หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

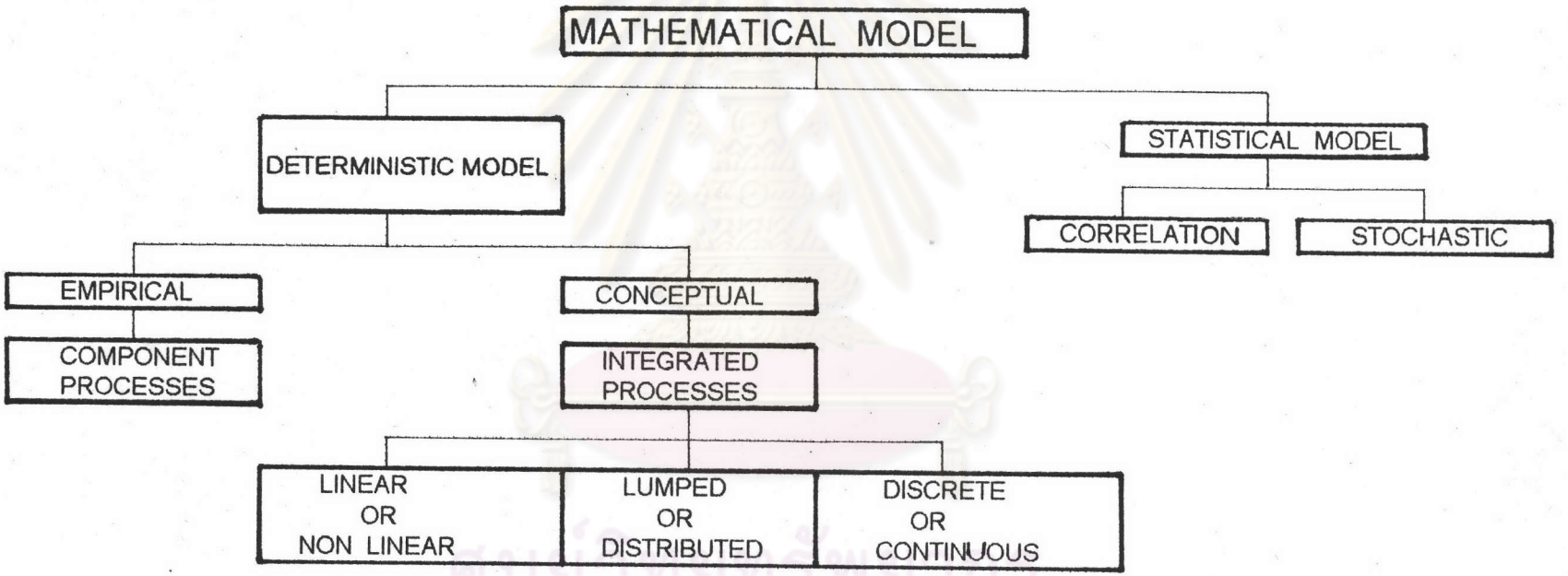
ลักษณะแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษา

ในการออกแบบและวิเคราะห์โครงการพัฒนาแหล่งน้ำ ข้อมูลที่สำคัญมากคือ ข้อมูลอัตราการไหลตรงจุดที่น่าสนใจ ถึงแม้ว่าในลำน้ำอาจมีข้อมูลอยู่มากแต่บางครั้งผู้วางแผนและวิศวกรยังคงเผชิญกับปัญหาด้านการไหลในลำน้ำที่มีข้อมูลไม่เพียงพอและยังคงต้องการด้านการสังเคราะห์ (Synthesis) ข้อมูลให้ยาวเพียงพอเพื่อเป็นเครื่องมือศึกษาประกอบการตัดสินใจ การวางแผนและออกแบบ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) ที่ใช้ในการสังเคราะห์น้ำท่าสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 พวกใหญ่ ๆ ได้แก่ แบบจำลองทางสถิติ (Statistical Models) และ Deterministic Models ซึ่งสามารถจำแนกความแตกต่างของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังรูป 3-1

แบบจำลองทางสถิติเป็นการใช้คุณสมบัติทางสถิติเข้ามาช่วยในการต่อหรือขยายไม่ว่าจะเป็นข้อมูลการไหลในลำน้ำหรือปริมาณฝน ตัวอย่างแบบจำลองทางสถิติได้แก่ HEC-4 (Monthly Streamflow Simulation) ใช้หลักการของ Multiple Linear Regression Model และ Random Process ITSM Model (An Interactive Time Series Package for the PC) ใช้หลักการของ ARMA Model และ LAST Model (Last Package) ใช้หลักการของ AR Model เป็นต้น

Deterministic Models เป็นการจำลองพฤติกรรมของลุ่มน้ำในเทอมคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับลักษณะต่าง ๆ ของวงจรทางอุทกวิทยา เช่น การสร้างแบบจำลองเพื่อจำลองการไหลในลำน้ำเป็นรายวันหรือรายชั่วโมงจากปริมาณฝนของลุ่มน้ำ แบบจำลองที่สร้างขึ้นจะต้องสมจริง (Verified) และสามารถปรับเทียบ (Calibrated) โดยเปรียบเทียบผลที่ได้จากข้อมูล



รูป 3-1 การจำแนกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

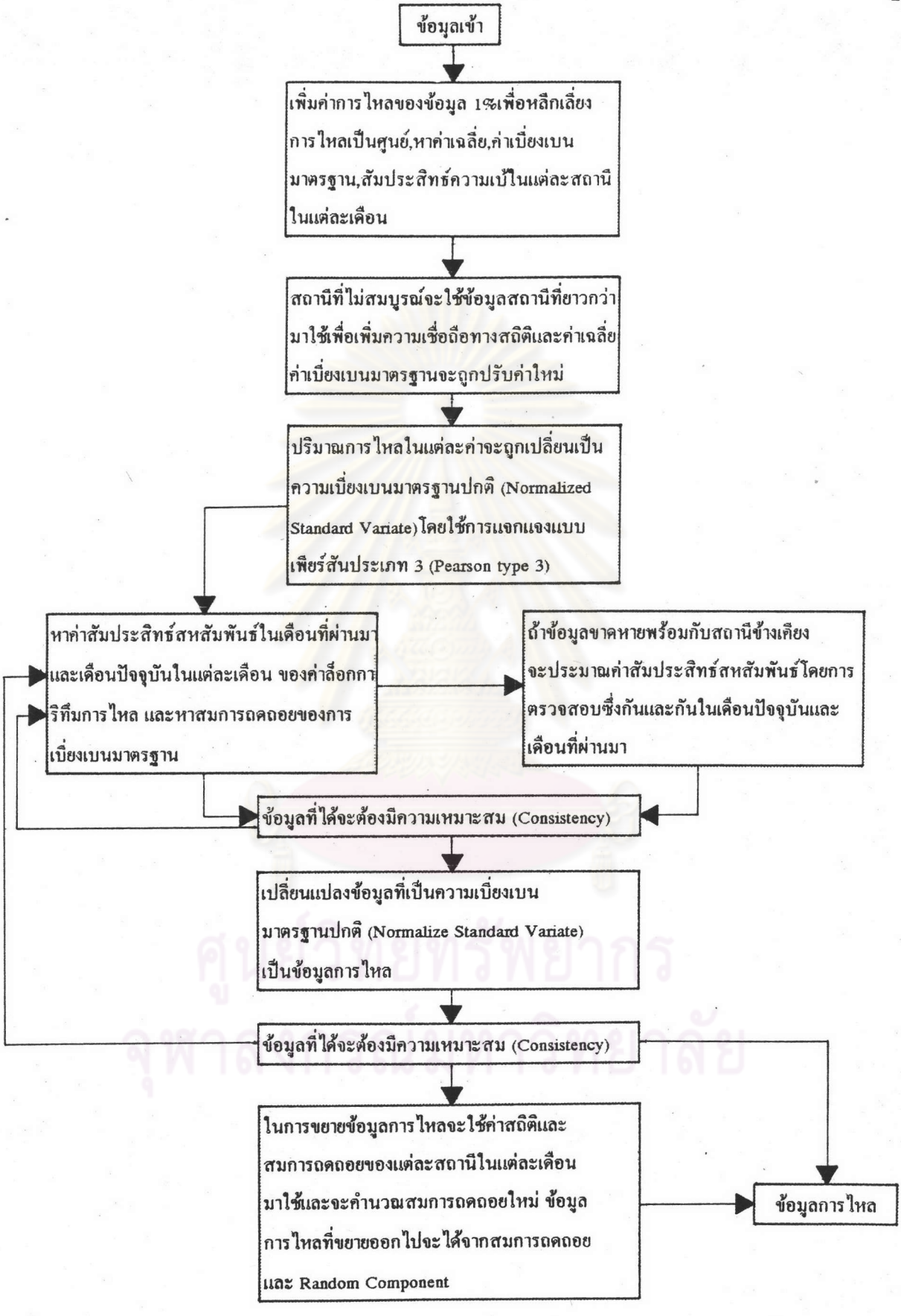
เดิมหลังจากแบบจำลองได้ปรับให้เข้ากับข้อมูลช่วงที่รู้ค่าการไหลแล้ว ตัวอย่างแบบจำลองที่ใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่ Sacramento Watershed Model (SCMT) Nam Model Tank Model National Weather Service River Forecast System (NWSRFS) และ Stanford Watershed Model IV (SWM IV) เป็นต้น ซึ่งจัดเป็นแบบจำลองประเภทเลียนแบบกายภาพ (Physical Resemblance Model) ประเภท Continuous Streamflow Simulation Models และ Flood Hydrograph Model(HEC-1) Storm Water Management Model (SWMM) Soil Conservation Service Technical Report-20 Model (SCS TR-20) และ Hydrologic Model (HYMO)เป็นต้น จัดเป็นแบบจำลองประเภท Event-Based Streamflow Simulation Models

ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้แบบจำลอง HEC-4 (Monthly Streamflow Simulation) ซึ่งเป็นแบบจำลองทางสถิติประเภท Stochastic Models และแบบจำลอง SCMT(Sacramento Watershed Model) ซึ่งเป็นแบบจำลองเลียนแบบกายภาพประเภท Continuous Streamflow Simulation Models ในการสังเคราะห์ข้อมูลน้ำท่ารายเดือนและสามารถจำแนกหลักการทำงานของแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาได้ดังนี้

<u>แบบจำลอง HEC-4</u>

โปรแกรมนี้ใช้ในการวิเคราะห์น้ำท่ารายเดือนของสถานีที่เกี่ยวข้องกัน โดยพิจารณาในด้านสถิติของแต่ละสถานีและจะสร้างข้อมูลน้ำท่าขึ้นใหม่ โปรแกรมนี้ยังสามารถสร้างข้อมูลน้ำท่าที่ขาดหายไปโดยนำเอาข้อมูลการไหลมารวมกันโดยสังเกตุจากสถานีอื่น ๆ ซึ่งจะได้ปริมาณการไหลสูงสุดและต่ำสุดของแต่ละเดือน การต่อข้อมูลปริมาณการไหลจะถูกสร้างขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนดไว้ในการบันทึกข้อมูล

ประโยชน์ของโปรแกรมนี้ได้แก่ การต่อข้อมูลน้ำท่ารายเดือนของสถานีที่ไม่ได้ทำการวัดหรือข้อมูลบางช่วงเวลาขาดหายไปซึ่งวัดอยู่บนพื้นที่ที่ศึกษา โปรแกรมนี้ยังสามารถนำมาใช้กับตัวแปรอื่นได้เช่น น้ำฝน การระเหยและปริมาณน้ำที่ต้องการ ขั้นตอนต่าง ๆ ในการคำนวณแสดงได้ดังรูป 3-2 และรายละเอียดต่าง ๆ มีดังนี้



รูป 3-2 ขั้นตอนการคำนวณของแบบจำลอง HEC-4

1. การแบ่งส่วนการวิเคราะห์ทางสถิติ

การไหลในแต่ละเดือนตามที่กำหนด ค่าในสถานีนั้นจะถูกเพิ่มขึ้นครั้งแรกประมาณ 1% ของค่าเฉลี่ยของมันเพื่อป้องกันค่า Logarithm เป็นลบ จากนั้นค่าส่วนที่เพิ่มขึ้นนี้จะถูกลบออก สำหรับค่าเฉลี่ย ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ความเบ้ ในแต่ละสถานีและในแต่เดือนจะถูกคำนวณตามสมการต่อไปนี้

$$X_{i,m} = \log (Q_{i,m}+q_i) \quad \text{.....(1)}$$

$$\bar{X}_i = \sum_{m=1}^{N} X_{i,m}/N \quad \text{.....(2)}$$

$$S_i = \sqrt{\sum_{m=1}^{N} (X_{i,m}-\bar{X}_i)^2/(N-1)} \quad \text{.....(3)}$$

$$g_i = (N \sum_{m=1}^{N} (X_{i,m}-\bar{X}_i)^3/((N-1)(N-2)S_i^3) \quad \text{.....(4)}$$

โดยที่

$X_{i,m}$ = ค่า Logarithm ของปริมาณน้ำท่าที่ถูกเพิ่มขึ้นรายเดือน

Q = ข้อมูลน้ำท่ารายเดือนที่บันทึกไว้

g = ส่วนที่เพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยของการไหล เพื่อป้องกันการเป็นลบของค่า Infinite Logarithm สำหรับเดือนที่ไม่มีการไหล

X_i = ค่าเฉลี่ยของ Logarithm ของการไหลแต่ละเดือนที่เพิ่มขึ้น

N = จำนวนปีทั้งหมดที่ทำการเก็บข้อมูล

S = การประมาณค่าอย่างเป็นกลางของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

i = จำนวนเดือน

m = จำนวนปี

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. สถานีใดที่มีข้อมูลในการบันทึกไม่สมบูรณ์

จะใช้ข้อมูลของสถานีอื่นที่มีการเก็บบันทึกที่ยาวกว่ามาใช้เพื่อเพิ่มความเชื่อถือทางสถิติ โดยค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสถานีที่ไม่สมบรูณ์จะถูกปรับแก้ใหม่ ซึ่งสมการที่ (5) ใช้คำนวณความสมดุลย์ของระยะเวลาการบันทึกที่ต้องการค่าสถิติให้เท่ากัน เพื่อจะได้ที่มีสถิติใหม่ที่มีความเชื่อถือหลังปรับแก้ค่าทางสถิติแล้ว และเป็นพื้นฐานสำหรับการเลือกสถานีที่มีระยะเวลาการบันทึกที่ดีที่สุด ค่าทางสถิติจะถูกปรับจากสมการที่ (6) และ (7)

$$N'_1 = N_1/(1-((N'_2-N_1)/N'_2)R^2) \quad \text{.....(5)}$$

$$X'_1-X = ((\bar{X}'_2-\bar{X}_2)RS_1)/S_2 \quad \text{.....(6)}$$

$$S'_1-S_1 = ((S'_2-S_2)R^2S_1)/S_2 \quad \text{.....(7)}$$

ในเมื่อ

N = ระยะเวลาการเก็บข้อมูล (Length of Record)

R = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงเส้น (Linear Correlation Coefficient)

ค่าไพรม์แสดงถึงระยะเวลาในการเก็บบันทึกที่ยาว ส่วนตัวแปรที่ไม่มีค่าไพรม์แสดงถึงระยะเวลาในการบันทึกที่สั้น

3. ปริมาณการไหลแต่ละค่า (Each Individual Flow)

ปริมาณการไหลแต่ละค่า จะถูกเปลี่ยนค่าความแปรผันมาตรฐานแบบปกติ (Normalized Standard Variate) โดยการใช้การแจกแจงแบบล็อกเพียร์ซันประเภทที่ 3 (Log Pearson Type III Distribution) ดังสมการต่อไปนี้

$$t_{i,m} = (X_{i,m}-\bar{X}_i)/S_i \quad \text{.....(8)}$$

$$K_{i,m} = 6/g_i[((g_i t_{i,m}/2)+1)^{1/3}-1]+g_i/6 \quad \text{.....(9)}$$

ในเมื่อ

t = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของล็อกเพียร์ซันประเภทที่ 3 (Log Pearson Type III Standard Deviate)

K = ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานปกติ (Normal Standard Deviate)

4. <u>หลังจากการเปลี่ยนปริมาณการไหลทุกเดือนและทุกสถานี</u>

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้งหมดของแต่ละเดือนในปัจจุบันและเดือนที่ผ่านมา จะคำนวณดังสมการต่อไปนี้

$$R_{i,i-1} = \{1-[1-(\sum_{m=1}^{M} x_{i,m} x_{i-1,m})^2/(\sum_{m=1}^{M} x^2_{i,m} \sum_{m=1}^{M} x^2_{i-1,m})](N-1)/(N-2)\}^{1/2} \quad ...(10)$$

ในเมื่อ $x = X-\bar{X}$

5. <u>ข้อมูลในสถานีที่บันทึกขาดหายไปเกิดขึ้นพร้อมกันกับสถานีที่บันทึกข้างเคียง</u>

การคำนวณต้องการค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ซึ่งแต่ละค่าที่ขาดหายไปจะถูกประมาณขึ้นมาโดยการตรวจสอบความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันในเดือนปัจจุบันและเดือนที่ผ่านมา ของสถานีทั้งสองโดยใช้สมการดังต่อไปนี้

$$R_{ij} = R_{ki} R_{kj} + \sqrt{(1-R^2_{ki})(1-R_{kj}{}^2)} \quad .....(11)$$

6. <u>ข้อมูลน้ำท่ารายเดือนที่ขาดหายไปจากการเก็บข้อมูลของสถานีต่าง ๆ</u>

จะถูกสร้างขึ้นโดยใช้สมการถดถอย (Regression Equation) ในเทอมของ Normal Standard Variate โดยหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จากค่า Correlation Matrix ในแต่ละเดือน ค่าที่ขาดหายไปจะถูกทำให้สมบูรณ์จากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และจาก Random Component

7. <u>การใช้เทคนิคการถดถอย</u>

จะได้ข้อมูลน้ำท่าที่สร้างขึ้นและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะมีความสอดคล้องกัน ถ้าเกิดความไม่สอดคล้องกัน (Inconsistency) ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficients) เป็นสาเหตุทำให้ข้อมูลน้ำท่าที่สร้างขึ้นมีค่ามากเกินค่าที่จำกัด ซึ่งพิสูจน์ได้โดยการพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่ามากกว่า 1 ดังนั้นค่าของข้อมูลน้ำท่าที่สร้างขึ้นจะถูกหาใหม่เพื่อจะได้ค่าสหสัมพันธ์ลดลงและสมการถดถอย (Regression Equation) อันใหม่จะถูกคำนวณขึ้น ขบวนการนี้จะถูกทำซ้ำจนกระทั่งข้อมูลน้ำท่าทั้งหมดมีความสอดคล้องกัน (Consistency) เพื่อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สร้างความสัมพันธ์เมตริกซ์ที่เหมาะสมกับข้อมูล ผลกระทบของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะถูกคำนวณอีกครั้งจากการประมาณค่าข้อมูลที่ขาดหายไป

8. <u>ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานปกติ (Normal Standard Deviate)</u>

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจะถูกเปลี่ยนเป็นข้อมูลน้ำท่า โดยแสดงดังสมการดังนี้

$$t_{i,m} = \{[(g_i/6)(K'_{i,m}-g_i/6)+1]^3-1\}2/g_i \quad \text{.....(12)}$$

$$X_{i,m} = X + t_{i,m} S_i \quad \text{.....(13)}$$

$$Q_{i,m} = \text{Antilog } X_{i,m} - q_i \; ; \; Q_{i,m} > 0 \quad \text{.....(14)}$$

9. <u>เมื่อข้อมูลน้ำท่าถูกเพิ่มเติมจนสมบูรณ์แล้ว</u>

สหสัมพันธ์ของเมตริกซ์ทั้งหมดควรมีความสอดคล้องกัน (Consistency) ค่าเมตริกซ์สหสัมพันธ์จะถูกทดสอบ โดยการหาผลรวมของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ 3 แบบ คือ เดือนปัจจุบัน เดือนที่ผ่านมาและตลอดทั้งเดือน โดยใช้สมการ (11) การทดสอบความสอดคล้องกัน (Consistency) ของแต่ละเมตริกซ์สมบูรณ์ทำโดยการคำนวณผลคูณของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ถ้าค่านี้มากกว่า 1 ต้องปรับแก้ โดยนำค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีค่าน้อยกว่า 0.2 จากสมการ(11) และทดสอบความมั่นคงทั้งสามจนกระทั่งเมตริกซ์ทั้งหมดมีความสอดคล้องกัน ถ้าความสอดคล้องกันไม่เกิดขึ้นในช่วง ๆ หนึ่ง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในแต่ละเมตริกซ์ที่ไม่สอดคล้องกันกันจะถูกเลื่อนไปใกล้ค่าเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละเมตริกซ์ จนกระทั่งเกิดความสอดคล้องกัน

10. <u>สมมติฐานของการขยายข้อมูลน้ำท่า</u>

การขยายข้อมูลน้ำท่าจะคำนวณโดยสมการถดถอยด้วยวิธี Crout การคำนวณหาปริมาณน้ำท่าสำหรับแต่ละสถานีในเดือนหนึ่ง ๆ จะใช้สมการ (15) ซึ่งจะเริ่มต้นด้วยค่าเฉลี่ยสำหรับทุกกรณีในเดือนแรก และจะตัดข้อมูลการไหลในการขยายข้อมูลที่ได้ของ 2 ปีแรกออก

$$K'_{i,m} = \beta_1 K'_{i,1} + \beta_2 K'_{i,2} + \ldots + \beta_{j-1} K'_{i,j-1} + \beta_j K'_{i-1,j} + \ldots + \beta_{j+1} K'_{i-1,j+1} + \beta_n K'_{i-1,n} + (1-R^2_{i,j})^{1/2} Z_{i,j} \quad \text{..... (15)}$$

ในเมื่อ

K' = ค่า Logarithm ของปริมาณการไหลรายเดือนแสดงในรูปค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานปกติ (Normal Standard Deviate)

β = สัมประสิทธิ์เบต้า (Beta Coefficient) คำนวณจากความสัมพันธ์เมตริกซ์

i = จำนวนเดือน

j = จำนวนสถานี

n = จำนวนสถานีที่เกี่ยวข้อง

R = สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เชิงซ้อน (Multiple Correlation Coefficient)

Z = ตัวเลขสุ่มจากประชากรมาตรฐานปกติ (Random Number from Normal Standard Population)

11. <u>ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุดและค่าเฉลี่ยของข้อมูลน้ำท่า</u>

ได้จากช่วงเวลาของข้อมูลน้ำท่าทั้งหมดที่บันทึกไว้และจากช่วงเวลาของการสร้างข้อมูลน้ำท่ากับการต่อข้อมูลน้ำท่า

12. <u>ข้อกำหนดที่รวมอยู่ในแบบจำลอง</u>

สำหรับการใช้ค่าสัมประสิทธิ์ทั่ว ๆ ไป (Generalized Coefficient) ซึ่งต้องการเพียง 4 ค่า สำหรับแต่ละสถานีและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั่ว ๆ ไปหนึ่งค่าสำหรับสถานีแต่ละคู่ นอกเหนือจากนั้นก็จะมีการกำหนดช่วงฤดูน้ำมาก (Wet Season) และช่วงฤดูน้ำน้อย (Dry Season) สำหรับแต่ละสถานีด้วย สิ่งที่กำหนดขึ้นมีดังต่อไปนี้

12.1 ค่าเฉลี่ยของข้อมูลน้ำท่าซึ่งอยู่ในรูป Logarithm สำหรับฤดูน้ำมาก (3 เดือน) โดยนำค่านี้บวกด้วย 0.2 ใช้สำหรับช่วงเดือนกลาง ๆ และค่าเฉลี่ยลบด้วย 0.1 นำมาใช้สำหรับ 2 เดือนที่เหลือ

