

## บทที่ 2

### ทฤษฎีสมบัติเชิงแสงของสารกึ่งตัวนำ

การศึกษาสารกึ่งตัวนำเพื่อให้รู้ถึงลักษณะโครงสร้าง ขนาดของช่องว่างแถบพลังงาน จำนวนความหนาแน่นของพาหะ ช่วงชีวิตของพาหะต่างๆ (life time) และอื่นๆ การศึกษาสมบัติเชิงแสงของสารกึ่งตัวนำช่วยทำให้ทราบถึงลักษณะดังกล่าวข้างต้นได้ เช่น การดูดกลืนแสง (optical absorption) การสะท้อนแสง (reflection) การเรืองแสง (luminescence) เป็นต้น ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีของการวัดสมบัติการดูดกลืนแสงระหว่างแถบพลังงาน (interband absorption) ทฤษฎีการวัดการเรืองแสงเมื่อถูกกระตุ้นด้วยแสง (photoluminescence) และทฤษฎีของการวัดโดย เทคนิคโฟโตรีเฟล็กแทนซ์ (photoreflectance)

#### สมบัติการดูดกลืนแสง

แสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความเร็วในสุญญากาศคงที่เท่ากับ  $3 \times 10^8$  เมตร/วินาที แต่ในตัวกลางอื่นจะมีความเร็วต่างกันไป ค่าที่ใช้ในการกำหนดได้แก่ดัชนีหักเห ( $n$  : refractive index) ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก (dielectric constant) โดยอาศัยทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวลล์ (Maxwell) เราสามารถอธิบายพฤติกรรมของแสงที่เคลื่อนที่ในตัวกลางซึ่งมีดัชนีหักเหเชิงซ้อน

$$N = n + ik \quad (2.1)$$

$K$  คือส่วนจินตภาพของดัชนีหักเห หรือ สัมประสิทธิ์เอกซทิ๊งค์ชัน (extinction coefficient)

พิจารณาคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อของสารกึ่งตัวนำ โดยที่มีสนามไฟฟ้า

$$E = A \exp [i(kx - \omega t)] \quad (2.2)$$

$$= A \exp \left[ i\omega \left( \frac{kx}{\omega} - t \right) \right]$$

$$= A \exp[i\omega(\frac{x}{v} - t)]$$

$$= A \exp\left[i\omega\left(\frac{Nx}{c} - t\right)\right]$$

แทนค่า  $N$  จากสมการที่ (2.1) จะได้

$$E = A \exp\{i\omega\left[\left(n + i\kappa\right)\frac{x}{c} - t\right]\}$$

$$= A \exp\left[-\frac{\omega\kappa x}{c}\right] \exp[i(k'x - \omega t)]$$

กำหนดให้

$$E' = A \exp[i(k'x - \omega t)]$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$E = \exp\left\{-\frac{\omega\kappa}{c}x\right\} E' \quad (2.3)$$

สมการที่ 2.3 แสดงให้เห็นว่าเมื่อแสงเดินทางไปในสารกึ่งตัวนำทิศทาง  $x$  สนามไฟฟ้าจะลดลงเรื่อยๆ ด้วยสัมประสิทธิ์  $\frac{\omega\kappa}{c}$  ความสัมพันธ์ดังสมการที่ 2.3 ใกล้เคียงกับนิยามของค่าคงที่การดูดกลืนแสงตามกฎของเบียร์ (Beer's law)[2]

$$I_t = I_0 \exp(-\alpha x) \quad (2.4)$$

ซึ่ง  $I_0$  เป็นค่าความเข้มของแสงที่ตกกระทบและ  $I_t$  เป็นค่าความเข้มแสงที่ผ่านตัวกลางที่มีความหนา  $x$  และ  $\alpha$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง เนื่องจากความเข้มแสงในสมการที่ 2.4 แปรผันโดยตรงกับกำลังสองของค่าพลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่ระนาบในหนึ่งหน่วยเวลา ( $I \propto E^2$ )

เนื่องจากทั้งองค์ประกอบของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้ามีรูปสมการคล้ายกัน(ดังสมการ 2.3) ดังนั้นผลคูณระหว่างสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าจะทำให้สัมประสิทธิ์ของ  $x$  ในสมการ 2.3 เพิ่มเป็น 2 เท่า

เมื่อเปรียบเทียบผลคูณของสนามไฟฟ้าในสมการ(2.3)กับสนามแม่เหล็ก(ซึ่งมีรูปสมการคล้ายสมการที่ 2.3) ทำให้เราได้ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\alpha$  กับ  $\kappa$  ดังสมการที่ (2.5)

$$\alpha = \frac{2\omega k}{c} \tag{2.5}$$

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดบางส่วนของการดูดกลืนแสงที่เกี่ยวข้องกับการย้ายสถานะของอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงานซึ่งสามารถสังเกตได้ชัดเจนจากการทดลองได้แก่ "การดูดกลืนแสงพื้นฐาน" (fundamental absorption) พลังงานของโฟตอนที่ดูด

เป็นพวกใด ๆ โดยใช้ลักษณะของการย้ายสถานะและโครงสร้างแถบพลังงานของสารในการทดลองวัดสมบัติการดูดกลืนแสงของสารกึ่งตัวนำเราสามารถพบการดูดกลืนแสงทั้งสองแบบขึ้นกับลักษณะโครงสร้างแถบพลังงานของสารกึ่งตัวนำนั้นๆ

**การย้ายสถานะแบบตรง(direct transitions)**

การย้ายสถานะของอิเล็กตรอนจากแถบวาเลนซ์ไปยังแถบนำโดยที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่า k จะพบในสารกึ่งตัวนำที่มีช่องว่างพลังงานแบบตรง โดยการใช้แบบจำลองโครงสร้างแถบพลังงานที่เป็นพาราโบลาอย่างง่าย (simple parabolic band) เราสามารถหาความสัมพันธ์ของการดูดกลืนแสงในกรณีนี้ได้

$$\begin{aligned} \alpha_d h\nu &= A(h\nu - E_g)^{1/2} & , h\nu > E_g \\ &= 0 & , h\nu < E_g \end{aligned} \tag{2.6}$$

สำหรับการย้ายสถานะพลังงานแบบยอมรับได้ (allow transitions) และ

$$\begin{aligned} \alpha h\nu &= B(h\nu - E_g)^{3/2} & , h\nu > E_g \\ &= 0 & , h\nu < E_g \end{aligned} \tag{2.7}$$

สำหรับการย้ายสถานะพลังงานแบบต้องห้าม (forbidden transitions)

เมื่อ V เป็นความถี่ของแสง A และ B เป็นค่าคงที่ และ E<sub>g</sub> เป็นค่าช่องว่างแถบพลังงาน ความสัมพันธ์นี้ได้ที่บริเวณใกล้ๆ กับขอบของการดูดกลืนพื้นฐาน (fundamental absorption egde) เท่านั้น ซึ่งการแยกว่าเป็นการย้ายสถานะแบบต้องห้ามหรือแบบยอมรับได้ จะ

ขึ้นอยู่กับออปติคัลเมตริกอิเลเมนต์ (optical metrix element) ว่ามีค่าเป็นศูนย์หรือไม่ ในการประมาณครั้งที่หนึ่ง

การย้ายสถานะแบบไม่ตรง (indirect transitions)[11]

ในกรณีนี้จะมีการย้ายอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงานเช่นเดียวกับการย้ายสถานะแบบตรงแต่ค่า  $k$  จะเปลี่ยนไปซึ่งเกิดจากการช่วยเหลือพลังงานจากโฟนอน ( $E_p$ ) ซึ่งโฟนอนนี้จะมีทั้งการดูดกลืนและปลดปล่อยพลังงาน โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สำหรับการย้ายสถานะของอิเล็กตรอนเนื่องจากการดูดกลืนแสงโฟนอน (phonon absorption) ดังนี้

$$\alpha_a(h\nu) = C \frac{(h\nu - E_g + E_p)^2}{\exp\left(\frac{E_p}{kT}\right) - 1}, \quad h\nu > E_g - E_p \quad (2.8)$$

เมื่อ  $C$  เป็นค่าคงที่

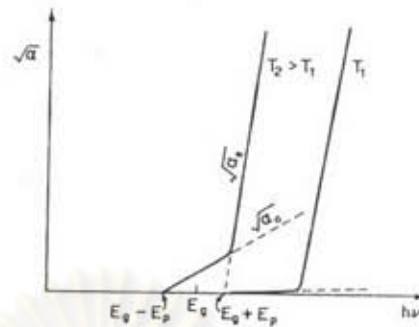
และมีค่าสัมประสิทธิ์การย้ายสถานะเนื่องจากการปลดปล่อยโฟนอน (phonon emission) ดังนี้

$$\alpha_e(h\nu) = C \frac{(h\nu - E_g - E_p)^2}{1 - \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right)}, \quad h\nu > E_g + E_p \quad (2.9)$$

เนื่องจากการปลดปล่อยและดูดกลืนโฟนอนจะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อค่าพลังงานกระตุ้นมีค่ามากกว่าผลรวมของช่องว่างแถบพลังงานกับค่าพลังงานโฟนอน ( $h\nu > E_g + E_p$ ) ดังนั้นเราจะได้สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบไม่ตรงเท่ากับ

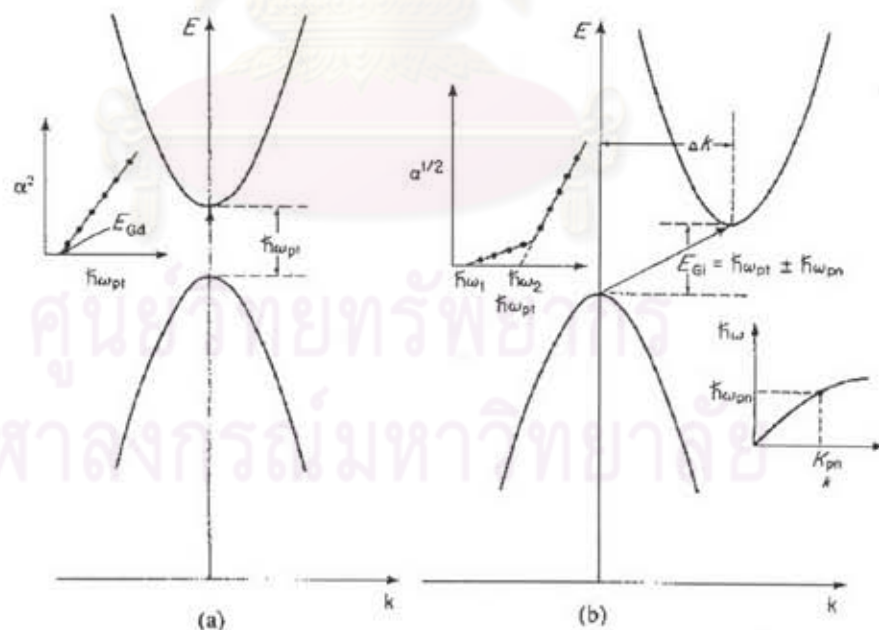
$$\alpha(h\nu) = \alpha_a(h\nu) + \alpha_e(h\nu) \quad (2.10)$$

ที่อุณหภูมิต่ำมากๆ ความหนาแน่นของโฟนอนมีน้อยดังนั้น  $\alpha$  ก็จะมีค่าน้อยไปด้วย ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงของสัมประสิทธิ์การดูดกลืนและปลดปล่อยโฟนอนที่ขึ้นกับอุณหภูมิ จากรูปจะเห็นได้ว่าเมื่อเราลากเส้นกราฟจนตัดแกน  $x$  ซึ่งมีค่า  $\alpha$  เท่ากับศูนย์จะได้ค่าพลังงานของการดูดกลืน ( $E_g - E_p$ ) และค่าพลังงานของการปลดปล่อย ( $E_g + E_p$ ) ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบไม่ตรงที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ที่เกิดเนื่องจากการดูดกลืน ( $\alpha_s$ ) และปลดปล่อย ( $\alpha_c$ ) พลังงานโฟนอน

ตัวอย่างการย้ายสถานะระหว่างแถบพลังงานและความสัมพันธ์ของการดูดกลืนแสงทั้งสองแบบที่กล่าวมาแล้วข้างต้นแสดงในรูปที่ 2.2 ในรูปใหญ่แสดงแถบพลังงานส่วนในรูปเล็กแสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นของสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง



รูปที่ 2.2 แสดงการย้ายสถานะของอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงาน

- การย้ายสถานะแบบตรง
- การย้ายสถานะแบบไม่ตรง

## สมบัติการเรืองแสงของสารกึ่งตัวนำ [10]

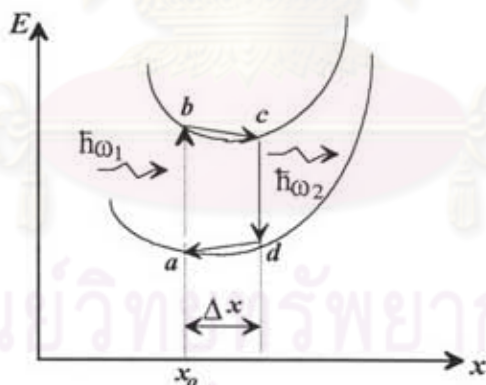
เมื่อสารกึ่งตัวนำได้รับพลังงานกระตุ้นจนกระทั่งอิเล็กตรอนในแถบพลังงานย้ายสถานะไปสู่ระดับพลังงานที่สูงขึ้น เวลาผ่านไปช่วงหนึ่งอิเล็กตรอนจะกลับมาสู่ระดับพลังงาน เดิมที่สถานะพื้น(ground state) และเกิดการรวมตัวกับโฮล ซึ่งจะทำให้เกิดปรากฏการณ์ขึ้น 2 ลักษณะ ปรากฏการณ์แรกคือการเปล่งแสงที่มีพลังงานโฟตอนเท่ากับผลต่างของระดับพลังงานระหว่างอิเล็กตรอนกับโฮลซึ่งถูกเรียกว่า " การรวมตัวแบบเปล่งแสง" (radiative recombination) ปรากฏการณ์ที่สองคือ"การรวมตัวแบบไม่เปล่งแสง" (nonradiative recombination) หลังจากมีการรวมตัวแล้วปลดปล่อยพลังงานความร้อน(โฟนอน)ให้กับโครงผลึก โดยทั่วไปปรากฏการณ์ทั้ง 2 สามารถเกิดขึ้นได้พร้อมๆ กัน กระบวนการเปล่งแสงมีลักษณะตรงข้ามกับการดูดกลืนแสงทุกประการกล่าวคือนอกจากจะมีการย้ายสถานะจากแถบนำมาสู่แถบวาเลนซ์แล้วยังมีการย้ายสถานะระหว่างแถบพลังงานกับระดับของสารเจือ(impurity level) ซึ่งได้แก่ระดับพลังงานผู้ให้ (donor level) และระดับพลังงานผู้รับ(acceptor level)และการย้ายภายในแถบพลังงาน (intraband transitions)การรวมตัวแบบเปล่งแสงมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ลูมิเนสเซนซ์ (luminescence) การเกิดลูมิเนสเซนซ์อาจเกิดจากการกระตุ้นพลังงานจากภายนอกซึ่งถ้าใช้แสงเป็นตัวกระตุ้นจะถูกเรียกว่า โฟโตลูมิเนสเซนซ์ (photoluminescence) แต่ถ้าถูกกระตุ้นด้วย พลังงานไฟฟ้าจะเรียกว่า อิเล็กโทรลูมิเนสเซนซ์ (electroluminescence) ซึ่งในปัจจุบันมีการนำ หลักการของการเกิดอิเล็กโทรลูมิเนสเซนซ์ใช้ทำเป็นสิ่งประดิษฐ์สารกึ่งตัวนำที่สามารถเปล่งแสง เมื่อได้รับแรงดันไฟฟ้ามีชื่อ เรียกทั่วไปว่า LED (light emitting diode) ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะกล่าวถึงการเกิดโฟโตลูมิเนสเซนซ์ ซึ่งเป็นเทคนิคที่นำไปใช้ในการตรวจสอบการมีอยู่ของระดับพลังงานภายในช่องว่างแถบพลังงาน(ระดับพลังงานของสารเจือ)

