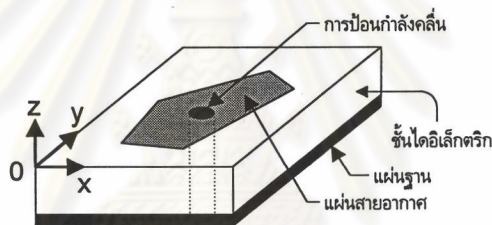


บทที่ 3

หลักการวิเคราะห์สายอากาศไมโครสตริปด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในระบบสายอากาศไมโครสตริป เมื่อกระแสไฟฟ้าถูกส่งผ่านระบบบ่อนกำลังไปยังแผ่นสายอากาศ จะทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแผ่กระจายออกมา คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่กระจายออกมานี้สามารถหา ลักษณะสมบัติของสายอากาศได้จากการกระจายความหนาแน่นกระแสบนแผ่นสายอากาศ สำหรับงานวิจัยนี้ ใช้รูปแบบของสมการอินทิกรัลของศักย์แม่เหล็กและไฟฟ้า ซึ่งสามารถใช้ได้กับโครงสร้างของสายอากาศ ไมโครสตริปได้ทุกรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นรูปร่างของแผ่นสายอากาศ จำนวนชั้นของไดอิเล็กตริก ดังแสดงใน รูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผ่นสายอากาศไมโครสตริปที่ใช้ในงานวิจัยนี้

จากสมการที่ (2.12) จะเห็นว่ามีส่วนแปรที่ต้องหาค่าอยู่ 2 ตัวแปรคือ ฟังก์ชันของกรีนและความหนาแน่นกระแสที่ได้ออกมาแล้วในบทที่ 2

การเลือกใช้ฟังก์ชันของกรีน

สำหรับฟังก์ชันของกรีนนั้นเนื่องจากในงานวิจัยนี้จะพิจารณากระแสที่ผิวในแนวราบเท่านั้น จึงไม่จำเป็นต้องคำนวณหาส่วนประกอบที่เกิดจากไดโพลในแนวแกนตั้ง (แกน z) จากรูปที่ 3.1 ค่าศักย์แม่เหล็กชนิดเวกเตอร์และศักย์สเกลาร์ที่สร้างโดยความหนาแน่นกระแสจะเกิดขึ้นบนระนาบ $z=0$ ดังนั้นฟังก์ชันของกรีนที่เกิดขึ้นจะสัมพันธ์กับศักย์ของไดโพลไฟฟ้าในแนวราบเท่านั้น และสามารถทำได้โดยใช้คุณสมบัติความสมมาตรของโครงสร้างไมโครสตริป จึงทำให้ส่วนประกอบ $G_A^{xx} = G_A^{yy}$ และ $G_A^{xy} = G_A^{yx}$ นอกจากนี้ส่วนประกอบที่เกิดจากไดโพลไฟฟ้าในแนวตั้งคือ $G_A^{xz}, G_A^{yz}, G_A^{zz}$ มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมดและจากส่วนประกอบของฟังก์ชันของกรีนตามที่ Sommerfeld กำหนดไว้ในสมการที่ (2.16) ทำให้ค่า $G_A^{xy} = G_A^{yx} = 0$ ดังนั้นจึงทำให้ส่วนประกอบของฟังก์ชันของกรีนชนิดไดอะดิกที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีค่าเป็น

$$\bar{\mathbf{G}}_A = \begin{bmatrix} G_A^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & G_A^{yy} & 0 \\ G_A^{zx} & G_A^{zy} & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (3.1)$$