12.2 ค่าเฉลี่ยของข้อมูลน้ำท่าซึ่งอยู่ในรูป Logarithm สำหรับฤดูน้ำน้อย (3 เดือน) ค่านี้จะถูกใช้ตลอดทั้ง 3 เดือนในฤดูน้ำน้อย ค่าเฉลี่ย Logarithm สำหรับเดือนที่อยู่

ระหว่างฤดูน้ำน้อยและฤดูน้ำมากจะถูกปรับเป็นเส้นตรง

12.3 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉลี่ยตลอดทั้ง 12 เดือน จะถูกนำมาใช้ในแต่ละเดือนของทั้ง 12 เดือน

12.4 ค่าเฉลี่ยชุดสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สำหรับทั้ง 12 เดือน จะถูกลบด้วย 0.15 (แต่ต้องไม่น้อยกว่า 0) สำหรับค่าแต่ละเดือนในฤดูน้ำมากและบวกด้วย 0.15 (แต่ต้องไม่มากกว่า 0.98) สำหรับค่าแต่ละเดือนในฤดูน้ำน้อย ส่วนค่าเฉลี่ยนำมาใช้ช่วงเดือนที่อยู่ระหว่างช่วงฤดูน้ำมากและฤดูน้ำน้อย

12.5 ค่าเฉลี่ยสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสถานี 2 สถานี สำหรับทั้ง 12 เดือน ถูกนำมาใช้เป็นค่าในแต่ละเดือนของสถานีคู่นั้น

แบบจำลอง SCMT

โปรแกรม SCMT เป็นแบบจำลองพฤติกรรมของลุ่มน้ำทางอุทกวิทยาโดยใช้ข้อมูลน้ำฝนและน้ำท่ารายวัน ขบวนการของแบบจำลองนี้มีจุดมุ่งหมายต่าง ๆ เช่น สังเคราะห์น้ำท่า พยากรณ์น้ำล่วงหน้าของคลื่นน้ำท่วม (Flood Waves) กำหนดผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงพื้นดิน และสามารถกำหนดผลกระทบการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ที่ทำให้ขบวนการน้ำท่าเปลี่ยนไป โปรแกรมนี้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทางกายภาพเพื่อให้ทราบพฤติกรรมของลุ่มน้ำ โดยที่ขบวนการความสัมพันธ์ระหว่างน้ำฝน-น้ำท่าในลุ่มน้ำนั้นจะมีความสลับซับซ้อนกันอย่างมาก แบบจำลองนี้อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างความต้องการพื้นฐานทางกายภาพ จำนวนข้อมูลที่หาได้ ความเร็วของการคำนวณ และขบวนการบางอย่างที่เกิดจากการกระทำของมนุษย์ ซึ่งอาจจะต้องนำมาพิจารณารวมกันในแบบจำลองนี้

ขบวนการคำนวณในแบบจำลองนี้สามารถแยกออกเป็น 2 รูปแบบใหญ่ ๆ ได้แก่ ส่วนทางพื้นดิน (Land Phase) และส่วนทางพื้นน้ำ (Channel Phase)ในส่วนทางพื้นดินแบบจำลองจะสมมติโดยการรวบรวมค่าพารามิเตอร์ (Parameter)ซึ่งเป็นจำนวนของความชื้นภายในดินโดยจะแบ่งพื้นที่เป็นลุ่มน้ำใหญ่หรือลุ่มน้ำย่อย ๆ ภายในลุ่มน้ำย่อยปริมาณฝนที่ตกและคุณลักษณะต่าง ๆ จะเหมือนกันกับลุ่มน้ำใหญ่ การแพร่และการกระจายของคลื่นน้ำท่วม (Flood Waves) ในลำน้ำสามารถพิจารณาได้จากแบบจำลองโดยการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ (Parameter) บางค่าที่มีผลกระทบประกอบกับการพิจารณาจากลักษณะทางกราฟหนึ่งหน่วยน้ำท่า (Unit Hydrograph)

แนวความคิดของแบบจำลอง SCMT ใช้หลักการเก็บกักน้ำแสดงดังรูป 3-3 สำหรับส่วนประกอบต่าง ๆ ของแบบจำลองสามารถพิจารณาได้ดังรูป 3-4 ในรูปจะมีชื่อของส่วนประกอบที่ใช้แสดงรายการต่าง ๆ ซึ่งในการทำงานของส่วนประกอบต่าง ๆ จะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันโดยมีการแบ่งส่วนการเก็บกักระหว่างความจุที่มีได้มากที่สุด (แสดงได้โดยอักษรตัวสุดท้ายของชื่อของค่าพารามิเตอร์ลงท้ายด้วย M) และความจุที่เกิดขึ้นจริง (ลงท้ายค่าพารามิเตอร์ด้วย C) ซึ่งสามารถแบ่งรายละเอียดของส่วนประกอบของแบบจำลองได้ดังนี้

1. <u>ส่วนประกอบพื้นดิน (Land Module)</u>

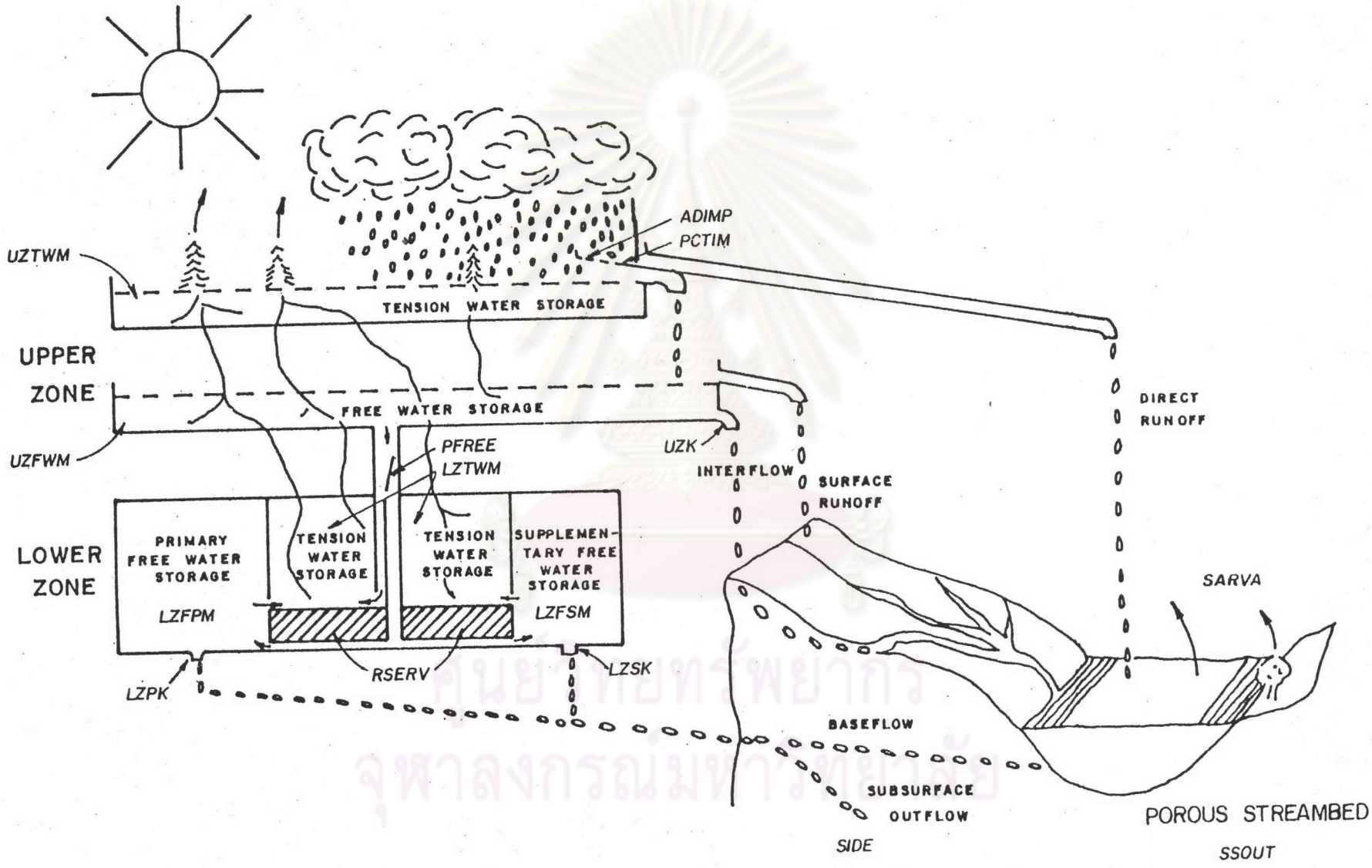
ในพื้นดินจะมีพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านได้กับพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้ ในพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้ฝนที่ตกลงมาจะไหลลงลำน้ำในทันที แต่ถ้าฝนตกในพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านได้น้ำจะซึมผ่านลงไปในชั้นดินซึ่งมีการพิจารณาออกเป็น 2 ส่วนได้แก่ เขตชั้นบน (Upper Zone) แสดงโดยระบบพื้นผิวของพื้นที่และเขตชั้นล่าง (Lower Zone) แสดงโดยระบบการเก็บกักน้ำใต้ดิน ในแต่ละเขต (Zone) ประกอบด้วยแรงดึง (Tension) และน้ำอิสระ (Free water) ที่เก็บกักอยู่ในเนื้อดิน แรงดึงของน้ำ (Tension water) ที่พิจารณาจะอยู่รอบ ๆ อนุภาคของดิน โดยทั่ว ๆ ไปความต้องการแรงดึงของน้ำจะมาก่อนและน้ำส่วนที่เหลือจะถูกน้ำอิสระเก็บกัก รายละเอียดต่าง ๆ ของส่วนประกอบพื้นดิน (Land Module) มีดังนี้

1.1 <u>เขตชั้นบน (Upper Zone)</u> แรงดึงในเขตชั้นบน (Upper zone tension) จะถูกแทนที่ด้วยปริมาณน้ำฝนที่ตกลงในเขตนี้ ถ้าปริมาณฝนที่ตกทำให้ความจุเก็บกักสูงสุดในเขตชั้นบนมีปริมาณน้ำมากเกินไปน้ำส่วนที่เกินจะเป็นของน้ำอิสระที่เก็บกักในเขตชั้นบน ซึ่งเป็นการเก็บกักชั่วคราวจากนั้นน้ำอิสระจะซึมผ่านลงมายังเขตชั้นล่าง (Lower Zone) และอีกส่วนหนึ่งจะเป็นปริมาณน้ำไหลใต้ผิวดิน (Interflow) ลงไปสู่ลำน้ำ ปริมาณน้ำไหลใต้ดิน (Interflow) จะเกิดขึ้นเมื่ออัตราการตกของฝนมากกว่าอัตราการซึมผ่านได้ของน้ำในเขตชั้นบน ซึ่งพิจารณาว่าการเก็บกักนั้นเป็นเส้นตรงและสามารถอธิบายได้จากสมการต่อไปนี้

$$Q_{interflow} = UZFWC * UZK \qquad \text{.....(16)}$$

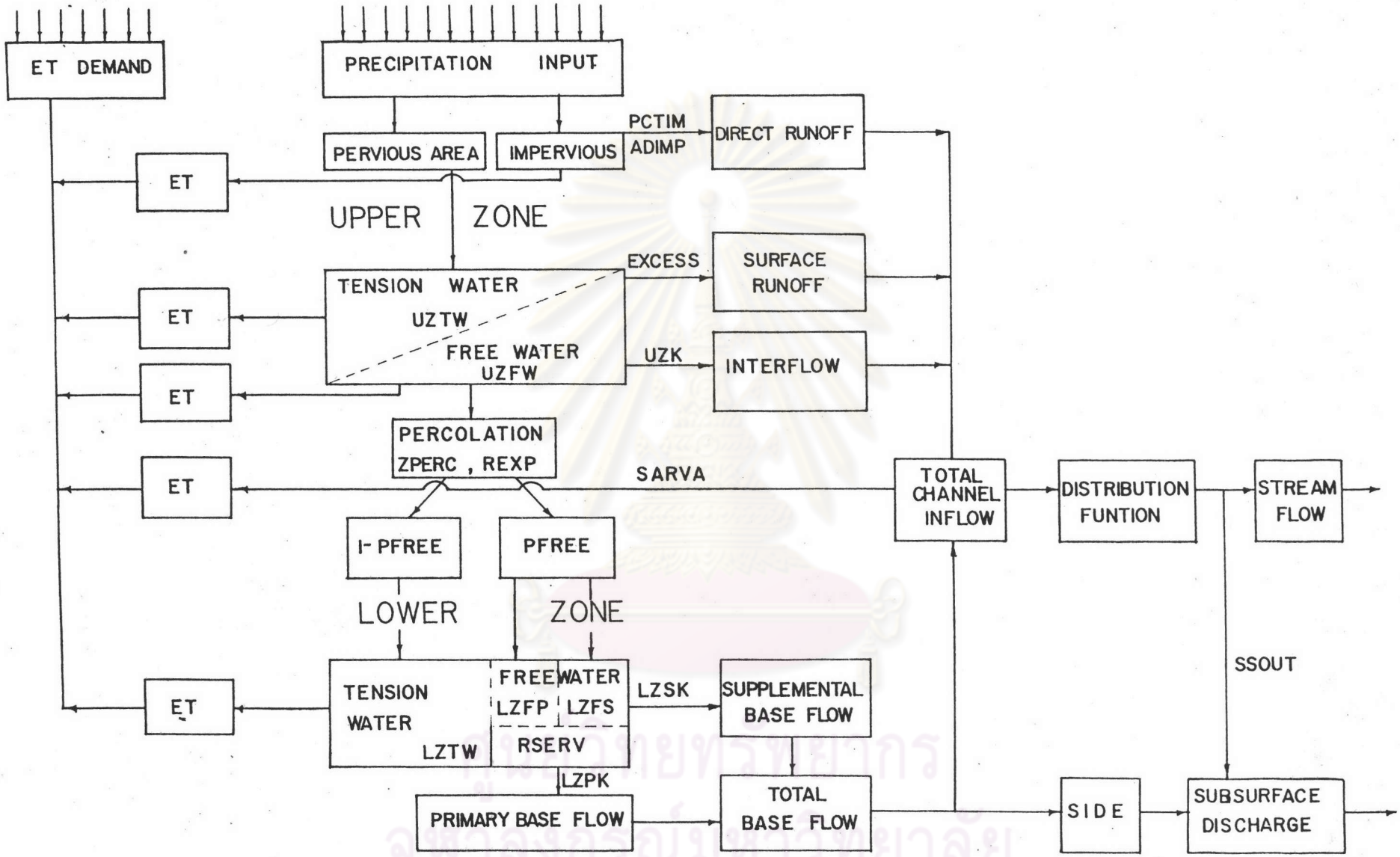
ในเมื่อ

UZFWC = ความจุของน้ำอิสระในเขตชั้นบน



รูป 3-3 ส่วนประกอบการไหลของแบบจำลอง SCMT

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูป 3-4 ส่วนประกอบของแบบจำลอง SCMT

UZK = ค่าสัมประสิทธิ์การเก็บกักในน้ำอิสระส่วนบน ซึ่งสามารถระบายไปลำน้ำ ภายใน 1 วัน

แต่ถ้าความเข้มของฝนเกินความเข้มของการซึมผ่านของน้ำในดินและความจุสูงสุดในการระบายของ Interflow ดังนั้นความจุของน้ำอิสระในเขตชั้นบน (UZFWM) จะมีน้ำอยู่เต็มชั้นและน้ำที่เกินออกมาจึงเกิดเป็น Surface Runoff

1.2 เขตชั้นล่าง (Lower Zone) เขตชั้นล่างประกอบด้วยการเก็บกักแรงดึงของน้ำได้แก่ ความลึกของน้ำในดินในเขตชั้นล่างหลังจากการระบายน้ำจากเขตชั้นบน และน้ำอิสระที่เก็บกักในเขตนี้ซึ่งมี 2 แบบได้แก่ การเก็บกักในชั้น Primary และ Supplemental ของดิน ซึ่งเป็นส่วนประกอบของการเก็บกักน้ำและการไหลของน้ำใต้ดิน น้ำอิสระที่ถูกเก็บกักในเขตชั้นล่างมีผลทำให้มีเกิดการเปลี่ยนแปลงของการลาดเทของโค้งที่เป็นการไหลของน้ำใต้ดิน

1.3 ความเข้มของการซึมผ่านได้ของน้ำ (Percolation Intensity) อัตราการซึมผ่านได้ของน้ำจากเขตชั้นบนไปยังเขตชั้นล่างขึ้นอยู่กับความต้องการน้ำของเขตชั้นล่าง หาจากความสัมพันธ์ระหว่างความจุของน้ำอิสระในเขตชั้นล่าง กับความจุของน้ำอิสระในเขตชั้นบน การซึมผ่านได้ของน้ำจะต่ำสุด เมื่อน้ำอิสระที่ถูกเก็บกักในเขตชั้นล่างนั้นมีปริมาณน้ำเก็บกักอยู่เต็มโดยที่อัตราการซึมผ่านได้ของน้ำอย่างต่อเนื่องจะเท่ากับอัตราการไหลของน้ำใต้ดิน จากส่วนของ Primary และ Supplemental ที่มีน้ำเก็บกักอยู่เต็ม ดังนั้นความต้องการในการซึมผ่านได้ของน้ำในเขตชั้นล่างที่น้อยที่สุดแสดงด้วย PBASE ดังสมการต่อไปนี้

$$PERC_{min,dem} = PBASE = LZFPW*LZPK+LZFSM*LZSK \quad ....(17)$$

ในเมื่อ

LZFPM = ความจุมากที่สุดในการเก็บกัก Primary Free Water ในเขตชั้นล่าง

LZFSM = ความจุมากที่สุดในการเก็บกักน้ำ Supplemental Free Water ในเขตชั้นล่าง

LZPK = ค่าการระบายของการเก็บกัก Primary Free Water ซึ่งระบายไปสู่ Primary Base Flow

I16655000X

LZSK = ค่าการระบายของการเก็บกัก Supplemental Free Water ระบายสู่ Supplemental Base Flow

ความต้องการสูงสุดของการซึมผ่านได้ของน้ำในเขตชั้นล่าง จะเกิดขึ้นเมื่อเขตชั้นล่างนั้นไม่มีน้ำอยู่เลยทำให้ความจุของน้ำในเขตชั้นล่างมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นอัตราการซึมผ่านได้ของน้ำสูงสุดจะแสดงโดยฟังก์ชั่น ของ PBASE แสดงดังสมการต่อไปนี้

$$PERC_{max,dem} = PBASE\ (1+ZPERC) \quad \text{.....(18)}$$

ในเมื่อ

ZPERC = พารามิเตอร์ที่เป็นตัวเชื่อมพารามิเตอร์ตัวอื่นและเชื่อมตัวแปร เพื่อหาอัตราสูงสุดที่น้ำจะซึมจากเขตชั้นบนลงไปสู่เขตชั้นล่าง

ความต้องการจริงของการซึมผ่านได้ของน้ำในเขตชั้นล่าง ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของความจุของน้ำในเขตชั้นล่าง ดังนั้นในการคำนวณจะเฉลี่ยค่า ZPERC เป็นหลาย ๆ ค่า โดยให้ค่า ZPERC เป็นฟังก์ชั่นของค่า G และความสัมพันธ์ความจุน้ำในเขตชั้นล่างแสดงได้ดังนี้

- ถ้าความต้องการจริงของการซึมผ่านได้ของน้ำในเขตชั้นล่างเท่ากับ 1 จะแสดงว่าน้ำในเขตชั้นล่างแห้ง
- ถ้าความต้องการจริงของการซึมผ่านได้ของน้ำในเขตชั้นล่างเท่ากับ 0 จะแสดงว่าน้ำในส่วนล่างอิ่มตัว
- การแทนที่การประมาณค่าของอัตราการซึมผ่านได้ของน้ำแสดงว่าการไหลออกมีความต่อเนื่อง โดยฟังก์ชั่นจะแสดงดังสมการต่อไปนี้

$$G = \left[\frac{\Sigma\ (\text{lower zone capacities} - \text{lower zone content})}{(\text{lower zone capacities})}\right]^{REXP} \quad \text{..(19)}$$

ในเมื่อ

REXP = เป็นพารามิเตอร์ซึ่งหารูปร่างของกราฟ percolation ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงจากค่าน้อยไปค่ามาก

และความต้องการการซึมผ่านได้ของน้ำจริงแสดงได้โดยรูป 3-5 แสดงดังสมการได้ต่อไปนี้

$$PERC_{act,dem} = PBASE\ (1+ ZPERC * G) \quad .....(20)$$

ดังนั้นความเข้มของการซึมผ่านได้จริงกลายเป็นฟังก์ชั่นของ $PERC_{act,dem}$ และความสัมพันธ์ความจุน้ำอิสระในเขตชั้นบน ซึ่งแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$PERC = PERC_{act,dem} * UZFWC/UZFWM \quad .....(21)$$

ในเมื่อ

UZFWC = ความจุของน้ำอิสระในเขตชั้นบน

UZFWM = ความจุที่มากที่สุดของน้ำอิสระในเขตชั้นบน

1.4 <u>การกระจายของการซึมผ่านได้ของน้ำ (Distribution of the Percolated Water)</u> การซึมผ่านของน้ำจากเขตชั้นบนไปสู่เขตชั้นล่าง มีลักษณะการเกิดการเก็บกักอยู่ 3 แบบได้แก่ การเก็บกักน้ำซึ่งเกิดจากแรงดึง และอีก 2 แบบคือ การเก็บกักน้ำที่เกิดจากน้ำอิสระ โดยทั่วไปแล้วน้ำในเขตชั้นล่างนี้จะถูกแรงดึงเก็บกักไว้ก่อนซึ่งเมื่อเต็มแล้วจึงเริ่มมีการเก็บกักน้ำจากน้ำอิสระอีก 2 แบบต่อไป อย่างไรก็ตามชนิดของดินและปริมาณฝนที่ครอบคลุมพื้นที่รับน้ำมีผลต่อการเปลี่ยนแปลง ซึ่งหมายความว่าการซึมของน้ำอิสระที่ถูกเก็บกักจะถูกระบายเป็นน้ำใต้ดินจะเกิดขึ้นก่อนน้ำที่ถูกเก็บกักน้ำด้วยแรงดึงจะมีน้ำอยู่เต็ม และถ้าการเก็บกักน้ำจากแรงดึงมีน้ำอยู่เต็ม การซึมผ่านได้ของน้ำทั้งหมดจะระบายไปสู่เขตการเก็บกักน้ำจากน้ำอิสระในชั้น Primary และ Supplemental ในอัตราส่วนที่สอดคล้องกับความสัมพันธ์ที่เปลี่ยนไป

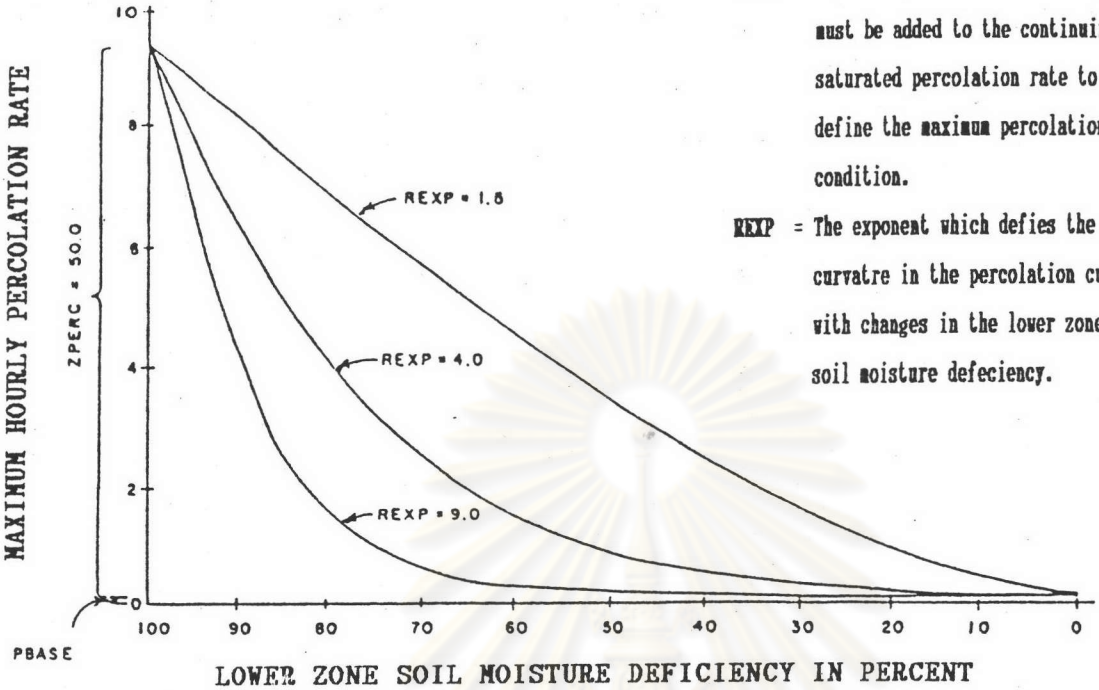
1.5 <u>การไหลของน้ำใต้ดิน (Groundwater Flow)</u> ความจุจริงในการเก็บกักน้ำน้ำอิสระในชั้น Primary และ Supplemental จะถูกอธิบายโดย LZFPC และ LZFSC ตามลำดับ ดังนั้นผลรวมการไหลพื้นฐาน QBASE จะให้ความสัมพันธ์เป็นสมการเส้นตรง แสดงดังสมการต่อไปนี้

$$QBASE = LZFPC * LZFSC + LZFSC * LZSK \quad .....(22)$$

PBASE = The continuing percolation rate under saturated conditions.

ZPERC = The number of PBASE units which must be added to the continuing saturated percolation rate to define the maximum percolation condition.

REXP = The exponent which defies the curvatre in the percolation curve with changes in the lower zone soil moisture defeciency.



รูป 3-5 การซึมผ่านได้ของน้ำ

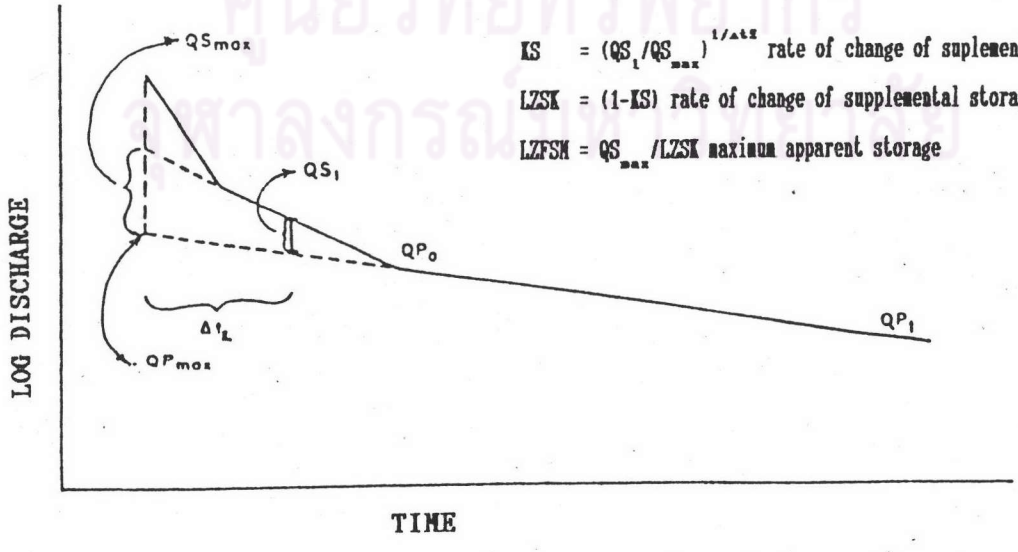
QS_{max} lower zone supplemental discharge at time zero

QS_1 lower zone supplemental discharge arbitrarily used at 2/3 time from peak to QP_o

KS = $(QS_1/QS_{max})^{1/\Delta t_L}$ rate of change of suplemental flow

LZSK = (1-KS) rate of change of supplemental storage

LZFSM = QS_{max}/LZSK maximum apparent storage



รูป 3-6 การคาดคะเนการไหลของ Supplement Lower Zone

ในเมื่อ

LZFPC = ความจุของน้ำในการเก็บกักทุกๆ เวลาของ Primary Free Water ในเขตชั้นล่าง

LZFPC = ความจุของน้ำในการเก็บกักทุกๆ เวลาของ Primary Free Water ในเขตชั้นล่าง

LZPSC = ความจุของน้ำในการเก็บกักทุกๆ เวลาของ Supplemental Free Water ในเขตชั้นล่าง

LZSK = ปัจจัยการระบายของการเก็บกัก Supplemental Free Water ซึ่งระบายไปสู่ Supplemental Base Flow

ปัจจัยการระบาย LZPK และ LZSK สามารถหาได้จากความลาดเทของกราฟน้ำท่า โดยการลงจุดส่วนของน้ำท่าบนกระดาษ Semi Logarithmic ในส่วนที่ลาดเทของกราฟในแต่ละขั้นตอนจะเป็นส่วนประกอบของเกิด Base Flow ที่เกิดขึ้นอย่างช้า ๆ รวมทั้งปัจจัยในการระบาย LZPK แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$K = (QP_t/QP_o)^{1/t} \quad \text{.....(23)}$$

$$LZPK = 1-K \quad \text{.....(24)}$$

ในเมื่อ

K = สัมประสิทธิ์การลาดเท Primary Base Flow สำหรับเวลาหนึ่ง ๆ

t = จำนวนของเวลาที่ใช้ (โดยทั่วไปใช้เป็น วัน)

QP_o = ปริมาณน้ำเมื่อเกิดการลดลงที่ Primary Base Flow

QP_t = ปริมาณน้ำสำหรับเวลาหนึ่ง ในเวลาต่อมา

ค่าสัมประสิทธิ์การลาดเท K เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงสู่ช่วงของปัจจัยใน $QP_t = QP_o \exp(-\alpha t)$ โดยที่ $\alpha = -\ln K$ or $K = \exp(-\alpha)$ ดังนั้นจำนวนของปริมาณน้ำใน 1 วัน จะเป็น

$$\int_0^1 QP_t\,dt = QP_o \int_0^1 \exp(-\alpha t)\,dt = (QP_o/\alpha)(1-\exp(-\alpha))$$

$$= LZFPC(1-K) = LZFPC * LZPK \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

ให้ QP_{max} แทนค่าที่มากที่สุดของ Primary Base Flow ดังนั้นความจุของน้ำมากที่สุดในเขตชั้นล่าง กลายเป็น :

$$LZFPM = QP_{max}/LZPK \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

ซึ่งคล้ายกันกับการหาค่าความจุของน้ำอิสระในชั้น Supplemental ในเขตชั้นล่างมีการคาดคะเนในการหาค่าที่น้อยที่สุดของความจุน้ำอิสระในเขตชั้นล่าง ดังรูปที่ 3-6 ผลรวมของการไหลพื้นฐาน (Base Flow) จะมีส่วนช่วยให้การไหลสมบูรณ์หรือเป็นส่วนหนึ่งของการไหลในทางน้ำ การไหลที่สมบูรณ์จะเกิดขึ้นเมื่อปริมาณการไหลผิวดินถูกรวมอยู่ด้วย สำหรับผลรวมการไหลพื้นฐาน (Base Flow) จะแสดงโดยการไหลของน้ำใต้ผิวดิน (Subsurface Flow)

1.6 <u>การคายระเหย (Evapotranspiration)</u> การระเหยมีอัตราการเกิดสูงสุดจากบริเวณที่มีน้ำขัง ทะเลสาบและบริเวณต้นพืช ต้นไม้ เป็นต้น การคายระเหยจากบริเวณพื้นที่รับน้ำหาได้จากความสัมพันธ์ Water Content ของส่วนแรงดึงน้ำ การคายระเหยในแบบจำลองมีอยู่ 5 ส่วน และกำหนดให้ EDMD (Evapotranspiration Demand) คือ การคายระเหยคำนวณจากถาดวัดการระเหย หรือ ข้อมูลภูมิอากาศ การคายระเหยจะต้องเป็นตัวแทนของต้นพืช ต้นไม้และในพื้นที่รับน้ำนั้น ๆ ดังนั้นการคายระเหยแต่ละส่วนจะสามารถแสดงได้ ดังนี้

1.6.1 E_1 การคายระเหยจากแรงดึงน้ำในเขตชั้นบน มีสมการได้ดังนี้

$$E_1 = EDMD * UZTWC/UZTWM \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

1.6.2 E_2 การคายระเหยจากน้ำอิสระในเขตชั้นบนคือ ส่วนที่เหลือจาก

E_1 เท่ากับ

$$RED = (EDMD-E_1) \quad \text{.....(28)}$$

1.6.3 E_3 การคายระเหยจากแรงดึงน้ำในเขตชั้นล่าง

$$E_3 = (EDMD-E_1)*LZTWC/(UZTWM+LZTWM) \quad \text{....(29)}$$

1.6.4 E_4 การคายระเหยจาก SARVA (ขนาดของพื้นที่รับน้ำฝนที่ครอบคลุมพื้นที่ในลำน้ำทะเลสาบ หนอง บึง) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$E_4 = (EDMD-E_1-E_2)*SARVA \quad \text{.....(30)}$$

1.6.5 E_5 เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$E_5 = E_1+\frac{RED(ADIMC-E_1-UZTWC)}{(UZTWM+LZTWM)} \quad \text{.....(31)}$$

1.7 <u>พื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้ถาวรและชั่วคราว(Impervious and Temporary Impervious Area)</u> นอกจากน้ำท่าที่เกิดจากส่วนของพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านได้แล้ว น้ำท่าอาจเกิดจากส่วนของพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้เมื่อฝนตกลงมาในเขตนี้ ดังนั้นขนาดของพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้จะถูกกำหนดออกมาในแบบจำลองระหว่างเขตที่น้ำซึมผ่านไม่ได้ถาวรและชั่วคราว ในเขตที่น้ำซึมผ่านไม่ได้ชั่วคราว จะมีผลต่อแรงดึงของน้ำที่ต้องการในเขตชั้นบนและล่างจะเพิ่มขึ้น สำหรับพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้ถาวร ปริมาณน้ำฝนที่ตกลงมาในเขตนี้จะระบายไปสู่ลำน้ำโดยทันที ซึ่งเป็นการไหลบนผิวดิน ดังสมการต่อไปนี้

$$RO = PAV * PCTIM \quad \text{.....(32)}$$

ในเมื่อ

PAV = ปริมาณน้ำฝนที่ตก

PCTIM = สัดส่วนของพื้นที่ที่มีน้ำปกคลุมและมีพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้

1.8 การเคลื่อนตัวของน้ำท่าผิวดิน (Routing of the Surface Runoff) ก่อนที่จะมาเป็นน้ำท่าที่มาจากพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้เกิดเป็น Overland Flow และ Interflow ไปยังลำน้ำ การเคลื่อนตัวของน้ำท่าผิวดินเปลี่ยนรูปไปตามกราฟหนึ่งหน่วยน้ำท่า(Unit Hydrograph) ซึ่งนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงเวลาของการกระจายอัตราการไหล

2. ส่วนประกอบการไหลในทางน้ำ (The Channel Module)

2.1 Direct Runoff จากพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านไม่ได้

2.2 Surface Runoff จากพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านได้

2.3 Interflow จากพื้นที่ที่น้ำซึมผ่านได้

2.4 Base Flow ซึ่งเกิดจากการรวมของ Primary Baes Flow และ Supplemental Base Flow ดังต่อไปนี้

2.4.1 Primary Base Flow เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$PBF = LZFPC * LZPK \quad \text{.....(33)}$$

ในเมื่อ

LZFPC = ความจุของน้ำที่เก็บกักทุกเวลาที่ Primary Free Water ในเขตชั้นล่าง

LZPK = ค่าการระบายของการเก็บกัก Primary Free Water ซึ่งระบายไปสู่ Primary Base Flow ใน 1 วัน

2.4.2 Supplemental Base Flow เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$SBF = LZFSC * LZSK \quad \text{.....(34)}$$

ในเมื่อ

LZFSC = ความจุของน้ำที่เก็บกักทุกเวลาที่ Supplemental Free Water ในส่วนล่าง

LZSK = ค่าการระบายของการเก็บกัก Supplemental Free Water ซึ่งระบายไปสู่ Supplemental Base Flow ใน 1 วัน

การแพร่และการกระจายของกราฟน้ำท่า สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ผลรวมของน้ำที่ไหลออกจากพื้นที่
2. กราฟหนึ่งหน่วยน้ำท่าที่มุ่งสู่การประยุกต์แต่ละลุ่มน้ำที่น้ำไหลออก ซึ่งเกิดขึ้นใน 24 ชั่วโมง
3. ชั้นของการเคลื่อนตัวของน้ำที่ไหลเข้า กราฟน้ำท่าที่น้ำไหลเข้าจะแบ่งเป็นจำนวนชั้น โดยแต่ละชั้นมีค่าสัมประสิทธิ์การเคลื่อนตัวของตัว ซึ่งอธิบายได้โดย วิธี Layer Muskingum Routing ซึ่งมีรูปแบบสมการดังต่อไปนี้

จาก Muskingum จะได้

$$S = K\,[XI+(1-X)O] \quad \text{.....(35)}$$

แต่

$$O_2 = C_0I_2+C_1I_1+C_2O_1 \quad \text{.....(36)}$$

ถ้าช่วงเวลาระหว่าง I_2 และ I_1 มีขนาดเล็กจะได้สมการดังนี้

$$O_2 = (C_0+C_1)(I_2+I_1)/2 +C_2O_1 \quad \text{.....(37)}$$

หรือ

$$O_2 = (C_{01})(\bar{I})+C_2O_1 \quad \text{.....(38)}$$

และ C_{o_1}, C_2 ต้องรวมกันเท่ากับ 1 เพื่อที่จะให้รักษาสมการให้ต่อเนื่องดังนั้น สมการ(38)จะเป็น

$$O_2 = (C\bar{I}) + (1-C)O_1 \quad \ldots\ldots(39)$$

$$O_o = (C\bar{I}_o) + (1-C)O_1 \quad \ldots\ldots(40)$$

ค่า O_1 จากสมการ (40)จะได้

$$O_1 = (C\bar{I}_1) + (1-C)O_2 \quad \ldots\ldots(41)$$

นำ O_1 ไปแทนใน สมการ (40)

$$O_o = (C\bar{I}_o) + (1-C)[(C\bar{I}_1) + (1-C)O_2] \quad \ldots\ldots(42)$$

$$O_o = (C\bar{I}_o) + (1-C)*(C\bar{I}_1) + (1-C)^2 O_2 \quad \ldots\ldots(43)$$

$$= C \sum_{i=0}^{n=1} (1-C)^i \bar{I}_1 + (1-C)^n O_n \quad \ldots\ldots(44)$$

และ $$O_2 = C\bar{I}_2 + (1-C)O_3 \quad \ldots\ldots(45)$$

(45) แทนใน (43) จะได้

$$O_o = (C\bar{I}_o) + (1-C)*(C\bar{I}_1) + (1-C)^2[C\bar{I}_2 + (1-C)O_3] \quad \ldots(46)$$

$$O_o = (C\bar{I}_o) + (1-C)*(C\bar{I}_1) + (1-C)^2(C\bar{I}_2) + (1-C)^3 O_3 \quad \ldots(47)$$

ดังนั้นสมการปริมาณการไหลออกในแต่ละชั้นจากการทำ Layer Channel Routing จะได้

$$O_o = (C\bar{I}_o) + (1-C)*(C\bar{I}_1) + (1-C)^2(C\bar{I}_2) + (1-C)^3(C\bar{I}_3) + (1-C)^4(C\bar{I}_4) + \ldots + (1-C)^n(C\bar{I}_n) \quad \ldots\ldots(48)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย