_{fd}^r = r_{fd}' i_{fd}^r + p \lambda_{fd}^r \quad (2.2.1-17)$$

$$v_{kd}^r = r_{kd}' i_{kd}^r + p \lambda_{kd}^r \quad (2.2.1-18)$$

โดยที่

$$\lambda_{qs}^r = -L_{1s} i_{qs}^r + L_{mq} (-i_{qs}^r + i_{kq1}^r + i_{kq2}^r) \quad (2.2.1-19)$$

$$\lambda_{ds}^r = -L_{1s} i_{ds}^r + L_{md} (-i_{ds}^r + i_{kd}^r + i_{fd}^r) \quad (2.2.1-20)$$

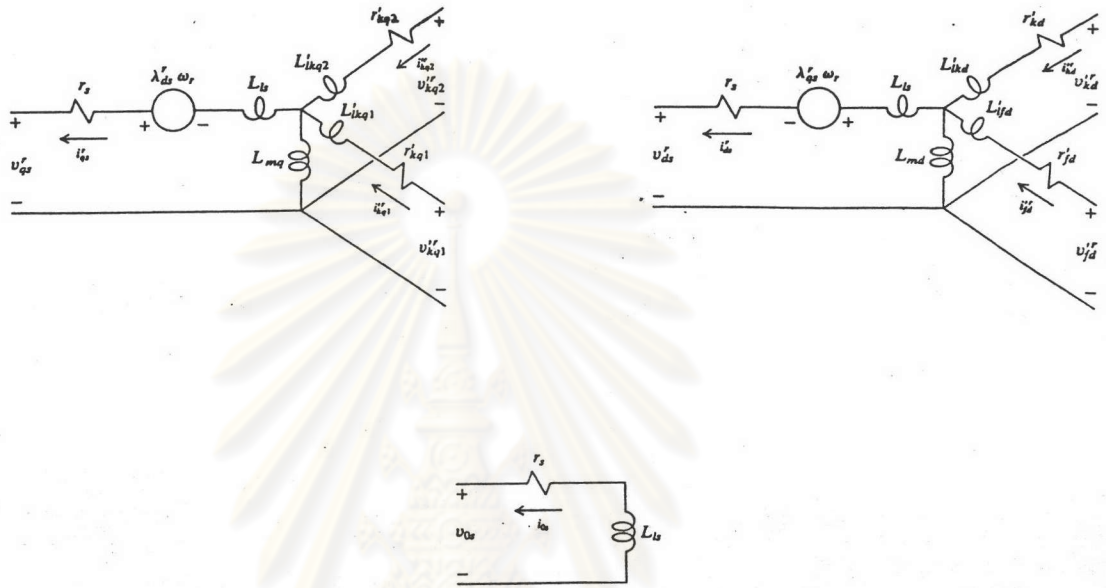
$$\lambda_{0s} = -L_{1s} i_{0s} \quad (2.2.1-21)$$

$$\lambda_{kq1}^r = L_{1kq1}' i_{kq1}^r + L_{mq} (-i_{qs}^r + i_{kq1}^r + i_{kq2}^r) \quad (2.2.1-22)$$

$$\lambda_{kq2}^r = L_{1kq2}' i_{kq2}^r + L_{mq} (-i_{qs}^r + i_{kq1}^r + i_{kq2}^r) \quad (2.2.1-23)$$

$$\lambda'_{fd} = L'_{lfd} i'_{fd} + L_{md} (-i'_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \tag{2.2.1-24}$$

$$\lambda'_{kd} = L'_{ikd} i'_{kd} + L_{md} (-i'_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \tag{2.2.1-25}$$



รูปที่ 2.2.1-3 วงจรสมมูลของเครื่องจักรแบบซิงโครนัส (synchronous machine)

จากสมการ (2.2.1-12) ถึง (2.2.1-25) จะพบว่า เพื่อความสะดวกและง่ายแก่การหาค่าพารามิเตอร์ จึงควรใช้ค่าฟลักซ์แม่เหล็กคล้องขดลวด (flux linkage) ในสมการให้อยู่ในเทอมของค่ารีแอกแตนซ์ (reactances) มากกว่าค่าอินдукแตนซ์ (inductances) ดังนั้นจะได้ว่า

$$v'_{qs} = -r_s i'_{qs} + \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi'_{ds} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qs} \tag{2.2.1-26}$$

$$v'_{ds} = -r_s i'_{ds} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi'_{qs} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{ds} \tag{2.2.1-27}$$

$$v_{0s} = -r_s i_{0s} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{0s} \tag{2.2.1-28}$$

$$v'_{kq1} = r'_{kq1} i'_{kq1} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{kq1} \tag{2.2.1-29}$$

$$v'_{kq2} = r'_{kq2} i'_{kq2} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{kq2} \tag{2.2.1-30}$$

$$v'_{fd} = r'_{fd} i'_{fd} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{fd} \tag{2.2.1-31}$$

$$v'_{kd} = r'_{kd} i'_{kd} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{kd} \tag{2.2.1-32}$$

โดยที่

$$\psi'_{qs} = -X_{ls}i'_{qs} + X_{mq}(-i'_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \quad (2.2.1-33)$$

$$\psi'_{ds} = -X_{ls}i'_{ds} + X_{md}(-i'_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \quad (2.2.1-34)$$

$$\psi_{0s} = -X_{ls}i_{0s} \quad (2.2.1-35)$$

$$\psi'_{kq1} = X'_{lkq1}i'_{kq1} + X_{mq}(-i'_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \quad (2.2.1-36)$$

$$\psi'_{kq2} = X'_{lkq2}i'_{kq2} + X_{mq}(-i'_{qs} + i'_{kq1} + i'_{kq2}) \quad (2.2.1-37)$$

$$\psi'_{fd} = X'_{lfd}i'_{fd} + X_{md}(-i'_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \quad (2.2.1-38)$$

$$\psi'_{kd} = X'_{lkd}i'_{kd} + X_{md}(-i'_{ds} + i'_{fd} + i'_{kd}) \quad (2.2.1-39)$$

สำหรับสมการแรงดันสนาม (2.2.1-31) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$e'_{x'fd} = v'_{fd} \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \quad (2.2.1-40)$$

$$e'_{x'fd} = \frac{X_{md}}{r'_{fd}} \left(r'_{fd} i'_{fd} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{fd} \right) \quad (2.2.1-41)$$

จากสมการ (2.2.1-26) ถึง (2.2.1-32) สามารถเขียนสมการแรงดันให้อยู่
ในรูปของค่าพิกซ์แม่เหล็กต้องขดลวดต่อวินาทีเพียงอย่างเดียวได้ดังสมการในหน้าถัดไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\begin{bmatrix} \psi_{a2} \\ \psi_{a1} \\ \psi_{0s} \\ \psi_{kq1} \\ \psi_{kq2} \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_s a_{11} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & -r_s a_{12} & -r_s a_{13} & 0 & 0 \\ \frac{\omega_r}{\omega_b} & 0 & -r_s a_{12} & -r_s a_{13} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega_r}{\omega_b} & -r_s b_{11} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & -r_s b_{12} & -r_s b_{13} \\ 0 & 0 & -\frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & 0 \\ r'_{kq1} a_{21} & 0 & r'_{kq1} a_{22} + \frac{p}{\omega_b} & r'_{kq1} a_{23} & 0 & 0 \\ r'_{kq2} a_{31} & 0 & r'_{kq2} a_{32} & r'_{kq2} a_{33} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 \\ 0 & X_{md} b_{21} & 0 & 0 & X_{md} b_{22} + r'_{fd} \frac{p}{\omega_b} & X_{md} b_{23} \\ 0 & r'_{kd} b_{31} & 0 & 0 & r'_{kd} b_{32} & r'_{kd} b_{33} + \frac{p}{\omega_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{a2} \\ \psi_{a1} \\ \psi_{0s} \\ \psi_{kq1} \\ \psi_{kq2} \\ \psi_{fd} \\ \psi_{kd} \end{bmatrix}$$

(2.2.1-42)

ศูนย์วิทยุโทรพยากร
จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

โดยที่

$$X_q = X_{ls} + X_{mq} \quad (2.2.1-43)$$

$$X_d = X_{ls} + X_{md} \quad (2.2.1-44)$$

$$X'_{kq1} = X'_{lkq1} + X_{mq} \quad (2.2.1-45)$$

$$X'_{kq2} = X'_{lkq2} + X_{mq} \quad (2.2.1-46)$$

$$X'_{fd} = X'_{lfd} + X_{md} \quad (2.2.1-47)$$

$$X'_{kd} = X'_{lkd} + X_{md} \quad (2.2.1-48)$$

$$a_{ij} = \frac{1}{D_q} \begin{bmatrix} X'_{kq1}X'_{kq2} - X_{mq}^2 & -X_{mq}X'_{kq2} + X_{mq}^2 & -X_{mq}X'_{kq1} + X_{mq}^2 \\ X_{mq}X'_{kq2} - X_{mq}^2 & -X_qX'_{kq2} + X_{mq}^2 & X_qX_{mq} - X_{mq}^2 \\ X_{mq}X'_{kq1} - X_{mq}^2 & X_qX_{mq} - X_{mq}^2 & -X_qX'_{kq1} + X_{mq}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2.1-49)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{D_d} \begin{bmatrix} X'_{fd}X'_{kd} - X_{md}^2 & -X_{md}X'_{kd} + X_{md}^2 & -X_{md}X'_{fd} + X_{md}^2 \\ X_{md}X'_{kd} - X_{md}^2 & -X_dX'_{kd} + X_{md}^2 & X_dX_{md} - X_{md}^2 \\ X_{md}X'_{fd} - X_{md}^2 & X_dX_{md} - X_{md}^2 & -X_dX'_{fd} + X_{md}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2.1-50)$$

$$D_q = X_{mq}^2(X_q - 2X_{mq} + X'_{kq1} + X'_{kq2}) - X_qX'_{kq1}X'_{kq2} \quad (2.2.1-51)$$

$$D_d = X_{md}^2(X_d - 2X_{md} + X'_{fd} + X'_{kd}) - X_dX'_{fd}X'_{kd} \quad (2.2.1-52)$$

สมการแรงบิด [8]

$$T_e = -2Hp \frac{\omega_r}{\omega_b} + T_I \quad (2.2.1-53)$$

โดย

$$T_e = [(a_{11} - b_{11})\psi'_{qs}\psi'_{ds} + \psi'_{ds}(a_{12}\psi'_{kq1} + a_{13}\psi'_{kq2}) - \psi'_{qs}(b_{12}\psi'_{fd} + b_{13}\psi'_{kd})] \quad (2.2.1-54)$$

ω_b = เบส (base) ของความเร็วเชิงมุมทางไฟฟ้า

T_I = แรงบิด (torque) ขาเข้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

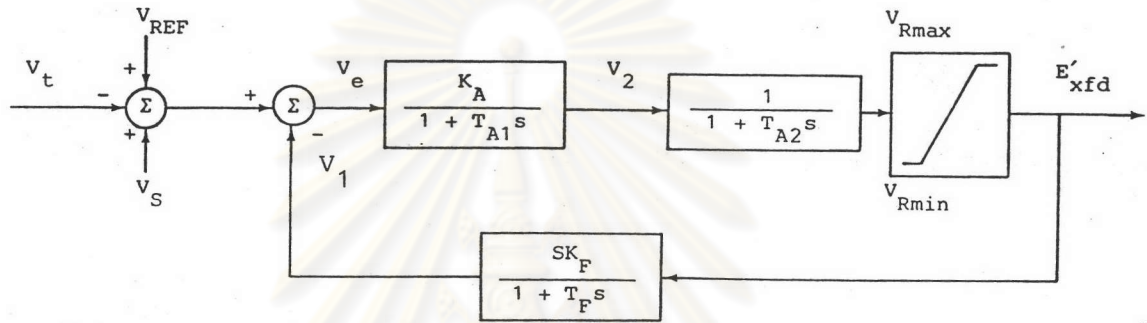
H = ค่าคงที่ความเฉื่อย (inertia)

ค่า แรงบิดทางแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic torque, T_e) มีค่าเป็นบวก เมื่อเครื่องจักรแบบซิงโครนัสทำงานเป็นเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยคิดว่าทิศทางกระแสจาก สเตเตอร์ ไหลออกไปยังขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเป็นทิศทางบวก

แบบจำลองของเอ็กไซเตอร์ [7]

เนื่องจากระบบเอ็กไซเตอร์ช่วยในการปรับปรุงเสถียรภาพของตัวเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและระบบไฟฟ้าด้วย ดังนั้นการคิดผลของเอ็กไซเตอร์ก็จะทำให้ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบมีความถูกต้องมากขึ้น

แบบจำลองที่ใช้เป็นแบบ Type G - SCR excitation system โดยมีบล็อกไดอะแกรม (block diagram) ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2.2.1-4 Type G-SCR excitation system

จากรูปข้างบนสามารถเขียนเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียล (differential) ได้

ดังนี้

$$pV_1 = \frac{SK_F}{T_F} E'_{xfd} - \frac{1}{T_F} V_1 \tag{2.2.1-55}$$

$$pV_2 = \frac{K_A}{T_{A1}} V_e - \frac{1}{T_{A1}} V_2 \tag{2.2.1-56}$$

$$pE'_{xfd} = \frac{1}{T_{A2}} V_2 - \frac{1}{T_{A2}} E'_{xfd} \tag{2.2.1-57}$$

$$V_e = V_{REF} + V_S - V_t - V_1 \tag{2.2.1-58}$$

2.2.2 แบบจำลองของโหลด

ในภาคอุตสาหกรรมโดยทั่วไปมีการใช้มอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟส (induction motor) เป็นจำนวนมาก ดังนั้นแบบจำลองของโหลดในหัวข้อนี้จะประกอบด้วย แบบจำลองของโหลดที่เป็นมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟสและแบบจำลองของโหลดทั่วไป หรืออาจจะเรียกอีกอย่างว่าแบบจำลองของโหลดแบบพลวัต (Dynamic Load Model) และแบบจำลองของโหลดแบบสถิตย์ (Static Load Model) ตามลำดับ

แบบจำลองของโหลดแบบพลวัต (Dynamic Load Model)

การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบโคเซนเนอเรชันในวิทยานิพนธ์นี้ จะเป็นแบบเงื่อนไขสมดุลหรือสมมาตร (balanced or symmetrical condition) ดังนั้นการเลือกใช้แกนอ้างอิงสำหรับพารามิเตอร์ของโหลดแบบพลวัต จะใช้แกนอ้างอิงหมุนแบบซิงโครนัส (synchronous rotating reference frame) โดยจะใช้มอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟสเป็นตัวแทนของโหลดแบบพลวัต ซึ่งสมการที่จะกล่าวต่อไปจะเป็นสมการแรงดันของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟสที่มีตัวพารามิเตอร์อยู่ในแกนอ้างอิงใด ๆ ถ้าต้องการเปลี่ยนจากแกนอ้างอิงใด ๆ มาเป็นแกนอ้างอิงหมุนแบบซิงโครนัสก็เพียงแค่เปลี่ยนค่า ω ในสมการต่าง ๆ ให้เป็น ω_e เท่านั้น

สมการแรงดันในแกนอ้างอิงใด ๆ ของมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟส [8]

$$v_{abcs} = r_s i_{abcs} + p \lambda_{abcs} \quad (2.2.2-1)$$

$$v_{abcr} = r_r i_{abcr} + p \lambda_{abcr} \quad (2.2.2-2)$$

โดยที่

$$(f_{abcs})^T = [f_{as} \ f_{bs} \ f_{cs}] \quad (2.2.2-3)$$

$$(f_{abcr})^T = [f_{ar} \ f_{br} \ f_{cr}] \quad (2.2.2-4)$$

และเมื่อเปลี่ยนพารามิเตอร์ไปยังแกนแม่เหล็กในแกนอ้างอิงใด ๆ จะได้

$$v_{qd0s} = r_s i_{qd0s} + \omega \lambda_{dqs} + p \lambda_{qd0s} \quad (2.2.2-5)$$

$$v'_{qd0r} = r'_r i'_{qd0r} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dqr} + p \lambda'_{qd0r} \quad (2.2.2-6)$$

$$(\lambda_{dqs})^T = [\lambda_{ds} - \lambda_{qs} 0] \quad (2.2.2-7)$$

$$(\lambda'_{dqr})^T = [\lambda'_{dr} - \lambda'_{qr} 0] \quad (2.2.2-8)$$

ซึ่งสมการดังกล่าวพารามิเตอร์ต่าง ๆ อยู่บนแกนแม่เหล็กในแกนอ้างอิงใด ๆ และสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (2.2.2-9)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (2.2.2-10)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (2.2.2-11)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr} \quad (2.2.2-12)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \quad (2.2.2-13)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p \lambda'_{0r} \quad (2.2.2-14)$$

โดยที่

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.2.2-15)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.2.2-16)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (2.2.2-17)$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.2.2-18)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.2.2-19)$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (2.2.2-20)$$

เช่นเดียวกับแบบจำลองของเครื่องจักรแบบเชิงโคโรนัส เพื่อความสะดวกและง่ายแก่การหาค่าพารามิเตอร์จึงควรใช้ค่าฟลักซ์แม่เหล็กคล่องขดลวด ในสมการ (2.2.2-9) ถึง (2.2.2-14) ในเทอมของค่ารีแอกแตนซ์มากกว่าค่าอินดักแตนซ์ ดังนี้จะได้

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{qs} \quad (2.2.2-21)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{ds} \quad (2.2.2-22)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{0s} \quad (2.2.2-23)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qr} \quad (2.2.2-24)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} - \left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{dr} \quad (2.2.2-25)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + \frac{p}{\omega_b} \psi'_{0r} \quad (2.2.2-26)$$

โดยที่

$$\psi_{qs} = X_{ls} i_{qs} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.2.2-27)$$

$$\psi_{ds} = X_{ls} i_{ds} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.2.2-28)$$

$$\psi_{0s} = X_{ls} i_{0s} \quad (2.2.2-29)$$

$$\psi'_{qr} = X'_{lr} i'_{qr} + X_M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.2.2-30)$$

$$\psi'_{dr} = X'_{lr} i'_{dr} + X_M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.2.2-31)$$

$$\psi'_{0r} = X'_{lr} i'_{0r} \quad (2.2.2-32)$$

จากสมการ (2.2.2-21) ถึง (2.2.2-26) สามารถเขียนสมการแรงดันให้อยู่ในรูปของพังก์ชันแม่เหล็กคล้องขดลวดต่อวินาทีเพียงอย่างเดียวได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega}{\omega_b} & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 & 0 \\ -\frac{\omega}{\omega_b} & \frac{r_s X'_{rr}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & -\frac{r_s X_M}{D} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_s}{X_{ls}} + \frac{p}{\omega_b} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & 0 & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & 0 \\ 0 & -\frac{r'_r X_M}{D} & 0 & -\frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} & \frac{r'_r X_{ss}}{D} + \frac{p}{\omega_b} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r'_r}{X'_{lr}} + \frac{p}{\omega_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qr} \\ \psi'_{dr} \\ \psi'_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.2.2-33)$$

โดยที่

$$X_{ss} = X_{ls} + X_M \quad (2.2.2-34)$$

$$X'_{rr} = X'_{lr} + X_M \quad (2.2.2-35)$$

$$D = X_{ss} X'_{rr} - X_M^2 \quad (2.2.2-36)$$

สมการแรงบิด [8]

$$T_e = 2Hp \frac{\omega_r}{\omega_b} + T_L \quad (2.2.2-37)$$

โดยที่

$$T_e = \frac{X_M}{D} (\psi_{qs} \psi'_{dr} - \psi'_{qr} \psi_{ds}) \quad (2.2.2-38)$$

ค่าแรงบิดทางแม่เหล็กไฟฟ้า (T_e) มีค่าเป็นบวกเมื่อมอเตอร์เหนี่ยวนำ 3 เฟสทำงานแบบมอเตอร์ (motor) โดยคิดว่าทิศทางกระแสที่ไหลจากขั้วของมอเตอร์เข้ามายังสเตเตอร์เป็นทิศทางบวก

แบบจำลองของโหลดแบบสถิตย์ (Static Load Model) [9]

โหลดในลักษณะสถิตย์นี้จะถือว่ามีค่าคงตัวเวลา (time constant) ต่ำมากและมีค่ากำลังจริงของโหลด (real power, P_L) และกำลังรีแอกทีฟของโหลด (reactive power, Q_L) ขึ้นอยู่กับระดับแรงดันและความถี่ทางไฟฟ้า ในกรณีนี้จะคิดผลของแรงดันไฟฟ้าเพียงอย่างเดียว ดังนั้นจะได้ว่า

$$P_L = A + B*V + C*V^2 \quad (2.2.2-39)$$

$$Q_L = A' + B'*V + C'*V^2 \quad (2.2.2-40)$$

โดยที่ A, B, C, A', B' และ C' เป็นค่าคงตัวที่ใช้แทนสัดส่วนของกำลังจริงของโหลด และกำลังรีแอกทีฟของโหลด สำหรับเงื่อนไขกำลังคงที่ กระแสคงที่ และอิมพีแดนซ์คงที่ตามลำดับ เป็นการยากมากที่จะกำหนดค่าคงตัวเหล่านี้ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง เนื่องจากโหลดมีอยู่มากมายหลายชนิด อีกทั้งการใช้งานของโหลดในเวลาต่าง ๆ ก็มีผลต่อค่าคงตัวเหล่านี้ด้วย