เฟสเชิงเรขาคณิตและแม่เหล็กขั้วเดี่ยว

นายประภัสร มหาพัฒนไทย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2535

ISBN 974-582-135-7

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

019668
เ17155767

GEOMETRICAL PHASE AND MAGNETIC MONOPOLE

Mr. Prapat Mahapattanathai

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Physics

Graduate School

Chulalongkorn University

1992

ISBN 974-582-135-7

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Thesis Title	Geometrical Phase and Magnetic Monopole
By	Mr. Prapat Mahapattanathai
Department	Physics
Thesis Advisor	Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science.

Thavorn Vajrabhaya
..... Dean of Graduate School

(Professor Thavorn Vajrabhaya, Ph.D.)

Thesis Committee

Pisistha Ratanavararaksa
..... Chairman

(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

V. Sayakanit
..... Thesis Advisor

(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

Kitt Visoottiviseth
..... Member

(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

Wichit Sritrakool
..... Member

(Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

C125302 : MAJOR PHYSICS
KEY WORD: MAGNETIC MONOPOLE / GEOMETRICAL PHASE
PRAPAT MAHAPATTANATHAI : GEOMETRICAL PHASE AND MAGNETIC MONOPOLE.
THESIS ADVISOR : PROF.VIRULH SA-YAKANIT,F.D. 62pp. ISBN 974-582-135-7

The purpose of this thesis is to reinvestigate some original works on the geometrical phase in order to obtain the relationship between the geometrical phase and the magnetic monopole. Their expressions and formulae are derived, simplified, and written in a more compact form using conventional notations. The treatment is to develope a path integral theory for interacting quantum systems within an adiabatic approximation. We get a natural explanation that the geometrical phase appears as a topological additive term to the conventional dynamical action function. Furthermore, a novel form of the semiclassical quantization rule including the phase is derived with the aid of the method of stationary phase. Consequences are explored in the case of a spin 1/2 particle in slowly varying magnetic field. It can be shown that geometrical phase is the flux associated with the monopole through the surface circumnavigated in parameter space.

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2535 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม -

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

นายประภัสร มหาพัฒนไทย : เฟสเชิงเรขาคณิตและแม่เหล็กขั้วเดี่ยว (GEOMETRICAL PHASE AND MAGNETIC MONOPOLE) อ.ที่ปรึกษา : ศ. ดร.วิรุฬห์ สายคณิต 62 หน้า. ISBN 974-582-135-7

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์นี้ คือ การศึกษางานต้นฉบับเกี่ยวกับเฟสเชิงเรขาคณิต เพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างเฟสเชิงเรขาคณิตและแม่เหล็กขั้วเดี่ยว ทั้งยังได้หานิพจน์และสูตรต้นฉบับให้อยู่ในรูปที่ง่ายและรัดกุมขึ้นโดยใช้สัญกรณ์ที่คุ้นเคย วิธีการแก้ปัญหานี้คือการพัฒนาทฤษฎีการอินทิเกรตเชิงวิถีสำหรับระบบทางควอนตัมที่มีอันตรกิริยา ภายใต้การประมาณแบบแอเดียแบติก ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเฟสเชิงเรขาคณิตก็คือพจน์เชิงโทโปโลยี่ ที่เพิ่มขึ้นจากฟังก์ชันกิริยาเชิงพลวัตเดิม ยิ่งกว่านั้นรูปแบบใหม่ของกฎควอนไตซ์เซชันกึ่งแผนเดิมรวมกับเฟสเชิงเรขาคณิตถูกหาได้โดยระเบียบวิธีของเฟสคงที่ ผลที่ได้ถูกตรวจสอบในกรณีของอนุภาคที่มีสปิน 1/2 ในสนามแม่เหล็กที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ และสามารถแสดงว่าเฟสเชิงเรขาคณิตคือ ฟลักซ์ที่สังสรรค์กับโมโนโพลผ่านพื้นผิวที่ถูกล้อมรอบในพารามิเตอร์สเปซ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2535 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his deep gratitude to his supervisor, Prof. Virulh Sa-yakanit for his invaluable advice, guidance and encouragement given throughout this work. Thanks also go to Assoc. Prof. Jong-orn Berananda and Assoc. Prof. Wichit Sritrakool for their help in various ways.

It goes without saying to the thesis committee, Assist. Prof. Pisistha Ratanavararaksa, Assoc. Prof. Kitt Visoottiviseth and Assoc. Prof. Wichit Sritrakool for their reading and criticizing the manuscript. Special thanks go to Mr. Peerapol Prasertsil for their assistance in typing a part of this thesis.

Finally, he would like to express his sincere thanks to Dr. Julian Poulter for his assistance in correcting the English manuscript from chapter I to Chapter V.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TABLE OF CONTENTS

Page

ABSTRACT IN ENGLISH iv

ABSTRACT IN THAI v

ACKNOWLEDGEMENTS vi

LIST OF FIGURES ix

CHAPTER I INTRODUCTION 1

The Geometrical Phase 1

General Formula for Phase Factor 4

Outline of Thesis 7

CHAPTER II BORN-OPPENHEIMER HAMILTONIAN 8

The Adiabatic Approximation 9

The Born-Oppenheimer Hamiltonian 10

Born-Oppenheimer Approximation 13

CHAPTER III FEYNMAN PATH INTEGRAL IN QUANTUM MECHANICS 16

Feynman Propagator 16

Propagator from Schrödinger's Equation 20

CHAPTER IV EFFECTIVE ACTION FOR ADIABATIC PROCESS 28

Lagrangian Formulation 28

Effective Action by Path Integral 30

Semiclassical Quantization Rule 39

CHAPTER V THE MAGNETIC MONOPOLES 42

Spin in Magnetic Fields 42

Magnetic Monopole Fields 46
CHAPTER VI DISCUSSION AND CONCLUSION 48
REFERENCES 52
APPENDIX A 55
APPENDIX B 58
VITA 62

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LIST OF FIGURES

Page

Fig. 1 Diagram showing how the path integrals can be constructed. 2

Fig. B1 Regions of validity for the potential $\mathbf{A}^{(\mathrm{I})}$ and $\mathbf{A}^{(\mathrm{II})}$. 60

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย