บทที่ 4

การพยากรณ์

1. ความนำ

การพยากรณ์นั้นมีความสำคัญต่อระบบสารสนเทศเพื่อการบริหารมาก เนื่องมาจากผู้บริหารจะนำเอาค่าที่ได้จากการพยากรณ์ไปใช้ในการวางแผนนโยบาย (Strategic planning) และวางแผนการดำเนินการ (Tactical planning) ต่อไป

วิธีการพยากรณ์ในระบบสารสนเทศที่เป็นทางการ ซึ่งเป็นวิธีที่จะกล่าวถึงในที่นี้ เป็นการพยากรณ์ที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการพยากรณ์ ซึ่งสามารถแบ่งได้ 2 แบบ คือ

1) แบบจำลองที่ค่าการพยากรณ์แปรตามอนุกรมเวลา (Time series model)

2) แบบจำลองที่ค่าการพยากรณ์แปรตามค่าตัวแปรต่าง ๆ (Causal model)

การพยากรณ์ทั้ง 2 แบบนี้มีความเหมาะสมที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับสภาพของข้อมูลและสถานการณ์รอบข้างในขณะนั้น เนื่องจากเราต้องการค่าพยากรณ์ในเวลาที่ทันการณ์ และเนื่องจากสถานประกอบการมีตัวแปรในการส่งผลกระทบต่อค่าพยากรณ์ต่าง ๆ มาก และเป็นไปได้ยากในการรวบรวมตัวแปรทั้งหมดที่มีผลต่อค่าพยากรณ์ ดังนั้นวิธีการที่เหมาะสมควรเป็นแบบที่ค่าการพยากรณ์แปรตามอนุกรมเวลา (Time series model)

ลักษณะที่สำคัญของข้อมูลที่ต้องพิจารณาในการพยากรณ์เพื่อให้การพยากรณ์มีความแม่นยำขึ้นมีดังนี้ คือ

1) ลักษณะที่เป็นไปตามรอบ (Periodic)

2) ลักษณะที่ขึ้นกับฤดูกาล (Seasonality)

3) ลักษณะของแนวโน้ม (Trend factor)

วิธีปรับเรียบ (Smoothing) เป็นวิธีที่ใช้มากที่สุดในการพยากรณ์ด้วยวิธีอนุกรมเวลา วิธีนี้เป็นการปรับปรุงข้อมูลในอดีตในอนุกรมเวลา เพื่อหาค่าพยากรณ์สำหรับอนาคต ซึ่งมีข้อดีคือใช้ง่าย พยากรณ์ได้รวดเร็ว และเสียค่าใช้จ่ายน้อย แต่ให้ความถูกต้องแม่นยำได้พอสมควรเหมาะ

กับการพยากรณ์สำหรับระยะเวลาไม่ยาวนัก

ถ้าอนุกรมเวลามีค่าอยู่ในระดับที่คงที่ และแต่ละช่วงเวลามีค่าต่างกันเนื่องจากค่าผิดพลาดแบบสุ่ม (Random error) เท่านั้น ค่าพยากรณ์ที่ดีที่สุดของช่วงต่อ ๆ ไปก็คือค่าเฉลี่ยของข้อมูลในอดีตทั้งหมด เพราะค่าผิดพลาดแบบสุ่มที่ทำให้ข้อมูลของตัวแปรมีค่าสูงหรือต่ำจะชดเชยกันไป แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงแนวโน้มสูงขึ้นหรือต่ำลงหรือมีอิทธิพลของฤดูกาลเข้ามาเกี่ยวข้องการใช้ค่าเฉลี่ยที่ให้ความสำคัญกับค่าข้อมูลทุกค่าเท่ากันหมดไม่ว่าข้อมูลนั้นจะมาจากช่วงเวลาใดก็ไม่สามารถเป็นตัวแทนที่ดีของค่าในอนาคตได้

วิธีปรับเรียบ (Smoothing) ใช้ในการหาค่าพยากรณ์ที่ดีกว่าวิธีหาค่าเฉลี่ยธรรมดาด้วยการให้น้ำหนักกับค่าข้อมูลในอดีตแต่ละค่าไม่เท่ากัน วิธีปรับเรียบมีหลายวิธี ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะวิธีแบบค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving average) และวิธีปรับเรียบแบบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential smoothing) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันมากที่สุด

2. การพยากรณ์ด้วยวิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving average)

แทนที่การคำนวณค่าเฉลี่ยที่ใช้ข้อมูลทั้งหมดเท่าที่มีวิธีการพยากรณ์ด้วยค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่จะใช้เพียงข้อมูลในอดีตที่เพิ่งผ่านไปจำนวนหนึ่งเท่านั้นมาคำนวณ โดยต้องกำหนดจำนวนช่วงข้อมูลที่จะใช้คำนวณไว้คงที่แน่นอนตั้งแต่เริ่มต้น เมื่อได้ค่าข้อมูลใหม่มาแต่ละตัวก็จะคำนวณหาค่าเฉลี่ยใหม่ด้วยการทิ้งข้อมูลที่เก่าที่สุดไป และใช้ข้อมูลใหม่เข้ามาแทน ค่าเฉลี่ยนี้จะใช้เป็นค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลาในช่วงถัดไป เช่น ต้องการพยากรณ์ยอดเงินฝากของเดือนเมษายน โดยใช้การเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving average) ทีละ 3 เดือน ข้อมูลที่จะนำมาเฉลี่ยเพื่อคำนวณค่าพยากรณ์ก็คือ ยอดเงินฝากเดือนมกราคมถึงมีนาคม เมื่อสิ้นเดือนเมษายน และทราบยอดเงินฝากของเดือนแล้ว ก็จะนำยอดเงินฝากเดือนกุมภาพันธ์ถึงเมษายนมาเฉลี่ยกัน แล้วใช้พยากรณ์ยอดเงินฝากเดือนพฤษภาคมได้

ตารางที่ 4.1 ตัวอย่าง การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving average) การพยากรณ์ยอดเงินฝากออมทรัพย์ ของสาขา ธนาคารแห่งหนึ่ง

ตารางที่ 4.1 การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving average)

การพยากรณ์ยอดเงินฝากออมทรัพย์ของสาขา

เดือน	ยอดเงินฝาก (ล้านบาท)	การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ในระยะเวลา 3 เดือน	การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ในระยะเวลา 4 เดือน
ม.ค	10		
ก.พ	12		
มี.ค	13		
เม.ย	16	(10+12+13)/3=11.67	
พ.ค	19	(12+13+16)/3=13.67	(10+12+13+16)/4=12.75
มิ.ย	23	(13+16+19)/3=16.00	(12+13+16+19)/4=15.00
ก.ค	26	(16+19+23)/3=19.33	(13+16+19+23)/4=17.75
ส.ค	30	22.67	21.00
ก.ย	28	26.33	24.50
ต.ค	18	28.00	26.75
พ.ย	16	25.33	25.50
ธ.ค	14	20.67	23.00

จะเห็นว่าการพยากรณ์โดยใช้วิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving average) นี้ต้องเก็บจำนวนข้อมูลล่าสุดไว้จำนวนเท่ากับช่วงที่เฉลี่ยเคลื่อนที่ การใช้ระยะเวลาเฉลี่ยทีละหลายเดือนจะใช้เวลาคำนวณมากกว่าการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ช่วงสั้น ๆ ผลการเฉลี่ยเคลื่อนที่ก็ต่างกัน ดังจะเห็นจากตัวอย่างข้างต้นว่า วิธีการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในระยะเวลา 4 เดือนจะตอบสนองต่อการ-เปลี่ยนแปลงในยอดเงินฝากที่สูงขึ้น (หรือลดลง) ช้ากว่าวิธีการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในระยะเวลา 3 เดือน ยิ่งเฉลี่ยหลายช่วงมากขึ้นอนุกรมเวลาจะถูกปรับให้เรียบมากขึ้นค่าพยากรณ์ก็จะไม่เปลี่ยนแปลงมากนักเพราะความเคลื่อนไหวต่าง ๆ ในอนุกรมเวลาจะถูกละเลยไป เช่น การเฉลี่ย-

เคลื่อนที่ 12 เดือน สำหรับข้อมูลรายเดือนจะทำให้ไม่เห็นลักษณะของฤดูกาล (Seasonality) การพยากรณ์ก็อาจคาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากสำหรับการเฉลี่ยเคลื่อนที่ช่วงสั้น เช่น หนึ่งช่วงค่าพยากรณ์จะอ่อนไหว (sensitive) กับความเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลามาก ดังนั้นการเลือกจำนวนช่วงที่จะเฉลี่ยเคลื่อนที่จึงมีความสำคัญมาก

ข้อเสียของการเฉลี่ยเคลื่อนที่ตามวิธีการที่เห็นนี้ คือ การจัดการกับแนวโน้ม (Trend) และความแปรปรวนตามฤดูกาล (seasonality) ยังไม่ดีพอ ดังตัวอย่างข้างต้นพบว่าวิธีการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในระยะเวลา 3 และ 4 เดือน จะตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงต่อยอดเงินฝากค่อนข้างช้า ซึ่งมีสาเหตุจากการที่ให้น้ำหนักหรือความสำคัญเท่ากันแก่ข้อมูลทุกค่าที่นำมาคำนวณค่าเฉลี่ย จึงเป็นวิธีที่ไม่ดีนัก เพราะโดยปกติข้อมูลที่ใหม่กว่าจะสะท้อนให้เห็นแนวโน้มของยอดเงินฝากได้มากกว่า ดังนั้นถ้ามีการกำหนดน้ำหนักให้แก่ข้อมูลแต่ละตัวอย่างเหมาะสม เช่น ให้น้ำหนักกับข้อมูลใหม่ ๆ มากกว่าข้อมูลที่ผ่านมานานและให้น้ำหนักกับข้อมูลที่อยู่ในฤดูกาลเดียวกันมากกว่าข้อมูลตามฤดูกาลก็จะช่วยให้สามารถเห็นค่าแนวโน้ม (Trend) และค่าความแปรปรวนตามฤดูกาล (Seasonality) ในข้อมูลได้ดีขึ้น จึงได้ค่าพยากรณ์ที่แม่นยำยิ่งขึ้นวิธีการนี้เรียกว่าวิธีพยากรณ์ด้วยค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ยกน้ำหนัก (Weighted moving average)

3. <u>วิธีการพยากรณ์ด้วยวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential smoothing)</u>

วิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential smoothing) เป็นวิธีหนึ่งที่มีผู้ใช้มากเพราะให้แบบจำลอง (model) ที่เข้าใจได้ง่าย มีความสำคัญพอสมควร คำนวณค่าพยากรณ์ง่ายใช้เวลาน้อย และไม่เสียเนื้อที่สำหรับเก็บข้อมูลมาก วิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential smoothing) จะกำหนดรูปแบบของน้ำหนักเป็นแบบ เอ็กโปเนนเชียล กล่าวคือ ผู้พยากรณ์เพียงแต่เลือกค่าถ่วงน้ำหนัก (Weighting factor) ซึ่งเรียกว่า ค่าปรับเรียบ (Smoothing parameter) เป็นน้ำหนักของข้อมูลใหม่สุดเท่านั้น ข้อมูลค่านี้จะมีน้ำหนักมากที่สุด ส่วนข้อมูลที่เก่าหรืออยู่ห่างออกไปก็จะได้รับน้ำหนักน้อยลงตามลำดับ ในลักษณะเอ็กโปเนนเชียลลดระดับ (Exponential decay)

3.1 วิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบเอกภาค
(Single exponential smoothing)

พิจารณากรณีระดับเฉลี่ยของอนุกรม เวลาไม่เปลี่ยนแปลงหรือเปลี่ยนอย่างช้า ๆ

เมื่อเวลาผ่านไป

$$Y_t = \beta_0 + \Sigma_t$$

ที่เวลา t-1 ค่าพยากรณ์ที่ดีที่สุดของ Y_t คิดค่าเฉลี่ยของข้อมูลทั้งหมดที่มีอยู่ที่เวลา t-1

$$S_{t-1} = (Y_1 + \ldots + Y_{t-1}) / (t-1)$$

เมื่อถึงเวลา t ได้ข้อมูลใหม่ Y_t ก็จะปรับค่าพยากรณ์เก่าด้วยบางส่วนของความผิดพลาดของการพยากรณ์ที่เกิดขึ้นที่เวลา t-1 ได้เป็นค่าพยากรณ์ใหม่สำหรับ Y_{t+1}

$$S_t = S_{t-1} + w\,(Y_t - S_{t-1})$$

$$S_t = WY_t + (1-w)\,S_{t-1}$$

w คือ ค่าปรับเรียบ (Smoothing parameter) ที่เป็นตัวกำหนดน้ำหนักของข้อมูลแต่ละตัว $(0 < w < 1)$

S_t เรียก ค่าปรับเรียบสถิติ (Smoothing Statistic) ที่เวลา t และใช้เป็นค่าพยากรณ์สำหรับเวลา t+1 (และเวลาอื่นหลังจากนั้น ถ้ายังไม่มีข้อมูลใหม่) และสมการนี้เรียก สมการปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบเอกภาค (Single Expernential Smoothing) ใช้ในการปรับค่าพยากรณ์เก่าเป็นตัวใหม่ เมื่อได้ข้อมูลเพิ่ม

ดังนั้นวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential Smoothing) จะเริ่มจากการเลือกค่าเริ่มต้นของค่าปรับเรียบสถิติ (Smoothed Statistic) และค่าปรับเรียบ (Smoothing Parameter) ทั้งสองค่านี้ จะมีผลต่อความแม่นยำในการพยากรณ์ จากนั้นทำการปรับ ค่าปรับเรียบสถิติไปเรื่อย ๆ สำหรับแต่ละช่วงเวลาโดยใช้ข้อมูลจริง จนถึงช่วงเวลาสุดท้าย T ได้ค่า S_t เป็นค่าประมาณของ β_0 ซึ่งเป็นค่าพยากรณ์สำหรับเวลา T+1 และต่อ ๆ ไป (ไม่ว่าจะพยากรณ์กี่ช่วงเวลาล่วงหน้า)

การเลือกค่าปรับเรียบเมื่อกระจายสมการปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบเอกภาค จะเห็นว่า ค่าพยากรณ์สำหรับเวลา t + 1 เป็นฟังก์ชั่นของค่าข้อมูลจริงทั้งหมด และค่าเริ่มต้นของค่าปรับเรียบสถิติ (S_0)

$$S_t = wY_t + w(1-w)Y_{t-1} + w(1-w)^2Y_{t-2} + \ldots + w(1-w)^{t-1}Y_1 + (1-w)^tS_0$$

สัมประสิทธิ์ w, $w(1-w)$, $w(1-w)^2$, ..., $w(1-w)^{t-1}$ เป็นน้ำหนักของแต่ละค่าสังเกตที่มีการพยากรณ์ช่วง $t + 1$ สัมประสิทธิ์เหล่านี้มีค่าลดลงแบบ จีโอเมตริก (geometric) หรือเอ็กโปเนนเชียล (exponential) แสดงว่าน้ำหนักข้อมูลใหม่มีน้ำหนักมาก ซึ่งหมายถึงมีส่วนช่วยในการพยากรณ์มาก ข้อมูลที่อยู่ห่างออกไปจะมีน้ำหนักลดลงตามลำดับ ฉะนั้น ข้อมูลยิ่งเก่ายิ่งมีส่วนในการพยากรณ์น้อยลงจนอาจไม่มีเลย อัตราการลดลงของอิทธิพลของข้อมูลเก่าจะหมดเร็วหรือช้าขึ้นกับ ค่าปรับเรียบ (w) ถ้า w ค่าใกล้ 1 อิทธิพลของข้อมูลเก่าจะหมดเร็ว แต่ถ้า w ค่าใกล้ 0 อิทธิพลของข้อมูลเก่าก็หมดช้า ค่า w จึงมีผลต่อ S_t มาก การใช้ w ค่าสูงเช่น ตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไปจะตามการเปลี่ยนแปลงในข้อมูลได้ดีกว่าค่า w ค่าต่ำ

แต่ก็มีข้อเสียคือทำให้ วิธีการพยากรณ์สนองตอบต่อการเคลื่อนไหวที่ผิดปกติในอนุกรมเวลา ซึ่งไม่ใช่ส่วนที่สะท้อนให้เห็นความเปลี่ยนแปลงที่แท้จริงในอนุกรมเวลาตัวอย่างกรณีที่อาจใช้ w ค่าสูง ๆ เช่น การพยากรณ์ยอดเงินฝากของสินค้าที่ออกใหม่ในช่วงแรก ๆ ซึ่งเป็นช่วงที่ยังไม่มีข้อมูลมากนัก และข้อมูลมีการเคลื่อนไหวมาก หลังจากผ่านช่วงเวลาหนึ่งที่อนุกรมเวลาแน่นอน และมีข้อมูลมากขึ้นก็อาจลดค่า w ให้ต่ำลง เช่น ประมาณ 0.4 ถึง 0.6 และเมื่ออยู่ในสภาพปกติ w ที่ใช้ควรอยู่ในช่วง 0.01 ถึง 0.3 ถ้า w ค่าเล็กไปก็มีข้อเสียที่ว่าวิธีพยากรณ์สนองตอบต่อการเปลี่ยนแปลงในอนุกรมเวลาช้าเกินไป ในเรื่องการเลือกค่า w นี้ผู้ชำนาญการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่มีความเห็นว่า w ที่ใช้ได้ดีจะอยู่ในช่วง 0.01 ถึง 0.3 อนุกรมเวลาใดที่ต้องใช้ w มากกว่า 0.3 แสดงว่าอนุกรมเวลานั้นไม่เหมาะที่จะใช้วิธีปรับเรียบเอ็กโป-เนนเชียล แต่ควรใช้วิธีการพยากรณ์แบบอื่นแทน สำหรับอนุกรมเวลาทั่วไปมีหลักเกณฑ์การเลือก w (ในช่วง 0.01-0.3) ดังนี้

3.1.1 เมื่ออนุกรมเวลาเปลี่ยนแปลงง่ายไม่แน่นอน (unstable) ซึ่งเกิดจากการที่ ε_t มีความแปรปรวนสูงควรเลือกค่าปรับเรียบค่าเล็ก เพื่อที่ค่าข้อมูลใหม่จะได้รับน้ำหนักน้อย (เพราะกรณีนี้ความเชื่อถือได้ของข้อมูลแต่ละตัวจะค่อนข้างต่ำ)

3.1.2 เมื่ออนุกรมเวลามีความแน่นอนขึ้น (stable) ซึ่งคือ ε_t มีความแปรปรวนน้อยควรเลือก smoothing parameter ค่าสูง

อีกวิธีหนึ่งที่ช่วยในการเลือก ค่าปรับเรียบ คือการทดลองเปลี่ยนค่า w ไปต่าง ๆ จาก 0.01 ถึง 0.3 สำหรับแต่ละค่า w เมื่อพยากรณ์แล้วคำนวณค่าผิดพลาดจากการพยากรณ์