จากสมการที่ (3.1) นั้น ส่วนประกอบของฟังก์ชันของกรีนชนิดไดโอดิกที่ไม่ซ้ำกันมีทั้งหมด 3 ส่วนประกอบและมีฟังก์ชันของกรีนชนิดสเกลาร์ G^ϕ อีกส่วนประกอบหนึ่ง สำหรับสายอากาศไมโครสตริปที่มีแผ่นสายอากาศรูปร่างไม่เจาะจงและมีชั้นไดอิเล็กทริกชั้นเดียวดังแสดงในรูปที่ 3.1 ซึ่งเป็นสายอากาศที่เลือกใช้ในงานวิจัยนี้จะมีส่วนประกอบของฟังก์ชันของกรีนตามวิธีของ Mosig (Itoh ed, 1989) ดังนี้

$$\tilde{G}_A^{xx}(k_\rho) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{D_{TE}} \dots\dots\dots (3.2)$$

$$\tilde{G}_A^{zx}(k_\rho) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{jk_x(\epsilon_r - 1)}{D_{TE}D_{TM}} \dots\dots\dots (3.3)$$

$$\tilde{G}_A^{zy}(k_\rho) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{jk_y(\epsilon_r - 1)}{D_{TE}D_{TM}} \dots\dots\dots (3.4)$$

$$\tilde{G}^\phi(k_\rho) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{u_0 + u \tanh(uh)}{D_{TE}D_{TM}} \right) \dots\dots\dots (3.5)$$

โดยที่ $D_{TE} = u_0 + u \coth(uh)$, $D_{TM} = \epsilon_r u_0 + u \tanh(uh)$ (3.6)

เมื่อแทนสมการที่ (3.2) ลงในสมการที่ (2.22) แทนสมการที่ (3.3) ลงในสมการที่ (2.23) แทนสมการที่ (3.4) ลงในสมการที่ (2.24) และแทนสมการที่ (3.5) ลงในสมการที่ (2.25) จะได้ชุดสมการของฟังก์ชันกรีนในเมตริกซ์ $\bar{\mathbf{G}}_A$ ดังต่อไปนี้

$$G_A^{xx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \int_0^\infty \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{D_{TE}} \right) J_0(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho \dots\dots\dots (3.7)$$

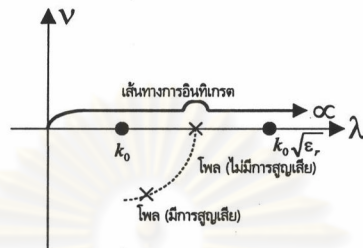
$$G_A^{zx}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = -\cos\phi \int_0^\infty \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{jk_x(\epsilon_r - 1)}{D_{TE}D_{TM}} \right) J_1(k_\rho \rho) k_\rho^2 dk_\rho \dots\dots\dots (3.8)$$

$$G_A^{zy}(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = -\sin\phi \int_0^\infty \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{jk_y(\epsilon_r - 1)}{D_{TE}D_{TM}} \right) J_1(k_\rho \rho) k_\rho^2 dk_\rho \dots\dots\dots (3.9)$$

$$G^\phi(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = \int_0^\infty \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{u_0 + u \tanh(uh)}{D_{TE}D_{TM}} \right) \right) J_0(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho \dots\dots\dots (3.10)$$

สมการอินทิกรัลที่แสดงในสมการที่ (3.7) ถึง (3.10) นั้นเรียกว่า “อินทิกรัลซอมเมอร์เฟลด์” (Sommerfeld integrals) การหาค่าอินทิกรัลซอมเมอร์เฟลด์ ที่มีการอินทิเกรตตั้งแต่ศูนย์ถึงอนันต์นั้น ในงานวิจัยนี้เลือกใช้เทคนิคของ Pozar (1982) ตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 โดยให้คำตอบที่มีความแม่นยำในระดับที่ยอมรับได้ สำหรับโครงสร้างที่ไม่สลับซับซ้อน

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3.7) ถึง (3.10) ถ้ากำหนดให้ $D_{TE}=0$ และ $D_{TM}=0$ จะเป็นสมการลักษณะเฉพาะ (characteristic equation) สำหรับคลื่นผิว โดยคลื่นผิวจะปรากฏเป็นโพลของการอินทิเกรตในระนาบเชิงซ้อน $k_p = \lambda - jv$ ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ระนาบเชิงซ้อน k_p ที่มีโพลที่ $k_p = \lambda_1 - jv_1$

