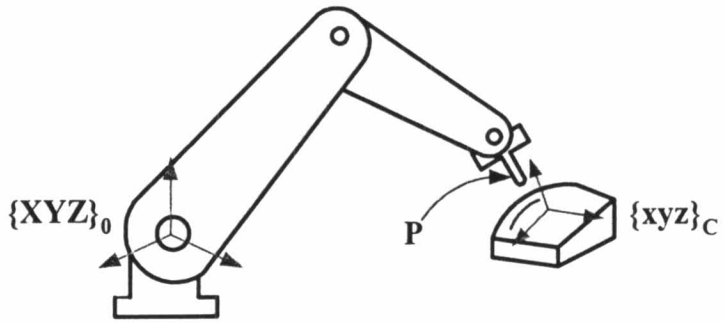
บทที่ 3

การออกแบบตัวควบคุมตำแหน่งและแรงของแขนกล

3.1 การควบคุมแรงที่แขนกลกระทำต่อวัตถุแวดล้อม

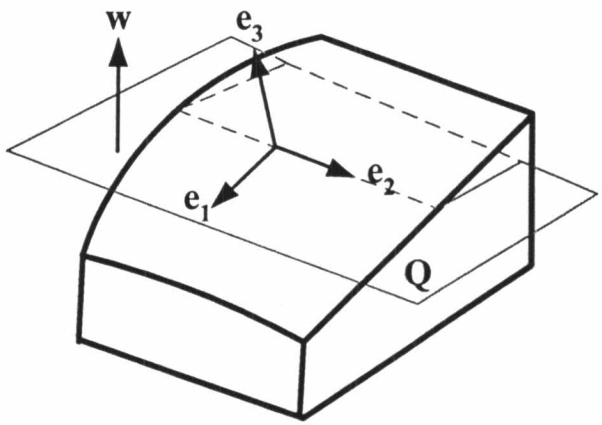
ในการพิจารณาถึงการควบคุมแรงนั้นต้องทำความเข้าใจถึงการบอกพิกัดเทียบกับกรอบพิกัดต่างๆของหุ่นยนต์และของวัตถุดังแสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การกำหนดกรอบพิกัดอ้างอิงของแขนกลและกรอบพิกัดบนวัตถุ

จากรูปที่ 3.1 กรอบอ้างอิง $\{XYZ\}_0$ เป็นกรอบอ้างอิงตำแหน่งของจุดปลายแขนกลหรือจุด **P** กับจุดที่หยุดนิ่ง (Fixed reference frame) ในขณะที่กรอบ $\{xyz\}_c$ เป็นกรอบอ้างอิงตำแหน่งที่ติดกับวัตถุซึ่งจะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆตามตำแหน่งที่ปลายแขนกลกระทำต่อวัตถุเรียกว่า Compliance frame [ไพรัช 2540 และ วิบูลย์ 2543] ในแต่ละแกนในกรอบอ้างอิงจะสามารถควบคุมเพียงตำแหน่งหรือทิศทางอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น กล่าวคือเมื่อพิจารณาแขนกลดังในรูปที่ 3.1 จำนวนองศาอิสระในการควบคุมตำแหน่งและทิศทางที่จุด **P** ให้เคลื่อนที่อย่างอิสระในระวางที่ (space) คือหก องศาอิสระ สำหรับกรณีนี้องศาอิสระในการควบคุมแรงและแรงบิดคือศูนย์ แต่หากจุด **P** สัมผัสกับวัตถุ ทิศทางการเคลื่อนที่ของจุด **P** ถูกบังคับให้อยู่ในระนาบ xy_c ซึ่งตั้งฉากกับ z_c ในขณะที่องศาอิสระในการควบคุมแรงอยู่ในทิศทาง z_c แต่หากจุด **P** ยึดติดแน่นกับวัตถุพบว่าองศาอิสระในการควบคุมแรงเป็นสาม และองศาอิสระในการควบคุมแรงบิดเป็นสามรวมทั้งสิ้นหกองศาอิสระ เห็นได้ว่าองศาอิสระในการควบคุมทั้งแรงและทิศทางแบ่งเป็นสองประเภทคือเงื่อนไขบังคับโดยธรรมชาติซึ่งเกิดจากพื้นผิวของวัตถุซึ่งบังคับการเคลื่อนที่ในทิศทาง z_c และหากละเว้นแรงเสียดทานจะเกิดเงื่อนไขบังคับโดยธรรมชาติในระนาบ xy_c และเงื่อนไขบังคับอีกประเภทคือเงื่อนไขบังคับที่กำหนดขึ้นมาเองได้แก่การเคลื่อนที่ตามพื้นผิวของวัตถุและการควบคุมแรงในทิศตั้งฉากกับพื้นผิววัตถุ

หากทราบขนาดและทิศทางของแรงที่ปลายแขนกลกระทำต่อวัตถุโดยใช้ตัวตรวจรู้แรงจะสามารถนำข้อมูลนี้มีคำนวณหาทิศทางที่จะควบคุมแรงและตำแหน่งได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ทิศทางที่จะควบคุมแรงและตำแหน่ง

จากรูปที่ 3.2 จุดประสงค์คือต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปบนระนาบ **Q** โดยที่ควบคุมแรงในทิศตั้งฉากกับผิววัตถุ ขั้นแรกจะวัดแรงจากอุปกรณ์ตรวจรู้แรงที่ปลายแขนกล หลังจากนั้นจะหาทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวชิ้นงานจาก

$$\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{f}}{\|\mathbf{f}\|} \tag{3.1}$$

โดยที่ **f** แทนแรงที่แขนกลสัมผัสกับวัตถุแวดล้อม และ $\mathbf{e}_3$ แทนเวคเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งมีทิศเดียวกับแรงที่แขนกลสัมผัสกับวัตถุแวดล้อม หลังจากนั้นจะหาทิศทางที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่จาก

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{w} \times \mathbf{e}_3}{\|\mathbf{w} \times \mathbf{e}_3\|} \tag{3.2}$$

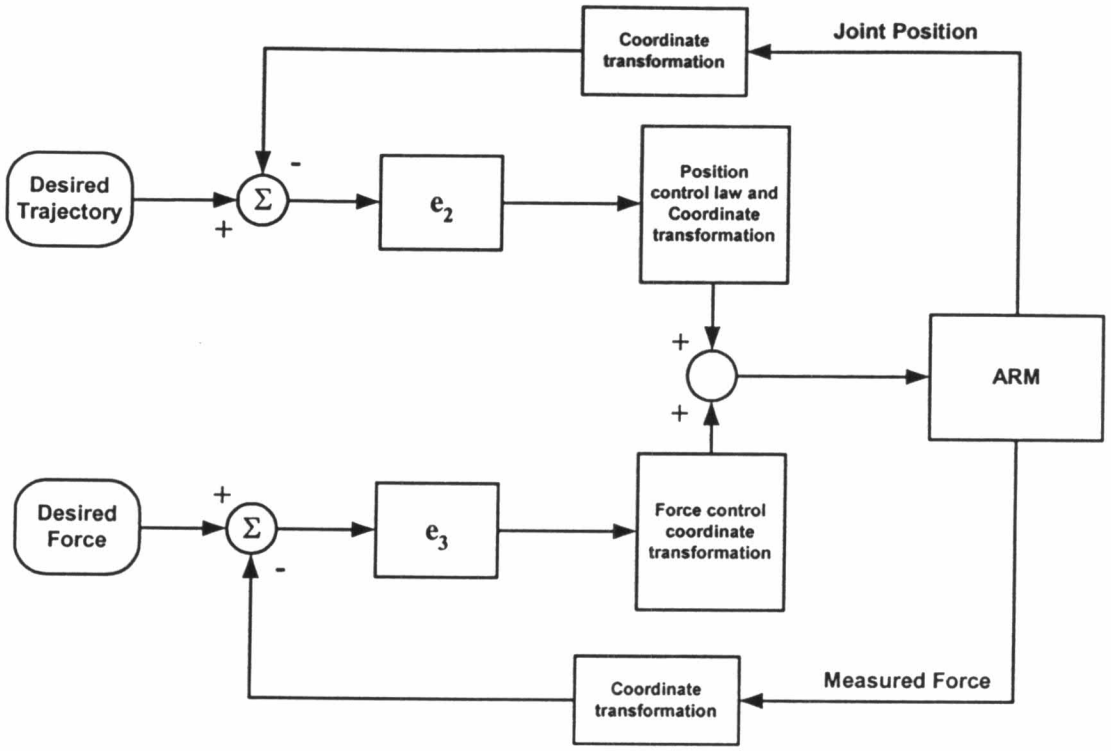
โดยที่ **w** แทนเวคเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งมีทิศตั้งฉากกับระนาบ **Q** ส่วน $\mathbf{e}_2$ แทนเวคเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งแสดงถึงทิศทางที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ สำหรับแกนสุดท้ายหาได้จาก

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3}{\|\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3\|} \tag{3.3}$$

โดยที่ $\mathbf{e}_1$ แทนเวคเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศตั้งฉากกับระนาบ **Q**

3.1.1 การควบคุมแรงโดยตรงหรือแบบเอกซ์พลิซิท (Explicit Force Control)

Raibert [1981] ได้เสนอการควบคุมแรงโดยตรงโดยมีทิศทางการควบคุมตำแหน่งและแรงซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แผนภาพบล็อคการควบคุมตำแหน่งและแรงของแขนกล

จากรูปที่ 3.3 การควบคุมระบบประกอบด้วยวงรอบการควบคุมตำแหน่งในทิศทาง $\mathbf{e_1}$ ดังในรูปที่ 3.2 และวงรอบการควบคุมแรงในทิศทางที่ตั้งฉากกับ $\mathbf{e_1}$ ในวงรอบการควบคุมตำแหน่งอาศัยตัววัดตำแหน่งข้อต่อของแขนกลมาแปลงเป็นเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งปลาย (Trajectory) นำมาเปรียบเทียบกับเส้นทางที่ต้องการแล้วส่งไปยังตัวเลือกทิศทาง ในที่นี่คือทิศทาง $\mathbf{e_1}$ ไปสู่ตัวควบคุมตำแหน่ง ส่วนการควบคุมแรงก็เช่นเดียวกัน โดยอาศัยการวัดแรงจากอุปกรณ์ตรวจรู้แรง นำค่าของแรงที่ได้มาเปรียบเทียบกับแรงที่ต้องการได้ค่าผิดพลาดของแรงส่งไปยังตัวเลือกทิศทางซึ่งกรณีนี้คือทิศของ $\mathbf{e_3}$ แล้วจึงผ่านไปยังตัวควบคุมแรงเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมซึ่งนำไปรวมกับสัญญาณควบคุมที่ได้จากตัวควบคุมตำแหน่ง แล้วจึงส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังแขนกลเป็นขั้นตอนสุดท้าย หากใช้ตัวควบคุมแรงแบบพีไอดีเพื่อควบคุมแรงโดยตรงสัญญาณควบคุมที่ส่งไปยังตัวขับแขนกลจะอยู่ในรูปดังนี้

$$u(s) = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right)(F - F_d) \tag{3.4}$$

3.1.2 การควบคุมแรงโดยอ้อมหรือแบบอิมพลิซิท (Implicit Force Control)

จากหัวข้อที่ 3.1.2 พบว่าการควบคุมแรงโดยตรงจะให้ผลตอบสนองที่เร็ว กล่าวคือความแตกต่างระหว่างแรงที่ต้องการกับแรงที่วัดได้จริงจะเป็นสัญญาณป้อนสู่ตัวควบคุมแรงและทำให้ได้สัญญาณควบคุมส่งไปยังแขนกล แต่ในทางปฏิบัติกระทำได้ยากเนื่องจากสัญญาณรบกวนจากตัววัดแรงมี

มากทำให้การควบคุมทำได้ยาก ความไม่แน่นอนของแรงที่วัดได้มีผลต่อเสถียรภาพของระบบควบคุม ในการควบคุมแรงโดยอ้อมจะพยายามหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับตัวแปรอื่นและควบคุมตัวแปรดังกล่าวแทนเช่นควบคุมแรงโดยควบคุมตำแหน่ง

จากแรงที่ต้องการให้แขนกลกดสามารถนำมาหาตำแหน่งจาก [Jung, 1995]

$$x_d = x_e + \frac{f_d}{k_d}; f_e = 0$$
$$x_d = x_e + f_d \frac{k_d(x - x_e) + f_e}{k_d f_e}; f_e \neq 0 \qquad (3.5)$$

โดยที่ x_e : ตำแหน่งของวัตถุแวดล้อม

f_d : แรงที่ต้องการให้แขนกลกด

k_d : ค่าความแข็งตึงของวัตถุ

ขั้นต่อไปคำนวณหา input ที่ต้องกระทำที่ข้อต่อขับของแขนกลเพื่อให้เกิดการเคลื่อนที่ที่จุดปลายของแขนกลตามต้องการซึ่ง input นี้ขึ้นอยู่กับสมการพลวัตของแขนกล

การวิเคราะห์สมการพลวัตของแขนกลมีหลายวิธีทั้งแขนกลแบบอนุกรมและแบบขนาน เช่น Newton-Euler Formulation งานเสมือน (Virtual Work) และ Lagrangian Formulation [Creig, 1989 และ Tsai, 1999] ในกรณีของแขนกลที่เสนอในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะนำวิธีงานเสมือนมาวิเคราะห์สมการพลวัตของแขนกลดังนี้

พิจารณาหลักของงานเสมือนในรูปแบบอย่างง่ายโดยไม่คิดพลังงานศักย์จากสปริงจากสมการที่ (3.6) [Meriam, 2004 และ Tsai, 1999]

$$\delta U' = \sum m_i \cdot \dot{\mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{x}_i + \sum \left(\bar{\mathbf{I}}_i \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \bar{\mathbf{I}}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i \right) \delta\theta_i - \sum m_i \mathbf{g} \cdot \delta \mathbf{x}_i \qquad (3.6)$$

โดยที่ U' : งานเสมือนจากแรงภายนอกระบบ

m_i : มวลของข้อต่อแต่ละข้อต่อ

$\dot{\mathbf{v}}$: ความเร่งที่จุดศูนย์กลางมวลของข้อต่อ

$\mathbf{x}_i$: การเลื่อนตำแหน่งที่จุดศูนย์กลางมวลแต่ละข้อต่อ

$\bar{\mathbf{I}}_i$: เมตริกซ์โมเมนต์ความเฉื่อยของข้อต่อเทียบกับจุดหยุดนิ่ง

$\boldsymbol{\omega}_i$: ความเร็วเชิงมุมของข้อต่อ

θ_i : การหมุนของข้อต่อ

δ : การเคลื่อนที่เสมือน

พิจารณางานจากแรงภายนอกที่กระทำต่อข้อต่อขับของแขนกล

$$\delta U' = \delta \mathbf{q}^T \boldsymbol{\tau}$$

แรงลัพธ์รวมกับความเฉื่อยของ Platform สำหรับหกองศาอิสระเขียนได้ดังนี้

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} m_p \mathbf{g} - m_p \dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{p}} \\ \bar{\mathbf{I}}_{\mathbf{p}} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathbf{i}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{p}} \times \left(\bar{\mathbf{I}}_{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{p}} \right) \end{bmatrix}$$

ในกรณีแขนกลที่เสนอนี้มีสี่องศาอิสระ Resultant ที่ platform ลดรูปเป็น vector 4x1 ดังนี้

$$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} m_p \mathbf{g} - m_p \dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{p}} \\ I_P \cdot \dot{\omega}_P + \left(I_P \cdot \omega_P^2 \right) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

หากละทิ้งผลจากความเฉื่อยของข้อต่อขาจะเหลือเพียงความเฉื่อยของตัวเลื่อนที่ข้อต่อขับ

$$\hat{\mathbf{f}} = \left[m_i \dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{i}} \right]; i = 1 - 4 \tag{3.8}$$

รวมทั้งหมดเขียนเป็นสมการพลวัตของแขนกลดังนี้

$$\delta \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\tau} + \delta \mathbf{x}_{\mathbf{p}}^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{p}} + \delta \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{f}} = 0 \tag{3.9}$$

โดยที่

$\mathbf{q}$: การเคลื่อนที่ของข้อต่อขับ

$\boldsymbol{\tau}$: แรงกระทำต่อข้อต่อขับ

$\hat{\mathbf{f}}$: Resultant ที่เกิดจากแรงลัพธ์และความเฉื่อยที่กระทำต่อข้อต่อขับ

$\mathbf{x}_{\mathbf{p}}$: การเคลื่อนที่และการหมุนของ Platform

$\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{p}}$: Resultant ที่เกิดจากแรงลัพธ์และความเฉื่อยที่กระทำต่อ platform

โดยทั่วไปการควบคุมแรงโดยอ้อมจะแปลงแรงกดให้กลายเป็นตำแหน่ง การควบคุมตำแหน่งเมื่อเทียบกับการควบคุมแรงมีลักษณะเป็นตัวกรองผ่านต่ำ (Low pass filter) ทำให้มีความเสถียรภาพสูงกว่าการควบคุมแรงโดยตรง [บวร 2543]

กล่าวโดยสรุปคือ งานวิจัยนี้จะใช้วิธีการควบคุมแรงโดยอ้อมเพื่อหาความสัมพันธ์ของแรงกดกับระยะยุบตัว และนำระยะดังกล่าวมาเป็นคำสั่งป้อนไปยังตัวควบคุมตำแหน่งของแขนกลให้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่จะทำให้ได้แรงกดต่อวัตถุแวดล้อมตามต้องการ

3.2 การคำนวณระยะยุบตัวของแขนกลเพื่อใช้ในการควบคุมแรง

หากพิจารณาระบบทั้งหมดพบว่าความแข็งเกร็งของหุ่นยนต์โดยรวมแล้วน้อยกว่าความความแข็งเกร็งที่แท้จริงของวัตถุแวดล้อม โดยเฉพาะวัตถุที่ยุบตัวได้น้อยมากเช่น โลหะแข็ง ดังนั้นหากทราบขนาดและทิศทางของความแข็งเกร็งของหุ่นยนต์ก็จะสามารถคำนวณระยะการยุบตัวเสมือนที่ปลายแขนกลที่จะทำให้เกิดแรงกดที่ปลายแขนหุ่นยนต์ต่อวัตถุแวดล้อมที่ต้องการได้

จาก $$\mathbf{F} = \mathbf{J}^{\mathrm{T}}\mathbf{k}\mathbf{J}\Delta\mathbf{x} \qquad (2.21)$$

เมื่อทราบทิศทางของแรงกระทำต่อวัตถุแวดล้อมแล้วต้องการหาทิศทางการยุบตัวของแขนกลต้องแปลงสมการ 2.21 ให้อยู่ในรูป

$$\Lambda\mathbf{F} = \Delta\mathbf{x} \qquad (3.10)$$

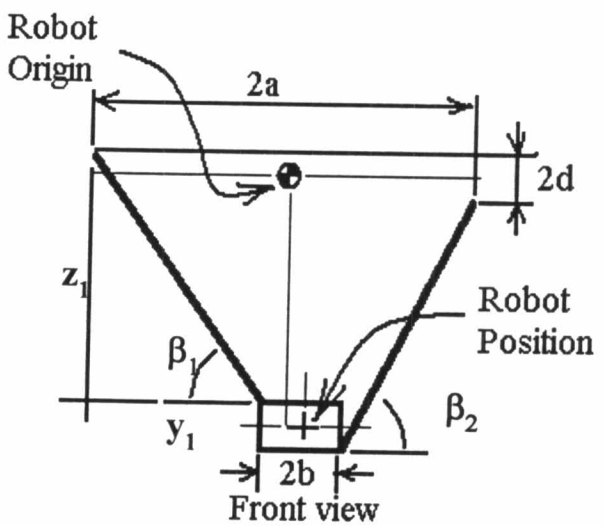
โดยที่ $$\Lambda = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{k}^{-1}\left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}$$

เมตริกซ์ Λ เรียกว่า Compliance matrix เป็นส่วนกลับของเมตริกซ์ความแข็งเกร็ง

จาก Thompson [1997] และ Tsai [1999] สามารถหาสมาชิกแต่ละตัวของ Compliance matrix โดยหาสมาชิกแต่ละตัวของส่วนกลับของ Jacobian matrix ก่อนโดยใช้วิธี Free-body diagram เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ 2.25 สมาชิกแต่ละตัวของเมตริกซ์ $\left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}$ หาได้โดยกำหนดให้มีแรงกระทำขนาดหนึ่งหน่วยในทิศทาง x y z และ θ แล้วหาการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นที่ข้อต่อขับแต่ละข้อ ดังนี้

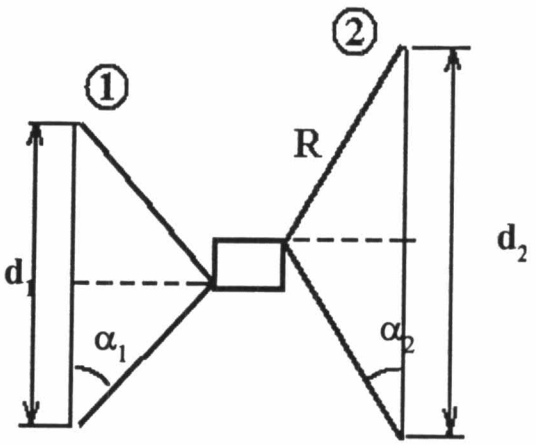
$$\left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{21} & \cdots & \tau_{n1} \\ \tau_{12} & \ddots & & \tau_{n2} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \tau_{1n} & \cdots & \cdots & \tau_{nn} \end{bmatrix}$$

โดยที่ τ_{ij} เป็นระยะเคลื่อนตัวข้อต่อขับ j เมื่อมีแรงหนึ่งหน่วยกระทำในทิศทางขององศาอิสระที่ i พิจารณาการกำหนดตัวแปรของแขนกลดังรูปที่ 3.4(1) และ 3.4(2)



(1)

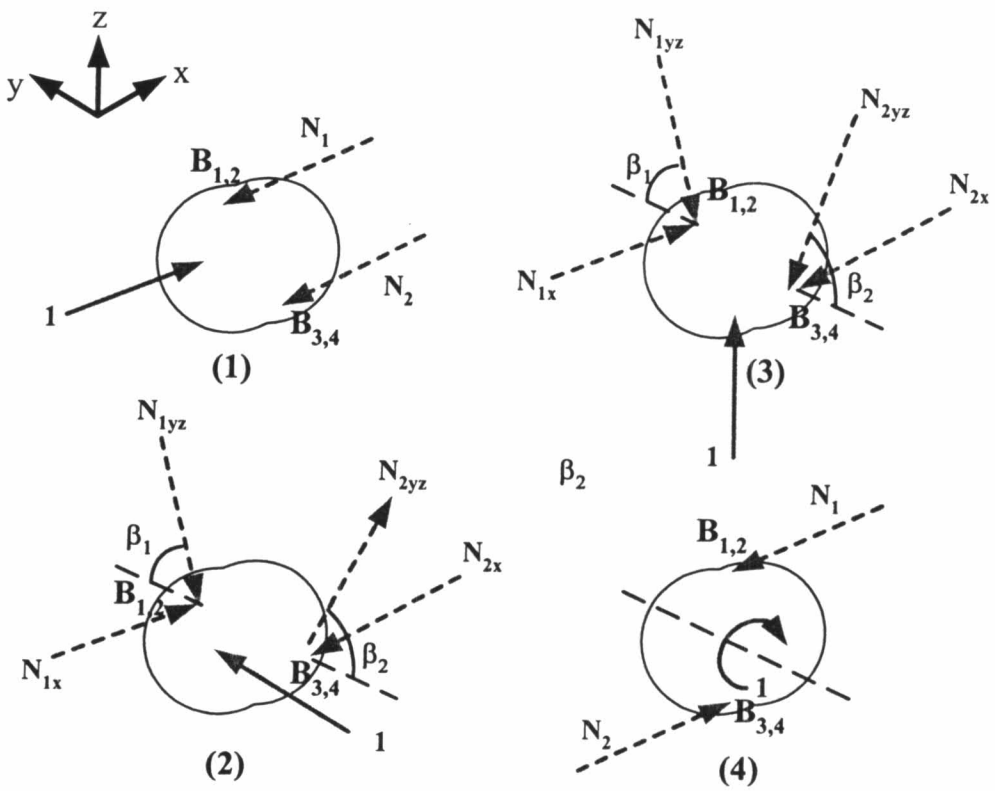
รูปที่ 3.4 การกำหนดตัวแปรบอกตำแหน่งของแขนกลให้เหมาะสมเพื่อหาสมาชิกของ Compliance matrix



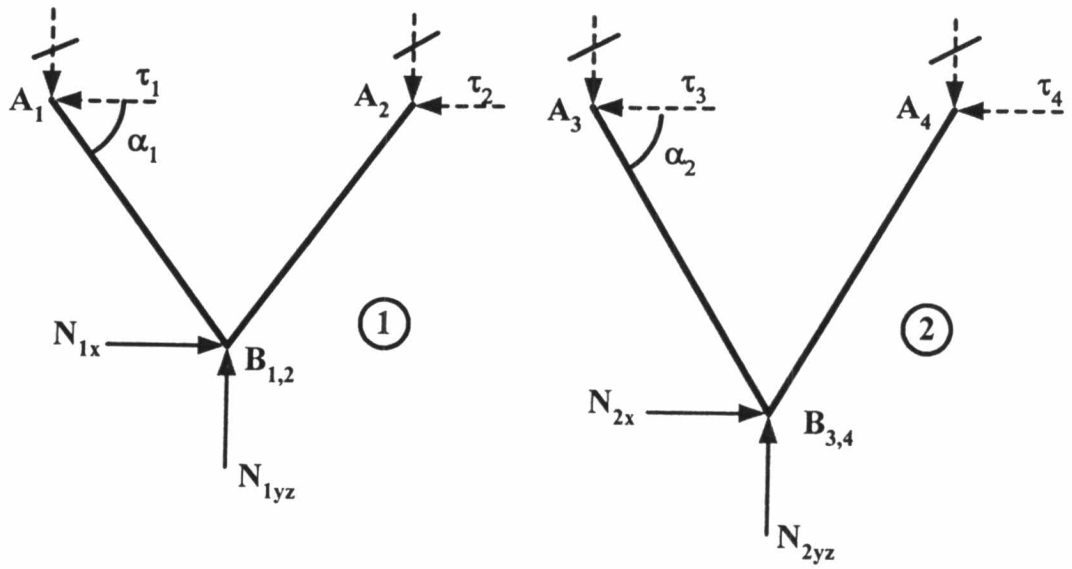
Top view (2)

รูปที่ 3.4 (ต่อ) การกำหนดตัวแปรบอกตำแหน่งของแขนกลให้เหมาะสมเพื่อหาสมาชิกของ Compliance matrix

กำหนดแรงหนึ่งหน่วยกระทำในทิศทาง +x ดังรูปที่ 3.5(1) จะได้แรงกระทำที่ข้อต่อขับแต่ละข้อต่อเป็น $\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}$ และ τ_{14} ดังในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.5 Free-body diagram ของแขนกลโดยมีแรงหนึ่งหน่วยกระทำในทิศต่างๆ



รูปที่ 3.6 Free-body diagram ของแรงที่ข้อต่อขับแต่ละข้อต่อ

ในกรณีนี้พิจารณาให้การวางตัวของแขนกลสามารถรับโมเมนต์ในแกน x และ z ได้ ดังนั้นเงื่อนไขในการแก้สมการสถิตย์ที่ต้องการจึงมีเพียง

$$\sum F_X = 0, \sum F_Y = 0, \sum F_Z = 0 \text{ and } \sum M_Y = 0$$

จากรูปที่ 3.5 และ 3.6(1) เมื่อมีแรงกระทำต่อตัว Platform จะทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาที่ข้อต่อหมุนทั้งสองด้านของ platform ซึ่งแรงปฏิกิริยารวมทั้งสองนี้จะต้องวางอยู่ในระนาบ $A_1A_2B_{1,2}$ และ $A_3A_4B_{3,4}$ ตามลำดับเนื่องจากกำหนดให้ข้อต่อขา AB เป็น two-force member จะได้แรงกระทำที่ข้อต่อขับที่เกิดจากแรงหนึ่งหน่วยกระทำในแกน +x คือ

$$\tau_{11} = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{14} = \frac{1}{4} \qquad (3.11)$$

เห็นได้ว่าข้อต่อขับแบบ Prismatic นั้น แรงที่มีผลต่อข้อต่อขับจะอยู่นทิศทางเดียวกับแนวการเคลื่อนที่ของข้อต่อขับ ในขณะที่แรงในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของข้อต่อขับจะไม่มีผลแต่อย่างใด ในทำนองเดียวกันหากแรงหนึ่งหน่วยกระทำในแนว +y ดังรูปที่ 3.5(2) แนว +z ดังรูปที่ 3.5(3) และ $+\theta$ ดังในรูปที่ 3.5(4) และอาศัย Free-body diagram ดังรูปที่ 3.6 จะได้สมาชิกของเมตริกซ์ $\mathbf{J}^{-1}$ ดังนี้

$$\tau_{21} = \frac{\sin\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_1} + \frac{\sin\beta_1\cdot\sin\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta$$

$$\tau_{22} = -\frac{\sin\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_1} + \frac{\sin\beta_1\cdot\sin\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta$$

$$\tau_{23} = -\frac{\sin\beta_1}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_2} - \frac{\sin\beta_1\cdot\sin\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta$$

$$\tau_{24} = \frac{\sin\beta_1}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_2} - \frac{\sin\beta_1\cdot\sin\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta \qquad (3.12)$$

$$\tau_{31} = \frac{\cos\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_1} + \frac{\sin(\beta_1-\beta_2)}{4\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta$$

$$\tau_{32} = -\frac{\cos\beta_2}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_1} + \frac{\sin(\beta_1-\beta_2)}{4\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta$$

$$\tau_{33} = \frac{\cos\beta_1}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_2} - \frac{\sin(\beta_1-\beta_2)}{4\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta$$

$$\tau_{34} = -\frac{\cos\beta_1}{2\sin(\beta_1+\beta_2)\cdot\tan\alpha_2} - \frac{\sin(\beta_1-\beta_2)}{4\sin(\beta_1+\beta_2)}\tan\theta \qquad (3.13)$$

และ

$$\tau_{41} = \tau_{42} = -\frac{1}{4c\cdot\cos\theta}$$

$$\tau_{43} = \tau_{44} = \frac{1}{4c\cdot\cos\theta} \qquad (3.14)$$

ดังนั้น Compliance matrix จึงอยู่ในรูป

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{k}^{-1}\left(\mathbf{J}^{T}\right)^{-1}$$

$$= \frac{1}{k}\begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} & \tau_{14} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} & \tau_{24} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} & \tau_{34} \\ \tau_{41} & \tau_{42} & \tau_{43} & \tau_{44} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{21} & \tau_{31} & \tau_{41} \\ \tau_{12} & \tau_{22} & \tau_{32} & \tau_{42} \\ \tau_{13} & \tau_{23} & \tau_{33} & \tau_{43} \\ \tau_{14} & \tau_{24} & \tau_{34} & \tau_{44} \end{bmatrix} \qquad (3.15)$$

โดยที่ค่าความแข็งตึงของข้อต่อขับทุกข้อต่อเท่ากัน มีค่า k ทั้งนี้สมาชิกแต่ละตัวของเมตริกซ์ได้แสดงอย่างละเอียดในภาคผนวก ข

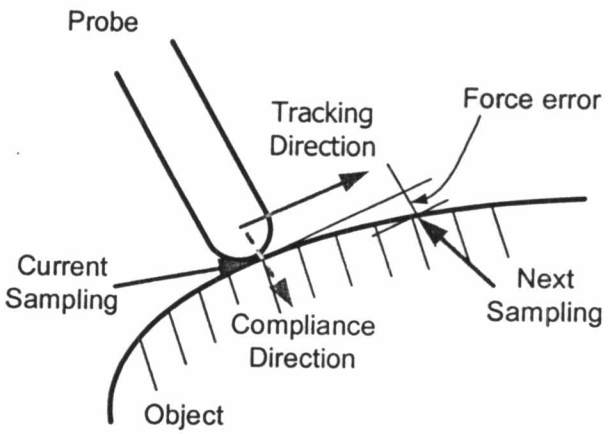
จากสมการที่ 3.11 ถึง 3.15 พบว่ามีความสอดคล้องกับเงื่อนไขซิงกูลาริตีส์ (2.24) กล่าวคือแขนกลจะเข้าสู่ซิงกูลาริตีส์เมื่อมุม Platform (θ) เป็น 90 องศา มุม $(\beta_1+\beta_2)$ เป็น 0 หรือ 180 องศา และมุม α_1 หรือ α_2 เป็น 0 หรือ 90 องศา

ประยุกต์ใช้ความสัมพันธ์ 3.5 และเมตริกซ์ 3.15 เพื่อควบคุมให้ค่าผิดพลาดของแรงกดเป็นศูนย์ ดังนั้นจากค่าผิดพลาดของแรงกดซึ่งได้จากการเปรียบเทียบขนาดของแรงที่ต้องการกับแรงที่วัดได้จากตัวตรวจรู้แรง นำค่าผิดพลาดที่ได้คูณกับ Compliance matrix เพื่อให้ได้ทิศทางการยุบตัวของแขนกลที่น่าจะทำให้ได้แรงกดใกล้เคียงกับแรงกดที่ต้องการมากขึ้น ตัวควบคุมแรงในแต่ละแกนจะอยู่ในรูป

$$x[i]_k = x[i]_{k-1} + K_{lf}[i]\cdot(F_d - F)\cdot\frac{\Delta\mathbf{x}[i]}{\|\Delta\mathbf{x}\|} \qquad (3.16)$$

โดยที่ i มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 4 แทนแกน x y z และ θ ตามลำดับ

ลักษณะพื้นผิวของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆ ดังนั้นทิศทางและขนาดของแรงกดที่วัดได้จะเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาดังแสดงในรูปที่ 3.7 ตัวควบคุมแบบ 3.16 มีลักษณะเป็นตัว Integrator กล่าวคือ ตำแหน่งที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปในขณะปัจจุบันหรือ $x[i]_k$ จะมีค่าสะสมมาจากค่าตำแหน่งในอดีตย้อนไปหนึ่งตัวอย่างหรือ $x[i]_{k-1}$ กับค่าขยับตัวของปลายแขนกลที่คำนวณได้ขณะนั้นโดยที่อัตราการลู่เข้าจะขึ้นกับค่าเกน K_{lf} คุณสมบัติของตัว Integrator นี้จะทำให้ความผิดพลาดของแรงเป็นศูนย์ได้



รูปที่ 3.7 ความผิดพลาดของแรงในการควบคุมแรงกดบนวัตถุที่มีพื้นผิวไม่แน่นอน

ค่าเกน K_{lf} ที่เลือกใช้ในแต่ละแกนขึ้นอยู่กับความแข็งเกร็งของแกนนั้นๆ ดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่สอง ความแข็งเกร็งขึ้นอยู่กับปัจจัยเช่นรูปแบบของแขนกล วัสดุที่ใช้ และคุณภาพในการสร้าง ค่าที่เลือกใช้ได้แก่ [0.0012, 0.0027, 0.0007, 1e-6] ซึ่งได้จากการทดลอง

3.3 การควบคุมตำแหน่งของแขนกล

จากความสัมพันธ์ 3.9 การควบคุมตำแหน่งของแขนกลจะใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดีดังสมการที่ 3.17

$$u[i] = K_P[i](e_p)_k + K_D[i]((e_p)_k - (e_p)_{k-1}) + K_I\sum_{j=1}^{k}(e_p)_j \qquad (3.17)$$

โดยที่ e_p : ความผิดพลาดของตำแหน่งของข้อต่อขับ

K_P : Proportional gain

K_D : Derivative gain

K_I : Integral gain

นอกจากการควบคุมตำแหน่งแล้ว การควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลให้ได้ความเร็วที่ต้องการทำได้โดยการส่งคำสั่งควบคุมตำแหน่งในแต่ละครั้งของการสุ่มตัวอย่างให้เหมาะสม ดังสมการที่ 3.18

$$x[i]_k = x[i]_{k-1} + dx[i] \qquad (3.18)$$

โดยที่ $dx[i]$ คำนวณจาก

$$dx[i] = Feed * u[i]dT$$

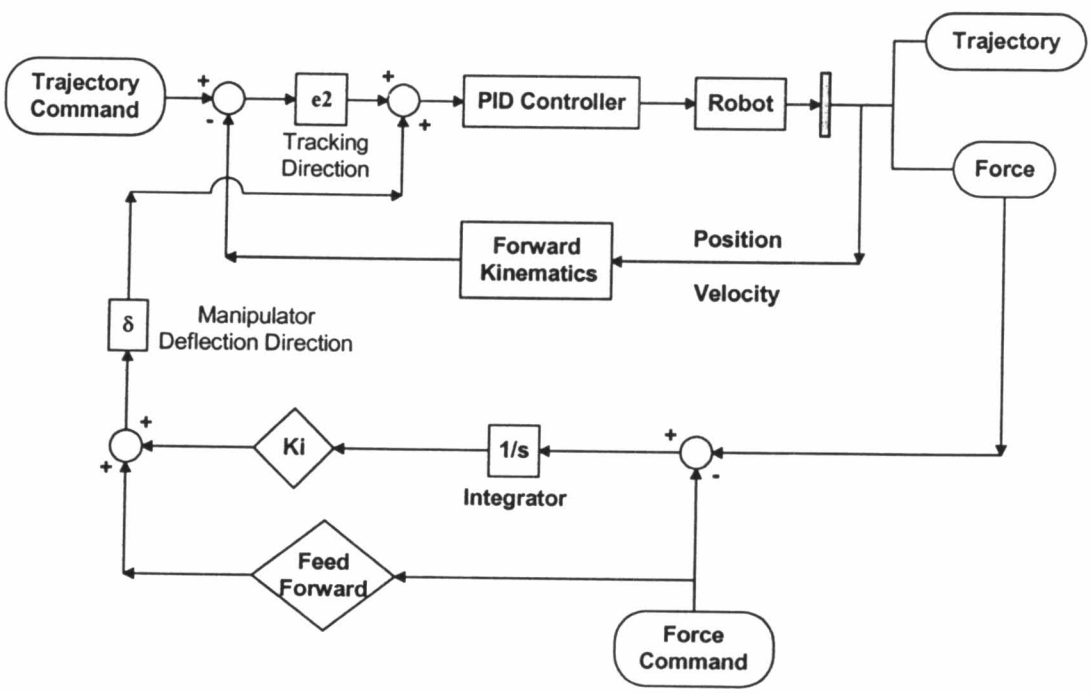
โดยที่ $Feed$: ความเร็วในการเคลื่อนที่หน่วยเป็น มิลลิเมตรต่อวินาที

$u[i]$: Component ในทิศทาง i ของเวคเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางที่จะให้แขนกลเคลื่อนที่

dT : อัตราสุ่มตัวอย่าง (Sampling rate) โดยทั่วไปมีค่าตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.001 วินาที

หากส่งคำสั่งตำแหน่งดังสมการ 3.18 ทุกๆรอบสุ่มตัวอย่างจะทำให้แขนกลเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่ากับค่า $Feed$ นอกจากนี้รายละเอียดในการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ของแขนกลให้ได้ Profile ความเร็วและความเร่งที่ต้องการโปรดดูใน Craig [1989]

เมื่อรวมตัวควบคุมตำแหน่งและแรงเข้าด้วยกันจะได้บล็อคไดอาแกรมดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 บล็อคไดอาแกรมของตัวควบคุมตำแหน่งและแรงโดย MATLAB/Simulink ®