

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงของระบบสี่ถึง

นางสาวอารยา สุขะประดิษฐ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2555

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)

are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

LINEAR PARAMETER VARYING MODEL PREDICTIVE CONTROL OF
QUADRUPLE-TANK SYSTEM

Miss Araya Sukapradit

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Chemical Engineering

Department of Chemical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2012

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มี
การเปลี่ยนแปลงของระบบสั่งถึง

โดย

นางสาวอารยา สุขะประดิษฐ์

สาขาวิชา

วิศวกรรมเคมี

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเทพ เขียวหอม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัย
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศธีรวัฒน์วงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี วงศ์ศรี)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเทพ เขียวหอม)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อมรชัย อภรณ์วิชานพ)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร.ญาณิพร พัชรวรโชติ)

อารยา สุขะประดิษฐ์ : การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงของระบบสี่ถัง. (LINEAR PARAMETER VARYING MODEL PREDICTIVE CONTROL OF QUADRUPLE TANK SYSTEM) อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : ผศ.ดร.สุรเทพ เขียวหอม, 114 หน้า.

งานวิจัยนี้นำเสนอการประยุกต์ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนสำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงในการควบคุมระบบสี่ถัง ซึ่งระบบสี่ถังเป็นระบบที่มีหลายตัวแปรซึ่งมีความไม่เป็นเชิงเส้นและมีข้อจำกัดของตัวแปรป้อนเข้าและสถานะ ค่าซีโรของระบบสามารถปรับได้ทั้งแบบมีเฟสต่ำสุดและแบบไม่มีเฟสต่ำสุดแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงจะถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้ในภายในตัวควบคุมขณะที่แบบจำลองแบบไม่เป็นเชิงเส้นจะถูกใช้ในการเลียนแบบกระบวนการ โดยพิจารณาเปรียบเทียบสมรรถนะการควบคุมของตัวควบคุมสามแบบได้แก่ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนกึ่งต่ำสุดสูงสุด ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนซึ่งอาศัยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมสำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนซึ่งอาศัยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและมีการรบกวนสัญญาณป้อน ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบคงทนซึ่งอาศัยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและมีการรบกวนสัญญาณป้อนจะให้สมรรถนะการควบคุมที่ดีที่สุดและให้ผลการควบคุมที่มีความอนุรักษณ์น้อยกว่าตัวควบคุมอื่นๆ

ภาควิชา.....วิศวกรรมเคมี.....ลายมือชื่อ.....
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมเคมี.....ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
 ปีการศึกษา.....2555.....

5370526021 : MAJOR CHEMICAL ENGINEERING

KEYWORDS : LINEAR PARAMETER VARYING SYSTEM / MODEL PREDICTIVE CONTROL / QUADRUPLE TANK SYSTEM / MULTIVARIABLE SYSTEM

ARAYA SUKAPRADIT : LINEAR PARAMETER VARYING MODEL PREDICTIVE CONTROL OF QUADRUPLE-TANK SYSTEM. ADVISOR: ASST. PROF.SOORATHEP KHEAWHOM, Ph.D., 114 pp.

This work presents an application of robust model predictive control (RMPC) for linear parameter varying (LPV) system to a quadruple tank system. The quadruple tank system is a nonlinear multi-variable system with input and state constraints. Zero of the system can be made both minimum phase and non-minimum phase. A linear parameter varying model of the quadruple tank system is developed to be used in the controllers, while the full nonlinear model is used in a simulation. Three controllers including a Quasi-min-max RMPC, an RMPC based on parameter dependent Lyapunov function for linear parameter varying system, and an RMPC based on parameter dependent Lyapunov function with control input perturbation are considered. The control performances of all controllers considered are compared and discussed. The results show that the RMPC based on parameter dependent Lyapunov function with control input perturbation give the best control performance and achieves less conservative results than other controllers.

Department : Chemical Engineering Student's Signature

Field of Study : Chemical Engineering Advisor's Signature

Academic Year : 2012

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้จะสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับการให้คำแนะนำ ดูแล ตลอดจนข้อคิดเห็นในการแก้ไขปัญหาต่างๆ จากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรเทพ เขียวหอม ผู้วิจัยขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

ขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตรี วงศ์ศรี ประธานในการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อมรชัย อภรณ์วิชานพ และ ดร.ญาณิพร พัชรวรโชติ กรรมการในสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาสละเวลาเพื่อให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์แก่งานวิจัยนี้

ขอบคุณจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่เป็นแหล่งความรู้ให้ข้าพเจ้าได้ศึกษาค้นคว้า ตลอดจนการทำวิทยานิพนธ์ และขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้ และประสบการณ์ทางวิชาชีพตลอดระยะเวลาที่ได้ศึกษาเล่าเรียนมา

ขอขอบคุณ คุณครู อาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ ความเข้าใจในสรรพวิชา และอบรมสั่งสอนในเรื่องต่างๆ

ขอบคุณเพื่อนพ้องพี่น้องในห้องปฏิบัติการ รวมถึงบุคคลอื่นอีกมากมาย ที่คอยให้กำลังใจ ให้ความช่วยเหลือ และให้คำแนะนำที่ดีเสมอมา

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ผู้มีพระคุณที่ทำให้ทำงานได้ประสบความสำเร็จและมีทุกวันนี้ได้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
บทที่ 3 ทฤษฎี.....	9
3.1 ระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง.....	9
3.2 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับ คงทน.....	11
3.3 การควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว ในการควบคุมระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง.....	13
3.4 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟ ซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการ เปลี่ยนแปลง.....	16
3.5 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟ ซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมในการควบคุม ระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง.....	19

บทที่ 4 ระบบสี่ถึง.....	22
4.1 ระบบสี่ถึง.....	22
4.2 วิธีการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงของ ระบบสี่ถึง.....	27
4.3 ระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด.....	29
บทที่ 5 ผลการจำลองและการวิเคราะห์ผลการทดลอง.....	32
5.1 พฤติกรรมของระบบสี่ถึงภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟส ต่ำสุด.....	32
5.2 ผลการควบคุมระบบสี่ถึงในกรณีต่างๆ.....	38
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัย.....	48
6.1 สรุปผลการวิจัย.....	48
รายการอ้างอิง.....	50
ภาคผนวก.....	54
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	114

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.1	อัตราการไหลเข้าของน้ำที่เกิดจากบ่อน้ำตื้นที่ 1 และ 2.....	26
4.2	ค่าพารามิเตอร์ที่สถานะคงตัวในกรณีที่ระบบในสภาวะเฟสต่ำสุดและระบบใน สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด.....	30
4.3	ความสูงของน้ำในถังแต่ละใบที่สภาวะคงตัว.....	30
4.4	ค่าคงที่ต่างๆของกระบวนการ.....	30
5.1	เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดของแต่ละตัวควบคุม ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด.....	46

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
3.1	เซตขอบเขตความไม่แน่นอนโพลีโทฟ	12
3.2	แสดงการสร้างวงรีในนัยภายใต้ความแน่นอนของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิง ทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียบูโนฟเดียว	14
3.3	แสดงค่าเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ F_j แต่ละจุดบนโพลีโทฟ	18
4.1	ระบบสี่ถึงและตัวแปรที่เกี่ยวข้อง	23
4.2	สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปที่ 4.1	24
4.3	แสดงทิศทางการไหลของน้ำจากการปรับค่าอัตราส่วนวาล์วสามทางตัวที่ j โดย สัดส่วนของน้ำที่ป้อนเข้าขึ้นกับค่า γ_j และค่า $1-\gamma_j$	24
5.1	แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2	33
5.2	แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2	34
5.3	เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1	35
5.4	เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2	36
5.5	เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1	37
5.6	เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2	37
5.7	แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปร เบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1	40

5.8	แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2.....	40
5.9	แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่บิ๊มตัวที่ 1 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด.....	41
5.10	แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่บิ๊มตัวที่ 2 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด.....	41
5.11	แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1.....	44
5.12	แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2.....	44
5.13	แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่บิ๊มตัวที่ 1 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด.....	45
5.14	แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่บิ๊มตัวที่ 2 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด.....	45

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

A	พื้นที่หน้าตัดของถังที่ i
A_i	ค่าคงที่ในรูปเมตริกซ์บนโพลีโทพจุดที่ i
$A(p(k))$	ค่าคงที่ในรูปเมตริกซ์ที่ขึ้นกับตัวแปรสแตต ณ เวลาที่ k
$B(p(k))$	ค่าคงที่ในรูปเมตริกซ์ที่ขึ้นกับตัวแปรสแตต ณ เวลาที่ k
C	ค่าคงที่ในรูปเมตริกซ์
F	อัตราขยายป้อนกลับ (State feedback gain)
g	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
h_i	ความสูงของน้ำในถังที่ i
$h_{ss,i}$	ความสูงของน้ำในถังที่ i
\bar{h}_i	ความสูงของน้ำในถังที่ i ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน
I	เมตริกซ์เอกลักษณ์
J_∞	ฟังก์ชันวัตถุประสงค์
k_p	ค่าคงที่การไหลของปัม
K	อัตราขยายของกระบวนการ (Process gain)
n_u	จำนวนตัวแปรปรับ
n_x	จำนวนสแตต
o	พื้นที่หน้าตัดของท่อใต้ถัง
P+	สภาวะดำเนินงานของระบบภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด
P-	สภาวะดำเนินงานของระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด
q_i	อัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้าสู่ถังตัวที่ i
$q_{pump,i}$	อัตราการไหลของน้ำจากปัมตัวที่ i
$q_{out,i}$	อัตราการไหลของน้ำที่ออกจากถังตัวที่ i
Q	เวกเตอร์น้ำหนัก
R	เวกเตอร์น้ำหนักของระดับน้ำในถังที่ต้องการควบคุม
Δt	เวลาในการสุ่มตัวอย่าง (Sampling time)

u	ตัวแปรปรับ (Manipulated variable)
v_i	ค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้แก่ปั๊มตัวที่ i
$v_{ss,i}$	ค่าแรงดันไฟฟ้าที่สภาวะคงตัวที่ป้อนแก่ปั๊มตัวที่ i
\bar{v}_j	ค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้แก่ปั๊มตัวที่ j ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน
V_i	ปริมาตรของน้ำในถังที่ i
$V(k k)$	ลึยบูนอฟ ณ เวลาที่ k
x	ตัวแปรควบคุม (State variable)
y	ตัวแปรเอาต์พุต (Output variable, Measurable)

ตัวอักษรกรีก

α_j	พารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตัวที่ j
Ω	เซตโพลีโทพที่สร้างขึ้น
Δp	ค่าขอบเขตมากที่สุดต่ำสุดของตัวแปรสแตต
$p(k)$	พารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลง (scheduling parameter)
λ_k^{k+i}	เซตโพลีโทพ ณ เวลาที่ $k+i$ ที่สร้างขึ้นจากตัวแปรสแตต
γ	ค่าคงที่ที่กำหนดขึ้น (slag variable)
γ_i	สัดส่วนที่ใช้ในการปรับค่าของวาล์วสามทางตัวที่ i

ตัวอักษรย่อ

Co	Convex hull
LPV	Linear Parameter Varying
MPC	Model predictive control
NMPC	Nonlinear model predictive control
LP	Linear programming
ODE	Ordinary differential equation
PID	Proportional Integral Derivative control
QP	quadratic programming
RCMPC	Robust Constraint Model Predictive Control
SLF	Single Lyapunov Function
PDLF	Parameter Dependent Lyapunov Function

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันระบบในโรงงานอุตสาหกรรมมีความซับซ้อนมากขึ้นโดยขึ้นกับตัวแปรหลายตัวแปร อาทิเช่น อุตสาหกรรมเคมี ปิโตรเคมี อุตสาหกรรมกระดาษ การควบคุมกระบวนการกลั่นน้ำมัน เป็นต้น โดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (Model Predictive Control, MPC) หรือที่รู้จักอีกชื่อว่า receding horizon เป็นตัวควบคุมที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในโรงงาน เนื่องจากตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเป็นเทคนิคการควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง และประยุกต์ใช้การออปติไมซ์เพื่อคำนวณหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสม ซึ่งจะนำค่าที่ได้ไปใช้ในการควบคุมกระบวนการให้ได้ค่าเป้าหมายตามที่ต้องการ ทั้งยังสามารถจัดการกับกระบวนการที่มีหลายตัวแปรได้อย่างมีประสิทธิภาพ หลักการทำงานของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองอาศัยค่าการตรวจรู้ ณ เวลาปัจจุบัน จากนั้นทำการออปติไมซ์หาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมจำนวนหนึ่งชุดที่ทำให้ระบบลู่เข้าสู่ค่าเป้าหมาย โดยจะเลือกใช้ค่าตัวแปรปรับเพียงค่าเดียวในการควบคุม และที่เวลาถัดไปจะทำการวัดค่าการตรวจรู้ใหม่ เพื่อที่จะคำนวณค่าตัวแปรปรับชุดใหม่ในการควบคุมกระบวนการ โดยส่วนใหญ่มักพบว่าแบบจำลองที่ใช้ในการควบคุมระบบถูกอธิบายอยู่ในรูปแบบจำลองเชิงเส้น เนื่องจากเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ถูกสร้างขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานทฤษฎีของระบบที่เป็นเชิงเส้น อาทิเช่นโปรแกรมเชิงเส้น (Linear programming, LP), โปรแกรมกำลังสอง (Quadratic programming, QP) เป็นต้น ซึ่งในความเป็นจริงแล้วระบบส่วนใหญ่ที่พบในโรงงานอุตสาหกรรมมักเป็นระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นถ้าเราเลือกใช้แบบจำลองเชิงเส้นในการควบคุมระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นส่งผลให้สมรรถนะของตัวควบคุมลดลง ไม่สามารถควบคุมให้ระบบลู่เข้าสู่ค่าเป้าหมาย ทำให้มีการวิจัยและพัฒนาตัวควบคุมเพื่อใช้จัดการกับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น จึงมีการนำเสนอระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV system) ซึ่งพัฒนาขึ้นเพื่อจัดการกับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นโดยตรง โดยการสร้างแบบจำลองที่มีความไม่เป็นอยู่ในรูปแบบจำลองเชิงเส้น เมทริกซ์ A และ B มีการเปลี่ยนแปลงโดยขึ้นกับตัวแปรสแตตที่สามารวัดค่าได้ ณ เวลาปัจจุบัน ทำให้แบบจำลองที่สร้างขึ้นมีความใกล้เคียงกับพฤติกรรมจริงของระบบ นอกจากนี้ยังมีการพัฒนาตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองให้อยู่ในตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Model Predictive Control, NMPC) ปัญหาที่พบของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบไม่เป็นเชิงเส้น

ในเรื่องของระยะเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาอุปติไมซ์เซชันที่นานเกินไป อาจทำให้ระยะเวลาจริงที่ใช้ในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับแต่ละรอบไม่เพียงพอ ทั้งนี้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบไม่เป็นเชิงเส้นไม่สามารถรับประกันเสถียรภาพของระบบทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจในระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงมากกว่า พร้อมทั้งนำเสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมที่ได้วิจัยขึ้นในกลุ่มมวิจัยในการประยุกต์ใช้กับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงอีกด้วย

ในงานวิจัยนี้ต้องการนำเสนอการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขคงทนสำหรับกระบวนการที่พารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาภายใต้ขอบเขตความไม่แน่นอนของโพลีโทปที่สร้างขึ้น เพื่อใช้ควบคุมระดับน้ำภายในถังของระบบสี่ถังโดยระบบสี่ถังที่เลือกใช้ในงานวิจัยเป็นตัวแทนของระบบหลายตัวแปรที่มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน และพฤติกรรมของระบบมีความไม่เป็นเชิงเส้น โดยตัวแปรปรับของกระบวนการคือการปรับค่าแรงดันไฟฟ้าป้อนให้กับปั๊มตัวที่ 1 และ 2 ตัวแปรควบคุมของกระบวนการคือระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 ในที่นี้จะพิจารณาระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด ประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมที่ได้วิจัยขึ้นในกลุ่มมวิจัยโดยเปรียบเทียบสมรรถนะกับตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระบบภายใต้สภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงให้กลับสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- 1) ประยุกต์ใช้การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนกับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) ภายใต้จุดยอดความไม่แน่นอนโพลีโทปที่สร้างขึ้นในการควบคุมระดับน้ำของระบบสี่ถัง
- 2) สร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV model) ของระบบสี่ถังได้

- 3) ออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่ถึงภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสไม่สุดได้
- 4) เปรียบเทียบสมรรถนะของการควบคุมระบบที่ถึง โดยการใช้ตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว (Quasi-Min-Max Model Predictive Control, RCMPC with SLF) ตัวควบคุมทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม (Robust constrained Model Predictive Control with parameter dependence lyapunov function, RCMPC with PDLF) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม (Robust constrained Model Predictive Control using parameter dependence lyapunov function with perturbation, RCMPC with PDLF+Perturbation)

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

- 1) แสดงแบบจำลองสำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงในเทอมของสมการปริภูมิสถานะวิद्यุตที่ใช้ในงานวิจัยดังต่อไปนี้

$$x(k+1) = A(p(k))x(k) + B(p(k))u(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$[A(p(k)) \quad B(p(k))] \in \Omega$$

โดยที่ $x(k) \in \mathcal{R}^{n_x}$, $u(k) \in \mathcal{R}^{n_u}$ และ $y(k) \in \mathcal{R}^{n_y}$ เป็นค่าของสเตต ณ เวลาที่ k , ค่าตัวแปรปรับ ณ เวลาที่ k และค่าการตรวจจู่ของสเตต $x(k)$ ณ เวลาที่ k ตามลำดับ นอกจากนี้ในระบบที่เป็นโพลีโทพ (polytope) ได้นิยาม Ω เป็นเซตขอบเขตของโพลีโทพ $\Omega = Co\{[A_1, B_1], [A_2, B_2], \dots, [A_L, B_L]\}$ และ $p(k) = [p_1(k), p_2(k), \dots, p_L(k)] \in \mathcal{R}^L$ หมายถึงพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลง (scheduling parameter) เป็นพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับตัวแปรสเตต ในที่นี้กำหนดให้ $p(k)$ สามารถวัดค่าได้จริง ณ เวลาที่ k

- 2) ใช้โปรแกรม MATLAB ในการแก้ปัญหาออปติไมเซชัน
- 3) สามารถประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนในการควบคุมระบบเชิงเส้นที่พารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงภายใต้จุดยอดความไม่แน่นอนโพลีโทปสำหรับควบคุมระดับน้ำของระบบสี่ถัง
- 4) สามารถประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนในการควบคุมระบบสี่ถังภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด
- 5) เปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมที่ได้พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัยกับตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวและตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมภายใต้จุดยอดความไม่แน่นอนโพลีโทปที่สร้างขึ้น

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1) สามารถประยุกต์ใช้วิธีการออกแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงกับระบบสี่ถังได้ พร้อมทั้งประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบที่มีเงื่อนไขบังคับในการควบคุมระบบได้
- 2) ทำให้มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับระบบสี่ถังภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื่องจากปัจจุบันกระบวนการในโรงงานอุตสาหกรรมมีความซับซ้อนมากขึ้น ทำให้มีการพัฒนาตัวควบคุมที่สามารถจัดการกับระบบที่มีเงื่อนไขหลายตัวแปรให้มีประสิทธิภาพมาก โดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง (Model Predictive Control, MPC) เป็นตัวควบคุมที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก เนื่องจากตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเป็นเทคนิคที่อาศัยแบบจำลองที่สามารถจัดการกับระบบที่มีเงื่อนไขหลายตัวแปรได้อย่างมีประสิทธิภาพ หลักการทำงานของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง ณ เวลา t ทำการวัดค่าตัวแปรสแตต ค่าพารามิเตอร์ค่าตัวแปรปรับจำนวนหนึ่งชุดจากการแก้ปัญหาออปติไมซ์แบบออนไลน์ จากนั้นประยุกต์ใช้ค่าตัวแปรปรับเพียงตัวเดียวเท่านั้น ณ เวลา $t+1$ ทำการคำนวณหาตัวแปรปรับชุดใหม่โดยอาศัยข้อมูลจากการวัด ณ เวลาใหม่ ถึงแม้ว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองจะสามารถควบคุมระบบให้เข้าสู่ค่าเป้าหมายได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในความเป็นจริงระบบส่วนใหญ่มักมีตัวแปรรบกวนหรือพารามิเตอร์ที่ใช้ในแบบจำลองบางครั้งเป็นค่าที่ไม่แน่นอน ทำให้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองมีข้อจำกัดในการจัดการกับความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นจากพารามิเตอร์เนื่องจากตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเป็นตัวควบคุมที่อาศัยแบบจำลอง ดังนั้นถ้าพารามิเตอร์ที่ใช้มีความไม่แน่นอนทำให้แบบจำลองมีความผิดพลาดส่งผลกระทบต่อสมรรถนะในการควบคุมระบบ ทำให้มีการวิจัยและพัฒนาตัวควบคุมให้สามารถจัดการกับความไม่แน่นอนของระบบ จึงได้มีการเสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทน เพื่อรองรับกับระบบที่มีความไม่แน่นอน โดยความไม่แน่นอนของระบบแบ่งออกเป็นสองประเภทหลักๆ คือ ความไม่แน่นอนแบบไร้โครงสร้าง (unstructured uncertainty) และความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ (parametric uncertainty) ซึ่งในงานวิจัยนี้สนใจความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์เป็นหลัก

จากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนพบว่า โดยส่วนใหญ่แบ่งตัวควบคุมออกเป็น 2 แบบด้วยกันคือตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนแบบออนไลน์ [1-4] และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนแบบออฟไลน์ [5-6] ซึ่งตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนที่มีการแก้ปัญหาออปติไมซ์แบบออนไลน์ให้ประสิทธิภาพในการควบคุมดีกว่าเนื่องจากค่าที่ใช้เป็นค่าจริงที่ได้จากการวัดตัวแปรสแตต ณ เวลาปัจจุบัน เพื่อใช้คำนวณปัญหาออปติไมซ์ในแต่ละรอบทำให้สามารถคำนวณหาตัวแปรปรับที่เหมาะสมกับกระบวนการ ในงานวิจัยของ Kothare และคณะ [1] ได้เสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนที่อาศัย

เทคนิคพื้นฐานจากการควบคุมป้อนกลับสถานะในการควบคุมระบบที่มีความไม่แน่นอน โดยเทคนิคนี้ได้พัฒนาและประยุกต์ปัญหาออปติไมซ์ให้อยู่ในรูปอสมการเมทริกซ์เชิงเส้นจุดประสงค์ เพื่อที่จะออกแบบกฎการป้อนกลับสถานะคงทน ณ เวลาการสุ่ม ที่ทำให้ค่าขอบเขตบนของฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าต่ำสุดภายใต้เงื่อนไขบังคับด้วยค้ำสัญญาณาเข้าควบคุมและสัญญาณาออกของกระบวนการ และอาศัยทฤษฎีเลียปูนอฟเดี่ยวช่วยในการปรับปรับประกันเสถียรภาพของระบบ

ต่อมางานวิจัยของ Cuzzola และคณะ [2] ได้เสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับระบบเชิงเส้นแปรผันตามเวลาภายใต้ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ โดยพิจารณาตัวแปรเสริมขึ้นกับความไม่แน่นอนของจุดยอดแต่ละจุดบนโพลีโทป และใช้กฎการควบคุมแบบป้อนกลับสถานะในการคำนวณหาค่าแปรปรับที่เหมาะสมในการควบคุมระบบ เปรียบเทียบผลที่ได้กับตัวควบคุมใน [1] พบว่าตัวควบคุมที่พัฒนาขึ้นมาใหม่ให้ผลลัพธ์ที่อนุรักษ์ลดลง สามารถจัดการกับระบบที่มีความไม่แน่นอนที่มีพิสัยกว้างกว่าเดิม

Tu Auh Tai และคณะ [3] ได้เสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน สำหรับระบบเชิงเส้นแปรผันตามเวลาภายใต้ความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ ในการออกแบบตัวควบคุมแบ่งความสำคัญเป็น 2 ส่วน คือ ในส่วนแรกเน้นการออกแบบกฎการควบคุมแบบป้อนกลับสถานะคงทน ที่ทำให้ค่าฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าต่ำที่สุด โดยแปลงปัญหาการออกแบบการป้อนกลับสถานะให้อยู่ในรูปปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดเชิงคอนเว็กซ์ และในส่วนที่สองเน้นการป้อนกลับสถานะซึ่งหาได้จากส่วนแรก ร่วมกับตัวแปรสถานะเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมที่ได้กับตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว ใน [1] พบว่าผลลัพธ์ที่ได้อนุรักษ์ลดลงและให้ประสิทธิภาพการควบคุมที่ดีกว่าในการจัดการระบบที่มีความไม่แน่นอน

แต่ข้อเสียของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนแบบออนไลน์คือใช้ระยะเวลาในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ จึงไม่เหมาะกับระบบที่ค้ำนึ่งในเรื่องระยะเวลาเป็นสำคัญ อาทิเช่น ระบบรักษาความปลอดภัย ระบบควบคุมการบิน ทำให้มีการนำเสนอดตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองคงทนแบบออฟไลน์ขึ้นมา จากงานวิจัยของ Wan และคณะ [5] ได้พัฒนาเงื่อนไขของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองเพื่อลดปัญหาเรื่องระยะเวลาในการคำนวณปัญหาออปติไมซ์เซชัน โดยใช้แนวคิดจากการสร้างวงรีย่นยงเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (an asymptotically stable invariance ellipsoid) ในการสร้างตารางออฟไลน์ อัลกอริทึมของตัว

ควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบออฟไลน์ถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ในส่วนแรกตัวควบคุมจะสร้างเซตของวงรีนยงที่ขึ้นกับฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยวที่เป็นไปได้ โดยเก็บค่าข้อมูลที่ได้จากการแก้ปัญหาออปติไมซ์เซชันไว้ในตารางที่สร้างขึ้น ในส่วนที่สองเป็นการคำนวณตัวแปรปรับแบบออนไลน์ วัดค่าตัวแปรสเตต ณ เวลา t จากนั้นระบบจะคำนวณหาตัวแปรปรับที่เหมาะสมโดยใช้ข้อมูลจากตารางออฟไลน์ที่สร้างขึ้น เปรียบสมรรถนะควบคุมกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบออนไลน์พบว่าสมรรถนะของตัวควบคุมทั้งสองต่างกันเพียงเล็กน้อย แต่ระยะเวลาในการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบออฟไลน์น้อยกว่ามาก

ในช่วงหลายปีที่ผ่านมา งานวิจัยส่วนใหญ่เริ่มให้ความสนใจกับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง โดยกำหนดให้พารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาสามารถวัดค่าได้ โดยขึ้นกับตัวแปรสเตต ใช้หลักการ gain scheduling controller ทำให้มีการสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง ในงานวิจัยของ Wada และคณะ [4] ทำการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลอง สำหรับระบบเชิงเส้นที่พารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ขึ้นกับตัวแปรเสริมในการการันตีเสถียรภาพของระบบ เปลี่ยนปัญหาออนไลน์ออปติไมซ์ให้อยู่ในรูปปัญหาออปติไมซ์เชิงคอนเวกซ์ที่อยู่ในรูปเงื่อนไขข้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้น

ในงานวิจัยของ Lu และ Arkun [7] ได้เสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองแบบใหม่ที่ประยุกต์ใช้กับระบบเชิงเส้นที่พารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง โดยหลักการของตัวควบคุมกำหนดให้ ณ เวลาปัจจุบันตัวแปรสเตตสามารถวัดค่าได้จริงและคำนวณหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมได้โดยไม่ต้องพิจารณาถึงค่าความไม่แน่นอน ที่เวลาถัดไปพิจารณาระบบภายใต้ความไม่แน่นอนของโพลีโทปที่สร้างขึ้น และทำการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับภายใต้ขอบเขตความไม่แน่นอนของโพลีโทป ซึ่งผลการควบคุมที่ได้แสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์อนุรักษ์ลดลงและการรันตีเสถียรภาพโดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีเลียปูนอฟเดี่ยว

ในงานวิจัยของ Bumroongsri และคณะ [8] ได้เสนอการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม สำหรับระบบเชิงเส้นที่พารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง โดยแบ่งอัลกอริทึมออกเป็น 2 ส่วน ในส่วนแรกทำการคำนวณหาเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ (state feedback matrix) โดยการให้ฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ขึ้นกับตัวแปรเสริม ในส่วนที่สองใช้วิธีการเพอร์เทอร์เบชัน (perturbation) ในการคำนวณหาค่า $C_{optimal}$ บนตัวสัญญาณเข้าควบคุม ทำให้ตัวควบคุมมีประสิทธิภาพที่ดีขึ้น

ในส่วนของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองในการควบคุมระดับน้ำของระบบสี่ถัง ซึ่งพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่มีปติสัมพันธ์กันของการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำภายในถังสี่ใบ โดยแบ่งวงจรควบคุมออกเป็นสองวงจร (control loop) ในงานวิจัย [9,10] ได้มีผู้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยใช้เป็นอุปกรณ์สำหรับทดลองในห้องปฏิบัติการทางวิศวกรรมเคมีเพื่อใช้เป็นตัวแทนในการศึกษาระบบการควบคุมที่กระบวนการมีหลายตัวแปร รวมถึงมีขอบเขตของการควบคุมที่ต้องพิจารณา ในงานวิจัยของ Johansson [11] กล่าวถึงการควบคุมระดับน้ำในระบบสี่ถังซึ่งแสดงตัวอย่างการควบคุมแบบหลายตัวแปรไว้ และได้อธิบายการทำงานของระบบการควบคุมระดับน้ำสี่ถังไว้อย่างละเอียดอีกด้วย โดยได้ศึกษาว่าเสถียรภาพของกระบวนการระบบสามารถปรับเปลี่ยนได้จากการปรับสัดส่วนการไหลของน้ำผ่านวาล์วซึ่งอาจทำให้ค่าซีโร (zero) ของระบบมีเสถียรภาพ หรือไม่เสถียรภาพได้

บทที่ 3

ทฤษฎี

ในงานวิจัย [11] แสดงให้เห็นถึงวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ที่มักแสดงอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ซึ่งจะใช้หลักการ classical gain scheduling ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น โดยส่วนใหญ่แล้วทฤษฎีที่ใช้ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้นเป็นทฤษฎีพื้นฐานของระบบเชิงเส้น ซึ่งในงานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการ gain scheduling approach ของระบบไม่เป็นเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบของพารามิเตอร์เชิงเส้นที่มีการเปลี่ยนแปลง โดยตัวแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นถูกสร้างให้อยู่ในรูปแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับตัวแปรสแตต

ขั้นตอนในการสังเคราะห์ตัวควบคุมระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น แบ่งออกเป็น 3 ส่วนด้วยกันคือ

1. ขั้นตอนในการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง
2. การสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง
3. การสร้างตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น

ซึ่งในงานวิจัยนี้สนใจเนื้อหาในส่วนขั้นตอนในการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงเท่านั้น ในส่วนของการสังเคราะห์ตัวควบคุมระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงและการสร้างตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นจะไม่ขอกล่าวถึง

3.1 การสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง

ในขั้นแรกก่อนที่เราจะสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงจะต้องพิจารณาหาความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นในแบบจำลอง $\dot{x} = f(x, u)$ โดยส่วนใหญ่แบบจำลองไม่เป็นเชิงเส้นมักเขียนอยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตดังต่อไปนี้

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u, \quad \rho \in \Omega \quad (1)$$

โดยที่ ρ คือค่าพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงภายในขอบเขตโพลีโทพ Ω ที่สร้างขึ้น การเปลี่ยนแปลงของ ρ ขึ้นกับตัวแปรสแตต ณ เวลาปัจจุบัน โดยคุณสมบัตินี้สำคัญในการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงสำหรับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นถูกอธิบายไว้ดังต่อไปนี้

1. แบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงที่สร้างขึ้นพารามิเตอร์ต้องมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับตัวแปรสแตต ณ เวลาปัจจุบันภายใต้ขอบเขตความไม่แน่นอนโพลีโทพที่สร้างขึ้น $\rho = \sigma(x) \in \Omega$ โดยจะอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสมการแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) และสมการของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นอยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตดังต่อไปนี้

$$\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u, \quad \rho \in \Omega$$

2. ความสัมพันธ์ของตัวพารามิเตอร์ $\sigma(x)$ ขึ้นกับสัญญาณที่ได้จากการวัดเท่านั้น
3. ทราบค่าจริงของพารามิเตอร์ $\sigma(x)$ ณ เวลาปัจจุบัน
4. แบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) ควรมีความใกล้เคียงพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นมากที่สุด

โดยคุณสมบัตินี้ในข้อแรกของระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) ต้องการอธิบายเพื่อสร้างความมั่นใจว่าพฤติกรรมของระบบที่เกิดจากแบบจำลองดังกล่าวสามารถใช้แทนพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ในส่วนของคุณสมบัติข้อสองและสามต้องการแสดงให้เห็นว่า พารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงเป็นค่าที่ได้จากการวัดและใช้ได้จริงในการควบคุมและตัวควบคุมแบบป้อนกลับสถานะสามารถคำนวณได้จากตัวควบคุมเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV controller)

ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง ตัวพารามิเตอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงค่าได้อย่างอิสระภายในขอบเขตโพลีโทพที่สร้างขึ้น โดยตัวควบคุมนี้จะมีความแตกต่างกับตัวควบคุมระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นตรงที่ เมทริกซ์ A และ B มีการเปลี่ยนแปลงโดยขึ้นกับตัวแปรสแตตและ ณ จุดที่ค่าตัวแปรสแตตเท่ากัน มีโอกาสที่

แบบจำลองที่ใช้จะเป็นแบบจำลองเดียวกัน ทำให้แบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงที่สร้างขึ้นมีความเหมาะสมกว่าการสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบอื่นๆ โดยจะแสดงตัวอย่างในทำแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตามตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.1 พิจารณาระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น

$$\dot{x} = -x^3 + 2u \quad (2)$$

สามารถอธิบายอยู่ในรูประบบ LPV ได้ว่า

$$\dot{x} = -\rho x + 2u, \quad \rho \in \{0 \leq \rho \leq N\} \quad (3)$$

สมการที่ (2) และ (3) จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ เรากำหนดให้ $\rho = x^2$ ในสมการที่ (3) โดยให้ x มีการเปลี่ยนแปลงในช่วง $-\sqrt{N} \leq x \leq \sqrt{N}$ จะเห็นได้ว่าสมการที่ (3) มีความสัมพันธ์กับคุณสมบัติเบื้องต้นในการสร้างแบบจำลองของระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงทั้งสามข้อที่กล่าวไป ถ้าตัวแปรสแตตที่พิจารณาสามารถวัดค่าได้จริง ซึ่งเป็นการยืนยันว่าระบบของเรามีความใกล้เคียงและสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น

ตัวอย่างที่ 3.2 พิจารณาระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น

$$\dot{x} = -\cos(x) \quad (4)$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า ในแบบจำลองของเรามีเทอมฟังก์ชัน $\cos(x)$ ซึ่งทำให้ระบบมีความไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นเราต้องจัดรูปสมการใหม่โดยการทำให้ระบบอธิบายอยู่ในรูประบบ LPV จะได้ว่า

$$\dot{x} = -\rho x \quad (5)$$

โดยที่ ρ เป็นพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลง (scheduling parameter) กำหนดให้ค่า $\rho = \cos(x)/x$ มีการเปลี่ยนแปลงในช่วง $-0.3 \leq \rho(t) \leq 0.9$ ซึ่งเราจะได้แบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงโดยที่มีพารามิเตอร์ที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นอยู่ในภายใน

3.2 ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทน

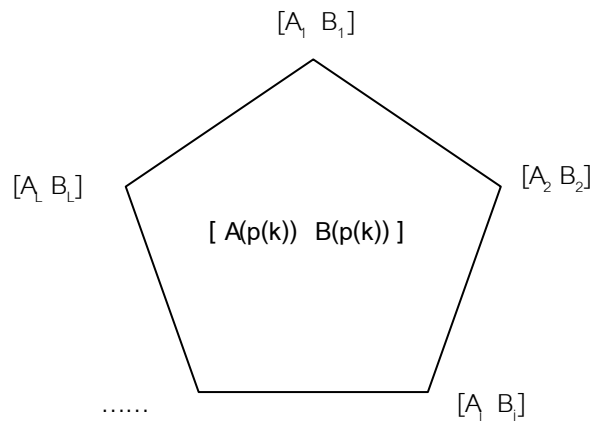
ระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาสามารถเขียนแบบจำลองอยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะแบบเวกเตอร์แสดงดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(p(k))x(k) + B(p(k))u(k), \\ y &= Cx(k) \\ [A(p(k)) \quad B(p(k))] &= \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

โดยที่ $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$, $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ และ $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ เป็นค่าของสแตต ณ เวลาที่ k , ค่าการตรวจรู้ของสแตต $x(k)$ ณ เวลาที่ k และค่าตัวแปรปรับ ณ เวลาที่ k ตามลำดับ ในส่วนของตัวแปร n_x , n_y และ n_u เป็นค่าจำนวนของสแตต จำนวนของค่าการตรวจรู้และจำนวนของตัวแปรปรับตามลำดับ สำหรับระบบที่เชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) จะกำหนดให้ $\rho(k)$ สามารถวัดค่าได้จริง ณ เวลาปัจจุบัน เราเรียกว่า scheduling parameter มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับตัวแปรสแตต นอกจากนี้ ในระบบที่มีความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ จะมีการสร้างเซตขอบเขตความไม่แน่นอนหรือที่รู้จักในชื่อโพลีโทป (Polytope) นิยามให้ Ω แทนเซตขอบเขตของโพลีโทป

$$\Omega = \text{Co}\{[A_1 \ B_1], \dots, [A_L \ B_L]\}, \quad (7)$$

โดยที่ Co หมายถึงคอนเวกซ์ฮัลล์ (Convex hull) และ $[A_i \ B_i]$ คือจุดยอดอันดับที่ i บนโพลีโทปของเซตขอบเขตความไม่แน่นอนโพลีโทปตามรูปต่อไปนี้



รูปที่ 3.1 เซตขอบเขตความไม่แน่นอนโพลีโทป

จากรูป 2.2 แสดงให้เห็นว่า $[A(p(k)), B(p(k))]$ ที่มีการเปลี่ยนแปลงภายในเซตขอบเขตของโพลีโทปที่สร้างขึ้น หาค่าได้จากสมการ

$$[A(p(k)) \ B(p(k))] = \sum_{j=1}^L p_j(k) [A_j \ B_j] \quad (8)$$

โดยที่ $\rho(k)$ ภายในเซตขอบเขตโพลีโทปที่สร้างขึ้นมีค่าในช่วงระหว่าง $0 \leq p_j(k) \leq 1$ กำหนดให้ค่า $\rho(k)$ และ $x(k)$ สามารถวัดค่าได้จริง ณ เวลาที่ k ค่าผลรวมทั้งหมดของจุด

$$\sum_{j=1}^L p_j(k) = 1$$

จุดประสงค์หลักของตัวควบคุมต้องการหากฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ (state feedback regulation) จากสมการ $u(k) = F(x(k))$ ที่ทำให้ระบบตามสมการที่ (6) มีเสถียรภาพและทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์มีค่าน้อยที่สุดตามสมการที่ (9) ภายใต้ขอบเขตข้อจำกัดของตัวแปรปรับ ตัวแปรเอาต์พุต และตัวแปรสแตต

$$\min_{u(k+i|k), i=0,1,\dots,m-1} J_p(k), \quad (9)$$

กำหนดให้ $J_p(k) = \sum_{i=0}^p x(k+i|k)^T Q_1 x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)$ และ $Q_1 > 0$, $R > 0$ แทนเวกเตอร์น้ำหนักเพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ ในส่วนของงานวิจัยเราพิจารณาระบบในกรณีที่มีค่า $p = \infty$ ซึ่งเป็นการคำนวณหาค่าตัวแปรควบคุมระบบจนถึงอนันต์ (infinite horizon MPC) โดยที่ขอบของตัวแปรปรับ และขอบเขตของตัวแปรควบคุมแสดงไว้ตามสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} |u_j(k+i|k)| &\leq u_{j,\max}, \quad j = 1,2,3,\dots,n_u \\ |y_j(k+i|k)| &\leq y_{j,\max}, \quad j = 1,2,3,\dots,n_y \end{aligned} \quad (10)$$

3.3 การควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟเดียวในการควบคุมระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (Quasi-min-max MPC with SLF)

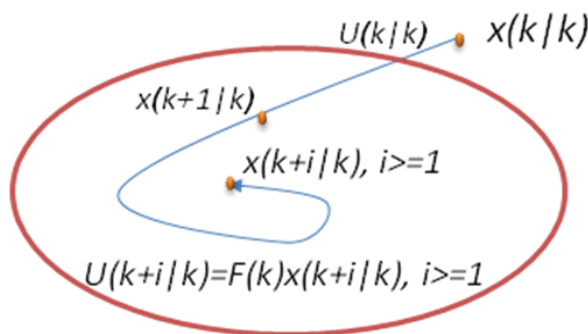
ในส่วนของหัวข้อนี้ต้องการนำเสนอตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟเดียว สำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงจากงานวิจัย [7] พิจารณาตัวควบคุมภายใต้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ตามแนวแกนอนันต์ โดยฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของระบบออกเป็น 2 ส่วน ในส่วนแรกกำหนดให้ ตัวแปรสแตตสามวัดค่าได้จริง ณ เวลาปัจจุบันและตัวแปรปรับสามารถคำนวณค่าได้โดยไม่ต้องพิจารณาถึงความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ ในส่วนที่สองจะคำนวณปัญหาออปติไมซ์หาค่าตัวแปรปรับโดยพิจารณาระบบ ณ เวลาถัดไปจนถึงอนันต์ภายใต้ปัญหามินแมกซ์ (min-max problem) ภายใต้ความไม่แน่นอนโพลีโทปที่สร้างขึ้น ซึ่งสมการวัตถุประสงค์ของระบบแสดงไว้ตามสมการที่ (11)

$$J_0^\infty(k) = J_0^{N_0}(k) + J_{N_0+1}^\infty(k)$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=0}^{N_0} x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k) \\
 &+ \sum_{i=N_0+1}^{\infty} x(k+i|k)^T Q x(k+i|k) + u(k+i|k)^T R u(k+i|k)
 \end{aligned} \tag{11}$$

เมทริกซ์ Q และ R แทนเมทริกซ์น้ำหนักโดยกำหนดให้มีความมากกว่าศูนย์เสมอ (positive definite) และกำหนดให้ $N_0=0$ ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันวัตถุประสงค์ตามแนวแกนอนันต์ได้ดังต่อไปนี้

$$J_0^\infty(k) = x(k|k)^T Q x(k|k) + u(k|k)^T R u(k|k) + J_1^\infty(k) \tag{12}$$



รูปที่ 3.2 แสดงการสร้างวงรีนิ่ง (invariance set) ภายใต้ความแน่นอนของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว

อัลกอริทึม 3.3.1

$$\min_{\gamma, u(k|k), \tilde{Q}(k), Y(k)} \gamma \tag{13}$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\begin{bmatrix}
 1 & * & * & * \\
 A(p(k))x(k|k) + B(p(k))u(k|k) & \tilde{Q}(k) & * & * \\
 Q^{\frac{1}{2}}x(k|k) & 0 & \gamma I & * \\
 R^{\frac{1}{2}}u(k|k) & 0 & 0 & \gamma I
 \end{bmatrix} \geq 0 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{Q}(k) & * & * & * \\ A_j \tilde{Q}(k) + B_j Y(k) & \tilde{Q}(k) & * & * \\ Q^{\frac{1}{2}} \tilde{Q}(k) & 0 & \gamma I & * \\ R^{\frac{1}{2}} Y(k) & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, j = 1, 2, \dots, l \quad (15)$$

ในส่วนของตัวแปรปรับ (Inputs) สามารถแบ่ง U_0^∞ ออกเป็น 2 ส่วนคือ $\{u(k|k), U_1^\infty\}$ ดังนั้นเงื่อนไขของตัวแปรป้อนเข้า (input constraints) สามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$|u_j(k|k)| \leq u_{j,\max}, \quad j = 1, 2, \dots, n_u \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} X & * \\ Y^T & \tilde{Q} \end{bmatrix} \geq 0, \text{ with } X_{jj} \leq u_{j,\max}^2, j = 1, 2, \dots, n_u \quad (17)$$

สำหรับเงื่อนไขตัวแปรขาออก (output constraints) สามารถพิจารณาตามสมการ ณ ช่วงเวลาการสุ่มตัวอย่างที่ k ตามสมการต่อไปนี้

$$y(k+i|k) = Cx(k+i|k), i \geq 1 \quad (18)$$

เราแบ่งตัวแปรขาออกเป็นสองส่วน $\{y(k+1|k), Y_2^\infty\}$ และสามารถเขียนเงื่อนไขตัวแปรขาออกตามสมการที่ (19) และ (20)

$$\|C[A(p(k))x(k|k) + B(p(k))u(k|k)]\| \leq y_{\max} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{Q} & (A_j \tilde{Q} + B_j Y)^T C^T \\ C(A_j \tilde{Q} + B_j Y) & y_{\max}^2 \end{bmatrix} \geq 0, j = 1, 2, \dots, l \quad (20)$$

ในการคำนวณหาตัวแปรปรับที่เหมาะสม จากที่ได้กล่าวไปแล้วว่า เราแบ่ง ตัวแปรปรับออกเป็น 2 ส่วน $U_0^\infty = [u(k|k), U_1^\infty]$ ในส่วนแรกค่าตัวแปรปรับสามารถคำนวณจากการอิมพลีเมนต์ระบบได้โดยตรง และในส่วนที่สอง U_1^∞ คำนวณโดยการใช้สมการกฎการควบคุมแบบป้อนกลับตามสมการ (22) โดยที่ค่า อัตราขยายป้อนกลับ (feedback gain) คำนวณจากสมการที่ (21)

$$F(k) = Y(k)\tilde{Q}^{-1}(k) \quad (21)$$

$$U_1^\infty(k): \quad \{u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k), i \geq 1\} \quad (22)$$

อัลกอริทึมการควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟเดียว
(Quasi-min-max MPC with SLF)

ขั้นตอนที่ 1 : ณ เวลา k วัดค่าตัวแปร $x(k|k)$

ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{\gamma, Y, Q} \gamma$ ภายใต้เงื่อนไขสมการที่ (14)-(20) และคำนวณค่า $F(k) = YQ^{-1}$

ขั้นตอนที่ 3 : ในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับ ณ เวลา k สามารถคำนวณตัวแปรปรับออกมาได้

และ U_1^∞ คำนวณได้จากสมการ $u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k)$ นำไปควบคุมระบบ

ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

3.4 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (RMPC with PDLF)

ในส่วนของหัวข้อนี้ต้องการนำเสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม สำหรับระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงจากงานวิจัย [4] เค้าได้นำเสนอการสังเคราะห์ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่ต่อยอดจากงานวิจัย [1] พิจารณาให้เมทริกซ์ P_j ที่ใช้รับประกันเสถียรภาพในสมการเลียฟูโนฟ ($V = x^T P_j x$) ในแต่ละจุดยอดบนโพลีโทปเป็นค่าใดก็ได้ที่ทำให้ได้ค่าอัตราขยาย (Gain) ที่ดีที่สุดภายใต้ขอบเขตเงื่อนไขที่กำหนด ส่งผลให้มีจำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้น พบว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม ให้สมรรถนะที่ดีกว่าและผลลัพธ์อนุรักษ์ลดลง ซึ่งตัวควบคุมจะทำการคำนวณหาค่ากฎการป้อนกลับสถานะ (state feedback control law) ที่เหมาะสมจากการแก้ปัญหาคออปติไมซ์ภายใต้เงื่อนไขสมการที่ (24)-(27) ที่ทำให้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในสมการที่ (9) เป็นจริง ในส่วนถัดไปจะเป็นอัลกอริทึมและเงื่อนไขบังคับคงทนที่ใช้สำหรับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

อัลกอริทึม 3.4.1 พิจารณาระบบตามสมการที่ (6) กำหนดให้ ณ เวลาที่ k เราทราบค่าตัวแปรสแตต ($x(k | k)$), ค่าตัวแปรปรับสูงสุดที่ป้อนเข้า (y_{\max}), ค่าสูงสุดของตัวแปรขาออก (u_{\max}), เมทริกซ์น้ำหนัก Q และ R ที่มีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ (positive definite) นอกจากนี้ยังสมมติให้พารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลง (scheduling parameter, $p(k)$) สามารถวัดค่าได้จริง ณ เวลา k ค่า $Y_j > 0$, $G_j > 0$, $Q_j = Q_j^T > 0$ และค่า γ ที่น้อยที่สุดสามารถหาค่าได้จากการแก้ปัญหาออปติไมซ์ภายใต้เงื่อนไขต่อไปนี้

$$\min_{\gamma, Y_j, G_j, Q_j} \gamma \quad (23)$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} 1 & x(k/k)^T \\ x(k/k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, L \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} G_j + G_j^T - Q_j & (A_j G_j + B Y_j)^T & (Q_1^{\frac{1}{2}} G_j)^T & (R^{\frac{1}{2}} Y_j)^T \\ A_j G_j + B Y_j & Q_l & 0 & 0 \\ Q_1^{\frac{1}{2}} G_j & 0 & \gamma I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}} Y_j & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, L, \quad \forall l = 1, 2, \dots, L \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} X & Y_j \\ Y_j^T & G_j + G_j^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, L, \quad X_{hh} \leq u_{h, \max}^2, \quad h = 1, 2, \dots, n_u \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} S & C(A_j G_j + B Y_j) \\ (A_j G_j + B Y_j)^T C^T & G_j + G_j^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad (27)$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, L, \quad S_{rr} \leq y_{r, \max}^2, \quad r = 1, 2, \dots, n_y$$

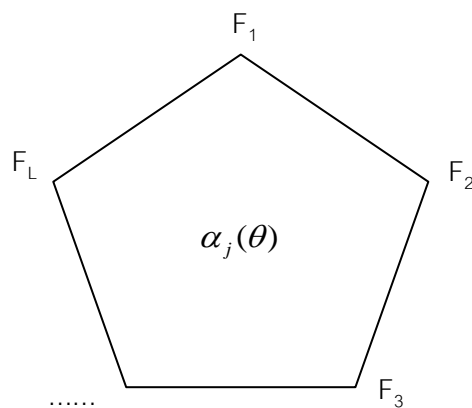
จากการแก้ปัญหาออปติไมซ์ จะได้ค่า $\gamma, F_j = Y_j G_j^{-1}, Q_j$ นำค่าที่ได้ไปคำนวณหาตัวแปรปรับที่เหมาะสมจากสมการกฎการควบคุมแบบป้อนกลับสถานะ (state feedback control law) ในการควบคุมกระบวนการให้ได้ค่าตามเป้าหมายที่ต้องการ

$$u(k+i|k) = F(\theta(k+1))x(k+i|k) \quad \forall i \geq 0 \quad (28)$$

โดยที่ เมทริกซ์แบบป้อนกลับสถานะ (state feedback matrix, F) คำนวณได้จากสมการ

$$F(\theta(k+1)) := \sum_{j=1}^L \alpha_j(\theta) F_j \text{ และค่า } F_j := Y_j G_j^{-1} \text{ โดยที่ } j \text{ แทนจุดยอดแต่ละจุดบนโพลีโทป}$$

ตามรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แสดงค่าเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ F_j แต่ละจุดบนโพลีโทป

อัลกอริทึมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียบูโนฟ ซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม (RMPC with PDLF)

ขั้นตอนที่ 1 : วัดค่า $x(k|k)$

ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{\gamma, Q_j} \gamma$ ภายใต้สมการที่ (24)-(27) คำนวณค่า $F_j := Y_j G_j^{-1}$ และ

$$F(\theta(k+1)) := \sum_{j=1}^L \alpha_j(\theta) F_j$$

ขั้นตอนที่ 3 : ประยุกต์ค่า $u(k+i|k) = F(\theta(k+1))x(k+i|k)$ ในการควบคุมระบบ

ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

3.5 การควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมในการควบคุมระบบเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (RMPC with PDLF+PERTURBATION)

จากงานวิจัย [8] ต้องการนำเสนอการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมโดยการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม โดยอัลกอริทึมในการคำนวณหาค่ากฎการควบคุมแบบป้อนกลับสถานะที่เหมาะสมของตัวควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ในส่วนแรกทำการคำนวณหาค่าเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะโดยใช้ฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ขึ้นกับตัวแปรเสริม ตามที่แสดงไว้ใน [4] และในส่วนที่สองเป็นการประยุกต์ใช้วิธีการเพอร์เทอร์เบชัน (perturbation) ในการคำนวณหาค่า $C_{optimal}$ บนตัวสัญญาณขาเข้า ส่งผลให้ประสิทธิภาพของตัวควบคุมดีขึ้นโดยพิสัยในการปรับค่าตัวแปรปรับมีช่วงการปรับที่กว้างขึ้น ในการสร้างโพลีโทพความไม่แน่นอนของตัวควบคุมนี้ทำได้ตามเงื่อนไขสมการ (29) โดยที่ Δp เป็นค่าขอบเขตการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน

$$\begin{aligned} \chi_K^{k+i}(x(k)) &= Co\{\Phi_K(p(k+i-1))z, \forall z \in vert\{\chi_K^{k+i-1}(x(k))\}, \forall p(k+i-1) \in \mathbf{P}^{k+i-1}\} \\ \mathbf{P}^{k+1} &= vert\{co\{p(k)^+ \Delta p\}\} \\ \mathbf{P}^{k+2} &= vert\{co\{p(k+1)^+ \Delta p\}\} \\ \mathbf{P}^{k+i-1} &= vert\{co\{p(k+i-2)^+ \Delta p\}\} \end{aligned} \quad (29)$$

อัลกอริทึม 3.4.1

ขั้นตอนที่ 1: ณ เวลาที่ k สามารถวัดค่าตัวแปรสแตต $x(k)$ และแก้ปัญหาคออปติไมซ์ภายใต้เงื่อนไขสมการ(30)-(33)ที่ทำให้ได้ค่า γ ที่น้อยที่สุดที่ทำให้เงื่อนไขดังกล่าวเป็นจริง

$$\begin{aligned} \min_{\gamma, Y_j, G_j, Q_j} \gamma \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} 1 & * \\ x(k/k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} G_j + G_j^T - Q_j & * & * & * \\ A_j G_j + B Y_j & Q_l & * & * \\ \theta^{\frac{1}{2}} G_j & 0 & \gamma I & * \\ R^{\frac{1}{2}} Y_j & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0, \forall j = 1, 2, \dots, L, \forall l = 1, 2, \dots, L \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} X & * \\ Y_j^T & G_j + G_j^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \forall j = 1, 2, \dots, L, X_{hh} \leq u_{h, \max}^2, h = 1, 2, \dots, n_u \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} S & * \\ (A_j G_j + B Y_j)^T C^T & G_j + G_j^T - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad (33)$$

$\forall j = 1, 2, \dots, L, S_{rr} \leq y_{r, \max}^2, r = 1, 2, \dots, n_y$

ในแต่ละรอบ สามารถคำนวณค่าเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ (state feedback matrix, F)

จากความสัมพันธ์ในสมการ $F(\theta(k+1)) := \sum_{j=1}^L \alpha_j(\theta) F_j$ โดยที่ค่า $F_j = Y_j G_j^{-1}$

ขั้นตอนที่ 2: เป็นการรบบกวนระบบด้วยวิธีการเพอร์เทอร์เบชันเพื่อที่จะหาค่า C_{optimal} จากค่า $\gamma, F_j = Y_j G_j^{-1}, Q_j$ ที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 1 นำค่าที่ได้ไปใช้ในการสร้างเงื่อนไขในการคำนวณหาค่า $C_{\text{opt}} = \{c(k+i/k)\}_{i=0}^{N-1}$ ที่ทำให้ J_i มีค่าน้อยที่สุด

$$\min_{J_i > 0, C_{\text{opt}}} \sum_{i=0}^N J_i \quad (34)$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} J_N & * \\ z(k+N/k) & \gamma^{-1} Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \forall j = 1, 2, \dots, L, \quad (35)$$

$\forall z(k+N/k) \in \text{vert}\{\chi_K^{k+N}(x(k))\}$

$$J_N \leq \gamma \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & |(K_j z(k+i/k) + c(k+i/k))_h| \leq u_{h, \max}, \forall i \in \{0, 1, \dots, N-1\}, \\ & \forall h \in \{1, 2, \dots, N_u\}, \forall z(k+i/k) \in \text{vert}\{\chi_K^{k+i}(x(k))\} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} |(Cz(k+i/k))_r| &\leq y_{r,\max}, \quad \forall i \in \{0,1,\dots,N-1\}, \\ \forall r \in \{1,2,\dots,N_y\}, \quad \forall z(k+i/k) &\in \text{vert}\{\chi_K^{k+i}(x(k))\} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I & * & * \\ \Theta^{\frac{1}{2}} z(k+i/k) & J_i I_{n_x} & * \\ R^{\frac{1}{2}} c(k+i/k) & 0 & J_i I_{n_u} \end{bmatrix} &\geq 0 \\ \forall i \in \{0,1,\dots,N-1\}, \quad \forall z(k+i/k) &\in \text{vert}\{\chi_K^{k+i}(x(k))\} \end{aligned} \quad (39)$$

ในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมโดยการรบกวนสัญญาณเข้าจากสมการกฎการควบคุมแบบป้อนกลับสถานะ (state feedback control law) ดังต่อไปนี้

$$u(k) = F(p(k))x(k) + c(k), \quad F(p(k)) = \sum_{j=1}^L p_j(k)F_j \quad (40)$$

อัลกอริทึมการควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมโดยการรบกวนสัญญาณเข้า
(RMPC with PDLF+PERTURBATION)

ขั้นตอนที่ 1 : วัดค่า $x(k|k)$

ขั้นตอนที่ 2 : คำนวณ $\min_{y,G,\theta_j} \gamma$ ภายใต้สมการที่ (30)-(33) คำนวณค่า $F_j := Y_j G_j^{-1}$ และ

$$F(\theta(k+1)) := \sum_{j=1}^L \alpha_j(\theta) F_j$$

ขั้นตอนที่ 3 : คำนวณหาค่า $C_{opt} = \{c(k+i/k)\}_{i=0}^{N-1}$ ที่ทำให้สมการ (34) มีค่าน้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไขสมการ (35)-(39)

ขั้นตอนที่ 4 : คำนวณหาค่า $u(k) = F(p(k))x(k) + c(k)$ และประยุกต์ค่าตัวแปรปรับที่ได้ในการควบคุมระบบ

ขั้นตอนที่ 4 : $k \leftarrow k+1$ และกลับเข้าสู่ขั้นตอนที่ 1

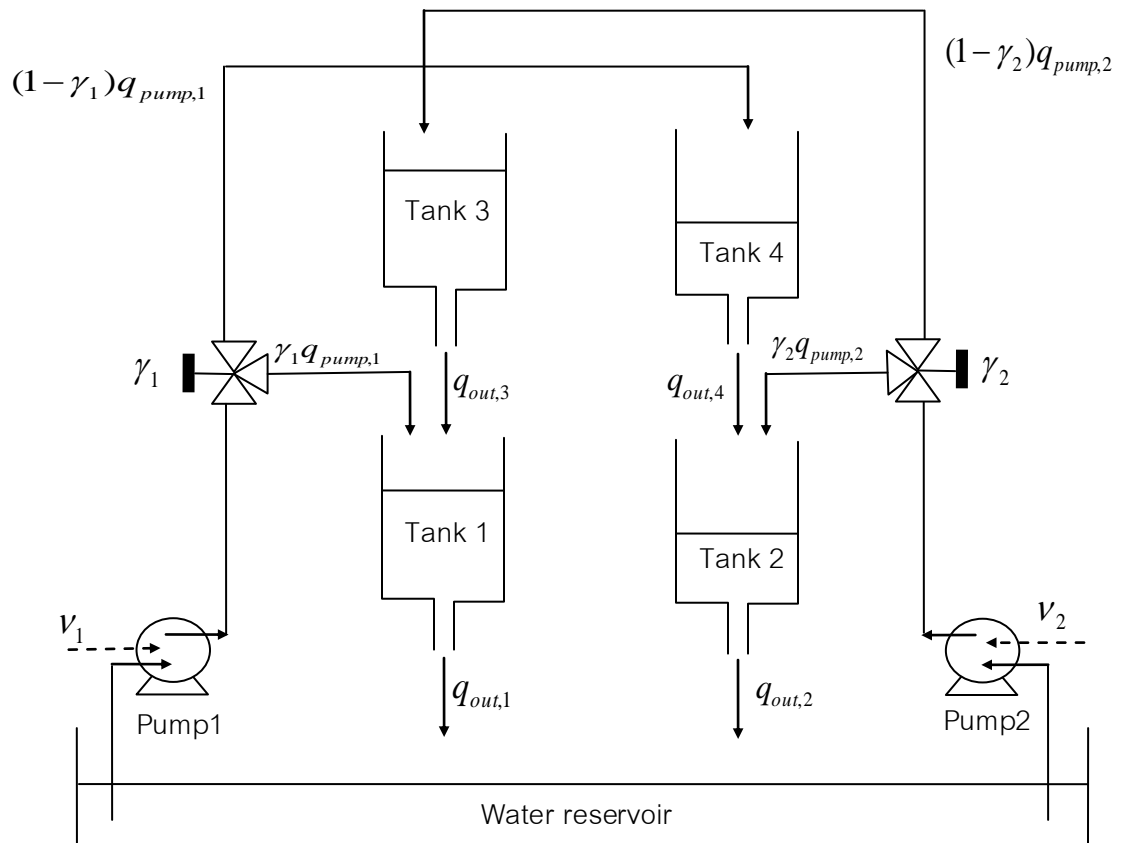
บทที่ 4

ระบบสี่ถัง

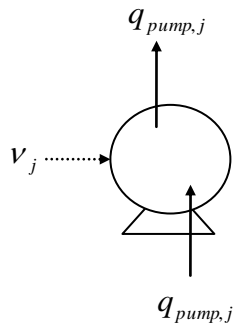
ในบทนี้แสดงแบบจำลองของระบบสี่ถัง โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 ส่วน ในส่วนของหัวข้อ 4.1 อธิบายเกี่ยวกับโครงสร้างของระบบสี่ถัง และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสี่ถังที่ได้จากการทำดุลมวลสาร ในส่วนหัวข้อ 4.2 แสดงวิธีการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงสำหรับระบบสี่ถัง และในส่วนหัวข้อสุดท้ายจะพูดถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

4.1 ระบบสี่ถัง

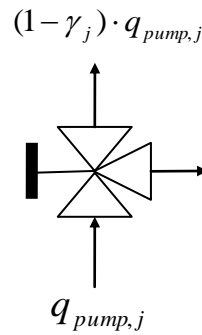
ระบบสี่ถังเป็นระบบที่นิยมใช้เป็นตัวแทนของกระบวนการที่มีหลายตัวแปร ซึ่งแบบจำลองมีความไม่เป็นเชิงเส้น โดยโครงสร้างระบบสี่ถังประกอบไปด้วย ถังสี่ใบที่มีขนาดเท่ากัน ปริมาตร 2 ตัว ทิศทางการไหลของน้ำแสดงไว้ในรูป 4.1 ในที่นี้ตัวแปรรับของกระบวนการคือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนเข้าสู่ปั๊มตัวที่ 1 และ 2 ตัวแปรควบคุมคือระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 จากรูปที่ 4.2 อัตราส่วนของน้ำที่ส่งจากปั๊มไปยังถังด้านบนและถังคู่ล่างโดยการปรับค่าวาล์วสามทาง ทิศทางการไหลของน้ำจากปั๊มตัวที่ 1 ถูกส่งไปยังถังใบที่ 1 และ 4 และทิศทางการไหลของน้ำจากปั๊มตัวที่ 2 ถูกส่งไปยังถังใบที่ 2 และ 3 ในการปรับค่าสัดส่วนของวาล์วสามทางส่งผลให้ระบบเกิดสภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดโดยจุดประสงค์ของงานวิจัยต้องการนำเสนอการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขคงทนสำหรับกระบวนการที่พารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาภายใต้ขอบเขตความไม่แน่นอนของโพลีโทปที่สร้างขึ้น เพื่อใช้ควบคุมระดับน้ำภายในถังของระบบสี่ถังและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลเยอร์โนฟเดี่ยว , ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับโดยใช้เลเยอร์โนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลเยอร์โนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมภายใต้สภาวะที่ระบบมีการเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 4.1 ระบบสี่ถังและตัวแปรที่เกี่ยวข้อง

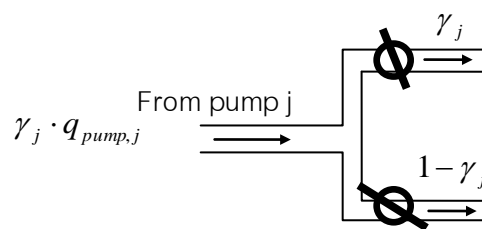


(ก) แสดงทิศทางการ
ป้อนค่าแรงดันไฟฟ้า v_j
ที่ป้อนให้แก่ปั๊มตัวที่ j



(ข) ทิศทางการไหลของน้ำจาก
การปรับค่าวาล์วสามทางในที่นี้
กำหนดให้ค่าคงที่ $\gamma_j \in (0,1)$

รูปที่ 4.2 สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.3 แสดงทิศทางการไหลของน้ำจากการปรับค่าอัตราส่วนวาล์วสามทางตัวที่ j
โดยสัดส่วนของน้ำที่ป้อนเข้าขึ้นกับค่า γ_j และค่า $1-\gamma_j$

4.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสี่ถัง

ในส่วนหัวข้อ 4.1.1 อธิบายเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบสี่ถังที่ได้จากการทำดุลมวลสารของระบบ ตามภาพที่ 4.1 กำหนดให้ $q_{pump,i}$ และ $q_{out,i}$ แทนอัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้าถังที่ i และอัตราการไหลของน้ำที่ไหลออกจากถังที่ i สามารถเขียนสมการในการหาปริมาตรของของเหลวที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาของระบบสี่ถังได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{d(\rho V_i)}{dt} = \rho q_{pump,i} - \rho q_{out,i} \quad (41)$$

กำหนดสมมติฐานต่างๆสำหรับกระบวนการแสดงดังต่อไปนี้

1. ความหนาแน่นของน้ำมีค่าคงที่ เท่ากับ 1000 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร
2. ขนาดของถังทรงกระบอกทั้งสี่ใบมีขนาดเท่ากัน มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 80 ตารางเซนติเมตร
3. คุณสมบัติของระบบไม่มีการเปลี่ยนแปลง เนื่องจากการทดลองทำที่อุณหภูมิห้องในห้องปฏิบัติการ
4. เป็นระบบที่ของเหลวไม่อัดตัวและลักษณะการไหลเป็นแบบราบเรียบ
5. ค่าแรงเสียดทานจากการไหลภายในท่อน้อยมาก
6. ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกมีค่าคงที่ เท่ากับ 981 ตารางเซนติเมตรต่อวินาที

จากสมการความสัมพันธ์ในการปริมาตร $V = Ah$ สามารถคำนวณหาปริมาตรของระดับน้ำภายในถัง โดยที่ h_i แทนระดับน้ำในถังที่ i จากนั้นแทนค่าความสัมพันธ์สมการในการหาปริมาตรลงในสมการที่ (41) จัดรูปสมการใหม่ได้

$$A \frac{dh_i}{dt} = q_{pump,i} - q_{out,i} \quad (42)$$

จากสมการ Bernoulli's Law สำหรับระบบที่ของเหลวไม่อัดตัว แสดงดังต่อไปนี้

$$p + \frac{1}{2} \rho v_w^2 + \rho gh = const. \quad (43)$$

กำหนดให้ที่บริเวณผิวของน้ำค่า ($v_w = 0$) และบริเวณพื้นผิวใต้ถังแต่ละใบ ($h=0$) ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการอัตราการไหลของน้ำที่ไหลออกจากท่อตามสมการต่อไปนี้

$$q_{out,i} = o v_{w,i} = o \sqrt{2g} \sqrt{h} \quad (44)$$

ในงานวิจัยต้องการควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 โดยการปรับค่าแรงดันไฟฟ้าป้อนเข้าสู่ปั๊ม ตามสมการ $q_{pump,i} = k_p v_i$ ใช้ในการคำนวณหาอัตราการไหลของน้ำจากปั๊มที่ป้อนเข้าสู่ระบบ ตารางที่ 4.1 แสดงอัตราการไหลของน้ำที่ป้อนจากปั๊มตัวที่ 1 และ 2 เข้าสู่ระบบ

	ถังใบที่ 1	ถังใบที่ 2	ถังใบที่ 3	ถังใบที่ 4
ปั๊มน้ำตัวที่ 1	$\gamma_1 k_p \cdot v_1$	-	-	$(1-\gamma_1) k_p \cdot v_1$
ปั๊มน้ำตัวที่ 2	-	$\gamma_2 k_p \cdot v_2$	$(1-\gamma_2) k_p \cdot v_2$	-

ตารางที่ 4.1 อัตราการไหลเข้าของน้ำที่เกิดจากปั๊มน้ำตัวที่ 1 และ 2

จากสมการ 42 สามารถเขียนสมการสมดุลมวลสารรอบถังแต่ละใบได้ดังต่อไปนี้ สำหรับถังใบที่ 1

$$A \frac{dh_1}{dt} = \gamma_1 q_{pump,1} + o v_{w,3} - o v_{w,1} \quad (45)$$

$$A \frac{dh_1}{dt} = \gamma_1 k_p v_1 + o \sqrt{2g} \sqrt{h_3} - o \sqrt{2g} \sqrt{h_1} \quad (46)$$

$$\frac{dh_1}{dt} = (\gamma_1 k_p v_1 + o \sqrt{2g} \sqrt{h_3} - o \sqrt{2g} \sqrt{h_1}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (47)$$

สำหรับถังใบที่ 2

$$A \frac{dh_2}{dt} = \gamma_2 q_{pump,2} + o v_{w,4} - o v_{w,2} \quad (48)$$

$$A \frac{dh_2}{dt} = \gamma_2 k_p v_2 + o \sqrt{2g} \sqrt{h_4} - o \sqrt{2g} \sqrt{h_2} \quad (49)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = (\gamma_2 k_p v_2 + o \sqrt{2g} \sqrt{h_4} - o \sqrt{2g} \sqrt{h_2}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (50)$$

สำหรับถังใบที่ 3

$$A \frac{dh_3}{dt} = (1-\gamma_2) q_{pump,2} - o v_{w,3} \quad (51)$$

$$A \frac{dh_3}{dt} = (1-\gamma_2) k_p v_2 - o \sqrt{2g} \sqrt{h_3} \quad (52)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = ((1-\gamma_2) k_p v_2 - o \sqrt{2g} \sqrt{h_3}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (53)$$

สำหรับถังใบที่ 4

$$A \frac{dh_4}{dt} = (1 - \gamma_1) q_{pump,1} - o v_{w,4} \quad (54)$$

$$A \frac{dh_4}{dt} = (1 - \gamma_1) k_p v_1 - o \sqrt{2g} \sqrt{h_4} \quad (55)$$

$$\frac{dh_4}{dt} = ((1 - \gamma_1) k_p v_1 - o \sqrt{2g} \sqrt{h_4}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (56)$$

สรุปสมการสมดุลมวลสารของระบบกระบวนการสี่ถังจากสมการที่ (47),(50),(53) และ (56)

$$\dot{h}_1 = (\gamma_1 k_p v_1 + o \sqrt{2g} \sqrt{h_3} - o \sqrt{2g} \sqrt{h_1}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (57)$$

$$\dot{h}_2 = (\gamma_2 k_p v_2 + o \sqrt{2g} \sqrt{h_4} - o \sqrt{2g} \sqrt{h_2}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (58)$$

$$\dot{h}_3 = ((1 - \gamma_2) k_p v_2 - o \sqrt{2g} \sqrt{h_3}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (59)$$

$$\dot{h}_4 = ((1 - \gamma_1) k_p v_1 - o \sqrt{2g} \sqrt{h_4}) \times \left(\frac{1}{A}\right) \quad (60)$$

โดยที่	A	คือ พื้นที่หน้าตัดของถังที่ i
	V_i	คือ ปริมาตรของน้ำในถังที่ i
	h_i	คือ ระดับความสูงของน้ำในถังที่ i
	$q_{pump,i}$	คือ อัตราการไหลของน้ำเข้าระบบถังที่ i
	$q_{out,i}$	คือ อัตราการไหลของน้ำออกจากระบบถังที่ i
	o	คือ พื้นที่หน้าตัดของท่อได้ถัง
	g	คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
	k_p	คือ ค่าคงที่การไหลของปั๊ม
	γ_i	คือ สัดส่วนในการปรับวาล์วสามทางตัวที่ i
	v_i	คือ แรงดันไฟฟ้าที่ป้อนให้กับปั๊มตัวที่ i

4.2 วิธีการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงของระบบสี่ถัง

จากทฤษฎีในบทที่ 3 เกี่ยวกับการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV system) โดยพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงจะเรียกว่า scheduling parameter มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับตัวแปรของสแตต ภายใต้ขอบเขตของโพลีโทปที่สร้างขึ้น รูปแบบสมการเชิง

เส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) ที่พบบ่อยแสดงอยู่ในรูปปริภูมิสถานะแบบวิยุต ดังสมการต่อไปนี้

$$\dot{x} = A(p)x + Bu, \quad p \in \Omega \quad (61)$$

จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ดังตามสมการ (57)-(60) สามารถจัดรูปใหม่ให้อยู่ในรูปแบบสมการปริภูมิสถานะ โดยจัดเทอม $\sqrt{h_i}$ ที่มีความไม่แน่นอนเนื่องจากมีความไม่เป็นเชิงเส้นในเมทริกซ์ A ดังนั้นจะได้แบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV) ตามสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \\ \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{o\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_1(i)}} & 0 & \frac{o\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_3(i)}} & 0 \\ 0 & -\frac{o\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_2(i)}} & 0 & \frac{o\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_4(i)}} \\ 0 & 0 & -\frac{o\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_3(i)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{o\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_4(i)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1(i) \\ h_2(i) \\ h_3(i) \\ h_4(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\kappa_p \gamma_1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{\kappa_p \gamma_2}{A} \\ 0 & \frac{\kappa_p (1-\gamma_2)}{A} \\ \frac{\kappa_p (1-\gamma_1)}{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (62)$$

ในที่นี้ตัวแปรสแตต h_i แทนระดับน้ำในถังที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ กำหนดให้ $p(k)$ เป็นพารามิเตอร์ที่สามารถวัดค่าได้จริง ณ เวลาปัจจุบัน ขึ้นกับตัวแปรสแตต มีชื่อเรียกว่าพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลง (scheduling parameter) โดยมีค่าเปลี่ยนแปลงภายใต้ขอบเขตของโพลีโทปที่สร้างขึ้น ซึ่งในงานวิจัยพิจารณาขอบเขตช่วงการเปลี่ยนแปลงค่าตามความสูงของถังแต่ละใบในช่วง 0 ถึง 30 เซนติเมตรตามงานวิจัยของ Morari และคณะ [9] ซึ่งจากสมการ (62) สังเกตว่าเฉพาะเมทริกซ์ A ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเพราะมีเทอมของพารามิเตอร์ที่มีความไม่แน่นอนเนื่องจากแบบจำลองมีความไม่เป็นเชิงเส้น ($\sqrt{h_i}$) โดยมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับตัวแปรสแตต ณ เวลาปัจจุบันและเมทริกซ์ B เป็นค่าคงที่ จากนั้นอาศัยวิธีการ Euler's Forward Differential ในการจัดรูปแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงของระบบสี่ดังจากสมการ (62) ให้อยู่ในรูปของสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุต ซึ่งมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\dot{x}(t_k) \approx \frac{x(t_{k+1}) - x(t_k)}{\Delta T} \quad (63)$$

แทนค่าสมการ (63) ลงในสมการ (62) กำหนดให้เวลาที่ใช้ในการสูมเท่ากับ 24 วินาทีจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\begin{bmatrix} h_1(i+1) \\ h_2(i+1) \\ h_3(i+1) \\ h_4(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_1(i)}} & 0 & \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_3(i)}} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_2(i)}} & 0 & \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_4(i)}} \\ 0 & 0 & 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_3(i)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{h_4(i)}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1(i) \\ h_2(i) \\ h_3(i) \\ h_4(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta t\kappa_p\gamma_1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t\kappa_p\gamma_2}{A} \\ 0 & \frac{\Delta t\kappa_p(1-\gamma_2)}{A} \\ \frac{\Delta t\kappa_p(1-\gamma_1)}{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (64)$$

จากสมการ (64) ทำให้อยู่ในรูปของรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) โดยกำหนดให้ $\bar{h}_i = h_i - h_{ss,i}$, $\bar{v}_j = v_j - \bar{v}_{ss,j}$ โดยที่ \bar{h}_i และ \bar{v}_j เป็นตัวแปรที่อยู่ในรูปค่าเบี่ยงเบน ส่วน $h_{ss,i}$ และ $v_{ss,i}$ คือตัวแปรในสภาวะคงตัว โดยที่ตัวแปร $i = 1, 2, 3, 4$ แทนถึงที่ และตัวแปร $j = 1, 2$ แทนตัวแปรปรับที่ ตามลำดับ จัดรูปสมการใหม่ จะได้สมการเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงในรูปแบบวิฤตดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \bar{h}_1(i+1) \\ \bar{h}_2(i+1) \\ \bar{h}_3(i+1) \\ \bar{h}_4(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{\bar{h}_1(i) + h_{ss,1}}} & 0 & \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{\bar{h}_3(i) + h_{ss,3}}} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{\bar{h}_2(i) + h_{ss,2}}} & 0 & \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{\bar{h}_4(i) + h_{ss,4}}} \\ 0 & 0 & 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{\bar{h}_3(i) + h_{ss,3}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{o\Delta t\sqrt{2g}}{A\sqrt{\bar{h}_4(i) + h_{ss,4}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{h}_1(i) \\ \bar{h}_2(i) \\ \bar{h}_3(i) \\ \bar{h}_4(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta t\kappa_p\gamma_1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t\kappa_p\gamma_2}{A} \\ 0 & \frac{\Delta t\kappa_p(1-\gamma_2)}{A} \\ \frac{\Delta t\kappa_p(1-\gamma_1)}{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

ผลของพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากการแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง (LPV model) ถูกแสดงไว้ในส่วนของบทที่ 5

4.3 ระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

ในส่วนของหัวข้อ 4.3 จะพูดถึงพารามิเตอร์ที่ใช้ในกรณีต่างๆ และการปรับค่าวาล์วสามทางมีผลต่อระบบในการเกิดสภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดโดยตารางที่ 4.2 และ 4.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง และตารางที่ 4.3 แสดงระดับน้ำที่สภาวะคงตัวของระบบวงเปิด ในที่นี้กำหนดให้ P- แสดงถึงสภาวะการดำเนินงานที่ระบบสี่ถึงมีพฤติกรรมเฟสต่ำสุดและ P+ แสดงถึงสภาวะดำเนินงานของระบบสี่ถึงมีพฤติกรรมไม่มีเฟสต่ำสุด

ตารางที่ 4.2 ค่าพารามิเตอร์ที่สถานะคงตัวในกรณีที่ระบบในสภาวะเฟสต่ำสุดและระบบในสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

	P-	P+
$(h_{1,ss}, h_{2,ss})[cm]$	(14.98, 14.98)	(15.0, 15.0)
$(h_{3,ss}, h_{4,ss})[cm]$	(1.35, 1.35)	(7.35, 7.35)
$(v_{1,ss}, v_{2,ss})[V]$	(9.25, 9.25)	(9.25, 9.25)
$(k_1, k_2)[cm^3 / Vs]$	(3.3, 3.3)	(3.3, 3.3)
(γ_1, γ_2)	(0.7, 0.7)	(0.3, 0.3)

ตารางที่ 4.3 ความสูงของน้ำเริ่มต้นในถังแต่ละใบที่ในกรณีต่างๆ

ถังที่	ความสูงของน้ำเริ่มต้นภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด (เซนติเมตร)	ความสูงของน้ำเริ่มต้นภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด (เซนติเมตร)
1	10	18
2	10	18
3	1	18
4	1	18

ตารางที่ 4.4 ค่าคงที่ต่างๆของกระบวนการ

	สัญลักษณ์	ค่าคงที่	หน่วย
พื้นที่หน้าตัดของถัง	A	80	cm^2
ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก	g	981	cm/s^2
ค่าคงที่การไหลของปั๊มแต่ละตัว	k_p	3.3	cm^3/sV
พื้นที่หน้าตัดของท่อใต้ถัง	o	0.178	cm^2

การควบคุมระดับน้ำของระบบสี่ถังภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดเกิดจากการปรับทิศทางของวาล์ว γ_1 และ γ_2 ตามรูป 4.1 โดยกำหนดให้วาล์วทั้งสองฝั่งปรับค่าเท่ากัน งานวิจัยของ Johansson และคณะ [11] ได้อธิบายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ในการปรับค่าสัดส่วนของวาล์วสามทางว่าผลรวมจากการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในช่วง $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$ ระบบสี่ถังจะเกิดกรณีที่ไม่มีเฟสต่ำสุดและถ้าผลรวมจากการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางอยู่ในช่วง $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$ ระบบสี่ถังจะเกิดกรณีที่มีเฟสต่ำสุด โดยทิศทางการไหลของน้ำจะไหลเข้าสู่ถังคู่ล่างมากกว่าถังคู่บน ในที่นี้กำหนดให้ระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด ค่า $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.7$ ทิศทางการไหลของน้ำจะไหลเข้าถัง 1 และ 2 มากกว่าถัง 3 และ 4 การควบคุมระบบสามารถทำได้ง่าย เพราะสามารถปรับค่าอัตราการไหลที่ป้อนเข้าสู่ระบบจากบั้งทั้งสองตัวได้โดยตรง และทิศทางการไหลของน้ำจากถัง 3 และ 4 ส่งผลต่อการควบคุมน้อยมาก ในส่วนกรณีที่ระบบภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดกำหนดให้ค่า $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.3$ ทิศทางการไหลของน้ำจะไหลเข้าสู่ถังคู่บนมากกว่า ดังนั้นในการควบคุมระดับน้ำในถัง 1 และ 2 ทำได้ยากกว่า เนื่องจากการปรับค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนแก่บั้งมากและน้อยเกิน ส่งผลทำให้เกิดการตอบสนองตรงกันข้าม (inverse response) ในขณะที่ต้องการควบคุมปริมาณน้ำในถังคู่ล่าง ก็ต้องคอยระวังไม่ให้ระดับน้ำในถังคู่บนล้นออกจากถังด้วย ลักษณะการควบคุมทำได้ยาก เพราะขึ้นกับตัวแปรหลายตัว

บทที่ 5

ผลการจำลองและการวิเคราะห์ข้อมูล

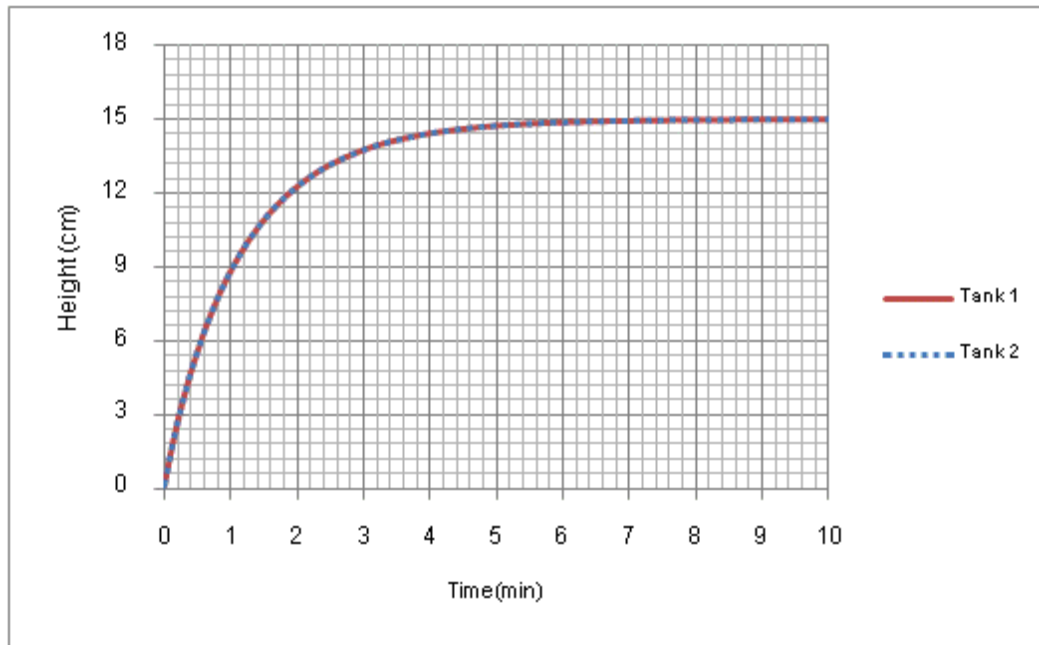
ในส่วนผลการจำลองและการวิเคราะห์ข้อมูลในบทนี้ประกอบไปด้วย 3 ส่วนด้วยกัน ส่วนแรกแสดงผลการจำลองของระบบสี่ถึงภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด โดยหัวข้อ 5.1 พูดถึงพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นแสดงผลที่ได้จากแบบจำลอง ในกรณีที่ระบบไม่มีตัวควบคุมระบบ จากนั้นเปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบกับแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงที่สร้างขึ้น (LPV model) ในส่วนหัวข้อ 5.2 แสดงผลที่ได้จากการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว, ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม ในส่วนของหัวข้อสุดท้ายสรุปผลของระยะเวลาในการคำนวณแก้ปัญหาออปติไมซ์ของตัวควบคุมแต่ละตัวควบคุม

5.1 พฤติกรรมของระบบสี่ถึงภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

ในงานวิจัยได้พิจารณาแบบจำลองของระบบสี่ถึงที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นในกรณีที่ไม่มีตัวควบคุมทั้งในสภาวะที่มีเฟสต่ำสุดและสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด ทำการป้อนค่าแรงดันไฟฟ้าให้กับบีมตัวที่ 1 และ 2 เท่ากับ 9.25 โวลท์ พฤติกรรมของระบบที่ได้จากแบบจำลองแสดงในหัวข้อต่อไป

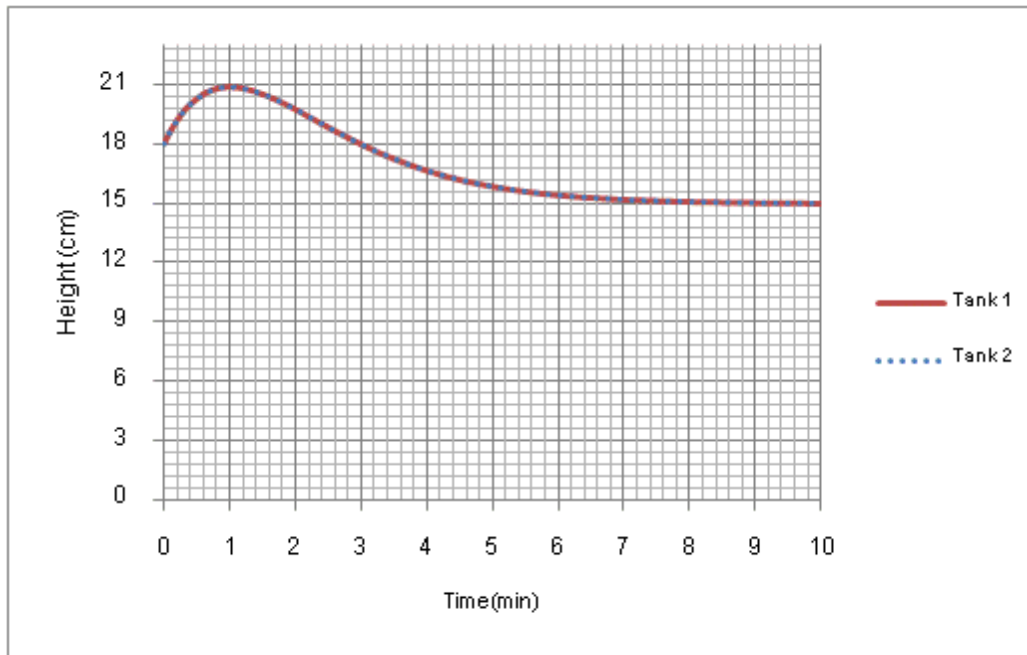
5.1.1 พฤติกรรมของระบบสี่ถึงบนแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น

จากรูปที่ 4.1 แสดงโครงสร้างของระบบสี่ถึงที่ใช้เป็นตัวแทนของระบบที่มีหลายตัวแปรซึ่งงานวิจัยได้ทำการควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2 โดยพิจารณาระบบสี่ถึงภายใต้สภาวะ 2 สภาวะด้วยกัน คือ 1ระบบสี่ถึงภายใต้สภาวะเฟสต่ำสุด 2)ระบบสี่ถึงภายใต้สภาวะไม่มีเฟสต่ำสุดโดยพฤติกรรมที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ถึงในกรณีที่ระบบไม่มีตัวควบคุมแสดงในรูปที่ 5.1 ตามลำดับ



รูปที่ 5.1 แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2

จากรูปที่ 5.1 แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2 โดยกำหนดให้ระดับน้ำเริ่มต้นเท่ากับ 0.1 เซนติเมตร และจ่ายแรงดันไฟฟ้าให้กับปั๊มทั้งสองตัวเท่ากันเท่ากับ 9.25 โวลต์ ในกรณีที่ระบบเป็นระบบวงเปิดระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 เข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวที่ระดับความสูงของน้ำ 14.98 เซนติเมตร และระดับน้ำในถังใบที่ 3 และ 4 เข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวที่ระดับความสูงของน้ำ 1.35 เซนติเมตร เนื่องจากการปรับค่าวาล์วสามทาง (γ_i) เท่ากับ 0.7 ทำให้ทิศทางการไหลของน้ำไหลเข้าสู่ถังใบที่ 1 และ 2 มากกว่า ถังใบที่ 3 และ 4 ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมของระบบสี่ถังภายใต้สภาวะเฟสต่ำสุด โดยระดับน้ำในถังคู่ล่างมีระดับสูงกว่าระดับน้ำในถังคู่บน ในส่วนรูปที่ 5.2 แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2

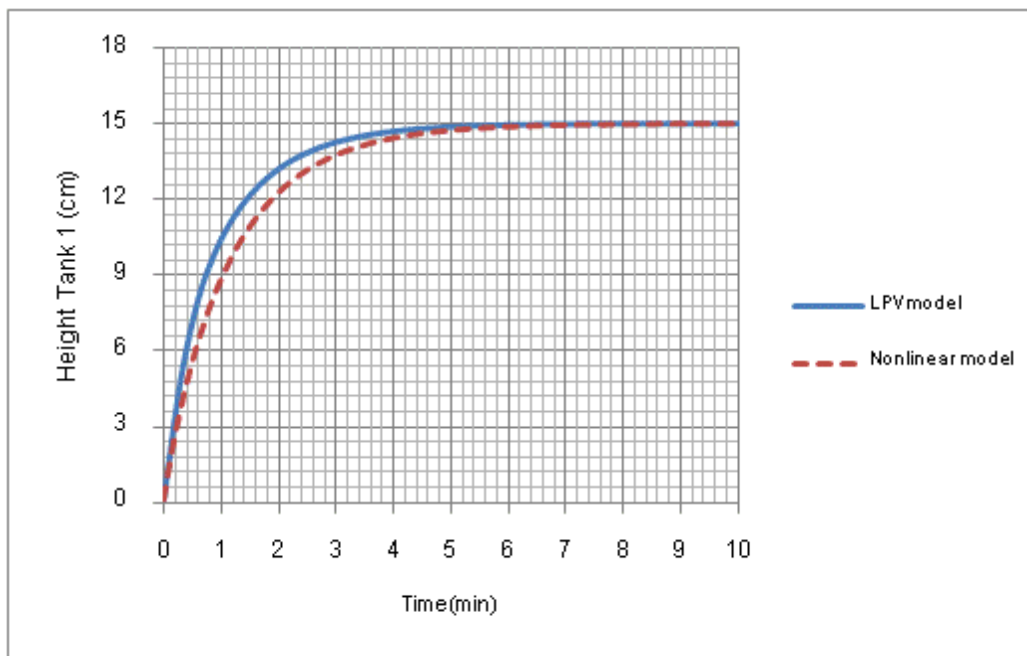


รูปที่ 5.2 แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2

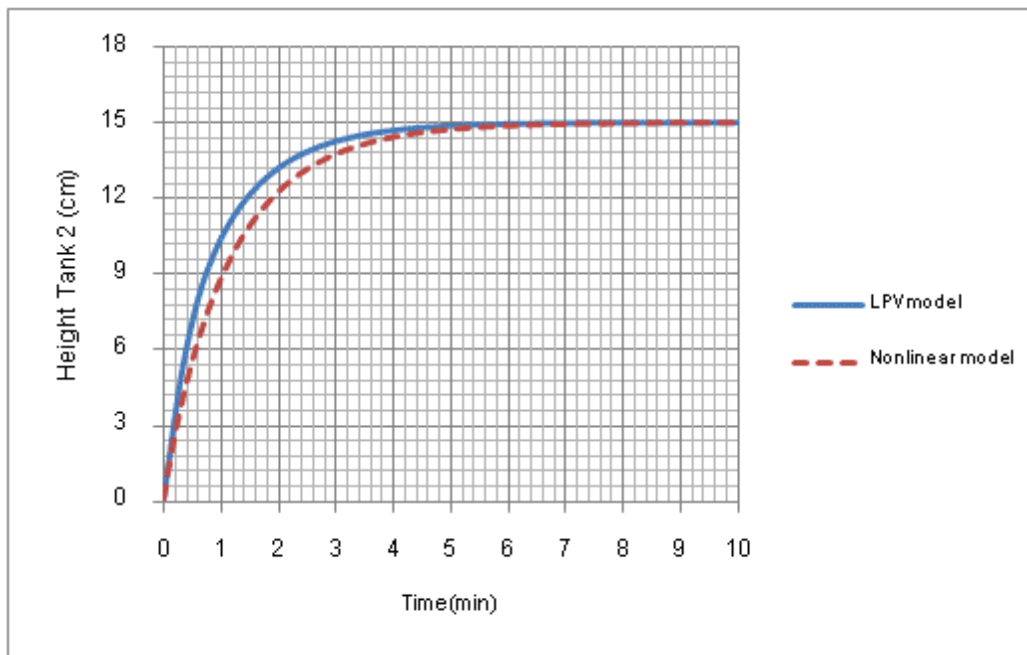
ในกรณีของระบบภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดทิศทางการไหลของน้ำขึ้นกับการปรับค่าวาล์วสามทางโดยกำหนดให้ค่า (γ_i) เท่ากับ 0.3 ระดับน้ำเริ่มต้นของถังใบที่ 1, 2, 3 และ 4 เท่ากับ 18 เซนติเมตร จ่ายแรงดันไฟฟ้าให้กับปั๊มทั้งสองตัวเท่ากันเท่ากับ 9.25 โวลต์ ทิศทางการไหลของน้ำจะไหลเข้าสู่ถังใบที่ 3 และ 4 มากกว่าถังใบที่ 1 และ 2 ทำให้การควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 ทำได้ยากเนื่องจากการปรับค่าตัวแปรปรับขึ้นกับระดับความสูงของน้ำในถังคู่บน ทำให้การปรับค่าค่าแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายแก่ปั๊มมีขอบเขตที่จำกัด จากรูปในช่วงแรกระดับน้ำภายในถังที่ 1 และ 2 มีแนวโน้มสูงขึ้นและในนาที่ที่ 1 แนวโน้มของระดับน้ำค่อยๆลดลงจนเข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวที่ระดับความสูงของน้ำเท่ากับ 15 เซนติเมตร และระดับความสูงของน้ำภายในถังที่ 3 และ 4 เท่ากับ 7.35 เซนติเมตร เนื่องจากทิศทางการไหลของน้ำเข้าสู่ถังคู่บนมากกว่า ทำให้ระดับน้ำของถังคู่บนเพิ่มสูงขึ้นส่งผลให้น้ำไหลลงจากถังคู่บนลงสู่ถังคู่ล่างเร็วขึ้นตามความสัมพันธ์จากสมการ $q_{out} = o\sqrt{2gh_i}$ ทำให้ในช่วงแรกทิศทางการไหลของน้ำที่ไหลเข้าสู่ถังคู่ล่างเพิ่มสูงขึ้นจนถึงเวลาหนึ่งระดับน้ำในถังคู่ล่างเข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวในทิศทางที่ตรงกันข้าม เราจะเรียกพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้ว่าการตอบสนองตรงกันข้าม (inverse response) ซึ่งมักจะพบในระบบที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

5.1.2 พฤติกรรมของระบบสี่ถังบนแบบจำลองพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา

ในส่วนของหัวข้อนี้นำเสนอแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่สร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นตัวแทนพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น โดยแบบจำลองที่สร้างขึ้นแสดงอยู่ในรูปแบบของสมการปริภูมิสถานะแบบวิยุตโดย กำหนดให้ช่วงเวลากการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 24 วินาที เปรียบเทียบพฤติกรรมที่ได้จากแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับแบบจำลองของระบบสี่ถังที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1 และ 2 ในรูปที่ 5.3 และ 5.4 ตามลำดับ

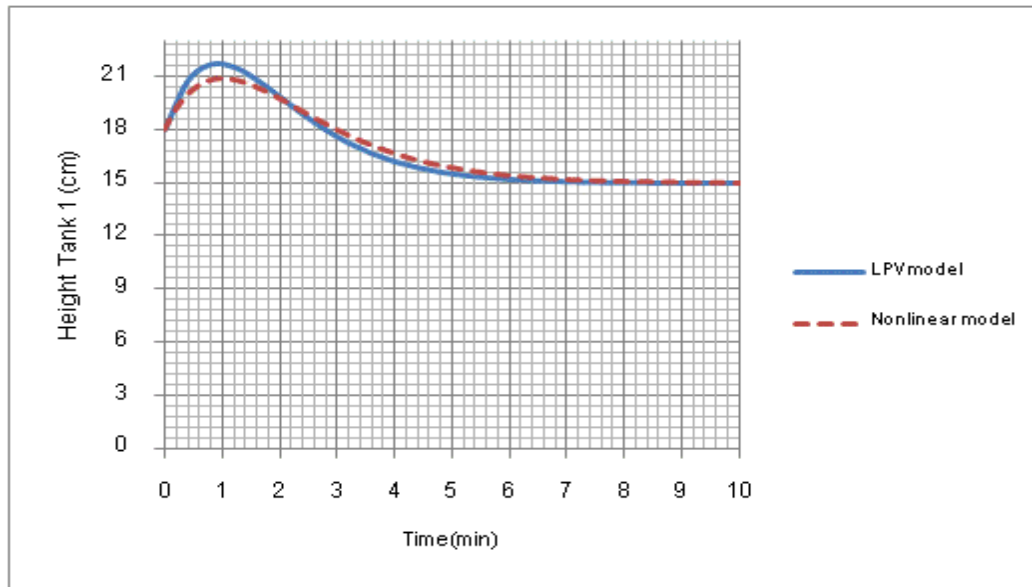


รูปที่ 5.3 เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1

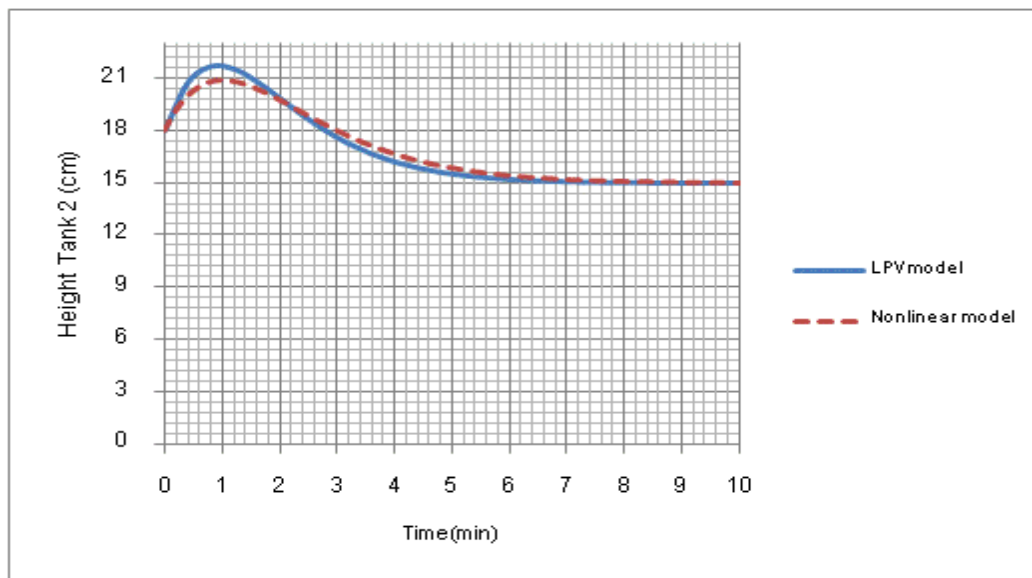


รูปที่ 5.4 เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2

จากรูปที่ 5.3 และ 5.4 แสดงให้เห็นพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่เกิดขึ้นจากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่สร้างขึ้น ระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 เข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวที่ระดับความสูงของน้ำ 14.98 เซนติเมตร และระดับน้ำในถังใบที่ 3 และ 4 เข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวที่ระดับความสูงของน้ำ 1.35 เซนติเมตร โดยกำหนดให้ระดับความสูงของน้ำเริ่มต้นในถังเท่ากับ 0.1 เซนติเมตร พฤติกรรมที่เกิดขึ้นมีลักษณะใกล้เคียงกับแบบจำลองที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ถัง แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบสี่ถังได้



รูปที่ 5.5 เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1



รูปที่ 5.6 เปรียบเทียบพฤติกรรมของระบบสี่ถังที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลากับพฤติกรรมของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2

จากรูปที่ 5.5 และ 5.6 แสดงพฤติกรรมของระบบสี่ถึงที่ได้จากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดที่เกิดขึ้น ในช่วงแรกระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น จนถึงนาที่ที่ 1 แนวโน้มของระดับน้ำเริ่มลดลงจนเข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวที่ระดับความสูงของน้ำ 15 เซนติเมตร และถึงใบที่ 3 และ 4 ระดับน้ำเข้าสู่ภาวะสถานะคงตัว ที่ระดับความสูงของน้ำ 7.35 เซนติเมตร ซึ่งสอดคล้องกับแบบจำลองไม่เป็นเชิงเส้นของระบบสี่ถึงที่เสนอไปในหัวข้อก่อนหน้านี้ แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงที่สร้างขึ้นสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบสี่ถึงได้

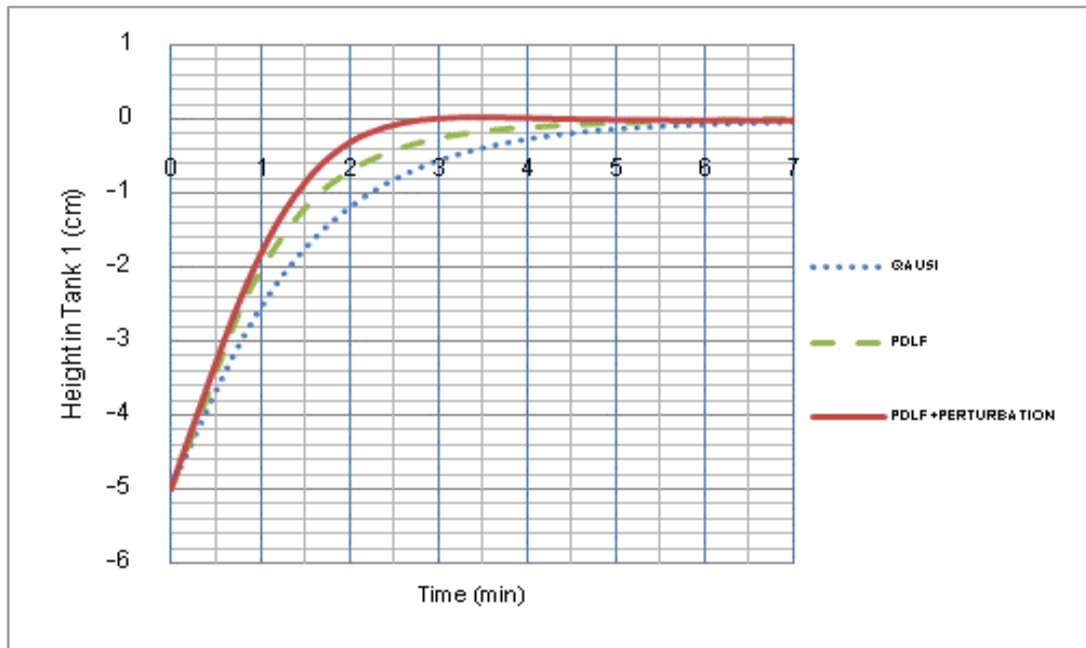
5.2 ผลการควบคุมของระบบสี่ถึงในกรณีต่างๆ

ในงานวิจัยทำการศึกษากการควบคุมระบบสี่ถึงซึ่งเป็นตัวแทนของระบบที่มีหลายตัวแปรโดยจะพิจารณาระบบภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดในที่นี้ทำการควบคุมระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 โดยใช้ตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว, ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมที่พัฒนาขึ้นในกลุ่มวิจัยทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมทั้งสามภายใต้สภาวะที่ระบบถูกรบกวนในกรณีต่างๆ แสดงดังต่อไปนี้

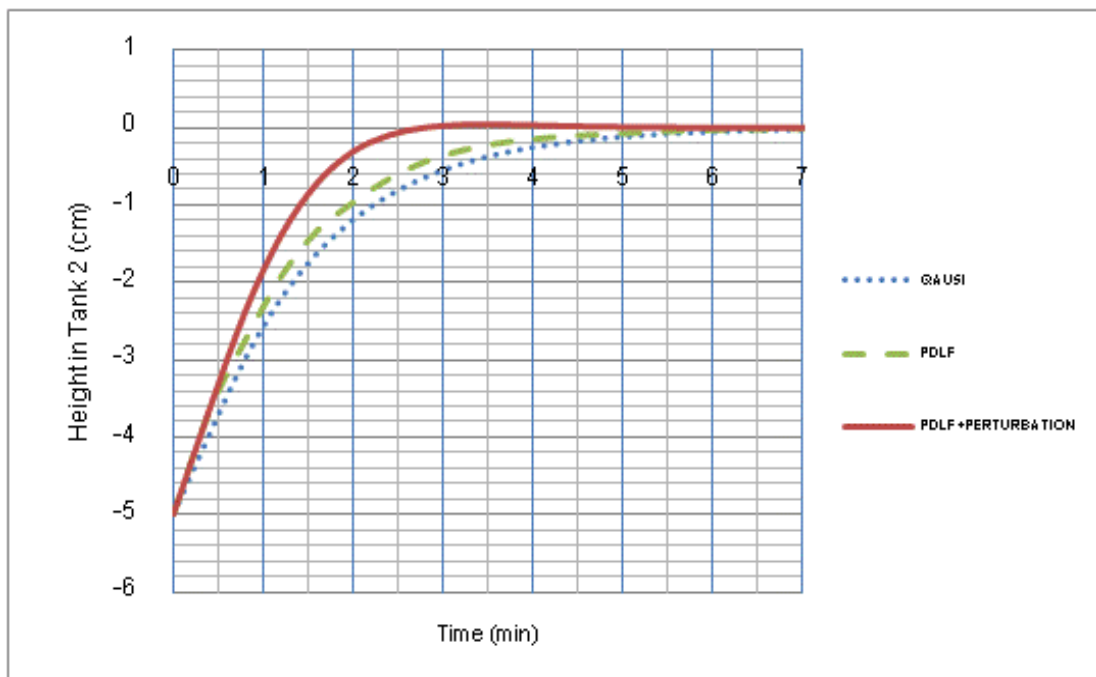
5.2.1 เปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด

ผลการควบคุมระดับน้ำในถังที่ 1 และ 2 ด้วยตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว, ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม แสดงไว้ในรูปที่ 5.7 และรูปที่ 5.8 โดยแสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) จากรูปพบว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมให้ผลการควบคุมดีที่สุด รองลงมาเป็นตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว ตามลำดับ การพิจารณาเสถียรภาพของระบบของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนาย

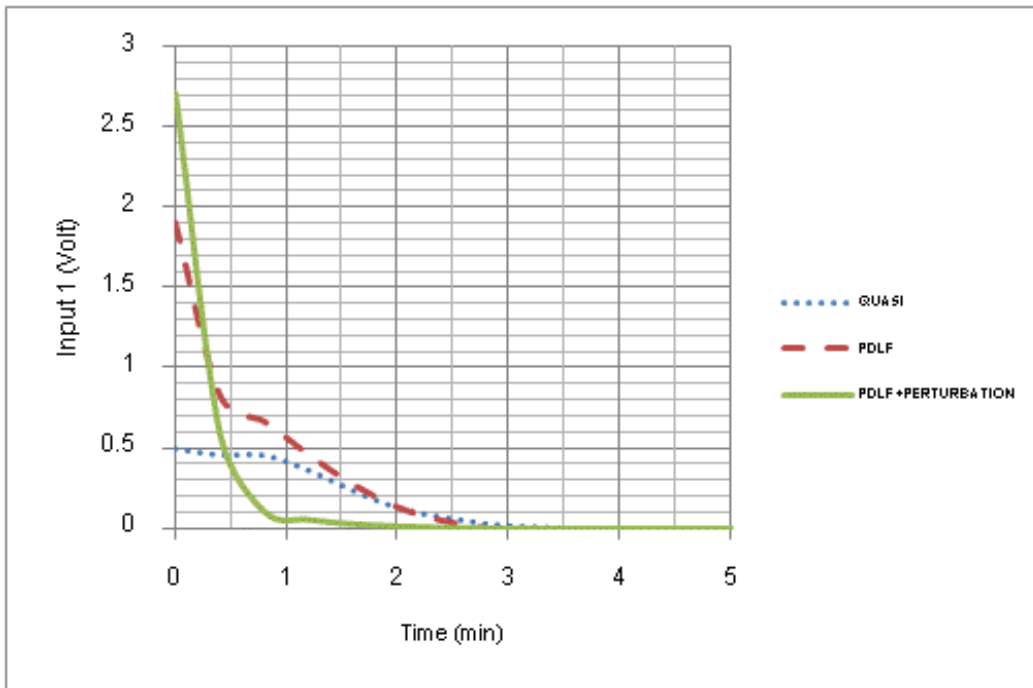
แบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว จะพิจารณาโดยใช้ทฤษฎีเลียปูนอฟ จากสมการความล้มพันธ์ $(A(k+i)+B(k+i)F)^T P(A(k+i)+B(k+i)F) - P + F^T R F + Q_1 \leq 0$ เมทริกซ์ P ที่ใช้ในการรับประกันเสถียรภาพของระบบต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ (positive definite) และสามารถรับประกันเสถียรภาพทุกจุดยอดบนโพลีโทป ซึ่งในความเป็นจริง เมทริกซ์ P ที่ใช้รับประกันเสถียรภาพให้กับระบบในแต่ละจุดยอดบนโพลีโทปที่สร้างขึ้นไม่จำเป็นจะต้องเป็นเมทริกซ์ P เดียวกัน ทำให้มีคนเสนอตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่พิจารณาเมทริกซ์ P_i แต่ละจุดยอดบนโพลีโทปเป็นค่าอะไรก็ได้ที่ทฤษฎีเลียปูนอฟสามารถรับประกันเสถียรภาพให้กับระบบและยังทำให้คำนวณหาค่าอัตราขยาย (Gain) ที่ดีที่สุดที่ให้ค่า γ ที่น้อยที่สุดภายใต้ขอบเขตเงื่อนไขที่กำหนด ส่งผลให้จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้ในการคำนวณตัวแปรปรับมากขึ้นดังนั้นในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดี่ยว และเมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม พบว่าตัวควบคุมดังกล่าวมีประสิทธิภาพดีที่สุดเนื่องจากอัลกอริทึมในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับของกฎการควบคุม (Control law) มีเทอมของ C_{optima} เพิ่มเข้าไปทำให้สามารถปรับค่าตัวแปรปรับในพิสัยที่กว้างขึ้น โดยกราฟจะลู่เข้าสู่ศูนย์ได้เร็วที่สุด ในที่นี้กำหนดให้ระดับน้ำเริ่มต้นในถังใบที่ 1 และ 2 เท่ากับ 10 เซนติเมตร และระดับน้ำเริ่มต้นในถังใบที่ 3 และ 4 เท่ากับ 1 เซนติเมตร ช่วงเวลาในการสูมตัวอย่างเท่ากับ 24 วินาที แสดงผลของพฤติกรรมของระบบอยู่ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ดังต่อไปนี้



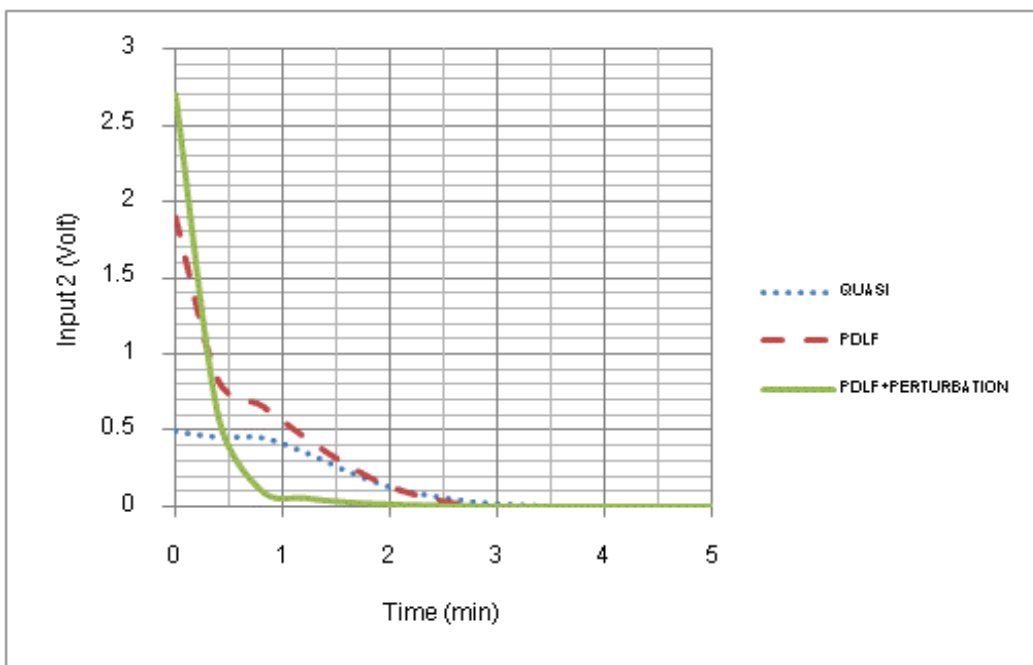
รูปที่ 5.7 แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1



รูปที่ 5.8 แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2



รูปที่ 5.9 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่บีมตัวที่ 1 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด



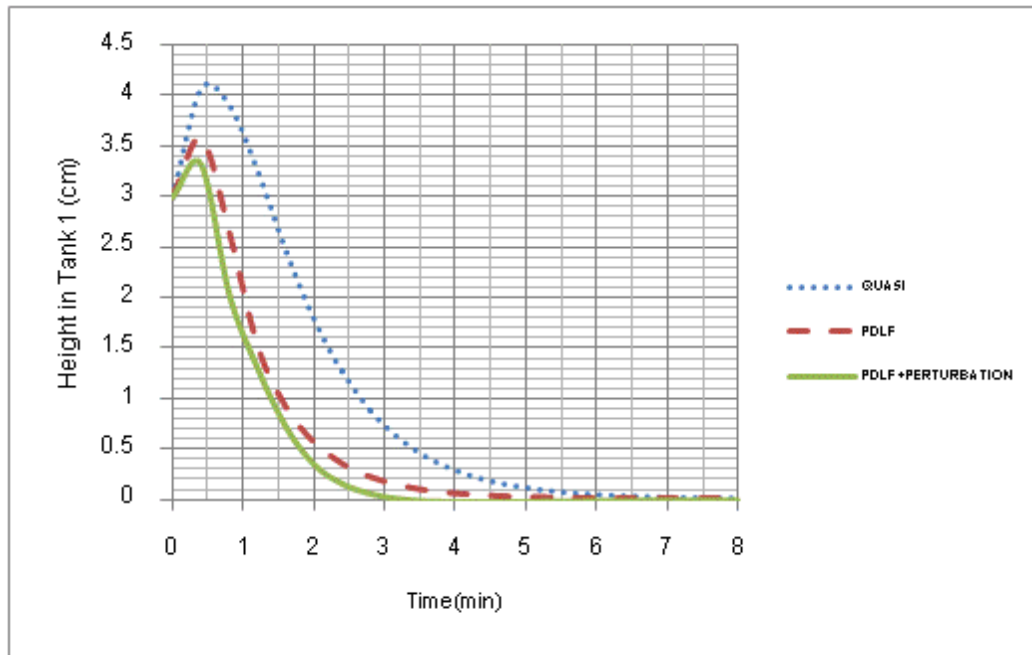
รูปที่ 5.10 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่บีมตัวที่ 2 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด

จากรูปที่ 5.9 และ 5.10 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ในที่นี้ตัวแปรปรับที่เราป้อนเข้าสู่ระบบคือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนแก่ปั๊มตัวที่ 1 และ 2 จากรูปพบว่า ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมมีการปรับค่าตัวแปรปรับได้ดีที่สุด โดยสมการในการคำนวณหากฎการควบคุม (control law) มีเทอมของ $C_{optimal}$ เพิ่มเข้ามาจากเดิมที่คำนวณค่าตัวแปรปรับจากสมการกฎการควบคุม $u = kx$ ทำให้ระบบมีความใกล้เคียงกับพฤติกรรมจริงมากขึ้นทั้งยังสามารถปรับค่าตัวแปรปรับในช่วงที่กว้างขึ้นเนื่องจากสามารถคำนวณปัญหาออปติไมซ์ในการหาค่าแกรมมาได้น้อยที่สุด ส่งผลให้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมมีประสิทธิภาพที่ดีกว่าตัวควบคุมแบบทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และเมื่อเทียบระหว่างตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมกับตัวควบคุมถึงสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว พบว่าการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมดีกว่าเนื่องจากในการคำนวณหาค่าเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ (state feedback matrix) เมทริกซ์ P_i ในแต่ละจุดบนจุดยอดของโพลีโทปเป็นค่าใดก็ได้ที่สามารถรับประกันเสถียรภาพของระบบและสามารถคำนวณหาค่าอัตราขยายที่ทำให้ได้ค่ามีการเปลี่ยนแปลงตามสเตต ณ เวลาต่างๆ ทำให้ประสิทธิภาพในการออปติไมซ์หาค่า y ที่น้อยที่สุดส่งผลให้จำนวนตัวแปรอิสระเพิ่มมากขึ้นในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับจึงมีประสิทธิภาพดีกว่าตัวควบคุมถึงสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว

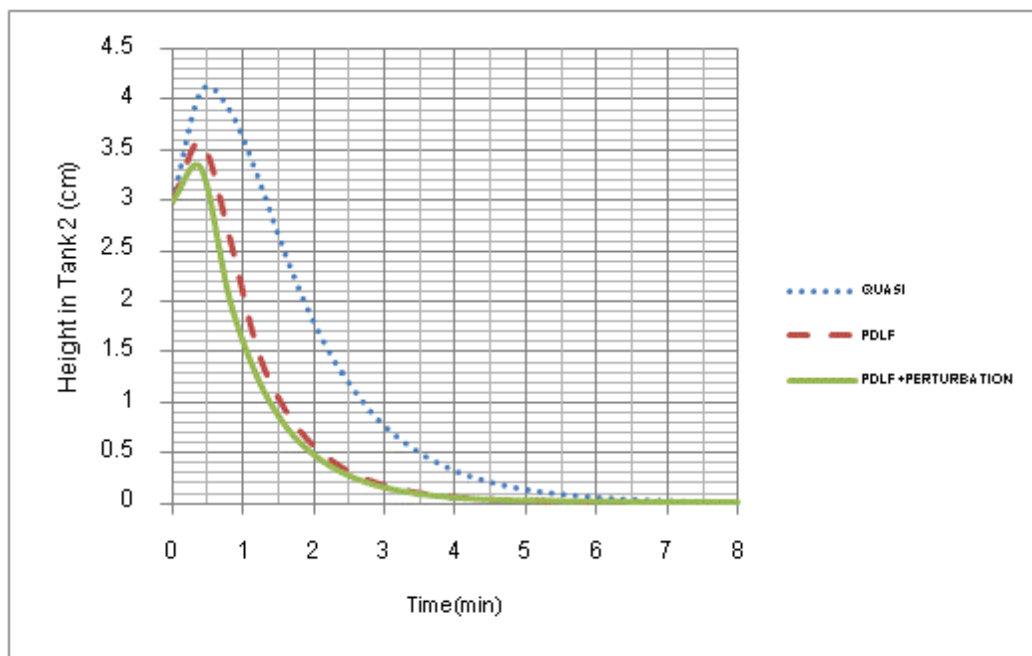
5.2.2 เปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

ผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดในการควบคุมระดับน้ำถังใบที่ 1 และ 2 แสดงตามรูปที่ 5.11 และ 5.12 เนื่องจากระบบภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดทำการปรับค่าวาล์ว $\gamma_{1,2} = 0.3$ ทิศทางการไหลของน้ำไหลเข้าสู่ถังใบที่ 3 และ 4 มากกว่าถังใบที่ 1 และ 2 ในงานวิจัยจึงกำหนดให้ระดับน้ำเริ่มต้นในถังใบที่ 1, 2, 3 และ 4 เท่ากับ 18 เซนติเมตร ซึ่งมีระดับที่สูงกว่าสถานะคงตัว เมื่อระบบถูกรบกวน ตัวควบคุมทั้งสามแบบจะทำการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมในการควบคุมให้ระบบกลับเข้าสู่ค่าภาวะสถานะคงตัวที่ต้องการ ในที่นี้แสดงแบบจำลอง

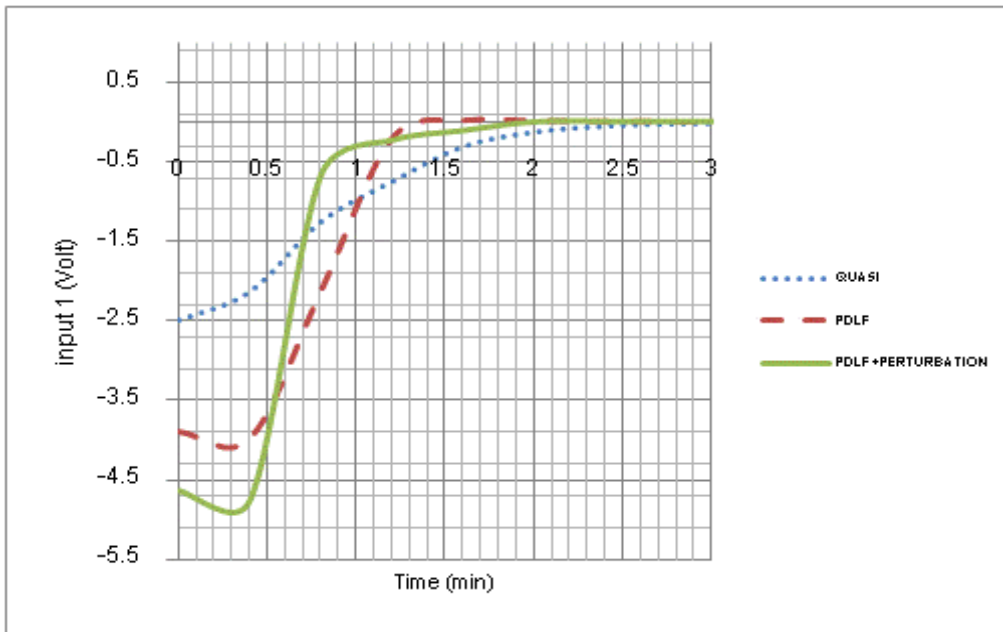
อยู่ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) มีช่วงการสุมตัวอย่างเท่ากับ 24 วินาที จากรูปแสดงให้ เห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัว แปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม มีประสิทธิภาพในการควบคุมระบบที่ดีที่สุด ระบบลู่ เข้าสู่ศูนย์ได้เร็ว รองลงมาเป็นตัวควบคุมแบบทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วย ฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วย ฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ตามลำดับ เนื่องจากการปรับค่าตัวแปรปรับขึ้นกับระดับความสูงในถังใบที่ 3 และ 4 ทำให้ในช่วงแรกของระบบระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 เพิ่มขึ้น จนถึงวินาทีที่ 4 แนวโน้ม ของระดับน้ำเริ่มลดลงจนเข้าสู่ภาวะสถานะคงตัว เราเรียกพฤติกรรมลักษณะนี้ว่าการตอบสนอง ตรงกันข้าม (inverse response) โดยทั่วไป การตอบสนองตรงกันข้าม (inverse response) เกิด จากการที่ระบบมีตัวควบคุม 2 ตัวที่มีผลต่อกัน มีความเร็วในการเข้าสู่ภาวะสถานะคงตัวไม่เท่ากัน ในที่นี้คือในตอนแรกระบบจะปรับค่าแรงดันไฟฟ้าส่งปั๊มตัวที่ 1 และ 2 น้อยส่งผลให้ในถังใบที่ 1 และ 2 ลดลง แต่เนื่องจากเดิมที่สถานะเริ่มต้นระดับน้ำในถังใบมีปริมาณที่มากส่งผลให้ ในช่วงแรกความเร็วในการไหลของน้ำจากถังใบลงมาสู่ถังด้านล่างเร็วมาก ทำให้ระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 เพิ่มสูงขึ้น จนกระทั่งปริมาณระดับน้ำในถังใบเริ่มลดลงทำให้ความเร็วของระดับน้ำที่ ไหลจากถังใบลดลง ระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 ค่อยๆเข้าสู่สถานะคงตัวในทิศทางตรงกันข้ามจึง เป็นเหตุผลสนับสนุนการเกิดการตอบสนองตรงข้าม (inverse response) ในส่วนรูปที่ 5.13 และ 5.14 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าสัญญาณควบคุมขาเข้าของตัวควบคุมทั้งสามแบบ เนื่องจากการ ปรับค่าตัวแปรปรับขึ้นกับระดับความสูงของน้ำในถังใบที่ 3 และ 4 ทำให้ช่วงในการปรับค่าตัวแปร ปรับปรับค่ากระแสไฟฟ้าส่งไปยังปั๊มตัวที่ 1 และ 2 น้อยกว่าในกรณีระบบที่มีเฟสต่ำสุด จาก รูปแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟ ซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมมีประสิทธิภาพในการคำนวณหาค่าตัว แปรปรับที่เหมาะสมได้ดีที่สุด รองลงมาเป็นตัวควบคุมแบบทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับ ด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนาย แบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว ตามลำดับ ในส่วนของเหตุผลอธิบายไว้ในหัวข้อที่ 5.2.1



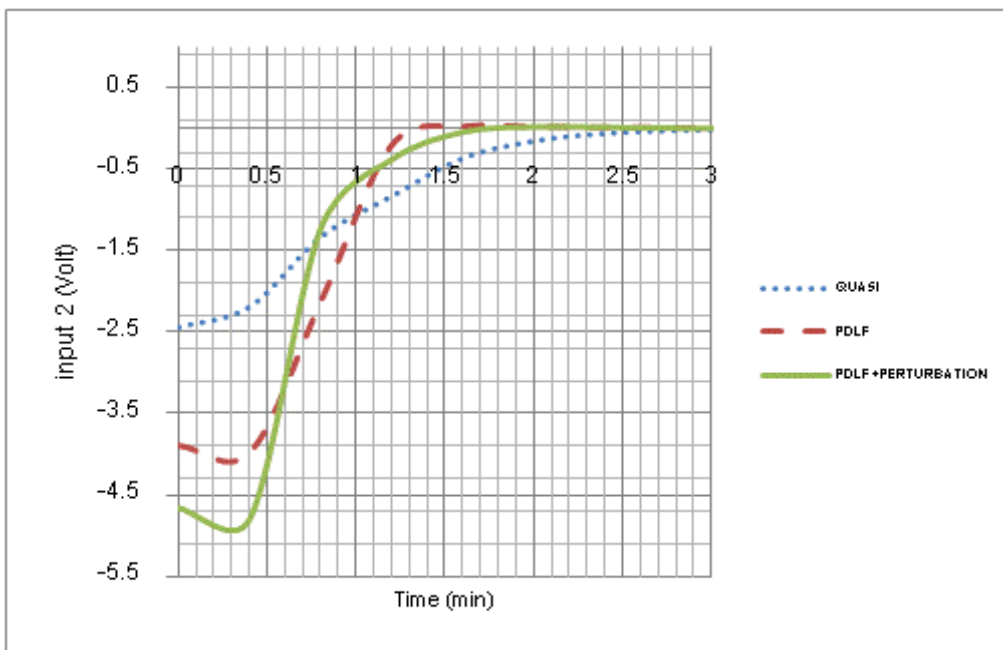
รูปที่ 5.11 แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 1



รูปที่ 5.12 แสดงผลการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดของถังใบที่ 2



รูปที่ 5.13 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่ปั๊มตัวที่ 1 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด



รูปที่ 5.14 แสดงผลการเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมขาเข้าที่ป้อนแก่ปั๊มตัวที่ 2 ของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในรูปตัวแปรเบี่ยงเบน (diviation form) ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

5.2.3 เปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ของตัวควบคุมแบบต่างๆ

ในส่วนของหัวข้อนี้จะพิจารณาในเรื่องของเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดของแต่ละตัวควบคุมภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดโดยผลของระยะเวลาที่ใช้แสดงไว้ในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์เซชันภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดของแต่ละตัวควบคุมภายใต้สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

	สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด(วินาที)	สภาวะที่มีเฟสต่ำสุด(วินาที)
ตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียว	0.936	0.727
ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม	10.350	9.820
ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม	17.942	14.375

จากตารางที่ 5.1 แสดงให้เห็นว่าทั้งในสภาวะที่มีเฟสต่ำสุด และสภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมใช้ระยะเวลาในการแก้ปัญหาออปติไมซ์นานที่สุด รองลงมาเป็นตัวควบคุมแบบทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวตามลำดับ เนื่องจากแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงของระบบสิ่งที่เราสร้างขึ้น มีพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา 4 ตัว คือ h_1 , h_2 , h_3 และ h_4 โดยตัวแปร h_i แทนระดับความสูงของน้ำในถังที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ เมื่อพิจารณาระบบสิ่งที่พารามิเตอร์มีความไม่แน่นอนภายใต้ปัญหามากสุดน้อยสุด (min-max problem) ทำให้เราสามารถสร้างโพลีโทปที่มีจำนวนจุดยอด (vertex) เท่ากับ $L=16$ จุด ดังนั้นในการสร้างเงื่อนไขบังคับคงทนเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ขั้นชั้นของตัวควบคุมทั้งสามแบบมีจำนวนเงื่อนไขที่มากและใช้ระยะ

เวลานานในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ โดยตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม มีจำนวนเงื่อนไขบังคับคงทนที่มากที่สุดเนื่องจากอัลกอริทึมของกระบวนการในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ในส่วนแรกจะเป็นการคำนวณหาค่าเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ (state feedback matrix) ภายใต้เงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม (PDLF) และในส่วนที่สองเป็นการคำนวณหาค่า C_{optimal} ที่ดีที่สุด โดยการให้หลักการเพอร์เทอร์เบชันในการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม ทำให้มีจำนวนตัวแปรอิสระ (Degree of freedom) ที่พิจารณามากที่สุดทำให้ใช้ระยะเวลาในการแก้ปัญหาออปติไมซ์นานที่สุด

เมื่อเปรียบเทียบระยะเวลาในการแก้ปัญหาออปติไมซ์ของ ตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว และตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม พบว่าระยะเวลาในแก้ปัญหาออปติไมซ์ของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว ดีกว่าเพราะในการรับประกันเสถียรภาพของทฤษฎีเลียปูนอฟจากที่อธิบายในหัวข้อก่อนหน้านี้ ใช้เมทริกซ์ P เดียวในการรับประกันเสถียรภาพทุกจุดบนโพลีโทป ทำให้มีจำนวนตัวเงื่อนไขตัวแปรอิสระที่พิจารณาน้อยกว่าตัวควบคุมตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมทำให้ใช้ระยะเวลาในการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับน้อยที่สุด

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัย

6.1 สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการควบคุมระดับน้ำในระบบสี่ถัง ซึ่งมีลักษณะเป็นระบบที่มีหลายตัวแปร ที่มีพฤติกรรมไม่เป็นเชิงเส้นโดยการสร้างแบบจำลองเชิงเส้นซึ่งพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลงเป็นตัวแทนของระบบสี่ถัง ในที่นี้ตัวแปรปรับของกระบวนการคือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนสู่มอเตอร์ที่ 1 และ 2 ซึ่งมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของน้ำ และตัวแปรควบคุมคือระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 โดยได้ศึกษาการควบคุมระดับน้ำภายใต้สถานะที่มีเฟสต่ำสุด และสถานะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดในการควบคุมระบบสี่ถังนี้ ได้ประยุกต์ใช้การควบคุมด้วยตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว และทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของการควบคุมกับตัวควบคุมอื่นๆ คือตัวควบคุมทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมและตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม ซึ่งได้ผลการทดลองในกรณีต่างๆสรุปได้ดังต่อไปนี้

6.1.1 กรณีการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมต่างๆภายใต้สถานะที่มีเฟสต่ำสุด

ผลจากการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆภายใต้สถานะที่มีเฟสต่ำสุด พบว่าระบบภายใต้สถานะที่มีการรบกวนตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด ใช้ระยะเวลาในการคำนวณปัญหาออปติไมซ์ 14.375 วินาที รองลงมาเป็นตัวควบคุมทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว โดยใช้ระยะเวลาในการคำนวณปัญหาออปติไมซ์เท่ากับ 9.820 และ 0.727 วินาที ตามลำดับ

6.1.2 กรณีการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมต่างๆภายใต้สถานะที่ไม่มีเฟสต่ำสุด

ผลจากการเปรียบเทียบสมรรถนะของตัวควบคุมแบบต่างๆภายใต้สถานะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดพบว่าระบบภายใต้สถานะที่มีการรบกวนผลของการตอบสนองของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวน

สัญญาณเข้าควบคุมดีที่สุดที่สามารถควบคุมให้ระดับน้ำในถังใบที่ 1 และ 2 กลับเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการได้เร็วที่สุด โดยใช้ระยะเวลาในการคำนวณปัญหาออปติไมซ์ 17.942 วินาที รองลงมาเป็นตัวควบคุมทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม และตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟเดี่ยว โดยใช้ระยะเวลาในการคำนวณปัญหาออปติไมซ์เท่ากับ 10.350 และ 0.936 วินาที ตามลำดับ ภายใต้สภาวะที่ไม่มีเฟสต่ำสุดการคำนวณหาค่าตัวแปรปรับที่เหมาะสมขึ้นกับระดับความสูงของถังใบที่ 3 และ 4 และทิศทางการไหลของน้ำส่งไปยังถังคูบนมากกว่า ทำให้ในช่วงแรกระดับน้ำในถังคูล่างเพิ่มขึ้น ก่อนที่จะลดลงจนระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว เราเรียกพฤติกรรมนี้ว่าการตอบสนองตรงกันข้าม (inverse response)

ดังนั้นในกระบวนการที่ไม่คำนึงถึงเรื่องระยะเวลาเป็นสำคัญ ควรเลือกใช้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม เนื่องจากให้ประสิทธิภาพในการควบคุมดีที่สุด นอกจากนี้ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียฟูโนฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุม ยังสามารถรับมือกับประกันความมีเสถียรภาพของระบบภายใต้สภาวะที่มีความไม่แน่นอนได้อีกด้วย จึงมีความเหมาะสมในการควบคุมกระบวนการที่มีหลายตัวแปรและแบบจำลองมีความไม่เป็นเชิงเส้น

รายการอ้างอิง

- [1] Kothare, M.V., Balakrishnan, V., and Morari, M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica* 39(2003) : 837-846.
- [2] Cuzzola, F.A., Geromel J.C., and Morari, M. An improved approach for constrained robust model predictive control. *Automatica* 38(2002) ; 1183-1189.
- [3] Tu Auh Thi, D., and David, B. Robust constrained model predictive control with a parameter-dependent Lyapunov function using linear matrix inequalities. Master's Thesis, Department of electrical engineering, Faculty of engineering, Chulalongkorn University, 2006.
- [4] Wada, N., Saito, K., and Saeki, M. Model predictive control for linear parameter varying systems using parameter dependent Lyapunov function. *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 43(2006) : 223-227.
- [5] Wan, Z., Kothare, M.V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica* 39(2003) : 837-846.
- [6] Ding, B., Xi, Y., Cychowski, M.T., and O'Mahony, T. Improving off-line approach to robust MPC based-on nominal performance cost. *Automatica* 43(2007) : 158-163.
- [7] Lu, Y., and Arkun, Y. Quasi-Min-Max MPC algorithms for LPV systems. *Journal of Process Control* 12(2002) : 589-604.
- [8] Bumroongsri, P., and Kheawhom, S. MPC algorithm for LPV systems using perturbation on control input strategy. *Computer Aided Chemical Engineering* 31(2012) : 350-354.
- [9] Morari, M., and Lygeros, J. IfA Fachpraktikum Quad Tanks. *Automatic Control Laboratory* 18(2010) : 22-35.
- [10] Rusli, E., S. Ang, and R.D. Braatz, A Quadruple-tank process control experiment. *Chemical Engineering Education*, 38(2004) : 174-18.

- [11] Johansson, K.H. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 8(2000) : 456-465.
- [12] วโรดม ตู้อัจฉินดา. การวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมทางวิศวกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2550.
- [13] เดวิด บรรณเจตพงศ์ชัย. ระบบควบคุมพลวัต การวิเคราะห์ การออกแบบ และการประยุกต์, พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.

ภาคผนวก

ภาคผนวก

ชุดคำสั่งที่ใช้ในการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมต่างๆ

ในหัวข้อนี้จะแสดงตัวอย่างชุดคำสั่งที่ใช้ในการควบคุมระบบสี่ถังด้วยตัวควบคุมทั้งสามแบบคือ 1) ตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟเดียว 2) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม 3) ตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองมีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริม

ก.1 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```
*****
% ในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด กำหนดให้ค่า gamma = 0.7 ในกรณีที่ไม่มีเฟสต่ำสุดกำหนดให้ค่า gamma = 0.3
% ช่วงเวลาในการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 0.4 นาที
*****

yalmp('clear')
clear all
*****

x0 = [-5;-5;-0.35;-0.35]; %ระดับน้ำเริ่มต้นในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด
x0 = [3;3;10.5;10.5]; %ระดับน้ำเริ่มต้นในกรณีที่ไม่มีเฟสต่ำสุด
*****

x=x0;
dt=0.4; %%% ช่วงเวลาในการสุ่มตัวอย่าง
f=8;
N=f/dt; %%%ระยะเวลาการทำนายตามแนวแกน
it=0; %%%เวลาเริ่มต้น
*****

output=zeros(N,4); %%%เก็บค่าตัวแปรขาออก ในที่นี้คือระดับน้ำในถังใบที่ 1, 2, 3 และ 4
input1=zeros(N,1); %%%เก็บค่าตัวแปรปรับ ในที่นี้คือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนกับปั๊มตัวที่ 1
input2=zeros(N,1); %%%เก็บค่าตัวแปรปรับ ในที่นี้คือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนกับปั๊มตัวที่ 2
t=zeros(N,1); %%%เก็บค่าเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการควบคุมให้ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว
Rw = [0.1 0; 0 0.1]; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
Qw = [1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 0 0; 0 0 0 0]; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
***** กำหนดตัวแปรพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุม *****

o=0.178; %%% พื้นที่หน้าตัดของท่อที่ออกจากถังที่ 1, 2, 3 และ 4 หน่วย (cm^2)
A =80; %%%พื้นที่หน้าตัดของถังทั้งสอง หน่วย (cm^2)
```

```

alpha = 0.7;          %%% อัตราส่วนในการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด
alpha = 0.3;          %%% อัตราส่วนในการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในกรณีที่ไม่ใช่เฟสต่ำสุด
g=981*3600;          %%% ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก หน่วย (cm/min^2)
kp=3.3*60;           %%% ค่าคงที่อัตราการไหลของปั๊มตัวที่ 1 และ 2 หน่วย (cm^3/min V)
***** เงื่อนไขตัวแปรควบคุม *****

u_max = [9.25^2 0; 0 9.25^2];          %%% ค่าตัวแปรปรับสูงสุดหน่วย (V)
h_min = 0;                             %%% ค่าระดับน้ำน้อยที่สุดในถัง 1,2,3,4
h_max = 30;                             %%% ค่าระดับน้ำมากที่สุดในถัง 1,2,3,4
***** ค่าคงที่ที่สภาวะคงตัว *****

uss(1) = 9.25; uss(2) = 9.25; xss(1) = 14.989; xss(2) = 14.989; xss(3) = 1.3487; xss(4) = 1.3487;
***** กำหนดค่าสูงสุดต่ำสุด *****

%%% เรามีพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงสี่ตัว คือ h1,h2,h3,h4
%%% ตั้งแต่ละไบเท่ากัน คือสูง 80 cm
%%% ในส่วนนี้กำหนด ขอบเขต min-max ของพารามิเตอร์ h1,h2,h3,h4
%%% เนื่องจากสมการอยู่ในรูป deviation from X_bar = X-X_ss
%%% ดังนั้น จึงบวกค่าที่ steady state เข้าไป

*****

min1 = (1/(sqrt(hmin+14.989)));
max1 = (1/(sqrt(hmax+14.989)));
min2 = (1/(sqrt(hmin+14.989)));
max2 = (1/(sqrt(hmax+14.989)));
min3 = (1/(sqrt(hmin+1.3487)));
max3 = (1/(sqrt(hmax+1.3487)));
min4 = (1/(sqrt(hmin+1.3487)));
max4 = (1/(sqrt(hmax+1.3487)));

***** การสร้างขอบเขตโพลีโทป *****

%%%% ส่วนนี้เป็นการสร้าง polytope เรามี scheduling parameter 4ตัว
%%%% ดังนั้นคำนวณ หาจำนวน polytope เท่ากับ 2^4 = 16 จุด

aa = (dt*o*sqrt(2*g))/A;
A1 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0; 0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4); 0 0 (1-aa*min3) 0; 0 0 0 (1-aa*min4)];
A2 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0; 0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4); 0 0 (1-aa*min3) 0; 0 0 0 (1-aa*max4)];
A3 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0; 0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4); 0 0 (1-aa*max3) 0; 0 0 0 (1-aa*min4)];
A4 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0; 0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4); 0 0 (1-aa*max3) 0; 0 0 0 (1-aa*max4)];
A5 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0; 0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4); 0 0 (1-aa*min3) 0; 0 0 0 (1-aa*min4)];
A6 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0; 0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4); 0 0 (1-aa*min3) 0; 0 0 0 (1-aa*max4)];
A7 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0; 0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4); 0 0 (1-aa*max3) 0; 0 0 0 (1-aa*min4)];
A8 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0; 0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4); 0 0 (1-aa*max3) 0; 0 0 0 (1-aa*max4)];
A9 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0; 0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4); 0 0 (1-aa*min3) 0; 0 0 0 (1-aa*min4)];
A10 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0; 0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4); 0 0 (1-aa*min3) 0; 0 0 0 (1-aa*max4)];

```

```

A11 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A12 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A13 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A14 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A15 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A16 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
***** ในส่วนของตัวแปรปรับ เมทริกซ์ B *****
B1 = [(dt*kp*alpha*(1/A)) 0;0 (dt*kp*alpha*(1/A));0 (dt*kp*(1-alpha)*(1/A));(dt*kp*(1-alpha)*(1/A)) 0];
B=B1;B2=B1; B3=B1; B4=B1; B5=B1;B6=B1; B7=B1; B8=B1; B9=B1; B10=B1; B11=B1; B12=B1;
B13=B1; B14=B1; B15=B1; B16=B1;
***** กำหนดตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์เซชัน *****
%%%% ในส่วนนี้จะกำหนด เงื่อนไข constrain ที่ใช้ในการคำนวณหา state feedback control law
%%%% ส่วนแรกประกาศตัวแปร gamma,Q1,Q2,...Q16,Y1,Y2,...,Y16,G1,G2,...,G16 มีขนาดเมทริกซ์ต่างกัน
n = 4;
p = 2;
gamma = sdpvar(1,1);
Q1 = sdpvar(n,n); Q2 = sdpvar(n,n); Q3 = sdpvar(n,n); Q4 = sdpvar(n,n);Q5 = sdpvar(n,n); Q6 = sdpvar(n,n); Q7 =
sdpvar(n,n); Q8 = sdpvar(n,n); Q9 = sdpvar(n,n);Q10 = sdpvar(n,n);Q11 = sdpvar(n,n);Q12 = sdpvar(n,n);
Q13 = sdpvar(n,n);Q14 = sdpvar(n,n);Q15 = sdpvar(n,n);Q16 = sdpvar(n,n);

G1 = sdpvar(n,n); G2 = sdpvar(n,n); G3 = sdpvar(n,n); G4 = sdpvar(n,n); G5 = sdpvar(n,n); G6 = sdpvar(n,n);
G7 = sdpvar(n,n); G8 = sdpvar(n,n); G9 = sdpvar(n,n);G10 = sdpvar(n,n);G11 = sdpvar(n,n);G12 = sdpvar(n,n);
G13 = sdpvar(n,n);G14 = sdpvar(n,n);G15 = sdpvar(n,n);G16 = sdpvar(n,n);

Y1 = sdpvar(p,n); Y2 = sdpvar(p,n); Y3 = sdpvar(p,n); Y4 = sdpvar(p,n); Y5 = sdpvar(p,n); Y6 = sdpvar(p,n);
Y7 = sdpvar(p,n); Y8 = sdpvar(p,n); Y9 = sdpvar(p,n);Y10 = sdpvar(p,n);Y11 = sdpvar(p,n);Y12 = sdpvar(p,n);
Y13 = sdpvar(p,n);Y14 = sdpvar(p,n);Y15 = sdpvar(p,n);Y16 = sdpvar(p,n);
for i = 1:N
***** scheduling parameter *****
hh1 = (1/(sqrt(x(1)+14.989)));
hh2 = (1/(sqrt(x(2)+14.989)));
hh3 = (1/(sqrt(x(3)+1.3487)));
hh4 = (1/(sqrt(x(4)+1.3487)));
*****
Qws = Qw^0.5; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
Rws = Rw^0.5; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
l1 = eye(4);
l2 = eye(2);

```

```

***** กำหนดเงื่อนไข LMI *****
L = []; L = [L,gamma>0]; L = [L,Q1>0]; L = [L,Q2>0]; L = [L,Q3>0]; L = [L,Q4>0]; L = [L,Q5>0]; L = [L,Q6>0];
L = [L,Q7>0]; L = [L,Q8>0]; L = [L,Q9>0]; L = [L,Q10>0]; L = [L,Q11>0]; L = [L,Q12>0]; L = [L,Q13>0];
L = [L,Q14>0]; L = [L,Q15>0]; L = [L,Q16>0];
*****

% ในส่วนนี้กำหนดค่า constrained ที่มาจาก invariant ellipsoid
% โดย PDLF มี 16 constrained ที่ Q1,Q2,Q3,...Q16
*****

L = [L,[1 x';x Q1]>=0]; L = [L,[1 x';x Q2]>=0]; L = [L,[1 x';x Q3]>=0]; L = [L,[1 x';x Q4]>=0]; L = [L,[1 x';x Q5]>=0]; L
= [L,[1 x';x Q6]>=0]; L = [L,[1 x';x Q7]>=0]; L = [L,[1 x';x Q8]>=0]; L = [L,[1 x';x Q9]>=0];
L = [L,[1 x';x Q10]>=0]; L = [L,[1 x';x Q11]>=0]; L = [L,[1 x';x Q12]>=0]; L = [L,[1 x';x Q13]>=0];
L = [L,[1 x';x Q14]>=0]; L = [L,[1 x';x Q15]>=0]; L = [L,[1 x';x Q16]>=0];
*****

% กำหนด constrained ที่มาจาก ทฤษฎีบท Lyapunov แสดงเงื่อนไข constrained
% อยู่ในรูป LMI โดยจะ เวกเตอร์ค่า Gi ตั้งแต่ i = 1 to 16
% เวกเตอร์ค่า Qj ตั้งแต่ j = 1 to 16
% จะได้จำนวนเงื่อนไข constrained = 256 constrained
***** ที่ i = 1 *****
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q1 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q2 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q3 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q4 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q5 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q6 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q7 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q8 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q9 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1'*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q10 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];

```



```

L = [L,[G16+G16'-Q16 (A16*G16+B16*Y16)' G16**Qws Y16**Rws; A16*G16+B16*Y16 Q16 zeros(n) zeros(n,p);
Qws*G16 zeros(n) gamma*11 zeros(n,p); Rws*Y16 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>=0];
*****

% กำหนด Input constrained ||u(k+i|k)||2 <= umax, i>=0
% อยู่ในรูป LMI
% จะได้จำนวนเงื่อนไข input constrained = 16 constrained
*****

L = [L,[umax Y1;Y1' G1+(G1')-Q1]>=0]; L = [L,[umax Y2;Y2' G2+(G2')-Q2]>=0]; L = [L,[umax Y3;Y3' G3+(G3')-
Q3]>=0]; L = [L,[umax Y4;Y4' G4+(G4')-Q4]>=0]; L = [L,[umax Y5;Y5' G5+(G5')-Q5]>=0]; L = [L,[umax Y6;Y6'
G6+(G6')-Q6]>=0]; L = [L,[umax Y7;Y7' G7+(G7')-Q7]>=0]; L = [L,[umax Y8;Y8' G8+(G8')-Q8]>=0]; L =
[L,[umax Y9;Y9' G9+(G9')-Q9]>=0]; L = [L,[umax Y10;Y10' G10+(G10')-Q10]>=0]; L = [L,[umax Y11;Y11'
G11+(G11')-Q11]>=0]; L = [L,[umax Y12;Y12' G12+(G12')-Q12]>=0]; L = [L,[umax Y13;Y13' G13+(G13')-Q13]>=0];
L = [L,[umax Y14;Y14' G14+(G14')-Q14]>=0]; L = [L,[umax Y15;Y15' G15+(G15')-Q15]>=0]; L = [L,[umax Y16;Y16'
G16+(G16')-Q16]>=0];
***** แก้ปัญหาออปติไมซ์เซชันภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด *****

tic
solvesdp(L,gamma)
toc
*****

% จากสมการ  $F_j = Y_j^* G_j^{-1}$  โดยที่  $j = 1, 2, 3, \dots, 16$ 
% คำนวณหาค่า  $F_j$  แต่ละจุดบน polytope
*****

F1 =double(Y1)*inv(double(G1));
F2 =double(Y2)*inv(double(G2));
F3 =double(Y3)*inv(double(G3));
F4 =double(Y4)*inv(double(G4));
F5 =double(Y5)*inv(double(G5));
F6 =double(Y6)*inv(double(G6));
F7 =double(Y7)*inv(double(G7));
F8 =double(Y8)*inv(double(G8));
F9 =double(Y9)*inv(double(G9));
F10=double(Y10)*inv(double(G10));
F11=double(Y11)*inv(double(G11));
F12=double(Y12)*inv(double(G12));
F13=double(Y13)*inv(double(G13));
F14=double(Y14)*inv(double(G14));
F15=double(Y15)*inv(double(G15));
F16=double(Y16)*inv(double(G16));
***** การคำนวณหาเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ State Feedback Matrix *****

```

```

% ในส่วนนี้เป็นการคำนวณหาค่า state feed back matrix (F)
% โดย F = ผลรวมของค่า(alpha*Fj) ตั้งแต่ i =1 ถึง 16
% ในส่วนนี้เป็นการคำนวณหาค่า alpha ในแต่ละจุด
H = (max1-min1)*(max2-min2)*(max3-min3)*(max4-min4);
K1 = (F1*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K2 = (F2*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K3 = (F3*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K4 = (F4*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
K5 = (F5*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K6 = (F6*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K7 = (F7*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K8 = (F8*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
K9 = (F9*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K10 = (F10*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K11 = (F11*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K12 = (F12*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
K13 = (F13*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K14 = (F14*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K15 = (F15*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K16 = (F16*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
***** คำนวณหาเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ *****
F = K1+K2+K3+K4+K5+K6+K7+K8+K9+K10+K11+K12+K13+K14+K15+K16;
***** คำนวณหากฎการควบคุมป้อนกลับสถานะ *****
un = F*x;
***** Simulation *****
un(1) = un(1) + uss(1);
un(2) = un(2) + uss(2);
x(1) = x(1) + xss(1);
x(2) = x(2) + xss(2);
x(3) = x(3) + xss(3);
x(4) = x(4) + xss(4);
[t2,xx] = ode45(@(t2,x)minimumode(t2,x,un),[it it+dt],x);
[tt,ttt] = size(t2);
x= xx(tt,:)'
un(1) = un(1)-uss(1);
un(2) = un(2)-uss(2);
x(1) = x(1) - xss(1);
x(2) = x(2) - xss(2);
x(3) = x(3) - xss(3);

```

```
x(4) = x(4) - xss(4);
```

```
***** ในส่วนนี้ใช้สำหรับเก็บค่าข้อมูลต่างๆที่ได้จากการคำนวณ *****
input1(i,1)=un(1);
input2(i,1)=un(2);
output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);
it = it+dt;
t(i)=it;
end
***** พจน์กราฟข้อมูล *****
plot(t,output(:,1),'o', t,output(:,2),'*')
plot(t,input1(:,1),'o', t,input2(:,1),'*')
```

ก.2 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมกึ่งสูงสุดต่ำสุดเชิงทำนายแบบจำลองด้วยฟังก์ชันเลียปูโนฟเดียวในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```
*****
% ในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด กำหนดให้ค่า gamma = 0.7 ช่วงเวลาในการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 0.4 นาที
% ระดับน้ำเริ่มต้นในถังใบที่ 1 และ 2 สูง 10 เซนติเมตร
% ระดับน้ำเริ่มต้นในถังใบที่ 3 และ 4 สูง 1 เซนติเมตร
*****
yalmp('clear')
clear all
*****
x0 = [-5;-5;-0.35;-0.35]; %%ระดับน้ำเริ่มต้นในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด
x0 = [3;3;10.5;10.5]; %%ระดับน้ำเริ่มต้นในกรณีที่ไม่มีเฟสต่ำสุด
*****
x=x0;
dt=0.4; %%% ช่วงเวลาในการสุ่มตัวอย่าง
f=8;
N=f/dt; %%%ระยะเวลาการทำนายตามแนวแกน
it=0; %%%เวลาเริ่มต้น
*****
output=zeros(N,4); %%%เก็บค่าตัวแปรขาออก ในที่นี้คือระดับน้ำในถังใบที่ 1, 2, 3 และ 4
input1=zeros(N,1); %%%เก็บค่าตัวแปรปรับ ในที่นี้คือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนกับปั๊มตัวที่ 1
input2=zeros(N,1); %%%เก็บค่าตัวแปรปรับ ในที่นี้คือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนกับปั๊มตัวที่ 2
```

```

t=zeros(N,1);      %%% เก็บค่าเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการควบคุมให้ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว

Rw = [0.1 0;0 0.1];      %%% เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
Qw = [1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]; %%% เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
***** กำหนดตัวแปรพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุม *****

o=0.178;      %%% พื้นที่หน้าตัดของท่อที่ออกจากถังที่ 1, 2, 3 และ 4 หน่วย (cm^2)
A=80;      %%% พื้นที่หน้าตัดของถังถังสี่ใบ หน่วย (cm^2)
alpha = 0.7; %%% อัตราส่วนในการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด
alpha = 0.3; %%% อัตราส่วนในการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในกรณีที่ไม่ใช่เฟสต่ำสุด
g=981*3600; %%% ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก หน่วย (cm/min^2)
kp=3.3*60; %%% ค่าคงที่อัตราไหลของปั๊มตัวที่ 1 และ 2 หน่วย (cm^3/min V)
***** เงื่อนไขตัวแปรควบคุม *****

u_max = 9.25; %%% ค่าตัวแปรปรับสูงสุดหน่วย (V)
h_min = 0; %%% ค่าระดับน้ำน้อยที่สุดในถัง 1,2,3,4
h_max = 30; %%% ค่าระดับน้ำมากที่สุดในถัง 1,2,3,4
a = umax;

***** ค่าคงที่ที่สภาวะคงตัว *****

uss(1) = 9.25;
uss(2) = 9.25;
xss(1) = 14.989;
xss(2) = 14.989;
xss(3) = 1.3487;
xss(4) = 1.3487;

***** กำหนดค่าสูงสุดต่ำสุด *****

%%% เรามีพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงสี่ตัว คือ h1,h2,h3,h4
%%% ตั้งแต่ระดับเท่ากัน คือสูง 80 cm
%%% ในส่วนนี้กำหนด ขอบเขต min-max ของพารามิเตอร์ h1,h2,h3,h4
%%% เนื่องจากสมการอยู่ในรูป deviation from X_bar = X-X_ss
%%% ดังนั้น จึงบอกค่าที่ steady state เข้าไป

min1 = (1/(sqrt(hmin+14.989)));
max1 = (1/(sqrt(hmax+14.989)));
min2 = (1/(sqrt(hmin+14.989)));
max2 = (1/(sqrt(hmax+14.989)));
min3 = (1/(sqrt(hmin+1.3487)));
max3 = (1/(sqrt(hmax+1.3487)));
min4 = (1/(sqrt(hmin+1.3487)));
max4 = (1/(sqrt(hmax+1.3487)));

***** การสร้างขอบเขตโพลิโทป *****

%%%% ส่วนนี้เป็นการสร้าง polytope เรามี scheduling parameter 4ตัว

```

```

%%%%%% ดังนั้นคำนวณ หาจำนวน polytope เท่ากับ 2^4 = 16จุด
aa = (dt*o*sqrt(2*g))/A;
A1 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A2 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A3 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A4 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A5 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A6 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A7 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A8 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A9 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A10 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A11 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A12 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A13 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A14 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A15 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A16 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
***** ในส่วนของตัวแปรปรับ เมทริกซ์ B *****
B1 = [(dt*kp*alpha*(1/A) 0;0 (dt*kp*alpha*(1/A));0 (dt*kp*(1-alpha)*(1/A));(dt*kp*(1-alpha)*(1/A) 0];
B=B1;B2=B1; B3=B1; B4=B1; B5=B1; B6=B1; B7=B1; B8=B1; B9=B1; B10=B1; B11=B1; B12=B1;
B13=B1; B14=B1; B15=B1; B16=B1;
B=B1;

for i = 1:N
***** scheduling parameter *****
hh1 = (1/(sqrt(x(1)+14.989)));
hh2 = (1/(sqrt(x(2)+14.989)));
hh3 = (1/(sqrt(x(3)+1.3487)));
hh4 = (1/(sqrt(x(4)+1.3487)));
***** กำหนดตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์เซชัน *****
%%%% ในส่วนนี้จะกำหนด เงื่อนไข constain ที่ใช้ในการคำนวณหา state feedback control law
%%%% ส่วนแรกประกาศตัวแปร gamma,Q1,Q2,...Q16,Y1,Y2,...,Y16,G1,G2,...,G16 มีขนาดเมทริกซ์ต่างกัน
n = 4; p = 2;
Qws = Qw^0.5; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
Rws = Rw^0.5; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
l1 = eye(4);
l2 = eye(2);
***** กำหนดตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์เซชัน *****

```


%%%% ในส่วนนี้จะกำหนด เงื่อนไข constrain ที่ใช้ในการคำนวณหา state feedback control law
 %%% ส่วนแรกประกาศตัวแปร gamma,Q1,Q2,...Q16,Y1,Y2,...,Y16,G1,G2,...,G16 มีขนาดเมทริกซ์ต่างกัน

gamma = sdpvar(1,1);

Q = sdpvar(n,n);

Y = sdpvar(p,n);

u = sdpvar(2,1);

H = (max1-min1)*(max2-min2)*(max3-min3)*(max4-min4);

P1 = (A1*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

P2 = (A2*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

P3 = (A3*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

P4 = (A4*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

P5 = (A5*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

P6 = (A6*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

P7 = (A7*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

P8 = (A8*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

P9 = (A9*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

P10 = (A10*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

P11 = (A11*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

P12 = (A12*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

P13 = (A13*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

P14 = (A14*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

P15 = (A15*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

P16 = (A16*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

AA = P1+P2+P3+P4+P5+P6+P7+P8+P9+P10+P11+P12+P13+P14+P15+P16;

p1 = (B1*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

p2 = (B2*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

p3 = (B3*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

p4 = (B4*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

p5 = (B5*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

p6 = (B6*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

p7 = (B7*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

p8 = (B8*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

p9 = (B9*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;

p10 = (B10*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;

p11 = (B11*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;

p12 = (B12*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;

$$p13 = (B13*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;$$

$$p14 = (B14*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;$$

$$p15 = (B15*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;$$

$$p16 = (B16*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;$$

$$BB = p1+p2+p3+p4+p5+p6+p7+p8+p9+p10+p11+p12+p13+p14+p15+p16;$$

***** กำหนดเงื่อนไข LMI *****

$$L = [];$$

$$L = [L,[1 \ x';x \ Q] \geq 0];$$

$$L = [L,[1 \ (AA*x+B*u)' \ x*Qws \ u**Rws;(AA*x+B*u) \ Q \ zeros(4,4) \ zeros(4,2);Qws*x \ zeros(4,4) \ gamma*11 \ zeros(4,2);Rws*u \ zeros(2,4) \ zeros(2,4) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A1'+Y*B1' \ Q*Qws \ Y**Rws;A1*Q+B1*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A2'+Y*B2' \ Q*Qws \ Y**Rws;A2*Q+B2*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A3'+Y*B3' \ Q*Qws \ Y**Rws;A3*Q+B3*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A4'+Y*B4' \ Q*Qws \ Y**Rws;A4*Q+B4*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A5'+Y*B5' \ Q*Qws \ Y**Rws;A5*Q+B5*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A6'+Y*B6' \ Q*Qws \ Y**Rws;A6*Q+B6*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A7'+Y*B7' \ Q*Qws \ Y**Rws;A7*Q+B7*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A8'+Y*B8' \ Q*Qws \ Y**Rws;A8*Q+B8*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A9'+Y*B9' \ Q*Qws \ Y**Rws;A9*Q+B9*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A10'+Y*B10' \ Q*Qws \ Y**Rws;A10*Q+B10*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A11'+Y*B11' \ Q*Qws \ Y**Rws;A11*Q+B11*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A12'+Y*B12' \ Q*Qws \ Y**Rws;A12*Q+B12*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

$$L = [L,[Q \ Q*A13'+Y*B13' \ Q*Qws \ Y**Rws;A13*Q+B13*Y \ Q \ zeros(n) \ zeros(n,p);Qws*Q \ zeros(n) \ gamma*11 \ zeros(n,p);Rws*Y \ zeros(p,n) \ zeros(p,n) \ gamma*12] \geq 0];$$

```

L = [L,[Q Q*A14'+Y*B14' Q*Qws Y*Rws;A14*Q+B14*Y Q zeros(n) zeros(n,p);Qws*Q zeros(n) gamma*I1
zeros(n,p);Rws*Y zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*I2]>=0];
L = [L,[Q Q*A15'+Y*B15' Q*Qws Y*Rws;A15*Q+B15*Y Q zeros(n) zeros(n,p);Qws*Q zeros(n) gamma*I1
zeros(n,p);Rws*Y zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*I2]>=0];
L = [L,[Q Q*A16'+Y*B16' Q*Qws Y*Rws;A16*Q+B16*Y Q zeros(n) zeros(n,p);Qws*Q zeros(n) gamma*I1
zeros(n,p);Rws*Y zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*I2]>=0];
L = [L,u<=-9.25]; L = [L,u>=-9.25]; L = [L,[(9.25^2)*I2 Y;Y' Q]>=0]; L = [L,gamma>0]; L = [L,Q>0];
***** แก้ปัญหาออปติไมซ์เซชันภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด *****
tic
solvesdp(L,gamma)
toc
***** ค่าตัวแปรปรับที่ได้จากการแก้ปัญหาออปติไมซ์ *****
un = double(u);
***** Simulation *****
un(1) = un(1) + uss(1);
un(2) = un(2) + uss(2)
x(1) = x(1) + xss(1);
x(2) = x(2) + xss(2);
x(3) = x(3) + xss(3);
x(4) = x(4) + xss(4);
[t2,xx] = ode45(@(t2,x)minimu mode(t2,x,un),[it it+dt],x);
[tt,ttf] = size(t2);
x= xx(tt,:)'
un(1) = un(1)-uss(1);
un(2) = un(2)-uss(2);
x(1) = x(1) - xss(1);
x(2) = x(2) - xss(2);
x(3) = x(3) - xss(3);
x(4) = x(4) - xss(4);
***** ในส่วนนี้ใช้สำหรับเก็บค่าข้อมูลต่างๆที่ได้จากการคำนวณ *****
cost(i,1)=x'*Qw*x+(double(u))*Rw*(double(u));
input1(i,1)=double(u(1));
input2(i,1)=double(u(2));
output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);
it = it+dt;
t(i)=it;

```

```

x0=x;
end
***** พจนานุกรมข้อมูล *****
plot(t,output(:,1),'o', t,output(:,2),'*')

```

ก.3 ชุดคำสั่งของตัวควบคุมเชิงทำนายแบบจำลองที่มีเงื่อนไขบังคับคงทนด้วยฟังก์ชันเลียปูนอฟซึ่งขึ้นกับตัวแปรเสริมที่มีการรบกวนสัญญาณเข้าควบคุมในการควบคุมระดับน้ำของถังใบที่ 1 และถังใบที่ 2

```

*****
% ในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด กำหนดให้ค่า gamma = 0.7 ในกรณีที่ไม่ใช่เฟสต่ำสุดกำหนดให้ค่า gamma = 0.3
% ช่วงเวลาในการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 0.4 นาที
*****

yalmp('clear')
clear all
*****
x0 = [-5;-5;-0.35;-0.35]; %%ระดับน้ำเริ่มต้นในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด
x0 = [3;3;10.5;10.5]; %%ระดับน้ำเริ่มต้นในกรณีที่ไม่ใช่เฟสต่ำสุด
*****

x=x0;
dt=0.4; %%% ช่วงเวลาในการสุ่มตัวอย่าง
f=8;
N=f/dt; %%%ระยะเวลาการทำนายตามแนวแกน
it=0; %%%เวลาเริ่มต้น
*****

output=zeros(N,4); %%%เก็บค่าตัวแปรขาออก ในที่นี้คือระดับน้ำในถังใบที่ 1, 2, 3 และ 4
input1=zeros(N,1); %%%เก็บค่าตัวแปรปรับ ในที่นี้คือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนกับปั๊มตัวที่ 1
input2=zeros(N,1); %%%เก็บค่าตัวแปรปรับ ในที่นี้คือค่าแรงดันไฟฟ้าที่ป้อนกับปั๊มตัวที่ 2
t=zeros(N,1); %%%เก็บค่าเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการควบคุมให้ระบบเข้าสู่สภาวะคงตัว
Rw = [0.1 0;0 0.1]; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
Qw = [1 0 0 0;0 1 0 0;0 0 0 0;0 0 0 0]; %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
***** กำหนดตัวแปรพารามิเตอร์ที่ใช้ในการควบคุม *****

o=0.178; %%% พื้นที่หน้าตัดของท่อที่ออกจากถังที่ 1, 2, 3 และ 4 หน่วย (cm^2)
A =80; %%%พื้นที่หน้าตัดของถังถังสี่เหลี่ยม หน่วย (cm^2)
alpha = 0.7; %%%อัตราส่วนในการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในกรณีที่มีเฟสต่ำสุด
alpha = 0.3; %%%อัตราส่วนในการปรับค่าสัดส่วนวาล์วสามทางในกรณีที่ไม่ใช่เฟสต่ำสุด
g=981*3600; %%% ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก หน่วย (cm/min^2)
kp=3.3*60; %%%ค่าคงที่อัตราการไหลของปั๊มตัวที่ 1 และ 2 หน่วย (cm^3/min V)
***** เงื่อนไขตัวแปรควบคุม *****

u_max = [9.25^2 0;0 9.25^2]; %%% ค่าตัวแปรปรับสูงสุดหน่วย (V)

```

```

h_min = 0;                                %%% ค่าระดับน้ำน้อยที่สุดในถัง 1,2,3,4
h_max = 30;                                %%% ค่าระดับน้ำมากที่สุดในถัง 1,2,3,4
***** ค่าคงที่ที่สภาวะคงตัว *****

uss(1) = 9.25;
uss(2) = 9.25;
xss(1) = 14.989;
xss(2) = 14.989;
xss(3) = 1.3487;
xss(4) = 1.3487;
***** กำหนดค่าสูงสุดต่ำสุด *****

%%% เรามีพารามิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงคือ h1,h2,h3,h4
%%% ตั้งแต่ละใบเท่ากัน คือสูง 80 cm
%%% ในส่วนนี้กำหนด ขอบเขต min-max ของพารามิเตอร์ h1,h2,h3,h4
%%% เนื่องจากสมการอยู่ในรูป deviation from Xss = X-Xss
%%% ดังนั้น จึงบวกค่าที่ steady state เข้าไป

    min1 = (1/(sqrt(hmin+14.989)));
    max1 = (1/(sqrt(hmax+14.989)));
    min2 = (1/(sqrt(hmin+14.989)));
    max2 = (1/(sqrt(hmax+14.989)));
    min3 = (1/(sqrt(hmin+1.3487)));
    max3 = (1/(sqrt(hmax+1.3487)));
    min4 = (1/(sqrt(hmin+1.3487)));
    max4 = (1/(sqrt(hmax+1.3487)));

***** การสร้างขอบเขตโพลีโทป *****

%%%% ส่วนนี้เป็นการสร้าง polytope เรามี scheduling parameter 4 ตัว
%%%% ดังนั้นคำนวณ หาจำนวน polytope เท่ากับ 2^4 = 16 จุด

    aa = (dt*o*sqrt(2*g))/A;
    A1 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
    A2 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
    A3 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
    A4 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
    A5 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
    A6 = [(1-aa*min1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
    A7 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
    A8 = [(1-aa*min1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
    A9 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
    A10 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
    A11 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
    A12 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*min2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];

```

```

A13 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A14 = [(1-aa*max1) 0 (aa*min3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*min3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
A15 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*min4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*min4)];
A16 = [(1-aa*max1) 0 (aa*max3) 0;0 (1-aa*max2) 0 (aa*max4);0 0 (1-aa*max3) 0;0 0 0 (1-aa*max4)];
***** ในส่วนของตัวแปรปรับ เมทริกซ์ B *****

B1 = [(dt*kp*alpha*(1/A) 0;0 (dt*kp*alpha*(1/A));0 (dt*kp*(1-alpha)*(1/A));(dt*kp*(1-alpha)*(1/A) 0];
B=B1;B2=B1; B3=B1; B4=B1; B5=B1; B6=B1; B7=B1; B8=B1; B9=B1; B10=B1; B11=B1; B12=B1;
B13=B1; B14=B1; B15=B1; B16=B1;
***** กำหนดตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหาออปติไมซ์เซชัน *****

%%%% ในส่วนนี้จะกำหนด เงื่อนไข constrain ที่ใช้ในการคำนวณหา state feedback control law
%%%% ส่วนแรกประกาศตัวแปร gamma,Q1,Q2,...Q16,Y1,Y2,...,Y16,G1,G2,...,G16 มีขนาดเมทริกซ์ต่างกัน

n = 4;
p = 2;
gamma = sdpvar(1,1);
Q1 = sdpvar(n,n); Q2 = sdpvar(n,n); Q3 = sdpvar(n,n); Q4 = sdpvar(n,n);Q5 = sdpvar(n,n); Q6 = sdpvar(n,n); Q7 =
sdpvar(n,n); Q8 = sdpvar(n,n); Q9 = sdpvar(n,n);Q10 = sdpvar(n,n);Q11 = sdpvar(n,n);Q12 = sdpvar(n,n);
Q13 = sdpvar(n,n);Q14 = sdpvar(n,n);Q15 = sdpvar(n,n);Q16 = sdpvar(n,n);

G1 = sdpvar(n,n); G2 = sdpvar(n,n); G3 = sdpvar(n,n); G4 = sdpvar(n,n); G5 = sdpvar(n,n); G6 = sdpvar(n,n);
G7 = sdpvar(n,n); G8 = sdpvar(n,n); G9 = sdpvar(n,n);G10 = sdpvar(n,n);G11 = sdpvar(n,n);G12 = sdpvar(n,n);
G13 = sdpvar(n,n);G14 = sdpvar(n,n);G15 = sdpvar(n,n);G16 = sdpvar(n,n);

Y1 = sdpvar(p,n); Y2 = sdpvar(p,n); Y3 = sdpvar(p,n); Y4 = sdpvar(p,n); Y5 = sdpvar(p,n); Y6 = sdpvar(p,n);
Y7 = sdpvar(p,n); Y8 = sdpvar(p,n); Y9 = sdpvar(p,n);Y10 = sdpvar(p,n);Y11 = sdpvar(p,n);Y12 = sdpvar(p,n);
Y13 = sdpvar(p,n);Y14 = sdpvar(p,n);Y15 = sdpvar(p,n);Y16 = sdpvar(p,n);

for i = 1:N
***** scheduling parameter *****
    hh1 = (1/(sqrt(x(1)+14.989)));
    hh2 = (1/(sqrt(x(2)+14.989)));
    hh3 = (1/(sqrt(x(3)+1.3487)));
    hh4 = (1/(sqrt(x(4)+1.3487)));
*****

Qws = Qw^0.5;   %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ
Rws = Rw^0.5;   %%%เมทริกซ์น้ำหนัก เพื่อเลือกผลการตอบสนองของกระบวนการ

I1 = eye(4);
I2 = eye(2);
***** กำหนดเงื่อนไข LMI *****

L = []; L = [L,gamma>0]; L = [L,Q1>0]; L = [L,Q2>0]; L = [L,Q3>0]; L = [L,Q4>0]; L = [L,Q5>0]; L = [L,Q6>0];

```

```

L = [L,Q7>0]; L = [L,Q8>0]; L = [L,Q9>0]; L = [L,Q10>0]; L = [L,Q11>0]; L = [L,Q12>0]; L = [L,Q13>0];
L = [L,Q14>0]; L = [L,Q15>0]; L = [L,Q16>0];
*****
% ในส่วนนี้กำหนดค่า constrained ที่มาจาก invariant ellipsoid
% โดย PDLF มี 16 constrained ที่ Q1,Q2,Q3,...Q16
*****
L = [L,[1 x';x Q1]>=0]; L = [L,[1 x';x Q2]>=0]; L = [L,[1 x';x Q3]>=0]; L = [L,[1 x';x Q4]>=0]; L = [L,[1 x';x Q5]>=0]; L
= [L,[1 x';x Q6]>=0]; L = [L,[1 x';x Q7]>=0]; L = [L,[1 x';x Q8]>=0]; L = [L,[1 x';x Q9]>=0];
L = [L,[1 x';x Q10]>=0]; L = [L,[1 x';x Q11]>=0]; L = [L,[1 x';x Q12]>=0]; L = [L,[1 x';x Q13]>=0];
L = [L,[1 x';x Q14]>=0]; L = [L,[1 x';x Q15]>=0]; L = [L,[1 x';x Q16]>=0];
*****
% กำหนด constrained ที่มาจาก ทฤษฎีบท Lyapunov แสดงเงื่อนไข constrained
% อยู่ในรูป LMI โดยจะ เวกเตอร์ค่า Gi ตั้งแต่ i = 1 to 16
% เวกเตอร์ค่า Qj ตั้งแต่ j = 1 to 16
% จะได้จำนวนเงื่อนไข constrained = 256 constrained
***** ที่ i = 1 *****
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q1 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q2 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q3 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q4 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q5 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q6 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q7 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q8 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q9 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q10 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];
L = [L,[G1+G1'-Q1 (A1*G1+B1*Y1)' G1*Qws Y1*Rws;A1*G1+B1*Y1 Q11 zeros(n) zeros(n,p);Qws*G1 zeros(n)
gamma*11 zeros(n,p);Rws*Y1 zeros(p,n) zeros(p,n) gamma*12]>0];

```



```

*****
% กำหนด Input constrained  $\|u(k+i|k)\|_2 \leq u_{max}, i \geq 0$ 
% อยู่ในรูป LMI
% จะได้จำนวนเงื่อนไข input constrained = 16 constrained
*****

L = [L,[umax Y1;Y1' G1+(G1')-Q1]>=0];
L = [L,[umax Y2;Y2' G2+(G2')-Q2]>=0];
L = [L,[umax Y3;Y3' G3+(G3')-Q3]>=0];
L = [L,[umax Y4;Y4' G4+(G4')-Q4]>=0];
L = [L,[umax Y5;Y5' G5+(G5')-Q5]>=0];
L = [L,[umax Y6;Y6' G6+(G6')-Q6]>=0];
L = [L,[umax Y7;Y7' G7+(G7')-Q7]>=0];
L = [L,[umax Y8;Y8' G8+(G8')-Q8]>=0];
L = [L,[umax Y9;Y9' G9+(G9')-Q9]>=0];
L = [L,[umax Y10;Y10' G10+(G10')-Q10]>=0];
L = [L,[umax Y11;Y11' G11+(G11')-Q11]>=0];
L = [L,[umax Y12;Y12' G12+(G12')-Q12]>=0];
L = [L,[umax Y13;Y13' G13+(G13')-Q13]>=0];
L = [L,[umax Y14;Y14' G14+(G14')-Q14]>=0];
L = [L,[umax Y15;Y15' G15+(G15')-Q15]>=0];
L = [L,[umax Y16;Y16' G16+(G16')-Q16]>=0];
***** แก้ปัญหาออปติไมซ์เซชันภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด *****

tic
solvesdp(L,gamma)
toc
*****

% จากสมการ  $F_j = Y_j * G_j^{-1}$  โดยที่  $j = 1, 2, 3, \dots, 16$ 
% คำนวณหาค่า  $F_j$  แต่ละจุดบน polytope
*****

F1 =double(Y1)*inv(double(G1));
F2 =double(Y2)*inv(double(G2));
F3 =double(Y3)*inv(double(G3));
F4 =double(Y4)*inv(double(G4));
F5 =double(Y5)*inv(double(G5));
F6 =double(Y6)*inv(double(G6));
F7 =double(Y7)*inv(double(G7));
F8 =double(Y8)*inv(double(G8));

```

```

F9 =double(Y9)*inv(double(G9));
F10=double(Y10)*inv(double(G10));
F11=double(Y11)*inv(double(G11));
F12=double(Y12)*inv(double(G12));
F13=double(Y13)*inv(double(G13));
F14=double(Y14)*inv(double(G14));
F15=double(Y15)*inv(double(G15));
F16=double(Y16)*inv(double(G16));
***** การคำนวณหาเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ State Feedback Matrix *****
% ในส่วนนี้เป็นการคำนวณหาค่า state feed back matrix (F)
% โดย F = ผลรวมของค่า(alpha*Fj) ตั้งแต่ i =1 ถึง 16
*****
% ในส่วนนี้เป็นการคำนวณหาค่า alpha ในแต่ละจุด
H = (max1-min1)*(max2-min2)*(max3-min3)*(max4-min4);
K1 = (F1*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K2 = (F2*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K3 = (F3*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K4 = (F4*(max1-hh1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
K5 = (F5*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K6 = (F6*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K7 = (F7*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K8 = (F8*(max1-hh1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
K9 = (F9*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K10 = (F10*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K11 = (F11*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K12 = (F12*(hh1-min1)*(max2-hh2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
K13 = (F13*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(max4-hh4))/H;
K14 = (F14*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(max3-hh3)*(hh4-min4))/H;
K15 = (F15*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(max4-hh4))/H;
K16 = (F16*(hh1-min1)*(hh2-min2)*(hh3-min3)*(hh4-min4))/H;
***** คำนวณหาเมทริกซ์ป้อนกลับสถานะ *****
F = K1+K2+K3+K4+K5+K6+K7+K8+K9+K10+K11+K12+K13+K14+K15+K16;
***** ในส่วน STEP 2 คำนวณหาค่า Coptimum *****
J0=sdpvar(1,1); J1=sdpvar(1,1); J2=sdpvar(1,1);
c0=sdpvar(2,1); c1=sdpvar(2,1);
***** กำหนดตัวแปรที่ใช้ในการสร้างโพลีโทปสำหรับ STEP 2 *****
x01 = (A1+B*K1)*x0+B*c0; x02 = (A2+B*K2)*x0+B*c0; x03 = (A3+B*K3)*x0+B*c0; x04 = (A4+B*K4)*x0+B*c0;
x05 = (A5+B*K5)*x0+B*c0; x06 = (A6+B*K6)*x0+B*c0; x07 = (A7+B*K7)*x0+B*c0; x08 = (A8+B*K8)*x0+B*c0;

```

$x_{09} = (A_9+B*K_9)*x_0+B*c_0$; $x_{10} = (A_{10}+B*K_{10})*x_0+B*c_0$; $x_{11} = (A_{11}+B*K_{11})*x_0+B*c_0$; $x_{12} =$
 $(A_{12}+B*K_{12})*x_0+B*c_0$;
 $x_{13} = (A_{13}+B*K_{13})*x_0+B*c_0$; $x_{14} = (A_{14}+B*K_{14})*x_0+B*c_0$; $x_{15} = (A_{15}+B*K_{15})*x_0+B*c_0$; $x_{16} =$
 $(A_{16}+B*K_{16})*x_0+B*c_0$;

$p_{01} = (A_1+B*K_1)*x_{01}+B*c_1$; $p_{02} = (A_2+B*K_2)*x_{01}+B*c_1$; $p_{03} = (A_3+B*K_3)*x_{01}+B*c_1$; $p_{04} =$
 $(A_4+B*K_4)*x_{01}+B*c_1$; $p_{05} = (A_5+B*K_5)*x_{01}+B*c_1$; $p_{06} = (A_6+B*K_6)*x_{01}+B*c_1$; $p_{07} = (A_7+B*K_7)*x_{01}+B*c_1$; $p_{08} =$
 $(A_8+B*K_8)*x_{01}+B*c_1$; $p_{09} = (A_9+B*K_9)*x_{01}+B*c_1$;
 $p_{10} = (A_{10}+B*K_{10})*x_{01}+B*c_1$; $p_{11} = (A_{11}+B*K_{11})*x_{01}+B*c_1$; $p_{12} = (A_{12}+B*K_{12})*x_{01}+B*c_1$; $p_{13} =$
 $(A_{13}+B*K_{13})*x_{01}+B*c_1$; $p_{14} = (A_{14}+B*K_{14})*x_{01}+B*c_1$; $p_{15} = (A_{15}+B*K_{15})*x_{01}+B*c_1$; $p_{16} =$
 $(A_{16}+B*K_{16})*x_{01}+B*c_1$;

$p_{101} = (A_1+B*K_1)*x_{02}+B*c_1$; $p_{102} = (A_2+B*K_2)*x_{02}+B*c_1$; $p_{103} = (A_3+B*K_3)*x_{02}+B*c_1$; $p_{104} =$
 $(A_4+B*K_4)*x_{02}+B*c_1$;
 $p_{105} = (A_5+B*K_5)*x_{02}+B*c_1$; $p_{106} = (A_6+B*K_6)*x_{02}+B*c_1$; $p_{107} = (A_7+B*K_7)*x_{02}+B*c_1$; $p_{108} =$
 $(A_8+B*K_8)*x_{02}+B*c_1$;
 $p_{109} = (A_9+B*K_9)*x_{02}+B*c_1$; $p_{110} = (A_{10}+B*K_{10})*x_{02}+B*c_1$; $p_{111} = (A_{11}+B*K_{11})*x_{02}+B*c_1$; $p_{112} =$
 $(A_{12}+B*K_{12})*x_{02}+B*c_1$;
 $p_{113} = (A_{13}+B*K_{13})*x_{02}+B*c_1$; $p_{114} = (A_{14}+B*K_{14})*x_{02}+B*c_1$; $p_{115} = (A_{15}+B*K_{15})*x_{02}+B*c_1$; $p_{116} =$
 $(A_{16}+B*K_{16})*x_{02}+B*c_1$;

$p_{1101} = (A_1+B*K_1)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1102} = (A_2+B*K_2)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1103} = (A_3+B*K_3)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1104} =$
 $(A_4+B*K_4)*x_{03}+B*c_1$;
 $p_{1105} = (A_5+B*K_5)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1106} = (A_6+B*K_6)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1107} = (A_7+B*K_7)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1108} =$
 $(A_8+B*K_8)*x_{03}+B*c_1$;
 $p_{1109} = (A_9+B*K_9)*x_{03}+B*c_1$; $p_{1110} = (A_{10}+B*K_{10})*x_{03}+B*c_1$; $p_{1111} = (A_{11}+B*K_{11})*x_{03}+B*c_1$; $p_{1112} =$
 $(A_{12}+B*K_{12})*x_{03}+B*c_1$;
 $p_{1113} = (A_{13}+B*K_{13})*x_{03}+B*c_1$; $p_{1114} = (A_{14}+B*K_{14})*x_{03}+B*c_1$; $p_{1115} = (A_{15}+B*K_{15})*x_{03}+B*c_1$; $p_{1116} =$
 $(A_{16}+B*K_{16})*x_{03}+B*c_1$;

$p_{11101} = (A_1+B*K_1)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11102} = (A_2+B*K_2)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11103} = (A_3+B*K_3)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11104} =$
 $(A_4+B*K_4)*x_{04}+B*c_1$;
 $p_{11105} = (A_5+B*K_5)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11106} = (A_6+B*K_6)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11107} = (A_7+B*K_7)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11108} =$
 $(A_8+B*K_8)*x_{04}+B*c_1$;
 $p_{11109} = (A_9+B*K_9)*x_{04}+B*c_1$; $p_{11110} = (A_{10}+B*K_{10})*x_{04}+B*c_1$; $p_{11111} = (A_{11}+B*K_{11})*x_{04}+B*c_1$; $p_{11112} =$
 $(A_{12}+B*K_{12})*x_{04}+B*c_1$;
 $p_{11113} = (A_{13}+B*K_{13})*x_{04}+B*c_1$; $p_{11114} = (A_{14}+B*K_{14})*x_{04}+B*c_1$; $p_{11115} = (A_{15}+B*K_{15})*x_{04}+B*c_1$; $p_{11116} =$
 $(A_{16}+B*K_{16})*x_{04}+B*c_1$;

$p111101 = (A1+B*K1)*x05+B*c1$; $p111102 = (A2+B*K2)*x05+B*c1$; $p111103 = (A3+B*K3)*x05+B*c1$; $p111104 = (A4+B*K4)*x05+B*c1$;
 $p111105 = (A5+B*K5)*x05+B*c1$; $p111106 = (A6+B*K6)*x05+B*c1$; $p111107 = (A7+B*K7)*x05+B*c1$; $p111108 = (A8+B*K8)*x05+B*c1$;
 $p111109 = (A9+B*K9)*x05+B*c1$; $p111110 = (A10+B*K10)*x05+B*c1$; $p111111 = (A11+B*K11)*x05+B*c1$; $p111112 = (A12+B*K12)*x05+B*c1$;
 $p111113 = (A13+B*K13)*x05+B*c1$; $p111114 = (A14+B*K14)*x05+B*c1$; $p111115 = (A15+B*K15)*x05+B*c1$;
 $p111116 = (A16+B*K16)*x05+B*c1$;

$pp01 = (A1+B*K1)*x06+B*c1$; $pp02 = (A2+B*K2)*x06+B*c1$; $pp03 = (A3+B*K3)*x06+B*c1$; $pp04 = (A4+B*K4)*x06+B*c1$;
 $pp05 = (A5+B*K5)*x06+B*c1$; $pp06 = (A6+B*K6)*x06+B*c1$; $pp07 = (A7+B*K7)*x06+B*c1$; $pp08 = (A8+B*K8)*x06+B*c1$;
 $pp09 = (A9+B*K9)*x06+B*c1$; $pp10 = (A10+B*K10)*x06+B*c1$; $pp11 = (A11+B*K11)*x06+B*c1$; $pp12 = (A12+B*K12)*x06+B*c1$;
 $pp13 = (A13+B*K13)*x06+B*c1$; $pp14 = (A14+B*K14)*x06+B*c1$; $pp15 = (A15+B*K15)*x06+B*c1$; $pp16 = (A16+B*K16)*x06+B*c1$;
 $pp101 = (A1+B*K1)*x07+B*c1$; $pp102 = (A2+B*K2)*x07+B*c1$; $pp103 = (A3+B*K3)*x07+B*c1$; $pp104 = (A4+B*K4)*x07+B*c1$;
 $pp105 = (A5+B*K5)*x07+B*c1$; $pp106 = (A6+B*K6)*x07+B*c1$; $pp107 = (A7+B*K7)*x07+B*c1$; $pp108 = (A8+B*K8)*x07+B*c1$;
 $pp109 = (A9+B*K9)*x07+B*c1$; $pp110 = (A10+B*K10)*x07+B*c1$; $pp111 = (A11+B*K11)*x07+B*c1$; $pp112 = (A12+B*K12)*x07+B*c1$;
 $pp113 = (A13+B*K13)*x07+B*c1$; $pp114 = (A14+B*K14)*x07+B*c1$; $pp115 = (A15+B*K15)*x07+B*c1$; $pp116 = (A16+B*K16)*x07+B*c1$;

$pp1101 = (A1+B*K1)*x08+B*c1$; $pp1102 = (A2+B*K2)*x08+B*c1$; $pp1103 = (A3+B*K3)*x08+B*c1$; $pp1104 = (A4+B*K4)*x08+B*c1$;
 $pp1105 = (A5+B*K5)*x08+B*c1$; $pp1106 = (A6+B*K6)*x08+B*c1$; $pp1107 = (A7+B*K7)*x08+B*c1$; $pp1108 = (A8+B*K8)*x08+B*c1$;
 $pp1109 = (A9+B*K9)*x08+B*c1$; $pp1110 = (A10+B*K10)*x08+B*c1$; $pp1111 = (A11+B*K11)*x08+B*c1$; $pp1112 = (A12+B*K12)*x08+B*c1$;
 $pp1113 = (A13+B*K13)*x08+B*c1$; $pp1114 = (A14+B*K14)*x08+B*c1$; $pp1115 = (A15+B*K15)*x08+B*c1$; $pp1116 = (A16+B*K16)*x08+B*c1$;

$pp11101 = (A1+B*K1)*x09+B*c1$; $pp11102 = (A2+B*K2)*x09+B*c1$; $pp11103 = (A3+B*K3)*x09+B*c1$; $pp11104 = (A4+B*K4)*x09+B*c1$;
 $pp11105 = (A5+B*K5)*x09+B*c1$; $pp11106 = (A6+B*K6)*x09+B*c1$; $pp11107 = (A7+B*K7)*x09+B*c1$; $pp11108 = (A8+B*K8)*x09+B*c1$;

$$\begin{aligned} &pp11109 = (A9+B*K9)*x09+B*c1; pp11110 = (A10+B*K10)*x09+B*c1; pp11111 = (A11+B*K11)*x09+B*c1; pp11112 \\ &= (A12+B*K12)*x09+B*c1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &pp11113 = (A13+B*K13)*x09+B*c1; pp11114 = (A14+B*K14)*x09+B*c1; pp11115 = (A15+B*K15)*x09+B*c1; \\ &pp11116 = (A16+B*K16)*x09+B*c1; \end{aligned}$$

$$pp111101 = (A1+B*K1)*x10+B*c1; pp111102 = (A2+B*K2)*x10+B*c1; pp111103 = (A3+B*K3)*x10+B*c1;$$

$$pp111104 = (A4+B*K4)*x10+B*c1;$$

$$pp111105 = (A5+B*K5)*x10+B*c1; pp111106 = (A6+B*K6)*x10+B*c1; pp111107 = (A7+B*K7)*x10+B*c1;$$

$$pp111108 = (A8+B*K8)*x10+B*c1;$$

$$pp111109 = (A9+B*K9)*x10+B*c1; pp111110 = (A10+B*K10)*x10+B*c1; pp111111 = (A11+B*K11)*x10+B*c1;$$

$$pp111112 = (A12+B*K12)*x10+B*c1; pp111113 = (A13+B*K13)*x10+B*c1; pp111114 = (A14+B*K14)*x10+B*c1;$$

$$pp111115 = (A15+B*K15)*x10+B*c1; pp111116 = (A16+B*K16)*x10+B*c1;$$

$$ppp01 = (A1+B*K1)*x11+B*c1; ppp02 = (A2+B*K2)*x11+B*c1; ppp03 = (A3+B*K3)*x11+B*c1; ppp04 =$$

$$(A4+B*K4)*x11+B*c1;$$

$$ppp05 = (A5+B*K5)*x11+B*c1; ppp06 = (A6+B*K6)*x11+B*c1; ppp07 = (A7+B*K7)*x11+B*c1; ppp08 =$$

$$(A8+B*K8)*x11+B*c1;$$

$$ppp09 = (A9+B*K9)*x11+B*c1; ppp10 = (A10+B*K10)*x11+B*c1; ppp11 = (A11+B*K11)*x11+B*c1; ppp12 =$$

$$(A12+B*K12)*x11+B*c1;$$

$$ppp13 = (A13+B*K13)*x11+B*c1; ppp14 = (A14+B*K14)*x11+B*c1; ppp15 = (A15+B*K15)*x11+B*c1; ppp16 =$$

$$(A16+B*K16)*x11+B*c1;$$

$$ppp101 = (A1+B*K1)*x12+B*c1; ppp102 = (A2+B*K2)*x12+B*c1; ppp103 = (A3+B*K3)*x12+B*c1; ppp104 =$$

$$(A4+B*K4)*x12+B*c1;$$

$$ppp105 = (A5+B*K5)*x12+B*c1; ppp106 = (A6+B*K6)*x12+B*c1; ppp107 = (A7+B*K7)*x12+B*c1; ppp108 =$$

$$(A8+B*K8)*x12+B*c1;$$

$$ppp109 = (A9+B*K9)*x12+B*c1; ppp110 = (A10+B*K10)*x12+B*c1; ppp111 = (A11+B*K11)*x12+B*c1; ppp112 =$$

$$(A12+B*K12)*x12+B*c1;$$

$$ppp113 = (A13+B*K13)*x12+B*c1; ppp114 = (A14+B*K14)*x12+B*c1; ppp115 = (A15+B*K15)*x12+B*c1; ppp116 =$$

$$(A16+B*K16)*x12+B*c1;$$

$$ppp1101 = (A1+B*K1)*x13+B*c1; ppp1102 = (A2+B*K2)*x13+B*c1; ppp1103 = (A3+B*K3)*x13+B*c1; ppp1104 =$$

$$(A4+B*K4)*x13+B*c1;$$

$$ppp1105 = (A5+B*K5)*x13+B*c1; ppp1106 = (A6+B*K6)*x13+B*c1; ppp1107 = (A7+B*K7)*x13+B*c1; ppp1108 =$$

$$(A8+B*K8)*x13+B*c1;$$

$$ppp1109 = (A9+B*K9)*x13+B*c1; ppp1110 = (A10+B*K10)*x13+B*c1; ppp1111 = (A11+B*K11)*x13+B*c1;$$

$$ppp1112 = (A12+B*K12)*x13+B*c1;$$

$$ppp1113 = (A13+B*K13)*x13+B*c1; ppp1114 = (A14+B*K14)*x13+B*c1; ppp1115 = (A15+B*K15)*x13+B*c1;$$

$$ppp1116 = (A16+B*K16)*x13+B*c1;$$

$$\text{ppp11101} = (A1+B*K1)*x14+B*c1; \text{ppp11102} = (A2+B*K2)*x14+B*c1; \text{ppp11103} = (A3+B*K3)*x14+B*c1; \text{ppp11104} \\ = (A4+B*K4)*x14+B*c1;$$

$$\text{ppp11105} = (A5+B*K5)*x14+B*c1; \text{ppp11106} = (A6+B*K6)*x14+B*c1; \text{ppp11107} = \\ (A7+B*K7)*x14+B*c1; \text{ppp11108} = (A8+B*K8)*x14+B*c1;$$

$$\text{ppp11109} = (A9+B*K9)*x14+B*c1; \text{ppp11110} = (A10+B*K10)*x14+B*c1; \text{ppp11111} = (A11+B*K11)*x14+B*c1;$$

$$\text{ppp11112} = (A12+B*K12)*x14+B*c1; \text{ppp11113} = (A13+B*K13)*x14+B*c1; \text{ppp11114} =$$

$$(A14+B*K14)*x14+B*c1; \text{ppp11115} = (A15+B*K15)*x14+B*c1;$$

$$\text{ppp11116} = (A16+B*K16)*x14+B*c1;$$

$$\text{pppp01} = (A1+B*K1)*x15+B*c1; \text{pppp02} = (A2+B*K2)*x15+B*c1; \text{pppp03} = (A3+B*K3)*x15+B*c1; \text{pppp04} = \\ (A4+B*K4)*x15+B*c1;$$

$$\text{pppp05} = (A5+B*K5)*x15+B*c1; \text{pppp06} = (A6+B*K6)*x15+B*c1; \text{pppp07} = (A7+B*K7)*x15+B*c1; \text{pppp08} = \\ (A8+B*K8)*x15+B*c1;$$

$$\text{pppp09} = (A9+B*K9)*x15+B*c1; \text{pppp10} = (A10+B*K10)*x15+B*c1; \text{pppp11} = (A11+B*K11)*x15+B*c1; \text{pppp12} =$$

$$(A12+B*K12)*x15+B*c1; \text{pppp13} = (A13+B*K13)*x15+B*c1; \text{pppp14} = (A14+B*K14)*x15+B*c1; \text{pppp15} =$$

$$(A15+B*K15)*x15+B*c1; \text{pppp16} = (A16+B*K16)*x15+B*c1;$$

$$\text{pppp101} = (A1+B*K1)*x16+B*c1; \text{pppp102} = (A2+B*K2)*x16+B*c1; \text{pppp103} = (A3+B*K3)*x16+B*c1; \text{pppp104} = \\ (A4+B*K4)*x16+B*c1;$$

$$\text{pppp105} = (A5+B*K5)*x16+B*c1; \text{pppp106} = (A6+B*K6)*x16+B*c1; \text{pppp107} = (A7+B*K7)*x16+B*c1; \text{pppp108} = \\ (A8+B*K8)*x16+B*c1;$$

$$\text{pppp109} = (A9+B*K9)*x16+B*c1; \text{pppp110} = (A10+B*K10)*x16+B*c1; \text{pppp111} = (A11+B*K11)*x16+B*c1; \text{pppp112} =$$

$$(A12+B*K12)*x16+B*c1;$$

$$\text{pppp113} = (A13+B*K13)*x16+B*c1; \text{pppp114} = (A14+B*K14)*x16+B*c1; \text{pppp115} =$$

$$(A15+B*K15)*x16+B*c1; \text{pppp116} = (A16+B*K16)*x16+B*c1;$$

***** ផ្សារលក់សម្រាប់ LMI *****

I=[];

$$I=[I,[1 \ (x0)*Qws \ (c0)*Rws; \ (Qws)*x0 \ J0*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c0 \ zeros(2,4) \ J0*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x01)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x01 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x02)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x02 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x03)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x03 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x04)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x04 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x05)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x05 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x06)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x06 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x07)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x07 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x08)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x08 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[I,[1 \ (x09)*Qws \ (c1)*Rws; \ (Qws)*x09 \ J1*eye(4) \ zeros(4,2); \ (Rws)*c1 \ zeros(2,4) \ J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x10)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x10 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x11)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x11 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x12)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x12 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x13)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x13 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x14)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x14 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x15)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x15 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[1 (x16)*Qws (c1)*Rws;(Qws)*x16 J1*eye(4) zeros(4,2);(Rws)*c1 zeros(2,4) J1*eye(2)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p01';p01 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p02';p02 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p03';p03 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p04';p04 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p05';p05 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p06';p06 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p07';p07 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p08';p08 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p09';p09 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p10';p10 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p11';p11 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p12';p12 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p13';p13 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p14';p14 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p15';p15 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p16';p16 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p101';p101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p102';p102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p103';p103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p104';p104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p105';p105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p106';p106 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p107';p107 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p108';p108 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p109';p109 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p110';p110 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p111';p111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p112';p112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p113';p113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];$$

$$I=[1,[J2 p114';p114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];$$

```

I=[I,[J2 p115';p115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];
I=[I,[J2 p116';p116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];
I=[I,[J2 p1101';p1101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];
I=[I,[J2 p1102';p1102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];
I=[I,[J2 p1103';p1103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];
I=[I,[J2 p1104';p1104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];
I=[I,[J2 p1105';p1105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];
I=[I,[J2 p1106';p1106 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];
I=[I,[J2 p1107';p1107 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];
I=[I,[J2 p1108';p1108 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];
I=[I,[J2 p1109';p1109 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];
I=[I,[J2 p1110';p1110 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];
I=[I,[J2 p1111';p1111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];
I=[I,[J2 p1112';p1112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];
I=[I,[J2 p1113';p1113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];
I=[I,[J2 p1114';p1114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];
I=[I,[J2 p1115';p1115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];
I=[I,[J2 p1116';p1116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];
I=[I,[J2 p11101';p11101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];
I=[I,[J2 p11102';p11102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];
I=[I,[J2 p11103';p11103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];
I=[I,[J2 p11104';p11104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];
I=[I,[J2 p11105';p11105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];
I=[I,[J2 p11106';p11106 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];
I=[I,[J2 p11107';p11107 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];
I=[I,[J2 p11108';p11108 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];
I=[I,[J2 p11109';p11109 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];
I=[I,[J2 p11110';p11110 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];
I=[I,[J2 p11111';p11111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];
I=[I,[J2 p11112';p11112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];
I=[I,[J2 p11113';p11113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];
I=[I,[J2 p11114';p11114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];
I=[I,[J2 p11115';p11115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];
I=[I,[J2 p11116';p11116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];
I=[I,[J2 p111101';p111101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];
I=[I,[J2 p111102';p111102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];
I=[I,[J2 p111103';p111103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];
I=[I,[J2 p111104';p111104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];
I=[I,[J2 p111105';p111105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];

```

$I=[I,[J2\ p111106';p111106\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q6)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111107';p111107\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q7)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111108';p111108\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q8)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111109';p111109\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q9)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111110';p111110\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q10)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111111';p111111\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q11)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111112';p111112\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q12)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111113';p111113\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q13)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111114';p111114\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q14)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111115';p111115\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q15)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ p111116';p111116\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q16)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp01';pp01\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q1)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp02';pp02\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q2)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp03';pp03\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q3)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp04';pp04\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q4)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp05';pp05\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q5)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp06';pp06\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q6)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp07';pp07\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q7)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp08';pp08\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q8)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp09';pp09\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q9)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp10';pp10\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q10)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp11';pp11\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q11)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp12';pp12\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q12)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp13';pp13\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q13)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp14';pp14\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q14)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp15';pp15\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q15)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp16';pp16\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q16)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp101';pp101\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q1)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp102';pp102\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q2)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp103';pp103\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q3)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp104';pp104\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q4)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp105';pp105\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q5)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp106';pp106\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q6)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp107';pp107\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q7)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp108';pp108\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q8)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp109';pp109\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q9)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp110';pp110\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q10)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp111';pp111\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q11)] \geq 0];$
 $I=[I,[J2\ pp112';pp112\ \text{inv}(\text{double}(\text{gamma})) * \text{double}(Q12)] \geq 0];$

$I=[1,[J2 \text{ pp111104}';\text{pp111104 inv(double(gamma))*double(Q4)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111105}';\text{pp111105 inv(double(gamma))*double(Q5)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111106}';\text{pp111106 inv(double(gamma))*double(Q6)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111107}';\text{pp111107 inv(double(gamma))*double(Q7)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111108}';\text{pp111108 inv(double(gamma))*double(Q8)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111109}';\text{pp111109 inv(double(gamma))*double(Q9)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111110}';\text{pp111110 inv(double(gamma))*double(Q10)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111111}';\text{pp111111 inv(double(gamma))*double(Q11)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111112}';\text{pp111112 inv(double(gamma))*double(Q12)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111113}';\text{pp111113 inv(double(gamma))*double(Q13)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111114}';\text{pp111114 inv(double(gamma))*double(Q14)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111115}';\text{pp111115 inv(double(gamma))*double(Q15)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ pp111116}';\text{pp111116 inv(double(gamma))*double(Q16)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp01}';\text{ppp01 inv(double(gamma))*double(Q1)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp02}';\text{ppp02 inv(double(gamma))*double(Q2)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp03}';\text{ppp03 inv(double(gamma))*double(Q3)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp04}';\text{ppp04 inv(double(gamma))*double(Q4)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp05}';\text{ppp05 inv(double(gamma))*double(Q5)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp06}';\text{ppp06 inv(double(gamma))*double(Q6)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp07}';\text{ppp07 inv(double(gamma))*double(Q7)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp08}';\text{ppp08 inv(double(gamma))*double(Q8)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp09}';\text{ppp09 inv(double(gamma))*double(Q9)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp10}';\text{ppp10 inv(double(gamma))*double(Q10)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11}';\text{ppp11 inv(double(gamma))*double(Q11)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp12}';\text{ppp12 inv(double(gamma))*double(Q12)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp13}';\text{ppp13 inv(double(gamma))*double(Q13)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp14}';\text{ppp14 inv(double(gamma))*double(Q14)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp15}';\text{ppp15 inv(double(gamma))*double(Q15)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp16}';\text{ppp16 inv(double(gamma))*double(Q16)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp101}';\text{ppp101 inv(double(gamma))*double(Q1)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp102}';\text{ppp102 inv(double(gamma))*double(Q2)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp103}';\text{ppp103 inv(double(gamma))*double(Q3)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp104}';\text{ppp104 inv(double(gamma))*double(Q4)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp105}';\text{ppp105 inv(double(gamma))*double(Q5)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp106}';\text{ppp106 inv(double(gamma))*double(Q6)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp107}';\text{ppp107 inv(double(gamma))*double(Q7)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp108}';\text{ppp108 inv(double(gamma))*double(Q8)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp109}';\text{ppp109 inv(double(gamma))*double(Q9)}] \geq 0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp110}';\text{ppp110 inv(double(gamma))*double(Q10)}] \geq 0];$

$I=[1,[J2 \text{ ppp111}';\text{ppp111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp112}';\text{ppp112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp113}';\text{ppp113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp114}';\text{ppp114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp115}';\text{ppp115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp116}';\text{ppp116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];$

$I=[1,[J2 \text{ ppp1101}';\text{ppp1101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1102}';\text{ppp1102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1103}';\text{ppp1103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1104}';\text{ppp1104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1105}';\text{ppp1105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1106}';\text{ppp1106 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1107}';\text{ppp1107 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1108}';\text{ppp1108 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1109}';\text{ppp1109 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1110}';\text{ppp1110 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1111}';\text{ppp1111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1112}';\text{ppp1112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1113}';\text{ppp1113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1114}';\text{ppp1114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1115}';\text{ppp1115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp1116}';\text{ppp1116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];$

$I=[1,[J2 \text{ ppp11101}';\text{ppp11101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11102}';\text{ppp11102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11103}';\text{ppp11103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11104}';\text{ppp11104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11105}';\text{ppp11105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11106}';\text{ppp11106 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11107}';\text{ppp11107 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11108}';\text{ppp11108 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11109}';\text{ppp11109 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11110}';\text{ppp11110 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11111}';\text{ppp11111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11112}';\text{ppp11112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11113}';\text{ppp11113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11114}';\text{ppp11114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];$
 $I=[1,[J2 \text{ ppp11115}';\text{ppp11115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];$


```

I=[I,[J2 ppp11116';ppp11116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];

I=[I,[J2 pppp01';pppp01 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];
I=[I,[J2 pppp02';pppp02 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];
I=[I,[J2 pppp03';pppp03 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];
I=[I,[J2 pppp04';pppp04 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];
I=[I,[J2 pppp05';pppp05 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];
I=[I,[J2 pppp06';pppp06 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];
I=[I,[J2 pppp07';pppp07 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];
I=[I,[J2 pppp08';pppp08 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];
I=[I,[J2 pppp09';pppp09 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];
I=[I,[J2 pppp10';pppp10 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];
I=[I,[J2 pppp11';pppp11 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];
I=[I,[J2 pppp12';pppp12 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];
I=[I,[J2 pppp13';pppp13 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];
I=[I,[J2 pppp14';pppp14 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];
I=[I,[J2 pppp15';pppp15 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];
I=[I,[J2 pppp16';pppp16 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];

I=[I,[J2 pppp101';pppp101 inv(double(gamma))*double(Q1)]>=0];
I=[I,[J2 pppp102';pppp102 inv(double(gamma))*double(Q2)]>=0];
I=[I,[J2 pppp103';pppp103 inv(double(gamma))*double(Q3)]>=0];
I=[I,[J2 pppp104';pppp104 inv(double(gamma))*double(Q4)]>=0];
I=[I,[J2 pppp105';pppp105 inv(double(gamma))*double(Q5)]>=0];
I=[I,[J2 pppp106';pppp106 inv(double(gamma))*double(Q6)]>=0];
I=[I,[J2 pppp107';pppp107 inv(double(gamma))*double(Q7)]>=0];
I=[I,[J2 pppp108';pppp108 inv(double(gamma))*double(Q8)]>=0];
I=[I,[J2 pppp109';pppp109 inv(double(gamma))*double(Q9)]>=0];
I=[I,[J2 pppp110';pppp110 inv(double(gamma))*double(Q10)]>=0];
I=[I,[J2 pppp111';pppp111 inv(double(gamma))*double(Q11)]>=0];
I=[I,[J2 pppp112';pppp112 inv(double(gamma))*double(Q12)]>=0];
I=[I,[J2 pppp113';pppp113 inv(double(gamma))*double(Q13)]>=0];
I=[I,[J2 pppp114';pppp114 inv(double(gamma))*double(Q14)]>=0];
I=[I,[J2 pppp115';pppp115 inv(double(gamma))*double(Q15)]>=0];
I=[I,[J2 pppp116';pppp116 inv(double(gamma))*double(Q16)]>=0];
*****
% กำหนด Input constrained |u(k+i|k)| <= umax, i>=0
% อธิบายในรูป LMI
*****

```

$I=[I,K1*x0+c0>-a];I=[I,K1*x0+c0<a];I=[I,K2*x0+c0>-a];I=[I,K2*x0+c0<a];I=[I,K3*x0+c0>-a];I=[I,K3*x0+c0<a];$
 $I=[I,K4*x0+c0>-a];I=[I,K4*x0+c0<a];I=[I,K5*x0+c0>-a];I=[I,K5*x0+c0<a];I=[I,K6*x0+c0>-a];I=[I,K6*x0+c0<a];$
 $I=[I,K7*x0+c0>-a];I=[I,K7*x0+c0<a];I=[I,K8*x0+c0>-a];I=[I,K8*x0+c0<a];I=[I,K9*x0+c0>-a];I=[I,K9*x0+c0<a];$
 $I=[I,K10*x0+c0>-a];I=[I,K10*x0+c0<a];I=[I,K11*x0+c0>-a];I=[I,K11*x0+c0<a];I=[I,K12*x0+c0>-a];$
 $I=[I,K12*x0+c0<a];I=[I,K13*x0+c0>-a];I=[I,K13*x0+c0<a];I=[I,K14*x0+c0>-a];I=[I,K14*x0+c0<a];I=[I,K15*x0+c0>-$
 $a];I=[I,K15*x0+c0<a];I=[I,K16*x0+c0>-a];I=[I,K16*x0+c0<a];$

$I=[I,K1*x01+c1>-a];I=[I,K1*x01+c1<a];I=[I,K2*x01+c1>-a];I=[I,K2*x01+c1<a];I=[I,K3*x01+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x01+c1<a];I=[I,K4*x01+c1>-a];I=[I,K4*x01+c1<a];I=[I,K5*x01+c1>-a];I=[I,K5*x01+c1<a];$
 $I=[I,K6*x01+c1>-a];I=[I,K6*x01+c1<a];I=[I,K7*x01+c1>-a];I=[I,K7*x01+c1<a];I=[I,K8*x01+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x01+c1<a];I=[I,K9*x01+c1>-a];I=[I,K9*x01+c1<a];I=[I,K10*x01+c1>-a];I=[I,K10*x01+c1<a];$
 $I=[I,K11*x01+c1>-a];I=[I,K11*x01+c1<a];I=[I,K12*x01+c1>-a];I=[I,K12*x01+c1<a];I=[I,K13*x01+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x01+c1<a];I=[I,K14*x01+c1>-a];I=[I,K14*x01+c1<a];I=[I,K15*x01+c1>-a];I=[I,K15*x01+c1<a];$
 $I=[I,K16*x01+c1>-a];I=[I,K16*x01+c1<a];$

$I=[I,K1*x02+c1>-a];I=[I,K1*x02+c1<a];I=[I,K2*x02+c1>-a];I=[I,K2*x02+c1<a];I=[I,K3*x02+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x02+c1<a];I=[I,K4*x02+c1>-a];I=[I,K4*x02+c1<a];I=[I,K5*x02+c1>-a];I=[I,K5*x02+c1<a];$
 $I=[I,K6*x02+c1>-a];I=[I,K6*x02+c1<a];I=[I,K7*x02+c1>-a];I=[I,K7*x02+c1<a];I=[I,K8*x02+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x02+c1<a];I=[I,K9*x02+c1>-a];I=[I,K9*x02+c1<a];I=[I,K10*x02+c1>-a];I=[I,K10*x02+c1<a];$
 $I=[I,K11*x02+c1>-a];I=[I,K11*x02+c1<a];I=[I,K12*x02+c1>-a];I=[I,K12*x02+c1<a];I=[I,K13*x02+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x02+c1<a];I=[I,K14*x02+c1>-a];I=[I,K14*x02+c1<a];I=[I,K15*x02+c1>-a];I=[I,K15*x02+c1<a];$
 $I=[I,K16*x02+c1>-a];I=[I,K16*x02+c1<a];$

$I=[I,K1*x03+c1>-a];I=[I,K1*x03+c1<a];I=[I,K2*x03+c1>-a];I=[I,K2*x03+c1<a];I=[I,K3*x03+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x03+c1<a];I=[I,K4*x03+c1>-a];I=[I,K4*x03+c1<a];I=[I,K5*x03+c1>-a];I=[I,K5*x03+c1<a];$
 $I=[I,K6*x03+c1>-a];I=[I,K6*x03+c1<a];I=[I,K7*x03+c1>-a];I=[I,K7*x03+c1<a];I=[I,K8*x03+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x03+c1<a];I=[I,K9*x03+c1>-a];I=[I,K9*x03+c1<a];I=[I,K10*x03+c1>-a];I=[I,K10*x03+c1<a];$
 $I=[I,K11*x03+c1>-a];I=[I,K11*x03+c1<a];I=[I,K12*x03+c1>-a];I=[I,K12*x03+c1<a];I=[I,K13*x03+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x03+c1<a];I=[I,K14*x03+c1>-a];I=[I,K14*x03+c1<a];I=[I,K15*x03+c1>-a];I=[I,K15*x03+c1<a];$
 $I=[I,K16*x03+c1>-a];I=[I,K16*x03+c1<a];$

$I=[I,K1*x04+c1>-a];I=[I,K1*x04+c1<a];I=[I,K2*x04+c1>-a];I=[I,K2*x04+c1<a];I=[I,K3*x04+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x04+c1<a];I=[I,K4*x04+c1>-a];I=[I,K4*x04+c1<a];I=[I,K5*x04+c1>-a];I=[I,K5*x04+c1<a];$
 $I=[I,K6*x04+c1>-a];I=[I,K6*x04+c1<a];I=[I,K7*x04+c1>-a];I=[I,K7*x04+c1<a];I=[I,K8*x04+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x04+c1<a];I=[I,K9*x04+c1>-a];I=[I,K9*x04+c1<a];I=[I,K10*x04+c1>-a];I=[I,K10*x04+c1<a];$
 $I=[I,K11*x04+c1>-a];I=[I,K11*x04+c1<a];I=[I,K12*x04+c1>-a];I=[I,K12*x04+c1<a];I=[I,K13*x04+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x04+c1<a];I=[I,K14*x04+c1>-a];I=[I,K14*x04+c1<a];I=[I,K15*x04+c1>-a];I=[I,K15*x04+c1<a];$
 $I=[I,K16*x04+c1>-a];I=[I,K16*x04+c1<a];$

$I=[I,K1*x05+c1>-a];I=[I,K1*x05+c1<a];I=[I,K2*x05+c1>-a];I=[I,K2*x05+c1<a];I=[I,K3*x05+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x05+c1<a];I=[I,K4*x05+c1>-a];I=[I,K4*x05+c1<a];I=[I,K5*x05+c1>-a];I=[I,K5*x05+c1<a];$
 $I=[I,K6*x05+c1>-a];I=[I,K6*x05+c1<a];I=[I,K7*x05+c1>-a];I=[I,K7*x05+c1<a];I=[I,K8*x05+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x05+c1<a];I=[I,K9*x05+c1>-a];I=[I,K9*x05+c1<a];I=[I,K10*x05+c1>-a];I=[I,K10*x05+c1<a];$
 $I=[I,K11*x05+c1>-a];I=[I,K11*x05+c1<a];I=[I,K12*x05+c1>-a];I=[I,K12*x05+c1<a];I=[I,K13*x05+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x05+c1<a];I=[I,K14*x05+c1>-a];I=[I,K14*x05+c1<a];I=[I,K15*x05+c1>-a];I=[I,K15*x05+c1<a];$
 $I=[I,K16*x05+c1>-a];I=[I,K16*x05+c1<a];$

$I=[I,K1*x06+c1>-a];I=[I,K1*x06+c1<a];I=[I,K2*x06+c1>-a];I=[I,K2*x06+c1<a];I=[I,K3*x06+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x06+c1<a];I=[I,K4*x06+c1>-a];I=[I,K4*x06+c1<a];I=[I,K5*x06+c1>-a];I=[I,K5*x06+c1<a];$
 $I=[I,K6*x06+c1>-a];I=[I,K6*x06+c1<a];I=[I,K7*x06+c1>-a];I=[I,K7*x06+c1<a];I=[I,K8*x06+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x06+c1<a];I=[I,K9*x06+c1>-a];I=[I,K9*x06+c1<a];I=[I,K10*x06+c1>-a];$
 $I=[I,K10*x06+c1<a];I=[I,K11*x06+c1>-a];I=[I,K11*x06+c1<a];I=[I,K12*x06+c1>-a];I=[I,K12*x06+c1<a];$
 $I=[I,K13*x06+c1>-a];I=[I,K13*x06+c1<a];I=[I,K14*x06+c1>-a];I=[I,K14*x06+c1<a];I=[I,K15*x06+c1>-a];$
 $I=[I,K15*x06+c1<a];I=[I,K16*x06+c1>-a];I=[I,K16*x06+c1<a];$

$I=[I,K1*x07+c1>-a];I=[I,K1*x07+c1<a];I=[I,K2*x07+c1>-a];I=[I,K2*x07+c1<a];I=[I,K3*x07+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x07+c1<a];I=[I,K4*x07+c1>-a];I=[I,K4*x07+c1<a];I=[I,K5*x07+c1>-a];I=[I,K5*x07+c1<a];$
 $I=[I,K6*x07+c1>-a];I=[I,K6*x07+c1<a];I=[I,K7*x07+c1>-a];I=[I,K7*x07+c1<a];I=[I,K8*x07+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x07+c1<a];I=[I,K9*x07+c1>-a];I=[I,K9*x07+c1<a];I=[I,K10*x07+c1>-a];I=[I,K10*x07+c1<a];$
 $I=[I,K11*x07+c1>-a];I=[I,K11*x07+c1<a];I=[I,K12*x07+c1>-a];I=[I,K12*x07+c1<a];I=[I,K13*x07+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x07+c1<a];I=[I,K14*x07+c1>-a];I=[I,K14*x07+c1<a];I=[I,K15*x07+c1>-a];I=[I,K15*x07+c1<a];$
 $I=[I,K16*x07+c1>-a];I=[I,K16*x07+c1<a];$

$I=[I,K1*x08+c1>-a];I=[I,K1*x08+c1<a];I=[I,K2*x08+c1>-a];I=[I,K2*x08+c1<a];I=[I,K3*x08+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x08+c1<a];I=[I,K4*x08+c1>-a];I=[I,K4*x08+c1<a];I=[I,K5*x08+c1>-a];I=[I,K5*x08+c1<a];$
 $I=[I,K6*x08+c1>-a];I=[I,K6*x08+c1<a];I=[I,K7*x08+c1>-a];I=[I,K7*x08+c1<a];I=[I,K8*x08+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x08+c1<a];I=[I,K9*x08+c1>-a];I=[I,K9*x08+c1<a];I=[I,K10*x08+c1>-a];I=[I,K10*x08+c1<a];$
 $I=[I,K11*x08+c1>-a];I=[I,K11*x08+c1<a];I=[I,K12*x08+c1>-a];I=[I,K12*x08+c1<a];I=[I,K13*x08+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x08+c1<a];I=[I,K14*x08+c1>-a];I=[I,K14*x08+c1<a];I=[I,K15*x08+c1>-a];I=[I,K15*x08+c1<a];$
 $I=[I,K16*x08+c1>-a];I=[I,K16*x08+c1<a];$

$I=[I,K1*x09+c1>-a];I=[I,K1*x09+c1<a];I=[I,K2*x09+c1>-a];I=[I,K2*x09+c1<a];I=[I,K3*x09+c1>-a];$
 $I=[I,K3*x09+c1<a];I=[I,K4*x09+c1>-a];I=[I,K4*x09+c1<a];I=[I,K5*x09+c1>-a];I=[I,K5*x09+c1<a];$
 $I=[I,K6*x09+c1>-a];I=[I,K6*x09+c1<a];I=[I,K7*x09+c1>-a];I=[I,K7*x09+c1<a];I=[I,K8*x09+c1>-a];$
 $I=[I,K8*x09+c1<a];I=[I,K9*x09+c1>-a];I=[I,K9*x09+c1<a];I=[I,K10*x09+c1>-a];I=[I,K10*x09+c1<a];$
 $I=[I,K11*x09+c1>-a];I=[I,K11*x09+c1<a];I=[I,K12*x09+c1>-a];I=[I,K12*x09+c1<a];I=[I,K13*x09+c1>-a];$
 $I=[I,K13*x09+c1<a];I=[I,K14*x09+c1>-a];I=[I,K14*x09+c1<a];I=[I,K15*x09+c1>-a];I=[I,K15*x09+c1<a];$
 $I=[I,K16*x09+c1>-a];I=[I,K16*x09+c1<a];$


```

l=[l,K1*x15+c1>-a];l=[l,K1*x15+c1<a];l=[l,K2*x15+c1>-a];l=[l,K2*x15+c1<a];l=[l,K3*x15+c1>-
a];l=[l,K3*x15+c1<a];l=[l,K4*x15+c1>-a];l=[l,K4*x15+c1<a];l=[l,K5*x15+c1>-a];l=[l,K5*x15+c1<a];
l=[l,K6*x15+c1>-a];l=[l,K6*x15+c1<a];l=[l,K7*x15+c1>-a];l=[l,K7*x15+c1<a];l=[l,K8*x15+c1>-a];
l=[l,K8*x15+c1<a];l=[l,K9*x15+c1>-a];l=[l,K9*x15+c1<a];l=[l,K10*x15+c1>-a];l=[l,K10*x15+c1<a];
l=[l,K11*x15+c1>-a];l=[l,K11*x15+c1<a];l=[l,K12*x15+c1>-a];l=[l,K12*x15+c1<a];l=[l,K13*x15+c1>-a];
l=[l,K13*x15+c1<a];l=[l,K14*x15+c1>-a];l=[l,K14*x15+c1<a];l=[l,K15*x15+c1>-a];l=[l,K15*x15+c1<a];
l=[l,K16*x15+c1>-a];l=[l,K16*x15+c1<a];

```

```

l=[l,K1*x16+c1>-a];l=[l,K1*x16+c1<a];l=[l,K2*x16+c1>-a];l=[l,K2*x16+c1<a];l=[l,K3*x16+c1>-
a];l=[l,K3*x16+c1<a];l=[l,K4*x16+c1>-a];l=[l,K4*x16+c1<a];l=[l,K5*x16+c1>-a];l=[l,K5*x16+c1<a];
l=[l,K6*x16+c1>-a];l=[l,K6*x16+c1<a];l=[l,K7*x16+c1>-a];l=[l,K7*x16+c1<a];l=[l,K8*x16+c1>-
a];l=[l,K8*x16+c1<a];l=[l,K9*x16+c1>-a];l=[l,K9*x16+c1<a];l=[l,K10*x16+c1>-a];l=[l,K10*x16+c1<a];
l=[l,K11*x16+c1>-a];l=[l,K11*x16+c1<a];l=[l,K12*x16+c1>-a];l=[l,K12*x16+c1<a];l=[l,K13*x16+c1>-a];
l=[l,K13*x16+c1<a];l=[l,K14*x16+c1>-a];l=[l,K14*x16+c1<a];l=[l,K15*x16+c1>-a];l=[l,K15*x16+c1<a];
l=[l,K16*x16+c1>-a];l=[l,K16*x16+c1<a];

```

```

*****

```

```

l=[l,J2<=double(gamma)];

```

```

l=[l,J0>0];

```

```

l=[l,J1>0];

```

```

l=[l,J2>0];

```

```

*****

```

```

***** แก้ปัญหาออปติไมซ์เซชันภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด *****

```

```

tic

```

```

solvesdp(l,sum(J0+J1+J2))

```

```

toc

```

```

***** คำนวณหาค่าตัวแปรปรับ *****

```

```

aaa =(F*x+double(c0));

```

```

un =aaa;

```

```

***** Simulation *****

```

```

un(1) = un(1) + uss(1);

```

```

un(2) = un(2) + uss(2);

```

```

x(1) = x(1) + xss(1);

```

```

x(2) = x(2) + xss(2);

```

```

x(3) = x(3) + xss(3);

```

```

x(4) = x(4) + xss(4);

```

```

[t2,xx] = ode45(@(t2,x)minimu mode(t2,x,un),[it it+dt],x);

```

```

[tt,ttf] = size(t2);

```

```

x= xx(tt,:)'

```

```

un(1) = un(1)-uss(1);
un(2) = un(2)-uss(2);
x(1) = x(1) - xss(1);
x(2) = x(2) - xss(2);
x(3) = x(3) - xss(3);
x(4) = x(4) - xss(4);
***** ในส่วนนี้ใช้สำหรับเก็บค่าข้อมูลต่างๆที่ได้จากการคำนวณ *****
cost(i,1)=x**Qw*x+(F*x+double(c0))**Rw*(F*x+double(c0));
input1(i,1)=un(1);
input2(i,1)=un(2)
output(i,1)=x(1);
output(i,2)=x(2);
output(i,3)=x(3);
output(i,4)=x(4);

it = it+dt;
t(i)=it;
end
***** พล็อตกราฟข้อมูล *****
plot(t,output(:,1),t,output(:,2))

```

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวอารยา สุขะประดิษฐ์ เกิดวันที่ 28 พฤศจิกายน พ.ศ.2530 มีภูมิลำเนาอยู่ในจังหวัดสุราษฎร์ธานี สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาจากโรงเรียนสุราษฎร์ธานี จากนั้นได้เข้าศึกษาในระดับปริญญาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ โดยสำเร็จการในปีการศึกษา 2552 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2553