(อาจใช้ test set) จะได้ค่าผิดพลาดเฉลี่ย (MSE) ค่าหนึ่ง ค่า w ที่ทำให้ค่าผิดพลาดเฉลี่ยมีค่าเล็กที่สุดและค่าผิดพลาดจากการพยากรณ์ไม่มีรูปแบบ (หมายถึงกราฟของค่าผิดพลาดจากการพยากรณ์ไม่แสดงให้เห็นแนวโน้ม ลักษณะของฤดูกาล หรือตัวแปรแบบวัฏจักร (cyclical factor) รวมทั้งรูปแบบอื่น ๆ) จะเป็นค่า w ที่ควรเลือกใช้ในการพยากรณ์จริง ๆ ต่อไป ถ้าจากการทดลองชี้ว่า w ที่ดีที่สุดมากกว่า 0.3 แสดงว่า

(1) ค่าข้อมูลของอนุกรมเวลามีความสัมพันธ์กัน (autocorrelated) ดังนั้นวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียล อาจไม่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่วิเคราะห์ (แต่บางครั้งก็ใช้ได้ดี)

(2) อนุกรมเวลามีส่วนวัฏจักร (cycle) หรือความผันแปรตามฤดูกาล (seasonal variations) จึงควรเพิ่มองค์ประกอบทั้งสองเข้าไปในแบบจำลองการวิเคราะห์

3.2 วิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบทวิภาค (Double exponential smoothing)

เมื่อระดับเฉลี่ยของอนุกรมเวลาเปลี่ยนตามเวลาโดยสมมติว่าเปลี่ยนแบบเชิงเส้นตรง แบบจำลองที่เหมาะสมของอนุกรมเวลาอาจเป็น

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \Sigma_t$$

ถ้า β_1 ค่ามากกว่า 0 แสดงว่า ระดับเฉลี่ยของอนุกรมเวลาเพิ่ม เมื่อเวลาผ่านไป ถ้า β_1 มีค่าน้อยกว่า 0 ระดับเฉลี่ยของอนุกรมเวลาจะลดลงเมื่อเวลาผ่านไป Σ_t เป็นส่วนแสดงความคลาดเคลื่อนของข้อมูลจากแนวระดับเฉลี่ย

การพยากรณ์ Y_t จะต้องทราบค่าประมาณของพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 โดยคำนวณจากข้อมูลค่าประมาณนี้จะมีการปรับ หรือปรับปรุงใหม่ทุกครั้งที่ได้ข้อมูลใหม่ (เป็นการลดอิทธิพลของข้อมูลเก่าลง) ด้วยวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบทวิภาค นั่นคือเมื่อถึงปลายช่วงเวลา t จะประมาณ β_0 และ β_1 ด้วย

$$b_1(t) = \frac{w}{1-w}\left(S_t - S_t^{(2)}\right)$$

และ $$b_o(t) = 2S_t - S_t^{(2)} - tb_1^{(2)}$$

เมื่อ w คือ ค่าปรับเรียบ, $0 < w < 1$

S_t คือ ค่าปรับเรียบสถิติแบบเอกภาค (single smoothing statistic) ของช่วงเวลา t (ได้จากการปรับอนุกรมเวลา Y_t ตามวิธีการเดิม)

$$S_t^2 = wY_t + (1 - w)S_{t-1}$$

S_t^2 คือ ค่าปรับเรียบสถิติแบบทวิภาค (double statistic) ของช่วงเวลา t (จากการปรับอนุกรมเวลา S_t ด้วย สมการปรับเรียบแบบทวิภาค (double smoothing equation))

$$S_t^2 = wS_t + (1 - w)S_{t-1}^2$$

ฉะนั้นเมื่อสิ้นสุดช่วงเวลา t ที่มีข้อมูลครบหมด t ค่า จะคำนวณ S_t และ S_t^2 ได้ซึ่งจะช่วยให้ทราบค่า $b_o(t)$ และ $b_1(t)$ ค่าพยากรณ์ k ช่วงเวลาล่วงหน้าเมื่ออยู่ที่เวลา t คือ

$$\bar{Y}_{t+k}(t) = b_o(t) + b_1(t)\ (t+k)$$

หรือเขียนในรูปที่ทำให้ t เป็นจุดเริ่มต้นของการพยากรณ์

$$\bar{Y}_{t+k}(t) = a_o(t) + b_1(t)k$$

โดยที่ $$a_o(t) = b_o(t) + b_1(t)t$$

$$a_o(t) = 2S_t - S_t^2$$

การเริ่มวิธีการปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบทวิภาค จะต้องมีค่าเริ่มต้น S_o และ S_o^2 เมื่อได้ค่าข้อมูลใหม่แต่ละค่า จะปรับค่าปรับเรียบสถิติทั้งสองไปเรื่อย ๆ โดยใช้ค่าปรับ

เรียบ ที่เลือกไว้จนถึงช่วงเวลา t ได้ค่า S_t และ S_t^2 ค่าทั้งสองนี้และค่าปรับเรียบจะถูกเก็บไว้เพื่อใช้คำนวณ $a_o(t)$ และ $b_1(t)$ สำหรับการพยากรณ์ต่อไป หรือใช้สำหรับปรับหาค่าปรับเรียบสถิติ ค่าใหม่ เมื่อเก็บข้อมูลในช่วงต่อ ๆ ไปได้เพิ่ม

3.3 วิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบไตรภาค

(Triple exponential smoothing)

พิจารณากรณีที่ ระดับเฉลี่ยของอนุกรมเวลาเปลี่ยนแปลงในลักษณะเส้นโค้งตามเวลาที่ผ่านไป นั่นคือ ระดับเฉลี่ยของอนุกรมเวลาอาจเพิ่มขึ้นในอัตราที่ช้าลงหรือเร็วขึ้นหรือระดับเฉลี่ยลดลงในอัตราที่ช้าลง หรือเร็วขึ้นก็ได้ แบบจำลองหนึ่งที่เหมาะสมสำหรับอนุกรมเวลาคือ

$$Y_t = \beta_o + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \varepsilon_t$$

โดยที่ $\beta_o + \beta_1 t + \beta_2 t^2$ เป็นเทอมระดับเฉลี่ยที่เวลา t ส่วน ε_t เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดอย่างสุ่มและเป็นเหตุให้ค่าสังเกตของอนุกรมเวลาเบี่ยงเบนไปจากระดับเฉลี่ย

เพื่อความสะดวกในการประมาณค่าต่าง ๆ จะเขียนแบบจำลองใหม่เป็น

$$Y_t = \beta_o + \beta_1 t + \frac{1}{2}\beta_2 t^2 + \varepsilon$$

ค่าประมาณของ β_o, β_1 และ β_2 จะได้รับการปรับใหม่เมื่อได้ข้อมูลค่าใหม่ด้วยวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบไตรภาค ที่ใช้ค่าปรับเรียบสถิติ สามตัวที่คำนวณจากสมการปรับเรียบ (smoothing equation) ดังนี้

$$S_t = wy_t + (1-w)S_{t-1}$$

$$S_t^2 = wS_t + (1-w)S_{t-1}^2$$

$$\vdots$$

$$S_t^3 = wS_t^2 + (1-w)S_{t-1}^3$$

S_t และ S_t^2 คือ ค่าปรับเรียบสถิติแบบเอกภาค และค่าปรับเรียบแบบทวิภาค ที่ได้พบมาแล้ว ส่วน S_t^3 คือ ค่าปรับเรียบสถิติแบบไตรภาค (triple smoothed statistic) ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากอนุกรมเวลา S_t^2 ที่เป็นผลจากสมการปรับเรียบแบบทวิภาค ฉะนั้นเมื่อถึงปลาย ช่วงเวลา t มีข้อมูลอนุกรมเวลา $Y_1, \ldots, Y_t$ ก็จะประมาณ β_0, β_1 และ β_2 ด้วย $b_0(t)$, $b_1(t)$ และ $b_2(t)$ ที่คำนวณได้จากค่าปรับเรียบสถิติ S_t, S_t^2, S_t^3 และ ค่าปรับเรียบ ดังนั้นค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลาใน k ช่วงเวลาล่วงหน้า เมื่ออยู่ปลายช่วงเวลา t จะเป็น

$$\bar{Y}_{t+k}(t) = b_0(t) + b_1(t)(t+k) + \frac{1}{2} b_2(t)(t+k)^2$$

ด้วยการจัดเทอมทางข้างขวาของสมการพยากรณ์นี้ใหม่ให้เหมาะสมจะสามารถทำให้ช่วงเวลาปัจจุบัน (t) เป็นจุดเริ่มต้นของการพยากรณ์ดังนี้

$$\bar{Y}_{t+k}(t) = a_0(t) + a_1(t)k + \frac{1}{2} a_2(t)k^2$$

โดยที่ $a_0(t)$, $a_1(t)$ และ $a_2(t)$ เป็นฟังก์ชั่นของ $b_0(t)$, $b_1(t)$, และ t ซึ่งก็คือฟังก์ชั่นของค่าปรับเรียบ และค่าปรับเรียบสถิติ ต่าง ๆ นั่นเอง

$$a_0(t) = 3S_t + 3S_t^2 + S_t^3$$

$$a_1(t) = \frac{w}{2(1-w)^2} [(6-5w)S_t - 2(5-4w)S_t^2 + (4-3w)S_t^3]$$

$$a_2(t) = \frac{w}{1-w}^2 (S_t - 2S_t^2 + S_t^3)$$

สำหรับขั้นตอนของวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบไตรภาค เริ่มที่การเลือกค่าเริ่มต้น S_0, S_0^2, S_0^3 และค่าปรับเรียบที่เหมาะสมแล้วทำการปรับ ค่าปรับเรียบสถิติทั้งหมดในแต่ละช่วงเวลา จนถึงช่วงเวลาสุดท้าย t ได้ค่าเป็น S_t, S_t^2 และ S_t^3 เมื่อคำนวณค่า $a_0(t)$, $a_1(t)$ และ $a_2(t)$ ก็จะพยากรณ์ช่วงเวลาใด ๆ ในอนาคตได้ สำหรับการปรับปรุงค่าประมาณพารามิเตอร์ β_0, β_1 และ β_2 ในวลาที่ได้ข้อมูลใหม่ ค่าที่จำเป็นต้องเก็บมีเพียงค่าปรับ

เรียบสถิติสามค่า และค่าปรับเรียบหนึ่งค่า

การพยากรณ์ด้วยวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียล จะให้ผลดีเพียงใดขึ้นกับการเลือกค่าเริ่มต้นของค่าปรับเรียบสถิติ และค่าปรับเรียบ (สมมติว่าแบบจำลองที่ประกอบด้วยแนวโน้มในลักษณะต่าง ๆ และค่าความผิดพลาดร่วม (irregular component) ที่อิสระกันเพียงพอที่จะใช้อธิบายอนุกรมเวลา) ในส่วนค่าปรับเรียบที่จะใช้ในวิธีการปรับเรียบเอ็กโปเนนเชียลแบบทวิภาคหรือแบบไตรภาค วิธีการเลือกมีหลักการเช่นเดียวกับที่ได้กล่าวไว้ในกรณีวิธีปรับเรียบเอ็กโปเนน-เชียลแบบเอกภาค สำหรับค่าเริ่มต้นของค่าปรับเรียบสถิติ นั้นมีวิธีการกำหนดหลายแบบ เช่น ใช้ค่าสังเกตตัวแรกในอนุกรมเวลาเป็นค่าเริ่มต้น หรืออาจใช้วิธีคำนวณจากข้อมูลหลายตัว หรือแม้แต่ใช้การคาดเดาขึ้นเอง ดังนั้นถ้าทำได้ผู้พยากรณ์อาจทำการทดลองเพื่อหาค่าร่วม (combination) ของค่าเริ่มต้นชุดใดและค่าปรับเรียบค่าใดที่ทำให้ความผิดพลาดของการพยากรณ์ที่ไม่มีรูปแบบ และค่าผิดพลาดเฉลี่ย (MSE) มีค่าเล็ก