ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการวิเคราะห์ปริมาณความชื้นในตัวกลางพรุน

นายสุธี ไตรวิวัฒนา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-4271-1

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

FINITE ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF MOISTURE CONTENT IN POROUS MEDIA

Mr. Suthee Traivivatana

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2003

ISBN 974-17-4271-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการวิเคราะห์ปริมาณความชื้นในตัวกลางพรุน
โดย	นายสุธี ไตรวิวัฒนา
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ สุริยน ศิริธรรมปิติ)

สุธี ไตรวิวัฒนา : ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการวิเคราะห์ปริมาณความชื้นในตัวกลางพรุน . (FINITE ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF MOISTURE CONTENT IN POROUS MEDIA) อ. ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 102 หน้า. ISBN 974-17-4271-1.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบกาเลอร์คินสำหรับปัญหาการซึมของความชื้นผ่านตัวกลางพรุนชนิดอิ่มตัวและไม่อิ่มตัวภายใต้สถานะไม่คงตัวในสองมิติจากสมการริชาร์ดซึ่งอยู่ในรูปแบบมาตรฐานของความดัน สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณถูกประดิษฐ์ขึ้นทั้งในระบบแกนพิกัดฉากและพิกัดทรงกระบอก โดยประดิษฐ์จากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องซึ่งสอดคล้องกับกฎการอนุรักษ์มวลและกฎของดาร์ซี

โดเมนของการไหลได้แบ่งโดยใช้เอลิเมนต์แบบสามเหลี่ยมพร้อมด้วยฟังก์ชันเชิงเส้น รูปแบบการซึมของความชื้นแบบอิ่มตัวในวัสดุพรุนถูกกำหนดโดยสมการอนุพันธ์เชิงเส้น และแบบไม่อิ่มตัวถูกกำหนดโดยสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำระเบียบวิธีการทำซ้ำของพิคาร์ดมาใช้ในการแก้ระบบสมการรวม และการอินทิเกรตที่เกี่ยวข้องกับเวลาถูกกระทำโดยการใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องแบบย้อนหลังของออยเลอร์

โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประดิษฐ์ขึ้นถูกนำไปใช้วิเคราะห์ปัญหาการซึมของความชื้นเพื่อยืนยันความถูกต้องโดยเลือกปัญหาที่มีผลเฉลยแม่นตรง ผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ ผลการทดลอง หรือผลที่ได้จากการคำนวณ จากนั้นนำไปวิเคราะห์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นโดยใช้กริดที่มีความละเอียดเพื่อที่จะจับแนวความชื้นที่มีความเปลี่ยนแปลงสูงอย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังใช้ช่วงเวลาขนาดเล็กเพื่อป้องกันความไม่เสถียรของผลเฉลย ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นมีความถูกต้องและแม่นยำแสดงถึงประสิทธิภาพของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ต่อจากนั้นจึงนำไปศึกษาการซึมในพระสถูปเจดีย์วัดพันสัต จ.เชียงใหม่ จากการศึกษาพบว่าที่ยอดและผิวของพระสถูปเจดีย์มีปริมาณความชื้นที่สูงซึ่งเสี่ยงต่อการชำรุดเสียหาย และข้อมูลดังกล่าวจะเป็นข้อมูลในการอนุรักษ์โบราณวัตถุนี้ต่อไป

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล	ลายมือชื่อนิสิต .....
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....
ปีการศึกษา 2546	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

4370569721 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: FINITE ELEMENT / MOISTURE CONTENT / PRESSURE HEAD / POROUS MEDIA

SUTHEE TRAIVIVATANA : FINITE ELEMENT METHOD FOR ANALYSIS OF MOISTURE CONTENT IN POROUS MEDIA. THESIS ADVISOR : PROF. PRAMOTE DECHAUMPHAI, Ph.D. 102 pp. ISBN 974-17-4271-1.

In this thesis, the Galerkin finite element method for unsteady two-dimensional moisture movement in saturated soils and unsaturated soils of the standard head-based form according to the Richards' equations is presented. The corresponding finite element equations are derived for both the cartesian and cylindrical coordinate systems from the set of partial differential equations which satisfy the law of conservation of mass and the Darcy's law.

Discretization of the flow domain is obtained by using triangular finite elements with linear shape functions. Moisture movement in saturated soils is governed by linear differential equation and moisture movement in unsaturated soils is governed by nonlinear differential equation. The Picard iterative method is employed for solution. Time integration is performed by using the finite difference backward Euler scheme.

The finite element program is verified by comparing the results from several flow problems of which exact solutions, analytical solutions, experimental results, or numerical results are available. Fine grid spacings may be required to effectively capture sharp moisture fronts, as well as small time step is needed to avoid the solution instability for more complex problems. The results demonstrate the efficiency of the finite element method proposed in this thesis. Then this computer program is used to study the moisture movement in stupa of Chedi Wat Pansat, which located in Chiangmai Province. The result shows high moisture content on the top and around the surface of the stupa, which will cause major deterioration. These datas will use for conservation of monuments in thailand later.

Department Mechanical Engineering	Student's signature Sutthee Traivivatana
Field of study Mechanical Engineering	Advisor's signature Pramote Dechaumphai
Academic Year 2003	Co-advisor's signature

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้ให้ความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนข้อคิดที่มีคุณค่ายิ่งในการทำวิจัยรวมทั้งการดำเนินชีวิตของผู้วิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์ ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์ อาจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ และอาจารย์ สุริยน ศิริธรรมปีติ กรรมการ ที่ได้ให้คำแนะนำและถ่ายทอดความรู้ตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.วิโรจน์ ลิ่มตระการ คุณสุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพาณิช อาจารย์นิพนธ์ วรรณโสภาคย์ และคุณเสฏฐวรรธ สุจริตภวัตสกุล ตลอดจนสมาชิกในห้องปฏิบัติการวิจัยกลศาสตร์การคำนวณทุกท่าน สำหรับคำแนะนำและกำลังใจตลอดเวลาการทำงานวิจัยนี้ ขอขอบคุณ นพ.วัชระ เชื้อปากน้ำ คุณ พงษ์พรหม เฉลิมวรรณพงษ์ คุณ กิตติพงศ์ วงษ์ถาวราวัตน์ คุณ สหพล นาควานิช และคุณ สันติ อยู่ยืนยง ที่คอยให้กำลังใจและอำนวยความสะดวกในเรื่องต่างๆ ตลอดระยะเวลาในการทำวิทยานิพนธ์นี้

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่ให้คำปรึกษา เป็นกำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด อนึ่งประโยชน์และคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้ขอมอบเป็นกตัญญูตาบูชาแด่บิดามารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... **ง**

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... **จ**

กิตติกรรมประกาศ ..... **ฉ**

สารบัญ ..... **ช**

สารบัญภาพ ..... **ญ**

คำอธิบายสัญลักษณ์ ..... **ฏ**

บทที่ 1 บทนำ **1**

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์ 1

1.2 ผลงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้อง 2

1.3 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ 3

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์ 3

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงานวิทยานิพนธ์ 4

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4

บทที่ 2 สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาการซึมของความชื้นในตัวกลางพรุน **6**

2.1 สมการพื้นฐานการซึมผ่าน 7

2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ 10

บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการซึมของความชื้น **13**

3.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ 13

3.2 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ 15

3.3 การประยุกต์ระเบียบวิธีพิคาร์ด 21

3.4 การสร้างความสัมพันธ์เวียนบังเกิด 22

3.5 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมกับความสมมาตรรอบแกน 25

สารบัญ(ต่อ)

			หน้า
บทที่ 4	**โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการซึมของความชื้นในตัวกลางพรุน**		**28**
	4.1	ขั้นตอนการคำนวณ	28
	4.2	รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	31
	4.3	รายละเอียดของไฟล์ข้อมูลนำเข้า	31
	4.4	ลักษณะของไฟล์ผลลัพธ์	33
บทที่ 5	**การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม**		**34**
	5.1	ปัญหาการกระจายตัวของหัวน้ำในสองมิติ	34
	5.2	ปัญหาการให้เกรเดียนท์ของหัวน้ำปริมาณสูงในสองมิติ	37
	5.3	ปัญหาการซึมภายใต้สถานะไม่คงตัว	40
	5.4	ปัญหาฟลักซ์เคลื่อนที่ภายใต้สถานะไม่คงตัว	43
	5.5	ปัญหาการซึมหนึ่งมิติในแนวระดับแบบไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะไม่คงตัว	46
	5.6	ปัญหาการซึมหนึ่งมิติในแนวดิ่งแบบกำหนดเงื่อนไขขอบเขตด้วยหัวน้ำ	48
	5.7	ปัญหาการซึมหนึ่งมิติในแนวดิ่งแบบกำหนดเงื่อนไขขอบเขตด้วยฟลักซ์	51
	5.8	ปัญหาการซึมสองมิติแบบไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะไม่คงตัว	54
	5.9	ปัญหาการซึมแบบที่มีความสมมาตรรอบแกน	58
	5.10	กรณีศึกษาการซึมในพระสถูปเจดีย์วัดพันสัต	61
บทที่ 6	**บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ**		**66**
	6.1	บทสรุป	66
	6.2	ปัญหาที่พบในขณะทำวิทยานิพนธ์	67
	6.3	ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต	67

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
รายการอ้างอิง	**68**
ภาคผนวก	**71**
ภาคผนวก ก รายละเอียดของโปรแกรม RHBFE ในระบบแกนพิกัดฉาก	72
ภาคผนวก ข รายละเอียดของโปรแกรม RHBFE ในระบบแกนพิกัดทรงกระบอก	87
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	**102**

สารบัญภาพ

		หน้า
รูปที่ 2.1	การแบ่งโซนของน้ำใต้ดิน	6
รูปที่ 2.2	มวลของน้ำใต้ดินที่ซึมผ่านปริมาตรควบคุมในระบบพิกัดฉาก	7
รูปที่ 3.1	การแบ่งขอบเขตของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ	13
รูปที่ 3.2	เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบสามจุดต่อโดยมีแปรตัวไม่ทราบค่าที่จุดต่อ	13
รูปที่ 3.3	การเปลี่ยนแปลงของหัวน้ำที่จุดต่อใดๆ กับเวลา	23
รูปที่ 3.4	เอลิเมนต์สามเหลี่ยมซึ่งมีความสมมาตรรอบแกนแบบสามจุดต่อ	26
รูปที่ 4.1	ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม RHBFE	30
รูปที่ 5.1	รูปทรง มิติ และเงื่อนไขขอบเขตของวัสดุพรุนของปัญหาที่ 5.1	35
รูปที่ 5.2	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.1	35
รูปที่ 5.3	เส้นชั้นของหัวน้ำของปัญหาที่ 5.1	36
รูปที่ 5.4	เปรียบเทียบหัวน้ำในหน้าตัด AA ที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลเฉลยแม่นตรงของปัญหาที่ 5.1	36
รูปที่ 5.5	รูปทรง มิติ และเงื่อนไขขอบเขตสำหรับวัสดุพรุนของปัญหาที่ 5.2	38
รูปที่ 5.6	เส้นชั้นของหัวน้ำของปัญหาที่ 5.2	38
รูปที่ 5.7	เปรียบเทียบหัวน้ำในหน้าตัด AA ที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลเฉลยแม่นตรงของปัญหาที่ 5.2	39
รูปที่ 5.8	ลักษณะปัญหาการซึมภายใต้สถานะไม่คงตัว	40
รูปที่ 5.9	รูปทรง มิติ เงื่อนไขขอบเขต และเงื่อนไขเริ่มต้นของปัญหาที่ 5.3	41
รูปที่ 5.10	แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.3	42
รูปที่ 5.11	เปรียบเทียบหัวน้ำในเวลาต่างๆ ที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของปัญหาที่ 5.3	42
รูปที่ 5.12	ลักษณะปัญหาฟลักซ์เคลื่อนที่ภายใต้สถานะไม่คงตัว	43
รูปที่ 5.13	เส้นชั้นของหัวน้ำที่เวลาต่างๆ ซึ่งคำนวณจากโปรแกรม RHBFE ของปัญหาที่ 5.4	44
รูปที่ 5.14	เปรียบเทียบหัวน้ำที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของปัญหาที่ 5.4	45

สารบัญภาพ(ต่อ)

หน้า

รูปที่ 5.15 ลักษณะปัญหาการซึมหนึ่งมิติในแนวระดับแบบไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะไม่คงตัว 46

รูปที่ 5.16 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.5 47

รูปที่ 5.17 เปรียบเทียบหัวน้ำในเวลาต่างๆ ที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลการคำนวณของ Huyakorn & Thomas 47

รูปที่ 5.18 ลักษณะปัญหาการซึมหนึ่งมิติในแนวดิ่งแบบกำหนดเงื่อนไขขอบเขตด้วยหัวน้ำ 49

รูปที่ 5.19 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.6 49

รูปที่ 5.20 เปรียบเทียบหัวน้ำที่เวลา 360 วินาทีที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลการคำนวณของ Celia & Bouloutas 50

รูปที่ 5.21 ลักษณะปัญหาการซึมหนึ่งมิติในแนวดิ่งแบบกำหนดเงื่อนไขขอบเขตด้วยฟลักซ์ 52

รูปที่ 5.22 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.7 52

รูปที่ 5.23 เปรียบเทียบปริมาณความชื้นที่เวลา 0.2 ชั่วโมงที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลการคำนวณของ Li 53

รูปที่ 5.24 ลักษณะปัญหาการซึมสองมิติแบบไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะไม่คงตัว 55

รูปที่ 5.25 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.8 55

รูปที่ 5.26 เปรียบเทียบปริมาณความชื้นที่เวลา 120 นาทีที่ได้จาก (บน) โปรแกรม RHBFE (ล่าง) ผลการคำนวณของ Celia et al. 57

รูปที่ 5.27 รูปร่างของปัญหาที่มีความสมมาตรรอบแกน 58

รูปที่ 5.28 รูปทรง มิติ เงื่อนไขขอบเขต และเงื่อนไขเริ่มต้นของปัญหาที่ 5.9 59

รูปที่ 5.29 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาที่ 5.9 59

รูปที่ 5.30 เปรียบเทียบหัวน้ำในหน้าตัดต่างๆ ที่ได้จากโปรแกรม RHBFE กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของปัญหาที่ 5.9 60

รูปที่ 5.31 พระสถูปในองค์เจดีย์วัดพันสัต 61

รูปที่ 5.32 รูปทรง มิติ เงื่อนไขขอบเขต และเงื่อนไขเริ่มต้นและแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของปัญหาการซึมในสถูป 64

รูปที่ 5.33 เส้นชั้นแสดงปริมาณความชื้นที่เวลาต่างๆ
ก) 5 ชั่วโมง ข) 10 ชั่วโมง ค) 20 ชั่วโมง ง) 30 ชั่วโมง 65

คำอธิบายสัญลักษณ์

A	พื้นที่ของเอลิเมนต์
a_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณภายใน
b_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณภายใน
C	เมตริกซ์ของการจุ
c_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณภายใน
H	หัวน้ำรวม
K_c	เมตริกซ์ของการแพร่
K_r	สัมประสิทธิ์การซึมผ่านในแนวแกน r
K_x	สัมประสิทธิ์การซึมผ่านในแนวแกน x
K_z	สัมประสิทธิ์การซึมผ่านในแนวแกน z
L_i	ฟังก์ชันพิกัดของพื้นที่
N_i	ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับหัวน้ำ
n	ทิศทางตั้งฉาก
Q_c	โหลดเวกเตอร์
Q_g	โหลดเวกเตอร์เนื่องจากแรงโน้มถ่วง
R	เศษตกค้าง
S	ขอบของเอลิเมนต์
t	เวลา, ความหนาของเอลิเมนต์
u	ความเร็วในแนวแกน x
V	ปริมาตรรวมของดิน น้ำ และอากาศ
V_a	ปริมาตรของอากาศ
V_s	ปริมาตรของดิน
V_w	ปริมาตรของน้ำ
W	ฟังก์ชันน้ำหนัก
w	ความเร็วในแนวแกน z
x	ระยะในแนวราบ
z	ระยะในแนวดิ่ง
z_o	หัวน้ำเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

คำอธิบายสัญลักษณ์

Δt	ช่วงเวลา
ε	ค่าความคลาดเคลื่อน
ϕ	ตัวแปรไม่ทราบค่า
θ	ปริมาณความชื้น, น้ำหนักของเวลา
θ^*	ความชันของกราฟระหว่าง θ และ ψ
ψ	หัวน้ำเนื่องจากแรงดัน
∂	ตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์