ถ้าโครงสร้างของสายอากาศไมโครสตริปที่พิจารณาสอดคล้องกับสมการที่ (3.11) คือ

$$k_p h (\epsilon_r - 1)^{1/2} < \pi/2 \dots\dots\dots (3.11)$$

ตามที่ Mosig และ Gardiol (1982) ได้พิสูจน์ไว้แล้วว่า D_{TE} จะไม่ทำให้เกิดคลื่นผิว แต่ D_{TM} ทำให้เกิดโพลของคลื่นผิวซึ่งเป็นความถี่ตัดศูนย์เป็นใหญ่ (dominant zero cutoff frequency) โพลที่เกิดขึ้นนี้จะ เป็นค่าจริง $k_p = \lambda_1$ และอยู่ในช่วง $k_p \leq \lambda_1 \leq \sqrt{\epsilon_r} k_p$ เมื่อพิจารณาโครงสร้างที่ไม่มีการสูญเสีย ถ้ามีการสูญเสียในชั้นไดอิเล็กตริก โพลก็จะย้ายตำแหน่งมาอยู่ที่ $k_p = \lambda_1 - jv_1$ เมื่อ $v_1 > 0$ และในกรณีของสมการอินทิกรัลที่แสดงในสมการที่ (3.7) ถึง (3.10) จะได้ $v_1 \approx 0$ ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ดังนั้นค่าโพลที่หาได้โดยการแก้สมการ $D_{TM}=0$ จะใช้วิธีการของ Newton-Raphson (Burden, Richard and Douglas, 1993)

การเลือกฟังก์ชันเบซิสนิดเวกเตอร์ของวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

การหาค่าความหนาแน่นกระแสด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 นั้น เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.31) ซึ่งเป็นระบบสมการที่ใช้ในการหาตัวแปรที่ไม่ทราบค่า α_j จะเห็นว่าฟังก์ชัน w_i และ S_j ที่ต้องเลือกให้เหมาะสมกับเงื่อนไขขอบเขตเพื่อที่จะหาค่าที่ต้องการได้

โดยพิจารณาฟังก์ชัน w_i ซึ่งเลือกใช้วิธีถ่วงน้ำหนักดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 แล้วว่าเลือกใช้ $w_i = z \times S_i$ ถ่วงน้ำหนักทั้งสองข้างของสมการ (2.29) สำหรับการเลือกฟังก์ชันเบซิสนิดเวกเตอร์ S_i นั้นในงานวิจัยนี้เลือกชุดของฟังก์ชันเบซิสนิดเวกเตอร์ซึ่งดัดแปลงจากชุดของฟังก์ชันเบซิสนิดเวกเตอร์ที่เสนอโดย Jin (1993) ซึ่งสร้างชุดของฟังก์ชันเบซิสนิดเวกเตอร์ที่มีความต่อเนื่องในแนวสัมผัสตามขอบของอิลิเมนต์สามเหลี่ยม จากรูปของอิลิเมนต์สามเหลี่ยมในรูปที่ 2.4 ฟังก์ชันเบซิสนิดเวกเตอร์ที่ดัดแปลงจากงานของ Jin แสดงได้ดังนี้

$$S_i^e = z \times (L_i^e \nabla L_j^e - L_j^e \nabla L_i^e) / l_i^e \dots\dots\dots (3.12)$$

เมื่อ (i,j) คือ (1,2) (2,3) และ (3,1) l คือ ความยาวของด้าน และ L_i เป็นพิกัดพื้นที่ (area coordinate) ซึ่งแสดงได้เป็น

$$L_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i y) \dots\dots\dots (3.13)$$

เมื่อ Δ คือพื้นที่ในอิลิเมนต์ แทนค่าจากสมการที่ (3.13) ลงในสมการที่ (3.12) สามารถแสดง S_i^e ในรูปแบบดังนี้

$$S_i^e = \frac{-l_i}{2\Delta} (L_i c_j - L_j c_i) x + \frac{l_i}{2\Delta} (L_i b_j - L_j b_i) y \dots\dots\dots (3.14)$$

จากสมการที่ (3.12) เมื่อพิจารณาฟังก์ชันเบซิสชนิดเวกเตอร์ S_i^e ซึ่งก็คือการหมุนทิศของฟังก์ชันเบซิสชนิดเวกเตอร์ที่อยู่ในแนวสัมผัสกับขอบของอิลิเมนต์สามเหลี่ยมไป 90 องศา จากรูปที่ 2.4 ฟังก์ชันเบซิสชนิดเวกเตอร์ที่ได้จะมีความสัมพันธ์ในแต่ละขอบดังนี้

บนขอบระหว่างจุดที่ 1 และจุดที่ 2 หรือขอบที่ 1 จะได้ว่า

$$n_1 \cdot S_1^e = 1, \quad n_1 \cdot S_2^e = 0, \quad n_1 \cdot S_3^e = 0 \dots\dots\dots (3.15ก)$$

บนขอบระหว่างจุดที่ 2 และจุดที่ 3 หรือขอบที่ 2 จะได้ว่า

$$n_2 \cdot S_2^e = 1, \quad n_2 \cdot S_3^e = 0, \quad n_2 \cdot S_1^e = 0 \dots\dots\dots (3.15ข)$$

บนขอบระหว่างจุดที่ 3 และจุดที่ 1 หรือขอบที่ 3 จะได้ว่า

$$n_3 \cdot S_3^e = 1, \quad n_3 \cdot S_1^e = 0, \quad n_3 \cdot S_2^e = 0 \dots\dots\dots (3.15ค)$$

นอกจากนี้ยังสามารถพิสูจน์ได้ว่าเคิร์ลของฟังก์ชันเบซิสชนิดเวกเตอร์ในสมการที่ (3.12) เป็นศูนย์ ดังแสดงในสมการที่ (3.16)

$$\nabla \times S_j = \frac{l_j}{2\Delta} (b_j b_j - b_j b_i + c_j c_j - c_j c_i) z = 0 \dots\dots\dots (3.16)$$

หรือ $\nabla \times S_1^e = 0, \nabla \times S_2^e = 0, \nabla \times S_3^e = 0$ แสดงให้เห็นว่า $\nabla \times J_s = 0$ ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพของ J_s ที่มีแต่ลักษณะการไหลจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งไม่มีการหมุนวนของกระแส จากสมการที่ (3.15ก) ถึง (3.15ค) ค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า α_j ในแต่ละอิลิเมนต์สามารถแสดงได้เป็น

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= n_1 \cdot J_{12} \\ \alpha_2 &= n_2 \cdot J_{23} \\ \alpha_3 &= n_3 \cdot J_{31} \end{aligned} \dots\dots\dots (3.17)$$

เมื่อ J_{12} J_{23} และ J_{31} เป็นความหนาแน่นกระแสบนขอบที่ 1 ขอบที่ 2 และขอบที่ 3 ตามลำดับ สำหรับการใส่เงื่อนไขขอบเขตดังสมการที่ (2.30) ที่ต้องการความต่อเนื่องของส่วนประกอบในแนวตั้งจากนั้นสามารถทำได้โดยการกำหนดให้พารามิเตอร์ α_1 เป็นพารามิเตอร์ตัวเดียวกับขอบของอิลิเมนต์ที่ติดกัน หรือถ้าขอบที่ 1 เป็นขอบเขตภายนอกของแผ่นสายอากาศ พารามิเตอร์ α_1 จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นเมื่อเลือกใช้ฟังก์ชันเบซิสชนิดเวกเตอร์ดังสมการที่ (3.12) แสดงให้เห็นว่าสามารถใช้เงื่อนไขขอบเขตของความหนาแน่นกระแสที่ขอบเขตของแต่ละอิลิเมนต์ได้

จากฟังก์ชันเบซิสชนิดเวกเตอร์ในสมการที่ (2.28) เป็นการพิจารณาในแต่ละอิลิเมนต์ ถ้าทำการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างแบบการเลอว์คินดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 โดยเลือกใช้ฟังก์ชัน $\mathbf{w}_i = \mathbf{z} \times \mathbf{S}_i(x, y)$ เมื่อ $i=1,2,3,\dots$ ถ่วงน้ำหนักทั้งสองข้างของสมการที่ (2.29) จากนั้นอินทิเกรตทั้งพื้นที่ S ของแผ่นสายอากาศ จากนั้นใส่เงื่อนไขขอบเขตระหว่างอิลิเมนต์ สำหรับขอบเขตภายนอกของแผ่นสายอากาศ สามารถเลือกให้พารามิเตอร์ α_n เท่ากับศูนย์ จากนั้นจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปเมตริกซ์หรือชุดสมการเชิงเส้นดังนี้

$$[C][\alpha] = [b] \quad \text{หรือ} \quad \sum_{j=1}^m C_{ij} \alpha_j = b_i \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

โดยที่ส่วนประกอบของ C_{ij} ของเมตริกซ์จัตุรัส $[C]$ และส่วนประกอบ b_i ของเมตริกซ์แถวตั้ง $[b]$ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$C_{ij} = \iint_S (\mathbf{z} \times \mathbf{S}_i(x, y)) \cdot \mathbf{z} \times \left(j\omega \iint_{S'} \overline{\mathbf{G}}_A \cdot \mathbf{S}_j(x', y') dS' \right) dS - \iint_S (\mathbf{z} \times \mathbf{S}_i(x, y)) \cdot \mathbf{z} \times \left(\frac{1}{j\omega} \nabla \iint_{S'} G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_j(x', y') dS' \right) dS \quad \dots\dots\dots (3.19ก)$$

$$= j\omega \iint_S \mathbf{S}_i \cdot \overline{\mathbf{G}}_A \cdot \mathbf{S}_j dS dS' - \frac{1}{j\omega} \iint_S \mathbf{S}_i \cdot \nabla \iint_{S'} G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_j dS' dS$$

$$b_i = \iint_S (\mathbf{z}_i \times \mathbf{S}_i) \cdot (\mathbf{z} \times \mathbf{E}^e) dS = \iint_S \mathbf{S}_i \times \mathbf{E}^e dS \quad \dots\dots\dots (3.19ข)$$

พิจารณาพจน์ที่ 2 ทางด้านขวามือของสมการที่ (3.19ก) สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็นดังนี้

$$-\frac{1}{j\omega} \iint_S \mathbf{S}_i \cdot \nabla \iint_{S'} G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_j dS' dS = -\frac{1}{j\omega} \sum_k q_k (\mathbf{n}_k \times \mathbf{S}_i) \left(\iint_{S'} G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_j dS' \right) + \frac{1}{j\omega} \iint_S \nabla \cdot \mathbf{S}_i \iint_{S'} G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_j dS' dS \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

ในลักษณะเดียวกับสมการที่ (2.8) เมื่อใส่เงื่อนไขขอบเขตจากสมการที่ (2.9) จะได้ว่า $(\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{S}_j) = 0$ และเมื่อนำสมการที่ (3.20) แทนกลับไปในสมการที่ (3.19ก) จะได้รูปแบบสมการ C_{ij} ใหม่เป็น

$$C_{ij} = j\omega \iint_S \mathbf{S}_i \cdot \overline{\mathbf{G}}_A \cdot \mathbf{S}_j dS dS' + \frac{1}{j\omega} \iint_S \nabla \cdot \mathbf{S}_i \left(\iint_{S'} G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_j dS' \right) dS \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

สำหรับค่า b_i ซึ่งแสดงถึงระบบป้อนกำลังที่ใช้ในงานวิจัยนั้นๆ เลือกใช้โพรงโคเอกเซียลดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 2 โดยการแทนค่า \mathbf{w}_i ด้วย \mathbf{S}_i ในสมการที่ (2.35) ซึ่งแสดงค่า \mathbf{E}_i จากนั้นจึงแทนค่า \mathbf{E}_i กลับไปในสมการที่ (2.34) ซึ่งแสดงค่า b_i จะได้ว่า

$$b_i = -j\omega \int_{-h}^0 \int_S \mathbf{z} \cdot \overline{\mathbf{G}}_A \cdot \mathbf{S}_i dS' dz + \frac{1}{j\omega} \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial z} \int_S G^\phi (\nabla' \cdot \mathbf{S}_i) dS' dz$$

$$= -j\omega \int_{-h}^0 \int_S \mathbf{z} \cdot \overline{\mathbf{G}}_A \cdot \mathbf{S}_i dS' dz + \frac{1}{j\omega} \int_S [G^\phi(z=0) - G^\phi(z=-h)] \nabla' \cdot \mathbf{S}_i dS'$$

$$= -j\omega \int_S \mathbf{z} \cdot \int_{-h}^0 \overline{\mathbf{G}}_A dz \cdot \mathbf{S}_i dS' + \frac{1}{j\omega} \int_S G^\phi(z=0) \nabla' \cdot \mathbf{S}_i dS'$$

$$= -j\omega \int_S [S_{ix} \int_{-h}^0 G_A^{zx} dz + S_{iy} \int_{-h}^0 G_A^{zy} dz] dS' + \frac{1}{j\omega} \int_S G^\phi \nabla' \cdot \mathbf{S}_i dS' \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

โดยที่ $G^*(z=-h)$ มีค่าเป็นศูนย์ ค่า S_{ix} และ S_{iy} คือส่วนประกอบในแนวแกน x และแกน y ของ S_i ตามลำดับ และค่า G_{ix}^{zx} และ G_{iy}^{zy} ดังแสดงในสมการที่ (3.8) และ (3.9) ตามลำดับ เมื่อสร้างระบบสมการได้ทั้งหมดแล้วก็จะทำการใส่เงื่อนไขขอบเขตดังแสดงในสมการที่ (2.30) ก็จะสามารถหาค่า α_j ได้

การวิเคราะห์หาค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้าของสายอากาศไมโครสตริป

จากการวิเคราะห์สมการที่ผ่านมานั้น เมื่อสามารถหาค่าของสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า α_j แล้ว จึงนำค่าที่ได้เหล่านี้ไปคำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้าได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \int_{-h}^0 z \cdot \left(\sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot E_i \right) dz = - \sum_{i=1}^m \alpha_i \int_{-h}^0 z \cdot E_i dz \\ &= - \sum_{i=1}^m \alpha_i b_i \end{aligned} \tag{3.23}$$

จากสมการที่ (3.23) นั้นเป็นการหาค่าอิมพีแดนซ์ที่ระดับแผ่นสายอากาศ ($z=0$) เท่านั้น ในการหาค่าอิมพีแดนซ์ที่ระดับแผ่นฐาน ($z=-h$) นั้นจำเป็นต้องหาค่าอิมพีแดนซ์ตัวเองของโพรบโคแอกเซียลเพิ่มเติม กำหนดให้ตัวนำข้างในของโพรบโคแอกเซียลมีรัศมี r_c ที่นำกระแส I กระจายบนผิวของแผ่นสายอากาศจะได้

$$J_s = z \frac{I}{2\pi r_c} \tag{3.24}$$

ถ้าชั้นไดอิเล็กตริกที่พิจารณาไม่มีความสูงไม่มาก คักย์แม่เหล็กเนื่องจากกระแสนี้จะสามารถประมาณได้เป็นดังนี้

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1 - jk_0 |r - r'|}{|r - r'|} \tag{3.25}$$

และจะได้อิมพีแดนซ์ตัวเองมีค่าเป็น

$$Z_{coax} = 60 \left[(k_0 h)^2 \sqrt{\epsilon_r} + jk_0 h \arcsin\left(\frac{2h}{r_c}\right) + \frac{r_c - \sqrt{r_c^2 + 4h^2}}{2h} \right] \tag{3.26}$$

ดังนั้นจะได้อิมพีแดนซ์ขาเข้าของสายอากาศที่มีระบบป้องกันกำลังเป็นโพรบโคแอกเซียลดังนี้

$$Z_{in} = - \sum_{i=1}^m \alpha_i b_i + Z_{coax} \tag{3.27}$$

การวิเคราะห์แบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศไมโครสตริป

นอกเหนือไปจากค่าอิมพีแดนซ์ขาเข้าของสายอากาศที่กล่าวถึงในหัวข้อที่ผ่านมาแล้วนั้น แบบรูปการแผ่พลังงานที่ระยะสนามไกลก็เป็นอีกพารามิเตอร์หนึ่งที่มีความสำคัญมากในการใช้งานสายอากาศ เนื่องจากช่วยให้ทราบถึงทิศทางที่มีการรับคลื่นได้ดีที่สุด ซึ่งมีวิธีการวิเคราะห์หาแบบรูปการแผ่พลังงานหลังจากการหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า α_j ได้แล้วดังนี้คือ

จากค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะสนามไกล

$$\mathbf{E} \approx -j\omega\mathbf{A} \dots\dots\dots (3.28)$$

โดยที่ค่า \mathbf{A} สามารถหาได้จากสมการที่ (2.4) ในบทที่ 2 จากนั้นจึงแทนค่า \mathbf{J}_s ที่ได้จากการแบ่งอิลิเมนต์ด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ดังแสดงในสมการที่ (2.28) จะได้ว่า

$$\mathbf{E} \approx -j\omega \sum_{i=1}^M \left[\bar{\mathbf{G}}_A(\mathbf{r}|\mathbf{r}') \cdot \alpha_i \mathbf{S}_i dS' \right] \dots\dots\dots (3.29)$$

ซึ่งค่าฟังก์ชันของกรีนที่นำมาใช้จะเป็นฟังก์ชันของกรีนที่ระยะสนามไกล และจะต้องแปลงระบบแกนพิกัดมุมฉากเป็นแกนพิกัดทรงกลม θ ϕ ที่แตกต่างกันไป โดยเริ่มต้นจากการแปลงตำแหน่ง $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ให้อยู่ในรูปของแกนพิกัดทรงกลมเมื่อ r เป็นระยะสนามไกลดังนี้

$$\begin{aligned} x(\theta, \phi) &= r \sin\theta \cos\phi \\ y(\theta, \phi) &= r \sin\theta \sin\phi \dots\dots\dots (3.30) \\ z(\theta) &= r \cos\theta \end{aligned}$$

จากนั้นจึงแปลงค่า $\mathbf{E}(x, y, z)$ ให้อยู่ในรูป $\mathbf{E}(\theta, \phi)$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_\theta(\theta, \phi) &= -j\omega (A_x \cos\theta \cos\phi + A_y \cos\theta \sin\phi) \\ E_\phi(\theta, \phi) &= -j\omega (-A_x \sin\phi + A_y \cos\phi) \dots\dots\dots (3.31) \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3.31) สามารถนำไปพิจารณาโพลาไรเซชันได้ตามนิยามที่ 3 ของ Ludwig (1973) ดังนี้

$$\begin{aligned} E_{co}(\theta, \phi) &= E(\theta, \phi) \cdot [\sin(\phi - \psi)\theta + \cos(\phi - \psi)\phi] \\ E_{cross}(\theta, \phi) &= E(\theta, \phi) \cdot [\cos(\phi - \psi)\theta - \sin(\phi - \psi)\phi] \dots\dots\dots (3.32) \end{aligned}$$

เมื่อ E_{co} คือโพลาไรเซชันร่วม (copolarization) และ E_{cross} คือโพลาไรเซชันไขว้ (cross polarization)

ถ้า $\psi = 0^\circ$ เป็นโพลาไรเซชันตามแกน y

$\psi = 90^\circ$ เป็นโพลาไรเซชันตามแกน x

จากสมการที่ (3.31) และ (3.32) จะได้แบบรูปการแผ่พลังงานที่สนามระยะไกลที่ระนาบแตกต่างกันได้ตามต้องการ

ศูนย์วิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย