

ทฤษฎีพิกซ์โซอิเล็กตริก

สารพิกซ์โซอิเล็กตริก คือสารที่ยืดหรือหดตัวเมื่อได้รับสนามไฟฟ้า ในทางตรงกันข้าม เมื่อสารได้รับความเค้นหรือความเครียด จะเกิดการเปลี่ยนแปลงของโพลาริเซชันของสารนั้น ปรากฏการณ์นี้พบได้ในสารที่มีผลึกแบบมีขั้ว และไม่มีสมมาตร นอกจากนี้ยังพบในสารโพลีเมอร์บางชนิดที่มีขั้วคู่ไฟฟ้าถาวร ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับสารพิกซ์โซอิเล็กตริกทั่วไป และทฤษฎีที่ใช้โดยเฉพาะสำหรับสารโพลีเมอร์พิกซ์โซอิเล็กตริก จากการศึกษาพบว่าสมบัติพิกซ์โซอิเล็กตริกในโพลีเมอร์นั้น นอกจากจะเกิดจากขั้วคู่ถาวรของสารแล้วยังเกิดจากประจุอิสระที่ตกค้างอยู่ภายใน และความไม่สม่ำเสมอในเนื้อสารนั้นด้วยดังรายละเอียดที่จะกล่าวต่อไป

ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับสารพิกซ์โซอิเล็กตริก

เมื่อสารพิกซ์โซอิเล็กตริกได้รับความเค้น ความเครียด หรือสนามไฟฟ้า จะทำให้โพลาริเซชันของสารนั้นเปลี่ยนไป ดังสมการ [3]

$$P - P_r = X^* \epsilon_0 E + e(S - S_r) \quad (2.1)$$

หรือ
$$p - P_r = X^* \epsilon_0 E + dX \quad (2.2)$$

เมื่อ $P =$ โพลาริเซชันเมื่อมีสนามไฟฟ้า E และความเครียด S หรือความเค้น X

$P_r, S_r =$ โพลาริเซชัน และ ความเครียด (ตามลำดับ) เมื่อไม่มีสนามไฟฟ้า และ ความเค้นจากภายนอกมากระทำ

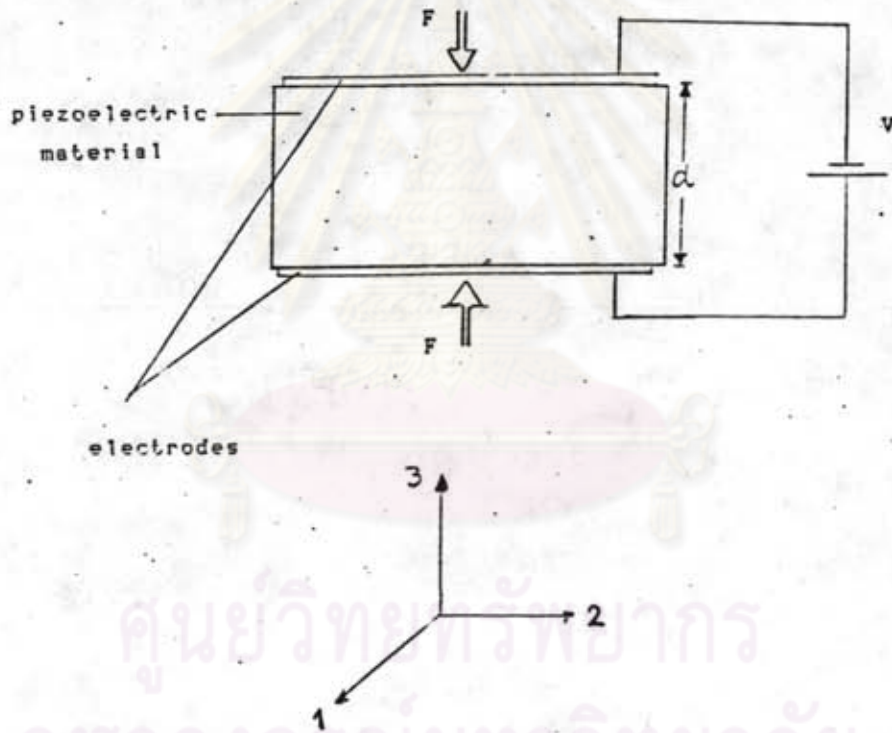
$e =$ ค่าคงตัวความเค้นพิกซ์โซอิเล็กตริก

$d =$ ค่าคงตัวความเครียดพิกซ์โซอิเล็กตริก

$\epsilon_0 =$ ค่าไดอิเล็กตริก

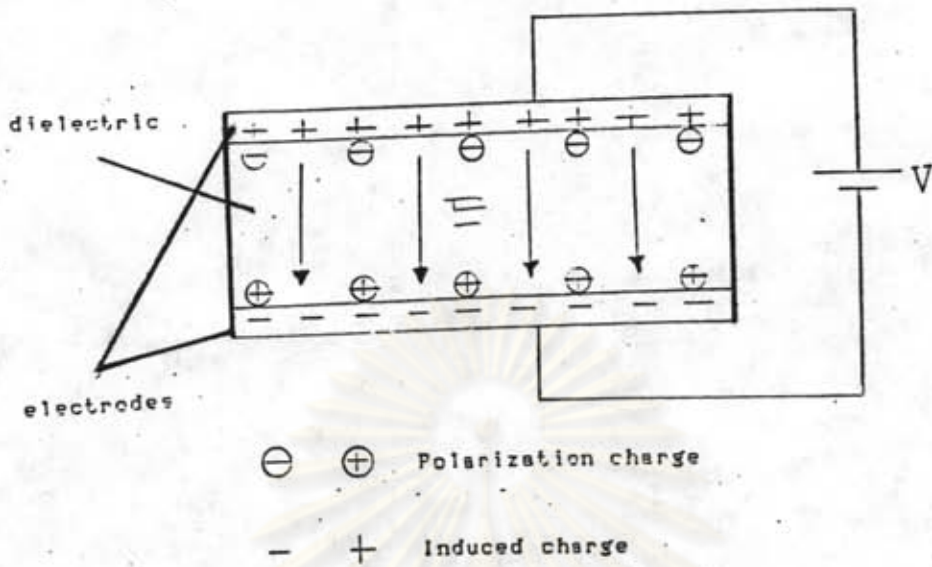
χ^S = สภาพรับไว้ได้ทางไฟฟ้า (electric susceptibility) ของสาร เมื่อมีความเครียดคงที่

สมการ (2.1) และ (2.2) นี้ อยู่ในรูปของเทนเซอร์ เนื่องจากปริมาณต่างๆในสมการเหล่านี้ สามารถพิจารณาได้หลายทิศทาง ยกตัวอย่างเช่น (ดูรูปที่ 2.1 ประกอบ) เมื่อทำให้เกิดความต่างศักย์ระหว่างขั้วไฟฟ้าของสาร พิซโซอิเล็กทริกในทิศ 3 (หรือแกน z) ดังนั้นสนามไฟฟ้า $E_1 = E_2 = 0$ และ $E_3 = V/d$ และถ้ามีแรงกระทำในแนว 3 ความเค้นที่เกิดขึ้นคือ $X_{33} = F/A$ เมื่อ A เป็นพื้นที่ผิวของสารที่ตั้งฉากกับแรงเค้นที่เกิดขึ้น สำหรับแรงและสนามไฟฟ้าในทิศทางอื่นๆ ก็อาจพิจารณาได้ในลักษณะเดียวกัน



รูปที่ 2.1 แสดงทิศทางของปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสภาพพิซโซอิเล็กทริก

เป็นการสะดวกที่จะพิจารณาค่าการขจัดทางไฟฟ้า D ในเทอมของสนามไฟฟ้า E และความเครียด S เพราะการขจัดทางไฟฟ้าจะเกี่ยวข้องกับปริมาณของประจุไฟฟ้าบนขั้วไฟฟ้า ซึ่งเป็นปริมาณที่สามารถวัดได้



รูปที่ 2.2 แสดงประจุที่เกิดขึ้นที่ขั้วไฟฟ้า

จากรูปที่ 2.2 เมื่อมีความต่างศักย์เกิดขึ้นระหว่างขั้วไฟฟ้าของสาร
 พิวซีโออิเล็กทริก จะทำให้เกิดประจุเหนี่ยวนำ +Q และ -Q ขึ้นที่ขั้วบวก และ
 ขั้วลบ ดังรูป ประจุเหนี่ยวนำนี้ส่วนหนึ่งจะไปหักล้างกับประจุโพลาริเซชัน
 ที่มีอยู่ภายในสารอยู่แล้ว ประจุที่เหลือจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า E ขึ้นภายในสารนั้น
 ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างประจุเหนี่ยวนำ Q และโพลาริเซชัน ดังนี้

$$Q/A = \epsilon_0 E + P$$

หรือ $D = \epsilon_0 E + P$ (2.3)

เมื่อ $D = Q/A$ เป็นค่าความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า หรือค่าการขจัด
 ทางไฟฟ้า (electric displacement)

จะเห็นว่า P สามารถเขียนอยู่ในรูปของ D ซึ่งเป็นปริมาณที่วัดได้
 โดยบวก $\epsilon_0 E$ ทั้งสองข้างของสมการที่ (2.1) และ (2.2) จะได้

$$D - D_r = X^* \epsilon_0 E + dX + \epsilon_0 E$$

$$= (X^* + 1) \epsilon_0 E + dX$$

โดย $D_r = P_r$ ดังนั้น

$$D = \epsilon^* \epsilon_0 E + dX \quad (2.4)$$

จากสมการที่ (2.1) และ (2.2) จะได้

$$X^S \epsilon_0 E + e \Delta S = X^* \epsilon_0 E + dX$$

หรือ
$$\Delta S = [(X^* - X^S) \epsilon_0 / e] E + dX / e \quad (2.5)$$

พิจารณาสมการที่ (2.5) กรณีที่ $E = 0$ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง d และ e ได้ว่า $e/d = X/\Delta S =$ โมดูลัสของยัง ซึ่งเขียนเป็น

$$G^E = e/d \quad (2.6)$$

และในสมการที่ (2.5) พิสูจน์ได้โดยใช้ทฤษฎีทางอุณหพลศาสตร์
จะได้

$$d = (X^* - X^S) \epsilon_0 / e \quad (2.7)$$

แทนค่าสมการที่ (2.7) และสมการที่ (2.6) ลงในสมการที่ (2.5)
จะได้

$$\Delta S = X/G^E + dE \quad (2.8a)$$

เมื่อรวมกับสมการ (2.4) จะได้

$$\Delta D = dX + \epsilon^* \epsilon_0 E \quad (2.8b)$$

จะได้สมการซึ่งมี E และ X เป็นตัวแปรที่ไม่ขึ้นต่อกัน และถ้าให้ ΔS และ E เป็นตัวแปรที่ไม่ขึ้นต่อกัน พิสูจน์ในทำนองเดียวกันได้ว่า

$$\Delta D = e \Delta S + \epsilon^x \epsilon_0 E \quad (2.9a)$$

$$X = G^x \Delta S - e E \quad (2.9b)$$

อย่างไรก็ตาม ปริมาณต่างๆในสมการที่ (2.8) และ (2.9) นั้น สามารถพิจารณาได้หลายทิศทาง ดังนั้นในทางปฏิบัติ สมการที่ (2.8) และ (2.9) จะอยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ โดยที่ค่า e d X และ ΔS อยู่ในรูปของเทนเซอร์อันดับสาม ส่วน E และ ΔD เป็นปริมาณเวกเตอร์ ดังนั้นสมการที่ (2.8) และ (2.9) เขียนในรูปเมทริกซ์ได้ (โดยอักษรข้างท้าย 1 2 3 4 5 และ 6 เป็นสัญลักษณ์แทนแนว xx yy zz yz zx และ xy ตามลำดับ) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \Delta D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^x & \epsilon_{12}^x & \epsilon_{13}^x \\ \epsilon_{21}^x & \epsilon_{22}^x & \epsilon_{23}^x \\ \epsilon_{31}^x & \epsilon_{32}^x & \epsilon_{33}^x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

สมการที่ (2.8b) เขียนในรูปเมทริกซ์ได้ว่า

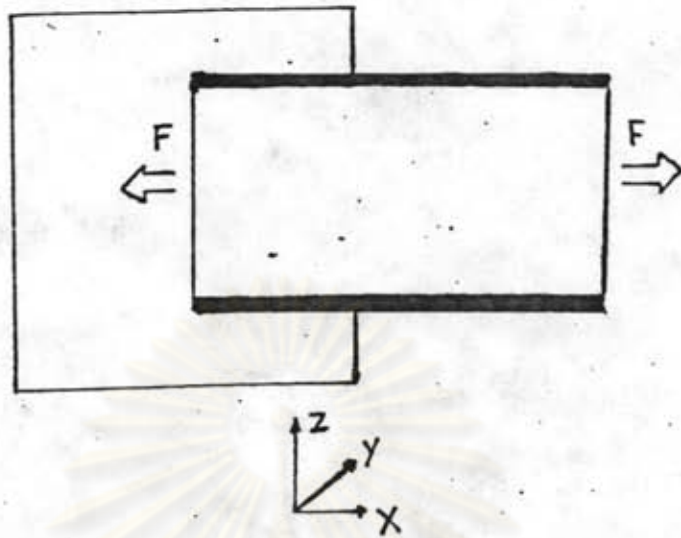
$$\begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \\ \Delta S_4 \\ \Delta S_5 \\ \Delta S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} (1/G^E)_{11} & (1/G^E)_{12} & \dots & (1/G^E)_{16} \\ (1/G^E)_{21} & (1/G^E)_{22} & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ (1/G^E)_{61} & (1/G^E)_{62} & \dots & (1/G^E)_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_6 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

ในเชิงปฏิบัติ สมการที่ (2.10) และ (2.11) สามารถลดรูปให้อยู่ในรูปที่ง่ายได้เป็นอย่างมาก โดยการพิจารณาเป็นกรณีเฉพาะไป ตัวอย่างเช่น ถ้าให้แรงเค้นแก่สารพิกโซอิเล็กทริกในแนว x ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ในกรณีนี้ $E_1 = E_2 = E_3 = 0$, $X_1 = X$, $X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = X_6 = 0$ ดังนั้น จากสมการที่ (2.9) จะได้

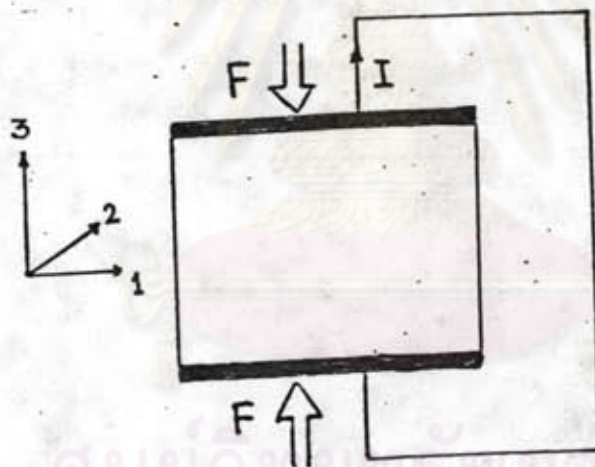
$$\begin{bmatrix} \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \Delta D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} X \\ d_{21} X \\ d_{31} X \end{bmatrix} \quad (2.12a)$$

หรือถ้าหากให้แรง F กระทำดังในรูปที่ 2.4 ก็จะได้สมการในทำนองเดียวกัน ($X_3 = X = F/A$)

$$\begin{bmatrix} \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \Delta D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{13} X \\ d_{23} X \\ d_{33} X \end{bmatrix} \quad (2.12b)$$



รูปที่ 2.3 แสดงแรงเค้นที่ให้แก่สาร



รูปที่ 2.4 แสดงกระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเมื่อแผ่นฟิล์มได้รับความเค้น

ในสารพีโซอิเล็กทริกบางชนิด เช่น PVDF จากลักษณะสมมาตรของโครงสร้างผลึก จะมี $d_{11} = d_{21} = 0$ [3] ในกรณีของรูปที่ 2.3 จากสมการที่ (2.12a)

$$\Delta D_3 = d_{31} X \quad (2.13)$$

จะเห็นว่าสามารถหาค่า d_{31} ได้จากสมการที่ (2.13) เนื่องจากค่า ΔD_3 เท่ากับ $\Delta Q / A$ ดังนั้น $d_{31} = \Delta Q / AX$ ซึ่งเราสามารถวัดค่า

ΔQ ได้โดยการวัดกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรรอบขั้วที่มีความเค้น x ดังรูป
จากรูปที่ 2.3 ถ้าหากพิจารณาในเชิงของความเครียด ความสัมพันธ์
 ΔD ϵ และ ΔS จากสมการที่ (2.9a) ลดรูปเหลือ

$$\begin{bmatrix} \Delta D_1 \\ \Delta D_2 \\ \Delta D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{10} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ e_{31} & e_{32} & \dots & e_{30} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \\ \Delta S_4 \\ \Delta S_5 \\ \Delta S_6 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

ในกรณีนี้พบว่า เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความเครียด s_x ในแนวแกน x จะมีผลทำให้เกิดความเครียดในแนว y และแนว z ด้วย โดยมีสัดส่วนขึ้นอยู่กับค่าอัตราส่วนของพัวซอง (Poisson's ratio) เช่น เมื่อยึดสารตามแนวยาว จะทำให้ความกว้างและความหนาลดลง แต่ไม่ทำให้เกิดความเครียดเฉือน ดังนั้นจะได้ $\Delta S_4 = \Delta S_5 = \Delta S_6 = 0$ และได้

$$\Delta S_2 = -\nu_{12} S_1$$

$$\Delta S_3 = -\nu_{13} S_1$$

เมื่อ $\nu_{12} = \partial s_2 / \partial s_1$ และ $\nu_{13} = \partial s_3 / \partial s_1$ เป็นค่าอัตราส่วนของพัวซอง

สำหรับสารบางชนิด เช่น PVDF ที่จัดซื้อในแนวแกน z หรือตามความหนา จะพบว่า e_{21} e_{31} e_{33} e_{24} และ e_{10} ไม่เท่ากับศูนย์ ในกรณีนี้จะได้ว่า (จากสมการที่ (2.14))



$$\Delta D_1 = \Delta D_2 = 0$$

$$\Delta D_3 = e_{31} \Delta S_1 - m_{12} e_{32} \Delta S_1 - m_{13} e_{33} \Delta S_1 = \Delta G/A$$

$$\partial D_3 / \partial S_1 = e_{31} - m_{12} e_{32} - m_{13} e_{33} = \bar{e}_{31} = \partial(Q/A) / \partial S_1$$

ดังนั้นจะได้ค่า e_{31} คือ

$$e_{31} = \partial(Q/A) / \partial S_1 + m_{12} e_{32} + m_{13} e_{33} \quad (2.15)$$

อย่างไรก็ตาม ในเชิงปฏิบัติแล้ว จะให้ความสนใจกับค่า \bar{e}_{31} มากกว่า e_{31} เนื่องจากเป็นค่าที่วัดได้โดยตรงจาก $\partial(Q/A) / \partial S_1$

ทั้งหมดที่กล่าวมานี้เป็นทฤษฎีที่ใช้ได้สำหรับสารพีซีไอเลคตริกทั่วไป โดยพิจารณาจากโพลาริเซชันของสาร ที่เปลี่ยนไปเนื่องจากได้รับความเค้น ความเครียด หรือสนามไฟฟ้าจากภายนอก สำหรับทฤษฎีที่ใช้สำหรับสารโพลีเมอร์ พีซีไอเลคตริกนั้น มีความแตกต่างไปจากทฤษฎีข้างต้นนี้บ้าง เนื่องจากต้องพิจารณาถึงความไม่สม่ำเสมอของเนื้อสาร และจากการที่มีประจุไฟฟ้าตกค้างอยู่ภายในสาร โพลีเมอร์นั้น จะมีผลต่อสภาพพีซีไอเลคตริกของสารโพลีเมอร์นั้นด้วย

ทฤษฎีทั่วไปของพีซีไอเลคตริกในสารโพลีเมอร์

ทฤษฎีพีซีไอเลคตริกที่กล่าวมาข้างต้นนั้น เป็นทฤษฎีที่ใช้สำหรับสารพีซีไอเลคตริกทั่วไป โดยพิจารณาจากสารที่มีขั้วคู่ไฟฟ้าถาวรซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะโครงสร้างของผลึก และความยืดหยุ่นของสารเท่านั้น สำหรับทฤษฎีพีซีไอเลคตริกที่ใช้สำหรับสารโพลีเมอร์นี้ มีความแตกต่างไปจากทฤษฎีของพีซีไอเลคตริกทั่วไปกล่าวคือ สภาพพีซีไอเลคตริกในโพลีเมอร์ นอกจากจะขึ้นอยู่กับโครงสร้างของผลึกโพลีเมอร์ และความยืดหยุ่นแล้ว การที่โพลีเมอร์มีสภาพถึงผลึก

และสารโพลีเมอร์ มีสภาพวิวิธพันธ์ (heterogeneity) จะมีผลต่อสภาพ
ฟิสิกส์อิเล็กทริกในโพลีเมอร์นั้นด้วย [3]

พิจารณาสารโพลีเมอร์ที่มีสภาพวิวิธพันธ์ และมีประจุไฟฟ้า q ตก
ค้างอยู่ภายในเนื้อสาร เมื่อลัดวงจรระหว่างขั้วไฟฟ้าทั้งสองของโพลีเมอร์จะเกิด
ประจุเหนี่ยวนำขึ้นดังนี้

$$Q_1 = - qC_1 / (C_1 + C_2)$$

$$Q_2 = - qC_2 / (C_1 + C_2) \quad (2.16)$$

โดยที่ Q_1 และ Q_2 เป็นประจุไฟฟ้าที่เหนี่ยวนำบนขั้วไฟฟ้าด้านบน
และด้านล่าง ตามลำดับ

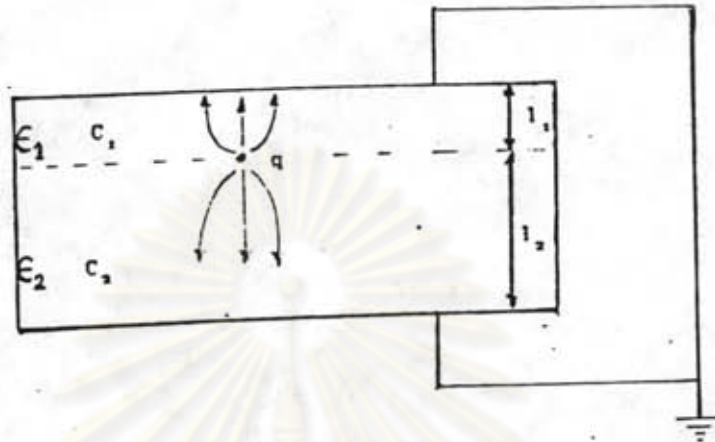
C_1 และ C_2 เป็นค่าความจุไฟฟ้าของสารโพลีเมอร์เหนือระนาบของ
ประจุ q และต่ำกว่าระนาบของประจุ q ตามลำดับ โดยที่ $C_1 \propto \epsilon_1 / l_1$ และ
 $C_2 \propto \epsilon_2 / l_2$ (ดูรูปที่ 2.5 ประกอบ)

สมการที่ (2.16) แสดงให้เห็นว่าถ้าอัตราส่วน C_1 / C_2 เปลี่ยนไป
จะทำให้ Q_1 และ Q_2 เปลี่ยนแปลงไปด้วย ทำให้เกิดกระแสฟิสิกส์อิเล็กทริกขึ้น
ที่วงจรรภายนอก เมื่อสารโพลีเมอร์ได้รับความเครียดอาจทำให้เกิดการเปลี่ยน
แปลง 3 ประการ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้ จะเป็นสาเหตุที่ทำให้ประจุ Q_1 และ
 Q_2 เปลี่ยนไป สาเหตุทั้ง 3 ประการนั้นคือ

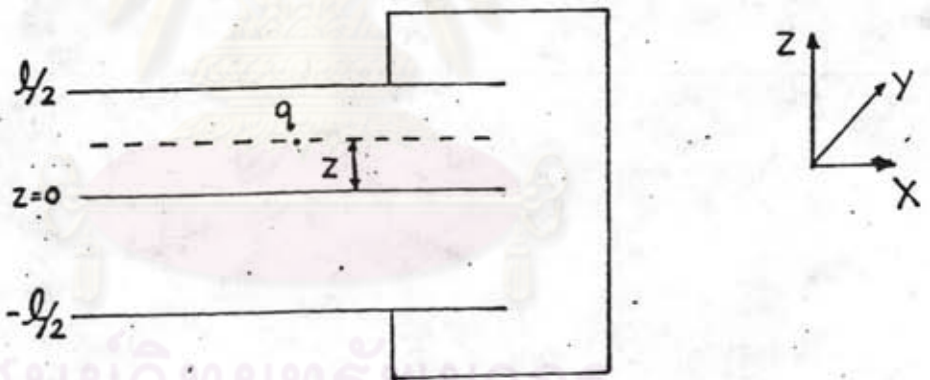
1. ประจุ q ได้เปลี่ยนตำแหน่งไปอยู่ที่ระนาบอื่น เนื่องจากเกิด
ความเครียดภายใน ดังรูป 2.6

2. ประจุ q ถูกตรึงอยู่ที่เดิมแต่ค่าอัตราส่วน l_1 / l_2 เปลี่ยน
ไปเมื่อได้รับความเครียด

3. เมื่อสารโพลีเมอร์ ได้รับความเครียดทำให้ลaponเตเนียส โพลาริเซชันของโพลีเมอร์นั้นเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 2.5 แสดงสารพิกโซอิเล็กทริกที่มีประจุไฟฟ้าฝังอยู่ภายใน



รูปที่ 2.6 แสดงการเลื่อนตำแหน่งของประจุไฟฟ้า

การที่ประจุไฟฟ้า q_1 และ q_2 เปลี่ยนไปนี้มีผลทำให้ค่าการขจัดทางไฟฟ้า D เปลี่ยนแปลงไปด้วย และเนื่องจากสารที่มีสภาพวิวิธพันธ์หรือมีความไม่สม่ำเสมอของเนื้อสารนี้ มีผลทำให้ ปริมาณต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสภาพพิกโซอิเล็กทริกในสารโพลีเมอร์นี้มีค่าไม่สม่ำเสมอ ขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่พิจารณา ดังนั้นสมการที่ (2.9a) เขียนใหม่ได้ในรูปของฟังก์ชันของแนวแกน z ได้เป็น

$$D(z) = \epsilon(z)E(z) + \bar{e}_p(z)\bar{S}(z) + P_p(z) \tag{2.17}$$

เมื่อ $e_i =$ ค่าคงตัวพีชโหอิเลคตริกภายใน ของโพลีเมอร์ที่เกิดขึ้น เนื่องจากสาเหตุในข้อ i และ 3 ที่กล่าวข้างต้น แนว z เป็นแนวแกนที่ตั้งฉากกับระนาบของแผ่นฟิล์ม ปริมาณต่างๆที่ปรากฏในสมการ (2.17) เป็นปริมาณที่เฉลี่ยในระนาบ xy และพิจารณาเฉพาะความเค้นในแนว z เท่านั้น (เนื่องจากการเลื่อนตำแหน่งของประจุ q ไปตามแนวระนาบ xy ไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของประจุเหนี่ยวนำบนผิวไฟฟ้า) ความต่างศักย์ที่เกิดขึ้นระหว่างแผ่นผิวไฟฟ้า หาได้จากการอินทิเกรต ค่าสนามไฟฟ้า $E(z)$ ตลอดแนวแกน z

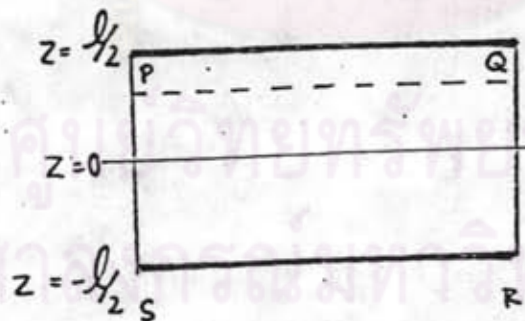
$$V_B - V_A = -\int_{-l/2}^{l/2} E(z) dz$$

จากสมการที่ (2.17)

$$E(z) = [D(z) - P_r(z)]/\epsilon(z) - \bar{e}_i(z)\bar{S}(z)/\epsilon(z)$$

ดังนั้น จะได้

$$V_B - V_A = -\int_{-l/2}^{l/2} \frac{[D(z) - P_r(z)] dz + \bar{e}_i(z)\bar{S}(z) dz}{\epsilon(z)} \quad (2.18)$$



รูปที่ 2.7 แสดงตำแหน่งต่างๆ ในโพลีเมอร์

ในการหาค่า $D(z)$ พิจารณาจากรูปที่ 2.7 ประจุรวมที่เกิดขึ้นระหว่าง PQRS จะประกอบด้วยประจุ 2 ส่วน คือ ประจุ Q ที่ถูกเหนี่ยวนำที่ผิวไฟฟ้าแผ่นล่าง และประจุที่อยู่ภายในเนื้อสารโพลีเมอร์ในบริเวณ PQRS ดังนั้นค่า $D(z)$ ซึ่งเท่ากับประจุรวมต่อพื้นที่ผิวของโพลีเมอร์ เขียนได้เป็น

$$D(z) = Q/A + \int_{-l/2}^z \rho_z(z') dz' \quad (2.19)$$

โดย $\rho_z(z')$ คือ ความหนาแน่นประจุจริงในเนื้อสาร

$$\text{เนื่องจาก } P_r(z) = \int_{-l/2}^z \left[\frac{\partial P_r(z')}{\partial z'} \right] dz' \quad (2.20)$$

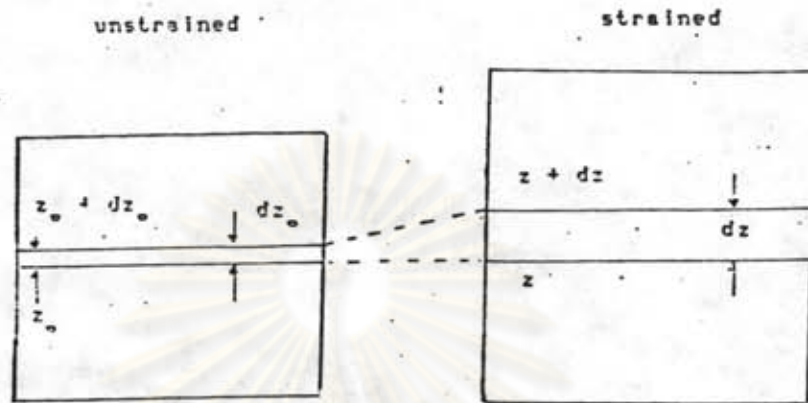
แทนสมการที่ (2.19) และ (2.20) ลงในสมการที่ (2.18) จะได้

$$\begin{aligned} V_{\text{av}} = & - \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{\epsilon(z)} \left[Q/A + \int_{-l/2}^z \left\{ \rho_z(z') - \left[\frac{\partial P_r(z')}{\partial z'} \right] \right\} dz' \right] \\ & + \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\bar{e}_i \bar{S} dz}{\epsilon} \quad (2.21) \end{aligned}$$

พิจารณาเทอม $\rho_z(z') - \partial P_r(z') / \partial z'$ จะเท่ากับ ความหนาแน่นของประจุรวม ซึ่งประกอบด้วย ความหนาแน่นประจุจริง $\rho_z(z')$ และความหนาแน่นของประจุโพลาริเซชัน $-\partial P_r(z') / \partial z'$ ซึ่งเขียนใหม่ในรูปของความหนาแน่นรวมของประจุ $\rho(z')$ ได้ และพิจารณากรณีที่มีการลัดวงจรระหว่างขั้วไฟฟ้า ดังนั้น $V_{\text{av}} = 0$ สมการที่ (2.21) เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} 0 = & - Q/A \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{\epsilon} - \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{\epsilon} \int_{-l/2}^z \rho(z') dz' \\ & + \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\bar{e}_i \bar{S} dz}{\epsilon} \quad (2.22) \end{aligned}$$

สมการที่ (2.22) นั้นเป็นสมการที่เขียนอยู่ในรูปของปริมาณขณะที่มีความเครียด ซึ่งในทางปฏิบัติไม่อาจวัดค่าเหล่านี้ได้ในภาวะที่มีความเครียด ดังนั้นจึงต้องเขียนสมการที่ (2.22) ใหม่ ในรูปของสภาพที่ไม่มี ความเครียด โดยพิจารณาจากรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แสดงการเปลี่ยนตำแหน่งคาร์ทีเซียนจากสภาวะที่ไม่มีความเครียด เป็นสภาวะที่มีความเครียด

เปลี่ยนแปลงค่าต่างจากสภาวะที่มีความเครียด เป็นภาวะที่ไม่มี
ความเครียดได้ดังนี้

$$z_0 \Rightarrow z \quad (2.23a)$$

$$dz_0 \Rightarrow dz \quad (2.23b)$$

$$\begin{aligned} \bar{S}_0(z_0) &= (dz - dz_0)/dz_0 \\ &= dz/dz_0 - 1 = \bar{S}(z) \end{aligned} \quad (2.23c)$$

จากสมการที่ (2.23c) จะได้

$$d(z) = [1 + \bar{S}_0(z_0)]/dz_0 \quad (2.23d)$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงของปริมาณอื่น อาจเขียนได้เป็น /

$$\bar{\epsilon}_0(z_0) = \bar{\epsilon}_0(z) \quad (2.23e)$$

และ ค่าไดอิเล็กตริก จะได้

$$\epsilon(z) = \epsilon_0(z_0) + (\partial\epsilon_0/\partial\bar{\epsilon}_0) \bar{\epsilon}_0(z_0)$$

ค่า $\partial\epsilon_0/\partial\bar{\epsilon}_0$ เรียกว่า ค่าคงตัวไดอิเล็กโตรสตรักชัน \bar{K}

$$\bar{K}_0(z_0) = \partial\epsilon_0/\partial\bar{\epsilon}_0$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \epsilon(z) = \epsilon_0(z_0) + \bar{K}_0(z_0)\bar{\epsilon}_0(z_0) \quad (2.23f)$$

และจากกฎการอนุรักษ์ประจุ จะได้ว่า ประจุรวมก่อนและหลังจากได้รับความเครียดมีค่าคงที่ ดังนั้น

$$\int_{-l/2}^z \rho(z) dz = \int_{-l_0/2}^{z_0} \rho_0(z_0) dz_0 \quad (2.23g)$$

โดยที่ดรรชนีล่าง 0 ที่ปรากฏในสมการที่ (2.23) นั้น แทนสถานะที่ไม่มี ความเครียด

แทนค่าสมการที่ (2.23) ลงในสมการที่ (2.22) โดยพิจารณาว่า $\epsilon_0 \ll 1$ จะได้ $dz/\epsilon \approx dz_0/\epsilon_0 + \bar{\epsilon}_0(1-\bar{K}_0/\epsilon_0)$ และละอักษรท้าย 0 เพื่อความสะดวก จะได้สมการใหม่ที่เขียนในรูปของฟังก์ชันของตัวแปรที่อยู่ในสถานะที่ไม่มี ความเครียดดังนี้

$$\begin{aligned} & -\frac{Q}{A} \left[\int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{\epsilon} + \int_{-l/2}^{l/2} \left(1 - \frac{\bar{K}}{\epsilon}\right) \bar{\epsilon} \frac{dz}{\epsilon} \right] - \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{\epsilon} \int_{-l/2}^z \rho(z') dz' \\ & + \int_{-l/2}^{l/2} \bar{\epsilon}_i \bar{\epsilon} \frac{dz}{\epsilon} - \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{\epsilon} \left(1 - \frac{\bar{K}}{\epsilon}\right) \bar{\epsilon} \int_{-l/2}^z \rho(z') dz' = 0 \quad (2.24) \end{aligned}$$

เมื่อแผ่นฟิล์มได้รับความเครียดภายนอก s จะทำให้เกิดความเครียดขึ้นภายในแผ่นฟิล์มในแต่ละระนาบ xy ในแนวแกน z ไม่เท่ากัน ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดภายใน $\bar{s}(z)$ และความเครียดภายนอก s เป็นดังนี้

$$\bar{s}(z) = -m(z)s \quad (2.25)$$

เมื่อ $m(z)$ เป็นค่าอัตราส่วนของฟิวของ และถ้าเราจะจำกัดความค่าคงตัวพีชโซอิเล็กทริก และค่าอิเลคโตรสติกชั้นในทำนองเดียวกัน จะได้

$$e_i(z) = -m(z)\bar{e}_i(z) \quad (2.26a)$$

$$K(z) = -m(z)\bar{K}(z) \quad (2.26b)$$

สามารถหาค่า Q/A ได้ โดยแทนค่าสมการที่ (2.25) และ (2.26) ลงในสมการที่ (2.24) แล้วค่า Q/A ที่ได้นี้ นำไปหาค่าคงตัวพีชโซอิเล็กทริกได้จากนิยาม $e = \partial(Q/A)/\partial s$ เมื่อพิจารณาแต่อันดับแรกของ s จะได้

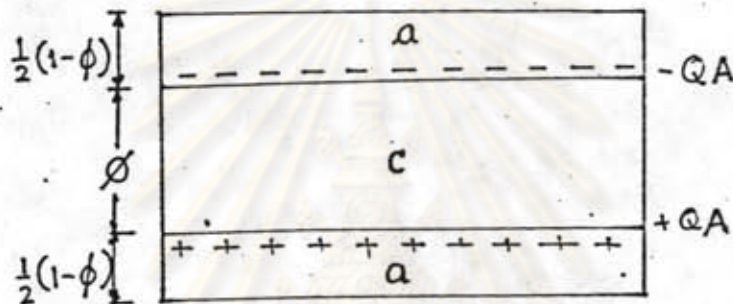
$$e = \langle e_i \rangle + \langle \left\{ \left(\frac{K}{E} + m \right) - \left\langle \frac{K}{E} + m \right\rangle \right\} \left[\int_{-l/2}^z p dz \right] \rangle \quad (2.27)$$

$$\text{โดยที่ } \langle A(z) \rangle = \left[\int_{-l/2}^{l/2} A \frac{dz}{E} \right] / \left[\int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz}{E} \right] \quad (2.28)$$

พิจารณาแต่ละเทอมในสมการที่ (2.27) สรุปได้ว่า สภาพพีชโซอิเล็กทริกของสารโพลีเมอร์นั้น เนื่องมาจาก

1. $\langle e_i \rangle$ ซึ่งเป็นสภาพพีชโซอิเล็กทริกภายใน (intrinsic piezoelectric) ของสารโพลีเมอร์เอง สารโพลีเมอร์ที่มีสภาพพีชโซอิเล็กทริกภายในนั้น จะต้องเป็นสารโพลีเมอร์กึ่งผลึก และเป็นผลึกชนิดคิบีว
2. $\langle \left\{ \left(\frac{K}{E} + m \right) - \left\langle \frac{K}{E} + m \right\rangle \right\} \rangle$ ซึ่งเป็นสภาพพีชโซอิเล็กทริกที่เกิดขึ้นเนื่องจาก สภาพวิวิธพันธ์ (heterogeneity) ของสารโพลีเมอร์นั้น สารโพลีเมอร์ที่มีสภาพวิวิธพันธ์ และมีประจุอิสระคั่งค้างอยู่ภายใน ส่วนใหญ่จะสามารถแสดงสภาพพีชโซอิเล็กทริกได้ ถึงแม้ว่าลักษณะของผลึกจะ

ไม่ใช่ผลึกแบบมีขั้วก็ตาม ตัวอย่างเช่น แผ่นฟิล์ม c หนา ϕ มีค่าไดอิเล็กตริก ϵ_c ประกบทั้งสองด้านด้วยแผ่นฟิล์ม a หนา $(1-\phi)/2$ มีค่าไดอิเล็กตริก ϵ_a มีประจุ $+Q$ และ $-Q$ อยู่ระหว่างรอยต่อของแผ่นฟิล์ม ดังรูปที่ 2.9. ในกรณีนี้ ทั้งแผ่นฟิล์ม a และ c ต่างก็เป็นโพลิเมอร์อสัณฐาน ไม่มีสภาพพิกซ์โซอิเล็กตริกภายใน แต่เมื่อนำมาประกบกันจะทำให้ชั้นแผ่นฟิล์มเหล่านี้ มีสภาพเป็นสารพิกซ์โซอิเล็กตริกได้ และสามารถคำนวณหาค่าคงตัวพิกซ์โซอิเล็กตริกได้โดยใช้สมการ (2.27) ดังนี้



รูปที่ 2.9 แสดงลักษณะแผ่นโพลิเมอร์ที่ประกบกันเป็นชั้น ๆ

$$e = \frac{QA\phi(1-\phi)[m_c - m_a + K_c/\epsilon_c - K_a/\epsilon_a]}{[(1-\phi)/\epsilon_a + \phi/\epsilon_c]^2 \epsilon_a \epsilon_c} \quad (2.29)$$

และค่าคงตัวพิกซ์โซอิเล็กตริกสูงสุด เมื่อขนาดความหนาของแผ่นฟิล์ม $\phi = \epsilon_c / (\epsilon_a + \epsilon_c)$ ดังนั้นจะได้ค่าคงตัวพิกซ์โซอิเล็กตริกสูงสุดเท่ากับ

$$e_{max} = (QA)[m_c - m_a + K_c/\epsilon_c - K_a/\epsilon_a] \quad (2.30)$$

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่า ถึงแม้ว่าสารโพลิเมอร์นั้นจะไม่มีสภาพพิกซ์โซอิเล็กตริกภายใน แต่สามารถทำให้สารโพลิเมอร์นั้นแสดงสภาพพิกซ์โซอิเล็กตริกได้ โดยการใส่แผ่นโพลิเมอร์หลายแผ่นประกบกันเป็นชั้น และให้มีประจุไม่ฟ้าอยู่ระหว่างรอยต่อของชั้นโพลิเมอร์นั้น

ทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้นนี้ เป็นทฤษฎีที่ใช้สำหรับสารโพลีเมอร์ทั่วไป แสดงให้เห็นว่าสภาพพหิซโซอิเล็กตริกในโพลีเมอร์นั้น เกิดขึ้นเนื่องจากสาเหตุใหญ่ 2 ประการคือ การที่สารโพลีเมอร์นั้นมีสภาพพหิซโซอิเล็กตริกในตัวของมันเองอยู่แล้วซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะโครงสร้างของโมเลกุล และอีกสาเหตุหนึ่งเนื่องมาจาก การที่สารโพลีเมอร์มีสภาพวิวิธพันธ์ ดังได้ยกตัวอย่างมาแล้วข้างต้น สำหรับสารโพลีเมอร์ที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้เป็น PVDF ซึ่งเป็นสารโพลีเมอร์กึ่งผลึก ในการพิจารณาสภาพพหิซโซอิเล็กตริก จะแตกต่างออกไปบ้างในรายละเอียด ซึ่งจะได้กล่าวถึงลักษณะและสมบัติต่าง ๆ ของ PVDF ในบทที่ 3 ต่อไป



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย