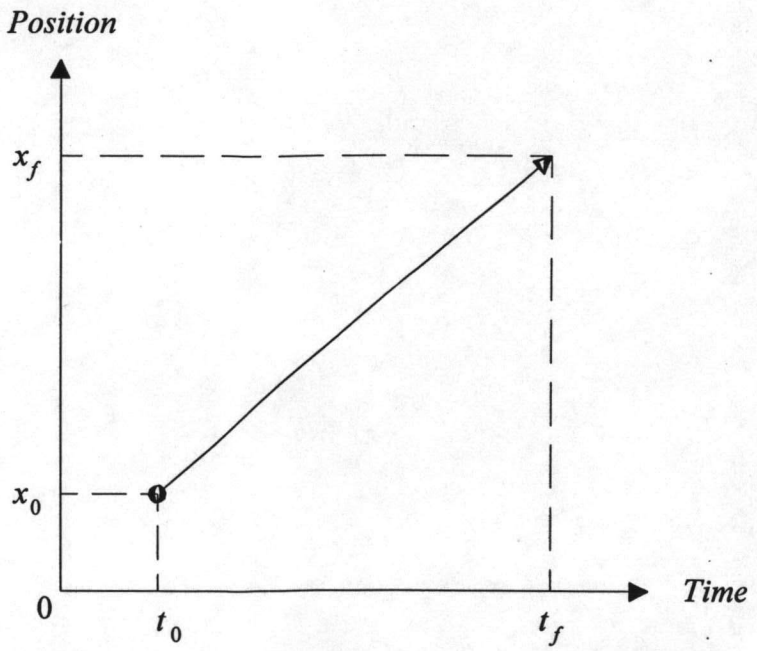
บทที่ 4

การสร้างทางเดินสำหรับเครื่องติดตามคอนทัวร์

การสร้างทางเดินแบบเส้นตรงความเร็วคงที่

1. ทางเดินเส้นตรงแบบแกนเดียว

การสร้างคำสั่งทางเดินของชุดเคลื่อนที่จำเป็นต้องควบคุมความเร็วให้คงที่ในขณะที่เคลื่อนที่ไปยังจุดที่กำหนด วิธีการสร้างโดยใช้ความเร็วคงที่ตลอดเส้นทางแบบเส้นตรง (Straight line) เป็นวิธีหนึ่ง ซึ่งสามารถทำให้ชุดเคลื่อนที่เคลื่อนไปด้วยความเร็วตามที่กำหนด โดยการแบ่งระยะทางที่เคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งด้วยระยะทางที่มีขนาดเท่า ๆ กันหลายจุดต่อกัน ซึ่งสามารถสร้างได้ดังนี้



รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการเคลื่อนที่ในแนวแกน x เทียบกับเวลา

พิจารณารูปที่ 4.1 เมื่อต้องการเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นที่ตำแหน่ง x_0 ที่เวลา t_0 ไปยังจุดสิ้นสุด x_f ที่เวลา t_f ด้วยความเร็ว V โดยใช้อัตราการสุ่มเวลา T เราสามารถคำนวณจำนวนจุดที่จะแบ่งในการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$N = \frac{x_f - x_0}{VT} \tag{4.1}$$

I16754451

เมื่อทราบจำนวนจุดในการแบ่งแล้ว เราสามารถทราบระยะเคลื่อนที่แต่ละจุดได้ดังนี้

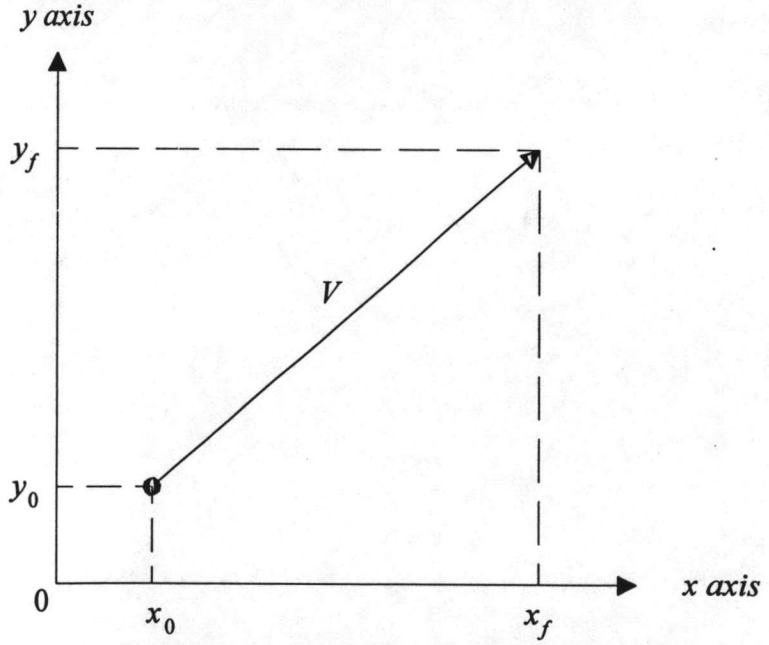
$$\Delta x = \frac{(x_f - x_0)}{N} \tag{4.2}$$

จากนั้นจึงนำระยะที่ได้ไปสร้างเป็นชุดคำสั่งต่อไปได้ดังนี้

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x \tag{4.3}$$

2. ทางเดินเส้นตรงแบบ 2 แกน

ในกรณีที่ต้องการเคลื่อนที่พร้อมกัน 2 แกน หรือเส้นทางที่เคลื่อนที่มีลักษณะไม่ขนานกับแกนใดแกนหนึ่ง เราสามารถพิจารณาได้ดังรูปที่ 4.2 กำหนดให้เส้นทางการเคลื่อนที่เริ่มต้นจากจุด x_0, y_0 เคลื่อนไปด้วยความเร็วคงที่ V เป็นเส้นตรงไปยังจุด x_f, y_f



รูปที่ 4.2 กราฟแสดงการเคลื่อนที่ของแกน x และ y ด้วยความเร็ว V

สามารถหาจำนวนจุดในการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$N = \frac{[(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2]^{1/2}}{VT} \tag{4.4}$$

จะได้ระยะเคลื่อนที่แต่ละช่วงเวลาการสุ่มหรือแต่ละจุดดังนี้

$$\Delta x = \frac{(x_f - x_0)}{N} \tag{4.5}$$

$$\Delta y = \frac{(y_f - y_0)}{N} \tag{4.6}$$

ชุดคำสั่งที่ใช้ในการสั่งให้เคลื่อนที่

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x \tag{4.7}$$

$$y_n = y_{n-1} + \Delta y \tag{4.8}$$

ซึ่งจะทำให้การเคลื่อนที่ตามทางเดินมีความเร็วคงที่ตามที่กำหนดไว้ตลอดระยะทาง

การสร้างการเคลื่อนที่จากตำแหน่งไปตำแหน่งโดยใช้ฟังก์ชันสไปลน์ (Point to Point Motion Generation using Spline Functions)

การควบคุมความเร่ง เป็นส่วนสำคัญของการทำงานที่ต้องการความแม่นยำและถูกต้องในระบบควบคุมตำแหน่งทั้งหลาย ชุดขับเคลื่อนทุกชนิดย่อมมีขีดจำกัดความเร็ว และความเร่ง ฟังก์ชันสไปลน์กำลังสาม (cubic spline) เป็นวิธีสร้างชุดคำสั่งแบบตำแหน่งไปยังตำแหน่งอีกชนิดหนึ่งที่มีความสะดวก และสามารถสร้างชุดคำสั่งที่เหมาะสมกับขีดจำกัดต่างๆได้

พิจารณารูปที่ 4.3 จะเห็นว่ามีการเคลื่อนที่ในเส้นทางอยู่ 3 แบบ ช่วงแรกจาก t_0 ถึง t_1 เป็นช่วงความเร่งคงที่ (A) ทำให้ความเร็วเพิ่มขึ้นจากค่าเริ่มต้นจนถึงค่าที่กำหนดและเคลื่อนที่ต่อไปในช่วงที่ 2 ซึ่งเป็นช่วงความเร็วคงที่ (V) ความเร่งจะมีค่าเป็นศูนย์จนถึงเวลา t_2 จึงเริ่มเคลื่อนที่ด้วยความหน่วงคงที่ ($-A$) ความเร็วจะลดลงจนถึงเวลา t_3 ค่าความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ซึ่งได้ระยะทางตามที่กำหนด

$$\Delta t_1 = t_1 - t_0 \tag{4.9}$$

$$\Delta s_1 = \frac{A\Delta t_1^2}{2} = x_1 - x_0 \tag{4.10}$$

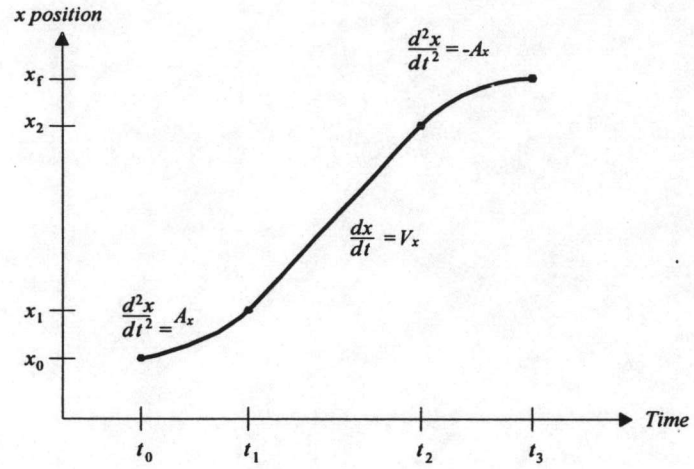
$$\Delta t_3 = t_3 - t_2 = \Delta t_1 \tag{4.11}$$

$$\Delta s_3 = \frac{V^2}{2A} = x_f - x_2 \tag{4.12}$$

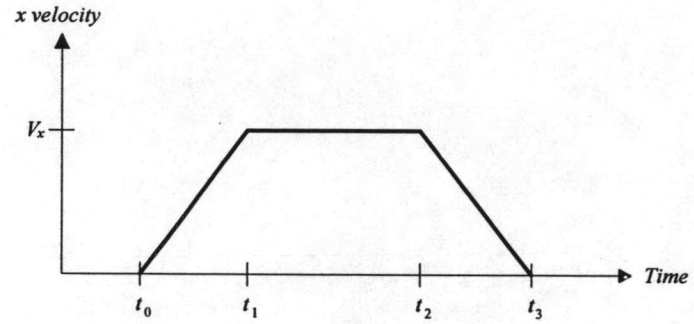
$$\Delta s_2 = x_2 - x_1 = x_f - \Delta s_1 - \Delta s_3 \tag{4.13}$$

$$\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \frac{\Delta s_2}{V} \tag{4.14}$$

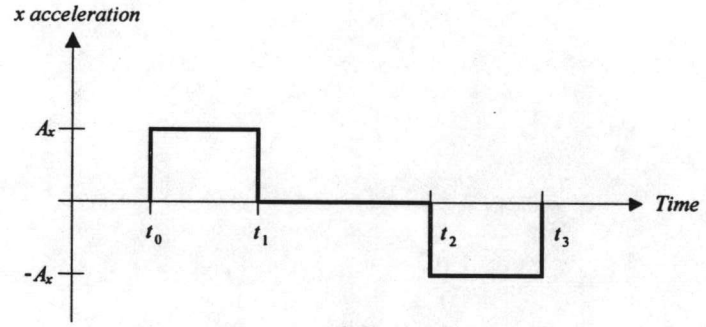
โดยทั่วไปจะให้ระยะทางส่วนแรก Δs_1 เท่ากับส่วนที่สาม Δs_3 เราสามารถหาระยะทางส่วนที่สองได้จากระยะทางทั้งหมดลบออกด้วยส่วนแรกและส่วนที่สาม



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 4.3 กราฟแสดงการเคลื่อนที่

(ก) แสดงระยะทางที่เคลื่อนที่ กับ เวลาที่ใช้

(ข) แสดงความเร็วในการเคลื่อนที่ กับ เวลาที่ใช้

(ค) แสดงความเร่งในการเคลื่อนที่ กับ เวลาที่ใช้

กำหนดให้ x_0 เป็นตำแหน่งเริ่มต้นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ที่เวลา t_0

x_1 เป็นตำแหน่งเริ่มต้นการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ที่เวลา t_1

x_2 เป็นตำแหน่งเริ่มต้นการเคลื่อนที่ด้วยความหน่วงคงที่ที่เวลา t_2

x_f เป็นตำแหน่งสุดท้ายของการเคลื่อนที่มีความเร็วเป็นศูนย์ที่เวลา t_3

ในกรณีที่ช่วงเวลา Δt_2 มีค่าเป็นลบจะเกิดขึ้นเมื่อ

$$|\Delta x| < \frac{V_x^2}{A_x} \tag{4.15}$$

แสดงว่าระยะทางที่เคลื่อนที่ไม่ยาวพอที่จะเคลื่อนได้ถึงความเร็วสูงสุด กรณีเช่นนี้จะไม่มีช่วงความเร็วคงที่ ดังรูปที่ 4.4 สมการของเวลาและระยะทางจะเปลี่ยนเป็นดังนี้

$$\Delta x = x_f - x_0 \tag{4.16}$$

$$\Delta t_1 = \sqrt{\frac{\Delta x}{A}} \tag{4.17}$$

$$\Delta s_1 = \frac{A\Delta t_1^2}{2} \tag{4.18}$$

$$\Delta t_3 = \Delta t_1 \tag{4.19}$$

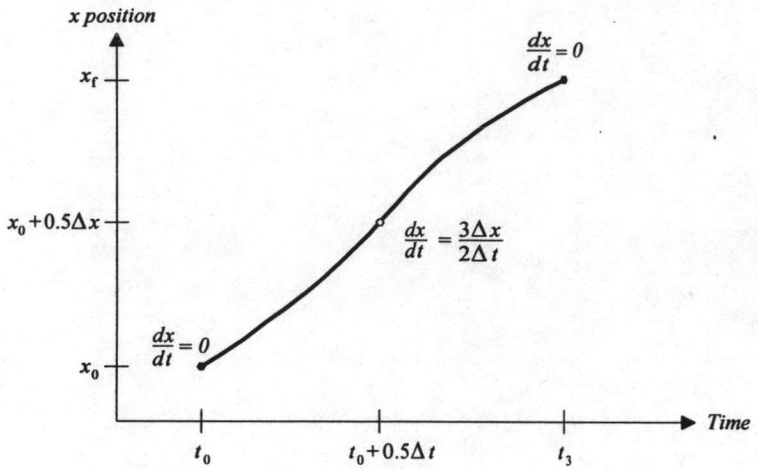
$$\Delta s_3 = \Delta s_1 \tag{4.20}$$

$$\Delta t_2 = 0 \tag{4.21}$$

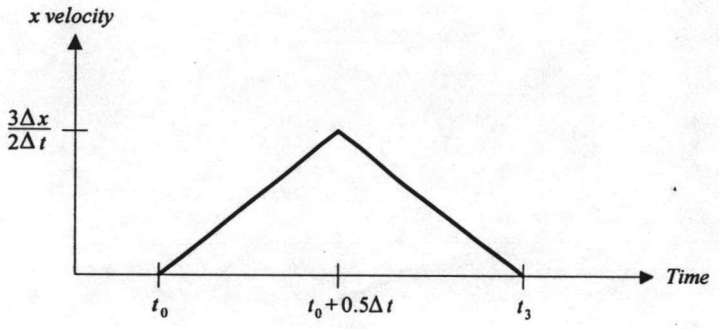
$$\Delta s_2 = 0 \tag{4.22}$$

จะเห็นว่าการเคลื่อนที่เริ่มจากตำแหน่งเริ่มต้น x_0 ที่เวลา t_0 ด้วยความเร่งคงที่จนได้ระยะทางครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมด จึงเริ่มเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความหน่วงคงที่ จนถึงจุดปลายที่เวลา t_f

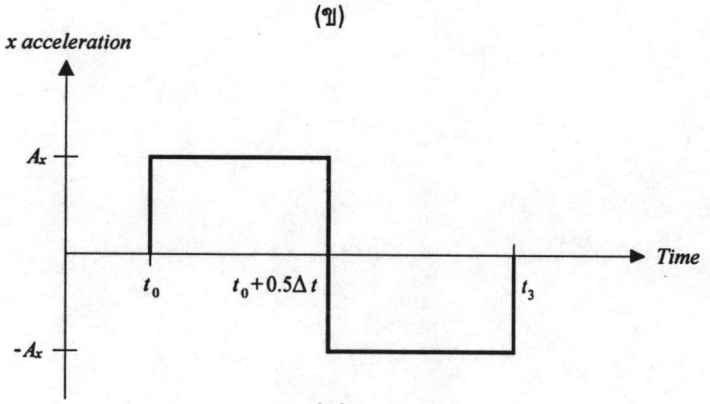
วิธีการเคลื่อนที่แบบสไปลน์นี้ จะทำให้อุปกรณ์ที่เคลื่อนที่ เริ่มต้นเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการกระชาก และสามารถเร่งความเร็วจนถึงจุดที่อุปกรณ์สามารถจะทำได้ แต่ระยะห่างระหว่างจุดจะมีค่าไม่เท่ากันเหมือนการสร้างทางเดินแบบเส้นตรง



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการเคลื่อนที่แบบไม่มีช่วงความเร็วคงที่

(ก) แสดงระยะทางที่เคลื่อนที่ กับ เวลาที่ใช้

(ข) แสดงความเร็วในการเคลื่อนที่ กับ เวลาที่ใช้

(ค) แสดงความเร่งในการเคลื่อนที่ กับ เวลาที่ใช้

การสร้างทางเดินแบบวงกลม

ทางเดินแบบวงกลมเป็นรูปแบบหนึ่งของแนวทางเดินที่ถูกนำมาใช้ ทางเดินรูปแบบนี้จะเหมาะสมกับวัตถุที่มีรูปร่างแบบทรงกลมหรือมีความโค้งใกล้เคียงกับทรงกลม ข้อมูลที่ต้องนำมาใช้ในการสร้างแนวทางเดินแบบวงกลมคือ

1. จุดศูนย์กลางของวงกลม
2. รัศมีของวงกลม

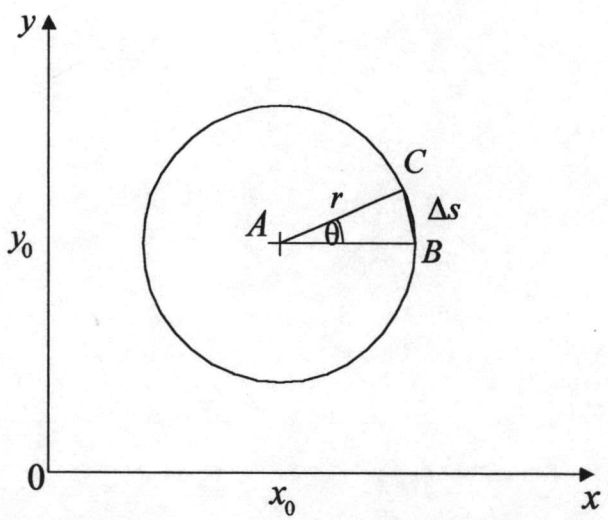
พิจารณารูปที่ 4.5 เป็นการแบ่งส่วนของวงกลมให้เป็นเส้นตรงที่มีขนาดเล็ก ๆ มาต่อกัน แต่ละส่วนให้มีขนาด Δs เพื่อให้ได้ความเร็วตามกำหนดในช่วงเวลาการสุ่ม

จากรูปสามเหลี่ยม ABC

$$AB = AC = r \tag{4.23}$$

$$BC = \Delta s \tag{4.24}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2.AB.AC - BC^2}{2.AB.AC}\right) \tag{4.25}$$



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงการแบ่งจุดสร้างแนวทางเดินแบบวงกลม

แทนค่าจากสมการ 4.23 และ 4.24 ลงในสมการ 4.25 จะได้ว่า

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2r^2 - \Delta s^2}{2r^2}\right) \tag{4.26}$$

จากสมการที่ 4.26 เราสามารถนำค่า θ ไปคำนวณจุดอ้างอิงตามแนวแกน x และ y ที่เวลาในการสุ่มครั้งที่ n ได้ดังสมการที่ 4.27 และ 4.28 ดังนี้

$$x(n) = r\cos(\theta n) + x_0 \quad (4.27)$$

$$y(n) = r\sin(\theta n) + y_0 \quad (4.28)$$

โดยที่ $x(n)$ คือ ตำแหน่งตามแนวแกน x ที่เวลาการสุ่มครั้งที่ n

$y(n)$ คือ ตำแหน่งตามแนวแกน y ที่เวลาการสุ่มครั้งที่ n

r คือ รัศมีของวงกลม

x_0 คือ จุดศูนย์กลางของวงกลมตามแนวแกน x

y_0 คือ จุดศูนย์กลางของวงกลมตามแนวแกน y

ความละเอียดในการเก็บข้อมูล

สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งในการวัดขนาดของชิ้นงาน โดยใช้เครื่องติดตามคอนทัวร์นี้คือความละเอียดในการเก็บข้อมูลของชิ้นงานแต่ละอัน หรือระยะห่างของตำแหน่งการวัดแต่ละครั้งในการเก็บข้อมูล ความละเอียดของชิ้นงานจะขึ้นอยู่กับการพิจารณาถึงความต้องการความละเอียดหรือความจำเป็นในการเก็บข้อมูล ถ้าชิ้นงานมีการเปลี่ยนแปลงความชันของพื้นผิวค่อนข้างมาก ความละเอียดในการเก็บข้อมูลควรจะมาก ถ้าการเปลี่ยนแปลงความชันของพื้นผิวชิ้นงานมีน้อยหรือค่อนข้างราบเรียบ ความละเอียดในการเก็บอาจจะน้อยลงได้ขึ้นอยู่กับความต้องการ สามารถกำหนดความละเอียดของชิ้นงานในการเก็บข้อมูลได้จากความเร็วในการเคลื่อนที่ของหัววัดผ่านชิ้นงาน เนื่องจากคาบเวลาการสุ่มคงที่ ถ้าต้องการความละเอียดมากต้องเคลื่อนหัววัดผ่านชิ้นงานด้วยความเร็วต่ำซึ่งจะทำให้ระยะห่างระหว่างตำแหน่งของข้อมูลมีค่าน้อยหรืออีกความหมายหนึ่งคือ จำนวนจุดของตำแหน่งที่วัดบนผิวชิ้นงานมีจำนวนมาก ในทางกลับกันเมื่อไม่ต้องการความละเอียดมากนักก็สามารถทำได้โดยการเคลื่อนที่หัววัดผ่านชิ้นงานด้วยความเร็วที่สูงขึ้นจะทำให้ระยะห่างระหว่างตำแหน่งของการวัดมีค่ามากขึ้น ในกรณีที่ต้องการเปลี่ยนแปลงความละเอียดของการเก็บข้อมูลแต่ไม่ต้องการเพิ่มหรือลดความเร็วในการเคลื่อนที่สามารถทำได้จากการเว้นตำแหน่งบางตำแหน่งของการวัดในระหว่างทำการเก็บข้อมูล เราจึงสามารถกำหนดลำดับในการเก็บข้อมูลได้ตามต้องการ ขนาดของชิ้นงานก็เป็นสิ่งที่ต้องคำนึงถึงอีกประการหนึ่งในการเก็บข้อมูลแต่ละครั้ง ถ้าชิ้นงานมีขนาดใหญ่ เมื่อใช้ความละเอียดสูง จำนวนข้อมูลที่ต้องเก็บจะมีจำนวนมาก ซึ่งจำเป็นต้องใช้เนื้อที่ในหน่วยความจำมาก เวลาที่ใช้ในการเก็บก็จะมาก

ตัวอย่างการกำหนดความละเอียด

เมื่อให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของหัววัดผ่านชิ้นงานมีค่า V ใช้คาบเวลาในการสุ่มค่า T เคลื่อนที่ในแต่ละครั้งด้วยระยะทาง s กรณีที่ให้การเคลื่อนที่เป็นแบบเส้นตรงความเร็วคงที่ตลอดเส้นทาง เวลาที่ต้องใช้ในการวัดในการเคลื่อนที่ 1 รอบคือ

$$\Delta t = \frac{s}{V} \tag{4.29}$$

จำนวนจุดที่วัดหรือจำนวนครั้งในการสุ่มของการเคลื่อนที่ 1 รอบคือ

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{s}{VT} \tag{4.30}$$

จะเห็นว่าระยะห่างระหว่างจุดที่วัดแต่ละครั้งมีขนาด

$$\Delta x = \frac{s}{n} = VT \tag{4.31}$$

สมมติให้การเคลื่อนที่แต่ละรอบมีระยะทาง 100 มิลลิเมตร อัตราการสุ่ม 0.02 วินาที ใช้ความเร็วในการเคลื่อนที่ 10 มิลลิเมตรต่อวินาที

เวลาที่ใช้ในแต่ละรอบ

$$\Delta t = \frac{s}{V} = \frac{100}{10} = 10 \text{ วินาที}$$

จำนวนจุดแต่ละรอบ

$$n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{10}{0.02} = 500 \text{ จุด}$$

ดังนั้น ระยะห่างระหว่างจุด

$$\Delta x = \frac{s}{n} = \frac{100}{500} = 0.2 \text{ มิลลิเมตร}$$

ในการสุ่มแต่ละครั้งข้อมูลจะมีระยะห่างตามแนวแกนที่เคลื่อนที่เท่ากับ 0.2 มิลลิเมตร ถ้าต้องการให้ระยะทางมีขนาดเล็กลง สามารถทำได้โดยการลดความเร็วลง จำนวนจุดแต่ละรอบก็จะเพิ่มมากขึ้น กรณีที่ต้องการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าเดิมแต่ต้องการเพิ่มขนาดของระยะห่างระหว่างจุด ทำได้โดยกำหนดการเก็บข้อมูลจากโปรแกรม ในกรณีตัวอย่างนี้ถ้ากำหนดให้เก็บข้อมูลทุกๆเวลาการสุ่ม 3 ครั้ง ระยะห่างระหว่างจุดจะมีค่า 3 x 0.2 = 0.6 มิลลิเมตร