เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานที่มีการปรับดุลภาระงานและรายได้

ว่าที่ร้อยตรีศุภกร สุเมธาภิวัฒน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

COLUMN GENERATION TECHNIQUE FOR CREW ROSTERING PROBLEM WITH WORKLOAD AND EARNINGS BALANCING

Acting Sub Lt. Supphakorn Sumetthapiwat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Applied Mathematics and Computational Science

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานที่มีการปรับดุลภาระงานและรายได้
โดย	ว่าที่ร้อยตรีศุภกร สุเมธาภิวัฒน์
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. บุญฤทธิ์ อินทิยศ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชวลิต จีนอนันต์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ หารหนองบัว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กรุง สินอภิรมย์สราญ)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร. บุญฤทธิ์ อินทิยศ)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชวลิต จีนอนันต์)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร. พันทิพา ทิพย์วิวัฒน์พจนา)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(อาจารย์ ดร. บุญฑริกา เกษมสันติธรรม)

ศุภกร สุเมธาภิวัฒน์ : เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานที่มีการปรับดุลภาระงานและรายได้. (COLUMN GENERATION TECHNIQUE FOR CREW ROSTERING PROBLEM WITH WORKLOAD AND EARNINGS BALANCING).
อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : อ. ดร. บุญฤทธิ์ อินทิยศ, อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : ผศ. ดร. ชวลิต จีนอนันต์, 94 หน้า.

ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานสายการบินเป็นปัญหาการสร้างตารางปฏิบัติงานของพนักงานแต่ละคน ซึ่งประกอบไปด้วย คู่เที่ยวบิน กำหนดการฝึกซ้อม ตลอดจนวันหยุดของพนักงานภายใต้เงื่อนไขบังคับที่กำหนด โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ปัญหานี้มักจะเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่เนื่องจากคู่เที่ยวบินของสายการบินและพนักงานการบินมีจำนวนมากและมีเงื่อนไขบังคับที่ซับซ้อน บทความวิจัยนี้เป็นการนำเสนอการแก้ปัญหาการมอบหมายงานให้พนักงานสายการบินโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อปรับดุลรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันมากที่สุด โดยจะใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชันนิ่งในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาผลเฉลย นอกจากนี้ยังนำเสนอผลเฉลยเชิงตัวเลขและการวิเคราะห์ผลเฉลยโดยใช้ข้อมูลจากบริษัทการบินไทยเป็นกรณีศึกษา

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคณนา ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....
ปีการศึกษา 2555 ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม .....

5373872623 : MAJOR APPLIED MATHEMATICS AND COMPUTATIONAL SCIENCE
KEYWORDS : CREW ROSTERING/ COLUMN GENERATION/ SET PARTITIONING

SUPPHAKORN SUMETTHAPIWAT : COLUMN GENERATION TECHNIQUE FOR CREW ROSTERING PROBLEM WITH WORKLOAD AND EARNINGS BALANCING. ADVISOR : BOONYARIT INTIYOT, Ph.D. CO-ADVISOR : ASST. PROF. CHAWALIT JEENANUNTA, Ph.D., 94 pp.

A crew rostering problem in the airline industry is the problem of constructing a crew schedule which consists of flights, pairings, training activities, and days off for each crew member under some certain constraints while minimizing the cost. The size of this problem is usually huge since number of flights, pairings and crews are large; and the constraints are complex. In this paper, we present an approach for solving a crew rostering problem whose objective is to balance workload and earnings among crew members. The problem is modeled as a set partitioning problem and solved using a column generation technique. Some numerical results are presented and analyzed using the data from Thai airways as a case study.

Department Mathematics and Computer Science Student's Signature .....
Field of Study Applied Mathematics and Computational Science Advisor's Signature .....
Co-advisor's Signature .....
Academic Year : 2555

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ได้ด้วยการสนับสนุนจากหลายๆด้าน ทางผู้วิจัยขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. บุญฤทธิ์ อินทิยศ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชวลิต จีนอนันต์ ที่สละเวลาให้คำปรึกษาต่างๆและแนะนำแนวทางในการทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้ จนประสบผลสำเร็จ

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กรุง สินอภิรมย์สราญ ประธานกรรมการสอบ อาจารย์ ดร. พันทิพา ทิพย์วิวัฒน์พจนา กรรมการสอบ และ อาจารย์ ดร. บุญฑริกา เกษมสันติธรรม กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย ที่สละเวลาในการสอบวิทยานิพนธ์ ตลอดจนให้คำแนะนำ ปรับปรุงแก้ไขวิทยานิพนธ์เล่มนี้ ให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ โครงการพัฒนากำลังคนด้านวิทยาศาสตร์ ทุนเรียนดีวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย ที่สนับสนุน เงินทุนในการศึกษา ขอขอบคุณโครงการมหาวิทยาลัยวิจัยแห่งชาติของสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษาและบริษัทการบินไทยจำกัด (มหาชน) ที่ได้ให้ความร่วมมือในงานวิจัยและข้อมูลสำหรับการทำวิจัยเป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา คณาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอน ให้การช่วยเหลือในทุกๆด้าน และ ให้กำลังใจจนประสบผลสำเร็จ

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ฌ

สารบัญภาพ ..... ฎ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย 2

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย 2

1.4 ลำดับขั้นตอนในการนำเสนอผลงานวิจัย 3

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 4

2.1 แนวคิดและทฤษฎี 4

2.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 9

บทที่ 3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวิธีการหาคำตอบ 12

3.1 ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานสำหรับบริษัทการบินไทย 12

3.2 แนวคิดของการแก้ปัญหา 13

3.3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 14

3.3.1 ตัวแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง (Set-partitioning model) 14

3.3.2 ปัญหาย่อย (Sub-problem) 17

3.3.2.1 ลักษณะของข้อมูลที่นำมาสร้างโครงข่ายงาน 18

3.2.2.2 โครงข่ายงาน 19

3.2.2.3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาย่อย 22

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 25

4.1 รายละเอียดของชุดข้อมูล 25

4.2 การทดลอง 26

4.3 ผลการทดลองและการวิเคราะห์ 26

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 44

เอกสารอ้างอิง 46

ภาคผนวก 48

ภาคผนวก ก. กระจายของค่าภาระงานและรายได้สำหรับชุดข้อมูลแต่ละชุด 49

ภาคผนวก ข. Source code สำหรับ IBM ILOG CPLEX Optimization 85

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 94

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

3.1 เงื่อนไขเกี่ยวกับเวลาพักของพนักงาน 13

3.2 ตัวอย่างของข้อมูลที่นำมาสร้างโครงข่ายงาน 18

4.1 สัดส่วนของจำนวนคู่เที่ยวบินในแต่ละเซต 25

4.2 รายละเอียดของข้อมูลแต่ละชุดที่ใช้ในการทดสอบ 26

4.3 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1 28

4.4 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1 29

4.5 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2 30

4.6 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2 31

4.7 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3 32

4.8 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3 33

4.9 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1 34

4.10 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1 35

4.11 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2 36

4.12 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2 37

4.13 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3 38

4.14 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3 39

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

2.1 ตัวอย่างรูปแบบของการตัดแผ่นขนาดมาตรฐาน 6

2.2 วิธีการหาคำตอบในแบบต่างๆของปัญหา Crew Rostering 10

3.1 ลักษณะของคอลัมน์ของเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ในปัญหาหลัก 15

3.2 ตัวอย่างของคอลัมน์ทั้งหมดในเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของปัญหาหลัก 16

3.3 รูปแบบของคำตอบคู่ควบ 17

3.4 การกำหนด จุดต่อ เริ่มต้น และ จุดต่อ เริ่มการมอบหมายงาน 19

3.5 การกำหนดคู่เที่ยวบินในโครงข่ายงาน 20

3.6 การกำหนด อาร์ก เชื่อมต่อที่เป็นไปได้ทั้งหมด 20

3.7 ตัวอย่างโครงข่ายงานที่แสดงถึงการสร้างตารางงานสำหรับพนักงานแต่ละคน 21

3.8 แผนภาพแสดงขั้นตอนการคำนวณในการหาคำตอบของปัญหา 24

4.1 ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A 40

4.2 ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B 40

4.3 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A 41

4.4 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B 42

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

อุตสาหกรรมสายการบินเป็นอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ที่ให้บริการทางด้านการขนส่งทางอากาศ ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนงานต่างๆ หลายด้าน โดยแต่ละส่วนงานจะต้องใช้ทรัพยากรจำนวนมาก ทั้งในด้านของบุคลากร และในส่วนของอุปกรณ์เครื่องใช้ ทั้งนี้ยังรวมถึงเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานด้วย ดังนั้น การบริหารจัดการและการวางแผนจึงเข้ามามีบทบาทมากในการลดต้นทุนการใช้ทรัพยากร และค่าใช้จ่ายดังกล่าว โดยทั้งนี้จะต้องตอบสนองความต้องการของลูกค้า และ เอื้อประโยชน์หรือสอดคล้องกับนโยบายของบริษัท ซึ่งหนึ่งในปัญหาที่สำคัญ คือ ปัญหาการจัดตารางปฏิบัติงานของพนักงานสายการบิน (Crew scheduling)[1]

ปัญหาการจัดตารางปฏิบัติงานของพนักงานสายการบินเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากสายการบินมีจำนวนของเที่ยวบินและจำนวนของพนักงานเป็นจำนวนมาก ดังนั้นโดยทั่วไปจะแบ่งเป็นปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยสองปัญหาคือ ปัญหาการจับคู่เที่ยวบิน (Crew pairing problem)[1] และ ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน (Crew rostering problem)[1] ซึ่งปัญหาการจับคู่เที่ยวบินคือ การลำดับเที่ยวบินแต่ละเที่ยวบินที่ใช้เครื่องบินชนิดเดียวกันรวมเป็นหนึ่งคู่เที่ยวบิน (Pairing)[1] โดยมีเงื่อนไขว่า สนามบินหรือฐานการบินที่เครื่องบินออกไปและกลับมาเป็นฐานเดียวกัน ส่วนปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน คือ การมอบหมายคู่เที่ยวบินที่ได้จากปัญหาแรกให้กับพนักงานแต่ละคน ซึ่งแต่ละคู่เที่ยวบินจะมีความต้องการจำนวนพนักงานที่ไม่เท่ากันและระยะเวลาที่ไม่เท่ากัน โดยมีวัตถุประสงค์แตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับนโยบายของสายการบิน และการมอบหมายงานให้กับพนักงานจะต้องสอดคล้องกับ กฎระเบียบและข้อบังคับของแต่ละสายการบินด้วย

การหาผลเฉลยสำหรับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน มีการนำเสนอการหาผลเฉลยด้วยวิธีต่างๆ มากมาย ทั้งในด้านที่ใช้การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบของ

เซตพาทิชันนิ่ง (Set partitioning)[3,4] และในด้านของการใช้ระเบียบขั้นตอนทางฮิวริสติก [12,13,14,15,16]โดยทั่วไป การหาผลเฉลยของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่จะใช้เวลาค่อนข้างมากดังนั้นจึงมีเทคนิคต่างๆที่เข้ามาช่วยหรือประยุกต์ใช้ร่วมกับขั้นตอนในการหาผลเฉลย เพื่อลดเวลาในการคำนวณ ซึ่งหนึ่งในเทคนิคที่นิยมใช้สำหรับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีขนาดใหญ่คือ เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน (Column generation technique) [7]

งานวิจัยนี้นำเสนอการหาผลเฉลยของปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานโดยประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน และทดสอบวิธีการโดยใช้ข้อมูลของบริษัทการบินไทย จำกัด (มหาชน) เป็นกรณีศึกษา

1.2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาและประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับการหาผลเฉลยของปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน สำหรับพนักงานการบินของบริษัท การบินไทย ที่มีวัตถุประสงค์ต้องการที่จะปรับดุลรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันให้มากที่สุด โดยการมอบหมายงานดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับข้อบังคับของทางบริษัท และ ระเบียบปฏิบัติของสถาบันการบินพลเรือน

1.3. ขอบเขตของงานวิจัย

ศึกษาปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานของบริษัทการบินไทย และสร้างตารางปฏิบัติงานของพนักงานแต่ละคนโดย การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบของ เซตพาทิชันนิ่ง และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาผลเฉลยและตารางปฏิบัติงานของพนักงานแต่ละคนที่ได้จะต้องสอดคล้องข้อบังคับต่างๆของบริษัท ซึ่งจะใช้ข้อมูลของบริษัทการบินไทย สำหรับสร้างตารางปฏิบัติงานสำหรับพนักงานในตำแหน่ง ผู้จัดการบนเครื่องบิน (In-flight manager) เท่านั้น

1.4. ลำดับขั้นตอนในการนำเสนอผลงานวิจัย

วิทยานิพนธ์เล่มนี้ลำดับการนำเสนอตามหัวข้อต่างๆ ดังนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงความรู้พื้นฐาน แนวคิดของการใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน และ ตัวอย่างปัญหาที่ใช้เทคนิคนี้ในการหาผลเฉลย รวมถึงการรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานและวิธีการที่ใช้ในการหาผลเฉลย

บทที่ 3 กล่าวถึง ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานของบริษัทการบินไทย ซึ่งประกอบด้วย วัตถุประสงค์และข้อบังคับการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาดังกล่าว การประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับการหาคำตอบ

บทที่ 4 แสดงผลเฉลยที่ได้จากปัญหาดังกล่าว ทดสอบ เปรียบเทียบ และวิเคราะห์ประสิทธิภาพของผลเฉลยในแต่ละตัวอย่างทดสอบ

บทที่ 5 สรุปผลงานวิจัย ข้อเสนอแนะ รวมถึงการพัฒนาต่อยอดงานวิจัย

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน (Column generation technique)

เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน เป็นเทคนิคที่นิยมใช้สำหรับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ประกอบด้วยตัวแปรที่มีจำนวนมาก ซึ่งมีแนวคิดมาจากหลักการการแยก (Decomposition principle) ที่คิดค้นโดย Dantzig และ Wolfe ในปี 1960 ต่อมาในปี 1984 Desrosiers, Soumis, และ Desrochers เป็นนักวิจัยกลุ่มแรกที่นำแนวคิดดังกล่าวมาสร้างเป็นเทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันที่ใช้ร่วมกับเทคนิคบรานช์แอนด์บาวด์ [2]

พิจารณาปัญหากำหนดการเชิงเส้น (Linear programming problem)ในรูปแบบทั่วไป

โดยที่ λ_j เป็นตัวแปรตัดสินใจ

c_j และ a_{ij} เป็นค่าคงที่

Jเป็นเซตของดัชนีของตัวแปรตัดสินใจทั้งหมด

n เป็นจำนวนสมการเงื่อนไขทั้งหมด

$$Min \sum_{j \in J} c_j \lambda_j$$
$$S.t. \sum_{j \in J} a_{ij} \lambda_j = b_i \quad , i = 1,2,3,...,n$$
$$\lambda_j \geq 0, \; j \in J$$

กำหนดให้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นข้างต้นเรียกว่า ปัญหาหลัก (Master problem หรือ MP) ประกอบไปด้วยเซตของดัชนีของตัวแปรตัดสินใจที่เป็นไปทั้งหมดที่นำมาพิจารณาในปัญหานี้ สำหรับในขั้นตอนการหาคำตอบด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จะทำการหาตัวแปรไม่พื้นฐาน (Non-basic

variable) ที่สามารถปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้นนำเข้าไปเป็นตัวแปรพื้นฐาน (Basic variable) โดยทำการตรวจสอบจาก ค่า reduced cost ซึ่งคำนวณจาก $c_j - \sum_{i=1}^{n} \pi_i a_{ij}$ โดยที่ π_i คือ แปรคู่ควบ (Dual variable) ของเงื่อนไขที่ i สำหรับกรณีที่ปัญหาข้างต้นมีจำนวนตัวแปรไม่พื้นฐานในจำนวนมาก เราจะทำการจำกัดขนาดของปัญหาให้มีขนาดที่เล็กลง โดยการกำหนดเซต J' เป็นเซตดัชนีของตัวแปรตัดสินใจ ซึ่ง $J' \subseteq J$ โดยเรียกปัญหาที่สร้างใหม่นี้ว่า ปัญหาหลักที่ถูกจำกัด (Restricted master problem หรือ RMP) ซึ่งแสดงดังนี้

$$Min \sum_{j \in J'} c_j \lambda_j$$
$$S.t. \sum_{j \in J'} a_{ij} \lambda_j = b_i \quad , i = 1,2,3,..., n$$
$$\lambda_j \geq 0, \; j \in J'$$

ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดขนาดสามารถหาคำตอบได้โดยง่าย แต่คำตอบที่เหมาะสมที่สุดในปัญหานี้อาจจะไม่ใช่คำตอบที่เหมาะสมที่สุดในปัญหาหลัก ดังนั้นเพื่อเป็นการตรวจสอบคำตอบดังกล่าวว่าเหมาะสมที่สุดหรือไม่ จึงทำการสร้างปัญหาย่อย (Sub-problem หรือ SP) โดยปัญหาย่อยนี้จะเป็นการตรวจสอบจากค่า reduced cost ของตัวแปรไม่พื้นฐาน โดยการแก้ปัญหาต่อไปนี้

$\bar{c}^* := \text{Min}\{c(\tilde{a}) - \tilde{\pi}^T \tilde{a} \mid \tilde{a} \in A\}$; เมื่อ A คือเซตของคอลัมน์ทั้งหมดของปัญหา

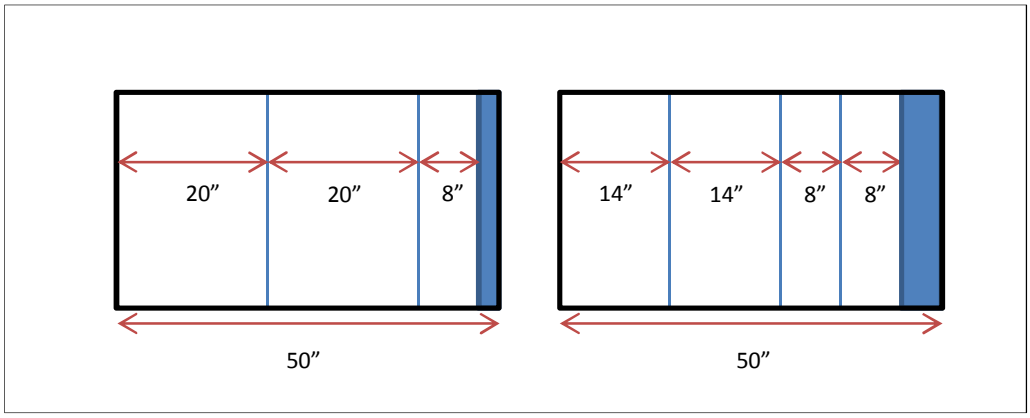
โดยที่ $c(\tilde{a})$ คือ ค่าใช้จ่าย (Cost) ที่คำนวณได้จากคอลัมน์ $\tilde{a}$

$\tilde{\pi}$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรคู่ควบ ซึ่งสอดคล้องกับคำตอบ ณ ปัจจุบันในปัญหาหลักที่ถูกจำกัด

ในกรณีที่ค่า $\bar{c}^* \geq 0$ นั่นคือคำตอบในปัญหาที่ถูกจำกัดเป็นคำตอบที่เหมาะที่สุดในปัญหาหลักด้วย และ สำหรับกรณีที่ $\bar{c}^* < 0$ นั่นคือคำตอบที่ได้ในปัญหาหลักที่ถูกจำกัดยังไม่เหมาะที่สุด ซึ่งเราสามารถปรับปรุงคำตอบได้โดยการนำเข้าตัวแปรไม่พื้นฐานที่สอดคล้องกับคอลัมน์ $\tilde{a}^*$ ที่ได้จากปัญหาย่อย แล้วจึงทำการหาคำตอบของปัญหาหลักอีกครั้ง เป็นกระบวนการเช่นนี้จนกระทั่งไม่สามารถที่จะหาคอลัมน์ที่สามารถปรับปรุงคำตอบได้ ซึ่งเทคนิคดังกล่าวนี้เรียกว่าเป็น เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน

ตัวอย่างปัญหาที่มักใช้แสดงถึงการใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาคำตอบ คือ ปัญหา Cutting stock ซึ่งมีลักษณะดังนี้

พิจารณาแผ่นวัสดุขนาดมาตรฐานที่มีความยาวเท่ากับ 50 นิ้ว ซึ่งจะต้องถูกตัดออกเป็นวัสดุที่มีความยาวขนาด 20 นิ้ว, 14 นิ้ว และ 8 นิ้ว โดยที่มีความต้องการของแต่ละขนาดเป็น 25 แผ่น, 120 แผ่น, และ 20 แผ่น ตามลำดับ ปัญหาคือต้องการตัดวัสดุขนาดต่างๆ ตามความต้องการ โดยจะใช้วัสดุขนาดมาตรฐานน้อยที่สุด สำหรับรูปแบบในการตัดแผ่นวัสดุเป็นไปได้หลากหลายรูปแบบ ตัวอย่างเช่น ดังภาพ 2.1



ภาพที่ 2.1 ตัวอย่างรูปแบบของการตัดแผ่นขนาดมาตรฐาน

ซึ่งเราจะแสดงรูปแบบในการตัดในลักษณะของเวกเตอร์ $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ โดยตัวเลข a_i ในแถวที่ i หมายถึง ในแผ่นวัสดุขนาดมาตรฐานจะตัดเป็นวัสดุในขนาดที่ i เป็นจำนวน a_i แผ่น โดยที่ แถวที่ 1, 2 และ 3 สอดคล้องกับแผ่นวัสดุที่มีขนาด 20 นิ้ว, 14 นิ้ว และ 8 นิ้วตามลำดับ ซึ่งจากตัวอย่างในภาพที่ 2.1 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ และ } \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

จากปัญหาดังกล่าวเราสามารถนำมาสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ดังต่อไปนี้

$$
\begin{aligned}
&Min\ x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n \\
&S.t.\ \ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n \geq 25 \\
&\quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n \geq 120 \\
&\quad a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n \geq 20 \\
&\quad x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0 \ and\ Integer
\end{aligned}
$$

เมื่อ x_i แทนตัวแปรตัดสินใจที่แสดงถึง จำนวนแผ่นวัสดุขนาดมาตรฐานที่ถูกตัดในรูปแบบที่ i เมื่อ $i \in \{1,2,\ldots,n\}$

n แทนจำนวนของรูปแบบการตัดที่เป็นไปได้ทั้งหมด

a_{li} แทนจำนวนของแผ่นขนาดที่ l ที่จะได้จากการใช้รูปแบบการตัดที่ i บนแผ่นวัสดุมาตรฐาน 1 แผ่น

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็นปัญหาหลักมีขนาดที่ใหญ่และยากในการหาคำตอบ เนื่องจากจะพบว่า เซตของคำตอบซึ่งแสดงถึงรูปแบบที่ใช้ในการตัด มีหลากหลายรูปแบบเป็นจำนวนมาก ดังนั้นเราจึงลดขนาดของปัญหาลงให้อยู่ในรูปแบบของปัญหาหลักที่ถูกจำกัดซึ่งประกอบไปด้วยรูปแบบการตัดทั้งหมดสามรูปแบบ

$$
\begin{aligned}
&Min\quad x_1 + x_2 + x_3 \\
&S.t.\ \ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \geq 25 \\
&\quad a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \geq 120 \\
&\quad a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \geq 20 \\
&\quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \ and\ Integer
\end{aligned}
$$

สำหรับในตัวอย่างนี้ กำหนดให้เมทริกซ์พื้นฐานเริ่มต้น (Initial basis matrix) ดังนี้

$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ ซึ่งคอลัมน์แต่ละคอลัมน์จะสอดคล้องกับรูปแบบในการตัดแผ่นวัสดุ และทำการหาคำตอบของปัญหาหลัก ได้ดังนี้

$$x_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = B^{-1}b = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 25 \\ 120 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25/2 \\ 40 \\ 10/3 \end{pmatrix}$$

เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่เราได้นั้นเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด จึงคำนวณในส่วนของค่า reduced cost จาก reduced cost $= c_j - c_B^T B^{-1} A_j$ สำหรับ $j = 1,...,n$ จะได้

$$1 - (1 \quad 1 \quad 1) \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/6 \end{pmatrix} A_j = 1 - (1/2 \quad 1/3 \quad 1/6) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

จากสมการข้างต้น จะเกิดเป็นปัญหาย่อยขึ้นมา กล่าวคือจะต้องทำการหารูปแบบการตัดใหม่ที่สามารถนำไปปรับปรุงคำตอบในปัญหาหลักได้หรือให้ค่า reduced cost ที่ น้อยกว่าศูนย์ เนื่องจากปัญหาหลักดังกล่าวเป็นปัญหาค่าต่ำสุด ดังนั้นปัญหาย่อยที่ได้จึงมีลักษณะ

$$\begin{aligned} &Min\ 1 - (\frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \frac{1}{6}a_3) \\ &S.t.\ 20a_1 + a_2 + 8a_3 \le 50 \\ &\quad a_1, a_2, a_3 \ge 0\ and\ \ Integer \end{aligned}$$

สำหรับอสมการเงื่อนไข เป็นส่วนที่บ่งบอกถึงรูปแบบการตัดที่ได้จะต้องสอดคล้องกับขนาดของแผ่นวัสดุมาตรฐาน ซึ่งจะพบว่าปัญหาย่อยดังกล่าวเป็นลักษณะของ ปัญหา Knapsack problem เราสามารถหาคำตอบได้ดังนี้ $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}^T$ ให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ เท่ากับ $-\frac{1}{6}$ นั้นแสดงว่าคำตอบที่ได้ในปัญหาหลักเป็นคำตอบที่สามารถปรับปรุงได้ เราจะนำเข้าตัวแปรไม่พื้นฐานที่สอดคล้องกับคอลัมน์หรือรูปแบบการตัดที่ได้จากปัญหาย่อยเข้าไปเป็นตัวแปรพื้นฐานต่อไป พิจารณาตัวแปรนำออกโดย Minimum ratio test จาก

$$B^{-1}A_j = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1/6 \end{pmatrix}$$

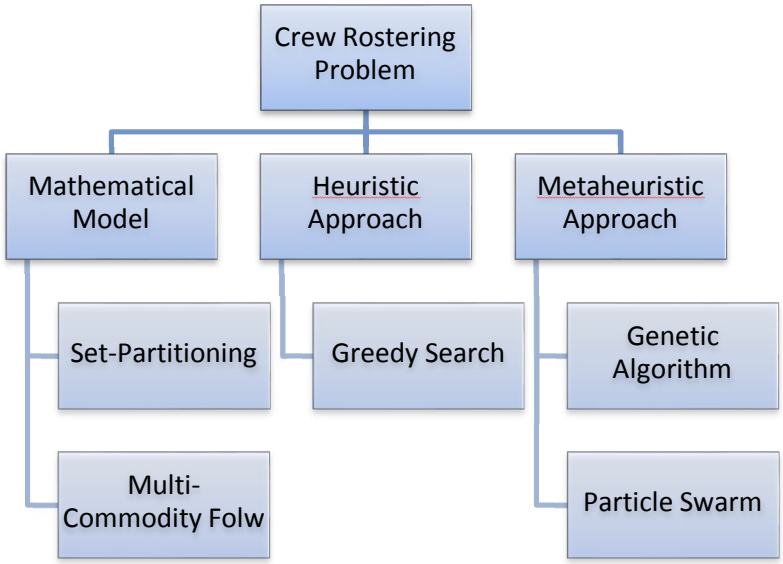
ดังนั้น จะได้ $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

ซึ่งคำตอบในปัญหาหลักคือ $x_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 25 \\ 120 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25/2 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix}$

แล้วทำกระบวนการดังกล่าวไปจนกระทั่งไม่สามารถหาคอลัมน์ที่นำมาปรับปรุงคำตอบในปัญหาหลักได้

2.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยพบว่ามีการนำเสนอการแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีต่างๆ มากมาย ดังภาพที่ 2.2 ทั้งทางด้านที่ใช้การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เช่น การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง (Set-partitioning model) [3,4] และใช้เทคนิคต่างๆ ในการแก้ปัญหา อย่างเช่น Branch and bound, Branch and cut, Lagrangian lower bound [5], Partially integrated approach [6], Column generation [7], 0-1 Multicommodity flow [8,9,10,11] และอีกด้านหนึ่งคือการแก้ปัญหาโดยขั้นตอนวิธีทางฮิวริสติก เช่น Scatter search heuristic [12], Tabu search [13], Simulated annealing [14,15], Particle swarm optimization [16] ขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรม (Genetic algorithm) [17]



ภาพที่ 2.2 วิธีการหาคำตอบในแบบต่างๆของปัญหา Crew rostering

การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหาโดยใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นเทคนิคที่นิยมใช้แก้ปัญหาสำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่หรือมีคำตอบที่เป็นไปได้จำนวนมาก เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาเกี่ยวกับหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ และลดเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ จากการสำรวจงานวิจัยพบว่ามีการประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนเรชันในแก้ปัญหาการจัดตารางพนักงานสายการบินอยู่พอสมควร ดังตัวอย่างงานวิจัยต่อไปนี้

M.D. Ryan [1] ศึกษาปัญหามอบหมายงานให้กับพนักงานและขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบ สำหรับสายการบิน ซึ่งเขาได้ใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชั่นนิ่ง ในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหาในรูปแบบต่างๆ ตามข้อบังคับของแต่ละกรณี โดยมีจุดประสงค์คือต้องการให้ค่าความพึงพอใจมีค่ามากที่สุดสำหรับลูกเรือทุกคน แล้วใช้ขั้นตอนวิธีซิมเพล็กซ์ในการหาคำตอบ ประกอบกับการใช้เทคนิควิธีบรานช์แอนด์บาวด์เพื่อหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม เนื่องจากการที่ปัญหามีขนาดที่ใหญ่ทำให้ใช้เวลานานมากในการหาคำตอบจึงทำหาผลเฉลยได้เฉพาะบางปัญหาเท่านั้น

M. Gamache [5] ได้ศึกษาปัญหามอบหมายงานให้กับพนักงานการบินสำหรับสายการบินแอร์ฟราซน์ ซึ่งประกอบไปด้วยฐานการบินจำนวนสองฐาน คือ Orly และ Roissy โดยใช้ข้อมูลของเที่ยวบินระยะบินขนาดกลาง ซึ่งมีวัตถุประสงค์คือ ต้องการให้จำนวนเวลาว่างรวมของพนักงานการบิน (Unproductive times) มีค่าต่ำสุด สำหรับเงื่อนไขประกอบไปด้วยเงื่อนไขเกี่ยวกับ ช่วงเวลาพักของพนักงาน วันหยุดประจำสัปดาห์และประจำเดือน การกระจายของช่วงเวลาพัก รวมถึงการอบรมและการฝึกซ้อมแต่ละเดือน ซึ่งใช้รูปแบบเซตพาร์ทิชั่นนิ่งในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหา และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับแก้ปัญหาประกอบกับการแนะนำเทคนิคเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ และนำคำตอบที่ได้ไปเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูปที่ทางสายการบินใช้ในการแก้ปัญหา

สำหรับในงานวิจัยนี้ จะใช้รูปแบบเซตพาทิชันนิ่งในการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์และประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันแก้ปัญหา โดยจะดัดแปลงให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์ของปัญหาการจัดตารางปฏิบัติงานของทางบริษัทการบินไทย เพื่อหาคำตอบที่มีคุณภาพและสอดคล้องกับข้อบังคับต่างๆของทางบริษัท และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้ในอนาคต

บทที่ 3

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และวิธีการหาคำตอบ

3.1 ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานสำหรับบริษัทการบินไทย

บริษัทการบินไทยเป็นสายการบินหลักของประเทศไทย ให้บริการการเดินทางโดยอากาศยานทั้งภายในประเทศและนอกประเทศ ประกอบไปด้วยส่วนงานต่างๆหลายส่วน และมีพนักงานการบินหลายตำแหน่ง เช่น นักบิน (Pilot), ผู้ช่วยนักบิน (Co-pilot), ผู้จัดการบนเครื่องบิน (In-flight manager) และ พนักงานต้อนรับบนเครื่องบิน (Flight attendant) เป็นต้น เนื่องจากบริษัทมีจำนวนเที่ยวบินที่มากในแต่ละวัน ประกอบกับจำนวนพนักงานที่มีจำนวนมาก จึงทำให้ปัญหามอบหมายงานให้กับพนักงานเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่ โดยที่พนักงานแต่ละคนจะมีตารางปฏิบัติงานที่แตกต่างกันออกไป เนื่องจากช่วงเวลาปฏิบัติหน้าที่การบินที่ไม่เท่ากันและขึ้นอยู่กับคู่เที่ยวบินที่ได้รับมอบหมายต่างๆ ในการจัดตารางปฏิบัติงานทางบริษัทการบินไทยได้คำนึงถึงกฎระเบียบซึ่งกำหนดโดยสถาบันการบินพลเรือนเกี่ยวกับชั่วโมงบินและช่วงเวลาปฏิบัติหน้าที่การบินตามคำนิยามต่อไปนี้

- ชั่วโมงบิน (Flight time) หมายถึง จำนวนเวลาที่เครื่องบินใช้เดินทางตั้งแต่บินขึ้นจากสนามบินต้นทางจนกระทั่งลงจอด ณ สนามบินปลายทาง
- ช่วงเวลาปฏิบัติหน้าที่การบิน (Flight duty period) หมายถึง ช่วงเวลาต่อเนื่องที่พนักงานการบินปฏิบัติหน้าที่ โดยจะนับตั้งแต่หนึ่งชั่วโมงก่อนเครื่องบินบินขึ้น จนกระทั่งถึงสามสิบนาทีหลังเครื่องบินร่อนลงครั้งสุดท้าย
- ช่วงเวลาพักผ่อน (Rest time) หมายถึง ช่วงเวลาที่พนักงานพ้นจากการปฏิบัติหน้าที่

โดยที่ตารางการปฏิบัติงานของพนักงานจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆดังนี้

- ภายในทุกๆ 7 วัน ต่อเนื่องกัน พนักงาน จะมีชั่วโมงบินได้ไม่เกิน 34 ชั่วโมง
- ภายในทุกๆ 28 วัน ต่อเนื่องกัน พนักงานจะมีชั่วโมงบินได้ไม่เกิน 110 ชั่วโมง
- ภายในทุกๆ 365 วัน ต่อเนื่องกัน พนักงานจะมีชั่วโมงบินได้ไม่เกิน 1,000 ชั่วโมง

นอกจากนี้ยังมีเงื่อนไขบังคับเกี่ยวกับช่วงเวลาพักผ่อนของพนักงานดังแสดงไว้ในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 เงื่อนไขเกี่ยวกับเวลาพักของพนักงาน

เวลาปฏิบัติหน้าที่การบิน	เวลาพัก
< 8 ชั่วโมง	$\geq$ 8 ชั่วโมง
8 - 10 ชั่วโมง	$\geq$ 10 ชั่วโมง
10 - 12 ชั่วโมง	$\geq$ 12 ชั่วโมง
12 - 14 ชั่วโมง	$\geq$ 14 ชั่วโมง
14 - 16 ชั่วโมง	$\geq$ 16 ชั่วโมง
16 - 20 ชั่วโมง	$\geq$ 24 ชั่วโมง

ในการจัดตารางงานดังกล่าวทางบริษัทการบินไทยมีวัตถุประสงค์ที่จะกระจายรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันที่สุด โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ข้อมูลของจำนวนพนักงานเฉพาะตำแหน่งผู้จัดการบนเครื่องบิน (In-flight manager) เท่านั้น

3.2 แนวคิดของการแก้ปัญหา

จากปัญหาดังกล่าวพบว่าเป็นปัญหาที่ใหญ่และมีความซับซ้อนมาก ในกรณีที่หาคำตอบโดยตรงด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ พบว่าจะใช้เวลานานในการหาคำตอบหรืออาจจะเกิดปัญหาในส่วนของหน่วยความจำคอมพิวเตอร์ซึ่งไม่สามารถนำไปใช้ในทางปฏิบัติได้ ดังนั้นเพื่อการหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าวเราจึงประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน โดยการตั้งปัญหาย่อยเพื่อใช้ประโยชน์จากค่า reduced cost หรือ ค่า shadow price ในการกำหนดตัวแปรนำเข้าที่สามารถปรับปรุงคำตอบในปัญหาหลักได้ โดยจะหลีกเลี่ยงการหาค่า reduced cost สำหรับตัวแปรไม่พื้นฐานทุกตัวโดยตรง คอลัมน์ที่สอดคล้องกับค่า reduced cost ที่สามารถปรับปรุงคำตอบได้ จะถูกเพิ่มเข้าไปในเซตของคำตอบในปัญหาหลัก ซึ่งคอลัมน์ดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆ ในกรณีที่ปัญหาย่อยไม่สามารถหาคอลัมน์ที่ปรับปรุงคำตอบได้แล้ว จะได้ว่าคำตอบปัจจุบันของปัญหาหลักเป็นคำตอบที่เหมาะที่สุด

3.3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.3.1 ตัวแบบเซตพาร์ทิชันนิ่ง (Set-partitioning model)

$$Minimize \quad \sum_{c\in C}\sum_{j\in R^c}(\left|\bar{I}-I_j\right|+W\left|\overline{w}-w_j\right|)x_j \quad (1)$$

$$S.t. \qquad \sum_{j\in R^c}x_j=1 \qquad ,c\in C \qquad (2)$$

$$\sum_{c\in C}\sum_{j\in R^c}a_{pj}x_j=1 \quad ,p\in P \qquad (3)$$

$$x_j\in\{0,1\}, \qquad j\in\bigcup_{c\in C}R^c \qquad (4)$$

โดยให้ C แทนเซตของพนักงานทั้งหมด P แทนเซตของคู่เที่ยวบินที่ต้องมอบหมายให้กับพนักงานทั้งหมด

x_j แทนตัวแปรตัดสินใจที่ในการเลือกใช้ตารางงาน ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\begin{cases}1 \text{ ; เลือกใช้ตารางงานที่ } j\\0 \text{ ; กรณีอื่นๆ}\end{cases}$

I_j แทน ผลรวมของรายได้ทั้งหมดของตารางงานที่ j

w_j แทนผลรวมของค่าภาระงานทั้งหมดของตารางงานที่ j

$\bar{I}$ แทน ค่าเฉลี่ยของรายได้ต่อพนักงานซึ่งคำนวณได้จาก

$$\bar{I}=\frac{\text{ผลรวมของรายได้ทั้งหมดจากทุกคู่เที่ยวบิน}}{\text{จำนวนพนักงานทั้งหมด}}$$

$\overline{w}$ แทน ค่าเฉลี่ยของค่าภาระงานต่อพนักงานซึ่งคำนวณได้จาก

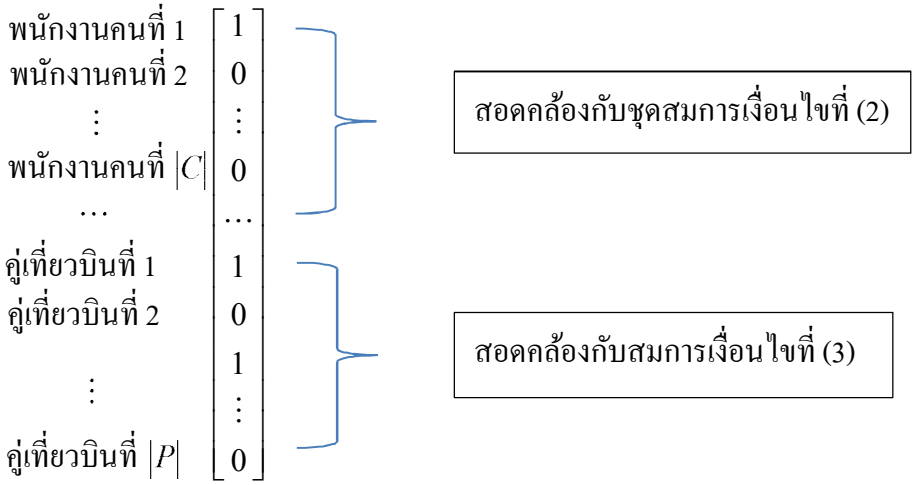
$$\overline{w}=\frac{\text{ผลรวมของค่าภาระงาน ทั้งหมดจากทุกคู่เที่ยวบิน}}{\text{จำนวนพนักงานทั้งหมด}}$$

W แทน ค่าถ่วงน้ำหนัก ซึ่งคำนวณจาก $\frac{\bar{I}}{\overline{w}}$

a_{pj} แทน ค่าสัมประสิทธิ์การมอบหมายงาน โดยที่

$$a_{pj} = \begin{cases} 1 \text{ ; คู่เที่ยวบินที่ } p \text{ อยู่ในตารางงานที่ } j \\ 0 \text{ ; กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

R^c แทน เซตของตารางงานทั้งหมดที่เป็นไปได้ของพนักงานคนที่ c โดยตารางของพนักงานก็คือคอลัมน์ในเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ ซึ่งมีลักษณะดังภาพที่ 3.1



ภาพที่ 3.1 ลักษณะของคอลัมน์ของเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ในปัญหาหลัก

จากภาพที่ 3.1 จะเห็นว่าคอลัมน์ในปัญหาหลักแบ่งได้สองส่วน กล่าวคือส่วนที่สอดคล้องกับชุดสมการเงื่อนไขที่ (2) ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ 1 ในแถวที่ c ถ้าคอลัมน์ (ตารางงาน)เป็นของพนักงานคนที่ c และอีกส่วนหนึ่งคือส่วนที่สอดคล้องกับชุดสมการเงื่อนไขที่ (3) ในส่วนนี้จะแสดงถึงคู่เที่ยวบินที่ได้รับมอบหมายสำหรับตารางงานนั้น ดังนั้นสำหรับคอลัมน์ทั้งหมดในเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ปัญหาหลักจะมีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 3.2

$Crew1$			$Crew2$				$Crew\|C\|$		
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	$\cdots$	x_{n-2}	x_{n-1}	x_n
1	1	1				…			
			1	1	1	…			
						⋱			
						…	1	1	1
1	1	0	1	0	1	…	0	1	0
0	1	1	0	0	1	…	1	0	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
1	0	1	0	0	0	…	0	1	0

ภาพที่ 3.2 ตัวอย่างของคอลัมน์ทั้งหมดในเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของปัญหาหลัก

ฟังก์ชันจุดประสงค์มีวัตถุประสงค์ ต้องการปรับดุลค่ารายได้และค่าภาระงานของตารางงานของพนักงานแต่ละคนให้ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยมากที่สุด โดยประกอบไปด้วยสัมประสิทธิ์ที่เป็นผลบวกถ่วงน้ำหนักของค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยของภาระงานและรายได้ กลุ่มสมการเงื่อนไขชุดที่ (2) หมายถึง สำหรับพนักงานแต่ละคน จะต้องมีตารางงานที่มอบหมายให้เพียงตารางเดียวเท่านั้น และกลุ่มสมการเงื่อนไขที่ (3) หมายถึง แต่ละงานหรือคู่เที่ยวบินจะถูกมอบหมายให้กับพนักงานเพียงคนเดียวเท่านั้น โดยจะเรียกตัวแบบดังกล่าวว่า ปัญหาหลัก เนื่องจากตารางงานที่เป็นคำตอบมีได้จำนวนมากมหาศาล ซึ่งจะทำให้ใช้เวลาในการหาผลเฉลยนานมาก จึงเสนอเทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันมาช่วยในการหาผลเฉลย ซึ่งเทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันจะประกอบไปด้วยปัญหาสองส่วน คือ

- ปัญหาหลัก - ปัญหาดังกล่าวจะถูกจำกัดเซตของคอลัมน์ให้มีขนาดที่เล็กลง โดยจะประกอบไปด้วยเซตของตารางงานสำหรับพนักงานแต่ละคนเริ่มต้นและหาคำตอบสำหรับปัญหาที่ยกเว้นเงื่อนไขบังคับที่เป็นจำนวนเต็ม (4) ซึ่งเรียกว่า LP Relaxation เมื่อเสร็จขั้นตอนนี้จะได้ค่าตัวแปรคู่ควบ(Dual variables) เพื่อใช้ในการหาคอลัมน์ใหม่ในปัญหาย่อยต่อไป
- ปัญหาย่อย -ในปัญหาย่อยนี้จะเป็นการตรวจสอบว่าคำตอบที่มีในปัจจุบันที่ได้ในปัญหาหลักที่ถูกจำกัดนั้นเหมาะที่สุดแล้วหรือยัง โดยการสร้างโครงข่ายงานแทนการสร้างตารางงาน ซึ่งตารางงานที่ได้นั้นจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขในส่วนของชั่วโมงการบินและชั่วโมงพักผ่อนของพนักงาน โดยจะทำการกำหนดค่าตัวแปรคู่ควบเป็นค่าใช้จ่ายสำหรับแต่ละอาร์ก (Arc) ที่สอดคล้องกัน ในกรณีที่คำตอบในปัญหาหลักสามารถปรับปรุงได้อีก การหาคำตอบในปัญหาย่อยจะให้คำตอบที่เป็นคอลัมน์ใหม่ (ตารางงาน) เพื่อนำไปเพิ่มในเซตของคอลัมน์ในปัญหาหลักและดำเนินการปรับปรุงคำตอบของปัญหาหลัก

จากชุดของสมการเงื่อนไข (2) และ (3) เราสามารถหาคำตอบคู่ควบ (Dual solution) ได้ โดยกำหนดให้ $\pi_c, \forall c \in C$ เป็นเซตของคำตอบคู่ควบที่สอดคล้องกับชุดสมการเงื่อนไขที่ (2) และ $\sigma_p, \forall p \in P$ เป็นเซตของคำตอบคู่ควบที่สอดคล้องกับชุดสมการเงื่อนไขที่ (3) ดังภาพที่ 3.3

$$Dual\ solution = (c_B^T B^{-1}) = \begin{bmatrix} \widetilde{\pi} \\ \cdots \\ \widetilde{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \vdots \\ \pi_{|C|} \\ \cdots \\ \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_{|P|} \end{bmatrix}$$

ภาพที่ 3.3 รูปแบบของคำตอบคู่ควบ

โดยเราจะนำคำตอบคู่ควบที่ได้ไปตรวจสอบว่าคำตอบปัจจุบันในปัญหาหลักที่ถูกจำกัดนั้นสามารถที่จะปรับปรุงให้ดีขึ้นได้หรือไม่ โดยพิจารณาจากค่า reduced cost ของตัวแปรไม่พื้นฐาน

$$\left(d_m - \left(Dual\ solution\right)R_m\right)$$

เมื่อ R_m คือคอลัมน์ (ตารางงาน) ที่สอดคล้องกับตัวแปรไม่พื้นฐาน x_m ที่ต้องการนำเข้าสู่ปัญหาหลักที่ถูกจำกัด และ $d_m = \left|\bar{I} - I_m\right| + W\left|\bar{w} - w_m\right|$ คือค่าสัมประสิทธิ์ของ x_m ในฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ (1) ของคอลัมน์ (ตารางงาน) R_m ถ้าคอลัมน์ดังกล่าวมีค่า reduced cost ที่น้อยกว่าศูนย์นั่นคือคอลัมน์ที่ได้หรือตัวแปรไม่พื้นฐานนั้นสามารถปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้นได้ โดยที่ คอลัมน์หรือตารางงาน R_m จะต้องเป็นตารางงานที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่างๆด้วย

3.3.2 ปัญหาย่อย (Sub-problem)

สำหรับในส่วนของปัญหาย่อย จะเป็นการสร้างคอลัมน์หรือตารางงานที่เป็นไปได้สำหรับพนักงาน ซึ่งวิธีที่นิยมใช้สำหรับแก้ปัญหาที่มีลักษณะเกี่ยวกับช่วงเวลาที่มีคาบเกี่ยวต่อเนื่อง คือ การนิยามปัญหาในรูปแบบโครงข่ายงาน

3.3.2.1 ลักษณะของข้อมูลที่นำมาสร้างโครงข่ายงาน

ตัวอย่างข้อมูลของทางบริษัทการบินไทย สามารถนำมาแสดงเพื่อใช้ในการสร้างโครงข่ายงานได้ดังนี้

ตารางที่ 3.2 ตัวอย่างของข้อมูลที่นำมาสร้างโครงข่ายงาน

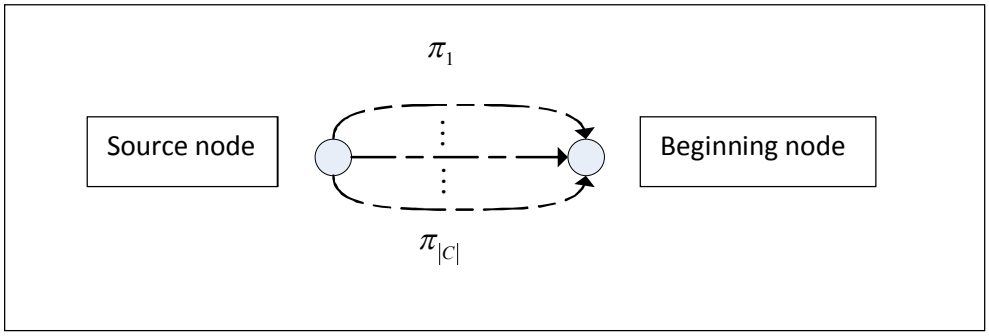
คู่เที่ยวบิน	1	2	3	4	5	6
เที่ยวบินขาไป	315	403	465	477	620	656
เที่ยวบินขากลับ	316	404	466	478	621	657
วันที่เดินทางไป	1	1	1	1	1	1
เวลาเดินทางไป	17:45	8:00	0:15	23:59	9:05	23:30
วันที่เดินทางกลับ	2	1	1	2	1	2
เวลาเดินทางกลับ	5:25	13:45	22:35	21:55	16:45	15:50
ชั่วโมงบิน (ชั่วโมง)	8.92	4.58	18.33	18.60	6.50	11.67
ชั่วโมงปฏิบัติงาน (ชั่วโมง)	10.42	6.08	19.83	20.10	8.00	13.17
ชั่วโมงการพักผ่อน (ชั่วโมง)	$\geq$ 12	$\geq$ 8	$\geq$ 24	$\geq$ 24	$\geq$ 8	$\geq$ 14
วันต่อไปที่เดินทางได้	2	1	2	3	2	3
เวลาที่เดินทางได้	17:25	21:45	22:35	21:55	2:45	5:50

ตารางที่ 3.2 แสดงถึงตัวอย่างข้อมูลที่นำมาใช้ในการสร้างโครงข่ายงาน ยกตัวอย่างเช่น สำหรับคู่เที่ยวบินที่ 1 ประกอบด้วยเที่ยวบินที่ 315 ออกเดินทางไป เวลา 17:45 ในวันที่ 1 และเดินทางกลับด้วยเที่ยวบินที่ 316 ถึงเวลา 5:25 ของวันที่ 2 ดังนั้นคู่เที่ยวบินนี้จะมีชั่วโมงการบินทั้งหมด 8.92 ชั่วโมง และ มีชั่วโมงการปฏิบัติงานทั้งหมด 10.42 ชั่วโมง เพราะฉะนั้นพนักงานที่ถูกมอบหมายให้รับผิดชอบคู่เที่ยวบินนี้เมื่อปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อย จำต้องได้รับสิทธิได้การพักอย่างน้อย 12 ชั่วโมง จึงจะสามารถรับการมอบหมายคู่เที่ยวบินอื่นๆต่อได้ ดังนั้นเวลาที่สามารถมอบหมายงานให้กับพนักงานได้คือ เวลา 17:25 ของวันที่ 2

3.3.2.2 โครงข่ายงาน

โครงข่ายงานที่สร้างจะประกอบไปด้วยส่วนของพนักงานแต่ละคนและส่วนของคู่เที่ยวบินแต่ละคู่ซึ่งวิถี (Path) จากจุดต่อเริ่มต้น (Source node) ถึง จุดต่อสิ้นสุด (Sink node) แสดงถึงตารางปฏิบัติงานของพนักงานที่เป็นไปได้ ซึ่งขั้นตอนการสร้างโครงข่ายงานดังกล่าวสามารถแสดงได้ดังนี้

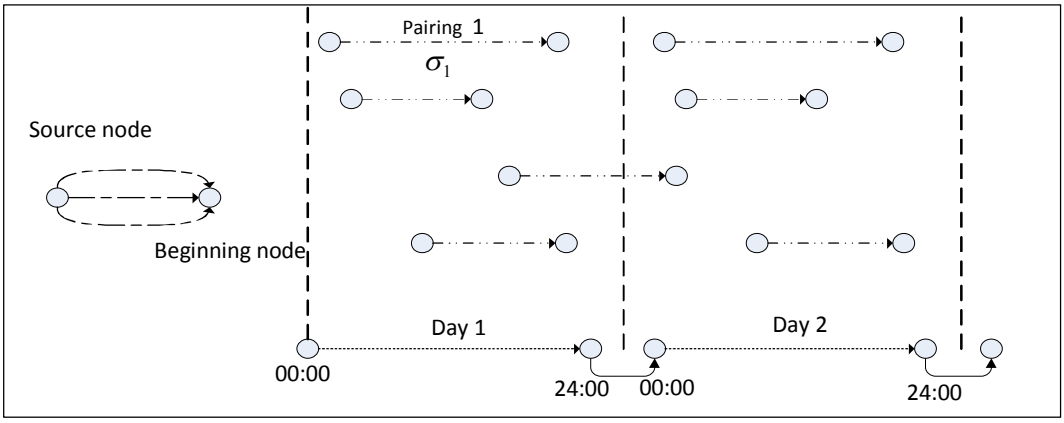
1. กำหนด จุดต่อเริ่มต้นและจุดต่อเริ่มการมอบหมายงาน (Beginning node) โดยที่ระหว่างจุดต่อเริ่มต้นและจุดต่อเริ่มการมอบหมายงานจะมีอาร์กเชื่อมต่อกัน โดยที่อาร์กจะแทนในส่วนของพนักงานแต่ละคนและในแต่ละอาร์กจะมีค่าใช้จ่าย (Cost) ที่ได้จากตัวแปรคู่ควบในส่วนของ $\tilde{\pi}$ กำหนดอยู่ด้วย ดังแสดงในภาพที่ 3.4



ภาพที่ 3.4 การกำหนดจุดต่อเริ่มต้นและจุดต่อเริ่มการมอบหมายงาน

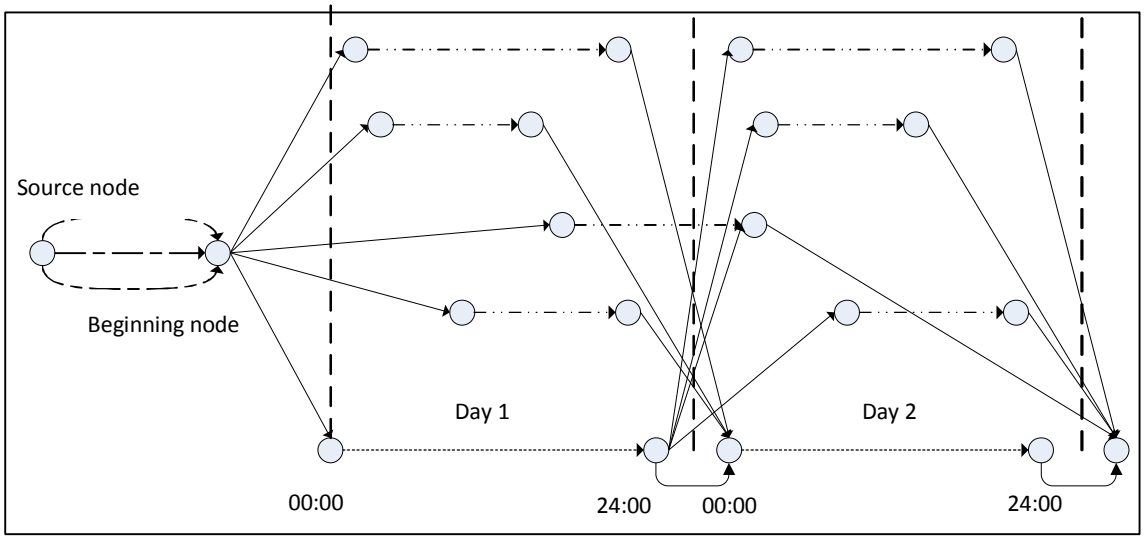
2. กำหนดจุดต่อสำหรับแทนจุดเริ่มต้นของเวลาของคู่เที่ยวบินและจุดสิ้นสุดของเวลาของคู่เที่ยวบิน สำหรับคู่เที่ยวบินแต่ละคู่ โดยระหว่างจุดต่อจะมีอาร์กที่แทนคู่เที่ยวบินต่างๆและ

มีค่าใช้จ่ายที่ได้จากตัวแปรคู่ควบในส่วนของ $\tilde{\sigma}$ กำหนดอยู่ และทำการกำหนดจุดต่อสำหรับการหยุดงานสำหรับพนักงานในแต่ละวันด้วย ดังแสดงในภาพที่ 3.5



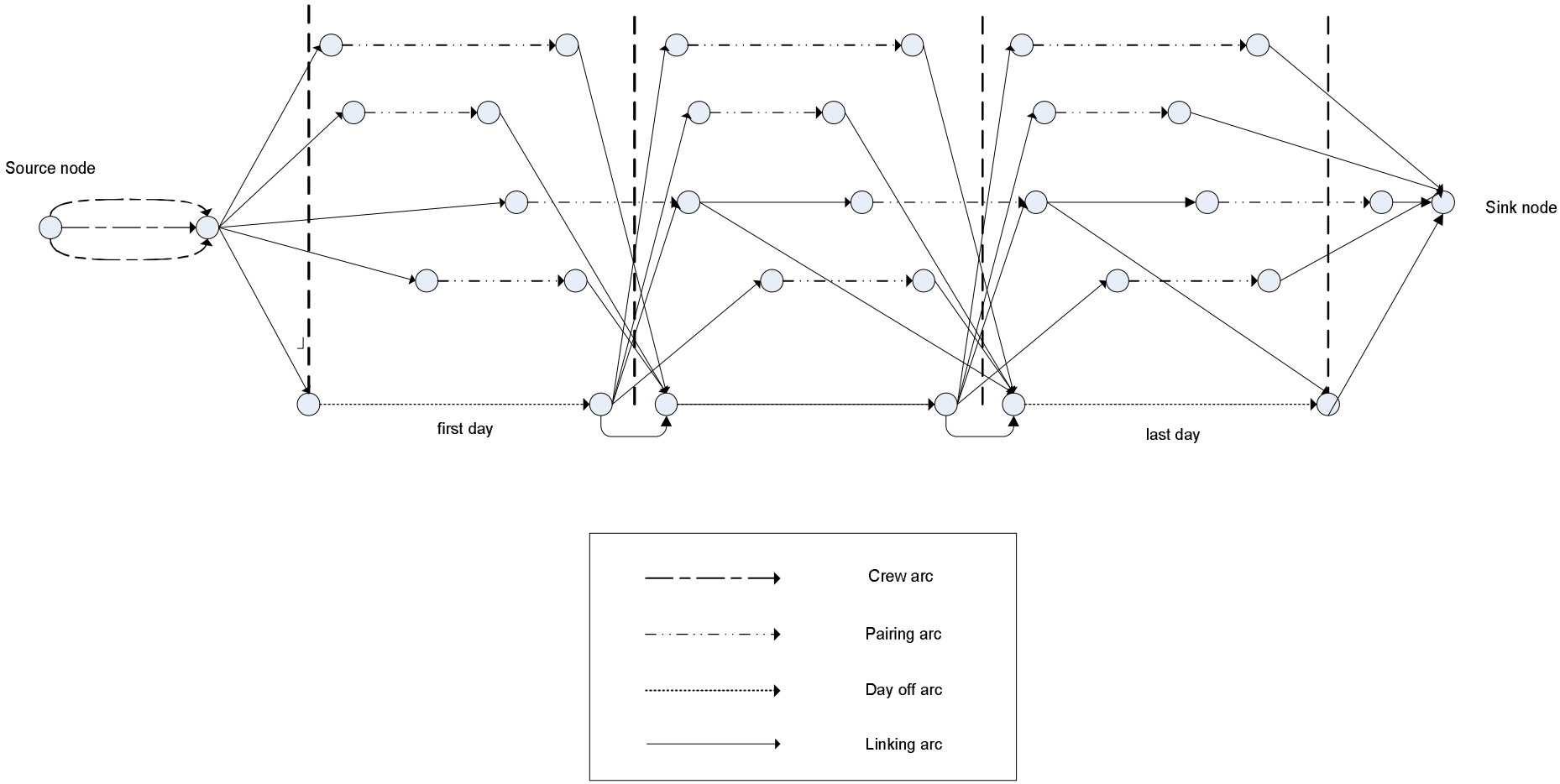
ภาพที่ 3.5 การกำหนดคู่เที่ยวบินในโครงข่ายงาน

3. สร้างอาร์กเชื่อมต่อแต่ละจุดต่อที่เป็นไปได้ทั้งหมดโดยพิจารณาจากเงื่อนไขเกี่ยวกับช่วงเวลาพักของพนักงานและสำหรับอาร์กเชื่อมต่อของวันสุดท้ายที่ทำการมอบหมายงานจะไปสิ้นสุดที่จุดต่อสิ้นสุด ดังแสดงในภาพที่ 3.6 และภาพที่ 3.7



ภาพที่ 3.6 การกำหนดอาร์กเชื่อมต่อที่เป็นไปได้ทั้งหมด

วิถีที่เริ่มจากจุดต่อเริ่มต้นไปยังจุดต่อสิ้นสุดจะแสดงถึงตารางปฏิบัติงานของพนักงานคนใดคนหนึ่ง ตัวอย่างโครงข่ายงานทั้งหมดแสดงไว้ในภาพที่ 3.7



ภาพที่ 3.7 ตัวอย่างโครงข่ายงานที่แสดงถึงการสร้างตารางงานสำหรับพนักงานแต่ละคน

3.3.2.3 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาย่อย

โครงข่ายงานดังกล่าวจะประกอบไปด้วยจุดต่อต่างๆซึ่งใช้แทนเวลา ณ จุดต่างๆยกเว้นจุดต่อเริ่มต้นและจุดต่อสิ้นสุดในส่วนของอาร์กจะประกอบไปด้วย

- Crew arc คือ อาร์กที่แสดงถึงพนักงานแต่ละคน
- Pairing arc คือ อาร์กที่แสดงถึงคู่เที่ยวบินแต่ละคู่ ซึ่งประกอบไปด้วย เวลาเริ่มต้นและเวลาสิ้นสุดของช่วงเวลาปฏิบัติงานรวมกับช่วงเวลาพักผ่อนของพนักงานตามเงื่อนไข
- Day off arc คือ อาร์กที่แสดงถึงวันหยุดของพนักงาน
- Linking arc คือ อาร์กที่เชื่อมจุดต่อแต่ละจุดต่อสำหรับช่วงเวลาต่อเนื่องที่เป็นไปได้ในตารางมอบหมายงาน

สำหรับ Crew arc และ Pairing arc จะถูกกำหนดค่าใช้จ่ายจากคำตอบคู่ควบในปัญหาหลักซึ่งค่าใช้จ่ายในแต่ละอาร์กจะสัมพันธ์กับแต่ละเงื่อนไขในปัญหาหลัก โดย Crew arc สำหรับพนักงาน c จะมีค่าใช้จ่ายเท่ากับ π_c และ Pairing arc สำหรับคู่เที่ยวบิน p จะมีค่าใช้จ่ายเท่ากับ π_p ส่วน Day off arc และ Linking arc จะกำหนดค่าใช้จ่ายให้มีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับวิถีจากจุดเริ่มต้นถึงจุดสิ้นสุดจะสอดคล้องกับคอลัมน์หรือตารางงานที่เป็นไปได้ของพนักงาน โดยเราจะหาทางเดินที่ใช้ค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดและสอดคล้องกับกฎระเบียบเงื่อนไขต่างๆ โดยสร้างเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

กำหนดให้โครงข่ายงาน นิยามโดยกราฟ $G=(N,A)$ เมื่อ N คือเซตของจุดต่อและ A คือเซตของอาร์ก

$$Minimize \quad \sum_{(s,t)\in A} e_{st} y_{st} \tag{5}$$

$$S.t. \quad \sum_{t:(s,t)\in A} y_{st} - \sum_{t:(t,s)\in A} y_{ts} = \begin{cases} 1 & ;\text{s is source node} \\ -1 & ;\text{s is sink node} \\ 0 & ;\text{otherwise} \end{cases} \quad ,s \in N \tag{6}$$

$$\sum_{k=d}^{\min(d+6,d_{\max})} \sum_{(s,t)\in A_k} f_{st} y_{st} \le 34 \,, d \in D \tag{7}$$

$$\sum_{k=d}^{\min(d+27,d_{\max})} \sum_{(s,t)\in A_k} f_{st} y_{st} \le 110 \,, d \in D \tag{8}$$

$$\sum_{k=d}^{\min(d+364,d_{\max})} \sum_{(s,t)\in A_k} f_{st} y_{st} \le 1{,}000 \,, d \in D \tag{9}$$

$$y_{st} \in \{0,1\}$$

โดยกำหนดให้ e_{st} คือค่าใช้จ่ายสำหรับอาร์กจากจุดต่อ s ไปจุดต่อ t

y_{st} คือตัวแปรตัดสินใจแสดงถึงค่าการไหลจากจุดต่อ s ไปจุดต่อ t

f_{st} คือจำนวนชั่วโมงปฏิบัติงานจากจุดต่อ s ไปจุดต่อ t

A_k คือเซตของอาร์กที่เริ่มต้นอยู่ ณ วันที่ k

$d_{\max}$ คือวันสุดท้ายของตาราง

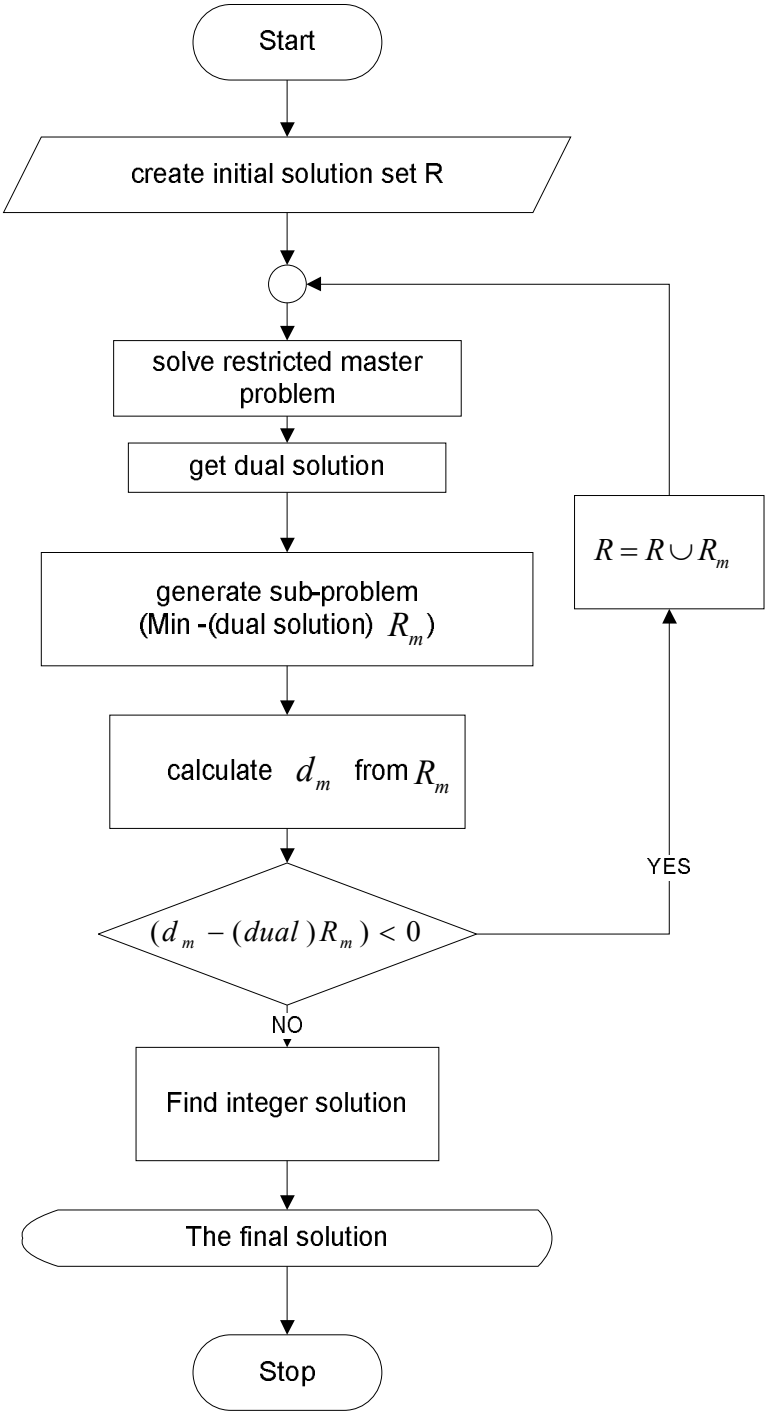
D คือเซตของวันที่คำนึงถึงในการจัดตาราง $= \{1,2,3,...,d_{\max}\}$

สำหรับวัตถุประสงค์ของปัญหาต้องการหาการไหลจากจุดต่อเริ่มต้นไปยังจุดต่อสิ้นสุด โดยมีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขการไหลในแต่ละจุดต่อในชุดเงื่อนไขที่ (6) สำหรับในส่วนของชุดเงื่อนไขที่ (7) – (9) เป็นเงื่อนไขเกี่ยวกับจำนวนบินของพนักงาน ที่กล่าวไปแล้วในหน้า 12 โดยปกติแล้วปัญหาย่อย จะต้องหาค่า reduced cost ที่มีค่าน้อยที่สุด นั่นคือสำหรับปัญหาของเราเราควรจะแก้ปัญหาย่อย

$$Minimize\left(d_m - \left(Dual\ solution\right)R_m\right)$$

โดยที่ R_m เป็นตารางงานที่เป็นไปได้ของพนักงาน

เนื่องจาก $d_m = \left|\overline{I} - I_m\right| + W\left|\overline{w} - w_m\right|$ ทำให้เราไม่สามารถเขียนค่าใช้จ่ายสำหรับ d_m ในรูปของฟังก์ชันเชิงเส้นของ R_m ได้ จึงเป็นการยากที่จะทำการหาค่าต่ำสุดของ d_m – (Dual solution)R_m) โดยตรงผ่านตัวแบบโครงข่ายงาน ดังนั้นสำหรับปัญหาย่อย เราจึงใช้ฮิวริสติก (Heuristic) เข้าช่วย โดยการ $Minimize$ – (Dual solution)R_m ก่อนแล้วจึงนำไปคำนวณ d_m – (Dual solution)R_m ทีหลัง เนื่องจากเราใช้ ฮิวริสติกเข้าช่วย คำตอบสุดท้ายที่ได้จึงไม่สามารถรับประกันได้ว่าเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด สำหรับคำตอบ (วิถี) ที่ได้จากปัญหาย่อยสามารถแปลงเป็นคอลัมน์ที่มีรูปแบบเดียวกันกับภาพที่ 3.1 กล่าวคือสำหรับในส่วนของ Crew arc การไหลจะผ่านเพียงอาร์กเดียวซึ่งเป็นการระบุตัวพนักงาน ดังนั้นคอลัมน์ในครึ่งแรกจะมีค่าเป็นหนึ่งในตำแหน่งของพนักงานที่ถูกระบุและเป็นศูนย์ในตำแหน่งพนักงานคนอื่นๆ ในส่วนของ Pairing arc การไหลจะผ่านคู่เที่ยวบินต่างๆ ดังนั้นคอลัมน์ในครึ่งหลังจะมีค่าเป็นหนึ่งในตำแหน่งของคู่เที่ยวบินที่มีการไหลและเป็นศูนย์ในตำแหน่งคู่เที่ยวบินอื่นๆ ซึ่งขั้นตอนในการหาคำตอบของปัญหาสามารถสรุปเป็นแผนภาพในภาพที่ 3.8



ภาพที่ 3.8 แผนภาพแสดงขั้นตอนการคำนวณในการหาคำตอบของปัญหา

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สำหรับงานวิจัยนี้จะทดสอบการประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันกับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน โดยใช้ข้อมูลตัวอย่างเป็นคู่เที่ยวบินของบริษัทการบินไทยจำกัด (มหาชน) ในการทดสอบ โดยจะทำการมอบหมายงานในตำแหน่งผู้จัดการบนเครื่องบินของทางบริษัทเท่านั้น วัตถุประสงค์หลักคือต้องกระจายรายได้ และภาระงานของพนักงานแต่คนให้เท่าเทียมกันให้มากที่สุดและพนักงานแต่ละคนจะมีตารางปฏิบัติงานที่สอดคล้องกับกฎระเบียบในส่วนของชั่วโมงบินและเวลาพักผ่อนของพนักงาน โดยจะทำแบ่งชุดข้อมูลในการทดสอบออกเป็นลักษณะต่างๆ ดังหัวข้อถัดไป

4.1 รายละเอียดของชุดข้อมูล

ในงานวิจัยนี้จะใช้ชุดข้อมูลตัวอย่างของบริษัท การบินไทยสำหรับการทดสอบการทดสอบโดยจะสร้างเซตของคู่เที่ยวบินที่แตกต่างกันออกไปจำนวนสองเซต ได้แก่ เซต A และ เซต B ซึ่งลักษณะของคู่เที่ยวบินในแต่ละเซตจะมีสัดส่วนของคู่เที่ยวบินสำหรับการมอบหมายงานในแต่ละวันดังแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 สัดส่วนของจำนวนคู่เที่ยวบินในแต่ละเซต

ชั่วโมงการปฏิบัติงานของคู่เที่ยวบิน	จำนวนคู่เที่ยวบิน
น้อยกว่า 8 ชั่วโมง	2
8 – 10 ชั่วโมง	1
10 – 12 ชั่วโมง	1
12 – 14 ชั่วโมง	1
14 – 16 ชั่วโมง	1
16 – 20 ชั่วโมง	1

โดยจะใช้คู่เที่ยวบินทั้งสองเซตนำมาสร้างเป็นชุดตัวอย่างสำหรับการทดสอบทั้งหมด 8 ชุดซึ่งลักษณะของข้อมูลแต่ละชุดมีลักษณะดังแสดงในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 รายละเอียดของข้อมูลแต่ละชุดที่ใช้ในการทดสอบ

ชุดที่	จำนวนวัน	จำนวนคู่เที่ยวบินต่อวัน	จำนวนคู่เที่ยวบินทั้งหมด	จำนวนพนักงาน
1	7	7	49	15
2	7	14	98	45
3	7	26	182	56
4	14	7	98	30
5	14	14	196	61
6	14	26	364	113
7	28	7	196	61
8	28	14	392	122

4.2 การทดลอง

โปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัยนี้เขียนขึ้นโดยใช้โปรแกรม IBM ILOG CPLEX Optimization (version 12.1) ประมวลผลบนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ Intel Xeon CPU 2.50GHz Ram 8.00GB สำหรับผลการคำนวณที่นำมาเสนอนี้ เป็นผลการคำนวณของปัญหา LP Relaxation โดยเทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน และหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม เริ่มจากการสร้างเซตของคำตอบเริ่มต้นเพื่อใช้สำหรับแก้ปัญหา โดยในแต่ละเซตของคำตอบเริ่มต้นมีคอลัมน์ที่ประกอบด้วยชุดของตารางงานที่เป็นไปได้ของพนักงานทุกคนซึ่งมีจำนวนแตกต่างกันไป ซึ่งตารางงานที่ใช้นี้จะทำการสร้างโดยการแก้ปัญหาการไหลของสินค้าโภคภัณฑ์หลายชนิดของโครงข่ายงานที่มีลักษณะเช่นเดียวกับที่ใช้ในปัญหาย่อย สำหรับการทดลองจะเปรียบเทียบการใช้คำตอบเริ่มต้นจากสามเซต ได้แก่

- เซต z_1 ประกอบด้วย ตารางปฏิบัติงานของพนักงานทั้งหมดจำนวน 5 ชุด ซึ่งหมายถึง สำหรับพนักงานแต่ละคนจะมีตารางปฏิบัติงานจำนวน 5 ตาราง
- เซต z_2 ประกอบด้วย ตารางปฏิบัติงานของพนักงานทั้งหมดจำนวน 10 ชุด ซึ่งหมายถึง สำหรับพนักงานแต่ละคนจะมีตารางปฏิบัติงานจำนวน 10 ตาราง
- เซต z_3 ประกอบด้วย ตารางปฏิบัติงานของพนักงานทั้งหมดจำนวน 20 ชุด ซึ่งหมายถึง สำหรับพนักงานแต่ละคนจะมีตารางปฏิบัติงานจำนวน 20 ตาราง

โดยจะเปรียบเทียบค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ได้จากคำตอบเริ่มต้นในแต่ละเซตและคุณภาพของคำตอบ, เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบสำหรับแต่ละชุดตัวอย่างของปัญหาที่นำมาทดสอบ ประกอบกับการวิเคราะห์คำตอบสุดท้ายที่ได้จากการแก้ปัญหาในส่วนของค่าภาระงานและรายได้ของพนักงานแต่ละคน

4.3 ผลการทดลองและการวิเคราะห์

ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมโดยการใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาคำตอบกับชุดข้อมูลตัวอย่างแต่ละชุดร่วมกับเซตของคำตอบเริ่มต้นที่แตกต่างกันออกไป ได้ผลดังตารางที่ 4.3 - 4.14 และจากคำตอบดังกล่าว นำมาวาดกราฟแสดงค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ และเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบในภาพที่ 4.1 – 4.4

ตารางที่ 4.3 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		1.662	3.469	5.997	4.584
ค่าภาระงานเฉลี่ย		155.01	104.21	175.19	155.01
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		34.94	22.86	31.83	59.99
ค่ารายได้เฉลี่ย		26458.24	19834.11	33808.23	26458.24
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		7731.06	5474.59	7080.56	8731.88
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	115	213	385	227
	จำนวนอาร์ก (Arc)	390	1271	3563	832
	จำนวนปัญหาย่อย	30	28	4	3
	จำนวนคอลัมน์	435	1177	448	150
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:00:05	00:01:37	00:34:51	00:00:18
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:04	00:00:17	00:00:10	00:00:01
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:07	00:00:50	00:00:06	00:00:07
	รวม	00:00:16	00:02:44	00:35:07	00:00:26

ตารางที่ 4.4 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 5	ชุดที่ 6*	ชุดที่ 7	ชุดที่ 8*
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		7.922	-	12.567	-
ค่าภาระงานเฉลี่ย		153.75	173.63	152.47	153.75
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		40.02	-	70.97	-
ค่ารายได้เฉลี่ย		29263.44	33509.05	26024.49	29263.45
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		8460.31	-	14006.48	-
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	423	763	451	843
	จำนวนอาร์ก (Arc)	2785	8240	1717	5842
	จำนวนปัญหาย่อย	3	-	1	-
	จำนวนคอลัมน์	224	-	122	-
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:15:01	-	00:01:07	-
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:05	-	00:00:01	-
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:07	-	00:00:06	-
	รวม	00:15:13	-	00:01:14	-

หมายเหตุ *สำหรับข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 6 และ 8 ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้ภายใน 24 ชั่วโมง

ตารางที่ 4.5 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		1.662	2.838	5.997	4.584
ค่าภาระงานเฉลี่ย		155.01	104.21	175.19	155.01
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		34.94	18.06	31.32	59.99
ค่ารายได้เฉลี่ย		26458.24	19834.11	33808.23	26458.24
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		7731.06	4321.16	7080.56	8731.88
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	115	213	385	227
	จำนวนอาร์ก (Arc)	390	1271	3563	832
	จำนวนปัญหาย่อย	14	6	7	3
	จำนวนคอลัมน์	193	166	488	237
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:00:05	00:01:39	00:35:00	00:00:18
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:03	00:00:03	00:00:11	00:00:02
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:06	00:01:01	00:00:06	00:00:07
	รวม	00:00:14	00:02:43	00:35:17	00:00:27

ตารางที่ 4.6 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 5	ชุดที่ 6*	ชุดที่ 7	ชุดที่ 8*
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		7.922	-	12.067	-
ค่าภาระงานเฉลี่ย		153.75	173.63	152.47	153.75
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		40.02	-	68.49	-
ค่ารายได้เฉลี่ย		29263.44	33509.05	26024.49	29263.45
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		8460.31	-	13498.25	-
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	423	763	451	843
	จำนวนอาร์ก (Arc)	2785	8240	1717	5842
	จำนวนปัญหาย่อย	82	-	2	-
	จำนวนคอลัมน์	4822	-	183	-
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:15:05	-	00:01:09	-
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:03:13	-	00:00:02	-
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:11	-	00:00:07	-
	รวม	00:18:29	-	00:01:18	-

หมายเหตุ *สำหรับข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 6 และ 8 ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้ภายใน 24 ชั่วโมง

ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		1.443	2.229	5.671	3.883
ค่าภาระงานเฉลี่ย		155.01	104.21	175.19	155.01
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		40.16	11.05	33.65	54.44
ค่ารายได้เฉลี่ย		26458.24	19834.11	33808.23	26458.24
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		5676.82	3841.88	6509.53	7536.28
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	115	213	385	227
	จำนวนอาร์ก (Arc)	390	1271	3563	832
	จำนวนปัญหาย่อย	13	1	2	1
	จำนวนคอลัมน์	179	30	168	60
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:00:05	00:01:41	00:35:10	00:00:20
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:04	00:00:01	00:00:05	00:00:01
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:06	00:00:24	00:00:06	00:00:06
	รวม	00:00:15	00:02:06	00:35:21	00:00:27

ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 5	ชุดที่ 6*	ชุดที่ 7	ชุดที่ 8*
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		7.922	-	11.568	-
ค่าภาระงานเฉลี่ย		153.75	173.63	152.47	153.75
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		40.02	-	64.91	-
ค่ารายได้เฉลี่ย		29263.44	33509.05	26024.49	29263.45
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		8460.31	-	13375.75	-
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	423	763	451	843
	จำนวนอาร์ก (Arc)	2785	8240	1717	5842
	จำนวนปัญหาย่อย	93	-	2	-
	จำนวนคอลัมน์	5526	-	305	-
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:15:11	-	00:01:12	-
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:04:25	-	00:00:06	-
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:12	-	00:00:07	-
	รวม	00:19:48	-	00:01:25	-

หมายเหตุ *สำหรับข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 6 และ 8 ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้ภายใน 24 ชั่วโมง

ตารางที่ 4.9 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		1.946	3.396	6.357	6.392
ค่าภาระงานเฉลี่ย		157.61	106.11	174.81	155.67
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		29.70	21.71	32.53	60.69
ค่ารายได้เฉลี่ย		33044.2	19990.92	33184.56	33044.06
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		9659.04	5432.15	7080.56	13182.41
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	115	213	385	227
	จำนวนอาร์ก (Arc)	425	1281	3563	930
	จำนวนปัญหาย่อย	1	11	4	2
	จำนวนคอลัมน์	28	450	233	116
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:00:06	00:02:21	00:36:24	00:00:24
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:01	00:00:06	00:00:05	00:00:01
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:05	00:00:07	00:00:06	00:00:06
	รวม	00:00:12	00:02:34	00:36:35	00:00:31

ตารางที่ 4.10 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 5	ชุดที่ 6*	ชุดที่ 7	ชุดที่ 8*
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		7.833	-	15.925	-
ค่าภาระงานเฉลี่ย		156.56	175.67	155.032	155.71
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		36.93	-	77.025	-
ค่ารายได้เฉลี่ย		29494.89	34321.98	32502.38	30837.41
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		8388.07	-	16308.25	-
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	423	763	451	843
	จำนวนอาร์ก (Arc)	2851	8351	1941	6606
	จำนวนปัญหาย่อย	1	-	1	-
	จำนวนคอลัมน์	122	-	122	-
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:22:24	-	00:01:34	-
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:02	-	00:00:01	-
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:06	-	00:00:07	-
	รวม	00:22:32	-	00:01:42	-

หมายเหตุ *สำหรับข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 6 และ 8 ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้ภายใน 24 ชั่วโมง

ตารางที่ 4.11 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		1.535	3.396	6.357	6.329
ค่าภาระงานเฉลี่ย		157.61	106.11	174.81	155.67
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		34.79	21.71	32.53	59.01
ค่ารายได้เฉลี่ย		33044.2	19990.92	33184.56	33044.06
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		6416.58	5432.15	7080.56	13533.36
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	115	213	385	227
	จำนวนอาร์ก (Arc)	425	1281	3563	930
	จำนวนปัญหาย่อย	4	12	4	1
	จำนวนคอลัมน์	35	489	233	60
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:00:06	00:02:22	00:36:28	00:00:24
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:01	00:00:06	00:00:07	00:00:01
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:06	00:00:07	00:00:07	00:00:06
	รวม	00:00:13	00:02:35	00:36:42	00:00:31

ตารางที่ 4.12 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2

ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 5	ชุดที่ 6*	ชุดที่ 7	ชุดที่ 8*
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		7.833	-	15.685	-
ค่าภาระงานเฉลี่ย		156.56	175.67	155.032	155.71
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		36.93	-	74.80	-
ค่ารายได้เฉลี่ย		29494.89	34321.98	32502.38	30837.41
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		8388.07	-	16064.35	-
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	423	763	451	843
	จำนวนอาร์ก (Arc)	2851	8351	1941	6606
	จำนวนปัญหาย่อย	4	-	2	-
	จำนวนคอลัมน์	366	-	183	-
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:22:31	-	00:01:38	-
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:08	-	00:00:02	-
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:06	-	00:00:07	-
	รวม	00:22:45	-	00:01:47	-

หมายเหตุ *สำหรับข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 6 และ 8 ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้ภายใน 24 ชั่วโมง

ตารางที่ 4.13 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 1 – 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3

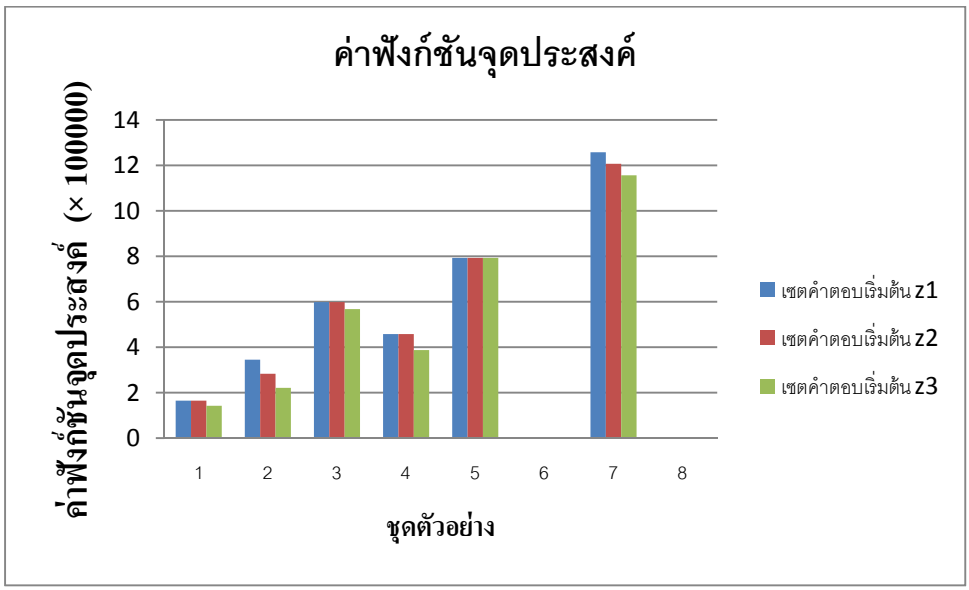
ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		1.471	2.903	5.841	6.295
ค่าภาระงานเฉลี่ย		157.61	106.11	174.81	155.67
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		34.63	18.86	29.43	58.74
ค่ารายได้เฉลี่ย		33044.2	19990.92	33184.56	33044.06
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		5177.64	4548.44	6429.88	13826.37
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	115	213	385	227
	จำนวนอาร์ก (Arc)	425	1281	3563	930
	จำนวนปัญหาย่อย	3	9	11	13
	จำนวนคอลัมน์	30	359	434	356
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:00:06	00:02:24	00:36:30	00:00:25
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:01	00:00:07	00:00:10	00:00:08
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:07	00:00:08	00:00:09	00:00:07
	รวม	00:00:14	00:02:39	00:36:49	00:00:40

ตารางที่ 4.14 ผลการคำนวณข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 5 – 8 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3

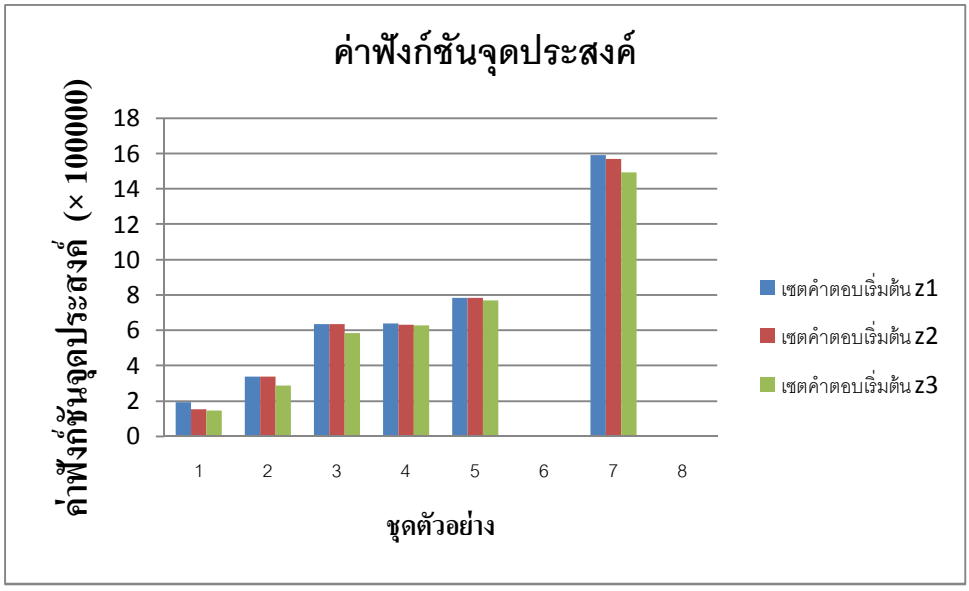
ชุดข้อมูลตัวอย่าง		ชุดที่ 5	ชุดที่ 6*	ชุดที่ 7	ชุดที่ 8*
ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ $(\times 10^5)$		7.710	-	14.940	-
ค่าภาระงานเฉลี่ย		156.56	175.67	155.032	155.71
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของภาระงาน		39.69	-	74.46	-
ค่ารายได้เฉลี่ย		29494.89	34321.98	32502.38	30837.41
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้		8526.07	-	15560.51	-
ปัญหาย่อย	จำนวนจุดต่อ (Node)	423	763	451	843
	จำนวนอาร์ก (Arc)	2851	8351	1941	6606
	จำนวนปัญหาย่อย	4	-	1	-
	จำนวนคอลัมน์	549	-	122	-
เวลา (ชั่วโมง:นาที:วินาที)	สร้างคำตอบเริ่มต้น	00:22:40	-	00:01:43	-
	เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชัน	00:00:13	-	00:00:03	-
	หาคำตอบจำนวนเต็ม	00:00:07	-	00:00:06	-
	รวม	00:23:00	-	00:01:52	-

หมายเหตุ *สำหรับข้อมูลตัวอย่างชุดที่ 6 และ 8 ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบได้ภายใน 24 ชั่วโมง

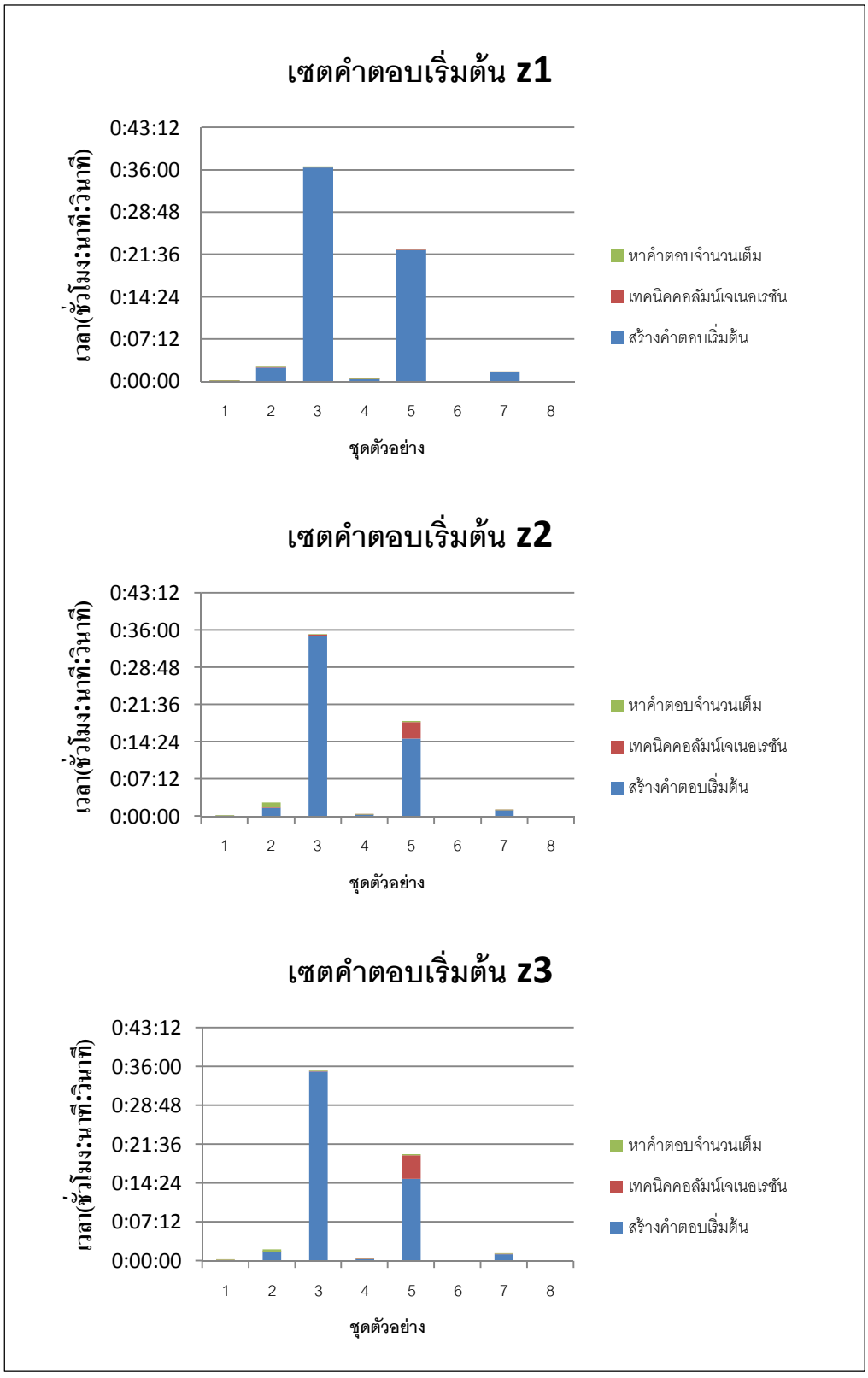
จากผลการทดลองทั้งหมด สามารถนำมาวาดกราฟเพื่อเปรียบเทียบ ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ และเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของชุดตัวอย่างที่นำมาทดสอบ ดังภาพที่ 4.1 – 4.4



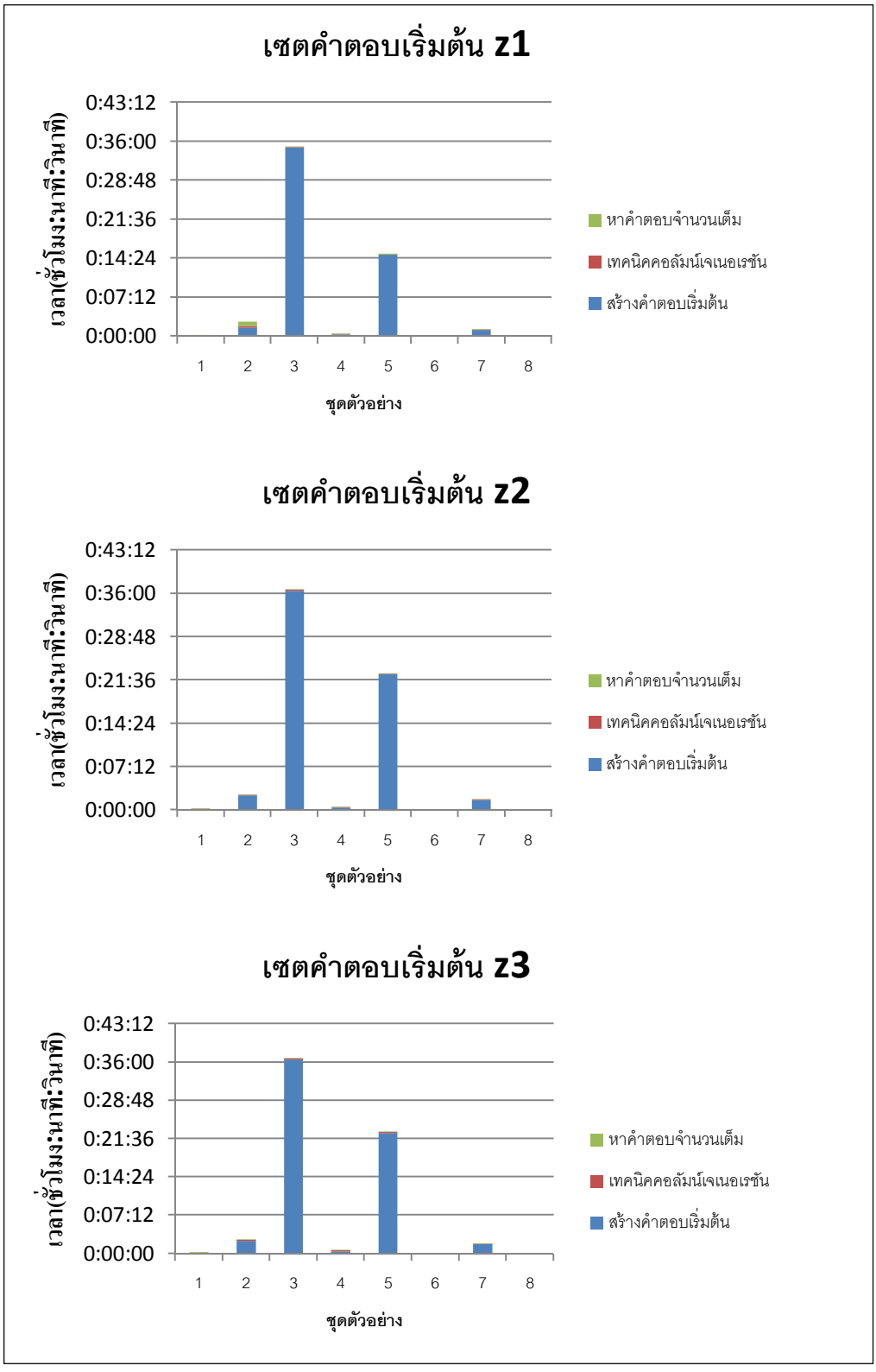
ภาพที่ 4.1 ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A



ภาพที่ 4.2 ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B



ภาพที่ 4.3 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A



ภาพที่ 4.4 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของแต่ละชุดข้อมูลโดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B

จากแผนภูมิแสดงค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ในภาพที่ 4.1 และ 4.2 จะพบว่า ในภาพรวมลักษณะของคำตอบเริ่มต้นที่ใช้ในการหาคำตอบมีผลกระทบต่อคุณภาพของคำตอบ เนื่องจากเมื่อเปรียบเทียบคุณภาพของคำตอบสำหรับแต่ละชุดข้อมูล คำตอบที่ได้จากการใช้คำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3 (ตารางปฏิบัติงานของพนักงานทั้งหมดจำนวน 20 ชุด) ให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ดีที่สุด และสำหรับเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบจะแบ่งออกเป็นส่วนต่างๆ 3 ส่วนคือ เวลาในส่วนของการสร้างเซตของคำตอบเริ่มต้น, เวลาในส่วนของการใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันและเวลาในส่วนของการหาคำตอบจำนวนเต็ม ในกรณีที่ขนาดเซตของคำตอบเริ่มต้นมีขนาดแตกต่างกันจะไม่ส่งผลต่อเวลาที่ใช้ในการสร้างเซตคำตอบเริ่มต้น เนื่องจากชุดคำสั่งในการสร้างเซตคำตอบเริ่มต้นเป็นชุดคำสั่งเดียวกัน โดยชุดคำสั่งดังกล่าวจะสร้างเซตของคำตอบ(Solution pool) มาจำนวนหนึ่ง จากนั้นเราจึงเลือกใช้เซตย่อยของคำตอบที่มีขนาดต่างๆ กันเป็นเซตคำตอบเริ่มต้น เวลาในส่วนของเทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันแต่ละชุดตัวอย่างจะใช้เวลามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับจำนวนปัญหาย่อยและจำนวนของคอลัมน์ที่สร้างขึ้นและเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบจำนวนเต็มจากเซตของคอลัมน์ทั้งหมดจะใช้เวลาประมาณ 6 วินาที ถึง 1 นาที ขึ้นอยู่กับขนาดของเซตของคอลัมน์ทั้งหมด ดังนั้นเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของข้อมูลแต่ละชุดตัวอย่างโดยใช้เซตของคำตอบเริ่มต้นที่แตกต่างกันจึงไม่แตกต่างกันมาก

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงาน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ ปรับดุลรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคนให้เท่าเทียมกันมากที่สุดโดยประยุกต์ใช้เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันในการหาคำตอบ และทำการทดสอบกับข้อมูลจริงจากบริษัท การบินไทย จำกัด (มหาชน) โดยจะศึกษาเฉพาะการมอบหมายงานให้กับพนักงานในตำแหน่งผู้จัดการบนเครื่องบินเท่านั้น สำหรับตัวอย่างข้อมูลคู่เที่ยวบินที่นำมาทดสอบมีขนาดแตกต่างกัน และทดสอบกับเซตของคำตอบเริ่มต้นขนาดแตกต่างกัน ซึ่งเซตคำตอบเริ่มต้นนี้ได้มาจากคำตอบของปัญหาการไหลของสินค้าโภคภัณฑ์หลายชนิด

การหาคำตอบของปัญหาทำโดยใช้โปรแกรม IBM ILOG CPLEX Optimization (version 12.1) บนเครื่องคอมพิวเตอร์ Intel Xeon CPU 2.50GHz Ram 8.00GB พบว่าจำนวนชุดของตารางงานของพนักงานที่นำมาใช้เป็นคำตอบเริ่มต้นมีผลกระทบต่อคุณภาพของคำตอบที่ได้ โดยชุดของตารางงานที่ใหญ่ (เซต z_3) จะสามารถให้ลักษณะของคำตอบที่ดีกว่า ประกอบกับจำนวนคู่เที่ยวบินและจำนวนพนักงานทั้งหมดมีผลกระทบต่อคุณภาพของคำตอบที่ได้ ลักษณะของคำตอบสุดท้ายที่ได้อาจจะไม่เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหาดังกล่าวเนื่องจากลักษณะของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ใช้ในปัญหาย่อย ไม่ใช่เป็นการ minimize reduced cost โดยตรง อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้ค่อนข้างมีคุณภาพพอสมควร โดยดูจากการกระจายของรายได้และภาระงานของพนักงานแต่ละคน เนื่องจากลักษณะของคู่เที่ยวบินที่นำมาทดสอบ มีค่าภาระงานและค่าของรายได้ที่ไม่ได้มีความสัมพันธ์กันในแต่ละคู่เที่ยวบิน เช่น ในบางคู่เที่ยวบินที่มีภาระงานมาก แต่มีค่ารายได้ที่น้อย ประกอบกับแต่ละคู่เที่ยวบินมีค่าภาระงานและรายได้ที่ค่อนข้างแตกต่างกันสูง จึงส่งผลกระทบต่อการกระจายของค่าภาระงานและรายได้ที่ได้ สำหรับในส่วนของเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบเนื่องจากเวลาส่วนมากของเวลาที่ใช้ทั้งหมดเป็นเวลาที่ใช้ในการสร้างเซตของคำตอบเริ่มต้นจากปัญหาการไหลของสินค้าโภคภัณฑ์หลายชนิด ในกรณีที่ปัญหามีขนาดใหญ่ (ชุดข้อมูล 6 และ 8) จึง

ส่งผลกระทบให้ใช้เวลาในการหาคำตอบมากเช่นกัน โดยในกรณีนี้เรากำหนดเวลาในการหาคำตอบของโปรแกรมไว้ไม่เกิน 24 ชั่วโมง

สำหรับเทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้สามารถนำไปพัฒนาต่อยอดได้ในส่วนต่างๆ เช่น การสร้างปัญหาย่อยอาจจะประยุกต์ใช้เทคนิคอื่นๆ ในการสร้างปัญหาขึ้นมาหรือพัฒนาขั้นตอนวิธีที่สามารถหาคำตอบของปัญหาย่อยได้รวดเร็วยิ่งขึ้นรวมทั้งการสร้างคำตอบเริ่มต้นสำหรับเทคนิคดังกล่าวด้วย

เอกสารอ้างอิง

[1] Massoud Bazargan, “Airline Operations and Scheduling”,(England: Ashgate Publishing Limited, 2010), p 83-101.

[2] M. E. Lübbecke and J. Desrosiers, “Selected Topics in Column Generation”.Operations Research Vol. 53 (2005), 1007–1023.

[3] D. M. Ryan, “ The Solution of Massive Generalized Set Partitioning Problems in Aircrew Rostering,” The Journal of the Operational Research Society (1992), 459-467.

[4] P. R. Day and D. M. Ryan, “Flight Attendant Rostering for Short-Haul Airline Operations,” Operations Research (1997), 649-661.

[5] A. Caprara, P. Toth, D. Vigo, and M. Fischetti, “Modeling and Solving the Crew Rostering Problem,” Operations Research (1998), 820-830.

[6] Y. Guo, T. Mellouli, L. Suhl, and M. P. Thiel, “ A partially integrated airline crew scheduling approach with time-dependent crew capacities and multiple home bases,” European Journal of Operational Research (2006), 1169-1181.

[7] M. Gamache, F. Soumis, G. Marquis, and J. Desrosiers, “ A Column Generation Approach for Large-Scale Aircrew Rostering Problems,” Operations Research (1999), 247-263.

[8] P. Cappanera and G. Gallo, “A Multicommodity Flow Approach to the Crew Rostering Problem,” Operations Research (2004), 583-596.

[9] T. Kato and C. Jeenanunta, “Crew Rostering Problem: Case of Thai Domestic Low Cost Airline,” The 10th International Conference on Industrial Management, Beijing (Sep 16-18 2010), 480-485.

[10] C. Jeenanunta, B. Intiyot, and W. Puttapatimok, “A Multi-commodity Flow Approach to the Crew Rostering Problem,” The 2nd International Conference on Logistics and Transport, Queenstown, New Zealand (Dec 16-18 2010): 735-742.

[11] C. Jeenanunta, B. Kasemsontitum, and T. Noichawee, “A Multi-commodity Flow Approach for the Aircraft Routing and Maintenance Problem,” The 2011 IEEE International Conference on Quality and Reliability, Bangkok, Thailand (Sep. 14-17, 2011) 150-155.

[12] B. Maebhout and Vanhoucke, “A Hybrid Scatter Search Heuristic for Personalized Crew Rostering in the Airline Industry,” European Journal of Operational Research (2010), 155-167.

[13] P. Lucic and D. Teodorovic, “Metaheuristics approach to the aircrew rostering problem,” Annals of Operations Research (2007),155: 311-338.

[14] M. J. Brusco and L. W. Jacobs, “A Simulated Annealing Approach to the Solution of Flexible Labour Scheduling Problems,” The Journal of the Operational Research Society (1993), 1191-1200.

[15] M. J. Brusco and L. W. Jacobs, “A Simulated Annealing Approach to the Solution of Flexible Labour Scheduling Problems,” The Journal of the Operational Research Society (1993), 1191-1200.

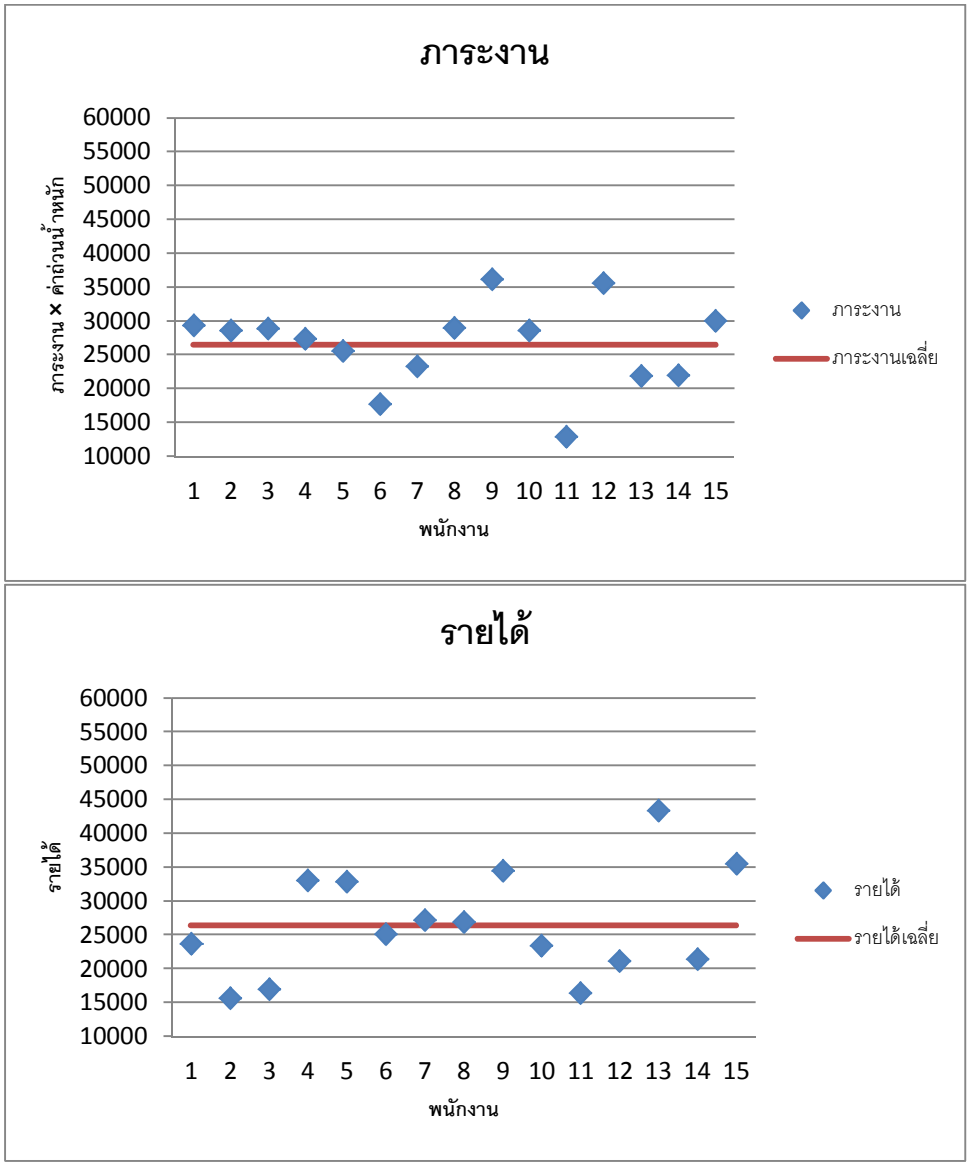
[16] V. Limlawan, B. Kasemsontitum, and C. Jeenanunta, “Airline Crew Rostering Problem Using Particle Swarm Optimization,” The 2011 IEEE International Conference on Quality and Reliability, Bangkok, Thailand, (Sep. 14-17 2011), 501-505.

[17] กชพร อ้นสวน, บุญฤทธิ์ อินทิยศ, และ ชวลิต จีนอนันต์, “การดำเนินการครอสโอเวอร์ที่ช่วยปรับสมดุลภาระงานในขั้นตอนวิธีทางพันธุกรรมสำหรับการแก้ปัญหาการจัดตารางพนักงานสายการบิน,” วารสารวิศวกรรมศาสตร์ ราชมงคลธัญบุรี ปีที่ 10 ฉบับที่ 1 (มกราคม – มิถุนายน 2555).

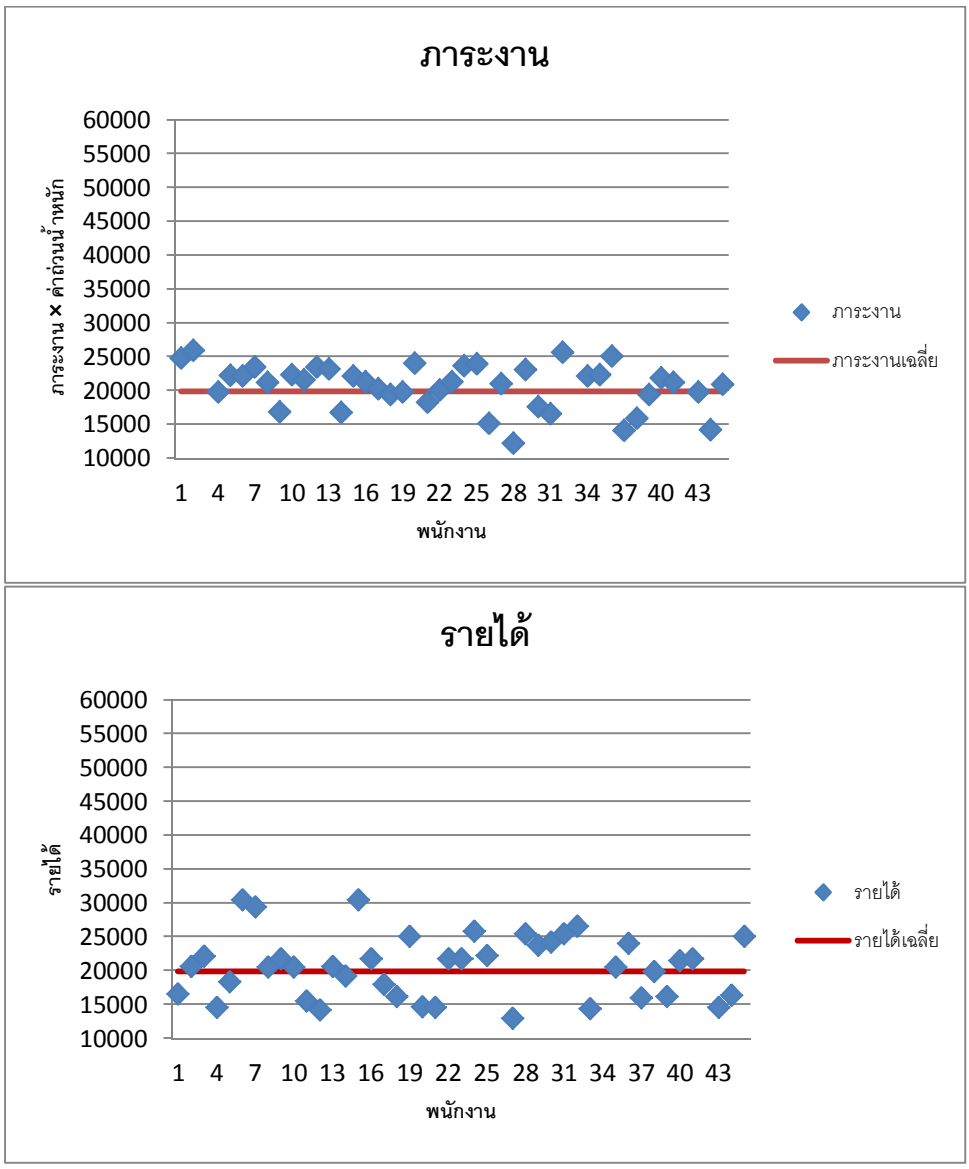
ภาคผนวก

ภาคผนวก ก. กระจายของค่าภาระงานและรายได้สำหรับชุดข้อมูลแต่ละชุด

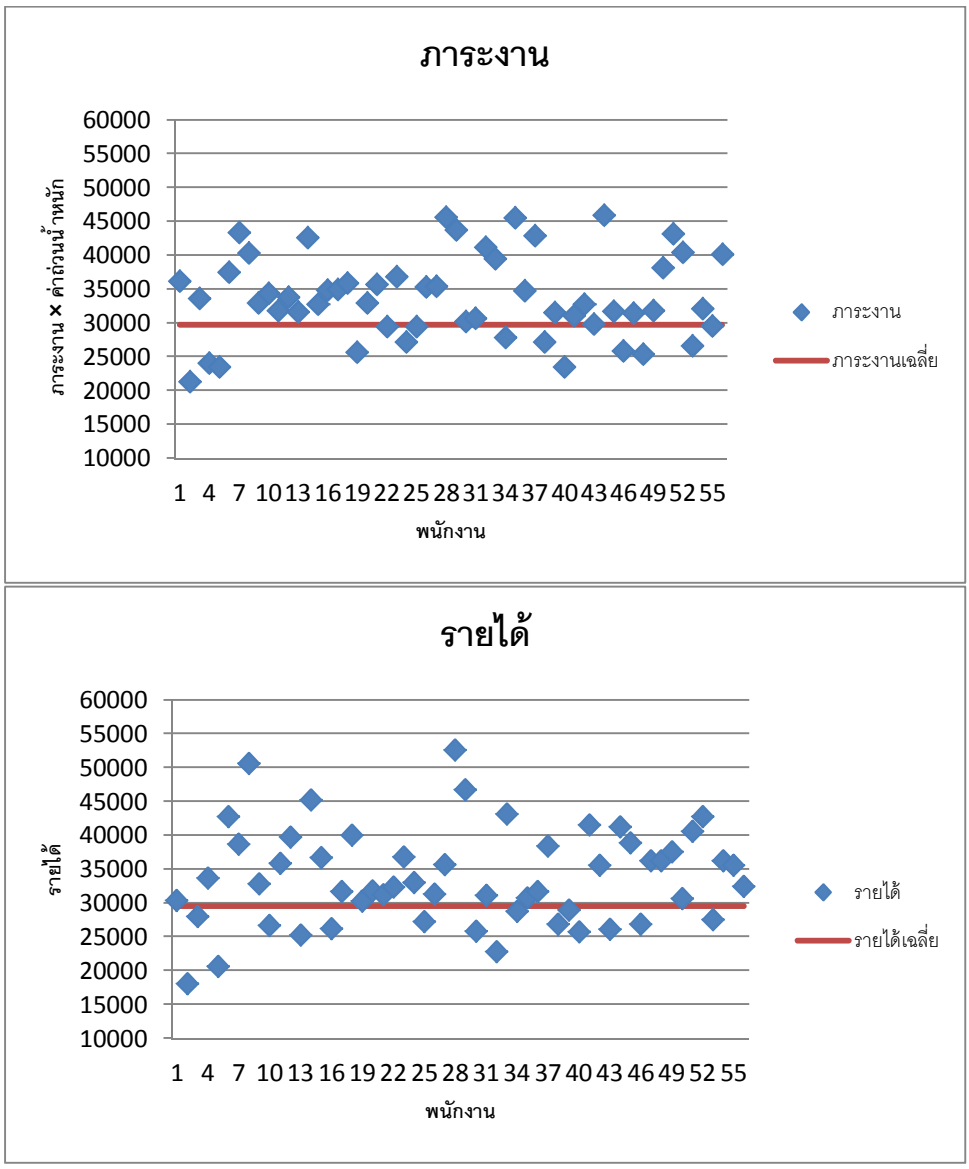
ในส่วนนี้จะแสดงกราฟกระจายตัวของค่าภาระงานและค่ารายได้ของพนักงานแต่ละคนสำหรับแต่ละตัวอย่างที่นำมาทดลอง ดังภาพที่ ผ-1 – ผ-36



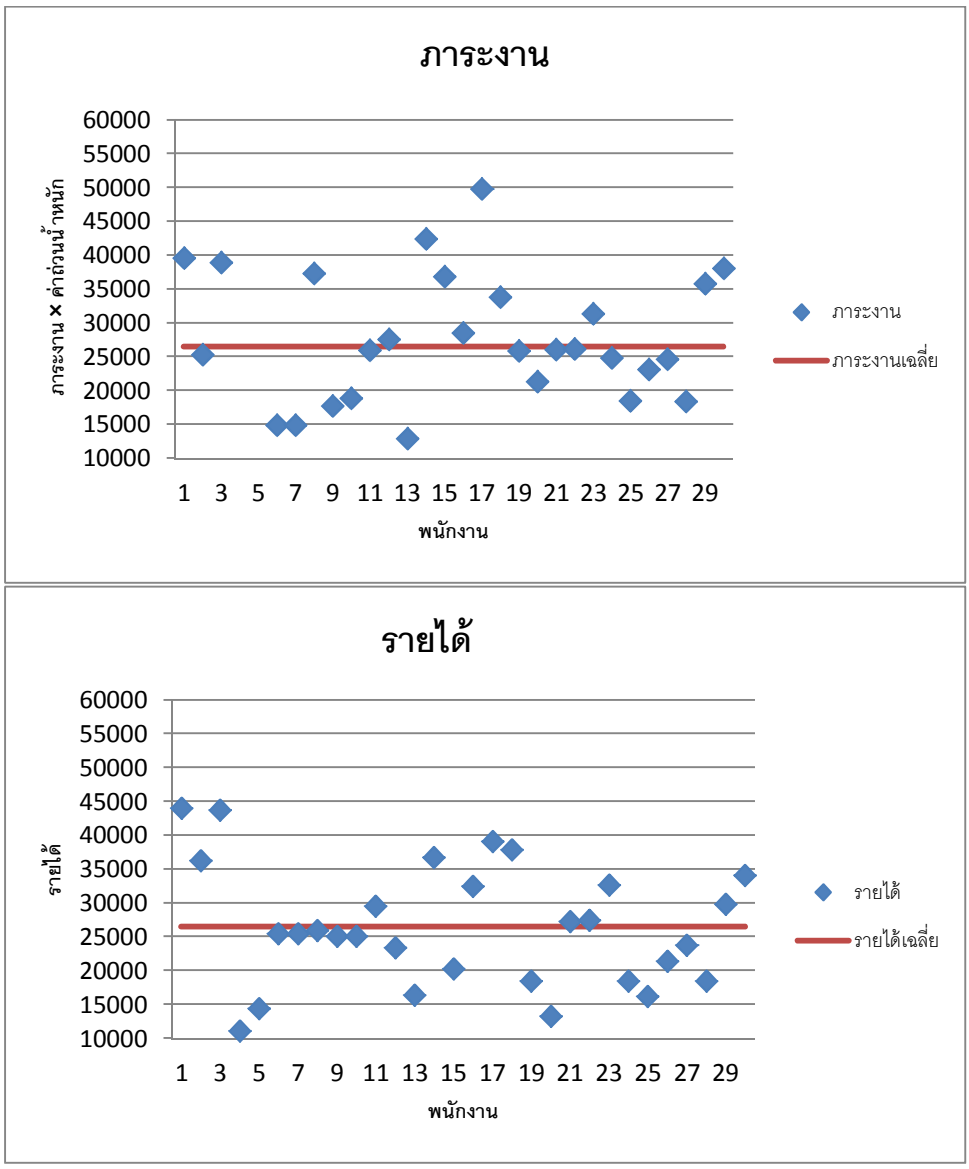
ภาพที่ ผ-1 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 1 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



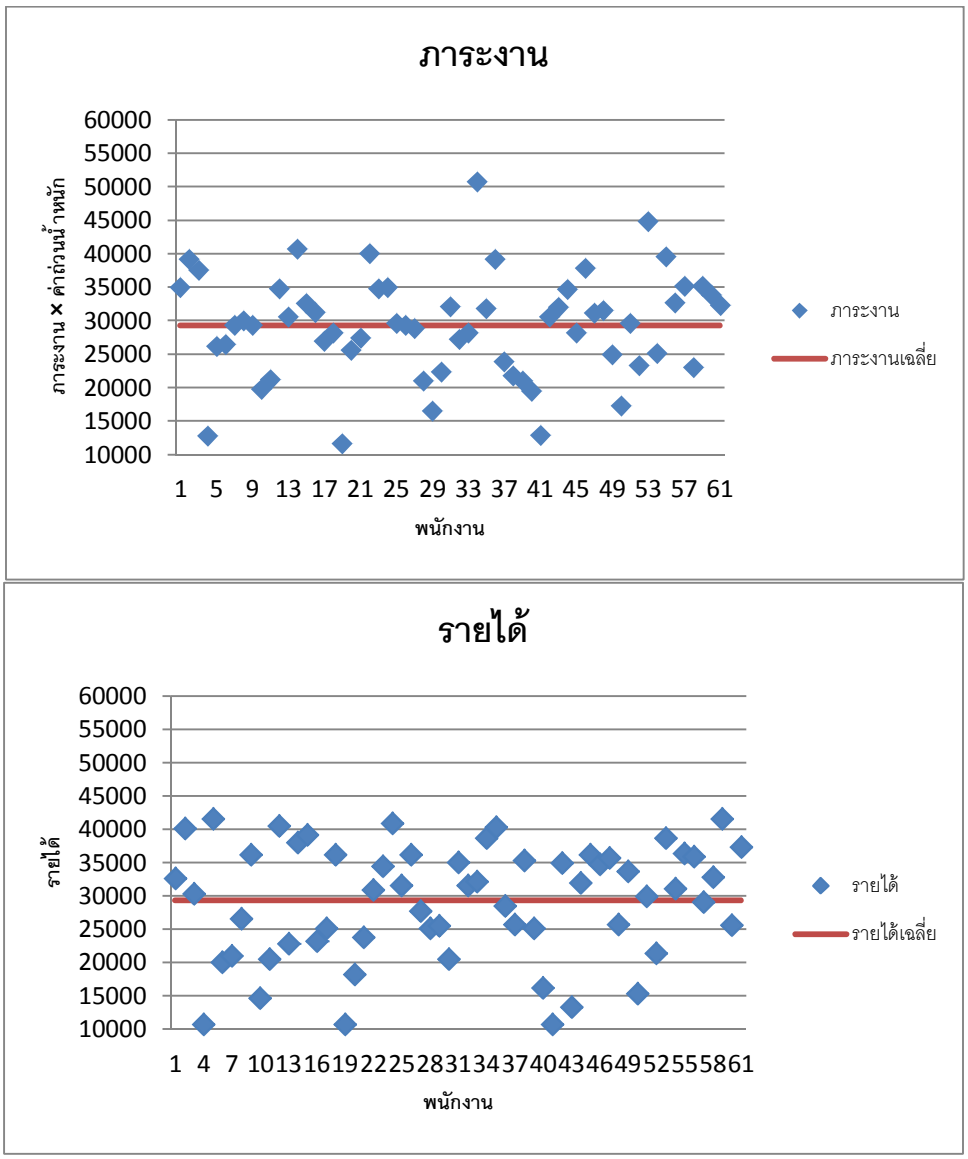
ภาพที่ ผ-2 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 2 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



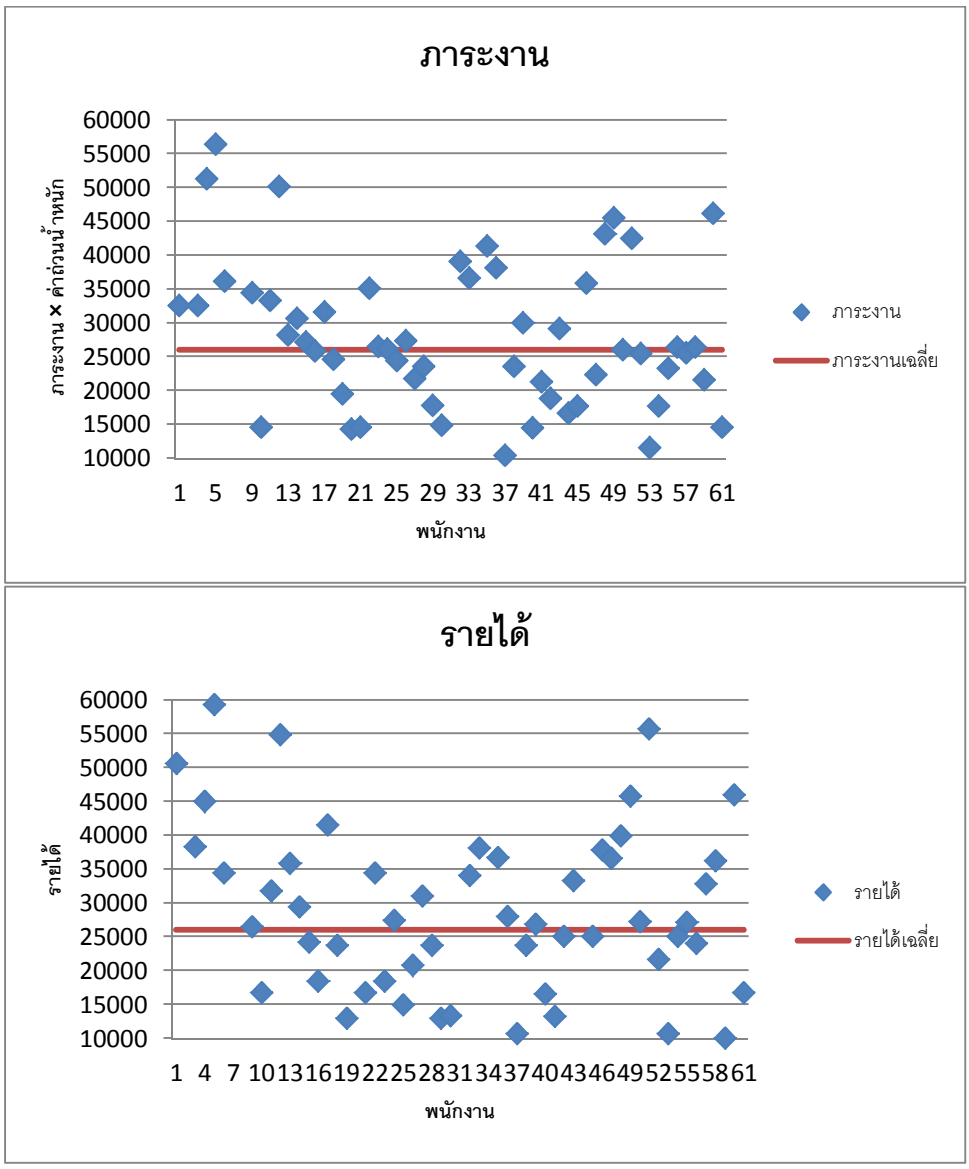
ภาพที่ ผ-3 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 3 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



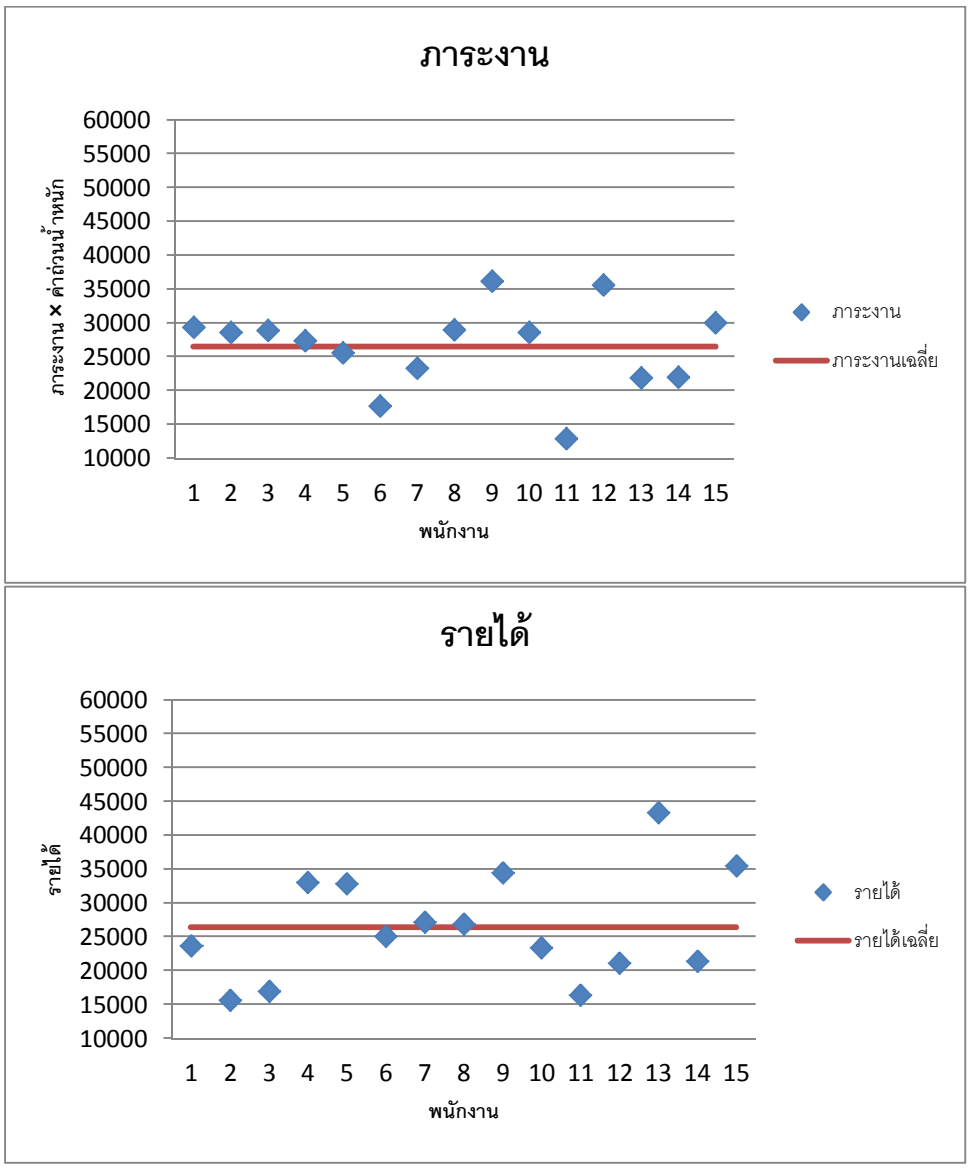
ภาพที่ ผ-4 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



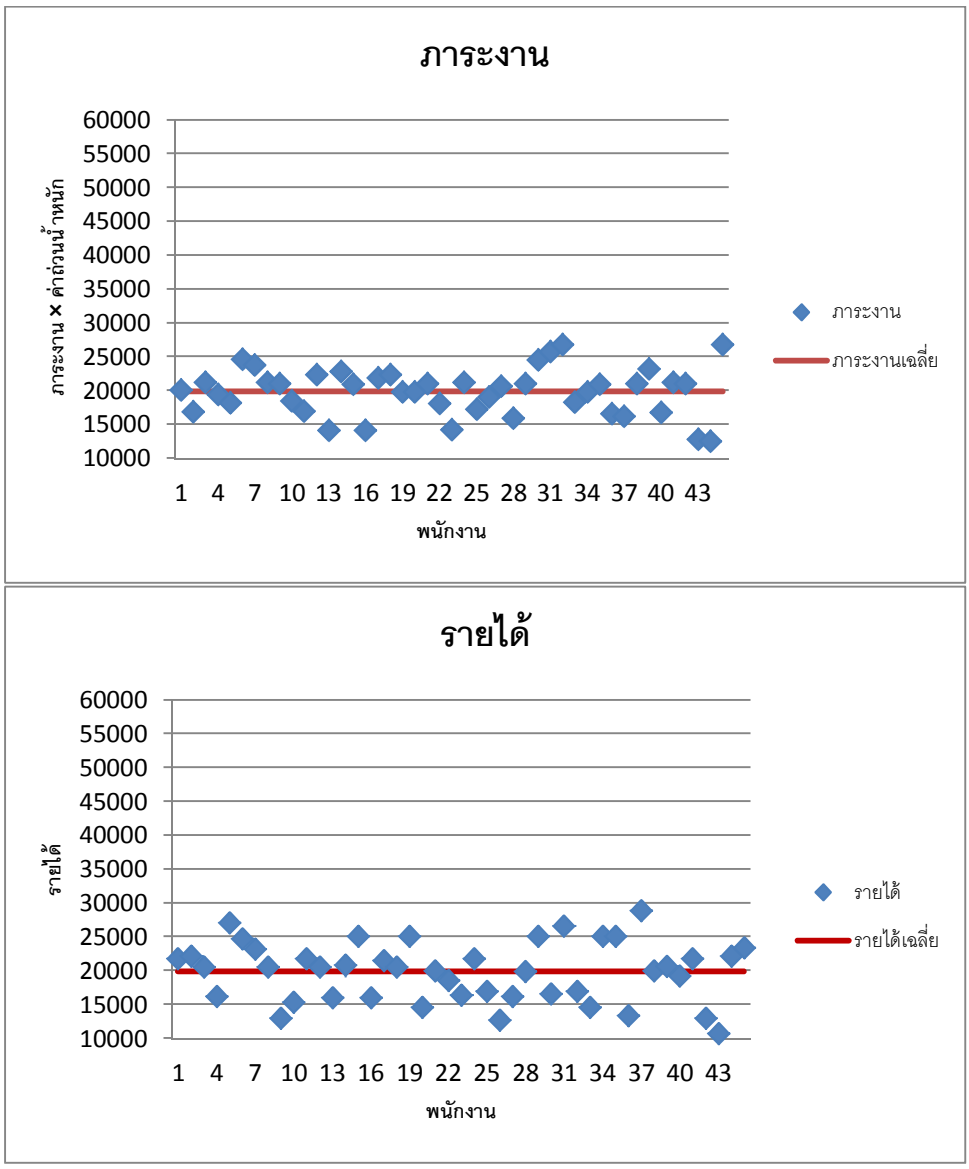
ภาพที่ ผ-5 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 5 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



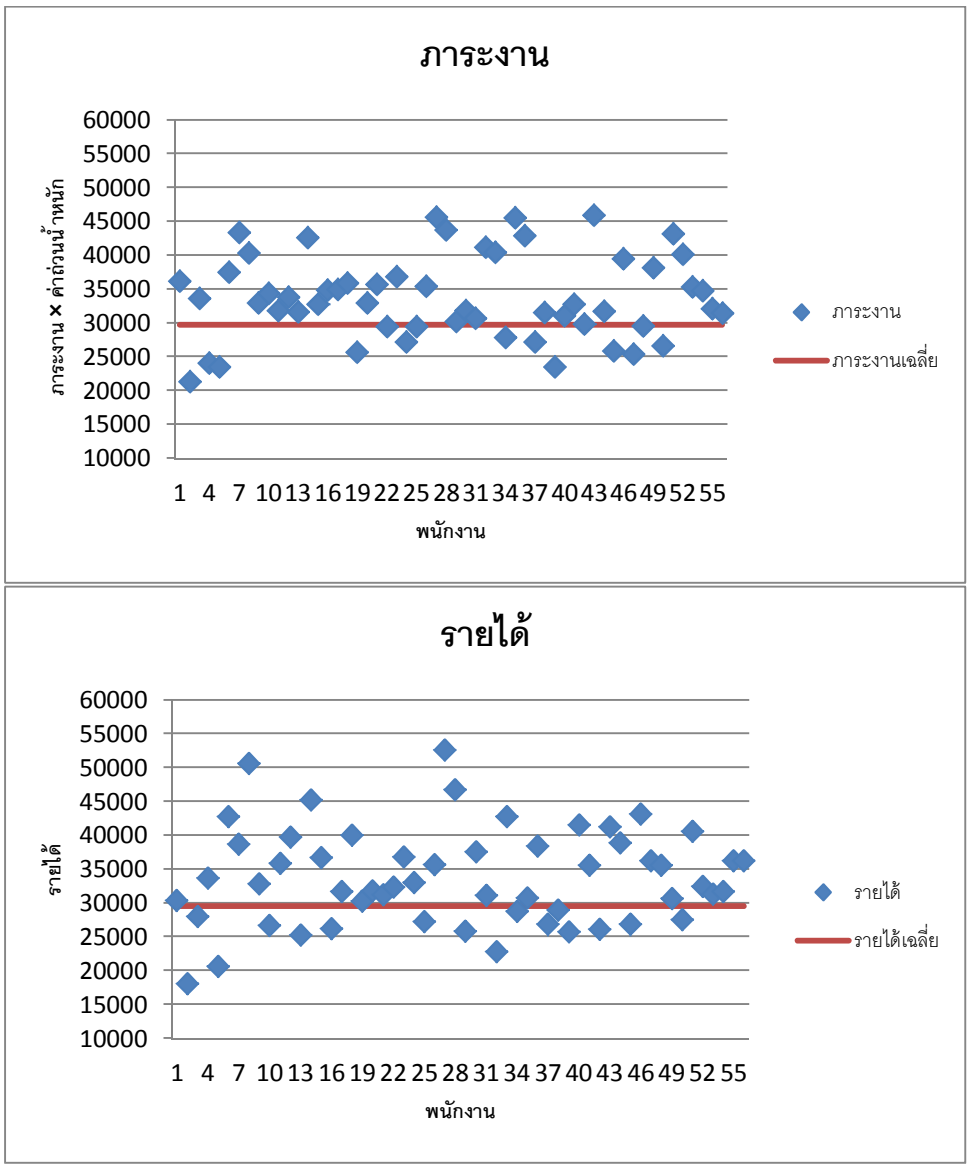
ภาพที่ ผ-6 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 7 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



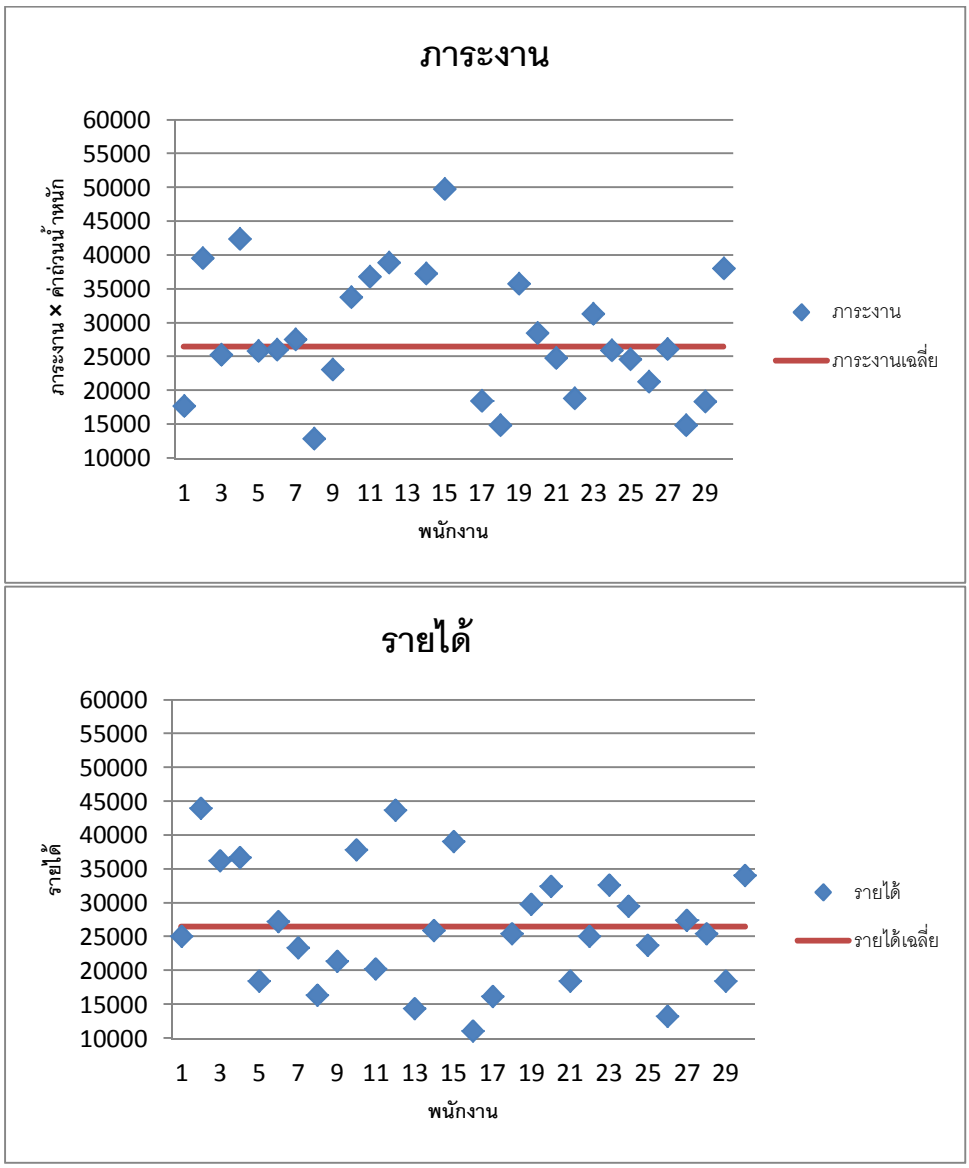
ภาพที่ ผ-7 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 1 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



ภาพที่ ผ-8 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 2 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2

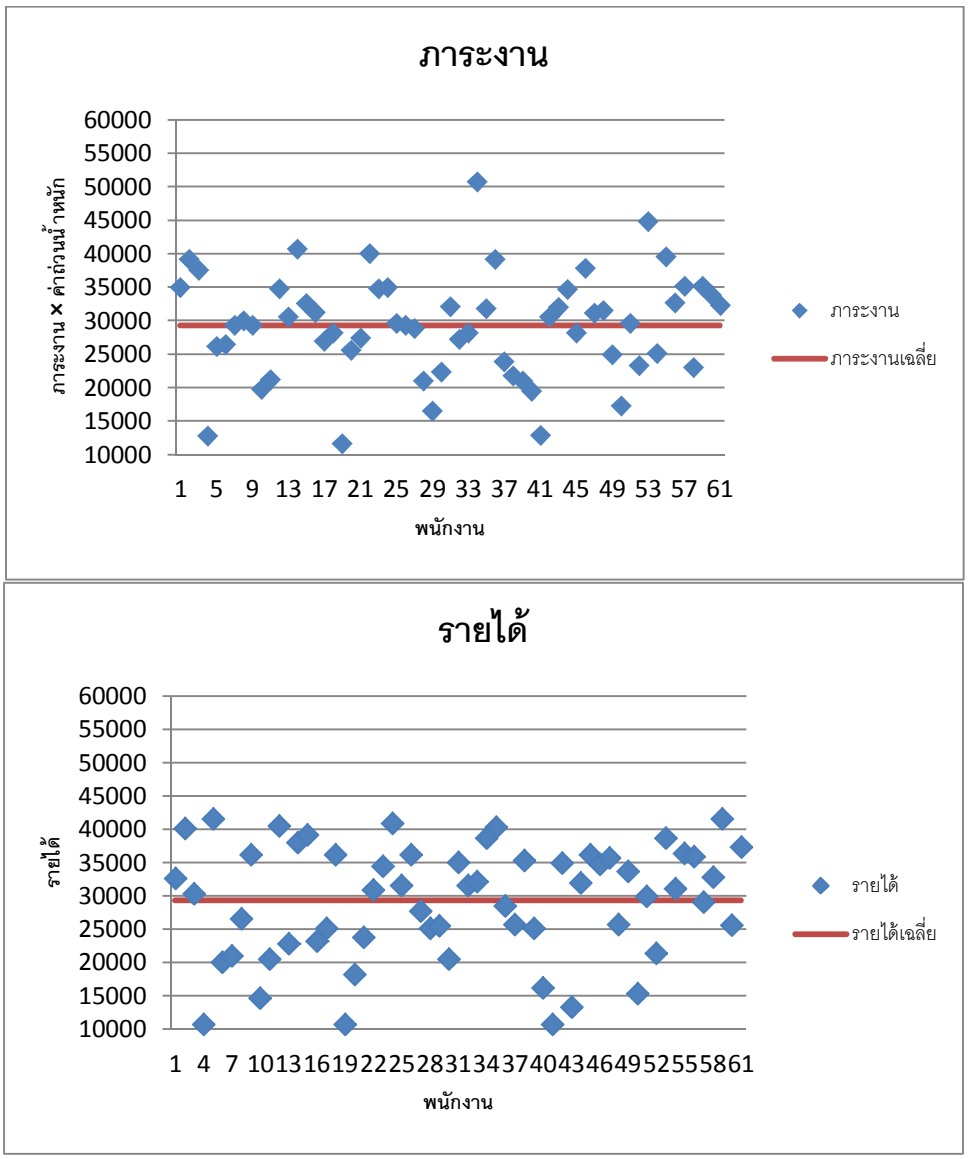


ภาพที่ ผ-9 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 3 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2

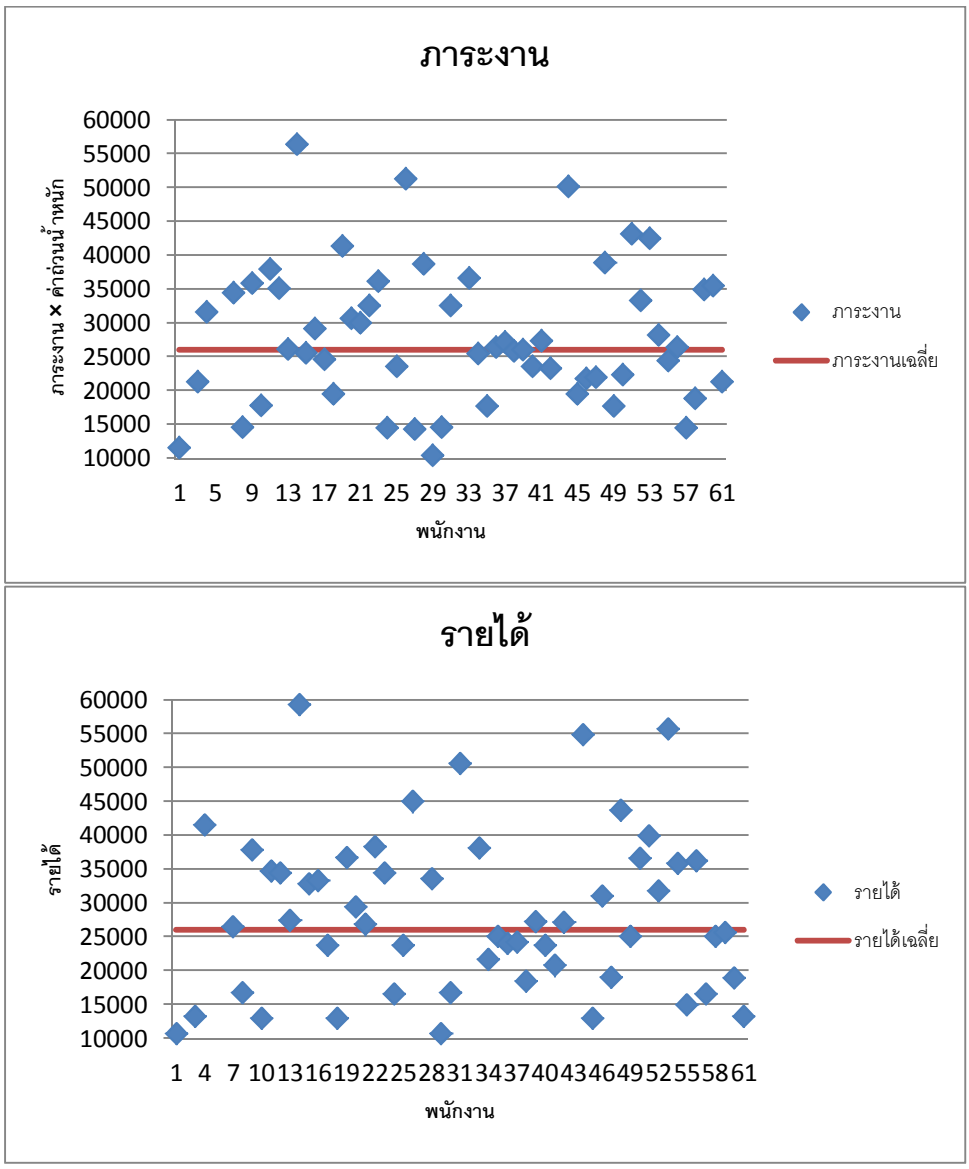


ภาพที่ ผ-10 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และ

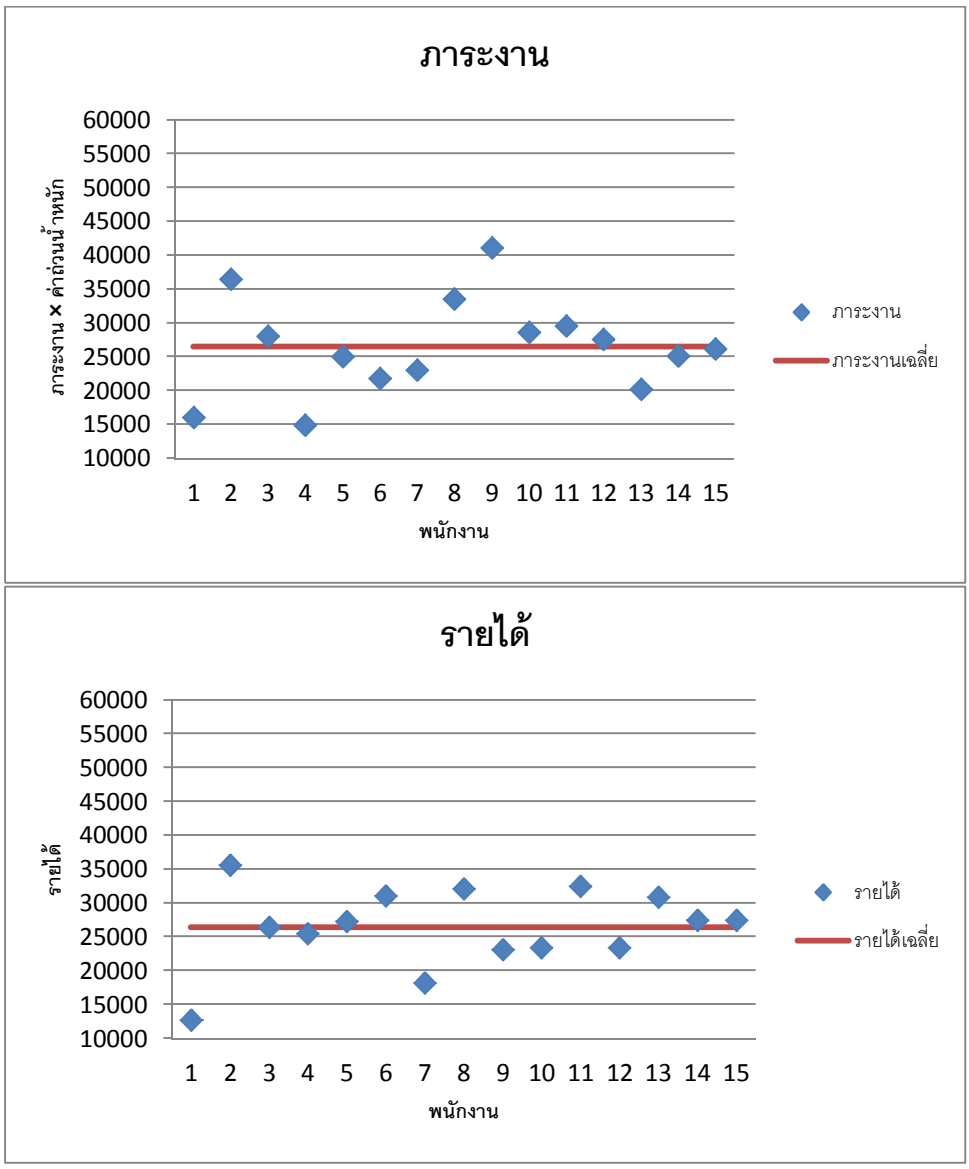
เซต ของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



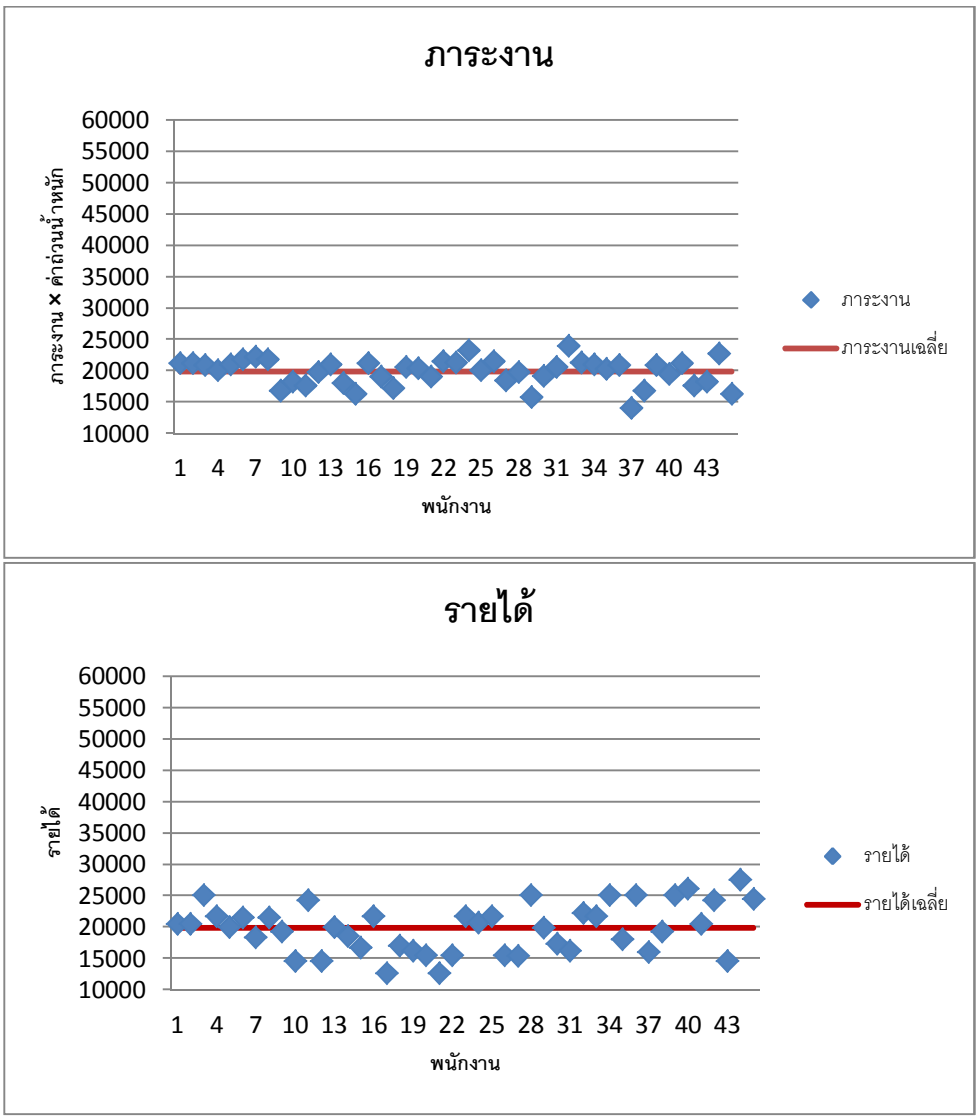
ภาพที่ ผ-11 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 5 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



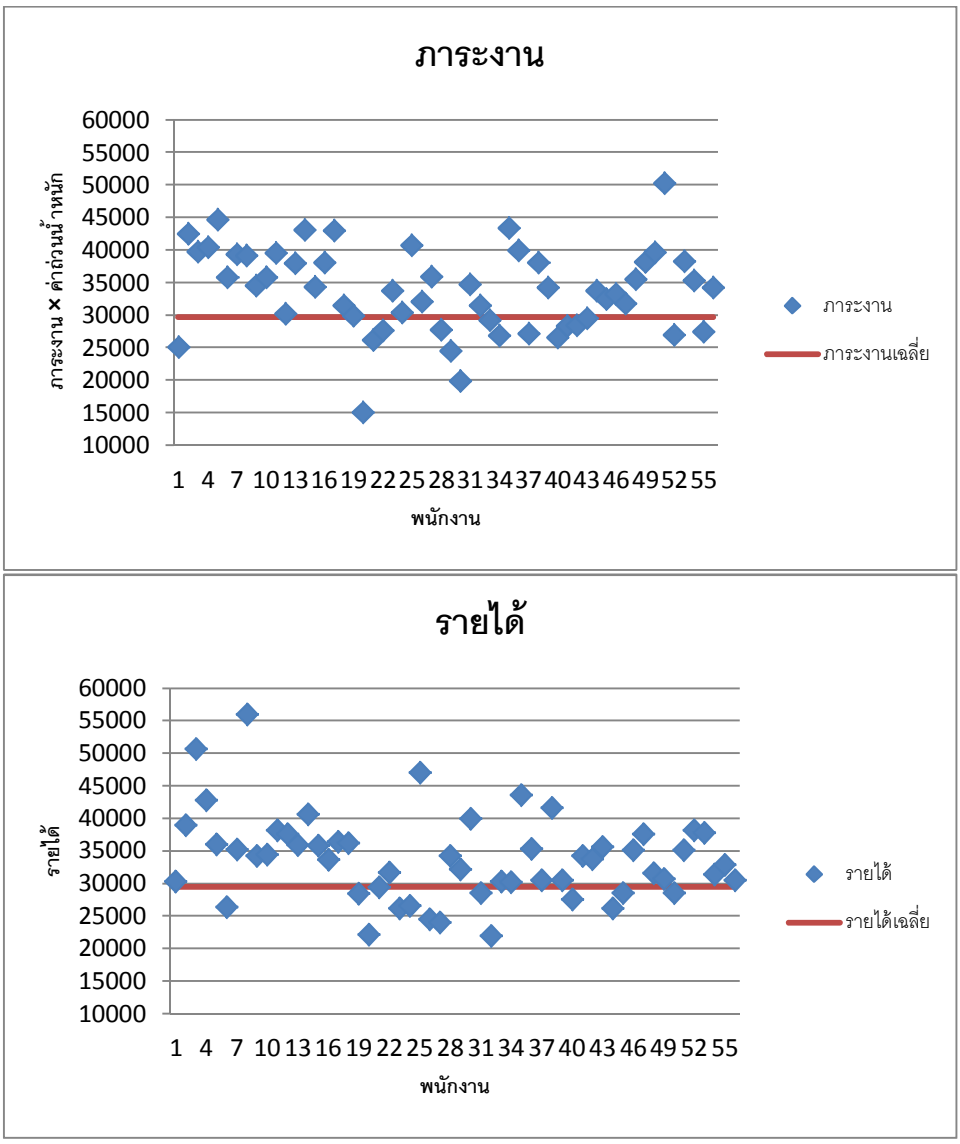
ภาพที่ ผ-12 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 7 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



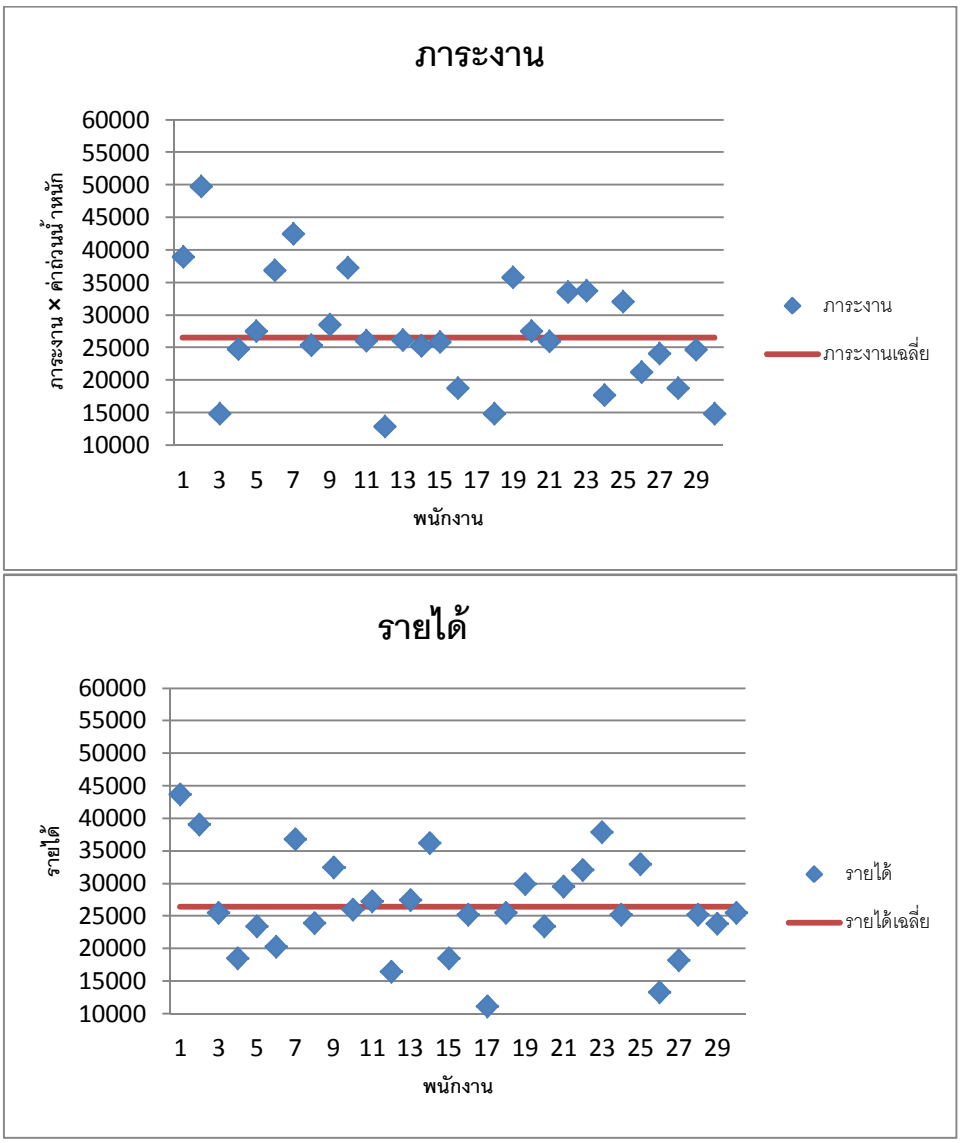
ภาพที่ ผ-13 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 1 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



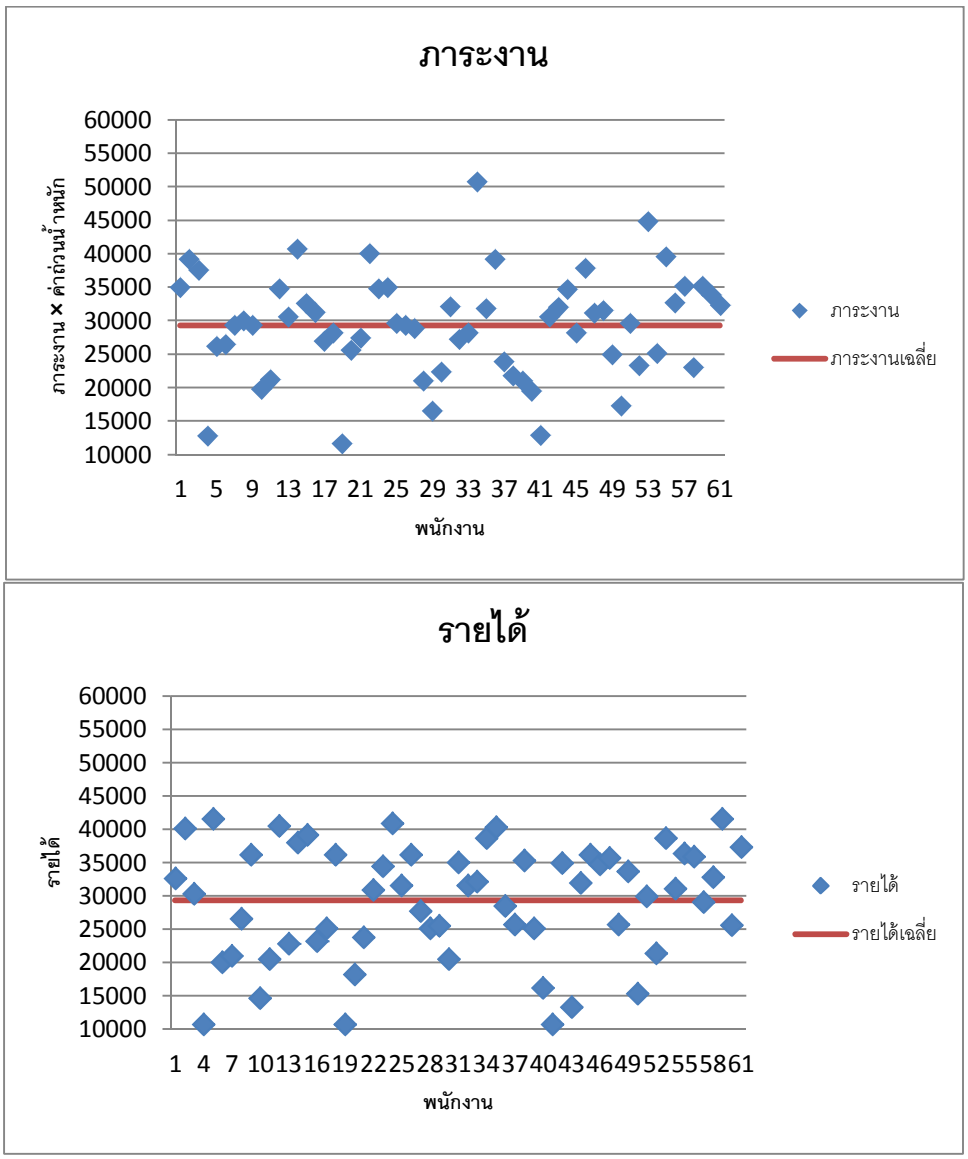
ภาพที่ ผ-14 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 2 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



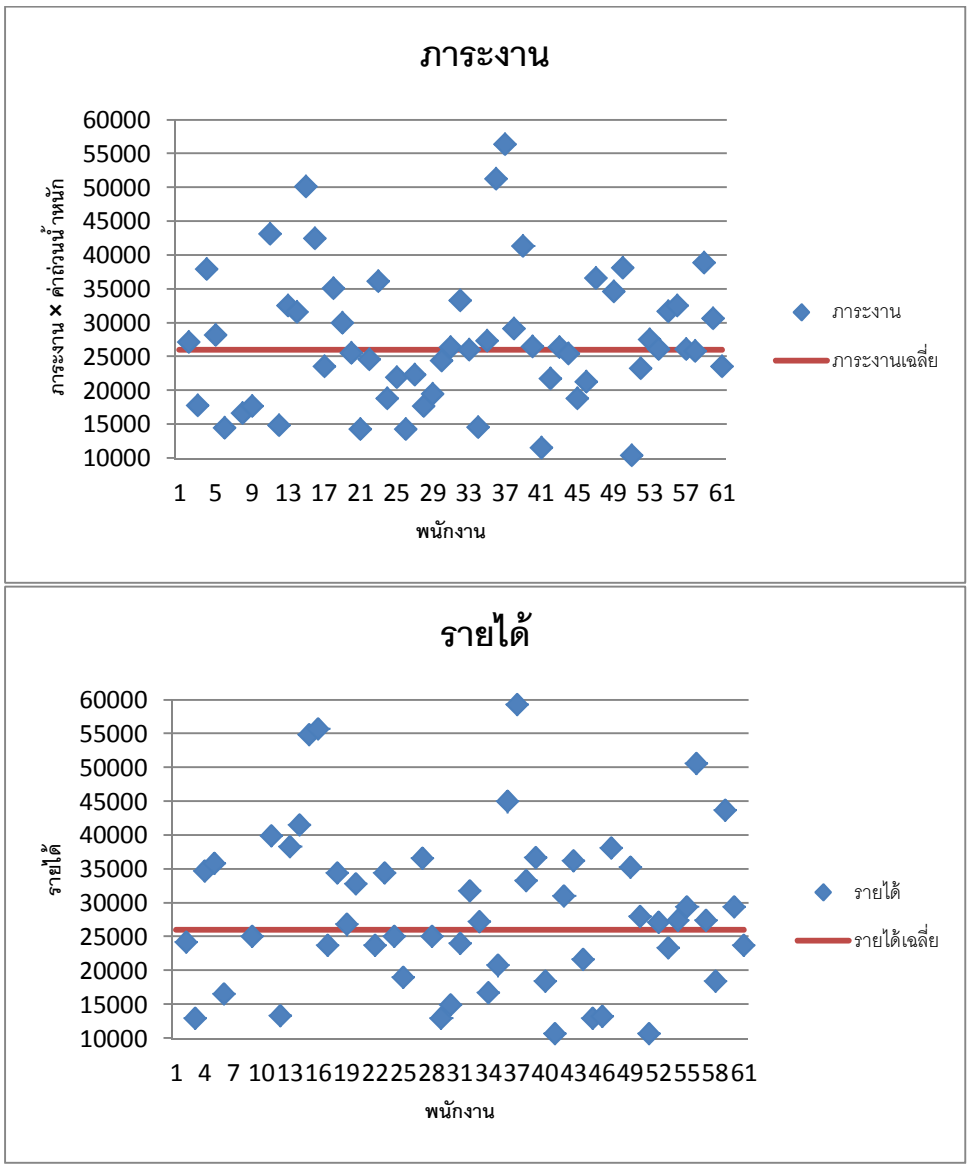
ภาพที่ ผ-15 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 3 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



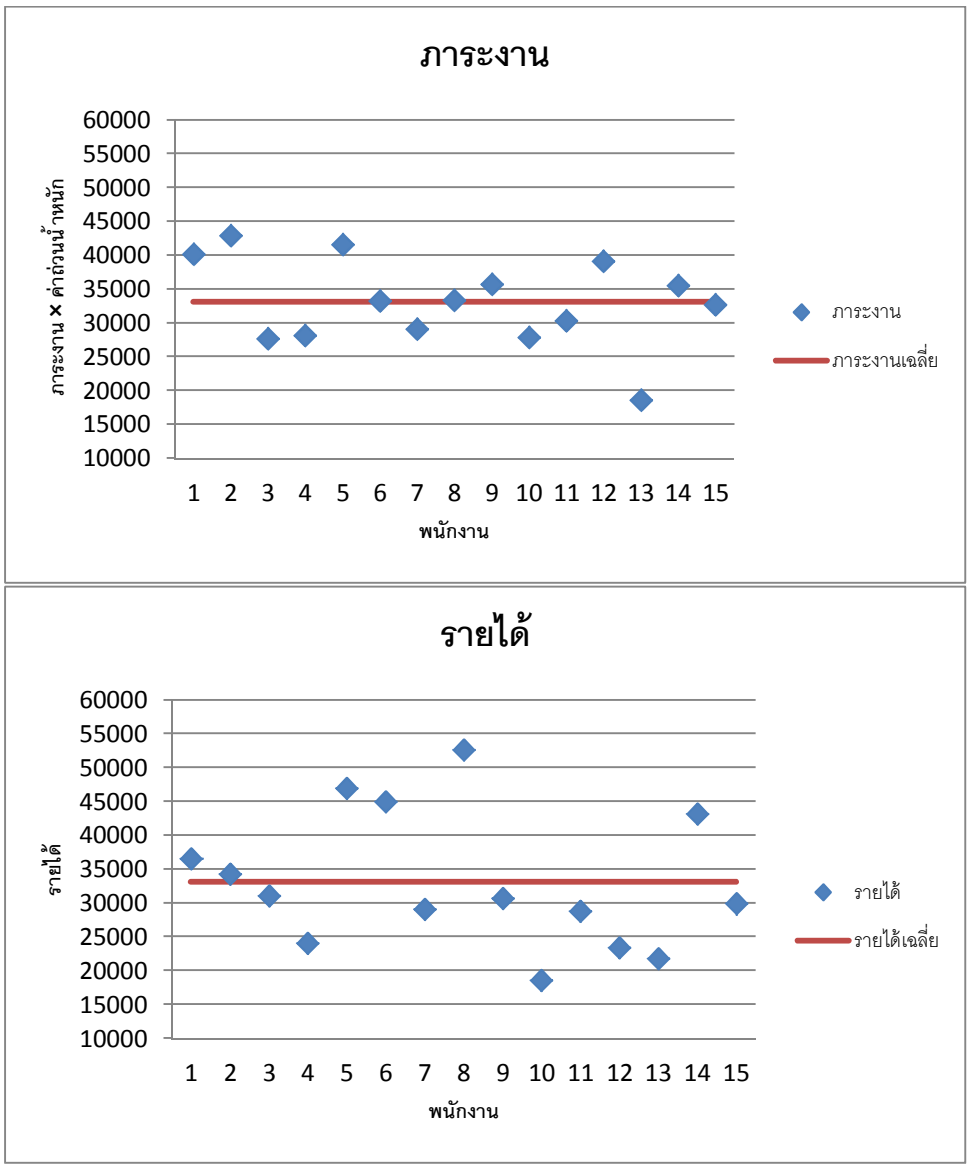
ภาพที่ ผ-16 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 4 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



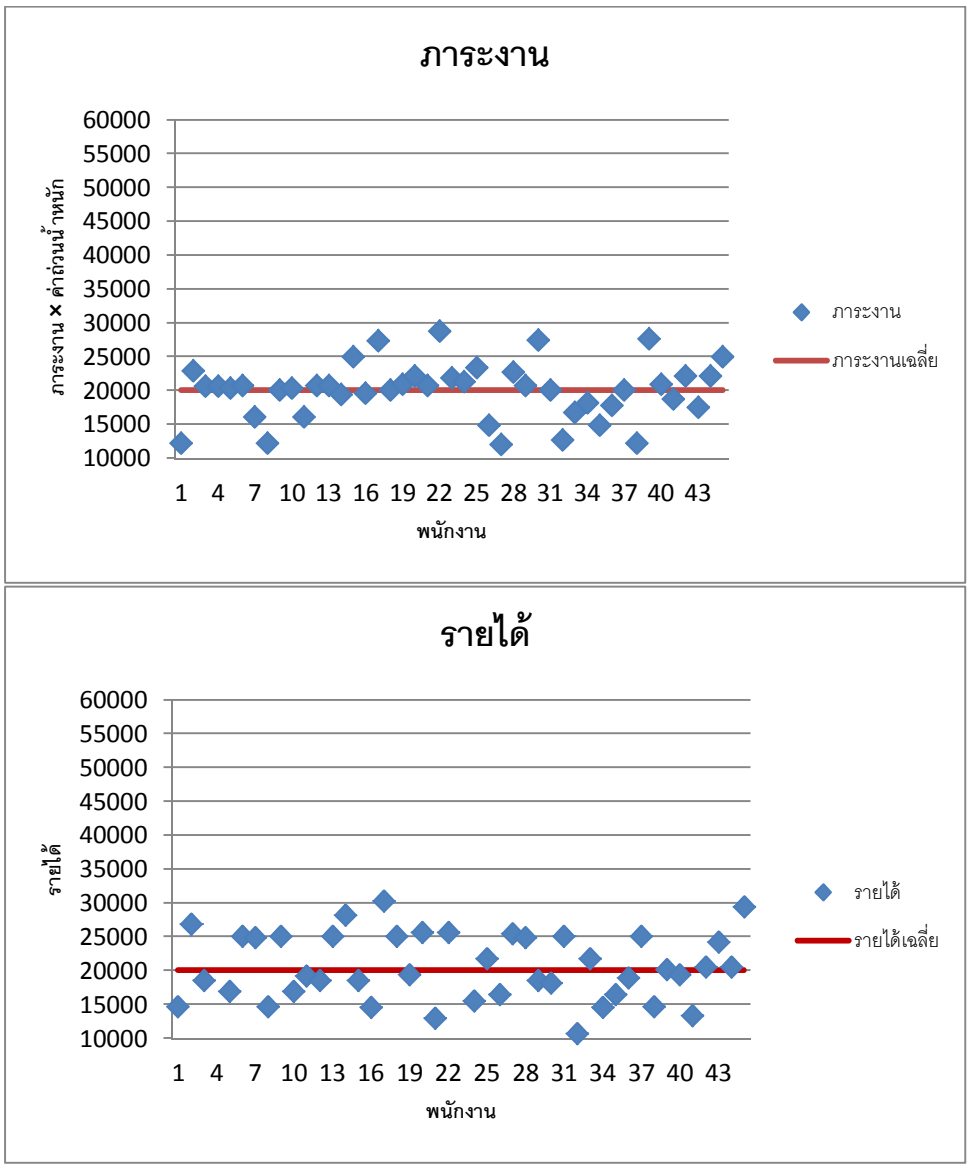
ภาพที่ ผ-17 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 5 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



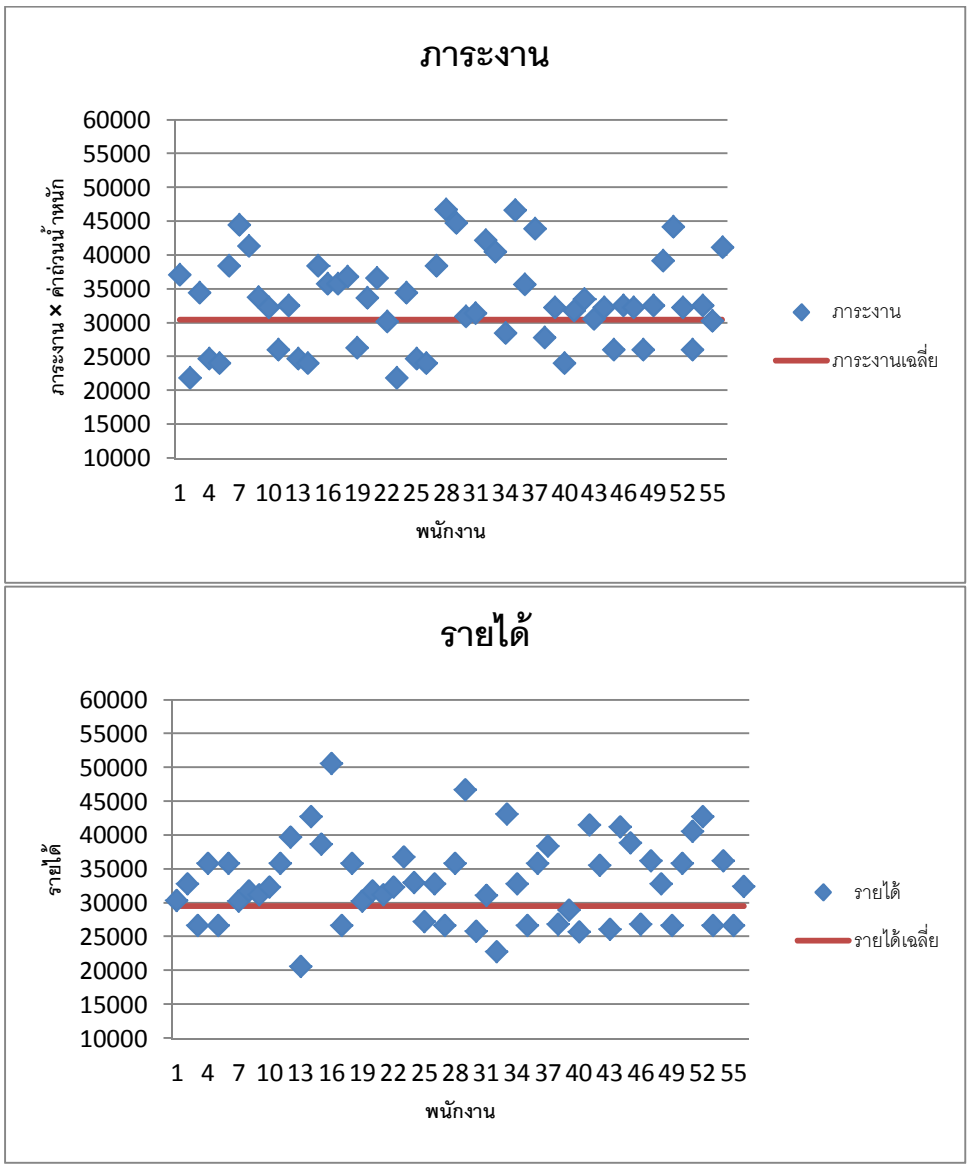
ภาพที่ ผ-18 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 7 โดยใช้คู่เทียบบินเซต A และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



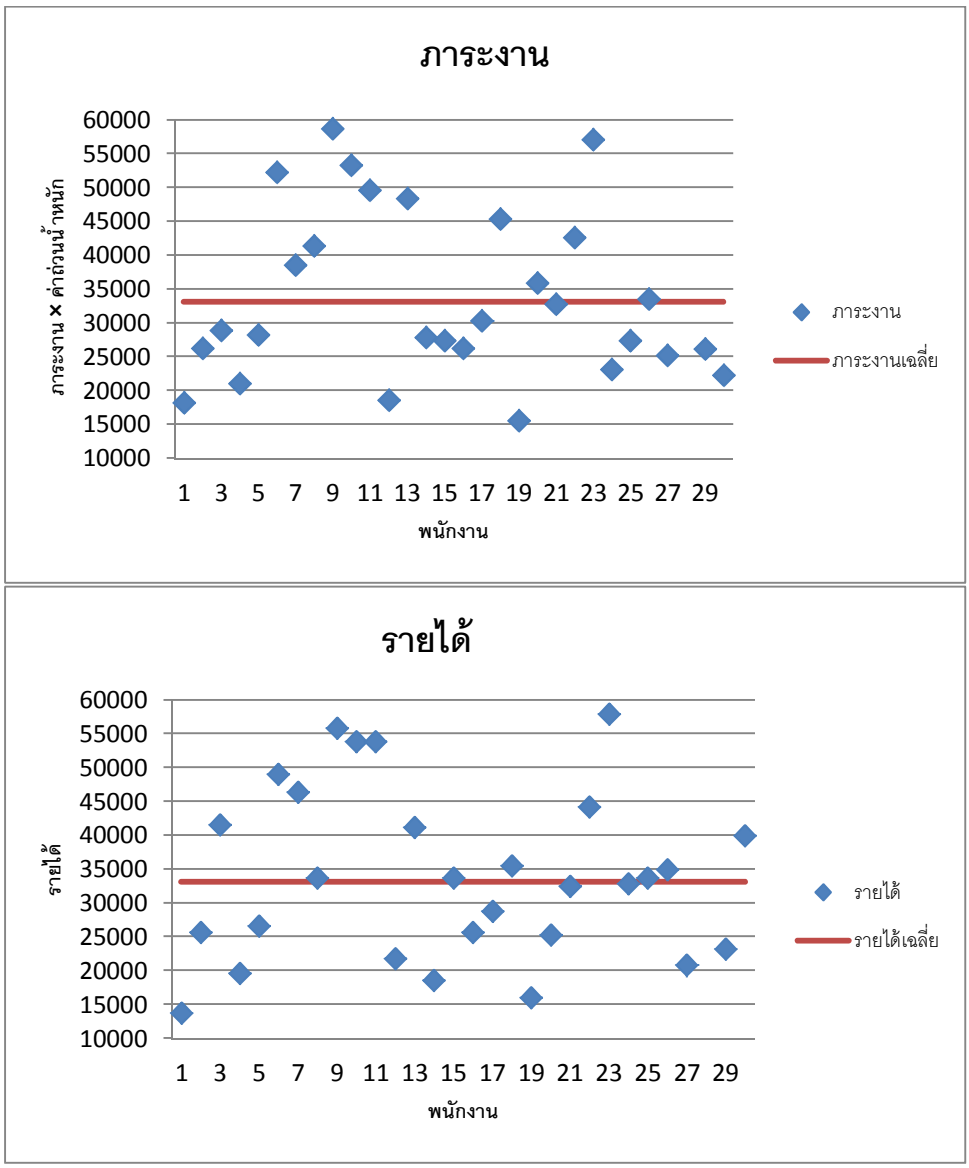
ภาพที่ ผ-19 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 1 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



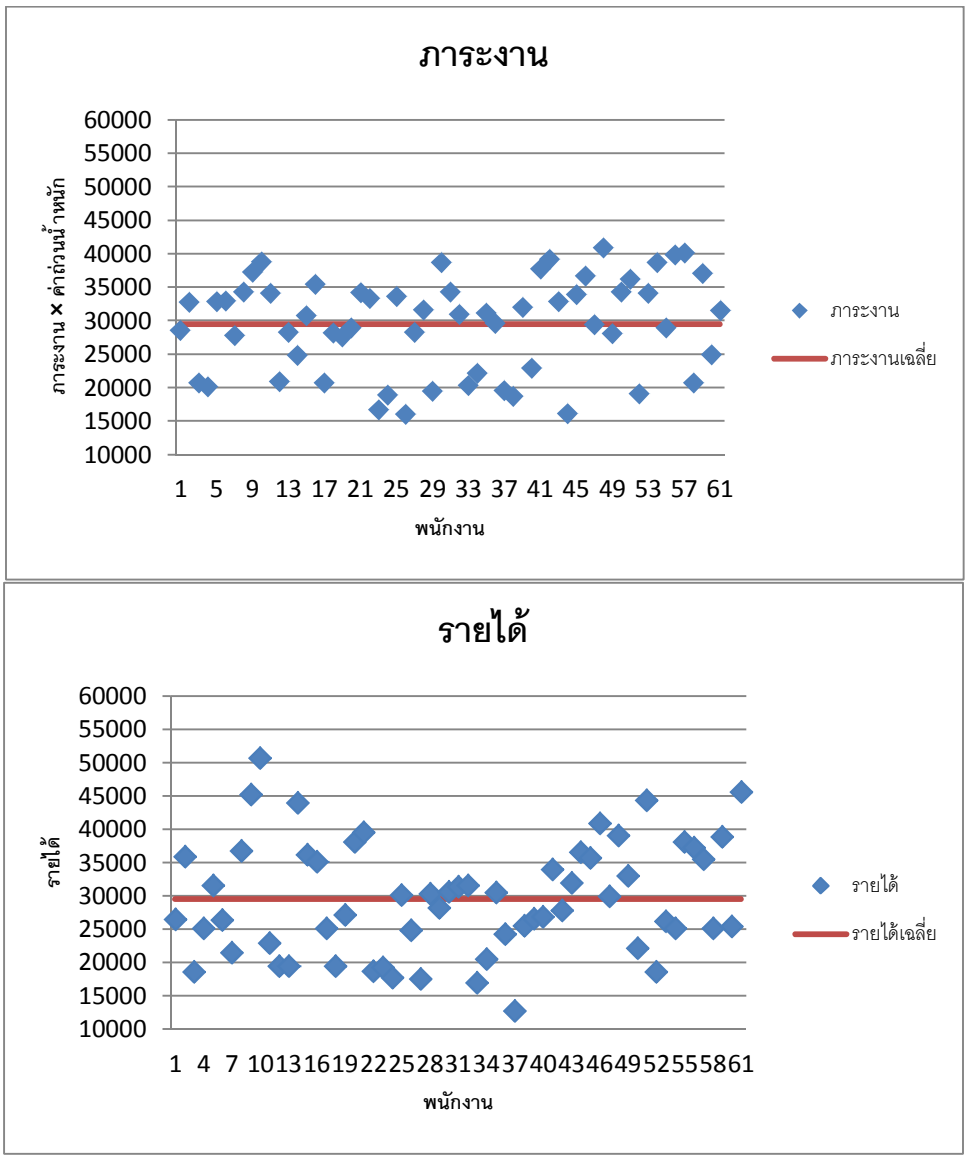
ภาพที่ ผ-20 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 2 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



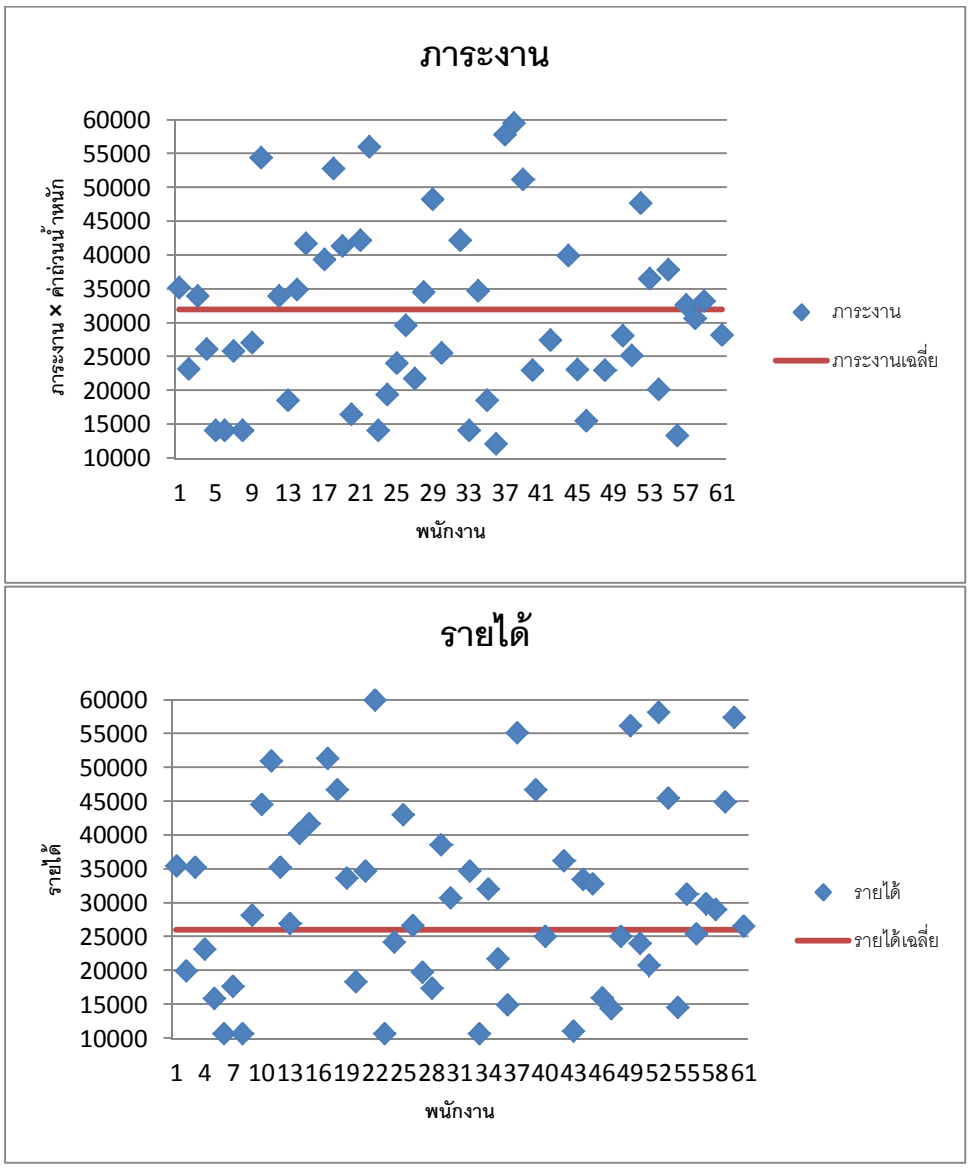
ภาพที่ ผ-21 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 3 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



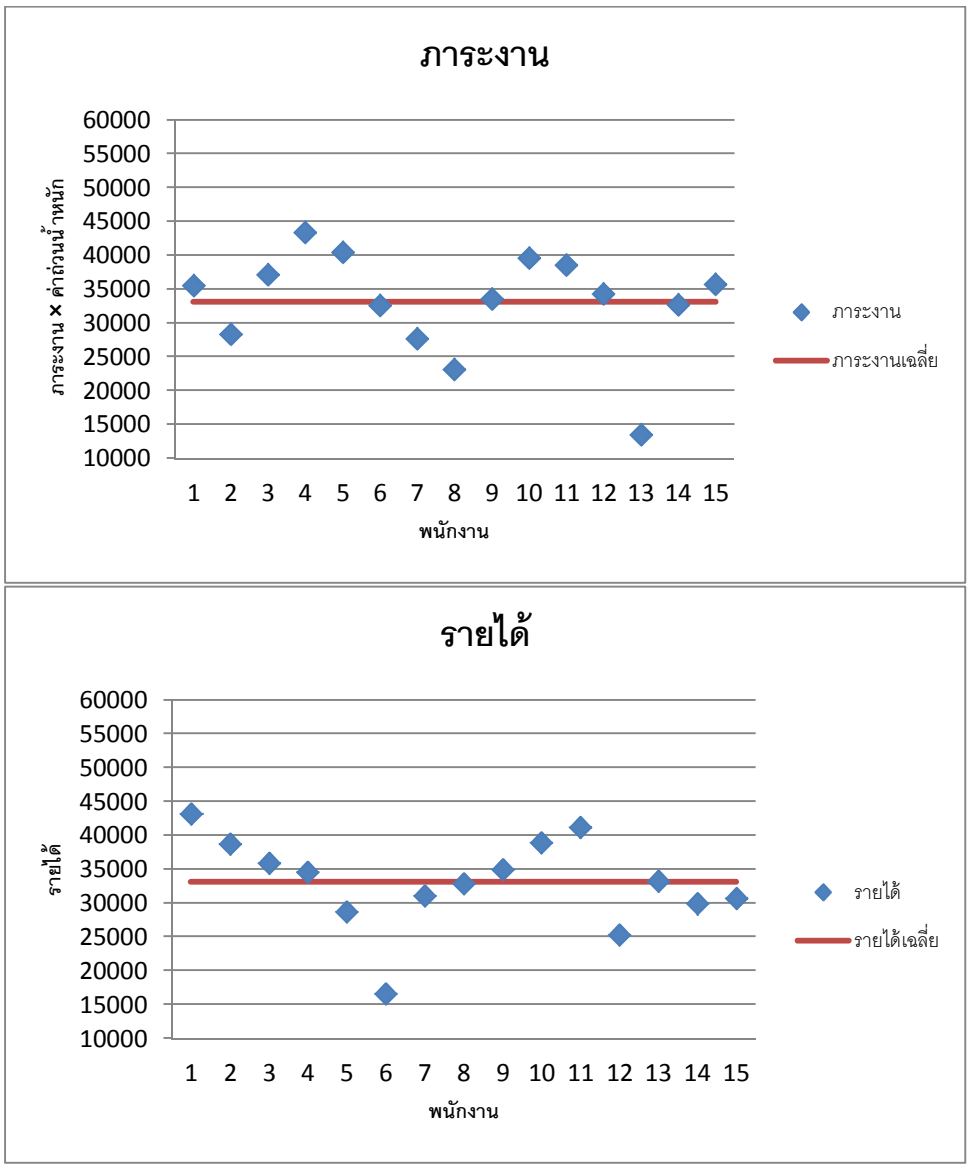
ภาพที่ ผ-22 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 4 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



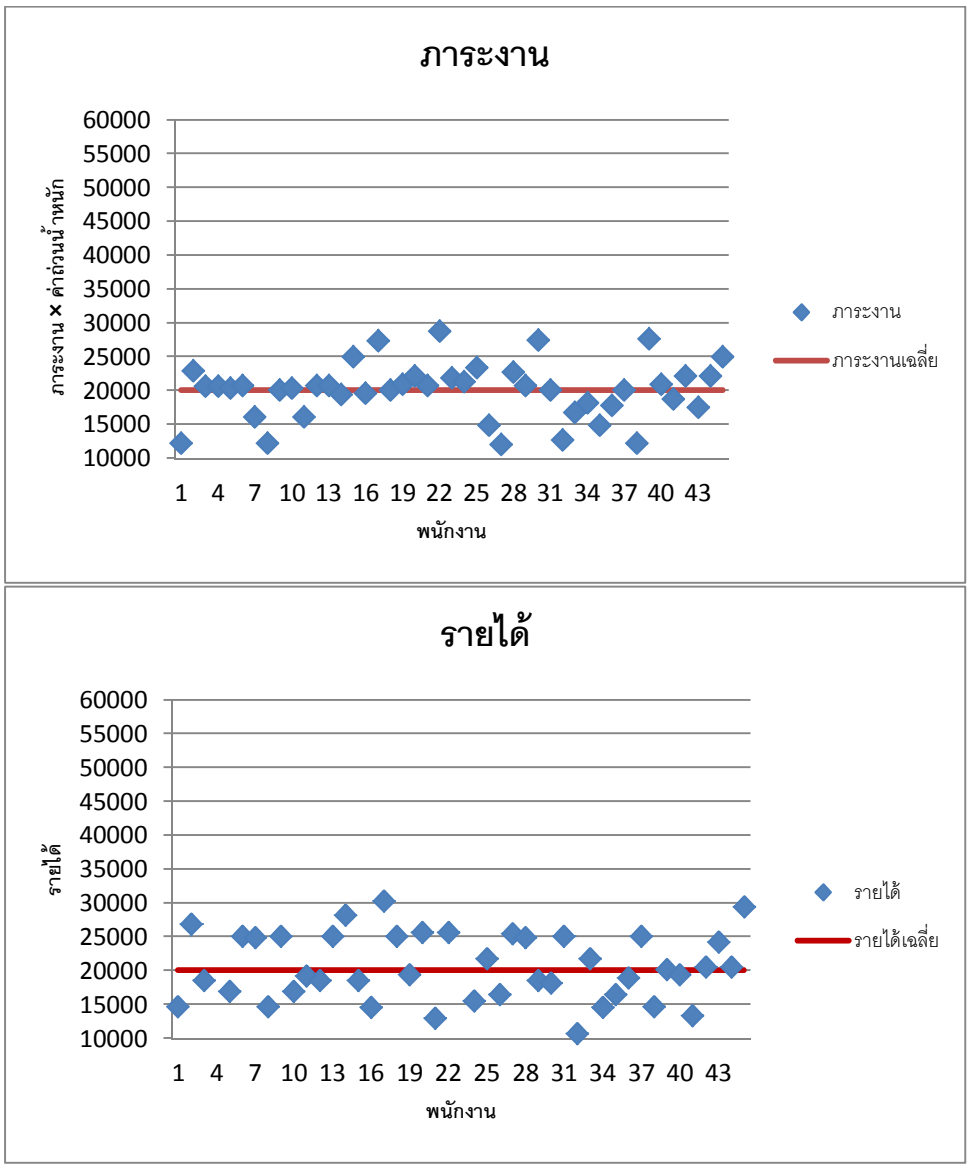
ภาพที่ ผ-23 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 5 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



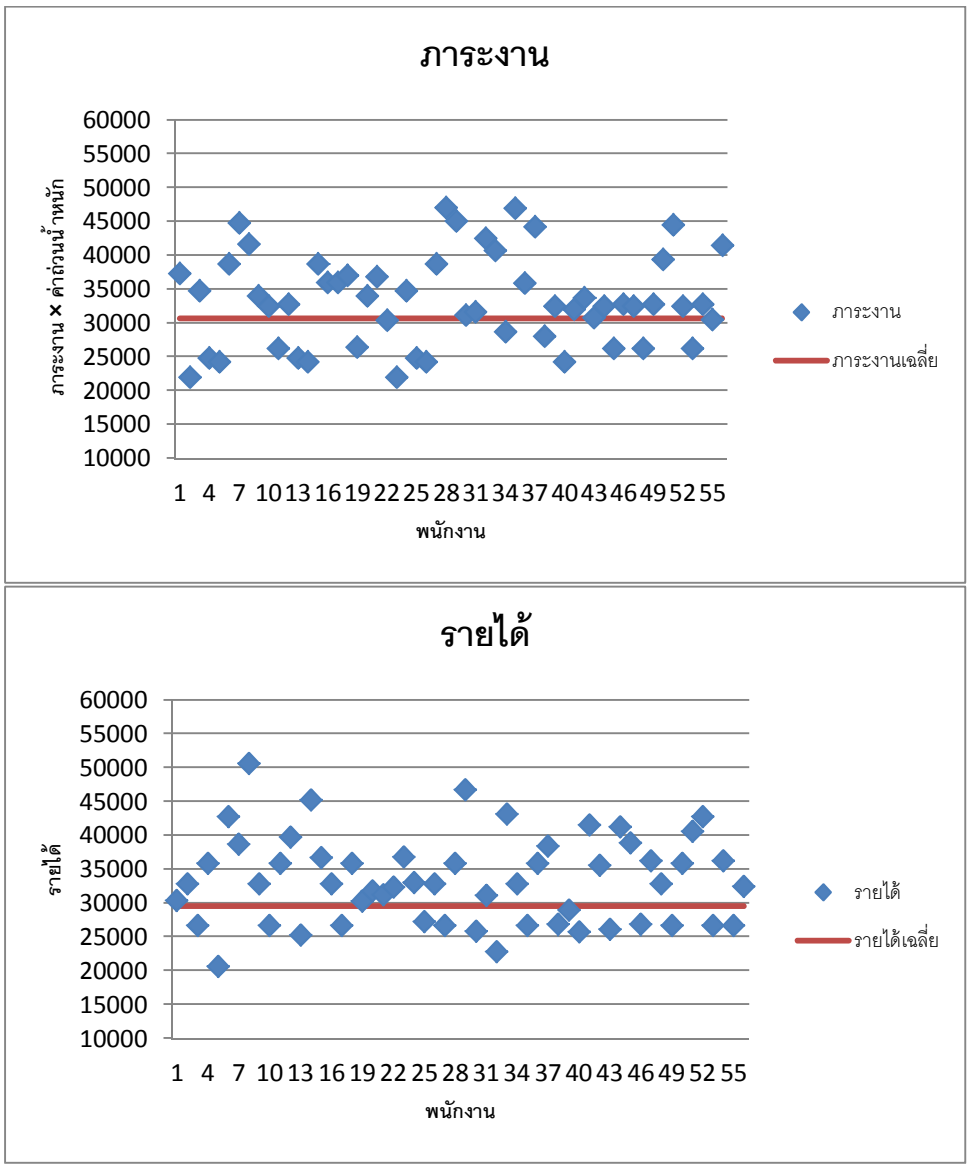
ภาพที่ ผ-24 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 7 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_1



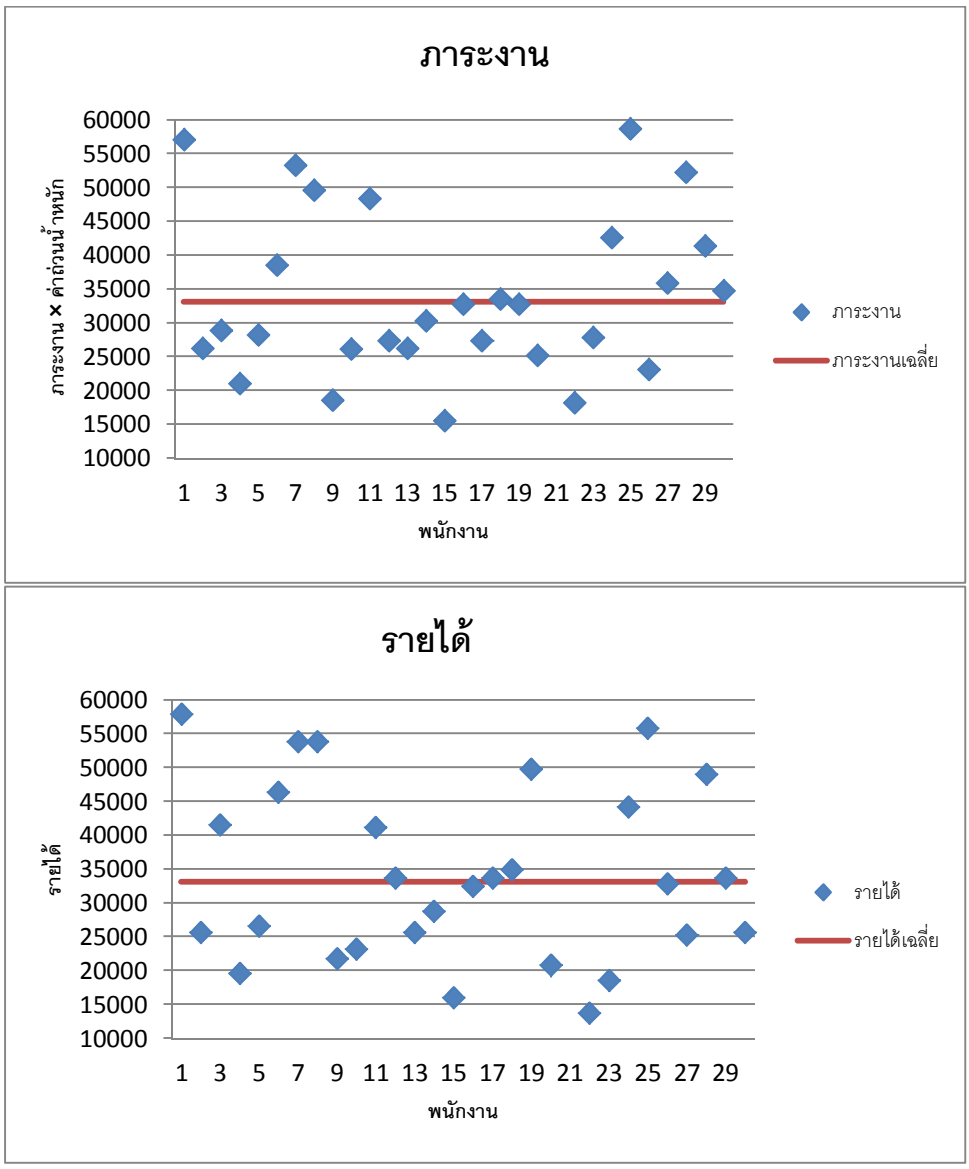
ภาพที่ ผ-25 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 1 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



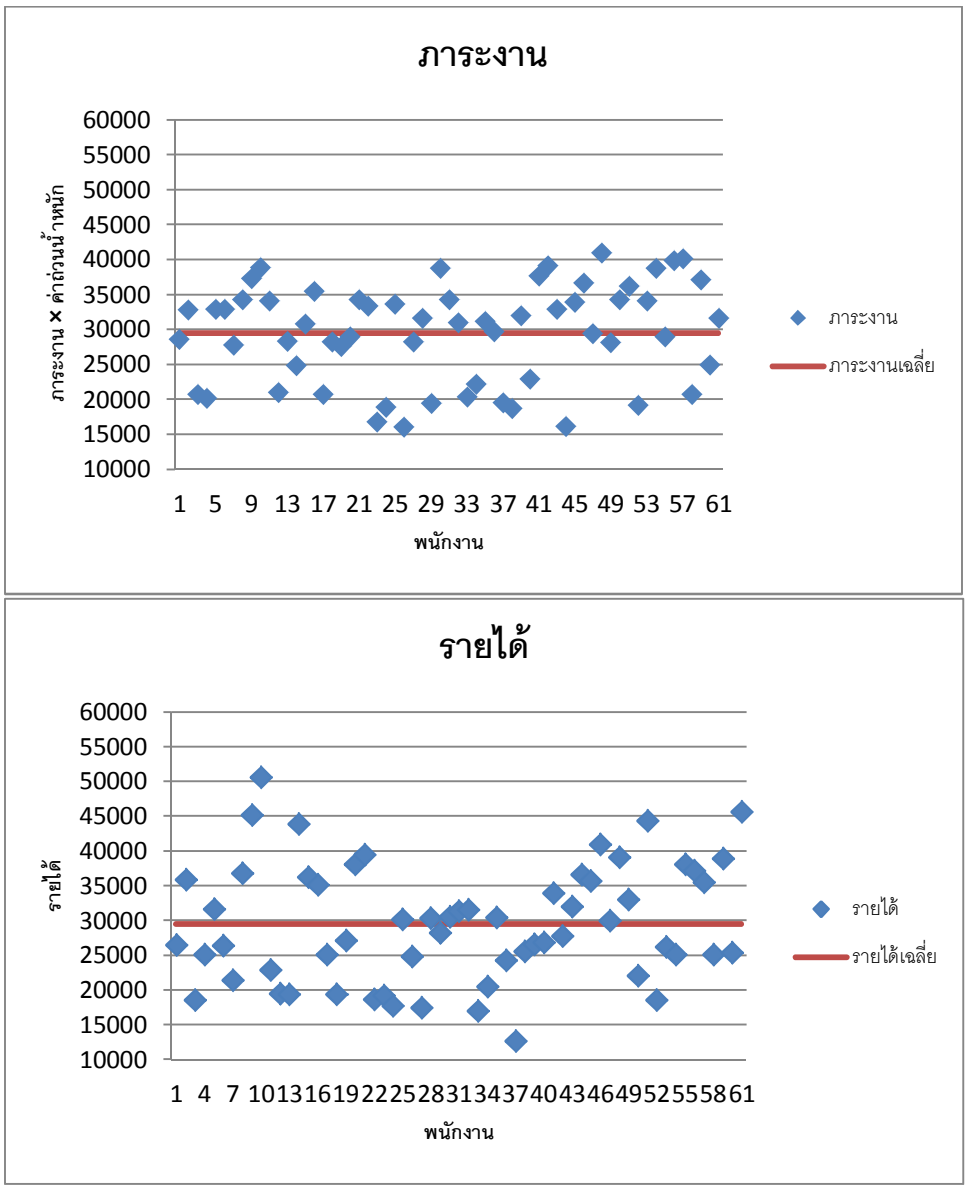
ภาพที่ ผ-26 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 2 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



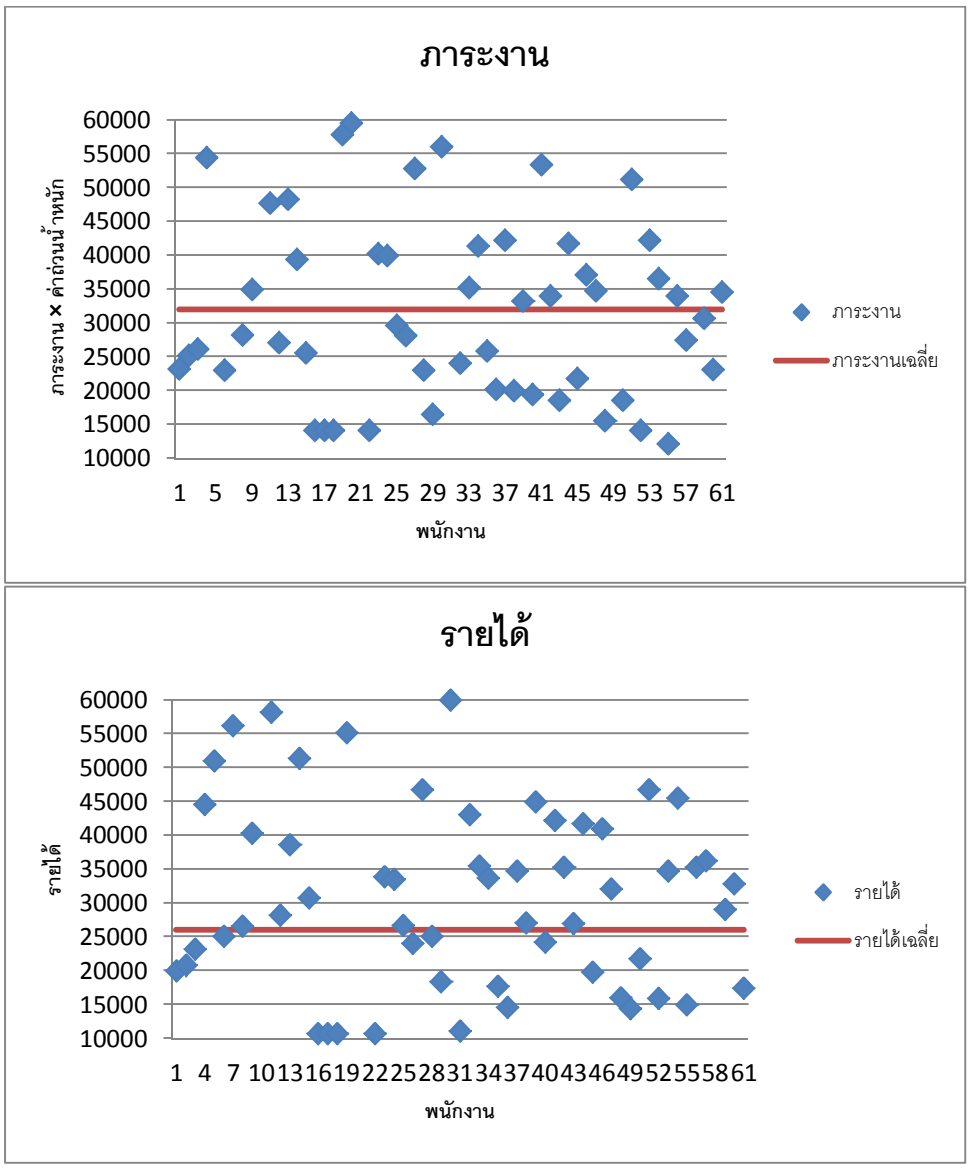
ภาพที่ ผ-26 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 3 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



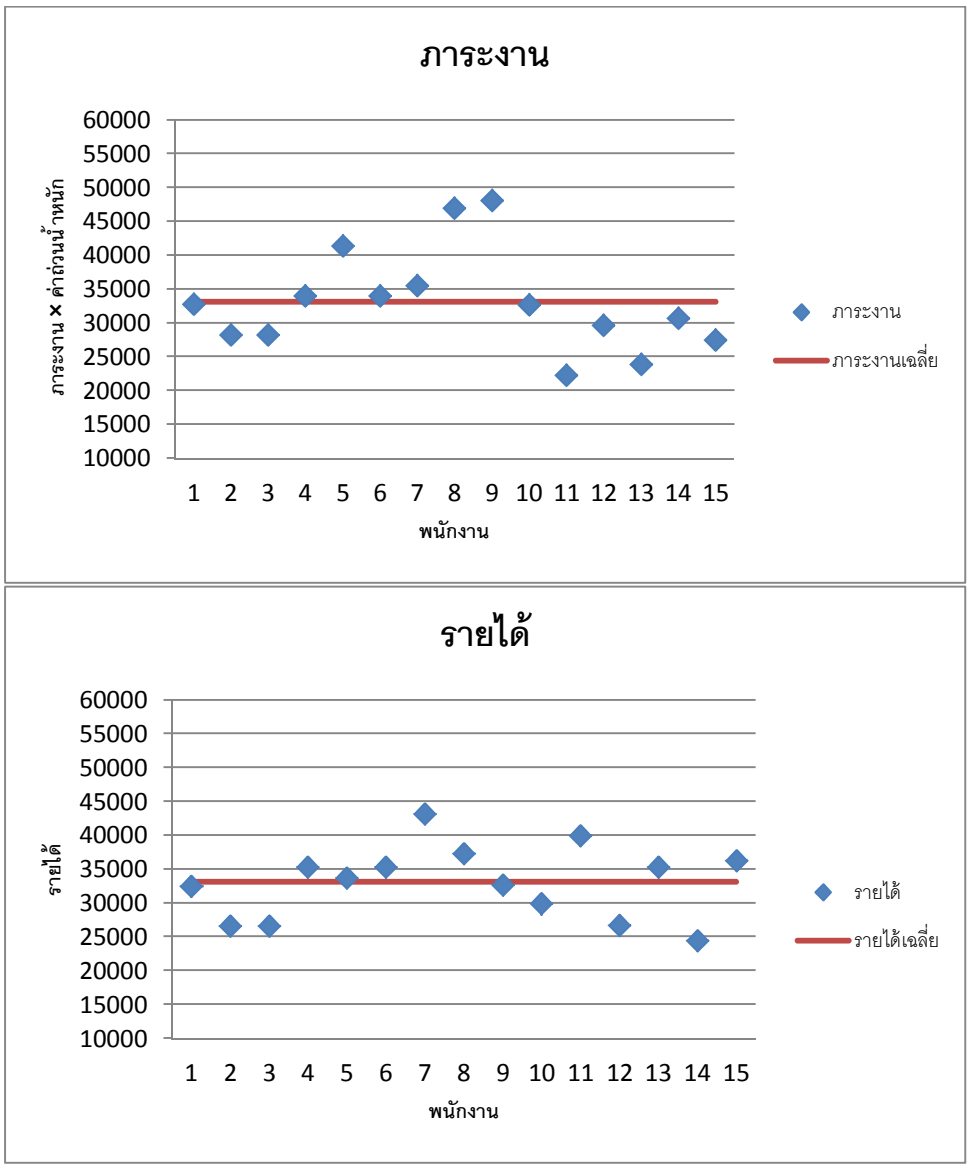
ภาพที่ ผ-28 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 4 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



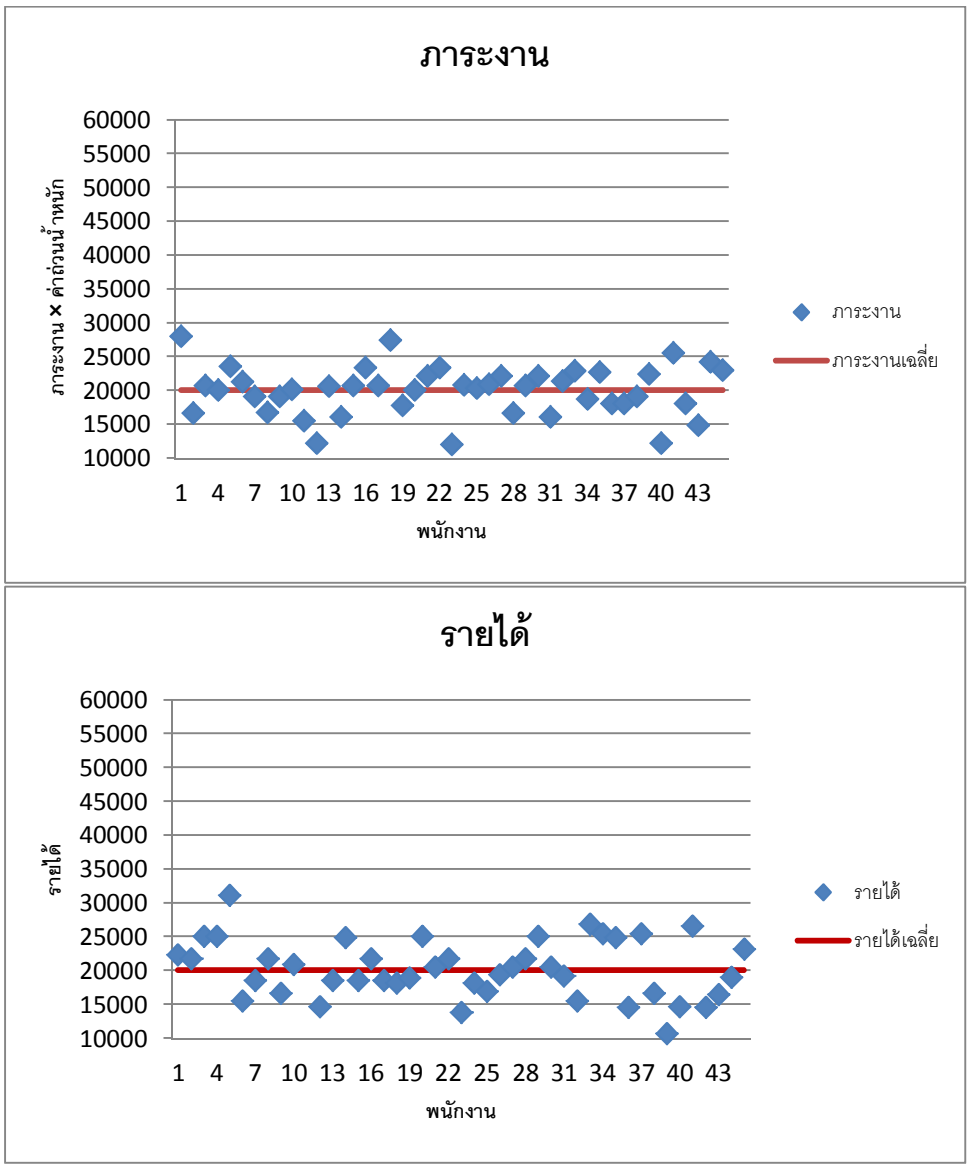
ภาพที่ ผ-29 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 5 โดยใช้คู่เที่ยวบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



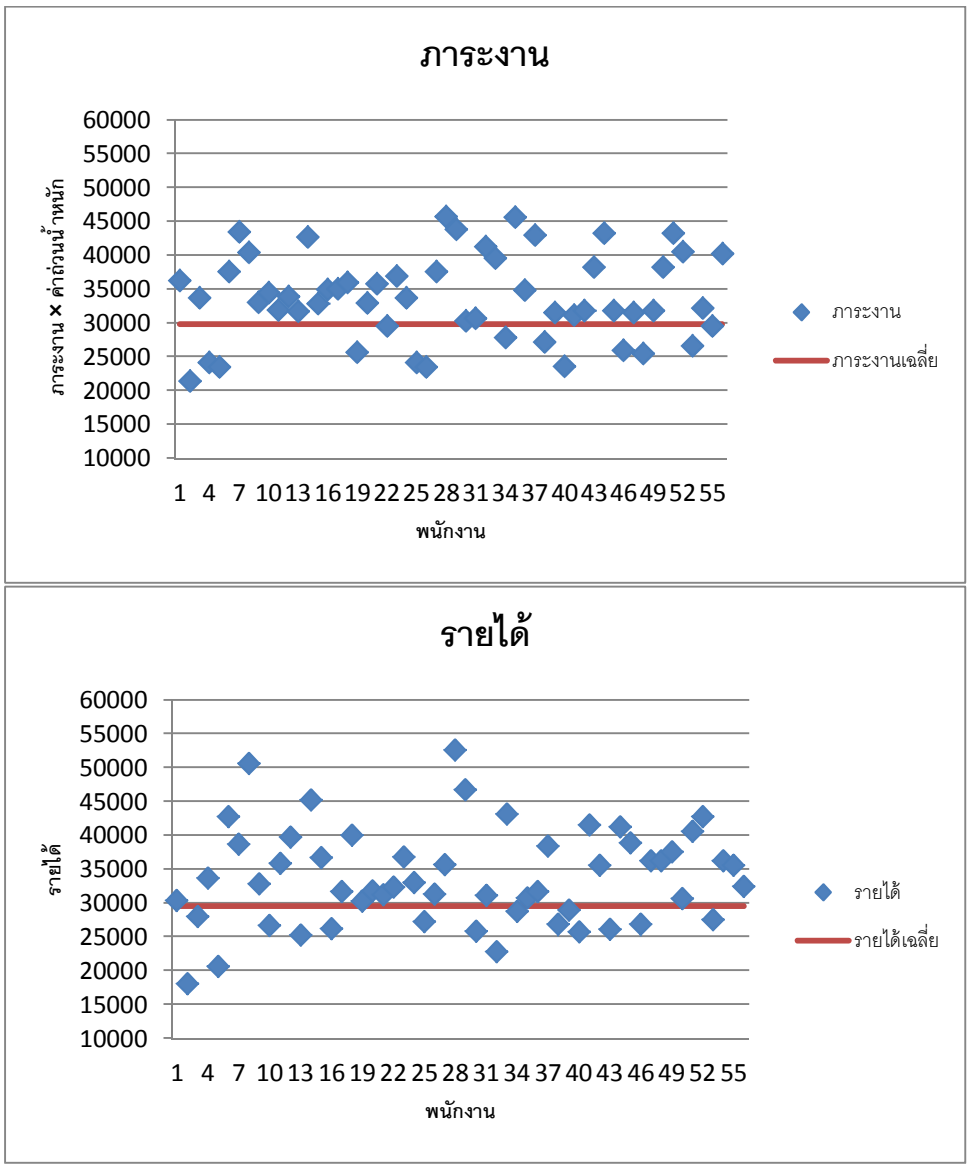
ภาพที่ ผ-30 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 7 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_2



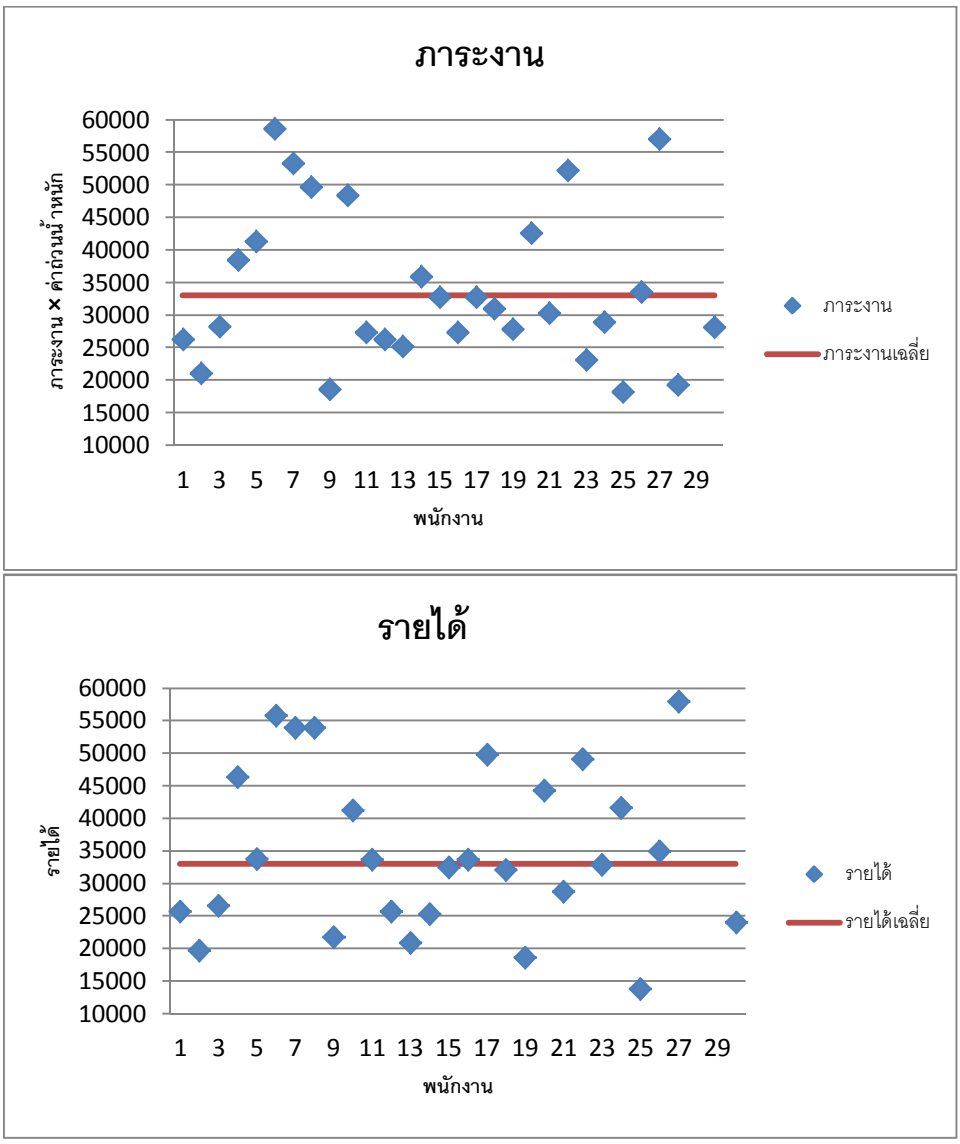
ภาพที่ ผ-31 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 1 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



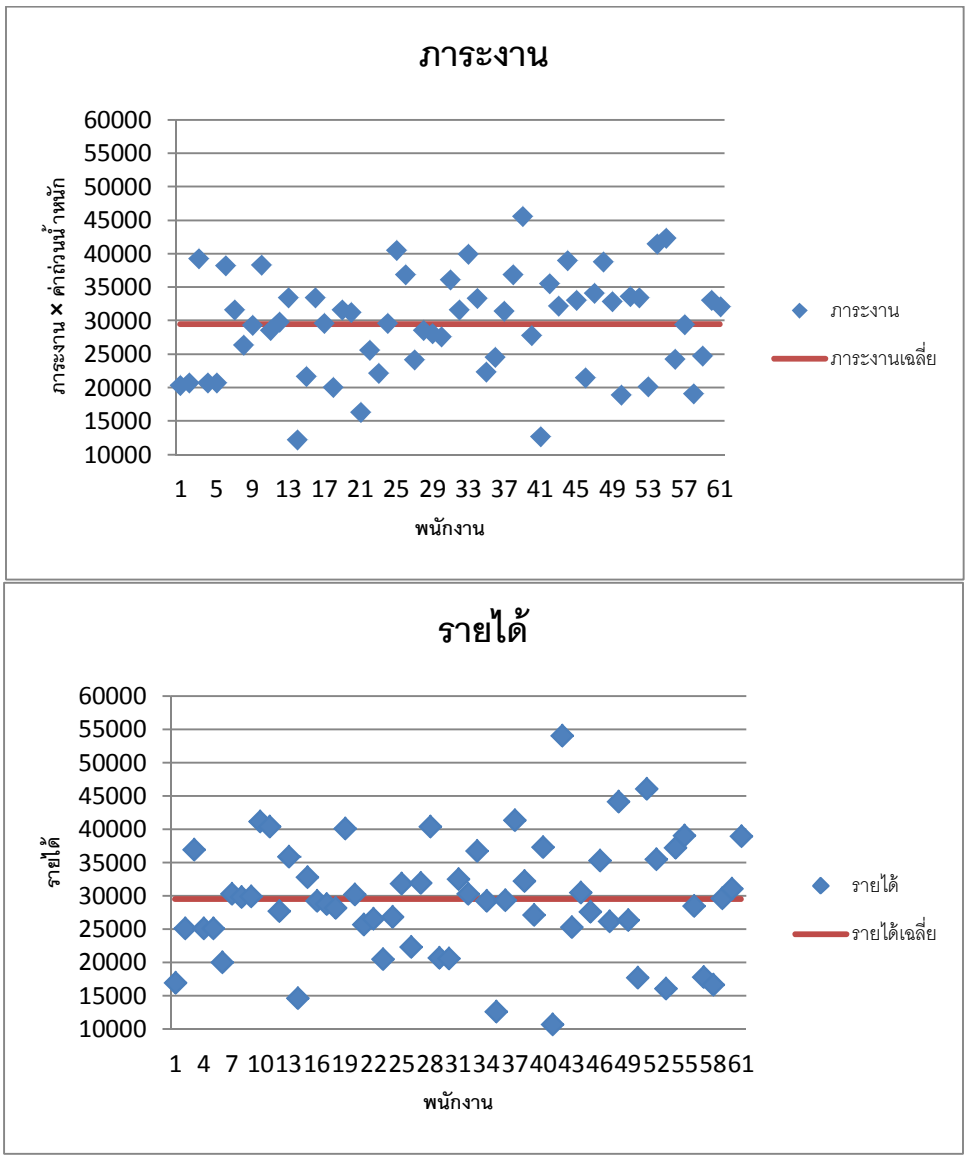
ภาพที่ ผ-32 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 2 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



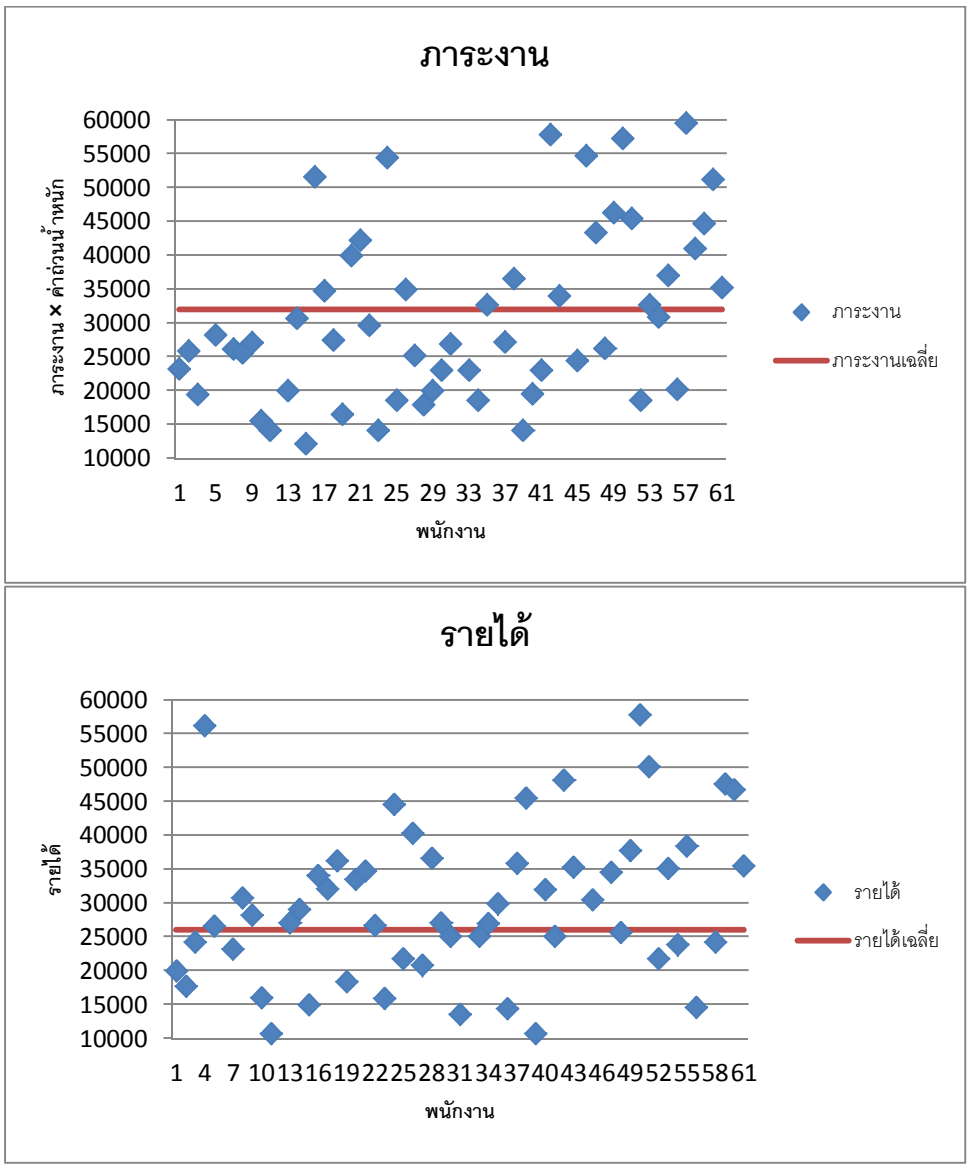
ภาพที่ ผ-33 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 3 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



ภาพที่ ผ-34 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 4 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



ภาพที่ ผ-35 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 5 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3



ภาพที่ ผ-36 การกระจายค่าภาระงานและค่ารายได้ของตัวอย่างชุดที่ 7 โดยใช้คู่เทียบบินเซต B และเซตของคำตอบเริ่มต้นเป็นเซต z_3

ภาคผนวก ข. Source code สำหรับ IBM ILOG CPLEX Optimization

ในส่วนนี้จะแสดง Source code สำหรับ IBM ILOG CPLEX Optimization ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ ซึ่งประกอบไปด้วยรายละเอียดต่างๆดังนี้

1. Main.mod

```
//**********initial value**********
int NumPairs = ...;
int NumCrews = ...;
int NumRosterCrew = ...;
int DutyNode=...;
{float} AllObj = ...;
float sumwork=0;
float sumper=0;
float avgwork=0;
float avgper=0;
float sumsdwork=0;
float sumsdper=0;
 range Pairs = 1..NumPairs;
range Crews= 1..NumCrews;
range RosterCrew = 1..NumRosterCrew;
float totalPerdiem[Crews];
float totalWorkload[Crews];
float MaxDualCrew ;
int MaxDualNumCrew;
int Pattern[Pairs];
float DualsPair[Pairs] = ...;
float DualsCrew[Crews]=...;
float AvgWorkload = ... ;
float AvgPerdiom = ... ;
float Weight = ...;

// tuple Variable
tuple arc {
    key int fromnode;
    key int tonode;
    string arcType;
    int pairNum;
    int    DepDay;
    int    arrivalday;
    float blockTime;
    float flighDutyPeriod;
    float restTime;
    float sitTime;
    float perdiem;
    float workload;
```

```
    string zone;
    string station;
    int NumRequiredCrew; // arc lower capacity
    int UpperCapacity;
    }

tuple Roster
{
  int   CrewNumber;
  int   CrewRosterNum;
                float Workload;
                float Perdiom;
                int RosterPatterns[Pairs];
}
 // Create Arcs list (Arc type) and read from excel
{arc} Arcs = ...;
 float DualsAll[Arcs];
  // Create Rosters (Roster type) and read from Data.dat (initial  solution)
{Roster} CrewRosters = ...;
//Define Master Problem
 // Decision Variable (SelectRoster  if = 1 -> selected : if = 0 -> NO selected )

dvar int+ GenRoster[CrewRosters] in 0..1;
// ***************Master Problem
//Objective Function
minimize
                sum(r in CrewRosters)
                                (Weight*abs(r.Workload-AvgWorkload)+abs(r.Perdiom - AvgPerdiom))* GenRoster[r];
                subject to
{
// Assignment Constraints
 forall(m in Crews){
 ctAssignmentConstraints:
                sum(r in CrewRosters:r.CrewNumber == m)GenRoster[r]== 1;
   }
// Activity Constraints
 forall(i in Pairs){
 ctActivityConstraints:
                sum(r in CrewRosters)r.RosterPatterns[i] * GenRoster[r] == 1;
   }
}
tuple s {
  int cr;
  float wo;
  float pe;
  };

{s} Result = {<p.CrewNumber,p.Workload,p.Perdiom>| p in CrewRosters : GenRoster[p] != 0};
```

```
 execute DISPLAY_RESULT
{
  writeln(Result);
}
// set dual values used to fill in the sub model.
 execute FillDuals
 {
  for(var i in Pairs)
  {
    DualsPair[i] = ctActivityConstraints[i].dual;
  }
  for(var j in Crews)
  {
    DualsCrew[j] = ctAssignmentConstraints[j].dual;
   }
  for (var l = 0 ; l < NumPairs; l++)
  {
                DualsAll[Arcs.get(DutyNode+(2*l+1),DutyNode+(2*l)+2)] = DualsPair[l+1];
  }

   for (var r in CrewRosters){
                                sumwork = sumwork+(r.Workload*GenRoster[r]);
                                sumper =sumper + (r.Perdiom*GenRoster[r]);
  }
  // calculate average and SD workload/perdiem
  avgwork = sumwork/NumCrews;
  avgper = sumper/NumCrews;
  writeln("Avg Work = ",sumwork/NumCrews )
  writeln("Avg per = ", sumper/NumCrews)

   for (var s in CrewRosters){
                                sumsdwork = sumsdwork+Math.pow(((s.Workload*GenRoster[s])-avgwork),2);
                                sumsdper =sumsdper + Math.pow(((s.Perdiom*GenRoster[s])-avgper),2);
  }
  writeln("SD Work = ",sumsdwork/NumCrews)
  writeln("SD per = ", sumsdper/NumCrews)
   }
 // Output the current result
 main {
  var it = 0;
 var status = 0;
  // Master Model
  thisOplModel.generate();
  var masterDef = thisOplModel.modelDefinition;
  var masterCplex = cplex;
  var masterData = thisOplModel.dataElements;
  // Creating the master-model
   var masterOpl = new IloOplModel(masterDef, masterCplex);
```

```
masterOpl.addDataSource(masterData);
masterOpl.generate();
write();

// Find initial solution from (multi-commodity.mod) (multi-commodity flow)
var initialSource = new IloOplModelSource("multi-commodity.mod ");
var initialDef = new IloOplModelDefinition(initialSource);
var initialCplex = new IloCplex();
// Ceating the initial model
var initialOpl = new IloOplModel(initialDef,initialCplex);
//Using data elements from the master model.
var initialData = new IloOplDataElements();
initialData.Arcs = masterOpl.Arcs;
initialData.NumCrews = masterOpl.NumCrews;
initialData.NumPairs = masterOpl.NumPairs;
initialData.NumRosterCrew = masterOpl.NumRosterCrew;
initialData.CrewRosters = masterOpl.CrewRosters;
initialOpl.addDataSource(initialData);

initialOpl.generate();
initialCplex.solve();
initialCplex.populate();
for (var s=0; s<20; s++) // set alternative solution
{
        initialOpl.setPoolSolution(s);
        //writeln(initialCplex.getObjValue(s),initialOpl.Flow.solutionValue);
        for(var r in masterOpl.RosterCrew)
        {
        for(var c in masterOpl.Crews)
                {
                masterOpl.totalPerdiem[c] = 0;
                masterOpl.totalWorkload[c] = 0;
                for(var p in masterOpl.Pairs)  // Clear Pattern
            {
                        masterOpl.Pattern[p]=0;                 }
            for (var a in masterOpl.Arcs)
            {
                if(a.arcType =="duty" && initialOpl.Flow[a][c][r]>0)
                {
                        masterOpl.totalPerdiem[c] = masterOpl.totalPerdiem[c]+a.perdiem;
                        masterOpl.totalWorkload[c] = masterOpl.totalWorkload[c]+a.workload;
                        masterOpl.Pattern[a.pairNum]=initialOpl.Flow[a][c][r];
        }
            }
            writeln("solution",c ,"work   ",masterOpl.totalWorkload[c], "per  ",masterOpl.totalPerdiem[c],masterOpl.Pattern);

masterData.CrewRosters.add(c,masterData.CrewRosters.size,masterOpl.totalWorkload[c],masterOpl.totalPerdiem[c],masterOpl.Pattern);
        }
```

```
    }
}
//initialOpl.postProcess();
writeln("initial complete");
initialData.end();
initialOpl.end();
masterOpl.end();

// Preparing sub-model source, definition and engine
var subSource = new IloOplModelSource("ShortestPathModel.mod");
var subDef = new IloOplModelDefinition(subSource);
var subCplex = new IloCplex();

var best;
var curr = Infinity;
var ObjofInt = Infinity;

while ( best != curr ) {
  best = curr;
  masterOpl = new IloOplModel(masterDef,masterCplex);
  masterOpl.addDataSource(masterData);
  masterOpl.generate();
  masterOpl.convertAllIntVars();

  writeln("Solve master.");
  if ( masterCplex.solve() )
  {
              masterOpl.postProcess();
    curr = masterCplex.getObjValue();
    writeln();
    writeln("MASTER OBJECTIVE: ",curr);
    masterData.AllObj.add(curr);
  } else {
     writeln("No solution to master problem!");
     masterOpl.end();
     break;
  }
      // Ceating the sub model
  var subOpl = new IloOplModel(subDef,subCplex);
   //Using data elements from the master model.
  var subData = new IloOplDataElements();
  subData.Arcs = masterOpl.Arcs;
  subData.DualsAll = masterOpl.DualsAll;
  subData.NumPairs = masterOpl.NumPairs;
  subOpl.addDataSource(subData);
  subOpl.generate();

  // Previous master model is not needed anymore.
```

```
    // masterOpl.end();

     writeln("Solve sub.");
     if ( subCplex.solve()){ //&& subCplex.getObjValue() <= -RC_EPS) {

                                writeln();
                                writeln("SUB OBJECTIVE: ",subCplex.getObjValue());
                                subOpl.postProcess();
                                writeln("sum of work",subOpl.SumWork);
                                writeln("sum of perdiom",subOpl.SumPerdiom);

                                var CJ = (masterOpl.Weight*Opl.abs(subOpl.SumWork-masterOpl.AvgWorkload)+Opl.abs(subOpl.SumPerdiom -
masterOpl.AvgPerdiom))
                                //writeln("reduce cost of path",CJ-(masterOpl.MaxDualCrew+(subCplex.getObjValue())));
                    if (subCplex.getObjValue()>0)
                    {
                                for (var t in masterOpl.Crews)
                                {
                                            if (CJ-(masterOpl.DualsCrew[t]+(subCplex.getObjValue()))< 0)
                                            {
                                                        //masterData.NumCol.add(1);
                                                        it = it + 1;
                                                        //write("Enter Column ")
                                                        //writeln("new pattern roster","Crew  ",t,subOpl.pat);
                                                        //writeln("reduce cost of path",CJ-(masterOpl.DualsCrew[t]+(subCplex.getObjValue())));

                    masterData.CrewRosters.add(t,masterData.CrewRosters.size,subOpl.SumWork,subOpl.SumPerdiom,subOpl.pat);
                                            }
                                    }
                        }
                        else
                        {
                                writeln("The current solution is optimal")
                                subData.end();
                                subOpl.end();
                                break;
                        }
          }
         else {
         writeln("No new good Roster, stop.");
         subData.end();
         subOpl.end();
         break;
        }
        // prepare next iteration
        masterOpl.end();

    // End sub model
```

```
    subData.end();
    subOpl.end();
  }
   // Check solution value
 masterOpl = new IloOplModel(masterDef,masterCplex);
  masterOpl.addDataSource(masterData);
  masterOpl.generate();
   writeln("Solve integer master.");
 if ( masterCplex.solve() ) {
  writeln();
  writeln("OBJECTIVE: ",masterCplex.getObjValue());
  masterOpl.postProcess().DISPLAY_RESULT;
  masterOpl.printSolution();
  writeln("The current solution is optimal (No Column To enter)");
  writeln(masterOpl.AllObj);
  writeln("Iteration = ",masterOpl.AllObj.size)
  writeln("Number of Columns = ",it)
  }
 else{writeln("no solution")}
  subDef.end();
 subCplex.end();
 subSource.end();
 }
```

2. Sub-problem.mod

```
int NumPairs = ...;
float SumPerdiom = 0;
float SumWork = 0;
 range Pairs = 1..NumPairs;
tuple arc {
    key int fromnode;
    key int tonode;
    string arcType;
    int pairNum;
    int   DepDay;
    int   arrivalday;
    float blockTime;
    float fligh DutyPeriod;
    float restTime;
    float sitTime;
    float perdiem;
    float workload;
    string zone;
    string station;
    int NumRequiredCrew; // arc lower capacity
    int UpperCapacity;
    }
{arc} Arcs = ...;
```

```
float DualsAll[Arcs]=...;
int pat[Pairs];
{int} Nodes = {a.fromnode|a in Arcs} union {a.tonode|a in Arcs};
dvar int+ Flow[Arcs] in 0..1;
maximize sum(<i,j,at,pn,ldayij,adayij, bt,fdp,rt,st,pd,wl,z,s,l,u> in Arcs) Flow[<i,j>] * DualsAll[<i,j>];
subject to{
  // Flow consevation constraints
   // For source node
   ctflowconservationsource:
   forall (i in Nodes:i==1)
                sum(<i,j,at,pn,ldayij,adayij, bt,fdp,rt,st,pd,wl,z,s,l,u> in Arcs) Flow[<i,j>] == 1;
// For sink node
ctflowconservationsink:
forall (i in Nodes:i ==16)  - sum(<k,i,at,pn,ldayij,adayij, bt,fdp,rt,st,pd,wl,z,s,l,u>in Arcs)Flow[<k,i>] == -1;
   // For any nodes
   ctflowconservationanynode:
   forall (i in Nodes: i !=1 && i!=16 )
   sum(<i,j,at,pn,ldayij,adayij, bt,fdp,rt,st,pd,wl,z,s,l,u> in Arcs) Flow[<i,j>]
 - sum(<k,i,at2,pn2,ldayij2,adayij2, bt2,fdp2,rt2,st2,pd2,wl2,z2,s2,l2,u2>in Arcs)Flow[<k,i>] == 0;
     // ctflightdutypriod:
   ctflightdutyperiod:
   0<=sum(a in Arcs)Flow[a]*a.fligh DutyPeriod<=2040;
}
```

3. Multi-commodity.mod

```
int NumCrews = ...;
int NumPairs=...;
int NumRosterCrew = ...;
range RosterCrew = 1..NumRosterCrew;
range Crews = 1..NumCrews;
range Pairs = 1..NumPairs;
int Pattern[Pairs];
float totalPerdiem[Crews];
float totalWorkload[Crews];
 // information about  arcs
tuple arc {
     key int fromnode;
     key int tonode;
     string arcType;
     int pairNum;
     int    DepDay;
     int    arrivalday;
     float blockTime;
     float fligh DutyPeriod;
     float restTime;
     float sitTime;
     float perdiem;
     float workload;
```

```
    string zone;
    string station;
    int NumRequiredCrew; // arc lower capacity
    int UpperCapacity;
    }
{arc} Arcs = ...;
tuple Roster
{
  int   CrewNumber;
  int   CrewRosterNum;
            float Workload;
            float Perdiom;
            int RosterPatterns[Pairs];
}
{Roster} CrewRosters = ...;
{int} Days = {a.DepDay | a  in Arcs};
{int} Nodes = {a.fromnode | a  in Arcs} union  {a.tonode | a  in Arcs};
dvar int Flow[Arcs][Crews][RosterCrew] in 0..1;
minimize sum(a in Arcs,c in Crews,r in RosterCrew )Flow[a][c][r] ;
subject to {

//Flow conservation constraint

forall (i in Nodes, c in Crews,r in RosterCrew)
   ctNodeFlowConservation:
     sum (<i,j,at,pn,ldayij,adayij, bt,fdp,rt,st,pd,wl,z,s,l,u> in Arcs)Flow[<i,j>][c][r]
    - sum (<k,i,at2,pn2, ldayki, adayki, bt2,fdp2,rt2,st2,pd2,wl2,z2,s2,l2,u2>in Arcs)Flow[<k,i>][c][r] == 0;
     forall (a in Arcs,r in RosterCrew)
  ctNumCrewReq:  a.NumRequiredCrew <= sum(c in Crews) Flow[a][c][r]<= a.UpperCapacity;
// each crew can flow once in each arc
  forall (a in Arcs,c in Crews,r in RosterCrew) ctEachCrewUpReq: 0 <= Flow[a][c][r] <= 1;
// each crew must flow once in start arc
  forall (a in Arcs,c in Crews,r in RosterCrew: a.arcType == "cyclic") ctEachCrewReq: Flow[a][c][r] == 1;
  forall (r in RosterCrew,c in Crews ,d in Days : d-6>=1)
    ctHourDaily: sum (a in Arcs, i in d-7..d: a.DepDay == i ) a.blockTime*Flow[a][c][r] <= 2040;
}
```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

ชื่อ	ว่าที่ร้อยตรี ศุภกร สุเมธาภิวัฒน์
วัน เดือน ปีที่เกิด	5 พฤษภาคม พ.ศ.2531
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร ประเทศไทย
ประวัติการศึกษา	ปริญญาตรี วิทยาศาสตรบัณฑิต (สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์) เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า พระนครเหนือ พ.ศ.2552
ผลงานตีพิมพ์	ศุภกร สุเมธาภิวัฒน์, บุญฤทธิ์ อินทิยศ, ชวลิต จีนอนันต์, “เทคนิคคอลัมน์เจเนอเรชันสำหรับปัญหาการมอบหมายงานให้กับพนักงานที่มีการปรับดุลภาระงานและรายได้”, National Operation Research Network Conference 2012 (2012), 40-46.