ในรูปที่ 2.3 แสดงกระบวนการปลดปล่อยโฟนอนซึ่งจะมีส่วนเกี่ยวข้องอย่างมากกับการ เรืองแสงในสารกึ่งตัวนำ ในรูปแสดงความสัมพันธ์ของแถบพลังงานสถานะพื้นและสถานะกระตุ้น ลำดับที่หนึ่งของอะตอมเทียบกับฟังก์ชันตำแหน่งอะตอมนี้อาจจะเป็นของสารเจือหรืออะตอมโครงผลึก สังเกตได้ว่าที่สภาวะสมดุลสถานะพื้นอยู่ระดับพลังงานต่ำสุดที่ตำแหน่ง a เมื่ออิเล็กตรอนได้ รับพลังงานกระตุ้นจะเปลี่ยนสถานะจากระดับต่ำสุดไปสู่ระดับสูงสุดที่ตำแหน่ง b ในแนวตั้งฉาก ซึ่งจะเป็นการเปลี่ยนแปลงสถานะแบบที่เกิดง่ายที่สุด ขณะที่พาหะถูกกระตุ้นจะอยู่ในสภาพ ไม่สมดุล ถ้าให้  $n_0, p_0$  แทนความหนาแน่นของอิเล็กตรอนและโฮลในสถานะสมดุล

เมื่อเกิดการ กระตุ้นปริมาณการเพิ่มของอัตราการรวมตัวแบบเปล่งแสง  $R_r (\Delta R_r)$  จะมีรูปแบบเป็นฟังก์ชัน ของปริมาณการเพิ่มของจำนวนพาหะ ( $\Delta n, \Delta p$ ) ดังนี้

$$R_r + \Delta R_r = \frac{(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p)}{n_0 p_0} R_r \quad (2.11)$$

ทฤษฎีของแฟรงค์และคอนดอน(Frank-Condon)กล่าวไว้ว่า"การเปลี่ยนแปลงสถานะของอิเล็กตรอน อันเนื่องจากการดูดกลืนแสงนั้นใช้เวลาสั้นกว่าคาบการสั่นของโครงผลึกมาก ดังนั้นจึงคิดได้ว่าตำแหน่งของศูนย์กลางลูมิเนสเซนซ์ (luminescent center) นั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงทั้งก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลง" อายุเฉลี่ยของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะกระตุ้นจะยาวนานกว่าเวลาผ่อนคลาย (relaxation time) ของการสั่นของโครงผลึกเพราะฉะนั้นอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะกระตุ้นก็จะถ่ายเทพลังงานให้กับโครงผลึก(โฟนอน)แล้วจึงเคลื่อนที่ตำแหน่งไปอยู่ที่ c ต่อจากนั้นการเปล่งแสงจะเกิดขึ้นด้วยการเปลี่ยนสถานะของอิเล็กตรอนจาก c ไปสู่ d และจากนั้นอิเล็กตรอนที่ตกลงมาที่ตำแหน่ง d จะคายพลังงานโฟนอนให้กับโครงผลึกอีกแล้วเคลื่อนไปอยู่ที่ a ตามเดิมดังรูปข้างล่าง  $\Delta x$  เป็น ระยะทางการขจัดระหว่างอะตอม



รูปที่ 2.3 แสดงแผนภาพการย้ายสถานะพลังงานของอิเล็กตรอน

วัฏจักรดังกล่าวข้างต้นเป็นกระบวนการเกิดของปรากฏการณ์โฟโตลูมิเนสเซนซ์ โดยเกิดการสูญเสียพลังงานในรูปความร้อนในช่วงจาก b ไป c และจาก d ไป a เพราะฉะนั้นพลังงานโฟตอนในการเปล่งแสง  $\bar{h}\omega_2$  จะน้อยกว่าพลังงานโฟตอนในการกระตุ้นด้วยแสง  $\bar{h}\omega_1$  เสมอ  $\bar{h}\omega_1 > \bar{h}\omega_2$  การเกิดโฟโตลูมิเนสเซนซ์ลักษณะนี้เรียกว่า stoke type luminescence ถ้าให้  $\Delta n, \Delta p$  มีค่าน้อยมาก สมการที่ 2.11 จะกลายเป็น

$$\frac{\Delta R_r}{R_r} = \frac{\Delta n}{n_0} + \frac{\Delta p}{p_0} \quad (2.12)$$

ในกรณีที่การเปลี่ยนสถานะจากแถบพลังงานไปแถบพลังงานที่สูงขึ้น และเป็นการย้ายสถานะแบบตรง ดังนั้น  $\Delta n = \Delta p$  เพราะฉะนั้นเวลาผ่อนคลายการรวมตัว  $\tau_r$  (recombination relaxation time) คือ

$$\tau_r = \frac{\Delta n}{\Delta R_r} = \frac{1}{R_r} \frac{n_0 p_0}{n_0 + p_0} \quad (2.13)$$

ถ้าเป็นสารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์  $n_0 = p_0 = n_i$  ดังนั้น

$$\tau_{ri} = \frac{n_i^2}{2R_r} \quad (2.14)$$

อัตราการรวมตัว  $R_r$  แปรตรงกับความน่าจะเป็นของการรวมตัวแบบเปล่งแสง  $B_i$  และผลคูณของความหนาแน่นของอิเล็กตรอนและโฮลที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นในกรณีสารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์

$$B_i = \frac{R_r}{n_i^2} \quad (2.15)$$

### โฟโตลูมิเนสเซนซ์ของสารกึ่งตัวนำแบบไม่บริสุทธิ์ [11]

การเติมสารเจือในสารกึ่งตัวนำแบบบริสุทธิ์ (intrinsic semiconductor) หรือการมีจุดบกพร่องในโครงผลึก (lattice imperfection) สิ่งเหล่านี้จะทำให้เกิดระดับพลังงานภายในช่องว่างระหว่างแถบการนำและแถบวาเลนซ์ขึ้น ซึ่งเราสามารถทราบระดับพลังงานดังกล่าวได้โดยใช้เทคนิคโฟโตลูมิเนสเซนซ์

พิจารณาการย้ายสถานะของอิเล็กตรอนและกระบวนการรวมตัวในสารกึ่งตัวนำแบบไม่บริสุทธิ์ (extrinsic semiconductor) เมื่อสารกึ่งตัวนำได้รับการเติมสารเจือที่มีทั้งอะตอมผู้ให้ (donor atom) และอะตอมผู้รับ (acceptor atom) มีความเป็นไปได้ของการย้ายสถานะจากอิเล็กตรอนที่ถูกกัก (bounded electron) มาสู่อะตอมผู้ให้และการย้ายสถานะของโฮลที่ถูกกัก (bounded hole) มาสู่อะตอมของผู้รับ ซึ่งจะทำให้เกิดการเรืองแสง ความน่าจะเป็นของการย้ายสถานะจะขึ้นอยู่กับการซ้อนเหลื่อมกันของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนที่อะตอมผู้ให้และโฮลที่อะตอมผู้รับมีน้อยกว่า อย่างไรก็ตามที่อุณหภูมิ  $T$  เช่นในกรณีที่พลังงานความร้อน ( $k_B T$ ) มีค่า

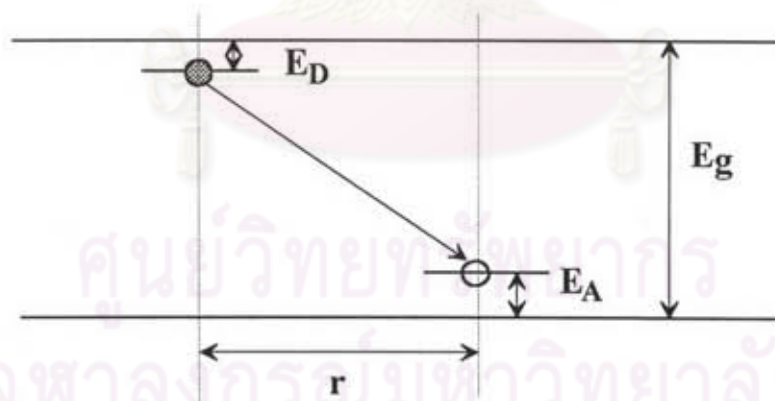


น้อยกว่าค่าพลังงานไอออไนซ์(ionization energy)ของสารเจือมากๆ( $k_B T \ll E_i$ ) พาหะจะไม่สามารถหลุดพ้นจากการจับของอะตอมสารเจือ และการย้ายสถานะของคู่อะตอมผู้ให้และอะตอมผู้รับจะกลายเป็นหนึ่งในกระบวนการย้ายสถานะที่ทำให้เกิดการเรืองแสง

ขณะที่อยู่ในสถานะเริ่มต้นสารเจือที่มีคู่ของอะตอมผู้ให้และผู้รับจะมีประจุรวมเป็นกลาง จนกระทั่งมีการย้ายสถานะมาถึงสถานะสุดท้ายจึงจะมีประจุเกิดขึ้น อันตรกิริยาคูลอมบ์ (coulomb interaction) ระหว่างสารเจือที่มีประจุเหล่านี้จะต่ำกว่าค่าพลังงานของสถานะสุดท้าย ดังนั้นพลังงานของการปลดปล่อยโฟตอนจะมีค่าสูงขึ้น ในกรณีที่มีอันตรกิริยาระหว่างไอออนของสารเจือเราสามารถหาค่าพลังงานโฟตอนได้จากสมการ

$$h\nu_{pl} = E_g - (E_A + E_D) + \frac{e^2}{r} \quad (2.16)$$

ซึ่ง  $E_A$  และ  $E_D$  คือค่าพลังงานไอออไนซ์ของอะตอมผู้รับและอะตอมผู้ให้  $E_g$  ค่าช่องว่างแถบพลังงาน  $e$  ค่าคงที่ไดอิเล็กตริก  $e$  เป็นประจุและ  $r$  คือค่าระยะทางระหว่างอะตอมผู้ให้และอะตอมผู้รับ เทอมสุดท้ายเป็นค่าพลังงานคูลอมบ์ที่เกิดจากประจุบวกด้านบน (กรณีอิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากอะตอมผู้ให้) และประจุลบด้านล่าง(กรณีอิเล็กตรอนมาอยู่ที่อะตอมผู้รับ)



รูปที่ 2.4 แสดงการย้ายสถานะของคู่อิเล็กตรอนและโฮล

## โฟโตรีเฟลกแทนซ์ (Photoreflectance)

โฟโตรีเฟลกแทนซ์เป็นเทคนิคการวัดสมบัติเชิงแสงของสารกึ่งตัวนำที่ได้รับความนิยมมากในปัจจุบันเนื่องจากเป็นวิธีการวัดแบบไม่สัมผัสสาร (contactless) สามารถสังเกตได้ที่อุณหภูมิห้อง และเตรียมการทดลองได้ง่าย

โดยใช้แสงเอกรงค์ (monochromatic light) ส่งไปที่ผิวของสารตัวอย่างพร้อมกับการมอดูเลต (modulation technique) ด้วยแสง (pump light) ที่มีค่าพลังงานมากกว่าการย้ายสถานะระหว่าง แถบช่องว่างพลังงาน ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสนามไฟฟ้าบริเวณผิวของสาร อัตราส่วนระหว่าง ค่าความเข้มแสงสะท้อนที่เกิดจากการมอดูเลต ( $\Delta R$ ) กับค่าความเข้มของแสงสะท้อนที่เกิดจาก แสงเอกรงค์ ( $R$ ) เป็นปริมาณที่เราสามารถวัดเพื่อที่จะนำมาใช้ในการคำนวณต่อไป

ในส่วนตัวต่อไปเราจะอธิบายถึงกลไกของการเคลื่อนที่ของพาหะบริเวณผิวและผลลัพท์ที่เกิดขึ้นกับแถบพลังงานเมื่อผิวของสารกึ่งตัวนำได้รับพลังงานกระตุ้นจากแสง ในตอนท้ายจะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคโฟโตรีเฟลกแทนซ์

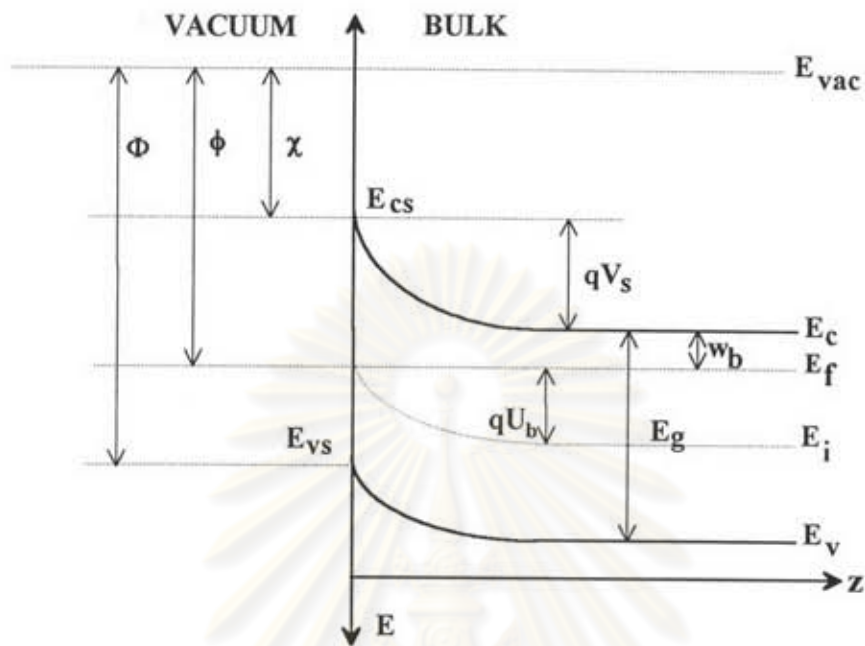
### สถานะพื้นผิวของสารกึ่งตัวนำ [4]

ในกรณีของสารกึ่งตัวนำเมื่อมีการแลกเปลี่ยนอิเล็กตรอนระหว่างผิวและเนื้อสาร (bulk) จะทำให้เกิดบริเวณไร้ประจุ (space charge region) ใกล้ๆกับผิว จำนวนความหนาแน่นประจุต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิว ( $Q_{ss} = qN_{ss}$ ) เท่ากับจำนวนลบของความหนาแน่นของอิเล็กตรอนภายในเนื้อสาร ( $Q_{sc} = qN_{sc}$ ) ทำให้เกิดมีบริเวณไร้ประจุ ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$N_{ss} = -N_{sc} \quad (2.17)$$

โดยที่  $N_{ss}$  คือความหนาแน่นของประจุที่บริเวณผิว และ  $N_{sc}$  คือความหนาแน่นของประจุบริเวณไร้ประจุในเนื้อสาร

ระยะห่างของบริเวณไร้ประจุจากผิวจะมากขึ้นกับความหนาแน่นของพาหะอิสระ ซึ่งโดยปกติจะมีค่ามากกว่าระยะห่างระหว่างอะตอม



รูปที่ 2.5 แสดงแถบพลังงานที่บริเวณผิวของสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น (n-Type)

ในกรณีของสารกึ่งตัวนำแบบนอนดีเจเนอเรท (nondegenerate semiconductor) มีความเป็นเนื้อเดียวกัน (homogeneous) ทั้งในเนื้อสารและบริเวณผิว ด้วยความหนาแน่นของอะตอมผู้ให้ (donor) เท่ากับ  $N_D$  และความหนาแน่นของอะตอมผู้รับ (acceptor) เท่ากับ  $N_A$  ซึ่งถูกไอออไนซ์ทั้งคู่ การกำหนดวิธีการแก้ปัญหาสำหรับบริเวณไร้ประจุในกรณีนี้จะเป็นปัญหาแบบหนึ่งมิติ

ถ้ากำหนด  $N_c(N_v)$  เป็นความหนาแน่นสถานะประสิทธิผล (the effective density of state) ของแถบนำ (แถบวาเลนซ์) และ  $E_c(E_v)$  เป็นระดับพลังงานล่างสุด (สูงสุด) ของแถบนำ (แถบวาเลนซ์) เราสามารถกำหนดระดับพลังงานเฟอร์มิบริสุทธิ์ (intrinsic fermi level)

$$E_i = \frac{1}{2}(E_c + E_v) - \frac{1}{2}k_B T \log\left(\frac{N_c}{N_v}\right) \quad (2.18)$$

โดยที่  $E_i$  เป็นระดับพลังงานเฟอร์มิในสารกึ่งตัวนำแบบบริสุทธิ์ (intrinsic Fermi level) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทาง ( $z$ ) และใช้ในการกำหนดค่าพลังงานศักย์อิเล็กทรอนิกส์

(electrostatic potential :  $U_B$ ) ซึ่งจะบอกถึงลักษณะของบริเวณไร้ประจุ โดยมีความสัมพันธ์กับระดับพลังงานเฟอมีดังนี้

$$qU(z) = E_F - E_i(z) \quad (2.19)$$

ซึ่ง 
$$U(z)_{z \rightarrow \infty} = U_B \quad (2.20)$$

และ 
$$U(0) = U_s \quad (2.21)$$

การโค้งงอของแถบพลังงานที่ระยะทาง  $z$  จากผิวจะกำหนดโดย

$$V(z) = U(z) - U_B \quad (2.22)$$

ซึ่ง 
$$V(0) = V_s \quad (2.23)$$

โดยใช้ปริมาณที่ไม่มีหน่วยต่อไปนี้

$$u = \frac{qU}{k_B T}, \quad u_B = \frac{qU_B}{k_B T}, \quad u_s = \frac{qU_s}{k_B T}$$

$$v = \frac{qV}{k_B T}, \quad v_s = \frac{qV_s}{k_B T}$$

กำหนดให้  $n(z), p(z)$  เป็นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนและโฮลที่ระยะทาง  $z$  จากผิว และ  $n_B, p_B$  เป็นความหนาแน่นของประจุในเนื้อสาร ซึ่งมีความหนาแน่นของพาหะบริสุทธิ์ (intrinsic carrier) คือ  $n_i$  จะได้ว่า

$$n(z)p(z) = n_B p_B = n_i^2 \quad (2.24)$$

โดยใช้สถิติของแมกซ์เวลล์และโบลท์มานน์ (Maxwell-Boltzmann statistics) เราจะได้

$$\begin{aligned}n(z) &= n_B \exp v(z) \\ &= n_i \exp u(z)\end{aligned}\quad (2.25)$$

และ

$$\begin{aligned}p(z) &= p_B \exp (-v(z)) \\ &= n_i \exp (-u(z))\end{aligned}\quad (2.26)$$

โดยใช้สมการปัวซอง (Poisson equation) เราสามารถเขียนความหนาแน่นของประจุให้อยู่ในรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{d^2V}{dz^2} = \frac{\rho(z)}{K\epsilon_0}\quad (2.27)$$

ซึ่ง  $K$  คือค่าคงที่ไดอิเล็กตริกสถิต (static dielectric constant) และ  $\epsilon_0$  คือค่าสภาพยอมในสุญญากาศ (permittivity in vacuum)

$$\frac{\rho(z)}{q} = N_D - N_A + p(z) - n(z)\quad (2.28)$$

และเนื่องจากสภาพเป็นกลางของสารกึ่งตัวนำ จะได้ว่า

$$N_D - N_A = n_B - p_B\quad (2.29)$$

โดยใช้ปริมาณที่ไม่มีหน่วย  $v(z)$  เราสามารถเขียนสมการใหม่ได้ว่า

$$\frac{d^2v(z)}{dz^2} = \left(-\frac{q^2}{K\epsilon_0 k_B T}\right) [n_B - p_B + p_B \exp(-v) - n_B \exp(v)]\quad (2.30)$$

กำหนดให้  $L$  คือค่าความยาวประสิทธิผลเดอบอยซ์ (effective Debye length) ซึ่งเป็นขนาดความลึกของบริเวณไร้ประจุมิต่างกับ

$$L = \left[ \frac{K\epsilon_0 k_B T}{q^2 (n_B + p_B)} \right]^{1/2} \quad (2.31)$$

โดยสมการปัวซองของนสามารถเขียนใหม่เป็น

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -\frac{1}{L^2} \left[ \frac{\sinh(u_B + v)}{\cosh(u_B) - \tanh(u_B)} \right] \quad (2.32)$$

อินทิเกรตสมการที่ 2.32 ด้วยค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมจะได้  $\frac{dv}{dz}$  ซึ่งเป็นค่าสนามไฟฟ้าสัมพันธ์ โดยตรงกับความหนาแน่นของประจุที่ผิวโดยใช้กฎของเกาส์ (Gauss's law)

โดยความสัมพันธ์ระหว่างค่าของแถบพลังงานที่โค้งงอบริเวณผิว ( $V_s$ ) กับค่าความหนาแน่นประจุบริเวณผิวจะได้

$$N_{ss} = -N_{sc} = \pm (n_B + p_B) L F(u_B, v_s) \quad (2.33)$$

F เป็นฟังก์ชันแบบไม่มีหน่วย (dimensionless function) กำหนดโดย

$$F(v) = \sqrt{2} \left[ \frac{\cosh(u_B + v)}{\cosh(u_B) - v \tanh(u_B) - 1} \right]^{1/2} \quad (2.34)$$

ในทางปฏิบัติโดยปกติแล้วสารกึ่งตัวนำจะมีความบริสุทธิ์น้อยมาก ดังนั้นฟังก์ชัน F สามารถประมาณใหม่ได้เป็น

$$F(v) = \pm \sqrt{2} [e^v - v - 1]^{1/2} \quad (2.35)$$

เครื่องหมายเป็นไปตามรูปที่ 2.6

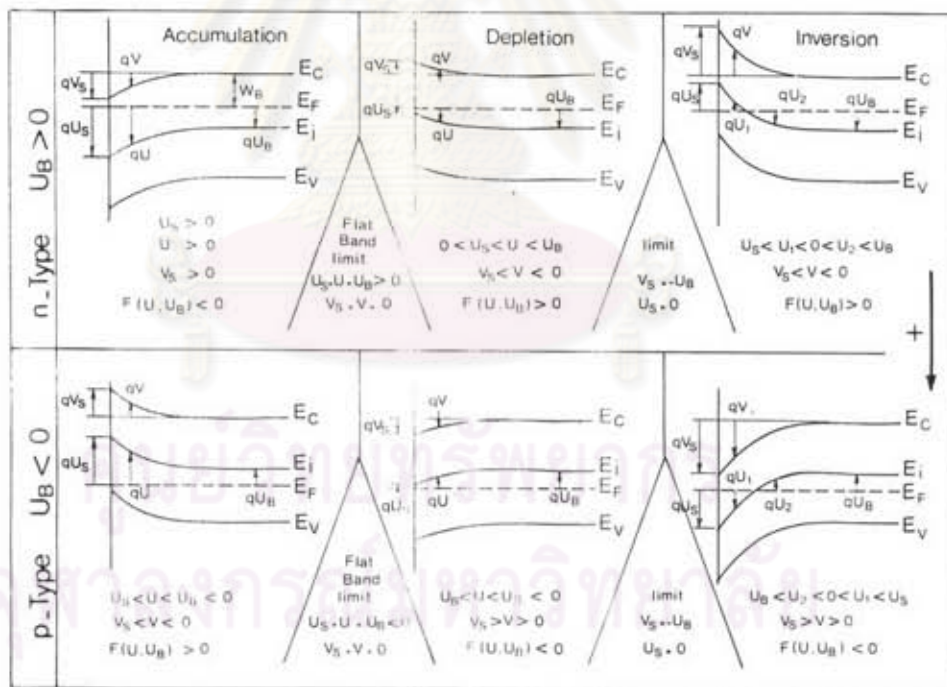
โดยการกำหนดให้ L อยู่ในหน่วยของเซนติเมตร ถ้า  $n_B$  และ  $p_B$  เป็นจำนวนต่อหนึ่งหน่วยลูกบาศ์เซนติเมตร ( $\text{cm}^3$ ) และคิดที่อุณหภูมิห้องสมการที่ 2.31 จะกลายเป็น

$$L = 120 \left[ \frac{K}{n_B + p_B} \right]^{1/2} \text{ cm.} \tag{2.36}$$

ในกรณีชั้นของการพร่อง (depletion layer) จากสมการที่ 2.33 จะลดรูปลงและโดยใช้สมการที่ 2.36 จะได้ว่า

$$N_{ss} = -N_{sc} = \pm 120 [2K(n_B + p_B)(|v| - 1)]^{1/2} \text{ cm}^{-2} \tag{2.37}$$

สำหรับสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น (ชนิดพี) เมื่อมีการได้ไปให้ระดับของสารเจือสูงขึ้นไป จะทำให้ระยะลึกของบริเวณไร้ประจุลดลงตามอัตราส่วนของ  $n_B^{-1/2} (p_B^{-1/2})$  ในขณะที่ความหนาแน่นประจุที่ผิวทำให้การโค้งงอของแถบพลังงานสูงขึ้นตามอัตราส่วน  $n_B^{1/2} (p_B^{1/2})$



รูปที่ 2.6 แสดงความเป็นไปได้ในกรณีต่างๆของบริเวณไร้ประจุ

จากรูปที่ 2.5 ปริมาณที่สามารถช่วยให้เราเข้าถึงสถานะผิวของสารกึ่งตัวนำ ได้แก่ ระดับสุญญากาศ (vacuum level :  $E_{vac}$ ) ซึ่งเป็นค่าพลังงานต่ำสุดในการดึงอิเล็กตรอนที่ ระดับ

เฟอร์มิ (Fermi level) ให้ออกจากของแข็ง ดังนั้นเราสามารถนิยามฟังก์ชันงาน (work function :  $\phi$ ) ได้ว่า

$$\phi = |E_{\text{vac}} - E_F| \quad (2.38)$$

อิเล็กตรอนแอฟฟินิตี (electron affinity :  $\chi$ ) คือค่าพลังงานที่ใช้ในการย้ายอิเล็กตรอนจากชั้นล่างสุดของแถบนำมาสู่ระดับสุญญากาศ

$$\chi = |E_{\text{vac}} - E_{\text{cs}}| \quad (2.39)$$

พลังงานไอออไนซ์ (ionization energy :  $\Phi$ ) คือค่าพลังงานที่ใช้ในการย้ายอิเล็กตรอนจากชั้นบนสุดของแถบวาเลนซ์ไปยังระดับสุญญากาศ

$$\Phi = |E_{\text{vac}} - E_{\text{vs}}| \quad (2.40)$$

ค่าพลังงานเหล่านี้สัมพันธ์กันตามสมการ

$$\Phi - \chi = E_g \quad (2.41)$$

และ

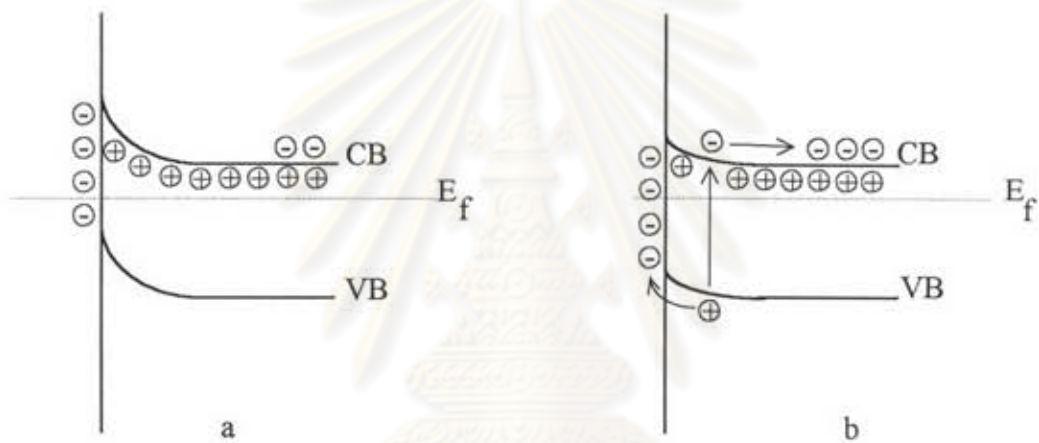
$$\begin{aligned} \phi &= \chi + w_B - qV_s \\ &= \Phi - E_g + w_B - qV_s \end{aligned} \quad (2.42)$$

เมื่อมีการฉายแสงที่มีพลังงานโฟตอนมากกว่าค่าพลังงานแถบช่องว่างลงบน ผิวของสารกึ่งตัวนำ ที่บริเวณนั้นโฟตอนจะถูกดูดกลืนทำให้เกิดคู่ของอิเล็กตรอนและโฮลอิสระภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้าในบริเวณใกล้เคียง โฮลจะเคลื่อนที่ไปที่ผิวและรวมตัวกับ อิเล็กตรอนทำให้สนามไฟฟ้าลดลงมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความเข้มของแสงเลเซอร์ เมื่อเข้าสู่ สภาวะสมดุลค่าพลังงานศักย์ที่ผิว (surface potential :  $V_s$ ) จะมีค่าต่ำลงเมื่อเทียบกับค่าเดิม



( $V_{00}$ ) ขณะที่ไม่ได้มีแสง ดังนั้นแถบพลังงานบริเวณผิวจะมีความโค้งงอลดลงดังรูปที่ 2.7 แสดงสถานะผิวของสารกึ่งตัวนำขณะที่ปิดลำแสงเลเซอร์ (a) และขณะที่เปิดแสงเลเซอร์ (b) เมื่อเรา เปิดเลเซอร์ด้วยความถี่ค่าหนึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสนามไฟฟ้าบริเวณใต้ประจุซึ่งจะมีผลกับสภาพการสะท้อนแสง ปริมาณพื้นฐานทางฟิสิกส์ที่ใช้อธิบายปรากฏการณ์การมอดูเลตสภาพการสะท้อนได้แก่ ฟังก์ชันไดอิเล็กทริก (dielectric function)

ในส่วนตัวต่อไปจะพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสภาพการสะท้อนแสงกับ ฟังก์ชันไดอิเล็กทริก ซึ่งจะนำไปสู่สมการที่ใช้ในการคำนวณสเปกตรัมที่ได้จากการวัดโดยเทคนิคโฟโตรีเฟลกแทนซ์



รูปที่ 2.7 แสดงการโค้งงอของแถบพลังงานบริเวณผิวของสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็นในกรณี  
a. ปิดแสงเลเซอร์ b. เปิดลำแสงเลเซอร์มาตกกระทบที่ผิว

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ฟังก์ชันไดอิเล็กทริกเชิงซ้อน

ปริมาณทางฟิสิกส์ที่ใช้อธิบายสมบัติเชิงแสงของสารกึ่งตัวนำได้แก่ ฟังก์ชันไดอิเล็กทริก ( $\epsilon$ ) เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ของการตอบสนองของระบบที่มีกับการเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้โดย

$$\vec{P} = \underline{\chi} \vec{\xi} \quad (2.43)$$

ซึ่ง  $\vec{P}$  เป็นไดโพลโมเมนต์ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร และ  $\underline{\chi}$  เป็น susceptibility tensor เราจะได้ว่า

$$\vec{D} = \vec{\xi} + 4\pi\vec{P} \quad (2.44)$$

และ

$$\vec{D} = \vec{\xi} + 4\pi\underline{\chi}\vec{\xi} \quad (2.45a)$$

$$= (1 + 4\pi\underline{\chi})\vec{\xi} \quad (2.45b)$$

$$\vec{D} = \underline{\epsilon}\vec{\xi} \quad (2.45c)$$

โดยที่ ไดอิเล็กทริกเทนเซอร์  $\underline{\epsilon}$  สัมพันธ์กับ susceptibility  $\underline{\chi}$  โดย

$$\underline{\epsilon} = 1 + 4\pi\underline{\chi} \quad (2.46)$$

เพื่อลดความซับซ้อนในการคำนวณเราจะคิดเฉพาะสารกึ่งตัวนำที่มีสมมาตรแบบคิวบิก (cubic symmetry) ดังนั้นฟังก์ชันไดอิเล็กทริกจะเป็นปริมาณสเกลลาร์ และเราจะพิจารณาฟังก์ชัน ไดอิเล็กทริกที่ขึ้นกับพลังงานโฟตอน (หรือความถี่) เพียงอย่างเดียว

โดยทั่วไปแล้วฟังก์ชันไดอิเล็กทริก ( $\epsilon$ ) จะอยู่ในรูปจำนวนเชิงซ้อน

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega) \quad (2.47)$$

ซึ่ง  $\epsilon_1(\omega)$  เป็นส่วนจริง และ  $\epsilon_2(\omega)$  เป็นส่วนจินตภาพ  
ฟังก์ชันไดอิเล็กทริกมีความสัมพันธ์กับค่าคงที่เชิงแสงอื่นได้แก่ ดัชนีหักเห (index of refraction) และสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง (absorption coefficient) ดังนี้

$$N = n + ik$$

โดยที่  $\epsilon = N^2$  (2.48a)

ดังนั้น  $\epsilon_1 = n^2(\omega) - \kappa^2(\omega)$  (2.48b)

$$\epsilon_2 = 2n(\omega)\kappa(\omega)$$
 (2.48c)

จากสมการที่ 2.5 จะได้

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi\epsilon_2}{n\lambda} \end{aligned}$$
 (2.49)

เนื่องจาก  $c = \frac{\omega\lambda}{2\pi}$

สภาพแสงสะท้อน (reflectivity :  $R(\omega)$ ) ที่เกิดจากแสงตกกระทบ (ที่มุมใกล้เคียงกับเส้นปกติ) สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของค่าคงที่เชิงแสงได้ว่า

$$R(\omega) = \left| \frac{N(\omega)-1}{N(\omega)+1} \right|^2$$
 (2.50a)

$$= \frac{[n(\omega)-1]^2 + \kappa^2(\omega)}{[n(\omega)+1]^2 + \kappa^2(\omega)}$$

$$= \frac{(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)^{1/2} - [2\epsilon_1 + 2(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)]^{1/2} + 1}{(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)^{1/2} + 2\epsilon_1 + 2(\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)^{1/2} + 1}$$

$$= R(\epsilon_1, \epsilon_2)$$
 (2.50b)

เนื่องจาก  $n, k$  สัมพันธ์กับ  $\epsilon_1, \epsilon_2$  ดังนั้นสภาพสะท้อนแสงจึงเป็นฟังก์ชันของทั้ง  $\epsilon_1(\omega)$  และ  $\epsilon_2(\omega)$  โดยใช้ความสัมพันธ์ของ Kramer-Kronig เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างทั้งสองจริงและส่วนจินตภาพของฟังก์ชันไดอิเล็กทริกจากสมการที่(2.47)ได้ว่า

$$\epsilon_1(\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} P \int \frac{\omega' \epsilon_2(\omega')}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (2.51)$$

$$\epsilon_2(\omega) = -\frac{2}{\pi} P \int \frac{\epsilon_1(\omega') - 1}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (2.52)$$

$P$  เป็น cauchy principal ของอินทิกรัล

พิจารณาสมการซึ่งแสดงความหมายทั่วไปของฟังก์ชันไดอิเล็กทริกของสารกึ่งตัว นำ โดยใช้การประมาณอิเล็กตรอนเดี่ยว (one-electron approximation) และอธิบายในรูปของสถานะบลอค (Bloch state)  $\Psi_n(k, r)$  กับพลังงาน  $E_n(k)$  ของดัชนีหักเห  $n$  และเวกเตอร์คลื่น  $k$

$$\epsilon(E, \Gamma) = 1 + \frac{4\pi e^2 \hbar^2}{m^2 E^2} \sum |\hat{e}_0 P_{cv}(k)|^2 \left[ \frac{1}{E_{cv}(k) - E - i\Gamma} + \frac{1}{E_{cv}(k) + E + i\Gamma} \right] \quad (2.53)$$

ซึ่ง  $n=c, v$  แสดงให้เห็นถึงแถบนำและแถบวาเลนซ์ ตามลำดับ และ

$\hat{e}$  อยู่ในหน่วยของเวกเตอร์โพลาไรซ์เซชันของสนามไฟฟ้าโฟตอน

$$P_{cv}(k) = \langle ck | p | vk \rangle$$

เป็นสมาชิกของเมตริกซ์โมเมนตัม (the momentum matrix element)

$$E_{cv}(k) = E_c(k) - E_v(k)$$

คือค่าพลังงานระหว่างแถบพลังงาน และ

$\Gamma$  คือ พารามิเตอร์บroadening เอนิงเฟโนเมโลจิคัล (phenomelological broadening parameter)

โดยใช้การประมาณแบบการขยายเฉพาะที่ล้อมรอบจุดวิกฤตและแบบจำลองพาราโบลิกอย่างง่าย (local expansions and simple parabolic model) เราจะได้ฟังก์ชันไดอิเล็กทริกในรูปของการซ้อนทับของฟังก์ชันเฉพาะที่ (superpositions of local functions) ดังนี้

$$\varepsilon(E, \Gamma) = \frac{e^2 \hbar^2 |\hat{e} \cdot P_{cv}|^2}{\pi^2 m^2 E^2} \int \frac{d^3 k}{E_{cv}(k) - E - i\Gamma} \quad (2.54)$$

โดยการตัดพจน์ที่ไม่เรโซแนนซ์และพจน์ที่เป็นค่าคงที่ เนื่องจากพจน์เหล่านี้จะมีโครงสร้างของสเปกตรัมที่มีอดุลเลขไม่เด่นชัด และอินทิเกรตสมการที่ 2.54 สำหรับ 1, 2, 3 มิติจะได้

$$= \frac{Q}{E^2} D_x K_y K_z i^{l+1} (E - E_g + i\Gamma)^{-1/2} \quad \text{สำหรับ 1 มิติ} \quad (2.55a)$$

$$\varepsilon(E, \Gamma) = \frac{Q}{E^2} D_x D_y K_z i^{l+2} \ln(E - E_g + i\Gamma) \quad \text{สำหรับ 2 มิติ} \quad (2.55b)$$

$$= \frac{2mQ}{E^2} D_x D_y D_z i^{l+1} (E - E_g + i\Gamma)^{1/2} \quad \text{สำหรับ 3 มิติ} \quad (2.55c)$$

ซึ่ง  $Q = \frac{e^2 \hbar^2}{\pi m^2} |\hat{e} \cdot P_{cv}|^2$

$$D_i = \left( \frac{2|u_i|}{\hbar^2} \right)^{1/2}; i = x, y, z$$

$K_x = K_y, K_z$  เป็น cutoff length ในบริลลันโซนสำหรับ 1 และ 2 มิติ และ 1 คือแบบจุดวิกฤตเท่ากับจำนวนของมวลลบ

### การมอดูเลตฟังก์ชันไดอิเล็กทริก

พิจารณาฟังก์ชันไดอิเล็กทริกซึ่งแสดงในรูปทั่วไปโดยรวมการแปลงฟูเรียร์ที่ขึ้นกับเวลา (Fourier transform of the time-dependent current)

$$\varepsilon(E, \Gamma) = 1 + \frac{4\pi e^2 \hbar}{m^2 E^2} \int_{BZ} d^3 k \int dt |e \cdot P_{cv}|^2 \times \exp \int dt' \frac{i[E - E_{cv}(k) + i\Gamma]t'}{\hbar} \quad (2.56)$$

สมมติว่า  $P_{cv}$  ไม่ขึ้นกับ  $k$

เมื่อเราป้อนสนามไฟฟ้าให้กับสารจะเกิดผลกระทบหลักคือ การเปลี่ยนแปลงเวเตอร์คลื่นของสถานะบอลลอคจาก  $k$  ไปยัง  $k + \frac{e\mathcal{E}t}{\hbar}$  ซึ่ง  $\mathcal{E}$  เป็นค่าสนามไฟฟ้าที่ป้อนให้กับเนื้อสารโดยการคำนวณแสดงให้เห็นข้อเท็จจริงที่ว่า การรวมกันของสนามไฟฟ้าที่ทุกๆฟังก์ชันคลื่นจะมีทิศทาง

ตามสนามไฟฟ้า ดังนั้นในกรณีของระบบที่มีลักษณะเป็นคาบ สำหรับ  $k$  ที่มีทิศทางตามสนาม ไฟฟ้าจะไม่เป็นตัวเลขควอนตัมที่ดี เนื่องจากธรรมชาติของความต่อเนื่องของเวกเตอร์คลื่นในระบบที่เป็นคาบ สนามไฟฟ้าที่มีปริมาณน้อยๆสามารถรวมกันได้กับหลายๆฟังก์ชันคลื่นขนาดของการรวมจะถูกกำหนดโดยพารามิเตอร์ "เวลา" ในกรณีของอนุภาคอิสระเช่น อิเล็กตรอนหรือโฮลจะถูกขับให้เคลื่อนที่จนเกิดการเบี่ยงเบนเป็นเส้นโค้งและพลังงานของมันจะถูกทำให้เปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง โดยจะปรากฏเมื่อมันถูกเร่งภายใต้สนามไฟฟ้า

โดยการแทนที่  $k$  ด้วย  $k + \frac{e\vec{\xi}t}{\hbar}$  ใน  $E_{cv}$  จากสมการที่ (2.56) แล้วกระจายให้อยู่ในรูปของอนุกรมเทเลอร์รอบๆ  $k$  ด้วยการประมาณแบบนี้จะได้สมการซึ่งแสดงอยู่ในรูปทั่วไปของ ฟังก์ชัน Airy

$$\varepsilon(E, \vec{\xi}, \Gamma) = 1 + \frac{iA}{E^2} \int_{BZ} d^3k \int dt \exp \left[ \frac{i(E - E_{cv} + i\Gamma)t + \frac{i\Omega^3 t^3}{3}}{\hbar} \right] \quad (2.57)$$

$$\text{ซึ่ง} \quad \Omega^3 = \frac{e^2 \xi^3}{8\mu\hbar}$$

$$A = \frac{4\pi e^2 \hbar |e \cdot P_{cv}|^2}{m^2}$$

และ  $\mu$  เป็น joint density of states effective mass ในทิศทางสนามไฟฟ้าสัมพันธ์กับ  $\nabla^2 E_{cv}(i = x, y, z)$

ในกรณีของข้อจำกัดเมื่อใช้สนามไฟฟ้าต่ำ (low field limit) ตามเงื่อนไข

$$\Omega^3 t^3 \ll \Gamma t$$

ทำให้เราสามารถกระจาย  $\Omega$  ได้โดยการประมาณว่า

$$\exp \left( \frac{i\Omega^3 t^3}{3} \right) \approx 1 + \frac{i\Omega^3 t^3}{3}$$

ดังนั้นจากสมการที่(2.57)เราจะได้ว่า

$$\varepsilon(E, \vec{\xi}, \Gamma) = 1 + \frac{A}{E^2} \int_{BZ} d^3k \int dt \left( 1 + \frac{i\Omega^3 t^3}{3} \right) \exp \left[ \frac{i(E - E_{cv} + i\Gamma)t}{\hbar} \right] \quad (2.58)$$

จากสมการที่(2.58)เทอมแรกในเครื่องหมายอินทิเกรตแสดงฟังก์ชันไดอิเล็กทริกที่ไม่ถูกรบกวน (unperturbation term) และในเทอมที่สองแสดงถึงการรบกวนด้วยสนามไฟฟ้า (perturbation term) ในส่วนที่ขึ้นกับเวลา( $t^3$ ) ของเทอมที่ถูกรบกวนสามารถหาได้โดยการหาอนุพันธ์ที่สามของเทอมที่ไม่ถูกรบกวนภายใต้การอินทิเกรตสามครั้งเทียบกับ  $E(\Gamma$  หรือ  $E_{\omega})$  จะได้รูปแบบสุดท้ายคือ

$$\varepsilon(E, \vec{\xi}, \Gamma) = 1 + \frac{iA}{E^2} \int_{BZ} d^3k \frac{1}{E - E_{cv} + i\Gamma} + \frac{2iA}{E^2} \int_{BZ} d^3k \frac{(\hbar\Omega)^3}{(E - E_{cv} + i\Gamma)^4} \quad (2.59)$$

ผลลัพธ์สุดท้ายเป็นที่รู้จักกันดีซึ่งเสนอโดย Aspnes อยู่ในรูปแบบของอนุพันธ์ที่สามของฟังก์ชันไดอิเล็กทริก [12]

$$\Delta\varepsilon \approx \frac{d^3(\varepsilon(E, 0, \Gamma))}{dE^3} \quad (2.60)$$

### ฟังก์ชันของสเปกตรัมโฟโตรีเฟลกแทนซ์

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในตอนต้นของเรื่องการวัดโฟตรีเฟลกแทนซ์ว่าปริมาณที่เราต้องการศึกษาได้แก่ผลกระทบของสารต่อการเปลี่ยนแปลงสนามไฟฟ้าบริเวณผิวซึ่งในการทดลองเราฉายแสงลงบนผิวของสารทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสนามไฟฟ้าส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงกับฟังก์ชันไดอิเล็กทริก ในการทดลองเราไม่สามารถวัดการเปลี่ยนแปลงฟังก์ชันไดอิเล็กทริก ( $\Delta\varepsilon$ ) ได้โดยตรง เราจะวัดการเปลี่ยนแปลงสัมพัทธ์ของแสงสะท้อนซึ่งสัมพันธ์กับ  $\Delta\varepsilon$  ตามสมการ

$$\frac{\Delta R}{R} = \text{Re}[(\alpha - i\beta)\Delta\varepsilon] \quad (2.61)$$

$$= \alpha\Delta\varepsilon_1 + \beta\Delta\varepsilon_2$$

ซึ่ง  $\alpha, \beta$  เป็นสัมประสิทธิ์ Seraphin [4] เป็นค่าที่บอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนจริงและส่วนจินตภาพของ  $\Delta\varepsilon$  ว่าปริมาณใดจะส่งผลต่อ  $\frac{\Delta R}{R}$  มากกว่ากัน

เนื่องจากสเปกตรัมของ  $\Delta\varepsilon$  เป็นอนุพันธ์อันดับสามของฟังก์ชันไดอิเล็กทริกส่งผลให้ สเปกตรัมของ  $\frac{\Delta R}{R}$  มีลักษณะรูปร่างเป็นอนุพันธ์อันดับสามของฟังก์ชันไดอิเล็กทริกด้วย โดยมี รูป ทัวไปของสเปกตรัมโฟโตรีเฟลกแทนซ์ คือ

$$\frac{\Delta R}{R} = \text{Re}[ce^{i\theta}(E - E_g + i\Gamma)^{-n}] \quad (2.62)$$

โดยที่  $c$  เป็นแอมพลิจูด

$\theta$  เป็นเฟสของรูปร่าง

$n = 2.5$  สำหรับจุดวิกฤติแบบ 3 มิติ

$n = 3.0$  สำหรับจุดวิกฤติแบบ 2 มิติ

$n = 3.5$  สำหรับจุดวิกฤติแบบ 1 มิติ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย