

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้
คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

นายกฤษฎา วรพิน

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2554

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)

เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย

The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING K-W-D-L
TECHNIQUES AND HIGHER ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICS PROBLEM
SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF EIGHTH GRADE STUDENTS

Mr. Krissada Worapin

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

Faculty of Education

Chulalongkorn University

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค
ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียน
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2

โดย

นายกฤษฎา วรพิน

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิน)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา)

กฤษฎา วรพิน : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING K-W-D-L TECHNIQUES AND HIGHER ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF EIGHTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก :
 อ.ดร.จินดิษฐ์ ละออบปักษิน, 242 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จำนวน 79 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 39 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่ามัธยฐานเลขคณิต ค่ามัธยฐานเลขคณิตร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t-test) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ
2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอนลายมือชื่อ.....
 สาขาวิชา ภาควิชาคณิตศาสตร์ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก.....
 ปีการศึกษา 2554.....

5283306327 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORDS : K-W-D-L TECHNIQUES / HIGHER ORDER QUESTIONS / MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY / MATHEMATICS LEARNING RETENTION

KRISSADA WORAPIN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING K-W-D-L TECHNIQUES AND HIGHER ORDER QUESTIONS ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY AND LEARNING RETENTION OF EIGHTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: JINNADIT LAORPAKSIN. Ed.D., 242 pp.

The purposes of this research were :

1. to study mathematics problem solving abilities of eighth grade students being organized mathematics learning activities by using K-W-D-L techniques and higher order questions.
2. to compare mathematics problem solving abilities of eighth grade students between groups being taught by using K-W-D-L techniques and higher order questions and by using conventional approach.
3. to compare mathematics learning retentions of eighth grade students between groups being taught by using K-W-D-L techniques and higher order questions and by using conventional approach.

The subjects were eighth grade students of Princess Sirindhorn's College in Nakhon Pathom. The subjects were 79 eighth grade students in first semester, academic year 2011 in Princess Sirindhorn's College. They were divided into two groups, one experimental group with 39 students and one controlled group with 40 students. Students in experimental group were organized mathematics learning activities by using K-W-D-L techniques and higher order questions and those in control group were organized mathematics learning activities by conventional approach. The data collection instruments were the mathematics problems solving test and the mathematics learning achievement test. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans using K-W-D-L techniques and higher order questions and lesson plans using conventional approach. The data were analyzed by means of arithmetic, mean of percentage, standard deviation, t-test and analysis of covariance (ANCOVA).

The research results were revealed that:

1. Mathematics problem solving abilities of eighth grade students being organized mathematics learning activities by using K-W-D-L techniques and higher order questions were higher than minimum criteria of 50 percent of over all score.
2. Mathematics problem solving abilities of eighth grade students being organized mathematics learning activities by using K-W-D-L techniques and higher order questions were higher than those of students being organized mathematics learning activities by using conventional approach at .05 level of significance.
3. Mathematics learning retentions of eighth grade students being organized mathematics learning activities by using K-W-D-L techniques and higher order questions were not different from those of students being organized mathematics learning activities by using conventional approach at .05 level of significance.

Department : Curriculum and Instruction.....

Student's Signature

Field of Study : Mathematics Education.....

Advisor's Signature

Academic Year : 2011.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสะดวกและกรุณาจากการดูแลของ อาจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละเอียดเกษิณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก ที่เสียสละเวลาให้แนวคิดในการทำวิทยานิพนธ์ ให้กำลังใจ และให้คำแนะนำที่ดีในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนงานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการ สอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย เพื่อแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิที่ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยอย่างดียิ่ง ขอขอบคุณผู้บริหาร ครู และนักเรียนโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย และโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย ที่ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย การดำเนินการทดลอง และการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างดียิ่ง

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณพ่อขุนทอง วรพิน แม่ราตรี วรพิน นายเปรมศักดิ์ วรพิน น้องชายที่แสนดี ครอบครัววรพิน เพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ และทุกท่านที่ให้การสนับสนุน ให้กำลังใจ และมีส่วนช่วยในการทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ
บทที่	
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	8
สมมติฐานของการวิจัย.....	9
ขอบเขตของการวิจัย.....	12
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย.....	13
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	17
เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล.....	18
ความเป็นมาของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล.....	18
ความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล.....	19
ขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล.....	21
การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล.....	23
ประโยชน์ของการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการเรียนการสอน.....	27
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล.....	28
คำถามระดับสูง.....	31
ความหมายของคำถามระดับสูง.....	31
ความสำคัญของคำถามระดับสูง.....	34
ประเภทของคำถามระดับสูง.....	35

	หน้า
คำถามระดับสูงกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	41
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคำถามระดับสูง.....	42
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	48
ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์.....	48
ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	50
ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์.....	52
ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี.....	57
กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	59
กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	68
ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	76
แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	81
การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	85
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	91
ความคงทนในการเรียน.....	97
ความหมายของความคงทนในการเรียน.....	97
ความสำคัญของความคงทนในการเรียน.....	98
สมรรถนะทางสมองกับการเรียน.....	99
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน.....	101
การวัดความคงทนในการเรียน.....	103
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์.....	104
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียน คณิตศาสตร์.....	109
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	112
การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	112
การออกแบบการวิจัย.....	113
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	114
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	115

	หน้า
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	134
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	135
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	136
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	138
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	139
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	143
5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	155
สรุปผลการวิจัย.....	158
อภิปรายผล.....	159
ข้อเสนอแนะ.....	162
รายการอ้างอิง.....	165
ภาคผนวก.....	184
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ.....	185
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้ เครื่องมือวิจัย และหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย.....	187
ภาคผนวก ค ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง.....	200
ภาคผนวก ง ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง.....	203
ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	205
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	226
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	242

สารบัญญัตินำ

ตารางที่		หน้า
1	แผนผัง เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล.....	26
2	ตัวอย่างคำถามที่ต้องการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา.....	42
3	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ.....	86
4	เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	88
5	แบบแผนการทดลอง.....	113
6	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ.....	118
7	เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม.....	119
8	เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	123
9	ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่ามัชฌิมเลขคณิต ร้อยละ ($\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	139
10	ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	140

ตารางที่	หน้า	
11	ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t - test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	141
12	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ.....	142
13	ค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	157
14	ค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	157
15	ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ทั้งหมด 12 ห้องเรียน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน).....	201
16	ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 100 คะแนน).....	202
17	ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อนทดลอง ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน).....	204
18	การกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1.....	206
19	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 จำนวน 30 ข้อ.....	207

ตารางที่	หน้า
20	การกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 จำนวน 5 ข้อ..... 211
21	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 จำนวน 5 ข้อ..... 211
22	การกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 30 ข้อ (ทั้ง 2 ชุด)..... 216
23	การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด และพฤติกรรมด้าน พุทธิพิสัย ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 30 ข้อ (ทั้ง 2 ชุด)..... 217
24	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 (คู่ขนาน) จำนวนชุดละ 30 ข้อ..... 218

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน และคณะ.....	63
2	กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาแบบ DAPIC.....	66
3	กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของยุพิน พิพิธกุล.....	66
4	การสรุปลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง.....	121
5	บรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ในชั้นตอน เค (K) ในแผนการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ที่ 10.....	145
6	การทำกิจกรรมการค้นพบข้อสงสัยเกี่ยวกับปริมาณของพื้นที่กระดาษ 1 ส่วน ใน 2 ส่วน และ 2 ส่วน ใน 4 ส่วน ของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2.....	146
7	บรรยากาศการเรียนการสอน โดยครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ในเนื้อหาใหม่เรื่อง ร้อยละ (ดอกเบี๋ย) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11.....	147
8	การออกมาอภิปราย และสรุปมโนทัศน์ในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ สัดส่วน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8.....	148
9	ตัวอย่างของการตอบคำถามในชั้นตอน เค (K).....	148
10	ตัวอย่างของการตอบคำถามในชั้นตอน ดับเบิ้ลยู (W) และชั้นตอน ดี (D).	150
11	ตัวอย่างของการตอบคำถามในชั้นตอน แอล (L).....	154

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาของประเทศไทยกำลังประสบกับปัญหาในเรื่องของคุณภาพที่มีมาตรฐานค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับคุณภาพการศึกษาในอีกหลายๆ ประเทศในระดับเดียวกัน ซึ่งเด็กและเยาวชนไทยยังไม่ได้รับการพัฒนาความสามารถทางวิชาการโดยเฉพาะด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ภาษา และคอมพิวเตอร์ ให้มีมาตรฐาน ขาดการปลูกฝังคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ตามที่สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติได้ระบุไว้คือ การใฝ่รู้ใฝ่เรียน การคิดวิเคราะห์ และใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา ความมีระเบียบวินัย และความซื่อสัตย์ เป็นต้น การเตรียมความพร้อมให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกในอนาคต จึงเป็นปัจจัยสำคัญอย่างยิ่งต่อความสามารถในการแข่งขันของประเทศ โดยต้องมีการบริหารจัดการองค์ความรู้อย่างเป็นระบบ ทั้งการพัฒนาหรือสร้างองค์ความรู้ รวมถึงการประยุกต์ใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมมาผสมผสานร่วมกับจุดแข็งในสังคมไทย (คณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2551: 1) ดังนั้นการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ให้มีความพร้อมต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกจึงเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้าทันอารยประเทศ ดังที่ โกวิท ประवालพฤกษ์ (2533: 1) ได้กล่าวไว้ว่า “มนุษย์เป็นทรัพยากรที่สำคัญที่สุดในโลก ถ้ามนุษย์มีคุณภาพสูงแล้ว มนุษย์นี้เองจะเป็นผู้สร้างโลก และทำให้โลกเจริญถาวรมั่นคง” ดังนั้นหัวใจสำคัญของการพัฒนาประเทศและสังคมจึงอยู่ที่การเตรียมคนให้เป็นผู้มีความสามารถในการแข่งขัน รู้จักคิดวิเคราะห์ให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์ การแก้ปัญหา รักการเรียนรู้ และสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งต้องพัฒนาให้ทุกคน คิดเป็น แก้ปัญหาเป็น มีเหตุผล มีความคิดสร้างสรรค์ สามารถเรียนรู้ได้ตลอดชีวิต รู้เท่าทันโลก เพื่อพร้อมรับการเปลี่ยนแปลง สามารถลงทุนทางปัญญาเพื่อการพัฒนาตนเอง

คณิตศาสตร์เป็นอีกศาสตร์หนึ่งที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีการคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบแบบแผน คิดสร้างสรรค์ และคิดวิเคราะห์ สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม คณิตศาสตร์ยังนับว่าเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นศาสตร์ที่มีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545: 1) คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในศาสตร์สำคัญที่ช่วยพัฒนาคุณภาพของ

มนุษย์ดังที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่ต้องการพัฒนาคนไทยให้มีความรู้ และทักษะด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี และเป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ คุณธรรม และจริยธรรม(กระทรวงศึกษาธิการ, 2542: 15)

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ตามที่กล่าวมาข้างต้น คณิตศาสตร์จึงถูกจัดเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งในสถานศึกษาเพื่อใช้เป็นหลักในการจัดการเรียนการสอนเพื่อสร้างพื้นฐานการคิดให้กับผู้เรียนมาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนที่เอื้อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์และความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ตลอดจนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ ดังนั้นจึงต้องจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ ซึ่งมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ในระดับที่สูงขึ้น และสามารถแก้ปัญหาได้ในสถานการณ์จริง (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 10) สอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544) ที่ว่า “เมื่อผู้เรียนสำเร็จการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น” แต่ในสภาพความเป็นจริงนักเรียนไทยยังไม่ประสบความสำเร็จทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ซึ่งจัดทดสอบโดย สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ ประจำปีการศึกษา 2553 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2554: 8-9) ซึ่งเป็นการวัดผลการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานในแต่ละช่วงนั้น เพื่อประเมินศักยภาพทางการเรียนของนักเรียนไทย จากการทดสอบพบว่าคะแนนของนักเรียนไทยในระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 35.88 ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 26.05 และระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 28.56 ซึ่งได้คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ จากรายงานผลการทดสอบดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอทั้งในเรื่องของความรู้พื้นฐาน การคิด การแก้ปัญหา และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องได้รับการปรับปรุงและพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น สาเหตุที่สำคัญที่ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์เท่าที่ควรอาจเนื่องมาจากปัจจัยแวดล้อมต่างๆกัน เช่น ลักษณะวิชาค่อนข้างเป็นนามธรรม ซึ่งประกอบด้วยสัญลักษณ์ อาศัยการคิดที่เป็นแบบแผนมีขั้นตอนและมีเหตุผล (สิริพร ทิพย์คง, 2544: 15) แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ด้อย

ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550: 2) นอกจากนี้อีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำอาจเนื่องมาจากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขึ้นพื้นฐาน จะทดสอบปลายภาคการศึกษา ซึ่งทำให้นักเรียนลืมสิ่งที่นักเรียนได้เคยเรียนมาก่อนหน้าตั้งแต่ภาคการศึกษาแรก จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถทำข้อสอบได้ หรือสามารถกล่าวได้ว่านักเรียนไม่มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะความคงทนในการเรียนสามารถวัดได้จากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว ซึ่ง อัดัมส์ (Adams, 1967: 9) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียนหรือความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาหรือมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากทิ้งช่วงไประยะหนึ่ง สอดคล้องกับ เรย์ และคณะ (Reys and other, 1998 อ้างถึงใน สุพัตรา จอมคำสิงค์, 2552) ได้ให้ข้อสรุปว่า ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายหนึ่งที่สำคัญของการศึกษาคณิตศาสตร์ ฉะนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูต้องตระหนักถึงการสร้างความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นแก่นักเรียน ดังนั้นความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องเร่งพัฒนาให้เกิดขึ้นแก่นักเรียน

ในชีวิตประจำวันสิ่งที่ทุกคนต้องเผชิญคือปัญหา ซึ่งปัญหามีตั้งแต่ปัญหาที่ง่ายต่อการแก้ไขจนกระทั่งถึงปัญหาที่ยากซับซ้อน ต้องอาศัยความคิดรวบยอด ความรู้ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและเทคนิควิธีหลากหลายเพื่อที่จะแก้ปัญหาได้ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนจะแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น การเรียนคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดี เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่จำเป็นในวิชาคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดองค์ความรู้ ทักษะสำคัญ และคุณลักษณะที่สำคัญ ที่เป็นจุดเน้นในการพัฒนาผู้เรียน ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ นักเรียนสามารถนำความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิต การศึกษาต่อ ทำให้นักเรียนมีเหตุมีผล มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบและสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 1)

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจุดเน้นสำคัญในหลักสูตรและเป็นเป้าหมายพื้นฐานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหา (Kennedy and Tipps, 1994: 135) ซึ่งเป็นมาตรฐานหนึ่งของสาระที่ 6 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ เพื่อจะนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไป เพราะการที่ได้ฝึกแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง, 2544: 7-11) นอกจากนี้ ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536: 432-433) ยังได้กล่าวไว้ว่า “การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญและจำเป็น เป็นทักษะกระบวนการที่ต้องใช้ทักษะการคิดระดับสูง การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหามust ต้องทำอยู่ตลอดเวลาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคือเป็นทั้งจุดหมายปลายทางและกระบวนการเรียนรู้ ครูจะต้องกระตุ้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นยุทธศาสตร์การแก้ปัญหา ออกแบบปัญหาที่ท้าทายความสามารถให้เด็กคิด รวมทั้งการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหา” ดังนั้นการแก้ปัญหาคือเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550: 16-17)

จากความสำคัญของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าวจึงควรมีการส่งเสริมและพัฒนากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นในกระบวนการเรียนการสอน เป็นสิ่งที่ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา ว่าควรจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร จะดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร อีกทั้งคิดให้เหตุผลได้ว่าวิธีการหาคำตอบแต่ละวิธีนั้นมีความเหมาะสมหรือไม่ในการแก้ปัญหานั้นๆ วิธีการสอนวิธีหนึ่งที่จะส่งเสริมนักเรียนให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือ วิธีการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) พัฒนาโดย คาร์และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987) เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค เค ดับเบิลยู แอล (K-W-L) ของโอเกิล (Ogle, 1986) ซึ่งเป็นเทคนิคการสอนที่พัฒนาทักษะทางการอ่านให้มีคุณภาพ มีการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (Semantic Mapping) สรุปเรื่อง ที่อ่าน และมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือการสอนทักษะภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนวิชาอื่นๆได้ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เป็นต้น โดยมี

ขั้นตอน 4 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นตอน เค (K, What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง ขั้นตอน ดับเบิ้ลยู (W, What we want to know) สิ่งที่นักเรียนต้องการรู้หรือนักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขั้นตอน ดี (D, What we do to find out) เราจะมีวิธีการอย่างไรในการเรียนรู้หรือนักเรียนมีวิธีการดำเนินการเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการอย่างไร ขั้นตอน แอล (L, What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้หรือตรวจคำตอบ จะเห็นได้ว่าลักษณะการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (K-W-D-L) เป็นเทคนิคการสอนที่ช่วยชี้นำความคิด แนวทางในการอ่านและการแก้ปัญหา และยังสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ และสร้างความสนใจในการเรียนเป็นอย่างดี ทำให้นักเรียนตระหนักในการทำความเข้าใจตนเอง อาทิเช่น การวางแผนการ การตั้งจุดมุ่งหมาย ตรวจสอบความเข้าใจในตนเอง การจัดระบบข้อมูล เพื่อให้นักเรียนดึงข้อมูลมาใช้ภายหลังได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีประโยชน์ในการฝึกทักษะการแก้ปัญหา การอ่าน คิดวิเคราะห์ เขียนสรุป นำเสนอ (วัชรา เล่าเรียนดี, 2553: 90 - 93) ในแต่ละขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (K-W-D-L) สามารถใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้คิด และหาข้อมูลของคำตอบในแต่ละขั้นจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาและโจทย์ปัญหาที่ต้องการหาคำตอบมากยิ่งขึ้น ดังนั้นการนำเทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (K-W-D-L) ไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิธีที่เหมาะสมวิธีหนึ่งโดยเฉพาะการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553: 39) ที่กล่าวว่า การสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (K-W-D-L) จะฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ละเลียดถี่ถ้วน ทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน การที่นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาไม่เข้าใจวิเคราะห์โจทย์ไม่เป็นถือว่เป็นปัจจัยหนึ่งที่สำคัญที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง จากเหตุผลดังกล่าวเทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล (K W D L) สามารถทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นและสร้างความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ให้แก่ นักเรียนอีกด้วย

การใช้คำถามเป็นอีกแนวทางหนึ่งในการช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีพัฒนาการในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยที่ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ซึ่งคำถามของครูควรเป็นคำถามที่มีคุณภาพในการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดพิจารณา ตลอดจนวิเคราะห์ความรู้เพื่อตัดสินใจสรุป หรือคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ในขณะที่เดียวกับนักเรียนได้มีโอกาสที่จะซักถามครูเมื่อตนมีข้อสงสัย ดังนั้นการใช้คำถามของครูจึงเป็นทักษะการสอนที่มีคุณค่าอย่างยิ่งซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ทิศนา ข้ามมณี (2547: 3) ที่ว่า “มนุษย์เป็นผู้มีศักยภาพในการคิดค้น มีความใฝ่รู้อยู่นิ่งอยู่เป็นธรรมชาติ หากแต่ไม่มีสิ่งกระตุ้นหรือวิธีการที่เหมาะสม ความใฝ่รู้นั้นจะนอนนิ่งอยู่ต่อไปโดยไม่ได้

รับการนำออกมาใช้ให้เป็นประโยชน์ แรงกระตุ้นที่ว่ามีเครื่องมือสำคัญ ที่ครูสามารถนำไปใช้ควบคู่กับการเรียนการสอนได้แบบหนึ่ง คือ “การใช้คำถาม” แต่การสอนของครูในปัจจุบันครูใช้คำถามในระดับขั้นของ ความรู้ ความจำ เป็นส่วนมาก การใช้คำถามที่จะพัฒนาการคิดขั้นสูงตั้งแต่ระดับการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ และประเมินค่า จำเป็นที่จะต้องใช้คำถามระดับสูงในการที่จะถามนักเรียนเพื่อที่จะให้นักเรียนตอบมากกว่าคำตอบที่ถูกต้องแต่ต้องมีการอธิบายและขยายเหตุผลด้วย คำถามระดับสูง (Higher Order Question) เป็นคำถามที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดระดับสูง (Higher Order Thinking) ในกระบวนการคิดเพื่อหาคำตอบ ซึ่งมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียน นอกจากนี้คำถามระดับสูงยังช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาการเรียนรู้เพื่อนำไปสู่ความเข้าใจในเนื้อหาและองค์ความรู้ใหม่ๆ ดังนั้นการใช้คำถามระดับสูงเป็นทักษะวิเคราะห์วิจารณ์ ซึ่งสามารถใช้ได้กับทุกเนื้อหาทุกระดับสามารถกระตุ้นการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน ส่งเสริมการเรียนการสอน การใช้คำถามของครูควรรู้จักยืดหยุ่นต่อการตอบสนองกับนักเรียน การใช้คำถามยังช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (David Jacobsen and Others, 1989 อ้างถึงใน ปรุณ อินทรมาศรี, 2541) สามารถจำแนกประเภทของคำถามเป็น 5 ประเภท โดยคำถาม 3 ประเภทแรก เป็นคำถามที่ไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่ คำถามเน้นความ (Rhetorical Question) คำถามแสดงความคิดเห็น (Opinion Question) คำถามเกี่ยวกับการดำเนินการในชั้นเรียน (Procedural Question) ส่วนคำถาม 2 ประเภทหลังเป็นคำถามที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คือคำถามระดับต่ำ (Lower Order Question) และคำถามระดับสูง (Higher Order Question) โดยคำถามระดับต่ำเป็นคำถามที่ต้องการคำตอบระดับ ความรู้ความจำ เช่น กฎ สูตร นิยาม คุณสมบัติต่างๆ เป็นต้น ส่วนคำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความคิดในระดับสูงกว่าความรู้ ความจำ กล่าวคือ เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบมากกว่าการให้นักเรียนบอกข้อความจริงหรือความหมาย ต้องอาศัยการพิจารณาสิ่งที่เคยรู้มาแล้วมาวิเคราะห์หาคำตอบหรือข้อสรุปอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้การใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พบความรู้ใหม่ๆ หลังจากการพิจารณาสิ่งที่เคยเรียนรู้ หรือได้เรียนมาแล้ว (Rosemary, 1973: 619 - 626) โรสแมรี (Rosemary, 1973: 619 - 626) ได้นำเสนอลักษณะคำถามระดับสูงไว้ดังต่อไปนี้

1. คำถามที่ให้อธิบาย แคลความ ตีความ กฎ หลักการหรือนิยามทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เช่น ให้อธิบายอย่างความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

2. คำถามที่ให้แสดงวิธีการนำความรู้ไปใช้ หรือแสดงวิธีการใหม่ๆในการแก้ปัญหา เช่น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติปิดของเซตภายใต้โอเปอเรชันที่กำหนด แสดงว่า เซตสัจพจน์มีสมบัติปิดภายใต้โอเปอเรชันนั้นหรือไม่
3. คำถามที่ให้ดัดแปลงคำถาม ประโยค หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ภาษาของตนเอง แต่ยังคงความหมายเดิม เช่น การให้แปลประโยคคณิตศาสตร์เป็นภาษาของผู้เขียน
4. คำถามที่ให้แปลความหมายจากข้อมูลทั่วไปให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือในทางกลับกันให้อยู่ในรูปภาษาเขียนหรือภาษาพูด เช่น สมศรีอายุน้อยกว่าพี่ชาย 5 ปี ถ้าทั้งสองคนอายุรวมกัน 29 ปี เขียนความสัมพันธ์นี้เป็นสมการได้อย่างไร
5. คำถามที่ให้ใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองสิ่งของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต
6. คำถามที่ให้เปรียบเทียบความคล้าย ความเหมือน ความแตกต่าง และหาความสัมพันธ์ เช่น สมการเชิงเส้นเหมือนหรือแตกต่างจากฟังก์ชันเชิงซ้อนอย่างไร
7. คำถามที่ให้แก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหายาก ปัญหาซับซ้อน ปัญหาในชีวิตจริง
8. คำถามที่ให้แสดงการให้เหตุผลหรือพิสูจน์กฎหรือข้อความทางคณิตศาสตร์ เช่น ให้พิสูจน์ว่ามุมตรงข้ามของส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ตัดกันย่อมมีขนาดเท่ากัน
9. คำถามที่ให้ใช้หลักการให้เหตุผลหรือหลักตรรกศาสตร์ในการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผล เช่น ถ้าฝนตกแล้วถนนเปียก วันนี้ถนนเปียก จึงสรุปว่าฝนตก ให้แสดงข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่
10. คำถามที่ให้หาแบบรูป ดำเนินการตามแบบรูป หรือคำถามที่ให้แก้ปัญหาผ่านการค้นพบแบบรูป เช่น การให้หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้
11. คำถามที่ให้ค้นหาวิธีการที่จะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น การหาวิธีที่จะทราบจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซต A เมื่อทราบจำนวนสมาชิกในเซต A
12. คำถามที่ให้คิดแบบกว้าง หรือคำถามปลายเปิด คิดได้อย่างหลากหลาย ไม่จำกัดขอบเขต เช่น ให้สร้างโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับอสมการ $t + 5 \geq 18$

ลักษณะของคำถามระดับสูงข้างต้น จะทำให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดระดับสูง เนื่องจากผู้เรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในการหาคำตอบ การที่ครูใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนผู้เรียนคุ้นเคย จะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ให้ผู้เรียนอย่างแท้จริง ซึ่งจะเอื้อต่อการพัฒนาความรู้และความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การใช้คำถามระดับสูงจึงเป็นสิ่งที่ครูควรนำไปใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ดังนั้นงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำวิธีการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และเทคนิคการใช้คำถามระดับสูงมาปรับใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่นักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ละเอียดถี่ถ้วน ซึ่งในแต่ละขั้นตอนนักเรียนจะใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบในการดำเนินการเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหา เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่หลากหลายจะทำให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและจะเกิดเป็นความคงทนในการเรียนรู้ จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงคิดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เนื่องจากโจทย์ปัญหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละมีความซับซ้อน นักเรียนต้องมีการอ่านและวิเคราะห์โจทย์ปัญหา แยกแยะข้อมูลต่างๆที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และค้นหาสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการทราบคำตอบ ในแต่ละขั้นตอนของการสอนและการแก้โจทย์ปัญหา ครูควรใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ในการหาคำตอบ และพิจารณาถึงข้อมูลที่นักเรียนทราบเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ในชีวิตประจำวันของนักเรียนก็ต้องใช้ความรู้ในเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ เช่น เรื่องกำไร ขาดทุน อัตราดอกเบี้ย ภาษี เป็นต้น ดังนั้นนักเรียนควรที่จะมีความรู้ในเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาในเรื่องอัตราส่วนและร้อยละเพื่อนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในการดำรงชีวิตต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานของงานวิจัย

จากการที่กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดเกณฑ์มาตรฐานการศึกษาเพื่อการตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้รายปี ซึ่งเกณฑ์ขั้นต่ำของมาตรฐานการศึกษา กำหนดไว้ว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เท่ากับร้อยละ 50 (กรมวิชาการ, 2545: 48) ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นองค์ประกอบหนึ่งทางด้านพุทธิพิสัยและทักษะพิสัยที่กำหนดไว้ในเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ศึกษาธิการ, 2551: 34 -37)

เลซเลย์ (Lesley, 1972) ได้ศึกษาผลของการใช้คำถามในห้องเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาของผู้เรียนเกรด 2 ผลการศึกษาพบว่า ผู้เรียนที่เรียนจากการใช้คำถามระดับสูงต่อคำถามระดับต่ำในอัตราส่วน 70:30 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนจากการใช้คำถามระดับสูงต่อคำถามระดับต่ำในอัตราส่วน 30:70 และผู้เรียนที่เรียนจากการใช้คำถามระดับสูงต่อคำถามระดับต่ำในอัตราส่วน 30:70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนโดยไม่มีคำถาม

ชอและคณะ (Shaw and Others, 1997) ได้ศึกษาการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล มาทดลองสอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยการแบ่งกลุ่มทดลองสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) และกลุ่มควบคุมสอนแบบปกติ เป็นเวลา 2 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่เรียนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล มีทัศนคติในการทำงานร่วมกันและมีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่าการสอนแบบปกติ จากนั้นได้เสนอแนะว่าการพัฒนาความสามารถและทัศนคติในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าการหาคำตอบ

โทมัส และโจเซฟฟา (Thomas and Josepha, 1998) ได้ศึกษาผลของการใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่าการใช้คำถามระดับสูงใน

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการกระตุ้นที่ดีของครูในการทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถคิดวิเคราะห์ได้ด้วยตนเอง ไม่ใช่ให้นักเรียนจำวิธีการคิดแล้วนำไปใช้แก้ปัญหา ครูควรสอนแบบนึกถึงสถานการณ์จริง แล้วใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ที่มีอยู่มาช่วยในการคิดหาเหตุผลในการสรุปและหาคำตอบ

วีรศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้ศึกษาผลการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่าคะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่านักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามปกติ และนักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ในระดับมาก

นิยม เกียรติทราญ (2548) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ผลการศึกษาพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล โดยภาพรวมอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นอันดับ 1 คือ ด้านประโยชน์ที่ได้รับ โดยเห็นว่าทำให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือกัน และฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน รองลงมาคือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนชอบขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และลำดับสุดท้าย ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนการสอน นักเรียนมีความกระตือรือร้น สนุกสนานในการเรียนรู้

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ของฟรายวิลลิกมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ

อดิเรก เจลีย์วอลลาด (2550) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล กับการสอนปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่าการสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่าการสอนปกติ

จากผลของงานวิจัยข้างต้นมีความเป็นไปได้ว่าเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง น่าจะส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานการวิจัยในครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

นุตริยา จิตตารมย์ (2548) ได้ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์ STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี ซึ่งกระบวนการสอนแก้ปัญหามีขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหามี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นศึกษาโจทย์ปัญหา ขั้นแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่รูปแบบสมการ ขั้นตอนหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และขั้นทบทวนคำตอบ ตรวจคำตอบ ซึ่งเมื่อพิจารณาขั้นตอนแล้วคล้ายคลึงกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์ STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

2) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ทัศนชัย เก่งกาดังพล (2553) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า 1) ชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด และมีประสิทธิภาพ 80.22 / 82.19 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80 / 80 2) นักเรียนที่เรียนด้วยชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีคะแนนผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 3) นักเรียนที่เรียนด้วยชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

จากผลของงานวิจัยข้างต้นมีความเป็นไปได้ว่าเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง น่าจะส่งเสริมความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานการวิจัยในครั้งนี้ว่า

3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากร ของการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของประชากรเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดนครปฐม

2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม

3.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.2.2 ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกันในการอ่านรายงานวิจัย จึงได้นิยามคำศัพท์เป็นคำหลักๆไว้ดังต่อไปนี้

1. **เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L)** หมายถึง เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่ช่วยชี้นำความคิด และการแก้ปัญหาพร้อมทั้งหาคำตอบของคำถามต่างๆ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อสร้างความสนใจของนักเรียน ส่งเสริมให้ตระหนักในการทำ ความเข้าใจตนเอง รวมทั้งการวางแผนการ การตั้งจุดมุ่งหมาย การตรวจสอบความเข้าใจในตนเอง การจัดระบบข้อมูล การแยกแยะข้อมูล การหาใจความสำคัญ หลักการ ความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุป ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถดึงความรู้มาใช้ภายหลังได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งผู้วิจัยพัฒนาจากแนวคิดของคาร์และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้
 - ขั้นตอน เค (K: What we know) เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ระดมความคิด เพื่อทบทวนความรู้หรือระบุข้อมูลพื้นฐานที่นักเรียนมี
 - ขั้นตอน ดับเบิลยู(W: What we want to know) เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ระบุเกี่ยวกับสิ่งที่อยากรู้หรือต้องการค้นหาคำตอบพร้อมทั้งวางแผนการเรียนรู้ และการค้นหาคำตอบ
 - ขั้นตอน ดี (D: What we do to find out) เป็นขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบในสิ่งที่นักเรียนอยากรู้

ขั้นตอน แอล (L: What we learned) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้สรุปเกี่ยวกับ
เรื่องที่เรียนหรือตรวจสอบคำตอบ

2. การใช้คำถามระดับสูง หมายถึง การใช้คำถามที่ช่วยให้นักเรียนได้ใช้การ
คิดระดับสูง ซึ่งเป็นการคิดเปรียบเทียบ คิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ ค้นหารูปแบบ หาข้อสรุปที่เป็น
เหตุเป็นผล และค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ ตามแนวคิด
ของ โรสแมรี (Rosemary, 1973) ซึ่งผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ดังนี้

1. คำถามที่ให้อธิบายหรือแปลความ ตีความ กฎ หลักการหรือนิยามทาง
คณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม
2. คำถามที่ให้แสดงวิธีการนำความรู้ไปใช้ หรือแสดงวิธีการใหม่ๆในการ
แก้ปัญหา
3. คำถามที่ให้แปลความหมายจากข้อมูลทั่วไปให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์
ทางคณิตศาสตร์หรือในทางกลับกันให้อยู่ในรูปภาษาเขียนหรือภาษาพูด
4. คำถามที่ให้เปรียบเทียบความคล้าย ความเหมือน ความแตกต่าง และหา
ความสัมพันธ์
5. คำถามที่ให้แก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน
6. คำถามที่ให้ใช้หลักการให้เหตุผลตรวจสอบหรือหลักตรรกศาสตร์ในการตรวจสอบ
ความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผล
7. คำถามที่ให้ค้นหาวิธีการที่จะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
8. คำถามที่ให้คิดแบบกว้าง หรือคำถามปลายเปิด คิดได้อย่างหลากหลาย ไม่
จำกัดขอบเขต

**3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี
แอล และ การใช้คำถามระดับสูง** หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค
เค ดับเบิลยู ดี แอล โดยในแต่ละขั้นตอนครูใช้คำถามระดับสูงเข้าไปสอดแทรกเพื่อส่งเสริมให้
นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ การเตรียมความพร้อมในการเรียน การอภิปรายข้อมูล และการสรุป
মনทัศน์ ซึ่งการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป

ขั้นนำ

ครูนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความรู้และความกระตือรือร้นในการเรียน

ขั้นสอน

ครูดำเนินการสอนตามขั้นตอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาใหม่ และในส่วนของทบทวนปัญหา โดยในระหว่างการสอนครูใช้คำถามระดับสูงประกอบ

ขั้นตอน เค (K) นักเรียนระดมความคิดโดยระบุดังความรู้พื้นฐานหรือระบุข้อมูลพื้นฐานที่นักเรียนมี ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็น กระตุ้นให้วิเคราะห์ และอภิปรายเกี่ยวกับข้อมูลที่ได้

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) นักเรียนระบุสิ่งที่อยากรู้หรือต้องการค้นหา คำตอบ ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ ตั้งข้อสงสัยรวมถึงการค้นหาคำตอบ พร้อมทั้งการวางแผนการเรียนรู้และวิธีการค้นหาคำตอบ

ขั้นตอน ดี (D) นักเรียนดำเนินการเพื่อหาคำตอบในสิ่งที่นักเรียนอยากรู้ โดยครูดำเนินการสอนเนื้อหาใหม่ในเรื่องที่นักเรียนอยากรู้หรือร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์และเรียนรู้บทสนทนาในเรื่องที่เรียน พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีการดำเนินการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นตอน แอล (L) นักเรียนได้ค้นหาข้อสรุปเกี่ยวกับบทสนทนาในเรื่องที่เรียน หรือนักเรียนอธิบายคำตอบและตรวจคำตอบ ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสรุปบทสนทนาที่สำคัญ อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้และตรวจสอบคำตอบ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย และสรุปสาระสำคัญในเรื่องที่เรียน ครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นและชี้แนะความคิดให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญ ทบทวนความรู้ความเข้าใจ ซึ่งแนวทางการอภิปราย และประเมินผลการเรียนการสอน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ที่พัฒนาโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2

5. **ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ ความชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหานี้ สามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. **ความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้รับจากการเรียนหรือประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน ซึ่งวัดจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 2 ชุด ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบคู่ขนานกัน โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 ให้ผู้เรียนทดสอบทันทีหลังจากเรียนจบเรื่องแล้ว หลังจากนั้น 2 สัปดาห์ จะทดสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

7. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดนครปฐม

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
 - 1.1 ความเป็นมาของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
 - 1.2 ความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
 - 1.3 ขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
 - 1.4 การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
 - 1.5 ประโยชน์ของการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
ในการเรียนการสอน
 - 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล
2. คำถามระดับสูง
 - 2.1 ความหมายของคำถามระดับสูง
 - 2.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง
 - 2.3 ประเภทของคำถามระดับสูง
 - 2.4 คำถามระดับสูงกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคำถามระดับสูง
3. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
 - 3.5 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- 3.8 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์
- 3.9 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 4. ความคงทนในการเรียน
 - 4.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน
 - 4.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน
 - 4.3 สมรรถนะทางสมองกับการเรียน
 - 4.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน
 - 4.5 การวัดความคงทนในการเรียน
 - 4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์
 - 4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียน
คณิตศาสตร์

1. เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

1.1 ความเป็นมาของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

การสอนแบบเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) หรือ เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาจากเทคนิค เค ดับเบิลยู แอล (K-W-L) ของ โอเกิล (Ogle, 1986) โดยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) มุ่งเน้นที่ใช้สอนและฝึกทักษะทางด้านการอ่านเป็นสำคัญ และในปีต่อมา คาร์และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987) ได้พัฒนาโมเดลให้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้นโดยยังคงสาระเดิมไว้ ซึ่งเป็นเทคนิคการสอนที่พัฒนาทักษะทางการอ่านให้มีคุณภาพ มีการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (Semantic Mapping) สรุปเรื่องที่อ่าน และมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือการสอนทักษะภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนในวิชาอื่นๆได้ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เป็นต้น โดยมีขั้นตอนการเรียนการสอน 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน เค (K, What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่
 โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W, What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้

ขั้นตอน ดี (D, What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ตนเองต้องการรู้

ขั้นตอน แอล (L, What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ สรุปและตรวจคำตอบ

ต่อมา ชอและคณะ (Shaw and Others, 1997) อาจารย์มหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) ที่พัฒนาขึ้นสำหรับช่วยการอ่านเพื่อความเข้าใจ เป็นเทคนิคที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเช่นเดียวกับผู้อ่านที่เชี่ยวชาญแล้ว โดยนำมาใช้สอนในวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และได้เสนอขั้นตอนการเรียนรู้ไว้ 4 ขั้นตอน มาจากคำถามดังนี้

ขั้นตอน เค (K, What we know) รู้อะไรหรือโจทย์บอกอะไรบ้าง

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W, What we want) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีการอะไรบ้าง

ขั้นตอน ดี (D, What we do) เราทำอะไร อย่างไร

ขั้นตอน แอล (L, What we learn) เราเรียนรู้อะไร หรือคำตอบที่ได้ และบอกวิธีคิดคำตอบอย่างไร

จากที่กล่าวมาข้างต้นถึงความเป็นมาของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล มีใจความสำคัญว่าคาร์และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987) ได้พัฒนาเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) มาจากเทคนิค เค ดับเบิลยู แอล (K-W-L) ต่อจากนั้น ชอและคณะ (Shaw and Others, 1997) ได้นำเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-D-L) ไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2 ความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งซึ่งมีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้ดังนี้

คาร์และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987: 625 - 631) กล่าวถึงความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สรุปไว้ว่า เป็นเทคนิคการสอนที่พัฒนาทักษะทางการอ่านให้มีคุณภาพ มีการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (Semantic Mapping) สรุปเรื่องทีอ่าน และมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือการสอนทักษะภาษา แต่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนวิชาอื่นๆ ได้ เช่น วิชาสังคมศึกษา วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์

ชอและคณะ (Shaw and Other, 1997: 482 - 486) ได้ให้ความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สรุปไว้ว่า เป็นเทคนิคการสอนพัฒนาขึ้นสำหรับช่วยการอ่านเพื่อเพิ่มความเข้าใจ เป็นเทคนิคที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเช่นเดียวกับผู้อ่านที่เชี่ยวชาญแล้ว โดยสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับวิชาคณิตศาสตร์ในการพัฒนาทักษะ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ที่ยากและซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นิยม เกียรติทรา (2548: 52) ได้กล่าวถึงเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สรุปได้ว่า เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นเทคนิคการสอนที่ทำให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน รองลงมาคือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจถึงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย

ทัศนชัย เก่งกาฬพล (2553: 62) ได้กล่าวว่าเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้ว่า เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นเทคนิคการสอนที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องตามวัตถุประสงค์ที่โจทย์ต้องการถามหาคำตอบ

วัชรวิภา เล่าเรียนดี (2553: 90) ได้กล่าวว่าเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นเทคนิคที่ช่วยชี้แนะการคิด แนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องนั้นอย่างมีประสิทธิภาพ และยังสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ และสร้างความสนใจเป็นอย่างดี

เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553: 39) ได้กล่าวถึงเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ว่า เป็นเทคนิคการสอนที่ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ละเอียดถี่ถ้วน ทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ยังฝึกให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

จากความหมายของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นเทคนิคการสอนที่ช่วยชี้นำความคิด ทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิด วิเคราะห์ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สามารถนำไปใช้ในการจัดการ เรียนรู้ เพื่อสร้างความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

1.3 ขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

ได้มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงขั้นตอนของ เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้ดังนี้

คาร์และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987: 625 - 631) ได้ระบุขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน เค (K, What we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่ โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W, What we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ ทราบหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้

ขั้นตอน ดี (D, What we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้างเพื่อหา คำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ตนเองต้องการรู้

ขั้นตอน แอล (L, What we learned) นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ สรุปและตรวจ คำตอบ

ชอและคณะ (Shaw and Other, 1997: 482 - 486) ได้ระบุขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน เค (K, What we know) รู้อะไรอยู่บ้างแล้ว ในขั้นตอนนี้ ผู้อ่านระดม ความคิดเกี่ยวกับเรื่องทีอ่านว่ารู้อะไรอยู่บ้างแล้วครูทำหน้าที่บันทึกคำตอบและช่วยนักเรียนจัดหมวดหมู่ของข้อมูลเหล่านั้น ช่วยอธิบายความเข้าใจที่อาจคลาดเคลื่อนหรือช่วยอธิบายให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

สำหรับในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเกี่ยวข้องกับการการอ่านโจทย์ปัญหา ดีความ ถกแถลงเกี่ยวกับข้อมูลที่ให้มาอาจรวมทั้งกระบวนการวิธีอื่น เช่น ลงมือปฏิบัติตามที่

ปัญหา กำหนด วาดรูป ทำแผนภูมิ เพื่อว่านักเรียนจะได้เข้าใจปัญหาและรู้ว่านักเรียนรู้อะไรบ้าง แล้วเกี่ยวกับปัญหานั้น

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W, What we want) ต้องการจะรู้อะไร ด้วยการชี้แนะจากครู นักเรียนจะบอกสิ่งที่พวกเขาต้องการเรียน บ่อยครั้งนักเรียนจะมีคำถามที่ยังไม่ได้คำตอบในเรื่องที่อ่าน และต้องค้นหาจากแหล่งความรู้อื่นเพื่อที่จะหาคำตอบและข้อมูลเหล่านั้น

สำหรับในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเกี่ยวข้องกับข้อตกลงของกลุ่มในเรื่องที่โจทย์ถามว่าคำถามคืออะไร และคำถามนั้นหมายความว่าอะไร ส่วนขั้นตอนที่ว่าต้องการรู้อะไรนั้น อาจเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจของนักเรียนในการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนอาจตกลงกันว่า จำเป็นต้องไปหาข้อมูล และต้องตัดสินใจว่าจะไปหาแหล่งข้อมูลที่ไหน

ขั้นตอน ดี (D, What we do) ได้ทำอะไรไปบ้างและมีวิธีการในการดำเนินการอย่างไร ในขั้นนี้สมาชิกของกลุ่มใช้ข้อมูลในขั้นตอน เค และดับเบิลยู มาวิเคราะห์จากนั้นช่วยกันวางแผนและดำเนินการร่วมกันในการแก้ปัญหา

สำหรับในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้ประสงค์ให้ผู้เรียนเขียนประโยค สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ค้นหาวิธีการในการดำเนินการ ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ พร้อมทั้งหาคำตอบ

ขั้นตอน แอล (L, What we learn) ได้เรียนรู้อะไร ขั้นตอนนี้ให้นักเรียนได้บันทึกข้อมูลว่าได้อะไรบ้างแล้วนำมาอภิปราย ขั้นตอนนี้ช่วยให้ ผู้เรียนได้ขัดเกลาและขยายความคิดเห็นทั้งกระบวนการอ่านและกระบวนการเขียน

สำหรับในการแก้โจทย์ปัญหา ขั้นตอนนี้ประสงค์ให้ผู้เรียนบอกคำตอบรวมทั้งอธิบายและชี้แจงถึงขั้นตอนของการดำเนินการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

วัชรนา เล่าเรียนดี (2553: 90 - 93) ได้ระบุขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอน เค (K, What we know) เรารู้หรือโจทย์บอกอะไรเราบ้าง

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W, What we want) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร

ขั้นตอน ดี (D, What we do) เรามีวิธีการอย่างไรบ้าง หรือมีวิธีการดำเนินการ เพื่อหาคำตอบอย่างไร

ขั้นตอน แอล (L, What we learn) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

จากขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ข้างต้น สรุปได้ว่า ขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอนสำคัญคือ 1. ขั้นตอน เค (K) เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ระดมความคิด เพื่อทบทวนความรู้หรือระบุข้อมูลพื้นฐานที่นักเรียนมี 2. ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) เป็นขั้นตอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ระบุเกี่ยวกับสิ่งที่อยากรู้หรือต้องการค้นหาคำตอบ พร้อมทั้งวางแผนการแก้ปัญหา 3. ขั้นตอน ดี (D) เป็นขั้นตอนการดำเนินการเพื่อหาคำตอบในสิ่งที่นักเรียนอยากรู้ และ 4. ขั้นตอน แอล (L) เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้สรุปเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนหรือตรวจสอบคำตอบ

1.4 การจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

ได้มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ไว้หลากหลายวิธีดังจะเห็นได้ต่อจากนี้

ชอและคณะ (Shaw and Other, 1997: 482 - 486) ได้นำเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอน 4 ขั้นตอนนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งกลุ่มนักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้บัตรกิจกรรมเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

ขั้นที่ 2 นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปราย เพื่อหาสิ่งที่ต้องการเรียนรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์ หาความสัมพันธ์ของโจทย์ และกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนช่วยกันดำเนินการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา โดยให้ตัวแทนกลุ่มออกมาออกมานำเสนอความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา และสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการเรียน

วีรศักดิ์ เลิศโสภา (2544: 6) ได้นำเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล มาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยนำมาบูรณาการกับการเรียนแบบร่วมมือกัน (Cooperative Learning) ด้วยการปรับรูปแบบการเรียนให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยนำเสนอสถานการณ์ปัญหา หรือเกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการสอนแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนของ เค ดับเบิลยู ดี แอล

ขั้นตอน เค (K) คือ หาสิ่งที่มีเกี่ยวกับโจทย์ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม
กลุ่มละ 4-5 คน ให้นักเรียนระดมสมองถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) คือ นักเรียนร่วมกันอภิปราย เพื่อหาความสัมพันธ์
ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอน ดี (D) คือ ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์
ปัญหาโดยเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ และหาคำตอบ

ขั้นตอน แอล (L) คือ สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นวัดผลและประเมินผล สังเกตการณ์ร่วมกิจกรรม ตรวจสอบผลงานและ
แบบฝึกหัด

นิยม เกียรติทำทนาย (2548: 52) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค
เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการ
เรียน 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนเนื้อหาเดิมที่เกี่ยวข้อง และแนะนำแผนผัง เค
ดับเบิลยู ดี แอล

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่ มีกิจกรรมย่อยดังนี้

1. ครูนำเสนอเนื้อหาแล้วให้นักเรียนตั้งข้อพิจารณา
2. ให้นักเรียนร่วมกันอ่าน วิเคราะห์โจทย์ และแก้ปัญหาตามแผนผัง เค

ดับเบิลยู ดี แอล โดยครูคอยช่วยเหลือแนะนำ

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะแก้โจทย์ปัญหา โดยอิสระ แบ่งเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4-5 คน
ให้ทำแบบฝึกหัด

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

วัชรวิภา เสาเรียนดี (2553: 90 - 93) กล่าวถึงขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค เค
ดับเบิลยู ดี แอล ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการ
เรียน 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

- 1.1 ทบทวนความรู้เดิม
- 1.2 แจ่มจุดประสงค์การเรียนรู้
- 1.3 เร้าความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้น แล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง เค ดับเบิลยู ดี แอล ดังนี้

ขั้นตอน เค (K) คือ ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) คือ ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ทราบและวางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นตอน ดี (D) คือ ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหาทาง

ขั้นตอน แอล (L) คือ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้ปัญหา

2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย โดยครูคอยแนะนำ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม และแก้โจทย์ปัญหาตามบัตรกิจกรรม เค ดับเบิลยู ดี แอล

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น โดยเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์อื่น ๆ

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปบทเรียนและวัดประเมินผล นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วย การเรียน มีการสอนซ่อมเสริมเมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจ

นอกจากขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ดังกล่าว ในการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ครูต้องเตรียมแผนผังหรือตาราง เค ดับเบิลยู ดี แอล โดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจ โดยมีแผนผังหรือตาราง เค ดับเบิลยู ดี แอล ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วยในการร่วมมือกันฝึกและทำแบบฝึกหัด นอกจากนี้นักเรียนจะต้องมีแผนผังหรือตาราง เค ดับเบิลยู ดี แอล ของตัวเองเพื่อเติมข้อความเช่นกัน แต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คนต่อ 1 ชุด จะเหมาะสมเพื่อเสริมการทำงานร่วมกัน แผนผัง เค ดับเบิลยู ดี แอล แสดงไว้ดัง ตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แผนผัง เค ดับเบิลยู ดี แอล

เค (K)	ดับเบิลยู (W)	ดี (D)	แอล (L)
โจทย์บอกอะไรบ้าง	โจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง	ดำเนินการตาม กระบวนการแก้ โจทย์ปัญหา	คำตอบที่ได้ และ บอกวิธีคิด คิดคำตอบอย่างไร
1.....	สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	แสดงวิธีทำ	คำตอบ.....
2.....	คือ	วิธีที่ 1
3.....	สรุปขั้นตอนที่ใช้
4.....
	วิธีการแก้ปัญหาคือ	วิธีที่ 2

ที่มา: วัชรวิภา เล่าเรียนดี (2553)

เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553: 39 - 42) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนความรู้เดิม

ครูยกสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาในเรื่องที่เรียนมาแล้ว โดยใช้การถามตอบ

ขั้นที่ 2 ชี้นสอนเนื้อหาใหม่

ขั้นตอน เค (K) นักเรียนระดมความคิด บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และนำความรู้ที่เรียนมาเชื่อมโยงกับโจทย์ปัญหา แล้วสรุปเป็นความคิดรวบยอดจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) นักเรียนร่วมกันอภิปราย และสรุปวิธีการแก้ปัญหาคำตอบที่ได้ซึ่งคำตอบตามที่โจทย์กำหนดมาให้

ขั้นตอน ดี (D) นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามขั้นตอนที่ได้กำหนด

ขั้นตอน แอล (L) นักเรียนสรุปคำตอบในสิ่งที่โจทย์ถาม และสรุปความรู้เป็นความคิดรวบยอดจากการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปบทเรียน และวัดประเมินผล

ครูให้นักเรียนสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้จากการเรียนในคาบนั้นๆ พร้อมทั้ง
ครูวัดผล และประเมินผลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยพิจารณาจากการตอบคำถามของ
นักเรียน การร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน และการทำแบบฝึกหัด เป็นต้น

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ข้างต้น สามารถ
สรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ 1. ชี้นำ
2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่ โดยในขั้นนี้จะใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการสอนแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ 3. ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ สรุปบทเรียน และประเมินผล

1.5 ประโยชน์ของการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการเรียนการสอน

ประโยชน์ของการใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการเรียนการสอนจากนัก
การศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยหลายท่านที่กล่าวไว้สามารถสรุปได้ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่พัฒนาทักษะทางการอ่านให้มีคุณภาพ มีการเขียนผังสัมพันธ์
ทางความหมาย สรุปเรื่องที่อ่าน และมีการนำเสนอเรื่องจากผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียน
และพูด นอกเหนือไปจากทักษะการฟัง และการอ่าน
2. เป็นเทคนิคพัฒนาขึ้นสำหรับช่วยการอ่านเพื่อความเข้าใจ และเป็นเทคนิคที่
ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเช่นเดียวกับผู้อ่านที่เชี่ยวชาญแล้ว
3. เป็นเทคนิคการสอนที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์
ในการพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยากและซับซ้อนได้
อย่างมีประสิทธิภาพ
4. เป็นเทคนิคการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน และ
สามารถทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจถึงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย
5. เป็นเทคนิคการสอนที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนและการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ ได้รับความสนใจของนักเรียนทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียนและแก้โจทย์
ปัญหาที่ครูเตรียมไว้ให้

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

คอสตา (Costa, 1995: 460) ศึกษาประสิทธิภาพในการอ่านของนักเรียน โดยใช้วิธีการอ่าน 2 วิธี คือ เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-L) และการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) ผลการศึกษาพบว่าในการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-L) สามารถช่วยให้การอ่านมีประสิทธิภาพมากขึ้น ถ้านักเรียนมีความรู้เดิมและประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ ดีพอ

วิทเทอร์สปูน (Witherpoon, 1996: 625) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี 4 แบบ คือ โคลส (Cloze) แผนภูมิความหมาย (Semantic Mapping) เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-L) และ DRTA (Directed Reading Think Activity) ต่อความเข้าใจในการอ่านเนื้อหาผลการศึกษาพบว่า กลวิธีทั้ง 4 แบบ สามารถส่งผลดีต่อความเข้าใจในการอ่าน นักเรียนที่ได้รับการสอนจากกลวิธี 4 แบบ ได้รับความรู้และความเข้าใจ ประสบความสำเร็จในการอ่านมากกว่ากลุ่มของนักเรียนที่ไม่ได้รับการสอน 4 แบบนี้

ควิโอโช (Quiocho, 1997: 450 - 454) ได้ศึกษาผลของกลวิธีการพัฒนาการเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจเนื้อหาประเภทวิชาการ ผลการศึกษาพบว่า การสอนแบบเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล (K-W-L) สามารถพัฒนาความเข้าใจในการอ่านเรื่องของนักเรียนได้ดีขึ้นทำให้นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น

ชอและคณะ (Shaw and Others, 1997) ได้ศึกษาการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล มาทดลองสอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยการแบ่งกลุ่มทดลองสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล โดยจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning) และกลุ่มควบคุมสอนแบบปกติ เป็นเวลา 2 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่เรียนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล มีทัศนคติในการทำงานร่วมกันและมีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่าการสอนแบบปกติ จากนั้นได้เสนอแนะว่าการพัฒนาความสามารถและทัศนคติในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรเน้นที่กระบวนการมากกว่าการหาคำตอบ

จากงานวิจัยที่ได้ศึกษามาแล้วแสดงให้เห็นว่า การสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู แอล (K-W-L) สามารถทำให้นักเรียนมีผลการเรียนที่สูงขึ้น ซึ่งการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นการปรับปรุงมาจากเทคนิค เค ดับเบิลยู แอล เมื่อนำมาใช้สอนคณิตศาสตร์ เชื่อว่าน่าจะ ทำให้ผลการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นเช่นเดียวกัน

งานวิจัยในประเทศ

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการใช้เทคนิค การสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 มีขั้นตอนการสอนดังนี้ ขั้นที่ 1 ชื่อนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดย นำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือเกมคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 2 ชื่อนำดำเนินการสอนโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ขั้นที่ 3 ชื่อนำฝึกทักษะอิสระ นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ขั้นที่ 4 ชื่อนำวัดผลและประเมินผล สังเกตการณ์ร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานและแบบฝึกหัด ผลการศึกษาพบว่า 1) คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่านักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 และ 2) นักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ะดับ มาก

นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การเปรียบเทียบผล การเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาทศนิยมและร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และตามแนว สสวท. ซึ่งผลการศึกษาพบว่า 1) คะแนนเฉลี่ยการ แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล และตามแนว สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 โดยผลการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่าผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่ จัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. และ 2) นักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ะดับมาก

น้ำทิพย์ ชังเกตู (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับ เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ผลการศึกษาพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ที่จัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) นักเรียนพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ระดับปานกลาง

นิยม เกียรติทราทราย (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ผลการศึกษาพบว่า ผลการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล โดยภาพรวมอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนเห็นด้วยมากเป็นอันดับ 1 คือ ด้านประโยชน์ที่ได้รับ โดยเห็นว่าทำให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือกัน และฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์อย่างเป็นขั้นตอน รองลงมาคือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนชอบขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และลำดับสุดท้าย ด้านบรรยากาศในการจัดการเรียนการสอน นักเรียนมีความกระตือรือร้น สนุกสนานในการเรียนรู้

ศิริพัฒน์ คงศักดิ์ (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการจัดการเรียนการสอนตามแนว สสวท. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุบาลด่านช้าง มีนักเรียนกลุ่มทดลองที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล จำนวน 40 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่จัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. จำนวน 40 คน ผลการศึกษาพบว่า 1) ผลการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเวลา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และจัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยผลการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องเวลา ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่าผลการเรียนรู้ที่จัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. 2) นักเรียนพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ในระดับมาก โดยเฉพาะด้านบรรยากาศในการเรียนรู้

ทัศนชัย เก่งกาฬงพล (2553: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า 1) ชุดฝึก

ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีความเหมาะสมใน ระดับมากที่สุดและมีประสิทธิภาพ 80.22 / 82.19 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80 / 80 2) นักเรียนที่เรียน ด้วยชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีคะแนน ผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 3) นักเรียนที่เรียนด้วยชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ

2. คำถามระดับสูง

2.1 ความหมายของคำถามระดับสูง

การใช้คำถามระดับสูงเป็นเทคนิคการสอนรูปแบบหนึ่งซึ่งมีนักการศึกษา ต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความหมายของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

จอร์จ และฮานส์ (George and Hans, 1970: 395 - 400) ใช้กระบวนการทาง ความคิดที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมที่ได้รับมาตอบคำถาม เป็นเกณฑ์ในการจำแนกคำถาม ซึ่งจำแนก เป็น 2 ระดับ คือ คำถามสืบสอบระดับต่ำ และคำถามสืบสอบระดับสูง โดยให้ความหมายของ คำถามสืบสอบระดับสูงสรุปได้ว่า เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบปฏิบัติสิ่งต่อไปนี้

1. แสดงการปฏิบัติเชิงนามธรรม ซึ่งใช้มากในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การคูณ การแทนที่ หรือการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
2. ประเมินค่า โดยมีเหตุผลเพียงพอ
3. บอกความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่ง 2 สิ่ง หรือมากกว่า โดยใช้เกณฑ์ ที่ผู้ตอบสร้างขึ้นเอง
4. บอกลำดับเหตุการณ์ที่เป็นผลมาจากเหตุการณ์ที่กำหนดให้
5. บอกหลักฐานหรือเหตุผลของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

โรสแมรี่ (Rosemary, 1973: 619 - 626) ให้ความหมายของคำถามระดับสูง (Higher Order Questions) สรุปได้ว่า เป็นคำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์อย่างมี เหตุผล คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบรูปแบบใหม่ ๆ และคำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมา ก่อน

จอร์จ (George, 1975: 108) ได้นำจุดมุ่งหมายทางการศึกษาของ บลูม (Bloom's Taxonomy of Education Objectives) ซึ่งประกอบด้วย จุดมุ่งหมายทางการศึกษา 6 ระดับ ได้แก่ ความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่ามาเป็นเกณฑ์ในการจำแนกประเภทของคำถามออกเป็น 2 ประเภทกว้าง ๆ คือ คำถามระดับต่ำ (Lower Order Cognitive Questions) และคำถามระดับสูง (Higher Order Cognitive Questions) ซึ่งคำถามระดับสูง (Higher Order Cognitive Questions) เป็นคำถามที่มีลักษณะดังนี้

1. คำถามเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Application) เป็นคำถามที่แสดงการนำความรู้ไปใช้หรือแก้ปัญหา
2. คำถามให้วิเคราะห์ (Analysis) เป็นคำถามที่ต้องการให้แสดงถึงสาเหตุ เหตุจูงใจ หรือการก่อเกิดเหตุการณ์ ซึ่งอาจมีหลายคำตอบ
3. คำถามให้สังเคราะห์ (Synthesis) เป็นคำถามที่จะได้คำตอบทำนองคาดการณ์ และคำตอบที่แสดงภาพพจน์และแนวคิด
4. คำถามให้ประเมินค่า (Evaluation) เป็นคำถามที่ต้องแสดงความแตกต่างของความคิดและคุณค่า ซึ่งจะต้องมีเหตุผลในการพิจารณาสรุป

จอร์จ และ แร็ก (George and Wragg, 1993: 6) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูง (Higher order Questions) หมายถึง คำถามที่ต้องการคำตอบมากกว่าการให้นักเรียนบอกข้อความจริง/ความหมาย หรือให้ยกตัวอย่าง แต่ต้องอาศัยการวิเคราะห์ สรุปอ้างอิง ตัวอย่างเช่น “ทำไมนก จึงไม่เป็นแมลง” หรือ “นี่คือส่วนที่ยังเหลืออยู่ จงเขียนในรูปร้อยละ”

เจฟฟรีย์ และคณะ (Jeffrey et al., 2001: 84) กล่าวโดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ถามเพื่อให้นักเรียนได้ตอบสนองและใช้ความคิดระดับสูงหรือระดับที่มากกว่าความรู้ความจำ

แคทลีน (Kathleen, 2001: 5) สรุปความหมายของคำถามระดับสูงจากการสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้คำถามในห้องเรียนว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ถามในสิ่งที่เป็นนามธรรม ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วนำมาใช้ในการหาคำตอบหรือสนับสนุนคำตอบโดยมีหลักฐานและเหตุผลเพียงพอ

โรจน์ จะโนภาษ และคณะ (2522: 74 - 75) กล่าวถึงคำถามระดับสูง สรุปได้ว่าเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิด นำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานในการสรุปหาคำตอบ ส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ และเกิดทักษะในการคิดอย่างมีระบบ

รัญจวน คำชิริพิทักษ์ (2538: 75) ให้ความหมายของคำถามระดับสูง สรุปได้ว่าเป็นคำถาม ที่ผู้ตอบต้องใช้การประยุกต์ การประเมิน หรือใช้ความคิดในระดับสูง ซึ่งคำตอบที่ได้จากการตั้งสมมติฐาน หรือการคาดคะเน หรือการประเมินตัวอย่างมักจะขึ้นต้นด้วยคำว่าทำไม อย่างไรก็ตาม

สุจิตรา ไสถอภีรักษ์ (2538: 113) ให้ความหมายของคำถามระดับสูง สรุปได้ว่าเป็นคำถาม ที่ต้องการให้ผู้เรียนต้องใช้ความคิดในการเปรียบเทียบ หาสาเหตุหรือความสัมพันธ์ แก้ปัญหาหรือคิดรอบด้าน คิดได้หลากหลายทิศทางและมีคำตอบถูกมากกว่า 1 คำตอบ

สรวดี เพ็งศรีโคตร (2549: 60) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ส่งเสริมให้เด็กคิด โดยนำความรู้และประสบการณ์เดิม หรือจากความจำที่ได้จากคำถามระดับต่ำมาเป็นพื้นฐานในการสรุปหาคำตอบ

สายัณห์ ฉาน้อย (2549: 110) ให้ความหมายของคำถามระดับสูง สรุปได้ว่าเป็นคำถามที่ต้องการคำตอบที่ต้องใช้สติปัญญาสูงขึ้น คือ คำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า หรือเรียกว่าคำถามที่ต้องการสอบความคิด (Thought Question) การตอบคำถามระดับนี้ผู้ตอบจะต้องใช้ความคิด ความสัมพันธ์และการแปลผล โดยอาศัยพื้นฐานความจำมาสัมพันธ์กัน

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: 38) ได้สรุปไว้ว่า คำถามระดับสูง คือ คำถามที่ต้องการคำตอบที่ต้องใช้ความคิดในระดับที่สูงกว่าความรู้ความจำ กล่าวคือ เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบมากกว่าการให้นักเรียนบอกข้อความจริงหรือความหมาย ต้องอาศัยการพิจารณาสิ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ววิเคราะห์หาคำตอบหรือข้อสรุปอย่างมีเหตุผล

อัมพร ม้าคนอง (2553: 80 - 82) ได้กล่าวไว้โดยสรุปว่า คำถามประเภทนี้เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความคิดในระดับสูง เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหาแบบรูป หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ

จากความหมายของคำถามระดับสูงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า คำถามระดับสูงคือ คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความคิดในระดับสูงในการหาคำตอบ นั่นคือใช้ความคิดในระดับที่สูงกว่าขั้นความรู้ความจำ โดยที่เป็นคำถามนั้นต้องการให้นักเรียนแสดงผลและข้อสนับสนุนมากกว่าคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว

2.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาต่างประเทศ และนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

โรสแมรี (Rosemary, 1973: 619) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูงสรุปได้ว่าเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พบสิ่งใหม่ ๆ หลังจากการพิจารณาสิ่งที่เคยรู้หรือได้เรียนมาแล้ว ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูคณิตศาสตร์ควรปฏิบัติ โดยเฉพาะในยุคปัจจุบันที่เทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว ครูจะต้องทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่าระดับความรู้ความจำ

ศูนย์กลางเพื่อความเป็นเลิศทางการสอน (Center For Teaching Excellence University of Urbana Champaign, 2006: Online) กล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูง (High-Level Question) สรุปได้ว่า เป็นคำถามที่มีความเหมาะสมสำหรับการนำไปใช้เพื่อ

1. ส่งเสริมให้นักเรียนให้รู้จักการคิดอย่างลึกซึ้งและละเอียดรอบคอบ

(Encouraging Student to Think Deeply and Critically)

2. การแก้ปัญหาของนักเรียน (Problem Solving)

3. ส่งเสริมให้มีการอภิปราย (Encouraging Discussions)

4. ส่งเสริมให้นักเรียนค้นหาสารสนเทศด้วยตัวของพวกเขาเอง (Stimulating

Student to Seek Information on Their Own)

รัตเดล (Ruddel, 1974: 237 - 283) กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ไม่ใช่ให้นักเรียนจำวิธีการคิดแล้วนำไปใช้แก้ปัญหาแบบเมื่อก่อน ครูควรสอนให้นักเรียนนี้ถึงสภาพจริง จากนั้นใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นนักเรียนให้ใช้ความรู้เดิมที่มีอยู่มาหาคำตอบ การที่ครูคิดและตั้งคำถามระดับสูงนั้นเป็นเรื่องที่ยาก ต้องใช้ความอดทน ความพยายามอย่างมาก และต้องทำอย่างเป็นขั้นตอนจึงจะทำให้เกิดผลดีแก่นักเรียนได้อย่างแท้จริง เพราะขณะที่

นักเรียนตอบคำถามโดยการอธิบายความคิดนั้น จะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ ทำความเข้าใจเนื้อหา
คณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กันด้วย นอกจากนี้ การใช้คำถามระดับสูงจะเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นให้นักเรียนเอง
ทราบว่าตนเองเข้าใจ หรือไม่เข้าใจในประเด็นใดบ้าง

พิมพ์พันธ์ เตชะคุปต์ (2544: 93) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงช่วย
พัฒนาให้ผู้เรียนได้คิดในระดับที่ยากขึ้น เพื่อพัฒนาสู่การเป็นผู้มีความสามารถในการคิดอย่างมี
วิจารณญาณ เพื่อที่จะสามารถตัดสินใจจะทำ จะเชื่อ หรือแก้ปัญหาได้อย่างมีหลักการและถูกทาง

อัมพร ม้าคนอง (2553: 80 - 82) กล่าวไว้ว่า คำถามระดับสูงเป็นคำถามที่ผู้สอน
คณิตศาสตร์ควรพยายามใช้ในห้องเรียน ซึ่งคำถามประเภทนี้จะส่งเสริมการคิดระดับสูงให้กับ
ผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณ ในการหา
คำตอบ การใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนผู้เรียนคุ้นเคย จะช่วยพัฒนาความคิดทาง
คณิตศาสตร์ให้ผู้เรียนอย่างแท้จริง

จากความสำคัญของการใช้คำถามระดับสูงที่กล่าวมา สรุปได้ว่า คำถามระดับสูง
เป็นคำถามที่ครูคณิตศาสตร์ควรพยายามใช้ในห้องเรียน ซึ่งคำถามระดับสูงจะช่วยกระตุ้นและ
ส่งเสริมให้นักเรียนหาคำตอบโดยต้องใช้ความคิดในระดับสูง ทำให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการ
คิด และความสามารถในการแก้ปัญหาต่างๆ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ถูกต้อง และเข้าใจ
เนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

2.3 ประเภทของคำถามระดับสูง

มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงไว้ตามแนวคิดของ
แต่ละท่าน ดังนี้

จอร์จ และฮานส์ (George and Hans, 1970: 395 - 400) แบ่งประเภทของ
คำถามสืบสอบระดับสูงว่าเป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบปฏิบัติสิ่งต่อไปนี้

1. แสดงการปฏิบัติเชิงนามธรรม ซึ่งใช้มากในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การคูณ
การแทนที่ หรือการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่าย
2. ประเมินค่า โดยมีเหตุผลเพียงพอ
3. บอกความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่ง 2 สิ่ง หรือมากกว่า โดยใช้เกณฑ์
ที่ผู้ตอบสร้างขึ้นเอง

4. บอกลำดับเหตุการณ์ที่เป็นผลมาจากเหตุการณ์ที่กำหนดให้
5. บอกหลักฐานหรือเหตุผลของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

โรสแมรี่ (Rosemary, 1973: 619 - 626) แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 12 ประเภท ดังนี้

1. คำถามที่ให้นักเรียนแปลนิยาม/หลักการทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม โดยการยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม ตัวอย่างเช่น
 - 1.1 จงยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่ไม่สามารถถ่ายทอดได้
 - 1.2 จงหาฟังก์ชัน f และ g ที่ทำให้ $f \circ g = g \circ f$ ทุกค่า
2. คำถามที่ให้นักเรียนแสดงวิธีการใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น กำหนดให้เซต A มีคุณสมบัติปิดภายใต้เครื่องหมาย ρ a และ b เป็นสมาชิกของเซต A จะได้ว่า $a \rho b$ จะมีคุณสมบัติปิด แล้วเศษส่วนที่มีคุณสมบัติปิดการคูณหรือไม่
3. คำถามที่ให้นักเรียนดัดแปลงคำถาม สถานการณ์ หรือแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ของผู้อื่น โดยใช้คำพูดของตนเอง แต่ยังคงความหมายเดิม ตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อความในหนังสือแบบเรียนให้เป็นคำพูดของนักเรียนเองได้อย่างไร ให้นักเรียนอธิบายข้อความ “การหารไม่มีคุณสมบัติการสลับที่” เป็นคำพูดของนักเรียนเอง
4. คำถามที่ให้นักเรียนแปลความหมายจากข้อมูลทั่วไปให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือในทางกลับกัน ตัวอย่างเช่น สมมติให้จอห์นมีอายุ x ปี ถ้าเราบอกว่าพี่ชายของจอห์นเคยมีอายุ $x - 5$ ปี นักเรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับอายุของพี่ชายของจอห์น
5. คำถามที่ให้นักเรียนใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองสิ่งของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต
6. คำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบ โดยบอกความเหมือน ความแตกต่าง หรือบอกความสัมพันธ์ ตัวอย่างเช่น
 - 6.1 จำนวนใดในเซตข้างล่างนี้ที่เป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวน $\{3, 9, 15, 27, 45, 72, 105\}$
 - 6.2 นักเรียนคิดว่า “สมการเชิงเส้น” และ “ฟังก์ชันเชิงเส้น” ต่างกันอย่างไร
7. คำถามที่นักเรียนแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ตัวอย่างเช่น
 - 7.1 ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใหญ่ที่สุดสามารถบรรจุอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดจะเป็นเท่าใด

7.2 นายสมิธอาศัยอยู่ในห้องขนาด 9×14 ตารางฟุต พรหมปูพื้นห้อง
ของเขามีขนาด 8×11 ตารางฟุต มีพื้นที่ห้องอยู่เท่าไรที่ไม่ได้ปูพรหม

8. คำถามที่ให้นักเรียนแสดงการพิสูจน์กฎหรือข้อความทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น
จงพิสูจน์ว่า มุมตรงข้ามย่อมมีขนาดเท่ากัน

9. คำถามที่ให้นักเรียนพิจารณา/ตรวจสอบว่า ประโยคที่กำหนดให้ถูกต้อง
หรือไม่ โดยอาศัยหลักการให้เหตุผล ตัวอย่างเช่น บ็อบมีความคิดว่าทุกครั้งที่แมรีมางานปาร์ตี้ จิม
จะมาด้วยเสมอ แต่คืนนี้จิมมีธุระที่นอกเมือง ดังนั้น แมรีจะไม่มาร่วมงานปาร์ตี้ นักเรียนคิดว่า
ความคิดของบ็อบถูกต้องหรือไม่

10. คำถามที่ให้นักเรียนค้นหาแบบรูป ดำเนินการตามรูป หรือคำถามที่ให้
นักเรียนแก้ปัญหาด้วยการค้นหาแบบรูป ตัวอย่างเช่น ให้ S_2, S_3, S_5 และ S_7 อยู่ในขอบเขตที่
กำหนด และ S_4, S_6, S_8, S_9 และ S_{10} ไม่อยู่ในขอบเขต ถ้า n แทนจำนวนใด ๆ นักเรียนคิดว่า S_n อยู่
ในขอบเขตหรือไม่

11. คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบวิธีการหรือข้อมูลที่น่าไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา
ตัวอย่างเช่น

11.1 ในการหาจำนวนสี่เหลี่ยมของเซตที่มีจำนวนสมาชิกอยู่ 40 ตัว เรา
จะต้องทราบอะไรจึงจะหาคำตอบได้

11.2 ต้องการทราบว่าในการพาลูกบอลเคลื่อนที่จากจุด A ไปจุด B ลูก
บอลจะเคลื่อนที่ไปในทางใด นักเรียนจะมีวิธีทดสอบอย่างไร

12. คำถามที่ให้นักเรียนคิดแบบกว้าง ตัวอย่างเช่น จากอสมการ $t + 5 > 18$
นักเรียนลองสร้างโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับอสมการนี้

แคทลีน (Kathleen, 2001: 5) แบ่งประเภทของคำถามระดับสูง ดังนี้

1. คำถามปลายเปิด
2. คำถามให้แปลความ
3. คำถามให้ประเมินค่า
4. คำถามสืบสอบ
5. คำถามให้สรุปอ้างอิง
6. คำถามให้สังเคราะห์

โรจน์ จะโนภาษ และคณะ (2522: 74 - 75) แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงดังนี้

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ครูใช้เมื่อต้องการให้นักเรียนอธิบายข้อความหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ คำถามให้อธิบายมักจะมีคำว่าทำไม อย่างไร เพราะเหตุใด
2. คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ครูให้นักเรียนใช้ความคิดเปรียบเทียบสิ่ง 2 สิ่งว่าจะมีคุณสมบัติลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร
3. คำถามให้จำแนกประเภท เป็นคำถามที่ครูใช้เมื่อต้องการให้นักเรียนจำแนกสิ่งต่าง ๆ ออกมาเป็นหมวดหมู่
4. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่นักเรียนต้องใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมมาคิดและตอบ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546: 4 - 8) ได้แสดงตัวอย่างคำถามระดับสูงที่ช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบ (Comparing)
 - เหมือนหรือต่างกันอย่างไร
2. การจำแนก (Classifying)
 - กลุ่มไหนที่เราจะใส่สิ่งของได้
 - กฎอะไรที่ทำให้สามเป็นสมาชิกของเซตนี้
3. การวิเคราะห์โครงสร้าง (Structural Analysis)
 - อะไรคือความคิดหลัก
 - ข้อมูลสนับสนุนแต่ละส่วนเกี่ยวข้องกับอย่างไร
4. การเสริมสร้างการอุปนัย (Support Induction)
 - นักเรียนสามารถสรุปได้อย่างไร
 - อะไรทำให้นักเรียนสรุปได้อย่างนั้น
5. การเสริมสร้างการนิรนัย (Support Deduction)
 - อะไรต้องเป็นจริงจึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
 - จะต้องพิสูจน์อะไร จึงจะทำให้หลักการดังกล่าวเป็นจริง
6. การวิเคราะห์ข้อผิดพลาด (Error Analysis)
 - เกิดข้อผิดพลาดอะไรตรงนี้
 - ผิดพลาดได้อย่างไร เราจะแก้ไขได้อย่างไร
7. การสร้างแรงสนับสนุน (Constructing Support)

- อะไรจะนำมาใช้สนับสนุนข้อโต้แย้ง
 - อะไรเป็นข้อจำกัดของข้อโต้แย้ง
8. การขยายความคิด (Extending)
 - แบบรูปทั่วไปของข้อมูลตรงนี้คืออะไร
 - เราสามารถนำมาข้อมูลตรงนี้ไปใช้ได้อย่างไร
 9. การตัดสินใจ (Making Decision)
 - ข้อสรุปใดดีที่สุด
 - ข้อความใดให้ความหมายน้อยที่สุด
 10. การสืบเสาะ (Investigation)
 - เกิดสิ่งนี้ได้อย่างไร
 - สิ่งนี้จะเป็นอย่างไถ้า...
 11. การวิเคราะห์ระบบ (System Analysis)
 - จะดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร
 12. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
 - จะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร
 - คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด
 13. การประดิษฐ์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Invention)
 - เราจะปรับปรุงให้ดีขึ้นได้อย่างไร
 - มีสิ่งใหม่ที่เราจะทำได้อีกหรือไม่

สรวดี เพ็งศรีโคตร (2549: 60 - 61) แบ่งประเภทของคำถามระดับสูงออกเป็น 6 ประเภท ได้แก่

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมีคำว่า ทำไม อย่างไร และเพราะเหตุใด ประกอบอยู่ด้วย
2. คำถามให้เปรียบเทียบ
3. คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่เด็กสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิม คิดหาคำตอบและมีคำตอบหลายอย่าง
4. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด ค้นหาความจริงที่ประกอบขึ้น เป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์หรือให้แยกแยะเรื่องราวออกเป็นส่วนย่อย เพื่อหาสาเหตุและผลของ ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

5. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้ได้คิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยมาเป็นความคิดใหม่และพัฒนาสิ่งที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น
6. คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่ให้เกิดพิจารณาคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ และตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินผลโดยใช้เนื้อหา เรื่องราว รวมทั้งกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงแล้ว นำมาสนับสนุนความคิดเห็นของตน

อัมพร ม้าคนอง (2553: 80 - 82) ได้แบ่งลักษณะของคำถามระดับสูงไว้ 12 ประเภทดังนี้

1. คำถามที่ถามให้ผู้เรียนแปลความหมาย และยกตัวอย่างของสิ่งที่เป็นนามธรรมเป็นต้นว่า นิยามหรือกฎทั่วไป
2. คำถามที่ถามให้ผู้เรียนใช้วิธีการหรือกลวิธีแก้ปัญหาใหม่ๆ ที่เพิ่งเรียนรู้ หรือให้ตัดสินใจว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขของนิยามหรือมโนทัศน์เฉพาะใดๆหรือไม่
3. คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนปรับรูปแบบคำถาม ประโยค หรือแนวคิด โดยคงสาระหรือโครงสร้างที่จำเป็นของคำถามไว้
4. คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแปลความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปภาษาเขียนหรือภาษาพูด
5. คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนใช้ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์แทนการมองเห็นของทางกายภาพหรือปรากฏการณ์ และการสังเกตข้อมูลหรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต
6. คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง
7. คำถามที่ผู้เรียนเข้าใจปัญหา แต่ไม่ทราบวิธีการแก้ปัญหา
8. คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงการพิสูจน์หรือแสดงแสดงข้อความขัดแย้งทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ
9. คำถามที่ถามเพื่อให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของการนำหลักตรรกศาสตร์ไปใช้
10. คำถามที่ถามให้ผู้เรียนหาแบบรูป ทำตามแบบรูป หรือแก้ปัญหาผ่านการค้นพบแบบรูป
11. คำถามที่ถามให้ผู้เรียนสร้างกลวิธีหรือข้อมูลสำหรับแก้ปัญหา
12. คำถามที่ถามให้ผู้เรียนคิดได้อย่างหลากหลาย ไม่จำกัดขอบเขต

จากที่กล่าวมา จะเห็นว่ามีการแบ่งประเภทของคำถามระดับสูงตามแนวคิดของนักการศึกษาแต่ละท่าน ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้คำถามระดับสูงตามแนวคิดของ โรสแมรี (Rosemary, 1973: 619 - 626)

2.4 คำถามระดับสูงกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คำถามระดับสูงเป็นแนวทางหนึ่งที่คุณครูพิจารณานำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ ดังแนวคิดของนักการศึกษาแต่ละท่านดังต่อไปนี้

โรสแมรี (Rosemary, 1973: 619) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การที่ครูใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด การเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พบสิ่งใหม่ ๆ หรือแก้ปัญหาใหม่ๆ ที่นักเรียนไม่เคยพบเจอมาก่อน โดยใช้ความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูคณิตศาสตร์ควรปฏิบัติโดยเฉพาะในยุคปัจจุบันที่เทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว นั่นคือ ครูมีหน้าที่จะต้องทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่าระดับความรู้ความจำ

กัญญา วีระวรรณ (2552: 1) กล่าวโดยสรุปไว้ว่า การตั้งคำถามระดับสูงจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดระดับสูง และเป็นคนมีเหตุผล ผู้เรียนไม่เพียงแต่จดจำความรู้ ข้อเท็จจริงได้อย่างเดียวแต่สามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา วิเคราะห์ และประเมินสิ่งที่ถามได้ นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจสาระสำคัญของเรื่องราวที่เรียนได้อย่างถูกต้อง และกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาข้อมูลมาตอบคำถามด้วยตนเอง

อัมพร ม้าคนอง (2553: 82) ได้กล่าวว่า การใช้คำถามเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนสามารถใช้คำถามทุกระดับร่วมกันได้ตามสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในห้องเรียน เช่น บางครั้งจำเป็นต้องใช้คำถามที่ไม่ต้องการคำตอบเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และผู้สอนสามารถดำเนินการสอนต่อได้ ในขณะที่บางครั้งต้องใช้คำถามระดับสูง เพื่อขยายความคิดในสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจอย่างดีแล้ว ดังนั้นการใช้คำถามเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนจึงต้องพิจารณาสิ่งที่เกี่ยวข้องในหลากหลายประเด็น ตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นคำถามที่ผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

ตารางที่ 2 ตัวอย่างคำถามที่ต้องการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

ตัวอย่างคำถามที่ต้องการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา	จุดประสงค์ของการถาม
<ul style="list-style-type: none"> - ปัญหานี้ต้องการให้หาอะไร ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง เพียงพอที่จะหาคำตอบหรือไม่ ถ้าไม่ต้องหาข้อมูลเพิ่มเติม และจะหาได้อย่างไร - เคยเห็นหรือเคยแก้ปัญหาลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเคยเป็นเรื่องอะไร และแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้อย่างไร - จะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร ต้องใช้ความรู้เรื่องใดมาช่วยบ้าง - แน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบถูกต้อง มีวิธีตรวจสอบอย่างไร - มีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่ ถ้ามี วิธีใดบ้าง - วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากที่สุดเพราะเหตุใด - ถ้าจะทำปัญหานี้ให้ซับซ้อนขึ้น จะเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือข้อมูลอะไรได้บ้าง เปลี่ยนอย่างไร 	<ul style="list-style-type: none"> - วิเคราะห์ และทำความเข้าใจปัญหา - ระลึกหรือเชื่อมโยงไปสู่ความรู้ และประสบการณ์เดิม - วางแผน และกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหา - ตรวจสอบคำตอบหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ - ใช้วิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา - วิเคราะห์ และประเมินประสิทธิภาพของการแก้ปัญหา - ขยายความคิดจากการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงมีบทบาทสำคัญในการฝึกและกระตุ้นการคิดทางคณิตศาสตร์ และส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหา และเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคำถามระดับสูง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับคำถามระดับสูง ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

จอร์จ และฮานส์ (George and Hans, 1970: 247 - 248A) ศึกษาเกี่ยวกับแบบแผนในการจัดระดับคำถามที่ใช้วัดระดับการสอบแบบสืบสอบของครู และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 40 คน ที่เรียนวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้การอภิปราย ในห้องเรียน 3 แบบ แต่ละแบบใช้คำถามต่างกัน ผลการศึกษาพบว่า การใช้คำถามระดับต่างกัน มีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแตกต่างกัน หากครูใช้คำถามระดับสูงเป็นสัดส่วนที่สูง มีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นด้วย

เลสเลย์ (Lesley, 1972: 2543 - A) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามในห้องเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 2 จำนวน 108 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม แล้วให้นักศึกษาปริญญาเอกจำนวน 3 คน ทำการสอบเป็นระยะเวลา 8 สัปดาห์ กลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนโดยการใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 70 และใช้คำถามระดับต่ำร้อยละ 30 กลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนโดยใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 30 และใช้คำถามระดับต่ำร้อยละ 70 กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุม คำถามที่ใช้ในการทดลองกำหนดการจำแนกของบลูม เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย จำนวน 30 ข้อ โดยวัดพฤติกรรมตามการจำแนกของบลูม พฤติกรรมละ 5 ข้อ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 70 และใช้คำถามระดับต่ำร้อยละ 30 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 30 และใช้คำถามระดับต่ำร้อยละ 70 ส่วนนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 30 และใช้คำถามระดับต่ำร้อยละ 70 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม

เรย์ (Rey, 1973: 3220 - A) ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้คำถามระดับต่ำและระดับสูง ที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 108 คน นักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 54 คน ได้รับการสอนโดยครูใช้คำถามระดับสูง ส่วนนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยครูใช้คำถามระดับต่ำ (ถามความจำ) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยคำถามระดับสูงมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยคำถามระดับต่ำ

ไรต์อัน (Ryan, 1973: 63 - 70) ศึกษาความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเกรด 5 จำนวน 104 คน โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนโดยใช้

คำถามระดับสูง กลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนโดยใช้คำถามเฉพาะด้านความจำ โดยทั้งกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ส่วนกลุ่มที่ 3 ไม่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ใช้ระยะเวลาในการสอน 9 วันติดต่อกัน แล้วทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับต่ำ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับสูง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับต่ำสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญและนักเรียนกลุ่มที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับสูงสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 นอกจากนี้ นักเรียนกลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ในแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับสูงไม่แตกต่างกัน

อาดัม (Adam, 1975: 5978 - A) ศึกษาพบว่า การใช้คำถามระดับสูงของครูในปริมาณที่มากกว่าคำถามระดับต่ำจะทำให้นักเรียนพัฒนาความคิดมากขึ้น

อาการ์ต (Agard, 1977: 631 - 632A) ศึกษาผลการใช้คำถามของครูที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีของนักเรียนเกรด 11 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยครูให้ข้อมูล กลุ่มทดลองที่ 1 ใช้คำถามแบบสืบสวนสอบสวนระดับสูง กลุ่มทดลองที่ 2 ใช้คำถามแบบสืบสวนสอบสวนระดับต่ำ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้คำถามระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้สอนโดยใช้คำถามระดับต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนทดลองทั้ง 2 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่สอนโดยครูให้ข้อมูลซึ่งไม่มีการใช้คำถาม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มาร์กาเร็ต (Margaret, 1977: 723 - 724A) ศึกษาผลของการใช้คำถามของครูในห้องเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการศึกษาพิเศษ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 2 จำนวน 8 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 118 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 ได้รับการสอนโดยใช้คำถามระดับต่ำ กลุ่มที่ 2 ได้รับการสอนโดยใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ 3 ได้รับการสอนโดยใช้คำถามระดับต่ำผสมกับคำถามระดับสูง และใช้นักเรียนในโรงเรียนศึกษาพิเศษอีกแห่งหนึ่ง จำนวน 26 คน เป็นกลุ่มควบคุม เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ บทเรียนที่ใช้สไลด์ จำนวน 8 บท ใน 1 ชุด เรื่อง ทรัพยากรและสิ่งแวดล้อมและแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งประกอบด้วย คำถามระดับต่ำและคำถามระดับสูงประเภทละ 20 ข้อ ผลการวิจัย พบว่า ระดับคำถามที่ครูใช้มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน นั่นคือ ถ้าครูใช้คำถามระดับสูงใน

สัดส่วนที่เพิ่มขึ้นและใช้คำถามระดับต่ำในสัดส่วนที่ลดลง จะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ริเลย์ (Riley, 1992: 740) ศึกษาผลของประเภทของคำถามของครูที่มีต่อความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนเกรด 12 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนด้วยคำถามระดับสูงมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอน โดยไม่ใช่คำถาม

โทมัส และ โจเซฟา (Thomas and Josepha, 1998: 504) ศึกษาพบว่า การใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการกระตุ้นที่ดีของครูในการทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหรือโจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ไม่ใช่ให้นักเรียนจำวิธีการคิดแล้วนำไปใช้แก้ปัญหาในลักษณะเดียวกันหมดแบบแต่ก่อน ครูควรสอนแบบนี้ถึงสถานการณ์จริงแล้วใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ที่มีอยู่มาเป็นเหตุผลในการสรุปหาคำตอบ

เจฟฟรี (Jeffrey, 2001: 84) ศึกษาผลการใช้คำถามระดับสูงของครูต่อนักเรียนชายและหญิงระดับประถมศึกษาในห้องเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบการตอบสนองคำถามระดับสูงของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงไม่แตกต่างกัน และพบว่าคำถามระดับสูง (คำถามที่สูงกว่าระดับความรู้ความจำ) ช่วยกระตุ้นส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีวิจารณญาณมากกว่าระดับต่ำ (คำถามที่ถามความรู้ความจำ)

งานวิจัยในประเทศ

อรุณรัตน์ พวงทิพากร (2532: 4 - 5) ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้คำถามระดับต่าง ๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านภาษาอังกฤษของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนกวิทยาศาสตร์ โรงเรียนวัดประดู่ในทรวงธรรม จำนวน 2 ห้อง ๆ ละ 30 คน รวม 60 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 สอนโดยใช้คำถามระดับต่ำ กลุ่มที่ 2 สอนโดยใช้คำถามระดับต่ำและระดับสูง ใช้เวลาสอน 12 คาบ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอนวิชาการอ่านที่เน้นการใช้คำถามระดับต่ำกับการใช้คำถามระดับต่ำและคำถามระดับสูง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการอ่าน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้คำถามระดับต่ำและระดับสูงสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในการอ่านภาษาอังกฤษได้มากกว่าสอนโดยใช้คำถามระดับต่ำเพียงอย่างเดียว

อินสน สมเกต (2533: 89 - 92) ศึกษาผลของการใช้คำถามระดับสูงที่มีสัดส่วนต่างกันต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสนามบิน อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 44 คน กลุ่มทดลองสอนโดยเน้นการใช้คำถามระดับสูงกับคำถามระดับต่ำในสัดส่วนประมาณ 70 ต่อ 30 และกลุ่มควบคุมสอนโดยเน้นคำถามระดับต่ำกับคำถามระดับสูงในสัดส่วน 30 ต่อ 70 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความก้าวหน้าทางการเรียนสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ยุพดี กะจะวงษ์ (2536: 79 - 82) ศึกษาการใช้คำถามเพื่อสร้างความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 12 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งสุ่มจากโรงเรียนประถมในเขตการศึกษา 12 จำนวน 7 จังหวัด จังหวัดละ 8 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 56 ห้องเรียน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 28 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 28 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการสอนการใช้คำถามที่คณะวิจัยสร้างขึ้น และแผนการสอนตามคู่มือครูคณิตศาสตร์ของ สสวท. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยครูใช้แผนการสอนการใช้คำถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และมีความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แผนการสอนตามคู่มือครูคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรุง อินทรมাত্র (2541: 77 - 78) ศึกษาผลของการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนจากการใช้คำถามระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 85 ที่กำหนดไว้ทุกด้าน นักเรียนที่เรียนระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านการวิเคราะห์ต่ำกว่าร้อยละ 85 ที่กำหนดไว้ ส่วนด้านอื่น ๆ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 85 ส่วนนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 85 นอกจากนี้ ยังพบว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการ

เรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำในทุกด้าน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยจิ้งจอก จังหวัดสุรินทร์ จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลอง 36 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 36 คน เครื่องมือที่ใช้ทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด สูงกว่าร้อยละ 50 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อัมพร ม้าคนอง (2551: iv) ได้ศึกษาการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง ประชากรในการวิจัยครั้งนี้คือนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ และวิชาเอกประถมศึกษา กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งผลการวิจัยพบว่า 1) ผู้เรียนที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ในระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์และถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ หลังเรียนจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง มีจำนวนมากกว่าก่อนเรียน 2) ผู้เรียนที่ตอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และคำถามระดับสูง ได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์ และถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์กว่าก่อนเรียน มีจำนวนเพิ่มขึ้นในทุกสาระคณิตศาสตร์ 3) มโนทัศน์ทาง

คณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังเรียนจากการใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในทุกสภาวะคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

บรูคเนอร์ (Bruckner, 1957: 301) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson and Pingry, 1973: 288) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ดีนั้นต้องมีวิธีการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผนและการตัดสินใจประกอบกันไป ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้

อดัมส์ (Adams, 1977: 176) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจลงมือกระทำเพื่อหาคำตอบ โดยมีปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษา เรื่องราวหรือคำพูดก็ได้

เบล (Bell, 1978: 310) กล่าวไว้โดยสรุปว่า สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งหากเขาเอาใจใส่ ต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ทันที การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลนั้น

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 6) กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจใน

การแก้ปัญหา/สถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหาและหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

ครุคซางค์ และเซฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 38) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาให้สำเร็จลงได้

ยูพิน พิพิธกุล (2542: 5) กล่าวโดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 16) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่นก็ได้

รสกุลพล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 15) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ทันที การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ และวิธีการที่เหมาะสมในการตัดสินใจ

ราตรี เกตบุตรดา (2546: 38) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์คือ คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ซึ่งเป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์และวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระ กระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการตัดสินใจ

เบญจมาศ จิมมาลี (2550: 52) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์มาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นๆ

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: 22) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้โดยสรุปว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหา หรือสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือโจทย์ปัญหาที่ต้องการคำตอบ การได้มาซึ่งคำตอบเกิดจากการประมวลความรู้ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน อีกทั้งต้องอาศัยประสบการณ์ในการตัดสินใจเลือกวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมสำหรับการหาคำตอบนั้น

สุพัตรา จอมคำสิงค์ (2552: 17) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้โดยสรุปว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการตอบคำถามหรือหาคำตอบของสถานการณ์นั้น

จากความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบ อาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือโจทย์ปัญหา

3.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เบล (Bell, 1978: 310) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้หาคำตอบพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหา

บรานกา (Branca, 1980: 3 - 8) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 3 นัย ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal)
2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process)
3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

โพลยา (Polya, 1980: 1) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการหรือทางออกในสิ่งยุ่งยาก สิ่งที่เป็นอุปสรรค ซึ่งไม่สามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด การแก้ปัญหาเป็นสำเร็จของสติปัญญาซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

เคนนาดี (Kennedy, 1984: 81) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ปัญหา

เมเยอร์ และฮีการ์ที (Mayer and Hegarty, 1987: 31) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ผู้แก้ปัญหาคิดหรือทางออกกว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดให้เพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 18) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่างๆที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

เบญจมาศ จิมมาลี (2550: 54) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการหรือคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา

สุพัตรา จอมคำสิงค์ (2552: 18) ได้สรุปความหมายของการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ต้องอาศัยความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยในการหาคำตอบนั้นจะต้องประมวลความรู้ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

3.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาต่างประเทศและนักการศึกษาไทยได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์แตกต่างกันไป ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 24) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่หาส่วนที่ขาดหายไป
5. ปัญหาเกี่ยวกับสถานการณ์

ชาร์ล (Charles, 1985: 6 - 10) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ 6 ประเภท โดยพิจารณาตามเป้าหมายของการฝึกดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือ

แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็น สำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวมและการแทนข้อมูล การตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิง ปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการมโนคติ ข้อเท็จจริงในการ แก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ใน สถานการณ์จริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการ เดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ บางครั้งต้องใช้ วิธีที่ไม่ธรรมดา หรือต้องใช้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ปัญหาประเภทนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิด สร้างสรรค์ และมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

โพลยา (Polya, 1985: 123 - 128) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาในการค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่ง อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วน สำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ เงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่าง สมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและ ความซับซ้อนของปัญหา

ชาร์ล และคณะ (Charles and Others, 1987: 11 - 13) กล่าวถึงประเภทของ ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ครูควรสอนให้กับนักเรียนได้แก่

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาที่ให้ผู้แก้ปัญหาต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็น เรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ปัญหาประเภทนี้มักพบใน การเรียนการสอนปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้แก้ปัญหาขั้นตอนเดียว คือ การเลือกวิธีดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน ปัญหาประเภทนี้ต่างจากปัญหาขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาลายขั้นตอน คือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ โดยการเลือกดำเนินการได้ทันที แต่ต้องใช้กระบวนการต่างๆช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ การเขียนแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาลายขั้นตอนต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและการตรวจสอบ การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการหนึ่งอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาก็ได้หลายแบบ

4. ปัญหาการประยุกต์ บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาก็เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่างๆทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่โจทย์กำหนด และไม่ได้กำหนดให้ การจัดกระทำกับข้อมูล เป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ด และบิทเทอร์ (Hatfield Edwards and Bitter, 1993: 37) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา แบ่งออกเป็น 3 ลักษณะดังนี้

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาคือสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะต้องให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่เป็นลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ไขปัญหา ผู้เรียนไม่รู้ลึกลับหมดหวังในการหาคำตอบ

บาร์รูดี (Baroody, 1993: 2 - 34) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากเป้าหมายในการหาคำตอบของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหารoutine (Routine Problem) หรือปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาขั้นเดียว (Simple (one step) Translation Problem) เป็นปัญหาที่ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และสามารถแก้ปัญหานั้นโดยตรง

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะ ดังนี้

2.1 ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายขั้นตอน (Complex (Multistep) Translation Problem) เป็นปัญหาที่จะต้องประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 2 การดำเนินการขึ้นไปในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาที่ต้องปรับใช้สิ่งอื่นของปัญหา (Other Modification of Translation Problem) เป็นการรวบรวมปัญหาหลายขั้นและขั้นเดียวแล้วเปลี่ยนเป็นวิธีการอื่นๆ เพื่อต้องการความคิดวิเคราะห์ได้แก่ ปัญหาที่ต้องการหาองค์ประกอบที่ผิด หรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ ปัญหาที่ต้องการประยุกต์คำตอบ ปัญหาที่ให้ข้อมูลมากๆ หรือข้อมูลน้อยๆ หรือข้อมูลที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี ปัญหาที่ต้องการหาคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ปัญหาที่ต้องใช้ความอดทนในการแก้ปัญหา

2.3 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆในการแก้ปัญหา

2.4 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่มีเทคนิค และความต้องการความลึกซึ้ง เป็นปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาประเภทนี้จะทำให้เกิดความสนุกสนาน และท้าทาย

2.5 ปัญหาเฉพาะที่ไม่ระบุเป้าหมาย (Nongoal – Specific Problem) ปัญหาประเภทนี้มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขคำตอบ

2.6 ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) ขยายจากสถานการณ์ในชีวิตจริง

2.7 ปัญหายุทธวิธี (Strategy Problem) กำหนดจุดมุ่งหมายที่จะต้องแก้ปัญหา ผู้เรียนบางคนอาจจะมุ่งไปที่คำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ แต่ปัญหาประเภทนี้จะช่วยระบุหรือเน้นยุทธวิธีที่จะช่วยทำให้เข้าใจปัญหา และกระบวนการในการแก้ปัญหา

เรย์ และคณะ (Reys and Others, 2004: 16) แบ่งประเภทของการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำ หรือเรื่องราวที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว

2. ปัญหาไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2536: 432 - 433) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาเกี่ยวกับสาระ ได้แก่ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือทั่วไปเป็นปัญหาที่นำความรู้เกี่ยวกับวิธีคำนวณที่เรียนมาแล้วมาใช้หาคำตอบของสภาพการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันปัญหาชนิดนี้มุ่งขยายประสบการณ์ด้านการคิดคำนวณมากกว่าการเรียนรู้ด้านการแก้ไขปัญหอย่างแท้จริง

2. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นปัญหาที่มุ่งเน้นกระบวนการในการหาคำตอบมากกว่าตัวคำตอบเอง ในการหาคำตอบบางครั้งไม่จำเป็นต้องนำการบวก ลบ คูณ หาร มาใช้แต่ใช้กระบวนการคิดอื่นๆ ปัญหาชนิดนี้พัฒนาความสามารถในการแก้ไขปัญหาได้ดี และยังส่งเสริมวิธีการคิดอย่างสร้างสรรค์และสร้างความรู้สึกรักทำทายอีกด้วย

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ เป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหา และข้อเท็จจริงต่างๆในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้เป็นหลายประเภทขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของการนำไปใช้ และเกณฑ์ในการจำแนก เช่น

แบ่งตามประเภทของปัญหา ตามรูปแบบของปัญหา แบ่งตามที่มาของปัญหา แบ่งตามหลักการแก้ปัญหา เป็นต้น

3.4 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 280) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

ทีสส์เซน และคณะ (Thiessen and Others, 1989: 38) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นปัญหาที่ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ น่าสนใจ ให้ความบันเทิงและเป็นปัญหาที่หลากหลาย เช่น ปัญหาปริศนาหรือเกมส์ต่าง ๆ

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 10 - 20) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน และเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวผู้เรียน
2. ต้องใช้ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณและทักษะการสังเกต
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์กัน
4. เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในทัศนทางคณิตศาสตร์และการนำทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการทางคณิตศาสตร์และการสรุปนัยทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. มีวิธีการหาคำตอบมากกว่าหนึ่งวิธี และมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

ครูกซางค์ และเซฟฟีลด์ (Cruikshank and Sheffiend, 2000: 38) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สรุปได้ว่า ควรเป็นปัญหาที่ทำให้ผู้แก้ปัญหามีความสนใจและพยายามที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่ดีไม่รวมถึงโจทย์ที่เป็นเรื่องราวของหนังสือแบบเรียนเท่านั้น เพราะนักเรียนมีความคุ้นเคย แก้ปัญหาได้และไม่เกิดความสนใจ

บริชา เนวีย์นผล (2538: 90) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า สิ่งสำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหา ที่จะนำมาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ และกล่าวถึงปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ทำท่ายความสามารถของผู้เรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ทำท่าย แต่ถ้ายากเกินไป ผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญห
2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของผู้เรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย
3. แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน
4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีต้องไม่ทำให้ผู้เรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

กรมวิชาการ (2544: 18) ได้อธิบายถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีว่าควรมีลักษณะที่ดี ดังนี้

1. ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียนช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิดทำท่ายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นไม่ยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
8. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย เป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถวาดภาพหลายเส้น แผนภาพ ไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญห

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 18) สรุปลักษณะปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจมีลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาควรเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและน่าสนใจสำหรับนักเรียน
2. ปัญหาควรใช้ภาษาที่ง่ายต่อความเข้าใจ
3. ปัญหาที่เหมาะสมกับพื้นฐานของนักเรียน
4. ปัญหาที่ทำให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีการที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน
2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
3. ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นปัญหาที่น่าสนใจ มีความแปลกใหม่ ทันสมัย และท้าทายความสามารถของผู้เรียน อีกทั้งต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป ปัญหาที่นั้นสามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ และสามารถใช่วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

3.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาให้ประสบความสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้กระบวนการต่างๆในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 5 - 40) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจประโยคย่อยๆ สัญลักษณ์ต่างๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถสรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตัวเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และโจทย์ถามหาอะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดยอาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปการสุ่มการกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎีหลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. ขั้นตอนการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นตอนการตามแผน/วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตนว่าเรียบร้อยครบถ้วนทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

กิลฟอร์ด (Guilford, 1971: 12) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เตรียมการ คือ การค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ การพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการที่เหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ การพิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

มาร์ค (Mark, 1975: 401 - 402) กล่าวถึงกระบวนการในการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ค้นหาว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรและโจทย์ถามว่าอะไร
2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มาเพื่อจะนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา
3. วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์
4. ตรวจสอบความถูกต้อง

ครูลิค (Krulik, 1977: 650 - 651) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดี ดังนี้

1. อ่านและทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามว่าอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอกแล้วเขียนรูปหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก และข้อที่โจทย์ต้องการทราบด้วยการคิดย้อนกลับว่าเราเคยพบปัญหาเล่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลายๆข้อเพื่อมาทดสอบสมมติฐานนั้นๆ
3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้น เป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงไร

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Reys, 1980: 200 - 281) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร
2. วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถามค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลไปตามที่ต้องการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

โยติส และโฮสติกกา (Yotis and Hosticka, 1980: 561) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 8 ขั้นตอน ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้ออกมาจากโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง สำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา
4. พิจารณาว่าข้อมูลที่จำเป็น ข้อมูลใดที่ได้มาแล้วและข้อมูลใดที่ยังต้องการอีก
5. พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

ชาร์ล (Charles, 1985: 50) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. การเลือกและเก็บข้อมูลที่ต้องใช้แก้ปัญหา
3. การเลือกวิธีการหาคำตอบ
4. การตอบปัญหา

5. การประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ

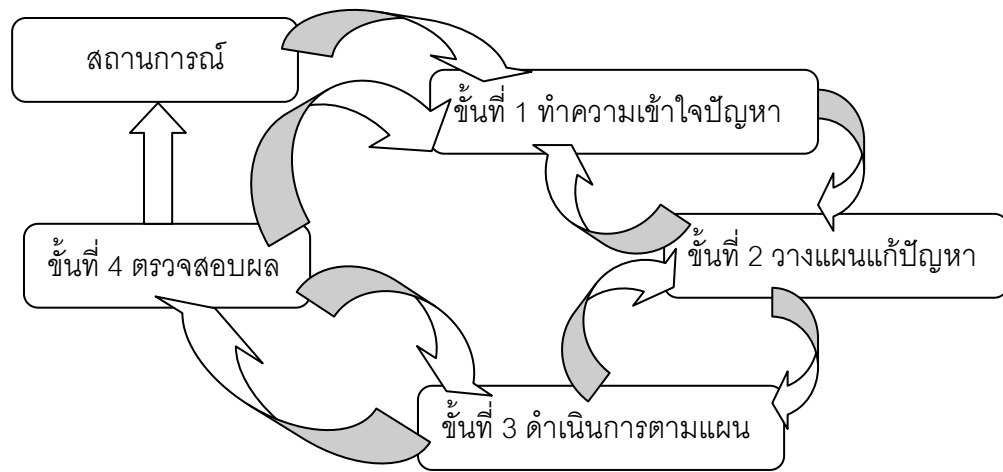
ครูลิลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1993: 40 - 43) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จ และการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา
2. ขั้นการสำรวจปัญหาและวางแผนแก้ไข เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบโดยการจัดลำดับข้อมูลข่าวสาร พิจารณาถึงความพอเพียงข้อมูล จัดข้อมูลในรูปของตาราง การสร้างข้อสรุปสร้างรูปแบบ
3. ขั้นคัดเลือกกลวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการเลือกกลวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา
4. ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ เพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ
5. ขั้นสะท้อนกลับและขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ได้ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่ และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่

คาร์ และโอเกิล (Carr and Ogle, 1987: 625 - 631) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. สิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง
2. สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
3. ดำเนินการเพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ
4. สรุปและตรวจคำตอบ

วิลสัน และคณะ (Wilson and Other, 1993: 60 - 62) เสนอแนวคิดซึ่งสรุปได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหามิได้เป็นลำดับที่ตายตัว เขาจึงเสนอรูปแบบที่การแก้ปัญหาคือเป็นพลวัต (Dynamic) โดยปรับปรุงจากขั้นตอนของโพลยา แต่ขั้นตอนสามารถวนเวียนไปมาได้แสดงดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน และคณะ สามารถอธิบายแผนภูมิข้างต้นได้ดังนี้

เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหานักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหา ก่อนหลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้ว ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความ ถูกต้องความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการ กระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมี ปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ไขปัญหา ขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหาและ คิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว จึงเคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหาหรือในขณะที่ นักเรียนดำเนินการตามแผนแก้ปัญหาหรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำ ความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ไขปัญหตามแนวคิดของวิลสัน และคณะเป็นการ ดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้น หนึ่งทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ไขปัญหตามความคิดของวิลสันและคณะว่า เป็นกระบวนการแก้ไขปัญหที่เป็นพลวัต

ทรูทแมน และลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg, 1995: 4 - 7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องมีความรู้เรื่องในสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งสำคัญในขั้นตอนนี้คือ การตั้งคำถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง
2. กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยหนึ่งแผน การกำหนดแผนไว้หลายแผนที่สามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่ดีกว่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด
3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนของตน ซึ่งแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกันและได้รู้สิ่งใหม่ๆ จากเพื่อนๆ ในกลุ่ม หากทุกคนในกลุ่มใช้วิธีแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มจะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาย่างรอบคอบ ซึ่งจะทำงานเสร็จอย่างรวดเร็วและสมบูรณ์

4. ประเมินผลและคำตอบ ซึ่งดำเนินการโดย

- 4.1 พิจารณาคำตอบมีความเป็นไปได้หรือไม่สมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องของปัญหาหรือไม่
- 4.3 ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้แผนการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้

ได้

4.4 เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อนคนอื่นๆ

5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหาซึ่งทำโดย

- 5.1 เขียนปัญหาที่คล้ายปัญหาเดิม
- 5.2 เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ผู้แก้ปัญหาค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือ

สูตรในการหาคำตอบ

6 บันทึกการแก้ปัญหา เพื่อสามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของผู้แก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ต้องจดบันทึก ได้แก่

- 6.1 แหล่งของปัญหา
- 6.2 ตัวปัญหาที่กำหนด
- 6.3 แนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าวๆ

6.4 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่นำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้ได้

6.5 ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

รายงานผลจากการประชุมความก้าวหน้าคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และ เทคโนโลยี The Integrated Mathematics Science and Technology [IMaST] (2007: 1 - 2) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาใหม่ที่เรียกว่า DAPIC เป็นกระบวนการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาเนื่องจากมีขั้นตอนไม่ซับซ้อนประกอบด้วย

1. ทำความเข้าใจปัญหา (Define) นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยการพิจารณาปัญหาอย่างถ่องแท้ ระบุสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ความยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหาเท่านั้น

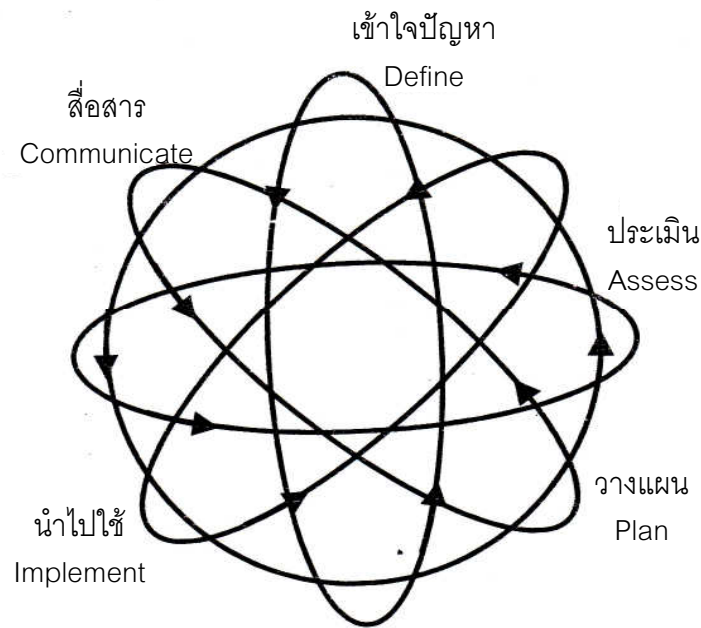
2. ประเมินเงื่อนไขของปัญหา (Assess) ในขั้นนี้นักเรียนประเมินเงื่อนไขของปัญหาพิจารณาข้อมูลที่ช่วยในการหาคำตอบ รวมทั้งความคุ้นเคยของปัญหา คือพิจารณาคำตอบที่ผ่านมาว่าประสบความสำเร็จหรือล้มเหลวอย่างไรเพื่อพัฒนาสู่ขั้นการวางแผนต่อไป

3. วางแผนการแก้ปัญหา (Plan) ขั้นนี้เป็นการวางแผนหาวิธีที่เหมาะสมมาช่วยในการแก้ปัญหา

4. นำแผนที่วางไปใช้ (Implement) เป็นขั้นการนำแผนที่วางมาใช้ โดยอาจมีการปรับปรุงแผนที่ดีขึ้น

5. สื่อสารอภิปรายร่วมกัน (Communicate) นำผลที่ได้มาวิเคราะห์ สรุป และ สื่อสารอภิปรายร่วมกัน อาจเป็นแบบฟอร์ม คำพูด การทำนายและการสร้างปัญหาใหม่

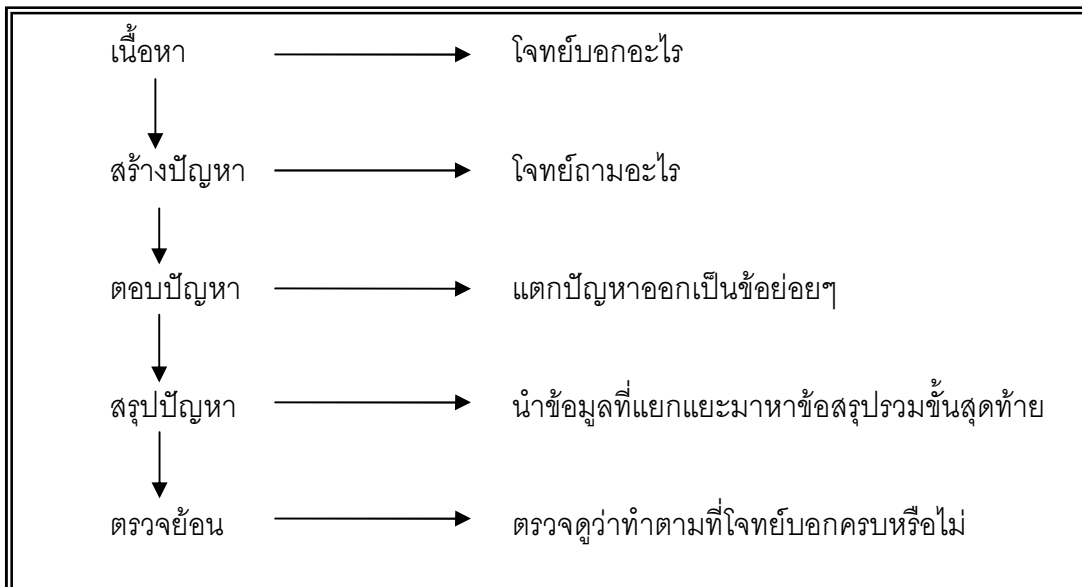
ทั้งนี้กระบวนการแก้ปัญหาแบบ DAPIC ไม่ได้กำหนดไว้ว่าต้องเริ่มจุดไหนหรือเป็นไปตามลำดับ แต่ขึ้นอยู่กับผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาปัญหาเอง เป็นกระบวนการไม่เชิงเส้น (Nonlinear) ยืดหยุ่นได้ กล่าวคือ ปัญหาอาจเริ่มต้นจากขั้นประเมินเงื่อนไขของปัญหา หรือการนำแผนที่วางไปใช้ก็ได้แต่สำหรับนักเรียนแล้วควรส่งเสริมให้เริ่มจากขั้นทำความเข้าใจปัญหาเพื่อฝึกการพิจารณาปัญหา ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาแบบ DAPIC

ยุพิน พิพิธกุล (2530: 136) กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้

ดังนี้



ภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของยุพิน พิพิธกุล

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 22) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจ โดยอาศัยทักษะการเปลี่ยนแปลงความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล ว่าปัญหาถามอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ทั้งที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้ และข้อมูลที่เป็นผลตามมาจากสิ่งที่กำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำเกณฑ์หลักการ ความคิดรวบยอด มาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอออกมาในรูปแบบวิธีการ
3. ขั้นคำนวณคำตอบที่ถูกต้อง ตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธีคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนวิธีการตรวจสอบคำตอบที่ได้ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่

สมศักดิ์ ไสภณพินิจ (2547: 17) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งอาจจะใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์มาช่วย เช่น กราฟ แผนภูมิ ตาราง
2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปแก้ปัญหานั้นๆ โดยพิจารณาถึงเหตุและหาหนทางที่จะแก้ปัญหา
3. วางแผนแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการเพื่อหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
4. แก้ปัญหา โดยดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งอาจจะต้องมีความจำเป็นต้องใช้คำนวณร่วมด้วย
5. ตรวจสอบ เป็นการทบทวนเหตุผลที่ได้ดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วนั้นว่ามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใดคำนวณถูกต้องหรือไม่เพียงใด

สุพัตรา จอมคำสิงค์ (2552: 36) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นตอนทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องระบุได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง และโจทย์ถามหาอะไร

2. **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา** เป็นขั้นตอนที่ต้องใช้ข้อมูลที่วิเคราะห์ในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่ และวางแผนแก้ปัญหาโดยสร้างสมการหรือสัญลักษณ์ทางพีชคณิต หรือรูปภาพ แล้วเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

3. **ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหา** เป็นขั้นตอนที่ดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้ จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบ

4. **ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบ** หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาทั้งในด้านความเป็นไปได้ของคำตอบ ความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่างๆ ในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาแต่ละท่านมีลักษณะ และขั้นตอนใกล้เคียงกัน มีบางส่วนที่แตกต่างกันในเรื่องจำนวนขั้นตอน โดยสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ

1. **ขั้นทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา** เป็นขั้นที่ต้องวิเคราะห์ข้อมูลที่โจทย์ให้มา โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการถามหาอะไร

2. **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา** เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

3. **ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ** เป็นขั้นที่ต้องดำเนินการตามวิธีที่เลือกไว้ จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. **ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา และคำตอบ** โดยขั้นนี้เป็นการพิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาของตน ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของคำตอบ

3.6 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การจะเป็นผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีความรู้เรื่องกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่พร้อม

จะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนควรจะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้กลวิธีต่างๆให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ผู้วิจัยได้รวบรวมไว้ดังนี้

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1982: 43) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหาามีหลากหลายต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา กลวิธีหนึ่งอาจเหมาะสมกับปัญหาหนึ่ง แต่บางปัญหาอาจไม่ใช่ นอกจากนี้บางปัญหาอาจจำเป็นต้องใช้หลายกลวิธีในการแก้ปัญหา ร่วมกันหลายวิธีจึงจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ ทั้งนี้ครูลิคและรูดนิคเสนอแนะกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 8 ประการ ดังต่อไปนี้

1. จำแนกแบบรูป (Pattern Recognition)
2. การทำย้อนกลับ (Working Backwards)
3. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Test)
4. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation)
5. การย่อความ (Reduction)
6. การแจกแจงรายการ (Exhaustive Listing)
7. การใช้ตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Logical Deduction)
8. การแสดงความหมายของข้อมูล (Representing Data)
 - 8.1 กราฟ (Graph)
 - 8.2 สมการ (Equation)
 - 8.3 นิพจน์เชิงพีชคณิต (Algebraic Expression)
 - 8.4 ตาราง (Table)
 - 8.5 แผนภูมิ (Chart)
 - 8.6 แผนภาพ (Diagram)

เมทลิน (Matlin, 1983: 225 - 229) ได้เสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 5 วิธี คือ

1. การใช้สัญลักษณ์ (Symbol) ถือเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากในการสร้างตัวแทนที่เป็นนามธรรมที่ไม่ซับซ้อนมากนัก

2. การเขียนรายงาน (List) สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถแปลงข้อมูลให้เป็นสัญลักษณ์ได้ก็สามารถใช้การเขียนรายงานแทนโดยเขียนเฉพาะข้อมูลสำคัญของปัญหา ซึ่งทำให้สามารถมองเห็นลักษณะของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3. การใช้ตารางสัมพันธ์ (Matrices) เป็นตารางที่ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงของข้อมูลของปัญหา ใช้ได้ดีกับปัญหาที่มีความซับซ้อน

4. การใช้กราฟ (Graphs) มีประโยชน์สำหรับปัญหาที่ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์หรือการเขียนรายงาน หรือการใช้ตารางสัมพันธ์ในการสร้างตัวแทนของปัญหา โดยที่การใช้กราฟยังสามารถแสดงการเคลื่อนไหวของสิ่งต่างๆ ได้ด้วย

5. การเขียนภาพ (Figure) เป็นการเขียนภาพประกอบ เพื่อสร้างความเข้าใจในปัญหา การเขียนภาพอาจเขียนจากการใช้จินตนาการ (Visual Imagery) ซึ่งมีประโยชน์ในการใช้เก็บข้อมูลที่ไม่มีกฎเกณฑ์ และช่วยจัดรูปแบบต่างๆ ในการหาสิ่งที่เป็นตัวแทนของปัญหา นอกจากนี้อาจเขียนภาพเป็นแผนภูมิหรือโครงร่างแทนความเข้าใจ

ซึ่งในการสร้างตัวแทนของปัญหานั้นไม่อาจกล่าวได้ว่าวิธีใดเป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะบางวิธีไม่สามารถใช้กับปัญหานั้นได้ และบางปัญหาอาจต้องใช้หลายวิธีร่วมกัน

วิลสัน และคณะ (Wilson and Other, 1993: 6) ได้เสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาไว้ 21 กลวิธี ดังนี้

1. กลวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Test) เป็นการเดาคำตอบของปัญหาที่พบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องยังมาหรือไม่ ถ้าคำตอบที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ให้เดาคำตอบใหม่จนได้คำตอบที่ถูกต้องโดยอาศัยเหตุผลจากการเดาครั้งที่ผ่านมา

2. กลวิธีใช้ตัวแปร (Use a Variable) เป็นการกำหนดตัวแปรแทนตัวที่ไม่ทราบค่าหรือสิ่งที่โจทย์ถาม แล้วหาค่าของตัวแปรเพื่อให้ได้คำตอบ ที่โจทย์ถาม

3. กลวิธีหารูปแบบ (Look for Pattern) เป็นการหาคำตอบโดยสังเกตจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดมาให้ แล้วหารูปแบบจากตัวอย่างที่โจทย์กำหนดมาให้เป็นแนวทางในการหาคำตอบ

4. กลวิธีการสร้างรายการ (Make a List) เป็นการหาคำตอบโดยการสร้างรายการที่เป็นไปได้ของคำตอบตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

5. กลวิธีปัญหาที่ง่ายกว่า (Solve a Simpler Problem) เป็นการหาคำตอบโดยการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ ซึ่งมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม แล้วนำวิธีการใช้แก้ปัญหาที่สร้างขึ้นมานั้นมาใช้เป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาเดิม

6. กลวิธีวาดภาพ (Draw a Picture) เป็นการวาดภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
7. กลวิธีเขียนแผนภาพ (Draw a Diagram) เป็นการเขียนแสดงสาระสำคัญเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหา ต่างๆจากกลวิธีวาดภาพตรงที่เขียนแผนภาพจะไม่แสดงรายละเอียด จะบอกเพียงสาระสำคัญเท่านั้น
8. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง (Use Direct Reasoning) เป็นการให้เหตุผลพิจารณาข้อมูลต่างๆที่โจทย์กำหนดมาให้ในการหาคำตอบ และมักเป็นกลวิธีที่ใช้ร่วมกับกลวิธีอื่นๆในการแก้โจทย์ปัญหา
9. กลวิธีใช้การให้เหตุผลทางอ้อม (Use Indirect Reasoning) เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้การพิสูจน์เพื่อแสดงว่า คำตอบหนึ่งเป็นจริงแต่ไม่สามารถแสดงได้ ซึ่งจะเปลี่ยนการหาคำตอบเป็นการหาเหตุผลมาแสดงว่าคำตอบที่มีทิศทางหรือเครื่องหมายตรงกันข้ามเป็นเท็จ แล้วจึงสรุปคำตอบที่โจทย์กำหนดให้พิสูจน์เป็นจริง
10. กลวิธีการใช้สมบัติของจำนวน (Use Properties of Number) เป็นการหาคำตอบโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของจำนวนมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
11. กลวิธีโจทย์ปัญหาที่เหมือนกัน (Solve an Equivalent) เป็นการหาคำตอบโดยการเปลี่ยนภาษาของโจทย์ปัญหาเป็นภาษาของผู้แก้ปัญหานั้นเอง โดยที่ความหมายไม่เปลี่ยนไปจากเดิม เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจปัญหา
12. กลวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์หรือเหตุการณ์สุดท้ายที่โจทย์กำหนด แล้วทำย้อนกลับ เพื่อหาคำตอบที่ต้องการ
13. กลวิธีแบ่งเป็นกรณี (Use Case) เป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาที่คำตอบมีสาเหตุมาจากกรณีย่อยๆหลายกรณี แล้วพิจารณาคำตอบจากทุกกรณีร่วมกันเป็นคำตอบที่โจทย์ต้องการ
14. กลวิธีแก้ปัญหาด้วยสมการ (Use an Equation) เป็นการหาคำตอบโดยการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลให้อยู่ในรูปของการเท่ากัน แล้วจึงหาคำตอบ
15. กลวิธีค้นหาสูตร (Look for a Formula) เป็นการหาคำตอบโดยการนำสูตรที่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ในการหาคำตอบ

16. กลวิธีสร้างสถานการณ์จำลอง (Do a Simulation) เป็นการหาคำตอบโดยการทดลองแสดงสถานการณ์ตามที่โจทย์กำหนดมาให้ โดยใช้วัสดุที่มีลักษณะ รูปร่าง ที่คล้ายกับข้อมูลที่โจทย์กำหนด

17. กลวิธีใช้แบบจำลอง (Use a Model) เป็นการหาคำตอบโดยการใช่แบบจำลองที่มีรูปร่างคล้ายกับโจทย์กำหนดมาให้ ประกอบการแก้โจทย์ปัญหา

18. กลวิธีวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาด (Use Dimensional Analysis) เป็นการหาคำตอบโดยใช้การแปลงหน่วยการวัดระยะทาง อัตราเวลา หรือโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับมาตรวัดต่างๆทำให้ง่ายต่อการวิเคราะห์เกี่ยวกับขนาด

19. กลวิธีกำหนดเป้าหมายรอง (Identify Sub-Goals) เป็นการหาคำตอบโดยการหาคำตอบจากส่วนย่อยมาก่อน แล้วจะทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

20. กลวิธีใช้หลายวิธีร่วมกัน (Use Coordinate) เป็นการหาคำตอบโดยใช้หลากหลายกลวิธีร่วมกัน

21. กลวิธีใช้การสมมาตร (Use Symmetry) เป็นการหาคำตอบโดยใช้คุณสมบัติของการเท่ากันของสิ่งของสองสิ่งมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

แฮทฟิลด์ เอดเวิร์ด และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter, 1993: 50 - 60) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ยุทธวิธีหารูปแบบ (Look for a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก

2. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a Sub-Goal) ในการวางแผนแก้ปัญหบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมากๆ หรือที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นปัญหาย่อยๆของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้

3. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย

4. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญห นอกจกนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์ ก็สามารถใช้ในการวาดรูปในการแก้ปัญหได้ ยุทธวิธีนี้มีคุณค่าและประโยชน์ต่อการรับรู้ของนักเรียนเป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

5. การวาดภาพ กราฟและตาราง (Drawing Pictures, Graphs, and Table)

ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏในทันที ในการแก้ปัญหาจะใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อ 1) แจกกรณีเป็นไปได้ทั้งหมด 2) แจกกรณีบางกรณีที่เป็นจำเป็นและเพียงพอ 3) หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ 4) หานัยทั่วไปของความสัมพันธ์
6. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)

ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้แล้วตรวจสอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้นแล้วเดาต่อไป
7. ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information)

บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอบางส่วนขาดหายไป
8. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data)

ปัญหาบางปัญหามีข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย
9. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations)

สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ
10. เขียนแผนภูมิสายงาน (Flow Charting)

การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอน ที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่างๆที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ไขปัญหานั้น
11. ยุทธวิธีพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย (Simplifying the Problem)

เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อนโดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่ายๆของปัญหานั้นก่อนหรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆเพื่อลดระดับความซับซ้อนลงและแก้ปัญหาจากกรณีง่ายๆนั้นก่อนแล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหานั้นที่กำหนดให้
12. ยุทธวิธีแจกกรณีที่เป็นไปได้ (Account for All Possibilities)

ยุทธวิธีนี้นักเรียนจะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ นักเรียนอาจจะแจกความเป็นไปในทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการหรือสร้างตาราง เหมาะสำหรับปัญหาที่มีจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก
13. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View)

ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือยุคิความคิดแบบเดิม ดังนั้นจึงต้องมองสภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

เรย์ และคณะ (Reys and other, 2004: 124 - 130) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ คือ

1. ปฏิบัติการเพื่อออกไปจากปัญหา (Act It Out) เป็นกลวิธีที่นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น
2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a Drawing or Diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้
3. ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
4. สร้างตาราง (Construct a Table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาได้
5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify All Possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง
6. เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหามั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่
7. ทำย้อนกลับ (Work Backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูลสุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม
8. เขียนเป็นประโยค (Write an Open Sentence) เป็นการฝึกหาคความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ
9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a Simpler or Similar Problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะที่ง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม แล้วนำวิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคล้ายกันไปแก้โจทย์ปัญหาเดิม
10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change Your Point of View) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาทีละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

ครูกชางค์ และเชฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 105 - 120) ได้เสนอแนะกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ 5 ประการ ดังนี้

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นวิธีเดาคำตอบและตรวจสอบเงื่อนไขของปัญหาเรื่อยๆ จนได้เป็นผลลัพธ์ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขปัญหา
2. ค้นหารูปแบบ (Look for a Pattern) สำหรับบางปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาแบบรูปในการหาคำตอบ อาจเป็นตัวเลข จำนวนหรือรูปภาพ เมื่อจดจำแบบรูปได้แล้วก็นำไปใช้ในการแก้ปัญหาไปได้ง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น
3. สร้างรายการ (Make a Systematic List) เป็นวิธีใช้หาทุกเหตุการณ์หรือทุกกรณีที่เป็นไปได้แล้วนำมาเขียนอย่างเป็นระเบียบ
4. วาดภาพหรือสร้างแบบจำลอง (Make and Use a Drawing or Model) ของปัญหาสามารถมองเห็นวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นหากมีการวาดภาพหรือสร้างแบบจำลองทำให้มองเห็นความสัมพันธ์หรือเงื่อนไขของปัญหานั้นได้ชัดเจน
5. คิดย้อนหลัง (Working Backwards) ใช้สำหรับปัญหาที่แก้จากข้อมูลสุดท้ายของปัญหาไปสู่จุดเริ่มต้นของปัญหายากกว่าแก้จากเริ่มต้นของปัญหาไปสู่ข้อมูลสุดท้ายของปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550: 73 - 77) ได้รวบรวมกลวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องจะต้องผ่านการตรวจสอบยืนยันโดยใช้การพิสูจน์หรือการให้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูปนิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจเป็นแบบรูปจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต
2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่างๆของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ
3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาค้ำยกับการเขียนแผนภาพแต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้
4. สร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตารางอาจจะช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้นๆ
5. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด กลวิธีนี้เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหานั้นๆ ซึ่งใช้ได้ดีกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน และมักใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้นๆและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหาคำตอบกับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8. แบ่งปัญหาย่อยๆหรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาย่อยๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆนี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหานั้นเป็นเสมือนเครื่องมือที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา สามารถช่วยให้ผู้แก้ปัญหาประสบความสำเร็จในการหาคำตอบโจทย์ปัญหาข้อหนึ่งๆ ในบางปัญหาอาจจะต้องใช้กลวิธีในการแก้ปัญหามากหลายหรือสามารถเลือกใช้กลวิธีได้หลายกลวิธี ดังนั้นผู้แก้ปัญหาคควรเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสมและหลากหลายเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สิ่งที่มีความสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัจจัยที่จะทำให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประสบความสำเร็จ ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

เฮนนี่ (Henny, 1971: 223 - 224) ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
2. ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา

3. การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
4. การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

อดัมส์ และคณะ (Adams, Leslie and Beeson, 1977: 174 - 175) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. สถิติปัญญา
2. การอ่าน
3. ทักษะพื้นฐาน

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer and Trublood, 1977: 30 - 32) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์จะช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. ทักษะการคำนวณ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซาลิวสกี (Zalewski, 1978: 2804 - A) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ประสบผลสำเร็จ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

1. ความเข้าใจในการอ่านศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์
4. ความสามารถในการจัดกระทำ
5. การมีทักษะในการคำนวณ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง ผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติและข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าจะทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่
2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ย่อมมีโอกาสที่จะพบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกัน การเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการสังสมประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม
3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน
4. แรงขับ ในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่หรือที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึงจำเป็นที่เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจสัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน
5. ความยืดหยุ่น การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการ แก้ปัญหาโดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอ สามารถนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหา ระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึง

เป็น สิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดีจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

7. การอบรมเลี้ยงดู ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้โอกาสแสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่า ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

8. วิธีสอนของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่า แบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอนแต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้ การจัดสภาพแวดล้อม ก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน เช่นกัน

เฮดเดนส์ และวิลเลียม (Heddens and William, 1992: 34 - 35) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บาร์ดูดี (Baroody, 1993: 2 - 10) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านความรู้ ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนจะตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาและจะติดตามควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

ครุคซางค์ และเชฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield, 2000: 105 - 120) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์
3. ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของตนเอง
4. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
5. ความสามารถทางสมองของนักเรียน

กรมวิชาการ (2544: 106 - 107) กล่าวถึง ปัจจัยสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง
4. การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไร

ก่อน

5. ข้อมูลที่กำหนดให้ได้ไม่เพียงพอ
6. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบผลสำเร็จ

ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

7. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากมาย ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักคิดปะทีเก็ง นักกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถแยกเป็นองค์ประกอบภายในตัวผู้เรียน และองค์ประกอบภายนอกตัวผู้เรียนได้ดังนี้

องค์ประกอบภายในตัวผู้เรียน

1. ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงความรู้พื้นฐาน
- ประสบการณ์
2. ความสามารถด้านการคิดคำนวณ
 3. ความสามารถในการคิดและสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล รวมทั้งความยืดหยุ่นทางความคิด
4. ความสามารถในการเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมของนักเรียน

5. ระดับสติปัญญา
 6. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
 7. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
- องค์ประกอบภายนอกตัวผู้เรียน
1. วิธีการสอนการแก้ปัญหา
 2. การจัดสิ่งแวดล้อมที่เอื้อต่อการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา
 3. ความซับซ้อนของปัญหา

3.8 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนควรให้ความสำคัญ เนื่องจากถ้านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหอย่างดีแล้ว ย่อมสามารถวิเคราะห์ปัญหา กำหนดแนวทางการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ ตลอดจนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลการแก้ปัญหานั้นได้ นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนดังนี้

บิทเทอร์ (Bitter, 1990: 43 - 44) เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย ๆ เพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหาซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาและต้องใช้ข้อมูลอื่นใดบ้างในการแก้ปัญหานั้น ๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาถามอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหาข้อนั้นใหม่ และหากจำเป็นจริง ๆ ให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อหน่ายกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซากและไม่ทำลายความสามารถ

6. ควรให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาบ่อย ๆ จนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหลาย ๆ ข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อเป็นการฝึกทักษะและส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่น ๆ อีกที่จะใช้แก้ปัญหาในข้อนั้นได้
8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในข้อนั้น ๆ
9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาในข้อนั้นคล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรให้เวลานักเรียนในการแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหา และวิธีดำเนินการแก้ปัญหา
11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและทดสอบคำตอบที่ได้เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 57) เสนอแนวทางการจัดสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ให้เวลาสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคำถาม
5. ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

กอนซาเลส (Gonzales, 1994: 74) ให้แนวคิดโดยสรุปได้ว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มงวด เอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้าผู้เรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือ กลัวถูกหัวเราะเยาะเย้ยจากเพื่อน ผู้เรียนไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้น ผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริม ให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

สิริพร ทิพย์คง (2536: 165 - 167) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับทุกคน
5. ควรทดสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้
8. ควรช่วยนักเรียนคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหาที่คล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหานั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ
9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ไขปัญหานั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 66 - 67) เสนอวิธีการสอนของครูโดยพิจารณาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา
 - 1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่านโดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคืออะไร การคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ ๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ทำทายน่าสนใจ

2.5 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะเริ่มทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2543: 48) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จะต้องพัฒนาทักษะในด้านต่าง ๆ คือ

1. ทักษะในการทำความเข้าใจปัญหา
2. ทักษะในด้านการอ่าน เพื่อการสื่อความหมายที่ถูกต้อง
3. ทักษะในด้านการคิดคำนวณ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางที่ควรนำมาพิจารณาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน สรุปได้ว่า ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ มีความแปลกใหม่และสอดคล้องกับปัญหาที่พบในชีวิตจริง เหมาะสมกับวัยของนักเรียน มีการฝึกการคิดวิเคราะห์นำไปสู่การอภิปรายวางแผนการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น เวล่านักเรียนในการคิดแก้ปัญหา ซึ่งทุกอย่างล้วนมีผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทั้งสิ้น

3.9 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการวัดผลทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการทำข้อสอบอัตนัย การที่ครูตรวจคำตอบของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่นั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมาก โดยครูจะต้องมีเกณฑ์ในการให้คะแนนอย่างชัดเจน กรณีถ้าคำตอบถูกต้องจะให้คะแนนเต็ม แต่ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องจะให้ 0 คะแนน แม้ว่าวิธีทำจะมีส่วนถูกต้องบ้างก็ตาม กรณีนี้จะมีผลทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกล้มใจหรือไม่ดี หรือมีทัศนคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นการให้คะแนนตามความสามารถของนักเรียน

ทุกขั้นตอนโดยเฉพาะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูจำเป็นต้องให้นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิดคำนวณตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงขั้นตอนที่แก้ปัญหาสำเร็จ โดยครูจะต้องให้คะแนนทุกขั้นตอนอย่างมีหลักเกณฑ์และยุติธรรม การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้แม้จะได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ครูควรพิจารณาให้คะแนนตามความถูกต้องและความเหมาะสมในแต่ละขั้นตอน

กรมวิชาการ (2546: 123) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน	ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4	ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3	ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2	พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
1	ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0	ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 104 - 106) เสนอแนวคิดว่าคุณครูและนักเรียนอาจร่วมกันประเมินผลการแก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจปัญหา
2. การวางแผน
3. การดำเนินการแก้ปัญหา
4. การตรวจความถูกต้อง

ผลที่ได้จากการแก้ปัญหาจะเป็นข้อมูลที่ครูหรือผู้เกี่ยวข้อง ใช้ประเมินความรู้ ความสามารถของนักเรียนได้โดยตรง และนักเรียนยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองพร้อมทั้ง จัดเก็บผลงานไว้ในแฟ้มสะสมงานได้อีกด้วย การประเมินผลการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ควรมี รายการประเมินที่แสดงถึง ความเข้าใจปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแล้วมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่างๆเพื่อหา วิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ

ในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าวข้างต้น ครูจะต้องกำหนดเกณฑ์ การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับนักเรียน แต่ครูควรมีบันทึก เพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอน แก้ปัญหาต่างๆ เพื่อตรวจสอบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหานั้น มีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหา ให้ชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหให้อยู่ในรูปของหลัก ทั่วไปได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เสนอเกณฑ์การ ประเมินผลการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการ แก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญห และการสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผล แบบวิเคราะห์ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ครูอาจกำหนดน้ำหนัก คะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหาหรือความเหมาะสมได้ดังตัวอย่าง ต่อไปนี้

ตารางที่ 4 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	คะแนน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3	ดี	เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การแก้ปัญหา	3	ดี	เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และ เขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่ คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดย อาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	เลือกวิธีการแก้ปัญหาล้วนใหญ่ไม่ถูกต้อง
3. การใช้วิธีการ แก้ปัญหา	3	ดี	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	2	พอใช้	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็น บางครั้ง
	1	ต้องปรับปรุง	นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้得不ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3	ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	พอใช้	สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ ไม่ถูกต้อง
	1	ต้องปรับปรุง	ไม่มีการสรุปคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 22 - 25) ได้รวบรวมแนวทางการประเมินผลการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งนำเสนอเกณฑ์การให้คะแนน 3 แบบ
ดังนี้

แบบที่ 1 การให้คะแนนตามรูปแบบของซีเทล (Szetele)

ซีเทล (Szetele) เสนอการประเมินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า ครูควรประเมิน
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของเด็ก โดยใช้เกณฑ์คะแนนง่าย ๆ ดังนี้

- ให้ 0 คะแนน ถ้าเด็กไม่ได้แสดงความคิดแก้ปัญหาได้เลย กระดาษคำตอบอาจว่างป่าว ไม่มีการตอบคำถามหรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาเอาไวเลย
- ให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กได้พยายามตอบคำถาม แต่คำถามที่ให้ไม่มีเหตุผล หรือตอบไม่ตรงคำถาม
- ให้ 2 คะแนน ถ้าเด็กแสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในตัวคำถาม สามารถตอบคำถามได้บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ มีวิธีที่ยังมีความสับสนอยู่
- ให้ 3 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามได้ดี สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีเหตุผล พอสมควร การอ้างอิงถูกต้อง แต่วิธีทำยังขาดความสมบูรณ์ขาดความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนต่างๆ หรือมีข้อผิดพลาดบกพร่องบ้าง
- ให้ 4 คะแนน ถ้าเด็กเข้าใจคำถามดี ตอบคำถามและแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเหตุมีผลและอ้างอิงถูกต้อง

แบบที่ 2 การให้คะแนนตามรูปแบบของชาร์ลส์ (Chares)

ชาร์ลส์ (Charles) ได้เสนอเกณฑ์ให้คะแนนอีกวิธีหนึ่งที่เรียนกว่าการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Scoring Scales) ในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 6 คะแนน ซึ่งแบ่งให้คะแนนออกเป็น 3 ตอน แต่ละตอนมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน ดังนี้

ตอนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา

- ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่เข้าใจปัญหาเลย
- ให้ 1 คะแนน ถ้าเข้าใจปัญหาเพียงบางส่วนหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง หรือแปลความหมายตัวปัญหาบางส่วนผิดพลาด
- ให้ 2 คะแนน ถ้าเข้าใจตัวปัญหาอย่างถูกต้องสมบูรณ์

ตอนที่ 2 การวางแผนปัญหา

- ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่ได้มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง ไม่ได้มีแนวทางแก้ปัญหาได้เลย
- ให้ 1 คะแนน ถ้าการวางแผนมีส่วนถูกต้องอยู่บ้าง สามารถนำปัญหาบางส่วนมากำหนดเป็นขั้นตอนเพื่อใช้วิธีแก้ปัญหาได้

ให้ 2 คะแนน ถ้าสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม นำไปสู่การแก้ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ตอนที่ 3 การได้คำตอบ

ให้ 0 คะแนน ถ้าไม่มีคำตอบ หรือคำตอบที่ผิดๆ หลงทางเนื่องจากการวางแผนที่ผิดพลาดแต่แรก

ให้ 1 คะแนน ถ้ามีการเขียนคำตอบหรือวิธีทำที่ผิด เนื่องจากการลอกใจหยาบผิด คำนวณผิด ทำให้ได้คำตอบผิด แต่มีความเข้าใจถูกต้องอยู่บ้าง คำตอบบางส่วนมีความถูกต้อง

ให้ 2 คะแนน ถ้าคำตอบถูกต้อง เขียนอธิบายวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์

แบบที่ 3 การให้คะแนนตามรูปแบบของชาร์ลส์ เลชเตอร์

และโอเฟเฟอร์ (Charies, Lester and O'Deffer)

ชาร์ลส์ เลชเตอร์ และโอเฟเฟอร์(Charies, Lester and O'Deffer, 1978 อ้างถึงใน สมศักดิ์ โสภณพินิจ, 2547: 22 - 25) ได้เสนอวิธีการให้คะแนนที่เรียกว่า การให้คะแนนแบบ ภาพรวม (Holistic Scoring Scale) โดยกำหนดให้คะแนนเต็ม 4 คะแนน ถ้าสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องมากน้อยต่างกัน จะได้คะแนนลดหลั่นกันตามส่วน ดังนี้

ให้ 0 คะแนน นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เลย แม้จะมีรอยขีดเขียน อยู่บ้างก็ไม่ได้ใกล้เคียง หรือดูทางว่าจะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้

ให้ 1 คะแนน ผู้เรียนมีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ได้แสดงการคิด คำนวณที่ถูกต้องบ้างเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าเขารู้วิธีทำที่ ถูกต้องแต่ไม่สามารถทำจนสำเร็จได้

ให้ 2 คะแนน มีวิธีการคำนวณที่ถูกต้อง ได้แสดงวิธีทำอย่างมีเหตุผลแต่ รายละเอียดของการคิดคำนวณยังผิดอยู่ ส่วนใหญ่เป็นความผิด จากการเข้าใจผิด หรือมีความบกพร่องในขั้นตอนการคำนวณ

ให้ 3 คะแนน สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ วิธีการถูกต้อง ตามขั้นตอนต่างๆ แต่มีข้อผิดพลาดบกพร่องในรายละเอียดบาง ประการ เช่น ไม่ได้ระบุเงื่อนไขที่จะเป็นการประกอบคำอธิบาย หรือวิธีทำถูกต้องทั้งหมดแต่ตอบในขั้นสุดท้ายผิดพลาด

ให้ 4 คะแนน มีความถูกต้องทั้งวิธีทำและรายละเอียดของการคิดคำนวณ

จากเกณฑ์การให้คะแนนข้างต้น จะพบว่าหากครูนำไปใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูจะมีมาตรฐานในการให้คะแนน มีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจน และนักเรียนก็จะได้รับความเป็นธรรมมากขึ้น

3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮอลล์ (Hall, 1979: 6324 - A) ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่งกลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองเรียนเกี่ยวกับวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทดสอบการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ และนักเรียนที่เรียนการวิเคราะห์ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

คลาร์คสัน (Clarkson, 1979: 4104 - A) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา 3 แบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ ผลการศึกษาพบว่า การแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมายใจที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

พุท (Putt, 1979: 5328A) ศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวนสองห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนวิธีแก้ปัญหา ส่วนอีกห้องพยายามให้รับประสบการณ์ตรงจากการ

พยายามให้แก้ปัญหาดังต่าง ๆ เอง ระยะเวลาในการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหานักเรียนทั้งสองกลุ่ม พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน

มูราสกี (Muraski, 1979: 4104A) ศึกษาผลของการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์กับความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรด 6 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ลินน์ (Lynn, 1993: 167 - 169) ศึกษาปัจจัยที่เป็นอุปสรรคและปัจจัยที่ส่งผลต่อการแสดงพฤติกรรม การแก้ปัญหานักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 12 คน ซึ่งได้รับการสอน แบบเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวิดีโอขณะร่วมกันแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคต่อการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้แก่ 1. การขาดประสบการณ์เกี่ยวกับกรอบของปัญหานั้น ๆ 2. การกำหนดข้อจำกัดที่มากเกินไปจนความจำเป็น 3. การขาดการกำกับความสามารถด้านสติปัญญาของตนเอง และ 4. การขาดความเชื่อ นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งผลและสนับสนุนการแสดงพฤติกรรมแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ 1. ความร่วมมือ ช่วยกันภายในกลุ่ม 2. การกำกับภายในกลุ่ม และ 3. แนวปฏิบัติ/บรรทัดฐานของสังคมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มย่อย

ตูการ์ (Tougaw, 1994: 2934 - A) ศึกษาเจตคติและพฤติกรรมการแก้ปัญหเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาโดยใช้การแก้ปัญหามาแบบเปิด (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้แก้ปัญหามาแบบเปิดมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและไม่มีความแตกต่างระหว่างเพศในพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

แจคสัน (Jackson, 2000: i) ได้พัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในตอนเหนือของรัฐอินเดียน่า กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่าโดยใช้เทคนิคการคิดที่หลากหลายและสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหามา ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น และมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

งานวิจัยในประเทศ

อนันต์ โพธิกุล (2543: 77 - 84) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 50 คน ได้รับการสอนกลุ่มละ 15 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มใหญ่ ขั้นตอนการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย ขั้นนำเสนอผลการปฏิบัติของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ขั้นปฏิบัติรายบุคคล ผลการศึกษาพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนวทางในการแก้ปัญหาละเอียด 2) ผลการประเมินพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา พบว่า พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและการสื่อความคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกคน ในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงเรียน พบว่า พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี” 3) ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ 4) ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

นวลจันทร์ ผมอุตทา (2545: 58 - 59) ศึกษาผลการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่

2 กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 82 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง จำนวน 42 คน ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS และกลุ่มควบคุม จำนวน 40 คน ได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ SSCS มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อเนก จันทจรุญ (2545: 51) ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนสูงกว่าก่อนเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ราตรี เกตบุญตา (2546: บทคัดย่อ) ศึกษาผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนขวาววิทยา อำเภอเสลภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด โดยนักเรียนห้อง ม.2/1 เป็นกลุ่มทดลองที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก นักเรียนห้อง ม.2/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่เรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการสอน ที่เน้นการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก สำหรับกลุ่มทดลองโดยกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ แผนการสอนที่เรียนแบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุมเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 15 แผน โดยใช้สอน 15 ชั่วโมง ซึ่งมีผู้วิจัยสร้างขึ้น เครื่องมือที่ใช้ ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รุ่งทิภา คนการณ์ (2549: บทคัดย่อ) ศึกษาการใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกุแก้ววิทยา จังหวัดอุดรธานี จำนวน 2 ห้อง ห้องละ 44 คน การดำเนินการทดลองแบ่งเป็น 2 ระยะ ระยะที่ 1 ใช้กระบวนการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 5 หน่วยการเรียนรู้ ระยะที่ 2 ใช้กระบวนการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กิจกรรมการ

แก้ปัญหาปลายเปิดไปใช้ หน่วยการเรียนรู้ละ 120 นาที โดยครูนำเสนอปัญหา (Posing) และจัด
 อุปกรณ์ให้นักเรียนทำกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดร่วมกันในกลุ่ม ซึ่งครูและผู้ช่วยร่วมกัน
 สังเกต และจดบันทึกพฤติกรรมนักเรียนพร้อมทั้งบันทึกเสียงและวีดิทัศน์ จากนั้นวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้
 วิธีการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยเน้น
 กระบวนการนำเสนอของ เลช (Lesh, 1979) ผลการวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด
 ที่เกิดจากการใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดก่อให้เกิดการบูรณาการระหว่างเนื้อหาสาระ ทักษะ/
 กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 2) กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะ
 กระบวนการนำเสนอที่เกิดขึ้น ได้แก่ การใช้วัสดุ อุปกรณ์ รูปภาพ สัญลักษณ์ทางการพูด สัญลักษณ์
 ทางกรเขียนและบริบทในชีวิตจริง ถูกเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการทำกิจกรรมการ
 แก้ปัญหาปลายเปิดในบริบทชั้นเรียน

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรม
 คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพราย
 วิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของ
 นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยจรงวิทยา
 จังหวัดสุรินทร์ จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลอง 36 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 36 คน เครื่องมือที่ใช้
 ทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทาง
 คณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูล
 คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่าง
 มีวิจารณญาณ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรม
 คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพราย
 วิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด สูงกว่าร้อยละ 50
 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูง
 ประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิก มีความสามารถในการ
 แก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่
 ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถาม
 ระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกมีความสามารถในการ
 คิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
 ที่ระดับ .05

สายสุณี สุทธิจักร์ (2551: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร จังหวัดหนองคาย จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลอง 51 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 52 คน เครื่องมือที่ใช้ทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือสูงกว่าร้อยละ 50 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชัยวัฒน์ อู่ปลาอาจ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอุ้มทอง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลอง 55 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 54 คน เครื่องมือที่ใช้ทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิด และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือ ร้อยละ 50 ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวลทิพย์ นวพันธุ์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จังหวัด ระยอง จำนวนสองห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความคิดสร้างสรรค์ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ความคงทนในการเรียน

4.1 ความหมายของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ ดังนี้

อดัมส์ (Adams, 1967: 9) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียนหรือมีประสบการณ์รับรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง

กู๊ด (Good, 1973: 124) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้ว่า เป็นการจำที่คงทนหลังจากที่ได้รับ จากการกระตุ้น ประสบการณ์ หรือการตอบสนองต่าง ๆ

การ์เย (Gagne, 1977: 36) ได้กล่าวว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งๆ ที่เรียนรู้ซึ่งเป็นความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งๆ ที่เรียนรู้ให้คงทนอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะยาว

บุญสิริ สุวรรณเพ็ชร (2538: 433) ได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง สิ่งที่ยังคงเหลืออยู่เป็นผลลัพธ์ของประสบการณ์ ก่อให้เกิดพื้นฐานของการเรียนรู้ การจำได้ นิสัย ทักษะ และพัฒนาการทุกด้าน

สุรางค์ ไคว่ตระกูล (2544: 250) กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการเก็บสิ่งที่เรียนรู้และประสบการณ์ไว้

ประคอง ธนูปกรณ์ (2546: 23) กล่าวไว้ว่า ความสามารถของสมองที่จะเก็บสิ่งที่เรียนรู้หรือสิ่งที่เคยมีประสบการณ์รับรู้มาแล้วให้คงอยู่ หลังจากที่ได้ทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่งและสามารถระลึกได้หรือค้นคว้าออกมาให้ได้ในสถานการณ์ที่จำเป็น

อัจฉริยา เอกวิสัย (2549: 33) กล่าวไว้ว่า คงทนในการเรียนรู้หมายถึง ความสามารถในการสะสม สามารถระลึกถึงเนื้อหาหรือสิ่งต่าง ๆ ที่ตนได้รับการเรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ มาก่อนในระยะเวลาที่ทิ้งช่วงห่างกันออกไประยะหนึ่ง

จากความหมายของความคงทนในการเรียนที่นักการศึกษาให้ไว้ อาจสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการระลึกได้ถึงประสบการณ์ที่เคยได้รับมาก่อน หรือสิ่งที่ได้เคยเรียนรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งช่วงระยะเวลาไว้ระยะหนึ่ง

4.2 ความสำคัญของความคงทนในการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนไว้ ดังนี้

ฮาร์ต และคณะ (Hulse and Others, 1984: 300) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของความคงทน ในการเรียนว่า การเรียนรู้และความคงทนในการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เนื่องจากผลของประสบการณ์เรียนจะต้องได้รับการเก็บสะสมไว้ในระบบความจำ

การ์ดอน (Gordon, 1989: 195 - 196) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียน สรุปได้ว่า ความจำมีบทบาทต่อพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เรากระทำในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการเดินหรือ การสนทนา ในการแสดงพฤติกรรมแต่ละขั้นตอนที่เราคิดว่าจะเป็นสิ่งที่เรากระทำโดยอัตโนมัติ นั้นเป็นผลมาจากการมีความคงทนในการเรียนทั้งสิ้น

เพอร์รี่ และคณะ (Purdy and Others, 2001: 2) ได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้และความจำมีความสำคัญต่อการดำรงชีวิตของสิ่งมีชีวิตสำหรับสัตว์ หมายถึง ความสามารถในการจำแหล่งอาหาร และที่ซ่อนของศัตรู สำหรับมนุษย์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ที่จะพูด อ่าน เขียน ขับรถ และใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น หากการดำรงชีวิตของมนุษย์ดำเนินไปโดยไม่มีการเรียนรู้และการจำ ชีวิตจะไม่มีอดีตหรืออนาคต แล้วเราจะทำสิ่งนั้น ๆ ซ้ำ ๆ ไม่ว่าสิ่งนั้นจะเป็นประโยชน์หรือไม่

อัจฉริยา เอกวิสัย (2549: 33) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคงทนในการเรียนว่า การเรียนรู้ของนักเรียนนักเรียนจะต้องมีการจดจำในสิ่งที่นักเรียนเคยได้เรียนรู้ รวมทั้งกระบวนการฝึกฝนที่นักเรียนเคยฝึกหัด เพื่อที่จะรวบรวมความรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้ไปใช้ประโยชน์ในภายหน้า ดังนั้นความคงทนในการเรียนจึงควบคู่กับการจดจำและเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนทุกคนต้องมี

จากความคิดเห็นของนักการศึกษาดังกล่าวสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้จากสิ่งที่ครูสอนและจากการฝึกฝนเพื่อเป็นทักษะในด้านต่างๆ โดยที่ในการเรียนรู้หรือการฝึกหัดนั้นนักเรียนจะต้องมีการจดจำกระบวนการและเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนไป ดังนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความคงทนในการเรียน ดังนั้นเราต้องศึกษาเกี่ยวกับการจำด้วย

4.3 สมรรถนะทางสมองกับการเรียน

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2545: 12) กล่าวว่าไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้ และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุดในกระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ มีนักวิชาการหลายท่านที่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับสมรรถนะ และให้ความหมายของสมรรถนะไว้ดังนี้

พัชรี เกตุแก่นจันทร์ (2540: 2) กล่าวว่าไว้ว่า สมรรถนะของมนุษย์เป็นลักษณะที่แฝงอยู่ในตัวอยู่อย่างเงียบๆ เพื่อรอโอกาสในการพัฒนาเป็นความสามารถของมนุษย์แต่ต้องให้โอกาสในการเรียนรู้จึงจะมีพัฒนาการปรากฏ มิฉะนั้นก็จะสลายไปเหมือนไม่มีอะไรเลย

กรมวิชาการ (2544: 3) กล่าวว่า สมรรถนะ หมายถึง ผลการเรียนรู้ที่เกิดจาก กระบวนการเรียนการสอนในโรงเรียนผสมผสานกับคุณสมบัติ และคุณลักษณะที่ตกตะกอนติดตัว นอกจากความรู้ในเนื้อหาวิชาหรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งทักษะและคุณลักษณะพื้นฐานที่ จำเป็นต่อการเรียนรู้ประกอบด้วย ทักษะการเรียนรู้ ทักษะการคิด และทักษะการสื่อสาร

สมจิตร สวธนไพบุลย์ และคณะ (2546 : 10 - 11) ได้ให้ความหมายของสมรรถนะ ทางคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ไว้ว่า สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ หมายถึง ความสามารถที่แสดงออกมาในด้านการคิด การฝึกฝนและปฏิบัติ และคุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งความสามารถดังกล่าวเป็นพลังในการเรียนรู้ และเป็นศักยภาพทางการเรียนที่มีอยู่ในตัวบุคคล สามารถแสดงออกมาเป็นพฤติกรรม จำแนกได้ 3 ด้าน คือ

1. ด้านความรู้ หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เกี่ยวกับ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ และสามารถวัดได้จากแบบทดสอบปรนัย และ อัตนัย
2. ด้านการฝึกฝนและปฏิบัติ หมายถึง ความสามารถในการปฏิบัติกรด้วย กระบวนการคิด การจัดการ และดำเนินการต่างๆที่เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และ วิทยาศาสตร์
3. ด้านคุณลักษณะ หมายถึง ความรู้สึกรู้จักเกี่ยวกับสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ อาทิเช่น ความฉลาดทางอารมณ์ จิตวิทยา คุณธรรม จริยธรรม ความรับผิดชอบ

จากความหมายของสมรรถนะที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า สมรรถนะ เป็นพลังที่ สร้างสมอยู่ในสมองของมนุษย์โดยการกระตุ้นจากสิ่งแวดล้อม สะสม พัฒนา เชื่อมโยงเส้นใย ประสาทเป็นประสบการณ์แห่งการเรียนรู้ สมรรถนะของมนุษย์จะแสดงออกมาในลักษณะของ ความสามารถ ซึ่งมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับการกระตุ้นจากสิ่งแวดล้อมอย่างเป็นระบบ ได้แก่ การ จัดการเรียนการสอน บทบาทของผู้สอนผู้ยุทธศาสตร์การสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ได้แก่ การ กระตุ้น และการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง พัฒนาและส่งเสริมสมรรถนะของนักเรียนให้ เต็มขีดความสามารถ การที่นักเรียนมีสมรรถนะในการเรียนที่ดีครูจะต้องมีการจัดการเรียนรู้ที่ พัฒนาสมรรถนะของนักเรียนอย่างเต็มความสามารถ จะทำให้นักเรียนจดจำและเรียนรู้เรื่องที่เรียน ได้เป็นอย่างดีจะทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนในเนื้อหาเรื่องนั้นๆ

4.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียน

วารินทร์ รัชมีพรหม (2532: 29) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนที่มีผลต่อความคงทนในการเรียน ดังนี้

1. การเรียนรู้สิ่งที่มีความหมายต่อผู้เรียนจะทำให้ผู้เรียนเรียนได้เร็วและจำได้นานกว่าสิ่งที่ไม่มีความหมาย
2. การเรียนรู้ที่เชื่อมโยงวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องมากกว่า 2 อย่างขึ้นไป จะเกิดขึ้นได้ถ้านำวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นไว้ติดกันหรือต่อเนื่องกัน หลักการนี้คือ หลักความใกล้ชิด (Proximity) และหลักการความต่อเนื่อง (Contiguity)
3. ความถี่ของสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนองที่เกิดขึ้นหรือคล้ายกันมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ตามกฎความถี่ของธอร์นไดค์ การกระทำซ้ำ ๆ หรือการฝึกฝนจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในระยะสั้น ๆ แต่กระบวนการที่ใช้ เช่น การใช้รหัส การเสริมแต่ง และการถ่ายทอดจะส่งเสริมความคงทนของข้อมูลในความจำระยะยาว การทำซ้ำ ๆ เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนทักษะและการเรียนรู้สิ่งที่ไม่มีความหมาย ดังนั้น ผู้ออกแบบสารต้องออกแบบสารให้มีความหมายที่ผู้เรียนสามารถจำได้ดีขึ้น
4. การเรียนขึ้นอยู่กับผลการเรียน ถ้าผลการเรียนนั้นให้ความชื่นชอบ ลดความตึงเครียด มีประโยชน์ เป็นการให้รางวัล หรือเป็นข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นและคงทนมากขึ้นตามกฎธอร์นไดค์ (Law of Effect)

วิธีการที่จะช่วยให้เกิดความจำระยะยาวได้ดี แบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ การจัดบทเรียนให้มีความหมาย และการจัดสภาพส่งเสริมการเรียน

1. การจัดบทเรียนให้มีความหมาย หากเนื้อหาที่มีความหมายเพียงพอแล้วย่อมไม่มีการลืมเนื้อหานั้น แม้เนื้อหาจะมีโครงร่างไม่ตึ้นัก แต่หากมีความหมายแก่ผู้เรียนเขาก็จะจดจำได้นาน ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนหรือความจำดีขึ้น โดยใช้วิธีการดังนี้
 - 1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์ (Mediation) เป็นการสร้างสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ช่วยในการจำบทเรียนที่ขาดความหมาย
 - 1.2 การจัดเป็นระบบไว้ล่วงหน้า (Advanced Organization) เป็นการสรุปโครงสร้างหรือกระบวนการเกี่ยวกับบทเรียนให้นักเรียนทราบก่อนการเรียนในเนื้อหาวิชานั้น ๆ
 - 1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น (Hierarchical Structure) เน้นการจัดบทเรียนให้เป็นลำดับขั้นการเรียนรู้ ในลำดับขั้นต่ำกว่าจะมีพื้นฐานให้ผู้เรียนเรียนรู้ขั้นที่สูงขึ้นเป็นลำดับไป นักเรียนต้องมีความรู้ในขั้นแรกก่อนที่จะเรียนรู้ในขั้นต่อไป

1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่ (Organization) เป็นการจัดข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วมาจัดให้เข้าเป็นระบบระเบียบและเข้าแบบแผน จะใช้ในกรณีสร้างความเชื่อมโยงของข้อมูลจำนวนมาก ๆ การจัดข้อมูลนี้เป็นการประหยัดเนื้อที่การเก็บข้อมูลในสมอง ปัญหาของการเก็บข้อมูลในความจำระยะยาว คือ การรื้อฟื้นหรือจำขึ้นมาได้ยาก แต่การจัดระเบียบแบบแผนอาจกระทำได้โดยการจัดตามหัวข้อเรื่องและการจัดตามลำดับอนุกรม ประเภท ความยากง่าย เป็นต้น

2. การจัดสภาพส่งเสริมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำกิจกรรมต่าง ๆ เกี่ยวกับบทเรียนมากขึ้น ทั้งในระหว่างการเรียนการสอนและภายหลังการเรียนการสอนแล้ว โดยใช้วิธีการดังนี้

2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะฝึกฝนอยู่ (Recall During Practice) หมายถึง การทบทวนบทเรียนภายหลังจากที่อ่านจบแต่ละครั้ง สมมติว่าบทเรียนหนึ่งต้องใช้เวลาอ่านทีละ 30 นาที ครูกำหนดเวลาอ่าน 2 ชั่วโมง นักเรียนที่อ่านตั้งแต่ต้นจนจบครบ 4 เทียบจะจำได้น้อยกว่านักเรียนที่อ่านจบหนึ่งเทียบแล้วทบทวนข้อความที่อ่านนั้น เพื่อทำความเข้าใจชัดเจนขึ้น แม้จะใช้เวลา 2 ชั่วโมงเท่ากันก็ตาม

2.2 การเรียนเพิ่มเติม (Over Learning) หมายถึง การเรียนภาพหลังจากที่จำบทเรียนนั้นได้แล้ว ลักษณะนี้เห็นได้ชัดเจนที่จำข้อความสั้น ๆ ซึ่งอ่านเพียงครั้งเดียวก็จำได้ แต่ถ้าเราอ่านเพียงทีละเดียว ในเวลาเพียงไม่กี่วินาทีเราก็ลืม หากได้อ่านทบทวน 4 – 5 เทียบ จะทำให้จำได้ดีขึ้นและจำได้นาน

2.3 การท่องจำ (Recitation) การท่องจำจะยิ่งทำให้จำได้มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะ ผู้ที่ท่องอย่างมีความตั้งใจมักจะมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และเมื่อท่องไปได้ระยะหนึ่งผู้ท่องจะทราบความก้าวหน้าของตนเองทำให้เกิดกำลังใจที่จะท่องต่อไป นอกจากนี้การท่องเป็นกิจกรรมที่มีจุดหมายแน่ชัด ผู้ท่องจะตั้งระดับความมุ่งหวังไว้และมุ่งให้บรรลุถึงเป้าหมาย

2.4 การสร้างจินตภาพ (Imagery) หมายถึง การสร้างรหัสโดยนึกถึงภาพในใจเป็นการเอาสิ่งที่ต้องการจำไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่จำได้ดีแล้ว โดยการนึกภาพเป็นคู่สัมพันธ์ หากนึกภาพได้แปลกเท่าใดความคงทนจะยิ่งมากขึ้น

อุดม จักรพันธ์ (2541: 118) ได้อธิบายเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริงและมีความคงทนในการเรียน ต้องจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการรับรู้ และการจำที่ดี ซึ่งมีข้อคำนึงในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. จักระบบระเบียบสื่อเอกสารที่ใช้ในการเรียนให้เป็นหมวดหมู่ สะดวกต่อการเรียนรู้

2. ช่วยให้นักเรียนเกิดการรับรู้ที่มีความหมาย โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมและความรู้ใหม่ที่ได้รับ
3. สื่อเอกสารข้อสนเทศที่ซับซ้อนต้องมีการเรียงลำดับก่อนหลังให้เอื้อต่อการเรียนรู้
4. จัดเตรียมคำสรุปความรู้ที่ถูกต้องเอาไว้ให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตน
5. จัดให้มีการฝึกฝนหรือการทบทวนเพื่อให้เกิดความคงทนในการจำ
6. ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบและประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จากที่กล่าวข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความคงทนในการเรียนรู้ ครูควรจัดบทเรียนให้มีความหมาย มีความเป็นระบบ ตามลำดับขั้นตอน เป็นหมวดหมู่ โดยเรียงจากเนื้อหาที่ง่ายไปเนื้อหาที่ยากขึ้น และจัดสิ่งเร้าในการเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการสัมผัส การรับรู้ และการจำที่ดี พร้อมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ทำกิจกรรมให้มากที่สุด

4.5 การวัดความคงทนในการเรียน

ภายหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนการสอนแล้ว นอกจากครูจะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแล้ว ครูควรวัดความคงทนในการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้เพียงใด ซึ่งการวัดความคงทนในการเรียนนั้นมีนักการศึกษาและนักวิชาการกล่าวถึงไว้ ดังนี้

ลินด์วอลล์ และนิทโก (Lindvall and Nitko, 1967: 127) ได้กล่าวถึง ระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520: 118) ได้กล่าวถึงระยะเวลาที่ใช้ในการวัดความคงทนในการเรียนว่า ช่วงระยะเวลาที่จำเป็นระยะสั้น จะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวหรือความคงทนในความจำนั้นใช้เวลาประมาณ 14 วัน หลังจากที่ได้เรียนรู้ผ่านไปแล้ว

ชวาล แพรัตกุล (2525: 1) ได้กล่าวถึงการวัดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ว่าการวัดความคงทนในการเรียนรู้ คือ การสอบซ้ำ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันไปสอบกับกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกกับครั้งที่สอง ควรเว้นห่างกันประมาณ 2 – 4 สัปดาห์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ระยะเวลาที่เหมาะสมในการวัดความคงทนในการเรียน คือ ประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากทีเรียนเนื้อหาจบแล้ว สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้วัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดสอบ และกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยเว้นระยะเวลาการทดสอบเป็นเวลา 2 สัปดาห์

4.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

คอรีย์ และมิเชล (Corry and Michel, 1968: 17 - 19) ได้ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้อะหว่างการใช้ชุดการสอนด้วยตนเองกับการสอนปกติ วิชาจิตวิทยาเบื้องต้น กลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองจำนวน 18 คน ในกลุ่มควบคุม โดยใช้ฟังคำบรรยาย ผลการทดลองพบว่า กลุ่มทดลองการเรียนรู้อุ้ได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และหลังจากเรียน 1 เดือน ทำการทดสอบทั้ง 2 กลุ่ม ปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนรู้อุ้สูงกว่ากลุ่มควบคุม

วีเวอร์ (Weaver, 1976: 2689 - A) ได้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้อุ้และความคงทนในการจำจากการที่ได้ทำแบบฝึกหัดรวมครั้งเดียว กับการให้ทำเป็นระยะในวิชาคณิตศาสตร์ การทดลองนี้กระทำกับนักเรียนระดับ 4 จำนวน 350 คน กลุ่มทดลองคือ กลุ่มที่ได้ทำแบบฝึกหัดรวม และกลุ่มควบคุมคือ กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดเป็นระยะ หลังการเรียนรู้อุ้ 3 เดือน ทดสอบความคงทนในการจำ ผลปรากฏว่า ความคงทนในการจำของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

วอลล์เตอร์ (Walters, 1995) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความคงทนทางการเรียนของนักเรียน พบว่า การเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้อธิบายถึงวิธีการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาของตนเอง มีผลให้เกิดความคงทนในการเรียนของนักเรียน

งานวิจัยในประเทศ

พรธนี ไสระโร (2527: 50) ได้ศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้อุ้ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มทดลองเป็นกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และกลุ่มควบคุมไม่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน ผลการวิจัยพบว่า ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผนอย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ฝนทิพย์ อมาตยกุล (2531: 92) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสม และการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อุบล แสงทอง (2531: 61) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคงทนการเรียนรู้ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการเรียนเพื่อรอบรู้และเรียนด้วยตนเองเป็นกลุ่ม ผลการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนของการเรียนของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

ชวลิต พงษ์สวัสดิ์ (2532: 113) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความคงทนของมนโคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลปรากฏว่า ความคงทนของมนโคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2533: 154) ได้ศึกษาผลการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับกลุ่มที่เรียนตามคู่มือครู สสวท. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง มีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู สสวท.

เพชรชาย ไชคประเสริฐ (2534: 56) ได้ศึกษาผลการแข่งขันเป็นทีม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ในการเรียนคณิตศาสตร์ ความคงทนในการจำ และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำของนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือโดยใช้วิธีการแข่งขันเป็นทีมสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณรงค์ เดิมสันเทียะ (2535: 86) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยบทเรียนโปรแกรมเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. ผลการวิจัยปรากฏว่า ความคงทน ในในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากรุวรรณ ทศนโกวิท (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโยธินบำรุง จังหวัดนครศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 108 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 54 คน และกลุ่มควบคุม 54 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนโดยไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ทดลอง คือ แผนการสอนเรื่องเลขยกกำลัง พหุนาม จำนวนจริง สมการ และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่เรียนโดยใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เอกสารตัวอย่างงานประกอบการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เนตร หงษ์ไกรเลิศ (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการควบคุมบทเรียนในการเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบเกม 3 แบบ ได้แก่ แบบที่ผู้เรียนเป็นผู้ควบคุมบทเรียน แบบโปรแกรม ควบคุมบทเรียนและการควบคุมบทเรียนแบบผสมผสานระหว่างผู้เรียนและโปรแกรม กลุ่มตัวอย่างได้จากนักเรียนในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานครที่ได้รับการระบุลักษณะของนักเรียนเป็นเด็กสมาธิสั้นและมีพฤติกรรมไม่อยู่นิ่งจากแบบสังเกตพฤติกรรมและแบบวัดสมาธิต่อเรื่องที่แปลและเรียบเรียงโดยแพทย์หญิงจิตวี แก้วพรสวรรค์ และจากการสุ่มเลือกจำนวน 120 คน แบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม กลุ่มละ 30 คน เครื่องมือวิจัยเป็นบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 4 กลุ่ม ไม่แตกต่างกันอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติ ส่วนระยะเวลาในการเรียน พบว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โชติ จันทรวงศ์ (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพ ของนักเรียนเตรียมทหาร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเตรียมทหารชั้นปีที่ 1 โรงเรียนเตรียมทหาร จำนวน 56 นาย แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลอง 28 นาย ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูล ด้วยแผนภาพและกลุ่มควบคุม 28 คน ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บ รวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัด ความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียน กลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียน การสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการ เรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูง กว่ากลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มที่ ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพ มีความสามารถในการนำเสนอ ข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

ยลนภา พลชัย (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์และความคงทนใน การเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 โรงเรียนวังสามหมอวิทยาคาร อำเภอวังสามหมอ จังหวัดอุดรธานี ปีการศึกษา 2548 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มทดลอง 35 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการ ได้มาซึ่งมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุม 36 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ คือ สูงกว่า ร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการ จัด กิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุธิตา นานข้าว (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนยานตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 45 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศศิวรรณ เมลืองนนท์ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนราชินีกรุงเทพมหานคร ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลอง 46 คน ได้รับการซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และกลุ่มควบคุม 44 คน ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ แต่มีความคงทนในการเรียนไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปราณี พรภวิษย์กุล (2549: บทคัดย่อ) ศึกษาเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 รับการสอนโดยการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดพลับพลาชัย กรุงเทพมหานคร เขต 1 ในภาคการศึกษาปลาย ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มทดลอง 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุม 44 คน ได้รับการสอนโดยการจัด

กิจกรรมการเรียน การสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้รวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียน จะเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้รูปแบบที่แตกต่างกัน มีผลต่อการเรียนรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา นั้น ๆ และความจำของนักเรียน ซึ่งรูปแบบที่ใช้สอนที่แตกต่างกันนี้มีผลต่อความคงทนในการเรียนของนักเรียนแตกต่างกัน

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545: 53 - 55) ศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดราชพิพิธ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ โดยทั้งสองกลุ่มใช้เวลาในการเรียน 27 คาบ คาบละ 50 นาที เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ ที่กำหนดโดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนา

ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุศรียา จิตตารมย์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี ซึ่งกระบวนการสอนแก้ปัญหามีขั้นตอนกระบวนการแก้โจทย์ปัญหามี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นศึกษาโจทย์ปัญหา ขั้นแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่รูปแบบสมการ ขั้นตอนหาคำตอบของโจทย์ปัญหา และขั้นตอนทบทวนคำตอบตรวจคำตอบ ซึ่งเมื่อพิจารณาขั้นตอนแล้วคล้ายคลึงกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัตรา จอมคำสิงห์ (2552: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนราชินีบน จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลอง 54 คน และจำนวนนักเรียนกลุ่มควบคุม 54 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงาน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้

ใช้ตัวอย่างงานมีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ
เรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต และงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อวิเคราะห์ประเด็นสำหรับงานวิจัย และศึกษาแนวทางการดำเนินการวิจัยตามประเด็นดังกล่าวจากเอกสาร บทความ ตำราที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ
3. ศึกษาเนื้อหาและการจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละจากคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ หนังสือเรียน และตำราต่างๆที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระเบียบวิธีการวิจัย หลักการวัดผลและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 5 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	ทดสอบทันทีหลังการทดลอง	ทดสอบหลังการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์
E	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (เนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว)	X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (เนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว)	~X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

C แทน กลุ่มควบคุม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดนครปฐม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่ในจังหวัดนครปฐม จากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2554 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัยมีนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 12 ห้องเรียน แต่ละห้องมีนักเรียนประมาณ 40 คน โดยมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับสูงปานกลาง และต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนห้องที่มีความสามารถใกล้เคียงกันเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดห้องเรียนดังนี้

1. ผู้วิจัยนำผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนจำนวน 12 ห้องเรียน มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) แล้วผู้วิจัยเลือกนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 2 ห้องเรียน ที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ใกล้เคียงกันได้แก่ ห้อง ม.2/4 และ ม.2/5 โดยที่ห้อง ม.2/4 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 82.17 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.531 และห้อง ม.2/5 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 81.42 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 8.460

2. นำค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (รายละเอียดตามภาคผนวก ค หน้า 202) แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

3. ผู้วิจัยได้ทำการจับสลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้น ม.2/4 เป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค

เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และนักเรียนชั้น ม.2/5 เป็นกลุ่มควบคุม ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 12 คาบ คาบละ 50 นาที

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง จากเอกสารและตำราต่างๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

1.1.4 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองในหัวข้อเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

1.1.5 เขียนแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 12 แผน 12 คาบโดยแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ย่อย กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดการจัดการกิจกรรม 3 ขั้นตอน ประกอบไปด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยที่กิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นสอนจะประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นตอน เค (K) ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) ขั้นตอน ดี (D) ขั้นตอน แอล (L) โดยใช้สอนทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาใหม่และในส่วนของการแก้โจทย์ปัญหา โดยในระหว่างการสอนครูใช้คำถามระดับสูงประกอบ

1.1.6 นำแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 12 แผน ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีข้อเสนอแนะที่ต้องปรับปรุงแก้ไขดังนี้

1.1.6.1 ควรเขียนอธิบายการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ให้ละเอียดชัดเจน โดยในการสอนแต่ละขั้นตอนต้องแสดงพฤติกรรมในการเรียนรู้ของนักเรียนให้สอดคล้องกับเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล

1.1.6.2 จำนวนตัวอย่างและเนื้อหาของแต่ละแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ควรกำหนดให้มีจำนวนเหมาะสมกับเวลาในแต่ละคาบ

1.1.6.3 การใช้คำถามระดับสูงควรเป็นคำถามที่เน้นการคิดวิเคราะห์ โดยที่ในการเขียนแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ควรเขียนคำถามระดับสูงให้เป็นภาษาของตนเอง ไม่ควรเป็นภาษาทางการจนเกินไป

1.1.6.4 การใช้คำถามไม่จำเป็นต้องใช้คำถามระดับสูงเพียงอย่างเดียว แต่ควรมีคำถามระดับต่ำเพื่อการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนให้ราบรื่น โดยในแต่ละแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้จะต้องมีคำถามระดับสูงที่ชัดเจนปรากฏ และส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน

1.1.6.5 ควรจะเขียนแผนการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เป็นขั้นตอนตามเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ทั้งที่ใช้ในการสอนเนื้อหาใหม่ และใช้ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา

1.1.6.6 ขั้นตอนที่ ดี (D) ในขั้นตอนนี้ ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา ควรจะเขียนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ให้ชัดเจน

1.1.6.7 ในการเขียนการวัดผลและการประเมินผลควรจะระบุ
สิ่งที่ต้องการวัดผลและประเมินผล เครื่องมือ/วิธีการ และเกณฑ์การประเมินผล ให้ชัดเจน

1.1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไป
ใช้จริงกับกลุ่มทดลอง (ดูแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในภาคผนวก ข หน้า 226)

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งมีขั้นตอนใน
การสร้างดังนี้

1.2.1 ศึกษาแนวการจัดการเรียนรู้จากคู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน
คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช
2551

1.2.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย ที่อิง
ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้
รายละเอียดของเนื้อหาวิชา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้
เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

1.2.4 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการ
ทดลองในหัวข้อเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

1.2.5 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 12 แผน 12 คาบ โดยแผนการจัดกิจกรรมการ
เรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้
สาระการเรียนรู้ย่อย กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย ขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป สื่อการเรียนรู้ การวัด
และประเมินผลการเรียนรู้

1.2.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 12 แผน
12 คาบให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ
เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข ซึ่งมีข้อแนะนำที่ต้องปรับปรุงแก้ไข เช่น ควรเขียนแผนการจัดกิจกรรมการ
เรียนรู้ให้มีความสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และควร
จะมีกิจกรรม เนื้อหา ที่คล้ายคลึงกับแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง ไม่ควรเหลื่อม
ล้ำกันมากเกินไป

1.2.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไป
ใช้จริงกับกลุ่มควบคุม (ดูแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในภาคผนวก ข หน้า 226)
สำหรับรายละเอียดสาระการเรียนรู้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ทั้ง 12 แผน แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 6 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และสาระการเรียนรู้
เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

แผนการจัด กิจกรรมการ เรียนรู้ที่	สาระการ เรียนรู้	เนื้อหา	จำนวน คาบ
1	อัตราส่วน	ความหมายของอัตราส่วน รูปแบบการเขียน อัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณสอง ปริมาณที่มีหน่วยต่างกัน	1
2-3	อัตราส่วนที่ เท่ากัน	ความหมายของอัตราส่วนที่เท่ากัน ลักษณะ รูปแบบ และคุณสมบัติของอัตราส่วนที่เท่ากัน วิธีการทำอัตราส่วนให้เท่ากัน การตรวจสอบการ เท่ากันของอัตราส่วนโดยใช้การคูณไขว้ วิธีการ คำนวณเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน	2
4-5	อัตราส่วน ของจำนวน หลายๆ จำนวน	การเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลายๆจำนวน รูปแบบของอัตราส่วนของจำนวนหลายๆจำนวน วิธีการคำนวณเกี่ยวกับอัตราส่วนของจำนวน หลายๆจำนวน	2
6-8	สัดส่วน	ความหมายของสัดส่วน ลักษณะรูปแบบของ สัดส่วน การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน วิธีการ คำนวณเกี่ยวกับสัดส่วน	3
9-12	ร้อยละ	ความหมายและลักษณะของร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ การเขียนอัตราส่วนในรูปแบบของร้อยละหรือ เปอร์เซ็นต์ วิธีการคำนวณเกี่ยวกับร้อยละหรือ เปอร์เซ็นต์ การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละหรือ เปอร์เซ็นต์ ดอกเบี้ย ภาษี	4

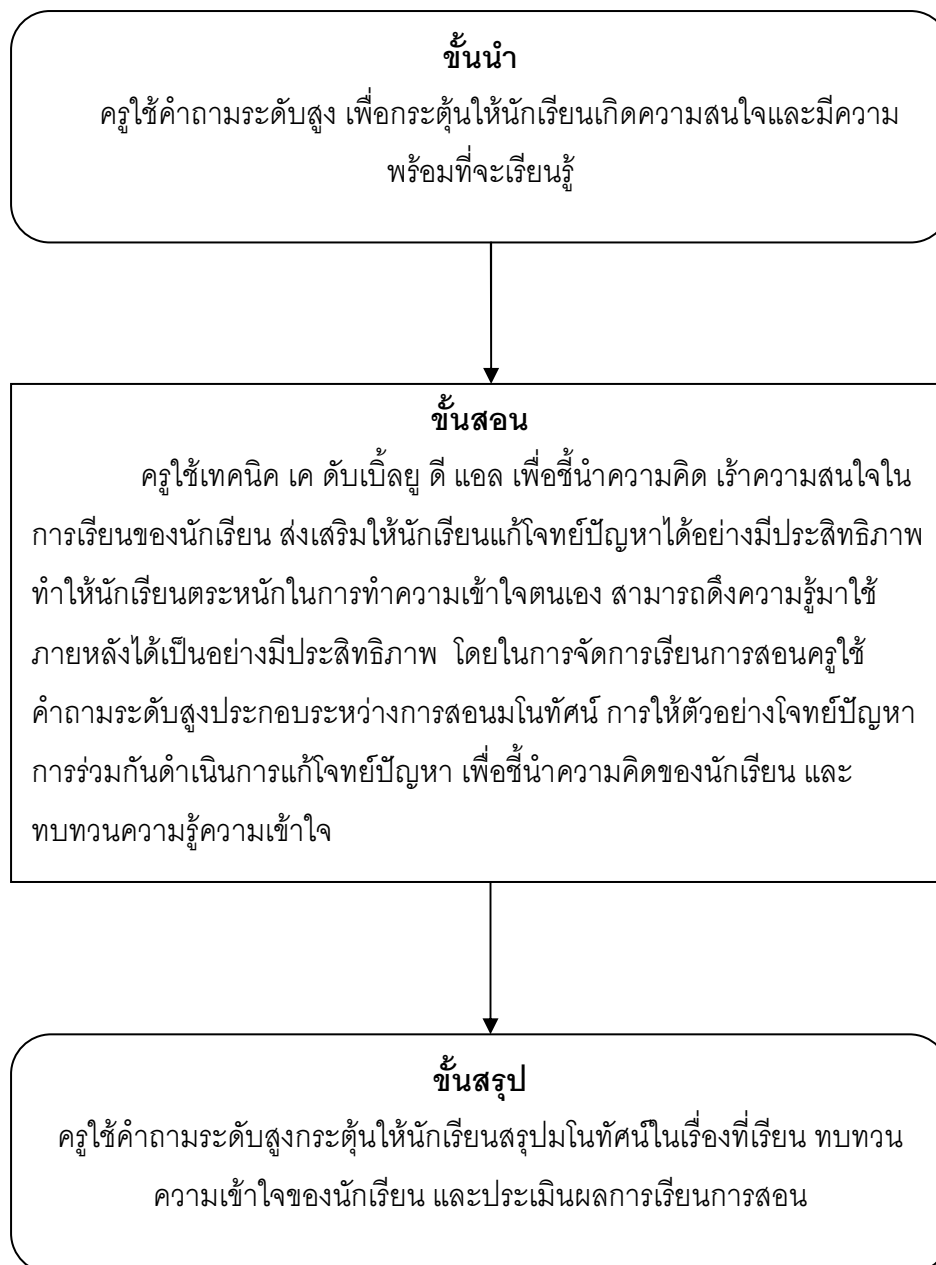
ตารางที่ 7 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

<p>กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง)</p>	<p>กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)</p>
<p>ชั้นนำ</p> <p>ครูนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความพร้อมและความกระตือรือร้นในการเรียน</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>ครูดำเนินการสอนตามขั้นตอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาใหม่ และในส่วนของทบทวนโจทย์ปัญหา โดยในระหว่างการสอนครูใช้คำถามระดับสูงประกอบ</p> <p>ขั้นตอน เค (K) นักเรียนระดมความคิดโดยระบุดึงความรู้พื้นฐานหรือระบุข้อมูลพื้นฐานที่นักเรียนมี ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นกระตุ้นให้วิเคราะห์และอภิปรายเกี่ยวกับข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหา</p> <p>ขั้นตอน ดับเบิลยู (W) นักเรียนระบุสิ่งที่อยากรู้หรือต้องการค้นหาคำตอบ ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ ตั้งข้อสงสัยรวมถึงการค้นหาคำตอบ และการวางแผนการแก้ปัญหา</p>	<p>ชั้นนำ</p> <p>ครูยกสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน โดยครูสนทนากับนักเรียนเพื่อสร้างความสนใจของนักเรียนให้นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นในการเรียน</p> <p>ขั้นสอน</p> <p>ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมที่หลากหลายดังต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> - การนำเสนอทบทวน และยกตัวอย่างเนื้อหาที่สอนโดยใช้การสนทนา และการถามตอบ ประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนได้มีทัศนคติในเรื่องที่เรียน - การให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือสอบถามหากเกิดความไม่เข้าใจ หากนักเรียนเข้าใจในระดับหนึ่งครูให้นักเรียนร่วมกัน

ตารางที่ 7 เปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม (ต่อ)

<p>กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และ การใช้คำถามระดับสูง)</p>	<p>กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)</p>
<p>ขั้นตอน ดี (D) นักเรียนดำเนินการเพื่อหาคำตอบในสิ่งที่นักเรียนอยากรู้ โดยครูดำเนินการสอนเนื้อหาใหม่ในเรื่องที่นักเรียนอยากรู้หรือร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์และเรียนรู้โมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องที่เรียน พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีการดำเนินการเพื่อหาคำตอบ</p> <p>ขั้นตอน แอล (L) นักเรียนได้ค้นหาข้อสรุปเกี่ยวกับโมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนหรือนักเรียนอธิบายคำตอบและตรวจคำตอบ ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสรุปโมโนทัศน์ที่สำคัญ อภิปรายเกี่ยวกับคำตอบที่ได้และตรวจสอบคำตอบ</p> <p>ขั้นสรุป</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปสาระสำคัญในเรื่องที่เรียนลงสมุด ครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นและชี้นำความคิดให้นักเรียนสรุปสาระสำคัญ ทบทวนความรู้ความเข้าใจ ชี้แนวทางการอภิปรายและประเมินผลการเรียนการสอน พร้อมทั้งให้นักเรียนทำใบงาน และเอกสารฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้</p>	<p>ยกตัวอย่าง และร่วมกันอภิปรายเพื่อแก้ปัญหา นั้น ๆ โดยครูอธิบายเพิ่มเติมหากนักเรียนยังไม่เข้าใจในส่วใด</p> <ul style="list-style-type: none"> - การให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดหรือกำหนดสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลโดยอาจแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ โดยครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัย - การขออาสาสมัครจากนักเรียนในการอธิบายให้นักเรียนร่วมชั้นเรียนฟังเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้นโดยให้นักเรียนที่มีวิธีในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกไปมานำเสนอหน้าชั้นเรียน - การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับโมโนทัศน์ที่เรียน และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาคำตอบ - การให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย <p>ขั้นสรุป</p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปโมโนทัศน์ที่เรียน นักเรียนจดโมโนทัศน์ที่ตนร่วมสรุปนั้นลงในสมุดเป็นภาษาของตนเอง จากนั้นนักเรียนทำใบงาน และเอกสารฝึกทักษะประจำหน่วยการเรียนรู้</p>

**สรุปลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง**



ภาพที่ 4 การสรุปลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมี

ทั้งหมด 2 ชุด คือ

- ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนการทดลองและนำคะแนนที่ได้ไปปรับแต่งความแตกต่างของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน โดยผู้วิจัยเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ คือ เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

- ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนหลังการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบชนิดอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1.2 ศึกษาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และอัตราส่วน และร้อยละ จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และอัตราส่วนและร้อยละ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 และกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.1.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- ชุดที่ 1 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน) โดยมี

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

- ชุดที่ 2 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ ชนิดอัตนัยจำนวน 8 ข้อ (ใช้จริง 5 ข้อ ข้อละ 14 คะแนน) โดยในแต่ละข้อจะประกอบไปด้วย การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ คือ

ตารางที่ 8 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1. การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา คะแนนเต็ม 4 คะแนน

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ	คะแนน
การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
- ระบุว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างได้ถูกต้องสมบูรณ์	2
- ระบุว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
- ระบุว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารระบุได้เลยว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้	0
การระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องครบถ้วน	2
- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุได้เลยว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร	0

2. การวางแผนการแก้ปัญหา คะแนนเต็ม 2 คะแนน

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ	คะแนน
การวางแผนการแก้ปัญหา	
- แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	2
- แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาเพียงบางส่วน	1
- แสดงขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง	0

3. การดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบ คะแนนเต็ม 6 คะแนน

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ	คะแนน
การดำเนินการแก้ปัญหา	
- เขียนในรูปสัญลักษณ์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการได้ถูกต้อง	4
- เขียนในรูปสัญลักษณ์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	3
- เขียนในรูปสัญลักษณ์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง แต่ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง	2
- เขียนในรูปสัญลักษณ์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้เพียงบางส่วน และดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง	1
- เขียนในรูปสัญลักษณ์และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไม่ได้ถูกต้อง และดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง	0
การสรุปคำตอบ	
- สรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน	2
- สรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
- สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปคำตอบ	0

4. การตรวจสอบคำตอบ คะแนนเต็ม 2 คะแนน

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ	คะแนน
การตรวจสอบคำตอบ	
- ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์	2
- ตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์	1
- ตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตรวจสอบเลย	0

2.1.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างเนื้อหา กับ จุดประสงค์การเรียนรู้ ความชัดเจนของภาษา และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

2.1.5.1 ควรปรับปรุงภาษาของคำถาม อาจทำให้นักเรียนทำผิดและไม่เข้าใจภาษามากกว่าจะผิดเพราะไม่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เช่น

โจทย์เดิม "ชายผู้หนึ่งแบ่งเงิน 76,000 บาท ให้แก่บุตรสามคนดังนี้ บุตรคนโตได้ 5 บาท บุตรคนกลางจะได้ 3 บาท ถ้าบุตรคนกลางได้ 4 บาท บุตรคนเล็กจะได้ 2 บาท จงหาว่าบุตรคนเล็กได้รับเงินส่วนแบ่งน้อยกว่าบุตรคนโตเป็นจำนวนเงินเท่าไร"

แก้ไขเป็น "ชายผู้หนึ่งแบ่งเงิน 76,000 บาท ให้แก่บุตรสามคนด้วยอัตราส่วนดังนี้ ถ้าบุตรคนโตได้เงิน 5 บาท บุตรคนกลางจะได้รับเงิน 3 บาท ถ้าบุตรคนกลางได้เงิน 4 บาท บุตรคนเล็กจะได้เงิน 2 บาท จงหาว่าบุตรคนเล็กได้รับเงินส่วนแบ่งน้อยกว่าบุตรคนโตเป็นจำนวนเงินเท่าไร"

โจทย์เดิม "เศษสองส่วนสามของส่วนที่เจริญมีอายุมากกว่าจรรยาเท่ากับ 12 ถ้าจรรยาอายุ 20 ปี เจริญจะมีอายุกี่ปี"

แก้ไขเป็น "เศษสองส่วนสามของอายุเจริญที่มากกว่าจรรยาเท่ากับ 12 ปี ถ้าจรรยาอายุ 20 ปี เจริญจะมีอายุกี่ปี"

2.1.5.2 ควรปรับปรุงคำถามให้สมบูรณ์ ไม่ควรมีคำซ้ำจนมากเกินไป เช่น

- โจทย์เดิม "สุเทพเป็นคนรักสัตว์ เขาเลี้ยงแมวและนกซึ่งถ้านับจำนวนของสัตว์รวมกันได้ทั้งหมด 20 ตัว และนับขา รวมกันได้ 70 ขา สุเทพเลี้ยงแมวและนกไว้อย่างละกี่ตัว นักเรียนสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง"
- แก้ไขเป็น "สุเทพเป็นคนรักสัตว์ เขาเลี้ยงแมวและนกซึ่งถ้านับจำนวนของสัตว์รวมกันได้ทั้งหมด 20 ตัว และนับขา รวมกันได้ 70 ขา สุเทพเลี้ยงแมวและนกไว้อย่างละกี่ตัว นักเรียนสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เมื่อกำหนดให้ x เป็น จำนวนแมวที่สุเทพเลี้ยงไว้(ตัว)"
- โจทย์เดิม "ร้านขายขนมไทยแห่งหนึ่งรับขนมไทยจากผู้ผลิตมาขายเป็นงวดๆ โดยขนมที่ขายมีดังนี้ ขนมกลีบลำดวน ขนมจ่ามงกุฎ และขนมทองเอก โดยมีเงื่อนไขในการรับขนมมาขายดังนี้ รับขนมกลีบลำดวนทุกๆ 2 วัน รับขนมจ่ามงกุฎทุกๆ 3 วัน รับขนมทองเอกทุกๆ 4 วัน โดยมีข้อตกลงกับผู้ผลิตว่าเมื่อมาส่งขนมใหม่จะรับขนมเก่าที่เหลือกลับไป ตักไปซื้อขนมที่ร้านนี้ในวันที่ 1 มกราคม ซึ่งตรงกับวันที่ร้านรับขนมทั้งสามชนิดมาพร้อมกันพอดี อยากรทราบว่าตักควรไปซื้อขนมร้านนี้ครั้งต่อไปเร็วที่สุดเมื่อใดถึงจะได้ขนมที่มาส่งใหม่ทั้ง 3 ชนิด"
- แก้ไขเป็น "คุณย่าเปิดร้านขายขนมไทยโดยรับขนมไทยจากผู้ผลิตมาขายเป็นงวดๆ ดังนี้ รับขนมกลีบลำดวนทุกๆ 2 วัน รับขนมจ่ามงกุฎทุกๆ 3 วัน รับขนมทองเอกทุกๆ 4 วัน โดยมีข้อตกลงกับผู้ผลิตว่าเมื่อมาส่งขนมใหม่จะรับขนมเก่าที่เหลือกลับไป ตักไปซื้อขนมที่ร้านนี้ในวันที่ 1 มกราคม ซึ่งตรงกับวันที่ร้านรับขนมทั้งสามชนิดมาพร้อมกันพอดี อยากรทราบว่าตักควรไปซื้อขนมร้านนี้ครั้งต่อไปเร็วที่สุดเมื่อใดถึงจะได้ขนมที่มาส่งใหม่ทั้ง 3 ชนิด"
- 2.1.5.3 ควรปรับปรุงตัวเลือกให้สอดคล้องกับคำถาม เช่น
- โจทย์เดิม "เลขสองจำนวนคูณกันได้ 112 ถ้า ห.ร.ม. ของเลขสองจำนวนนี้เป็น 7 แล้ว ค.ร.น. ของเลขสองจำนวนนี้เป็นเท่าใด
- ก. 16 ข. 36 ค. 72 ง. 112"
- โดยปรับให้มีตัวเลือกวงดังนี้
- แก้ไขเป็น "จำนวนสองจำนวนคูณกันได้ 112 ถ้า ห.ร.ม. ของจำนวนสองจำนวนนี้เป็น 7 แล้ว ค.ร.น. ของจำนวนสองจำนวนนี้เป็นเท่าใด
- ก. 16 ข. 72 ค. 112 ง. 784"

2.1.5.4 ข้อสอบบางข้อง่ายเกินไปอาจจะทำให้ไม่มีอำนาจ

จำแนก เช่น

โจทย์เดิม "เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดา"

แก้ไขเป็น "เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี อยากทราบว่าอีก 10 ปีข้างหน้าบิดาอายุเท่าไร"

2.1.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้ง

2 ชุดที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา และผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้โดย

- ทดลองใช้ชุดที่ 1 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดนครปฐม จำนวน 60 คน
- ทดลองใช้ชุดที่ 2 กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดนครปฐม จำนวน 60 คน

2.1.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้ง

2 ชุดของนักเรียน มาตรวจให้คะแนน

- ชุดที่ 1 นำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ ตามข้อ 2.1.4 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formula – 20: KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson) โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยากง่าย (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.83
ค่าความยากง่าย (p)	0.25 - 0.83
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.18 - 0.94

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r)

เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 39 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์และครอบคลุมตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 30 ข้อ เพื่อเป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.94
ค่าความยากง่าย (p)	0.25 - 0.79

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.23 - 0.96

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 207)

- ชุดที่ 2 นำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ ตามข้อ 2.1.4 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของวิทท์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความยากง่าย (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง 0.89

ค่าความยากง่าย (p) 0.45 - 0.59

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.51 - 0.72

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 7 ข้อ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์และครอบคลุมตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 5 ข้อ เพื่อเป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง 0.92

ค่าความยากง่าย (p) 0.52 - 0.57

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.54 - 0.67

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 211)

2.1.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งสองชุดที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดและครอบคลุมตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนต่อไปนี้ทั้งสองชุด (คู่ขนานกัน)

2.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่
เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.2.2 ศึกษาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ
จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์
การเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 และกำหนดอัตราส่วนจำนวน
ข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสอง
ชุดเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนชุดละ 45 ข้อ ตามตาราง
วิเคราะห์ข้อสอบในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับการวัดประเมินผล
ของ วิลสัน (Wilson, 1971) โดยจำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ(Computation) หมายถึง
ความสามารถในการระลึกถึงความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว และความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ

ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึง ความสามารถในการนำ
ความรู้ที่รู้อยู่แล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุป
ความ และขยายความได้

การนำไปใช้ (Application) หมายถึง การคิดแก้ปัญหาโดยการนำความรู้
กฎ สูตร ทฤษฎี หลักการ วิธีการ ตลอดจนเทคนิคต่างๆ ที่ได้เรียนรู้ออกไปประยุกต์ใช้ใน
สถานการณ์ที่แปลกใหม่ออกไป

การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาหาส่วน
ที่สำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนที่สำคัญ และหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน
เพื่อแก้ปัญหาที่แปลกกว่าปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ถ้าตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบผิด
หรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

2.2.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด
ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำมาปรับปรุง
แก้ไข แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้อง
ระหว่างสาระการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้ ความคู่ขนานของข้อสอบ ความชัดเจนของภาษา

และให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

2.2.5.1 ควรตรวจสอบความสอดคล้องของระดับพฤติกรรม

ด้านพุทธิพิสัยของข้อสอบในแต่ละข้อ และแก้ไขให้ถูกต้อง เช่น

โจทย์เดิม

"ข้อความใดต่อไปนี้เป็นอัตราส่วน

ก. ส้ม 10 ผล ราคา 25 บาท

ข. ชายคนหนึ่งเดินทางไปตลาดใช้เวลา 15 นาที

ค. ปากกา 3 ด้าม ราคา 18 บาท

ง. โต๊ะหนึ่งตัวสำหรับนักเรียนนั่งได้ 6 คน "

ความจำ

จากเดิมเป็นการวัดพฤติกรรมในระดับความเข้าใจ แก้ไขเป็นระดับความรู้

2.2.5.2 จำนวนข้อสอบในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ต้อง

สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้และจำนวนคาบที่ปฏิบัติการสอน

2.2.5.3 ควรปรับปรุงภาษาที่ใช้ในการตั้งคำถามให้มีความ

ชัดเจนมากขึ้น เช่น

โจทย์เดิม

"ข้อใดเขียนอยู่ในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำไม่ถูกต้อง

ก. $49 : 98 = 1 : 2$

ข. $\frac{1.8}{6} = \frac{3}{10}$

ค. $\frac{51}{34} = \frac{3}{2}$

ง. $1.6 : 6 = 8 : 3$ "

แก้ไขเป็น

จากโจทย์ไม่เคยมีการนิยามอัตราส่วนอย่างต่ำ ดังนั้นจึงแก้ไขเป็น

"ข้อใดเขียนอยู่ในรูปอัตราส่วนที่เท่ากันไม่ถูกต้อง

ก. $49 : 98 = 1 : 2$

ข. $\frac{1.8}{6} = \frac{3}{10}$

ค. $\frac{51}{34} = \frac{3}{2}$

ง. $1.6 : 6 = 8 : 3$ "

2.2.5.4 ปรับปรุงโจทย์ให้มีความคู่ขนานกันมากขึ้น

โจทย์เดิมชุดที่ 1

"จงหาค่าของ y จากสัดส่วน $\frac{y+5}{5} = \frac{441}{315}$

ก. 2

ข. 5

ค. 7

ง. 9"

โจทย์เดิมชุดที่ 2

"จงหาค่าของ y จากสัดส่วน $\frac{y-2}{5} = \frac{210}{5}$

ก. 10

ข. 12

ค. 14

ง. 16"

จากโจทย์ชุดที่ 1 ใช้วิธีการที่ซับซ้อนกว่า และการคำนวณที่ยากกว่า
ดังนั้นจึงแก้ไขโจทย์เดิมในชุดที่ 2 เป็น

แก้ไขเป็น "จงหาค่าของ y จากสัดส่วน $\frac{y-2}{5} = \frac{210}{105}$
ก. 10 ข. 12 ค. 14 ง. 16"

โจทย์เดิมชุดที่ 1 "จำนวนในข้อใดเป็นร้อยละ 1.5 ของ 350
ก. 52.5 ข. 5.25 ค. 0.525 ง. 0.0525"

โจทย์เดิมชุดที่ 2 "จำนวนในข้อใดเป็น 72% ของ 125
ก. 82 ข. 90 ค. 94 ง. 102 "

จากโจทย์ชุดที่ 1 ใช้ตัวเลขเป็นทศนิยม แต่ชุดที่ 2 ใช้เป็นจำนวนเต็ม
ดังนั้นจึงแก้ไขโจทย์เดิมในชุดที่ 1 เป็น

แก้ไขเป็น "จำนวนในข้อใดเป็นร้อยละ 15 ของ 350
ก. 52.5 ข. 5.25 ค. 0.525 ง. 0.0525"

2.2.5.5 ปรับปรุงข้อความในคำถามให้เหมาะสมกับระดับและ

วัยของนักเรียน

โจทย์เดิม "เหล้าองุ่น 150 ลิตร มีเหล้าองุ่นแท้ 65% นอกนั้นเป็นน้ำ จะต้องนำเหล้าองุ่นแท้
เติมลงไปกี่ลิตร อัตราส่วนของความเข้มข้นของเหล้าองุ่นจึงจะเป็น 85%"

แก้ไขเป็น "น้ำองุ่น 150 ลิตร มีน้ำองุ่นแท้ 65% นอกนั้นเป็นน้ำ จะต้องนำน้ำองุ่นแท้เติมลงไป
กี่ลิตร อัตราส่วนของความเข้มข้นของน้ำองุ่นจึงจะเป็น 85%"

2.2.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสองชุด
ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้ โดยนำไป
ทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย สังกัดสำนักงานคณะกรรมการ
การศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดนครปฐม จำนวน 60 คน โดยให้นักเรียนทำคนละ 2 ชุดคู่ขนานกัน
และให้นักเรียนทำให้เสร็จภายในวันเดียว

2.2.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งสองชุด
ของนักเรียน มาตรวจให้คะแนน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ถ้าตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน ถ้า
ตอบผิดหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเที่ยง
(Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formula –
20: KR – 20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป แล้วนำมาวิเคราะห์ หาค่า
ความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของจอห์นสัน (Johnson)

โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยากง่าย (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง	0.83
ค่าความยากง่าย (p)	0.03 - 0.98
ค่าอำนาจจำแนก (r)	-0.06 - 0.87
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง	0.75
ค่าความยากง่าย (p)	0.01 - 0.98
ค่าอำนาจจำแนก (r)	-0.05 - 0.72

โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และมีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกระหว่างชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ใกล้เคียงกันซึ่งหมายถึงมีความเป็นคู่ขนาน จำนวน 21 ข้อ และไม่เป็นไปตามเงื่อนไข 24 ข้อ ผู้วิจัยจึงปรับปรุงข้อสอบที่ยังไม่ได้คุณภาพตามเกณฑ์ โดยปรับสำนวนภาษาให้ชัดเจน ปรับโจทย์ที่ง่ายไปให้ยากขึ้น ปรับโจทย์ที่ยากให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น และสลับตัวเลือกในบางข้อ แล้วนำไปทดลองครั้งที่ 2

2.2.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุดที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วจำนวน 45 ข้อ ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 โดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดนครปฐม จำนวน 60 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและนักเรียนได้เรียนเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละมาแล้ว โดยให้นักเรียนทำคนละ 2 ชุดคู่ขนานกัน และให้นักเรียนทำให้เสร็จภายในวันเดียว ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพข้อสอบดังนี้

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง	0.91
ค่าความยากง่าย (p)	0.20 - 0.98
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.35 - 0.96
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง	0.90
ค่าความยากง่าย (p)	0.21 - 0.81

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.38 - 0.95

ได้ข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และมีค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกระหว่างชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ใกล้เคียงกันซึ่งหมายถึงมีความเป็นคู่ขนาน จำนวน 39 ข้อ ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ และตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพสูงสุดตามเกณฑ์จำนวน 30 ข้อ

2.2.9 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เป็นไปตามเกณฑ์ ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ และตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบดังนี้

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.93

ค่าความยากง่าย (p) 0.20 - 0.70

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.35 - 0.96

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.91

ค่าความยากง่าย (p) 0.21 - 0.72

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.40 - 0.95

(ดูรายละเอียดในภาคผนวก จ หน้า 218)

2.2.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ และตารางวิเคราะห์พฤติกรรมในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตัวเอง โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ และขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.2 ผู้วิจัยเตรียมสื่อ อุปกรณ์ เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล จากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย อำเภอเมืองนครปฐม จังหวัดนครปฐม สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 จัดกลุ่มตัวอย่างตามวิธีการที่กล่าวถึงในการกำหนดประชากร และกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองห้อง ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 แล้วนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ซึ่งห้อง ม.2/4 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 18.26 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 5.040 และห้อง ม.2/5 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 18.52 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 4.878 จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ทั้งสองห้องด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้ง

สองห้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 204)

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองชนิดที่เตรียมไว้

2.4 ผู้วิจัยทำการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 คาบต่อสัปดาห์ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 รวมระยะเวลาในการสอน 4 สัปดาห์ ตั้งแต่วันที่ 6 มิถุนายน 2554 จนถึง 1 กรกฎาคม 2554 โดยสอนตามชั่วโมงปกติที่ทางโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัยได้จัดไว้สำหรับการเรียนการสอนในเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ในระหว่างการสอนผู้วิจัยทำการเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากใบกิจกรรมใบงาน และเอกสารฝึกหัด เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์หาพัฒนาการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.5 เมื่อดำเนินการทดลองสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครบ 12 คาบแล้ว ผู้วิจัยจะดำเนินการทดสอบหลังการทดลอง โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

2.6 เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 2 สัปดาห์ ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น (ซึ่งคู่ขนานกับฉบับแรก) มาทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดิมเพื่อวัดความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

2.7 ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนน และทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งชุดที่ 1 และชุดที่ 2 มาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Sciences: SPSS) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้จากกลุ่มทดลอง โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตโดยการทดสอบค่าที (t-test)

3. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลองทันทีจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตโดยการทดสอบค่าที (t-test)

4. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบหลังการทดลอง 2 สัปดาห์จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยตัวแปรร่วม (Covariate) คือคะแนนสอบหลังการทดลองทันทีจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

5. วิเคราะห์ข้อมูลภูมิหลังของนักเรียน และผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1.1 การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบทดสอบ (Test Analysis Program: TAP Version 6.63) ที่พัฒนาขึ้นโดย Brooks (2003) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก <http://watpon.com> [2010.Sep29]

1.2 การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย (B – Index and Non 0 – 1 Method Item Analysis Program) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก <http://61.7.241.228/anal/> [2010.Dec 21]

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูล โดย

2.1 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X})

2.2 การหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2.3 การหาความแปรปรวน

2.4 การวิเคราะห์ค่าที (t-test)

2.5 การวิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test)

2.6 เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA)

คำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนคือ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยในแต่ละส่วนประกอบไปด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับ ภูมิหลังของนักเรียน และผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

โดยการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษาคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สามารถสรุปผลได้ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 70 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{X}	S.D.	$\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$
กลุ่มทดลอง	39	49.21	9.395	70.30
กลุ่มควบคุม	40	41.25	6.770	58.93

จากตารางที่ 9 ผลปรากฏว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติเท่ากับ 7.96 โดยที่ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเท่ากับ 70.30 และค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\bar{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของนักเรียนกลุ่มควบคุมมีค่าเท่ากับ 58.93 ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคเค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถาม

ระดับสูง และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ

จากนั้นผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สามารถสรุปผลได้ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t - test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 70 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{X}	S.D.	F	t
กลุ่มทดลอง	39	49.21	9.395	8.002	4.308*
กลุ่มควบคุม	40	41.25	6.770		

*p< .05

จากตารางที่ 10 ผลปรากฏว่า จากการทดสอบค่าที (t - test independent) พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จากการศึกษาคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สามารถแสดงผลดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t - test) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที ระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{X}	S.D.	F	t
กลุ่มทดลอง	39	19.08	4.355	1.278	3.025*
กลุ่มควบคุม	40	16.30	3.791		

*p < .05

จากตารางที่ 11 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติเท่ากับ 2.78 และจากการทดสอบค่าที (t - test independent) พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากนั้นผู้วิจัยเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ เนื่องจากในการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความแตกต่างกัน ดังนั้นในการวิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยตัวแปรร่วม(Covariate) คือคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที สรุปผลได้ดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนหลังการทดลอง		คะแนนที่ปรับแล้ว		F
		2 สัปดาห์				
		\bar{X}	S.D.	\bar{X}	S.D.	
กลุ่มทดลอง	39	19.51	4.167	18.24	0.264	0.008
กลุ่มควบคุม	40	17.03	3.893	18.27	0.260	

*p< .05

จากตารางที่ 12 ผลปรากฏว่า จากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีความแปรปรวนของความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ตอนที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับ ภูมิหลังของนักเรียน และผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

โดยวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. ภูมิหลังของนักเรียน
2. ผลการวิเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

1. ภูมิหลังของนักเรียน

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนโรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัยเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่ จากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ (O-NET) ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2553 พบว่า นักเรียนช่วงชั้นที่ 3 มีค่ามัธยฐานคณิต เท่ากับ 24.18 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 12.36 ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โดยที่นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงคือนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2/4 นักเรียนส่วนใหญ่ในห้องเรียนนี้ผู้ปกครองประกอบอาชีพค้าขายคิดเป็น 30.77% อาชีพข้าราชการคิดเป็น 25.64% และอาชีพเกษตรกรรมคิดเป็น 17.95% ตามลำดับ จากการสำรวจพบว่านักเรียนส่วนใหญ่พักอาศัยอยู่กับบิดามารดาคิดเป็น 61.51% ญาติพี่น้องคิดเป็น 23.08% และอยู่หอพักทั้งในโรงเรียนและนอกโรงเรียนคิดเป็น 15.38% ตามลำดับ จากการสังเกตลักษณะโดยทั่วไปของนักเรียนผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมในการเรียนอยู่ในเกณฑ์ที่ดี มีความกระตือรือร้นในการเรียน ตั้งใจเรียน มีความขยันหมั่นเพียร และมีมารยาทที่ดี ซึ่งต่างจากนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ นักเรียนบางส่วนช่างคุย และไม่ให้ความสนใจขณะครูสอน โดยที่นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมส่วนใหญ่จะขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนและการคิด

ค่านิยม เช่น การบวกลบเศษส่วน การทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ การหารทศนิยม การหาตัวหารร่วมมาก ตัวคูณร่วมน้อย และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. ผลการวิเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ผู้วิจัยพบข้อสังเกตในการดำเนินการจัดกิจกรรมในแต่ละขั้นตอน โดยที่เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สามารถใช้ในการจัดการเรียนการสอนในชั้นสอน และใช้เป็นขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อีกด้วย ดังนั้นผู้วิจัยจึงแยกพิจารณาเป็นสองกรณีคือ ในชั้นสอน และในขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำเสนอเรียงตามลำดับขั้นตอนของเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ดังนี้

ชั้นสอน

ขั้นตอน เค (K) ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สนับสนุนให้นักเรียนระดมความคิด โดยระบุถึงความรู้พื้นฐาน โดยครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็น กระตุ้นให้วิเคราะห์ ซึ่งจะช่วยให้กระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงความรู้พื้นฐานที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในช่วงก่อนหน้านี้ ซึ่งจะใช้เป็นส่วนสำคัญของคาบที่ครูกำลังจะสอน โดยในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยต้องใช้เวลาส่วนหนึ่งในการทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็น เนื่องจากนักเรียนลืมมโนทัศน์ที่สำคัญหรือยังไม่เข้าใจเนื้อหาในคาบที่ผ่านมาซึ่งเป็นพื้นฐานในเรื่องที่ครูจะสอนต่อไป ซึ่งในบางคาบเรียนอาจจะใช้เวลาในขั้นตอนนี้นานเป็นพิเศษเพราะนักเรียนบางคนอาจจะยังไม่เข้าใจเนื้อหาในเรื่องที่เรียนเมื่อคาบที่ผ่านมา หลังจากที่นักเรียนกลับไปทำการบ้านแล้วพบปัญหาหรือข้อสงสัยนักเรียนจะเก็บคำถามนั้นมาถามผู้วิจัยภายในชั่วโมงเรียน ซึ่งการใช้คำถามระดับสูงจะช่วยกระตุ้นความจำของนักเรียน และทำให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ในเรื่องที่ผ่านมาได้ดียิ่งขึ้น



ภาพที่ 5 บรรยากาศในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ในขั้นตอน เค (K) ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10

ขั้นตอน ดับเบิ้ลยู (W) ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่นักเรียนระบุสิ่งที่อยากรู้หรือต้องการค้นหาคำตอบ ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ ตั้งข้อสงสัยรวมถึงการค้นหาคำตอบ ในขั้นตอนนี้ครูจะนำเสนอปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดข้อสงสัยในสิ่งที่เกิดขึ้นและต้องการที่จะค้นหาคำตอบนั้นๆ จากนั้นก็ให้นักเรียนร่วมกันระบุสิ่งที่นักเรียนต้องการรู้ ในขั้นนี้ผู้วิจัยพบว่า เป็นขั้นตอนที่ยากขั้นตอนหนึ่งที่จะกระตุ้นให้นักเรียนเกิดข้อสงสัยในสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็น ซึ่งนักเรียนในห้องเรียนจะไม่พยายามที่จะคาดเดาหรือตั้งข้อสงสัยในสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็น ทำให้ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยจะต้องใช้เวลามากพอสมควร วิธีการหนึ่งที่ผู้วิจัยใช้ในการทำให้นักเรียนสนใจในขั้นตอนนี้คือการให้นักเรียนทำกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับข้อสงสัยนั้นๆ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมผ่านอุปกรณ์ที่ผู้วิจัยจัดเตรียมไว้จะทำให้นักเรียนชอบและสนุกสนาน ทำให้นักเรียนอยากเรียน และค้นหาข้อสงสัยได้ดียิ่งขึ้น อย่างเช่นกิจกรรมอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยให้นักเรียนตัดกระดาษแล้วหาพื้นที่ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 แต่ในบางครั้งผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อให้เกิดข้อสงสัยนักเรียนส่วนใหญ่มักสนใจแต่การทำกิจกรรมแต่ไม่พยายามที่จะตั้งข้อสงสัยในสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็น ดังนั้นผู้วิจัยจึงต้องอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดข้อสงสัยและเกิดการค้นหาคำตอบ ซึ่งการใช้คำถามระดับสูงช่วยให้นักเรียนเดินตามแนวทางที่ผู้วิจัยต้องการให้นักเรียนพบข้อสงสัยและค้นหาคำตอบ และทำให้นักเรียนคาดการณ์สิ่งที่จะเรียนในคาบเรียนนั้นๆ ได้ถูกต้อง



ภาพที่ 6 การทำกิจกรรมการค้นพบข้อสงสัยเกี่ยวกับปริมาณของพื้นที่กระดาษ 1 ส่วน ใน 2 ส่วน และ 2 ส่วน ใน 4 ส่วน ของแผนการจัดการจัดการการเรียนรู้ที่ 2

ขั้นตอน ดี (D) ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ครูดำเนินการสอนเนื้อหาใหม่ในเรื่องที่นักเรียนอยากรู้ ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์และเรียนรู้ในสิ่งที่เรียน ในขั้นตอนนี้ครูจะเป็นผู้แก้ไขข้อสงสัยที่เกิดขึ้นกับตัวนักเรียนในขั้นตอนที่ผ่านมา โดยครูจะสอนเนื้อหาตามที่ครูได้กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ และใช้คำถามในระดับต่างๆ มีทั้งการใช้คำถามระดับต่ำเพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน และใช้คำถามระดับสูงเพื่อต้องการให้นักเรียนวิเคราะห์และเข้าใจในสิ่งที่เรียนมากขึ้น ผู้วิจัยพบว่าในการใช้คำถามระดับสูงในบางครั้งทำให้นักเรียนไม่เข้าใจในตัวคำถามจึงทำให้นักเรียนตอบผิด หรืออาจจะงงในคำถาม เช่น "ถ้าครูต้องการหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยให้หลักการคูณหรือหลักการหาร ครูสามารถนำจำนวนทุกจำนวนมาเป็นตัวคูณหรือตัวหารตามหลักการคูณหรือหลักการหารใช่หรือไม่ เพราะอะไร" คำถามระดับสูงคำถามนี้ นักเรียนส่วนใหญ่งงกับคำถามและไม่เข้าใจคำถามว่าจะให้นักเรียนหาจำนวนมาคูณหรือหาจำนวนมาหารตามหลักการทำให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนบางคนก็แสดงวิธีทำโดยพยายามใช้จำนวนเดียวกันมาคูณและหารอัตราส่วนอัตราส่วนหนึ่งเพื่อหาอัตราส่วนที่เท่ากัน หรือในคำถาม "จากการพิจารณาความสัมพันธ์ของ อัตราส่วน $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$ แล้ว $ad \neq bc$ มีกรณีใดหรือไม่ที่เราไม่นำมาพิจารณา" นักเรียนหลายคนจะงงกับคำว่า "ความสัมพันธ์" เป็นคำที่นักเรียนไม่คุ้นเคย และถามผู้วิจัยว่าความสัมพันธ์หมายถึงอะไร นักเรียนบางคนไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นมาเพื่อใช้แทนจำนวนใดๆ ผู้วิจัยจึงเขียน

เป็นจำนวนให้นักเรียนดูในรูปของความสัมพันธ์ดังกล่าวนักเรียนถึงจะตอบคำถามได้ ดังนั้นในการถามคำถามระดับสูงบางครั้งผู้วิจัยจึงต้องอธิบายถึงความหมายของคำถามให้ชัดเจน ใช้ภาษาที่ง่าย และเหมาะสมกับวัย ในบางคำถามที่ยากหรือซับซ้อนนักเรียนต้องใช้เวลาในการคิด และอภิปรายเพื่อหาคำตอบนานจึงทำให้เสียเวลาในการสอนในแต่ละคาบ ทำให้ผู้วิจัยสอนไม่ทันตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนั้น



ภาพที่ 7 บรรยากาศการเรียนการสอน โดยครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ในเนื้อหาใหม่เรื่องร้อยละ (ดอกเบี๋ย) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11

ขั้นตอน แอล (L) ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่นักเรียนได้ค้นหาข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน ครูใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญ ผู้วิจัยพบว่าในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งเป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะแสดงการอภิปรายและสรุปใจความสำคัญของเนื้อหาที่ได้เรียนไปทั้งหมดในคาบนั้นๆ โดยผู้วิจัยจะใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญ และตรงประเด็น โดยผู้วิจัยให้นักเรียนออกมาพูดอภิปรายหน้าห้อง โดยในการสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มักจะออกมาบอกความหมายของสิ่งที่ได้เรียนไปโดยการออกมาอ่านสิ่งที่นักเรียนได้จดไว้ในขณะที่ผู้วิจัยสอนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญเป็นภาษาของตนเองได้ ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยยกตัวอย่างที่ผิดให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายว่าตัวอย่างนั้นผิดอย่างไร จะเป็นการช่วยให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญได้ดียิ่งขึ้น



ภาพที่ 8 การออกมาอภิปราย และสรุปมโนทัศน์ในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้สัดส่วน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล สามารถนำมาใช้ในขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งในแต่ละขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากใบกิจกรรมใบงาน เอกสารฝึกทักษะ ผู้วิจัยพบประเด็นที่น่าสนใจดังนี้

ขั้นตอน เค (K) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ ในขั้นตอนนี้ถือว่าเป็นขั้นตอนที่ง่ายต่อนักเรียนเพราะนักเรียนเขียนข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดมาให้ทั้งหมดลงในขั้นตอนนี้ ผู้วิจัยตั้งข้อสังเกตว่า นักเรียนบางคนเขียนข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ครบถ้วน หรือเข้าใจความหมายของโจทย์ที่ผิด หรือนักเรียนเขียนประโยคเหมือนกับโจทย์ที่กำหนดมาให้เลย แต่จัดว่าเป็นส่วนน้อยเพราะนักเรียนส่วนใหญ่จะเขียนได้ถูกต้อง และมีการเขียนเรียงเรียงเป็นภาษาของตนเอง ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาในห้องเรียนการใช้คำถามระดับสูงในขั้นตอนนี้อาจจะไม่จำเป็นมากนักส่วนมากจะเป็นการใช้เพียงคำถามระดับต่ำมากกว่า

- ชายผู้หนึ่งแบ่งเงิน 76,000 บาท ให้แก่บุตรสามคนด้วยอัตราส่วนดังนี้ ถ้าบุตรคนโตได้เงิน 5 บาท บุตรคนกลางจะได้รับเงิน 3 บาท ถ้าบุตรคนกลางได้เงิน 4 บาท บุตรคนเล็กจะได้เงิน 2 บาท จงหาว่าบุตรคนเล็กได้รับเงินส่วนแบ่งน้อยกว่าบุตรคนโตเป็นจำนวนเงินเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

ชายผู้หนึ่งแบ่งเงิน 76,000 บาท ให้บุตร 3 คน คนโต 5 บาท
คนกลาง 3 บาท บุตรคนกลาง 4 บาท บุตรคนเล็ก 2 บาท 5:3, 4:2

1. ชายผู้หนึ่งแบ่งเงิน 76,000 บาท ให้แก่บุตรสามคนด้วยอัตราส่วนดังนี้ ถ้าบุตรคนโตได้เงิน 5 บาท บุตรคนกลางจะได้รับเงิน 3 บาท ถ้าบุตรคนกลางได้เงิน 4 บาท บุตรคนเล็กจะได้อะไร จงหาว่าบุตรคนเล็กได้รับเงินส่วนแบ่งน้อยกว่าบุตรคนโตเป็นจำนวนเงินเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

แบ่งเงิน 76000 บาท ให้สามคนด้วยอัตราส่วนดังนี้ ถ้าคนโตได้เงิน 5 บาท

(2)

1. ชายผู้หนึ่งแบ่งเงิน 76,000 บาท ให้แก่บุตรสามคนด้วยอัตราส่วนดังนี้ ถ้าบุตรคนโตได้เงิน 5 บาท บุตรคนกลางจะได้รับเงิน 3 บาท ถ้าบุตรคนกลางได้เงิน 4 บาท บุตรคนเล็กจะได้อะไร จงหาว่าบุตรคนเล็กได้รับเงินส่วนแบ่งน้อยกว่าบุตรคนโตเป็นจำนวนเงินเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

แบ่งเงินให้สามคน ถ้าคนโตได้ 5 บาท คนกลางได้ 3 บาท

ถ้าคนกลางได้ 4 บาท คนเล็กได้ 2 บาท

(3)

ภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างของการตอบคำถามในขั้นตอน เค (K)

จากภาพที่ 9 แสดงตัวอย่างของการตอบคำถามในขั้นตอน เค (K) นั่นคือ "สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้" พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามในขั้นตอนนี้ได้ถูกต้อง โดยที่นักเรียนจะเขียนข้อความที่คล้ายกับโจทย์ปัญหาที่กำหนดมาให้ ดังภาพที่ 9(2) นักเรียนบางคนสามารถเขียนเป็นภาษาของตนเองเพื่อแสดงความเข้าใจโจทย์ปัญหา ดังภาพที่ 9(1) และมีนักเรียนบางส่วนที่เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ครบถ้วน ดังภาพที่ 9(3)

ขั้นตอน ดับเบิ้ลยู (W) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการค้นหา คำตอบ รวมทั้งการวางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง โดยเฉพาะการวางแผนการแก้ปัญหา เพราะการวางแผนการแก้ปัญหาจะทำให้นักเรียนรู้ว่าขั้นตอนหรือวิธีการที่จะแก้ปัญหาข้อนี้ได้จำเป็นต้องดำเนินการอย่างไร จึงจะถูกต้องที่สุด ในการเรียนครั้งแรกๆ นักเรียนไม่ยอมที่จะเขียนวิธีการวางแผนการแก้ปัญหาเพราะคิดว่าเสียเวลา แต่โจทย์ปัญหาบางข้ออาจจะทำให้นักเรียนทำผิดพลาดเพราะนักเรียนไม่ยอมวางแผนในการแก้ปัญหาเสียก่อน การวางแผนการแก้ปัญหาในบางครั้งคือการขยายความหมายของสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อให้ นักเรียนคำนวณเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง นักเรียนแต่ละคนอาจจะวางแผนการแก้ปัญหาที่

แตกต่างกันตามวิธีที่นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหา แต่ใจความสำคัญของวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนส่วนใหญ่ก็จะคล้ายคลึงกัน ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในห้องเรียนชั้นตอนนี้ครูจำเป็นต้องใช้คำถามระดับสูงเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาในแต่ละข้ออย่างเป็นขั้นตอน

ขั้นตอน ดี (D) เป็นขั้นตอนที่ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่นักเรียนดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาตามที่นักเรียนได้วางแผนไว้ในขั้นตอน ดับเบิ้ลยู (W) โดยที่นักเรียนแต่ละคนอาจจะดำเนินการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับกระบวนการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในห้องเรียนชั้นตอนนี้ครูควรใช้คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนแสดงการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งคำถามในขั้นตอนนี้ส่วนมากจะเป็นคำถามที่ให้นักเรียนพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องให้มาและแปลความหมายของคำศัพท์ที่โจทย์กำหนดให้เพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เช่น "ชายเสื้อได้กำไร 20%" ดังนั้นคำถามในขั้นตอนนี้จึงมีทั้งคำถามระดับสูงและคำถามระดับต่ำแล้วแต่ความยากง่ายของโจทย์ปัญหาข้อนั้นๆ

2. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของความยาวด้านเป็น 2 : 5 : 8 ถ้าด้านที่ยาวที่สุดยาว 24 เซนติเมตร สามเหลี่ยมรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่าไร

ขั้นตอน เค(K)	ขั้นตอน ดับเบิ้ลยู(W)	ขั้นตอน ดี (D)
สิ่งที่โจทย์กำหนดมา ให้... 1.	สิ่งที่ โจทย์ต้องการ ทราบ... วางแผนการแก้ปัญหา (วิธีการแก้ปัญหา) 1. 2.	ดำเนินการตาม กระบวนการแก้โจทย์ ปัญหา...

ขั้นตอน เค(K)	ขั้นตอน คับเบิ้ลยู(W)	ขั้นตอน ดี (D)
<p>สิ่งที่โจทย์กำหนดมา</p> <p>ให้ Δ มีอัตราส่วนด้าน ความยาวด้านเป็น $2:3:3$ ด้านยาวที่สุดยาว 24 cm</p>	<p>สิ่งที่โจทย์ต้องการ</p> <p>ทราบ Δ มีอัตราส่วนด้านรูป เท่าไร.....</p> <p>วางแผนการแก้ปัญหา (วิธีการแก้ปัญหา)</p> <p>1. ทวงอัตราส่วนให้ด้านที่ยาว ที่สุดเท่ากับ 24</p> <p>2. หาอัตราส่วนมาหาทุกด้าน</p>	<p>ดำเนินการตาม</p> <p>กระบวนการแก้โจทย์</p> <p>ปัญหา อัตราส่วนความยาว ด้านใน $2:3:3$ ด้านที่ยาว ที่สุดยาว 24 cm $= 2 \times 3:$ $5 \times 3 : 3 \times 3 = 6 : 15 : 24$</p> <p>จะมีความยาวด้านอื่น = $6 + 15 + 24 = 45$</p>

(2)

โจทย์ปัญหา มุม $\triangle ABC$ มีขนาด 75 องศา ด้านแบ่งมุม $\triangle ABC$ ออกเป็น 2 ส่วน โดยให้ขนาดของมุมเป็น อัตราส่วน $2:3$ แต่ละมุมจะมีขนาดกี่องศา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... มุม $\triangle ABC$ มีขนาด 75 องศา / อัตราส่วน $2:3$

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... แต่ละมุมมีขนาดกี่องศา

การวางแผนการแก้ปัญหา... ให้ x, y เป็นอัตราส่วนคือ $2:3$
- เขียนอัตราส่วนจากอัตราส่วนมุม
- หาค่าตัวแปร

ดำเนินการแก้ปัญหา... $\frac{2}{5} = \frac{x}{75}$

$$\frac{2 \times 15}{5 \times 15} = \frac{30}{75}$$

$$x = 30$$

$$\frac{3}{5} = \frac{y}{75}$$

$$\frac{3 \times 15}{5 \times 15} = \frac{45}{75}$$

$$y = 45$$

(3)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... $ABC = 75$ องศา, ABC แบ่งออกเป็น 2 ส่วน = 2:3

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... มุมแต่ละมุมกี่องศา

การวางแผนการแก้ปัญหา... หาส่วนทั้งหมด นาน่า 1 ส่วนเท่าไร นาน่า

ดำเนินการแก้ปัญหา... $2:3 = \frac{2}{5}$ ส่วนทั้งหมด

$\frac{2}{5} \times 75 = 30$ องศา

$\frac{3}{5} \times 75 = 45$ องศา

$\frac{1}{5} \times 75 = 15$ องศา

(4)

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... มุม ABC มีขนาด 75 องศา

ขนาดของมุมเป็นอัตราส่วน 2:3

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ถ้าแบ่งมุมออกเป็นสองส่วนที่อัตราส่วน 2:3 มีขนาดเท่าไร

การวางแผนการแก้ปัญหา... 1. ให้ x เป็นมุม ABD แล้วมุม B มีขนาดเท่าไร มุม AD เป็น $75-x$

2. เขียนสัดส่วนสองอัตราส่วนของมุม ABD ต่อมุม ABC

3. หาค่าตัวแปร

ดำเนินการแก้ปัญหา... อัตราส่วนที่โจทย์กำหนดให้ $\frac{2}{3}$

อัตราส่วนใหม่ $\frac{x}{75-x}$

$\frac{2}{3} = \frac{x}{75-x}$

$2 \times 75 = 3 \times x$

$x = \frac{2 \times 75}{3}$

มุม $x = 30^\circ$

มุม y เป็น $75 - 30 = 45$

(5)

ภาพที่ 10 แสดงตัวอย่างของการตอบคำถามในขั้นตอน ดับเบิลยู (W) และขั้นตอน ดี (D)

จากภาพที่ 10 แสดงตัวอย่างของการตอบคำถามในชั้นตอน ดับเบิลยู (W) และชั้นตอน ดี (D) มีทั้งกรณีที่วางแผนการการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 10(2) และกรณีที่วางแผนการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วนจึงทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 10(1) และเมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างสองชั้นตอนนี้จะพบว่า นักเรียนจะดำเนินการแก้ไขปัญหามาตามทีนักเรียนได้วางแผนการไว้ ซึ่งจะเห็นได้ว่าจะมีรูปแบบของการวางแผนการแก้ปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาย่างหลากหลายวิธี แต่บทสรุปของคำตอบที่นักเรียนหามาได้ยังคงมีคำตอบเช่นเดียวกัน ดังภาพที่ 10(3), 10(4) และ 10(5)

ชั้นตอน แอล (L) เป็นชั้นตอนที่ตรวจสอบคำตอบ ในชั้นตอนนี้เป็นชั้นตอนที่นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้หรือไม่ โดยในการตรวจสอบคำตอบของนักเรียนแต่ละคนอาจจะใช้วิธีการตรวจสอบคำตอบแตกต่างกันออกไป แต่สามารถอธิบายถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้อย่างถูกต้อง ในกลุ่มทดลองส่วนมากจะเขียนและแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ แต่ในกลุ่มควบคุมส่วนมากจะไม่เขียนวิธีการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนหลายคนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบได้เพราะอาจารย์ท่านอื่นไม่เคยสอนวิธีการตรวจสอบคำตอบ และในเอกสารแบบเรียนก็ไม่มีการตรวจสอบคำตอบให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง การตรวจคำตอบถือว่าเป็นสิ่งสำคัญ หลายครั้งที่นักเรียนคิดหาคำตอบมาได้แต่คำตอบนั้นไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ แต่นักเรียนคิดว่าสิ่งที่ตัวเองคิดหามาได้นั้นถูกต้องจึงทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาข้อนั้นผิด ดังนั้นการตรวจคำตอบจึงเป็นการยืนยันว่าเราได้แก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดมาให้ ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในห้องเรียนชั้นตอนนี้ครูใช้คำถามเพื่อที่จะให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับคำตอบ และแสดงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบนั้นๆ ดังนั้นคำถามที่ใช้อาจใช้ทั้งคำถามระดับสูงและคำถามระดับต่ำ

โจทย์ปัญหา มุม ABC มีขนาด 75 องศา ถ้าแบ่งมุม ABC ออกเป็น 2 ส่วน โดยให้ขนาดของมุมเป็น อัตราส่วน 2 : 3 แต่ละมุมจะมีขนาดกี่องศา

คำตอบ อัตราส่วน $x = 30$ องศา อัตราส่วน $y = 45$ องศา

ตรวจสอบคำตอบ $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$

$\frac{2 \times 15}{3 \times 15} = \frac{30}{45}$

(1)

คำตอบ มุม ABD มีขนาด 30° มุม CBD มีขนาด 45°

ตรวจสอบคำตอบ มุม ABD + มุม CBD = มุม ABC
 $30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

(2)

คำตอบ มุมที่ 1 = 30° องศา มุมที่ 2 = 45°

ตรวจสอบคำตอบ มุมมีทั้งหมด 75 องศา

มี 75 องศา = มีทั้งหมด 5 ส่วน = 1 ส่วน = $\frac{75}{5}$

= มุมแรกมี 2 = $2 \times 15 = 30$ องศา

= มุมที่ 2 มี 3 = $3 \times 15 = 45$ องศา

(3)

ภาพที่ 11 แสดงตัวอย่างของการตอบคำถามในชั้นตอน แอล (L)

จากภาพที่ 11 แสดงตัวอย่างของการตอบคำถามในชั้นตอน แอล (L) ซึ่งพบว่า นักเรียนมีการแสดงการตรวจคำตอบอย่างหลากหลายวิธี ดังภาพที่ 11(1), 11(2) และ 11(3) โจทย์ปัญหาข้อเดียวกันแต่นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบได้ 3 วิธี เพื่อพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่นักเรียนหามาได้โดยที่นักเรียนใช้ความรู้พื้นฐานที่นักเรียนมีช่วยในการให้เหตุผล

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
3. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประชากรในการวิจัยเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดนครปฐม

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดนครปฐม มีทั้งหมด 12 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการเลือกนักเรียนห้องที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ใกล้เคียงกันมากที่สุด จำนวน 2 ห้องเรียน คือ นักเรียนชั้น ม.2/4 จำนวน 39 คน และนักเรียนชั้น ม.2/5 จำนวน 40 คน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้อง ด้วยการทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งพบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ของนักเรียนทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยจึงได้จับสลากแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน ได้แก่ นักเรียนชั้น ม.2/4 เป็นกลุ่มทดลอง และนักเรียนชั้น ม.2/5 เป็นกลุ่มควบคุม โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยที่ทั้งสองกลุ่มใช้เวลาในการเรียน 12 คาบ คาบละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งหมดครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้ง 12 แผน แล้วนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำมาแก้ไขปรับปรุงก่อนที่จะนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จริง โดยนำข้อดีและข้อเสียที่พบไปปรับปรุงในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป ส่วนเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้วัดความรู้พื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการทดลอง และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกทั้งสองชุด ชุดละ 30 ข้อ ซึ่งคู่ขนานกัน โดยชุดที่ 1 ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันที และชุดที่ 2 ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากการทดลองเสร็จสิ้นแล้ว 2 สัปดาห์ ซึ่งผ่านการตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความ

คู่ขนานของข้อสอบ และความเหมาะสมด้านภาษาโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้พบว่า มีค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง ดังตารางที่ 13 และตารางที่ 14 ต่อไปนี้

ตารางที่ 13 ค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อสอบ	แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา	
	ชุดที่ 1	ชุดที่ 2
1. ค่าความเที่ยง	0.94	0.92
2. ค่าความยากง่าย (p)	0.25 - 0.79	0.52 - 0.57
3. ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.23 - 0.96	0.54 - 0.67

ตารางที่ 14 ค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อสอบ	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	
	ชุดที่ 1	ชุดที่ 2
1. ค่าความเที่ยง	0.93	0.91
2. ค่าความยากง่าย (p)	0.20 - 0.70	0.21 - 0.72
3. ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.35 - 0.96	0.40 - 0.95

ในขั้นทดลองผู้วิจัยทดสอบความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ก่อนที่จะทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ซึ่งห้อง ม.2/4 และห้อง ม.2/5 มีค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เท่ากับ 18.26 และ 18.52 ตามลำดับ จากนั้นนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องไปทดสอบความ แปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนจากการทำ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองห้องเรียนไม่ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แล้วทดสอบความแตกต่างของค่า

มีช้ชมิเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ด้วยค่าที (t-test) พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยทดลองสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยที่กลุ่มทดลองจะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เมื่อสอนครบตามเนื้อหาที่กำหนดแล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 กับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม หลังจากนั้น 2 สัปดาห์จะทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เพื่อทดสอบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังทดลองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมาคำนวณหาค่ามีช้ชมิเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่ามีช้ชมิเลขคณิตร้อยละ จากนั้นเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยการทดสอบความแตกต่างของค่ามีช้ชมิเลขคณิตโดยการทดสอบค่าที (t-test) และผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมาคำนวณหาค่ามีช้ชมิเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วทดสอบความแตกต่างของค่ามีช้ชมิเลขคณิตโดยการทดสอบค่าที (t-test) ซึ่งพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการทดลองทันทีที่ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน จึงต้องนำคะแนนสอบจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 มาเป็นตัวแปรร่วม (Covariate) ในวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอลและการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ
2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความคงทนในการ เรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) เท่ากับ 49.21 จากคะแนนเต็ม 70 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.30 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐาน ในการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 1 การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ส่งเสริมกระบวนการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงทำให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยที่เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล เป็นเทคนิคการสอนที่ ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องตามวัตถุประสงค์ที่โจทย์ต้องการถามหาคำตอบ (ทัศนชัย เก่งกาลังพล, 2552) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ทัศนชัย เก่งกาลังพล (2553: บทคัดย่อ) ที่ได้ พัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล พบว่า นักเรียนที่ได้ศึกษาจากชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ เค ดับเบิลยู ดี แอล มีคะแนนผลสัมฤทธิ์การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 และการที่ นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ คือร้อยละ 50

ส่วนหนึ่งอาจเป็นผลมาจากการใช้คำถามระดับสูง โดยการใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์เป็นการกระตุ้นที่ดีของครูในการทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาหรือโจทย์ปัญหา ต่างๆ ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ไม่ใช่ให้นักเรียนจำวิธีการคิดแล้วนำไปใช้แก้ปัญหาในลักษณะ เดียวกันหมดแบบแต่ก่อน ครูตรวจสอบแบบนี้ถึงสถานการณ์จริง แล้วใช้คำถามระดับสูงกระตุ้นให้ นักเรียนใช้ความรู้ที่มีอยู่มาเป็นเหตุผลในการสรุปหาคำตอบ (Thomas and Josepha, 1998: 504) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ซึ่งงานวิจัยพบว่า นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทาง พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิไลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูง กว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด สูงกว่าร้อยละ 50 นอกจากนี้ผลการวิจัยยังพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติมีค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) เท่ากับ 41.25 จากคะแนนเต็ม 70 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 58.93 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำคือร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จาก แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เช่นกัน การที่ผลการวิจัยเป็น เช่นนี้อาจเป็นเพราะในขั้นต่างๆของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มตัวอย่าง มีการส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาเหมือนกัน แต่จะแตกต่างกันเพียงวิธีการจัดกิจกรรม การเรียนรู้ และลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่านั้น นอกจากนี้ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างยังได้รับการสอน จากครูผู้สอนคนเดียวกัน ซึ่งอาจส่งผลให้ครูเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาได้ ใกล้เคียงกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของณัฐวี เจริญเกียรติบวร (2539: 58 - 65) ที่ศึกษา ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนและความตระหนักใน เมตาคอนนิชันกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งพบว่า พฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อที่ 2 การที่ ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ส่งเสริมกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดวิเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้ โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยที่เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล จะช่วยชี้นำความคิด และแนวทาง

ในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องนั้นอย่างมีประสิทธิภาพ (วัชรา เล่าเรียนดี, 2553) เช่นเดียวกับ เสาวนีย์ บุญแก้ว (2553: 39) ได้กล่าวถึงเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ว่า เป็นเทคนิคการสอนที่ฝึกให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน ละเอียดถี่ถ้วน ทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน นอกจากนี้ยังฝึกให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย จากข้อมูลดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชอและคณะ (Shaw and Others, 1997) ที่ได้ศึกษาการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล มาทดลองสอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยการแบ่งกลุ่มทดลองสอน โดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล และกลุ่มควบคุมสอนแบบปกติ เป็นเวลา 2 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มที่เรียนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มแบบปกติ เช่นเดียวกับงานวิจัยของ วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544: บทคัดย่อ) ที่พบว่า คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่านักเรียนที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อีกสิ่งหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สูงขึ้นเกิดจากการใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ ใช้ความสามารถสูงกว่าขั้นความรู้ความจำกล่าวคือ เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบมากกว่าการให้นักเรียนบอกข้อความจริงหรือความหมาย ต้องอาศัยการพิจารณาสิ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ววิเคราะห์หาคำตอบหรือข้อสรุปอย่างมีเหตุผล (เบญจมาศ ฉิมมาลี, 2550) สอดคล้องกับ รัดเดล (Ruddel, 1974: 237 - 283) ที่ได้กล่าวไว้ว่า การใช้คำถามระดับสูงในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สามารถกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง ไม่ใช่ให้นักเรียนจำวิธีการคิดแล้วนำไปใช้แก้ปัญหาแบบเมื่อก่อน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ยูพีดี กะจะวงษ์ (2536: 79 - 82) ที่ได้ศึกษาการใช้คำถามเพื่อสร้างความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 12 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยครูใช้แผนการสอนการใช้คำถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และมีความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แผนการสอนตามคู่มือครูคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับ เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550: บทคัดย่อ) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง มีความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ การที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเป็นผลเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างของผู้สอนต่างส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้ กล่าวคือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มครูผู้สอนได้จัดลำดับเนื้อหาอย่างเป็นขั้นตอน ตามความยากง่ายของเนื้อหา ทำให้นักเรียนสะดวกต่อการเรียนรู้ การรับรู้ และการจดจำ นอกจากการจัดลำดับเนื้อหาอย่างเป็นขั้นตอน ตามความยากง่ายแล้วการฝึกฝนก็เป็นอีกสาเหตุหนึ่งซึ่งช่วยทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ จากคำกล่าวของ การ์เย (Gagne, 1977: 36) ที่ได้กล่าวไว้ว่า ความคงทนในการเรียนเป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ซึ่งมีความสามารถในการเก็บรักษา หรือสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงทนอยู่หรือกลายเป็นความจำระยะยาว โดยที่ในการจดจำสิ่งที่ได้เรียนรู้นั้นให้มีความคงทนจะต้องมีการฝึกฝนอยู่เสมอ ซึ่งสอดคล้องกับ ฮันเตอร์ (Hunter, 1993: 5) ที่กล่าวถึงปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการจำ สิ่งหนึ่งที่เป็นปัจจัยสำคัญในการจำคือ การฝึกหัด (Schedule of Practice) เป็นตัวสร้างให้เกิดการจำ การฝึกหัดที่ดีควรเพิ่มความซับซ้อนมากขึ้นจึงประสบความสำเร็จ พยายามจำลักษณะพิเศษหรือปัจจัยที่กระตุ้นให้เกิดความคงทน ความทรงจำจะเพิ่มขึ้นทีละน้อย และจะคงทนเป็นความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย โดยที่ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยจะจัดให้มีการฝึกฝนและทบทวนเนื้อหาอย่างสม่ำเสมอ โดยใช้ใบงาน เอกสารฝึกทักษะ และแบบฝึกหัดท้ายบท

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น ข้อเสนอแนะสำหรับครู และ ข้อเสนอแนะในการวิจัย

ข้อเสนอแนะสำหรับครู

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ครูควรเลือกเนื้อหาที่เหมาะสม และสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงอย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่เนื้อหาส่วนใหญ่ของเรื่องนั้นควรจะเน้นให้นักเรียนฝึกการแก้โจทย์ปัญหา

ดังนั้นครูจะต้องวางแผนและศึกษาเนื้อหาอย่างละเอียดซึ่งอาจจะต้องใช้เวลามากพอสมควร

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงเป็นการจัดกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการเรียนการสอนในทุกขั้นตอน การที่จะทำให้นักเรียนมีความสนใจและไม่เบื่อหน่ายที่จะเรียนครูควรสร้างกิจกรรมมาช่วยเสริมในขั้นของการตั้งข้อสงสัยจะทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากยิ่งขึ้น ครูควรมีการสร้างคำถาม หรือสถานการณ์แปลกใหม่มาให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายและตั้งข้อสงสัยในคำถามนั้น เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอยากรู้และคาดการณ์ในเรื่องที่จะเรียน

3. การนำคำถามระดับสูงไปใช้ครูควรคำนึงถึง ภาษา วัย และระดับสติปัญญาของผู้เรียน ครูควรให้เวลาในการที่จะให้ได้กระตือรือร้นความคิดและอภิปราย ซึ่งในบางครั้งต้องใช้เวลามากในการอภิปรายคำตอบอาจจะทำให้ครูสอนไม่ทันตามเนื้อหาที่เตรียมไว้ ดังนั้นครูควรจัดสรรเวลาให้ดี

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงในขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนจะเกิดความเบื่อหน่ายต่อการเขียนขั้นตอนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาตามเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ดังนั้นครูจะต้องพิมพ์ตารางแสดงการแก้ปัญหาตามเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล ให้นักเรียนได้กรอกข้อมูลลงในตารางนั้นๆ จะทำให้นักเรียนอยากที่จะทำการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. สามารถนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นๆ แต่ควรคำนึงถึงบริบทของเนื้อหาในแต่ละเรื่อง และนำไปปรับใช้ในระดับชั้นอื่นๆ เพื่อเป็นประโยชน์ต่อวงการการศึกษาต่อไป

2. จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูง ผู้วิจัยพบว่าในขั้นตอน ดับเบิลยู (W) ในการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนและในขั้นตอน แอล (L) ในการตรวจสอบคำตอบ นักเรียนจะมีวิธีการวางแผนการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบที่หลากหลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานของนักเรียน เมื่อสอบถามถึงเหตุผลว่าทำไมถึงใช้วิธีการดังกล่าวในการแก้ปัญหานักเรียนจะมีเหตุผลที่เลือกใช้

เสมอ และสามารถอธิบายให้ครูและเพื่อนได้ฟังอย่างเข้าใจ ทั้งนี้ในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนจะต้องมีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ถูกต้องในการดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ถึงกระบวนการตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ หรือในการถามคำถามระดับสูงกับนักเรียนในคำถามข้อเดียวกันนักเรียนแต่ละคนอาจจะมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงคิดว่าควรจะศึกษาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และการคิดวิเคราะห์ เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

- กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. 2528. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศรีเดชา.
- กษมา วุฒิสารวัฒนา. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมี
วิจารณ์ญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดพะเยา. วิทยานิพนธ์ปริญญา
มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กัญญา วีระวรรณ. 2552. เทคนิคการตั้งคำถาม [Online]. แหล่งที่มา: <http://www.nsdv.go.th/innovation/questioning.html> [1 มิถุนายน 2554]
- กัจจ มณีแก้ว. 2539. ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดสำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ.
วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- โกวิท ปรวาลพฤกษ์. 2533. รูปแบบการสอน. วารสารสำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจ
และสังคมแห่งชาติปี 2533 20(กุมภาพันธ์): 10-18.
- คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, สำนักงาน. 2545. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ
พ.ศ. 2545. (ฉบับแก้ไขครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, สำนักงาน. 2548. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระ
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- คณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, สำนักงาน. 2551. แผนพัฒนาเศรษฐกิจ
และสังคม ฉบับที่ 10 พ.ศ. 2551-2554. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการ
เศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.
- จารุวรรณ ทิศนโกวิท. 2544. ผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3: การเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ใช้และไม่ใช้เอกสารตัวอย่าง
งานประกอบการเรียนการสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษา
คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- จิราภา เต็งไตรรัตน์ และคณะ. 2544. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- ชวลิต พงษ์สวัสดิ์. 2532. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติและความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชวาล แพรัตกุล. 2525. เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ชัยพร วิชชาวุธ. 2520. มูลสารจิตวิทยา. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยวัฒน์ อู่ปาอาจ. 2552. ผลของการใช้แนวการสอนแนะให้รู้คิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2553. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำโดยการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- โชติ จันทร์วัง. 2547. ผลของการใช้เทคนิคการจัดข้อมูลด้วยแผนภาพในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และความสามารถในการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ด้วยแผนภาพของนักเรียนเตรียมทหาร. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณรงค์ เดิมสันเทียะ. 2535. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

- ณัฐ เจริญเกียรติบวร. 2539. ความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนและความตระหนักในเมตาคognitionชั้นกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. 2536. โจทย์ปัญหา ปัญหาโจทย์. วารสารคณิตศาสตร์ 37(พฤศจิกายน-ธันวาคม): 432-433.
- เดชณรงค์ สุภิमारส. 2529. การวิเคราะห์พฤติกรรมการใช้คำถามของครูในการเรียนการสอนวิชาเคมี ระดับมัธยมศึกษา เขตการศึกษา 11. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ถวิล ธาราโกชน์ และศรัณย์ ดำริสุข. 2545. พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาตน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, สถาบัน. 2553. ผลการสอบวัดคุณภาพระดับชาติ ปี 2552 [Online]. [http://bet.obec.go.th/nt/\(Country\).html](http://bet.obec.go.th/nt/(Country).html)[2553, พฤษภาคม, 29].
- ทัศนชัย เก่งกาลังพล. 2553. การพัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอน แบบ KWDL เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ทิสนา เขมมณี. 2547. ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นวลจันทร์ ผมอดทา. 2545. ผลของการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS ที่มีต่อความสามารถ ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ปริญญา มหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นวลทิพย์ นวพันธุ์. 2552. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- น้ำทิพย์ ชังเกตู. 2547. การพัฒนาผลการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเทคนิค STAD ร่วมกับ เทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.

- นิยม เกียรติทาทราย. 2548. การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- นิรันดร์ แสงกุหลาบ. 2547. การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ เรื่อง โจทย์ปัญหาทศนิยม และร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และตามแนว สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- นุศรียา จิตตารมย์. 2548. ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เนตร หงษ์ไกรเลิศ. 2545. ผลของการควบคุมบทเรียนในบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบเกมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีสมาธิสั้นและมีพฤติกรรมอยู่ไม่นิ่งระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาดุขฎีบัณฑิต. สาขาวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญเพ็ญ บุษผามาตะนัง. 2542. บัญญัติ 9 ประการของการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารวิชาการ 2(กุมภาพันธ์): 40-43.
- บุญสิริ สุวรรณเพชร. 2538. พจนานุกรมจิตวิทยาฉบับสมบูรณ์. กรุงเทพฯ: เอส แอนด์ เค บุคส์.
- เบญจมาศ ฉิมมาลี. 2550. ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปฐมพร บุญลี. 2545. การสร้างแบบฝึกหัดทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- ประกาย วิโรจน์กุล. 2532. ผลของปัจจัยนำเข้าบางประการและสภาพการเรียนการสอนต่อความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษาพยาบาลในระบบการศึกษาพยาบาลศาสตร์ที่เน้นชุมชน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล.
- ประคอง ธนุปกรณ์. 2546. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการเรียนโดยใช้แบบฝึกประกอบภาพแบบเลือกตอบกับแบบฝึกประกอบภาพแบบสร้างคำตอบ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.
- ประสาธ อิศรปรีดา. 2518. ธรรมชาติและกระบวนการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: จิตทัศน์การพิมพ์.
- ประสาร มาลากุล ณ อยุธยา และคณะ. 2516. จิตวิทยาทั่วไป ฉบับที่ 1-2. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- ประเสริฐ แสงสุมาตย์. 2534. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง บทประยุกต์ โดยใช้วิธีสอนแบบเทคนิค 4 คำถามกับวิธีสอนตามปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปราณี พรภวิชัยกุล. 2549. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2538. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรุจ อินทรมาตร์. 2541. ผลของการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชามัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. 2546. คำถามที่พัฒนากระบวนการทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์: 4-8.

- ฝนทิพย์ อมาตยกุล. 2531. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน.
วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พรรณณี ไสระโร. 2527. ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.
วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พร้อมพรรณ อุดมลิน. 2544. การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พัชรี เกตุแก่นจันทร์. 2540. การใช้ชุดพัฒนาส่งเสริมสมรรถนะทางวิทยาศาสตร์ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ไขปัญหาทางวิทยาศาสตร์และบุคลิกภาพนักวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พิชากร แปลงประสพโชค. 2540. การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. 2544. การบูรณาการทักษะกระบวนการคิดในการเรียนการสอนเนื้อหาสาระ. โครงการวิจัยเรื่อง การนำเสนอรูปแบบสร้างทักษะการคิดขั้นสูงของนิสิตนักศึกษาครูระดับปริญญาตรี สำหรับหลักสูตรครุศึกษา (โครงการ รคส.) จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. 2544. การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิคการสอน.
พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์ จำกัด.
- เพชรชาย โชคประเสริฐ. 2534. ผลของเกมการแข่งขันเป็นทีมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ความคงทนในการจำและเจตคติของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.
วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- เพราพรรณ เปลี้นนุ. 2540. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.

- ยลนภา พลชัย. 2548. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพดี กะจะวงษ์. 2536. การใช้คำถามเพื่อสร้างความคิดรวบยอดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 12. รายงานการวิจัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2530. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. 2542. การแก้ปัญหา. วารสารคณิตศาสตร์ 485-487(กุมภาพันธ์-เมษายน): 5-12.
- โยธิน ศันสนยุทธ. 2533. จิตวิทยา. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. 2545. ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัญจวน คำวชิรพิทักษ์. 2538. จิตวิทยาการสื่อสารในชั้นเรียน. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ราตรี เกตบุตรดา. 2546. ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุ่งทิวา คนการณ. 2549. การใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อพัฒนาหลักสูตรที่เน้นกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- โรจน์ี จะโนภาษ และคณะ. 2522. แบบจำลองทักษะการสอนจุลภาค. ทักษะการตั้งคำถาม. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วัชรา เล่าเรียนดี. 2553. รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด. นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร: 90-93.
- วารินทร์ วัศมีพรหม. 2532. การออกแบบสาระ: หลักการและทฤษฎี. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- วิชาการ, กรม. กระทรวงศึกษาธิการ. 2545. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- วิภากร มาพบสุข. 2542. จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- วีรศักดิ์ เลิศโสภา. 2544. ผลของการใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. สาขาวิชาประถมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศศิวรรณ เมลืองนนท์. 2549. ผลของการสอนซ่อมเสริมตามแนวทฤษฎีซ่อมแซมโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศิริพัฒน์ คงศักดิ์. 2550. การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่จัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการจัดการเรียนรู้ตามแนว สสวท. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2542. พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2545. การจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. 2551. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2544. คู่มือครูและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2546. คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2550.

คู่มือครูและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2552.

คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ. 2552.

หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์
คุรุสภาลาดพร้าว.

สมจิต สวณไพบุลย์. 2546. การพัฒนาการสอนของครูวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ:

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมศักดิ์ ไสภณพินิจ. 2543. ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์กับการสอน. วารสารคณิตศาสตร์
(พฤษภาคม-กรกฎาคม): 44.

สมศักดิ์ ไสภณพินิจ. 2547. ยุทธวิธีแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์กับการสอน. วารสารคณิตศาสตร์
ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา สมเด็จพระนางเจ้าพระบรมราชินีนาถ: 14-25.

สมเดช บุญประจักษ์. 2550. การแก้ปัญหา (Problem Solving). วารสารคณิตศาสตร์
562-564(กุมภาพันธ์-เมษายน): 71-73

สราวดี เพ็งศรีโคตร. 2549. คำถามนั้นสำคัญไฉน. วารสารวิทยากรย์ 5(มีนาคม): 58-61.

สายัณห์ ผาน้อย. 2549. การสอนกระบวนการคิดโดยการตั้งคำถาม. วารสารวงการศึกษา (มิถุนายน):
108-110.

สายสุนีย์ สุทธิจักร์. 2551. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้การตั้งปัญหา
เสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการ
ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย.
วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริพร ทิพย์คง. 2536. การแก้ปัญหา. เอกสารคำสอนวิชา 158522: ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์
กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สิริพร ทิพย์คง. 2544. การวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2521-2542.
กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- สิริพร ทิพย์คง. 2544. ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์ 44(พฤศจิกายน-ธันวาคม 2543-มกราคม 2544).
- สุจิตรา ไอสถอภีรักษ์. 2538. การวิเคราะห์การใช้คำถามครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุชา จันทร์หอม. 2531. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สุธิดา นานซ้ำ. 2549. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดตรัง. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษิต. สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุพัตรา จอมคำสิงห์. 2552. ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างงานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษิต. สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุพัตรา ผาติวิสันต์. 2534. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถทางการคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษิต. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. 2544. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. 2549. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครู ในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เสาวนีย์ บุญแก้ว. 2553. การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวยโดยการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค K-W-D-L. วารสารคณิตศาสตร์ (สิงหาคม-ตุลาคม): 39-90.
- อดิเรก เฉลียวฉลาด. 2550. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารศึกษิต. สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.

- อนันต์ โพธิกุล. 2543. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อรุณรัตน์ พ่วงทิพากร. 2532. การศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้คำถามระดับต่างๆ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านภาษาอังกฤษของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. ภาควิชาภาษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหิดล.
- อัจฉริยา เอกวิสัย. 2549. การพัฒนาหนังสืออ่านประกอบสามมิติ กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ชุด “แอ่วเมืองตาก” ที่ส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- อัมพร ม้าคนอง. 2546. คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. 2547. เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษา คณิตศาสตร์. (เอกสารอัดสำเนา)
- อัมพร ม้าคนอง. 2551. การพัฒนาโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งโมโนทัศน์และคำถามระดับสูง. รายงานการวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. 2553. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อินสน สมเกต. 2533. ผลของการใช้คำถามระดับสูงที่มีสัดส่วนต่างกันต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เอนก จันทจรูญ. 2545. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการสอน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต. คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อุดม จำรัสพันธุ์. 2541. เอกสารประกอบการสอนวิชาจิตวิทยาการสอนเด็กวัยเรียน. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

อุบล แสงทอง. 2531. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยการเรียนเพื่อรอบรู้และการเรียนรู้ด้วยตนเองเป็นกลุ่ม. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ภาษาอังกฤษ

- Adams, J. A. 1967. Human Memory. New York: McGraw-Hill.
- Adam, M. F. 1975. An Examination of the Relationship between Teacher Use of Higher Level Cognitions and the Development of Critical Thinking in Intermediate Elementary Students. Dessertation Abstracts International. 35(March): 5978-A.
- Adam, S. 1977. Teaching Mathematics. New York: Harper & Row.
- Adams, S., Leslie E., and Beeson, B.F. 1977. Teaching Mathematics with Emphasis in the Diagnostic Approach. New York: Harper & Row.
- Agard, S. 1977. Oral Questioning by the Teacher: Influence on Student Achievement in Eleventh Grade Chemistry. Dissertation Abstracts International. 34, 2(August): 631-632A.
- Anderson, J. 1995. Learning and Memory: An Integrated Approach. New York: John and Sons.
- Anderson, K. B., and Pingry, R.E. 1973. Problem-Solving in Mathematics; It's Theory and Practice. Washington, D. C. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Baroody, A. J. 1993. Problem Solving, Reasoning and Communicating. K-8: Helping Children Think Mathematically. New York: Macmillan Publishing.
- Bell, Frederick H. 1978. Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools). Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown.
- Bell, Frederick H. 1981. Teaching and Learning Mathematics (in secondary schools). Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown.
- Bitter, Gray G. 1990. Mathematics Methods for the Elementary and Middle School : A Comprehensive Approach. Boston: Allyn and Bacon.

- Branca, N. A. 1980. Problem Solving as a Goal, Process and Basics Skill. In Krulik, S., and Reys, R. E. (eds.). Problem Solving in School Mathematics; Yearbook, pp. 3-8. Reston, VA: NCTM.
- Bruckner, L. J. 1957. Developing Mathematics Understanding in the Upper Grad. Philadelphia: the John C. Winston.
- Center For Teaching Excellence University of Urbana Champaign. 2006. Effective Classroom Questioning [Online]. Available from: www.cte.uiuc.edu [9 July 2007]
- Charles, R. L. 1985. The role of Problem Solving. Arithmetic Teacher. 22(February): 50.
- Clark, J. 1997. Untangling clues from research on problem solving in school mathematics: Teaching of Mathematics.
- Clarkson, S. P. 1979. A Study of the Relationship among Translation and Problem Solving Abilities. Dissertation Abstracts International. 39(January): 4101-A.
- Clyde, C. G. 1967. Teaching Mathematics in the Elementary School. New York: Ronald Press.
- Corry, J. R. & Michel J. S. 1968. Retention in a S.P.T. Introductory Psychology Course, Learning Rack Age in American Education. Educational Technology Publication. New Jersey, Englewood: 17-19.
- Costa, S. 1995. Math Mathematics Grade 3 teacher's Edition. New York: Houghton Mifflin Company.
- Cruikshank, D. E., and Sheffield, L. J. 2000. Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics. United States of America: John Wiley & Sons.
- Dossey, J. 2005. Developing Student's Literacy Levels Through Interdisciplinary Applications of Mathematical Problem Solving. Bangkok.
- Gagne, R. M. 1970. The Conditions of Learning. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gagne, R. M. 1977. The Conditions of Learning and Theory of Instruction. Japan: CBS College Publishing.
- Garnett, K. F. Developing Heuristics in the Mathematics Problem Solving Process of Sixth Grade Children: A Nonconstructivist Teaching Experiment. University of South Florida. Dissertation Abstracts International. 52(January).

- George, T. L., and Hans, O. A. 1970. Determining the Level of Inquiry in Teacher's Questions. Dissertation Abstracts International. 31(July).
- George, B. 1975. Microteaching: A Program for Teaching Skills. London: Butler and Tanner.
- George, B., and Wragg, E. C. 1993. Questioning. London and New York: Butler & Tanner.
- Gonzales, N. A. 1994. A Problem Posing: A Neglected Component in Mathematics Course for Prospective Elementary and Middle School Teachers. School Science and Mathematics. 94, 2: 78-84.
- Good, C. V. 1973. Dictionary of Education. 2nd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Gordon, W. C. 1989. Learning and Memory. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing.
- Guiford, J. P., and Hoepner, F. R. 1971. The Analysis of Intelligence. New York: McGraw-Hill.
- Hall, D. W. 1979. A Study of the Relationship between Estimation and Mathematical Problem Solving Among Fifth Grade Students. Dissertation Abstracts International. 37, 4: 6324-A.
- Hatfield, M. M., Edwards, N.T., and Bitter G. G. 1993. Mathematics Methods for the Elementary and Middle School. Boston: A Division of Simon & Schuster.
- Hatfield, M. M., Noney, T. E., and Bitter, G. G. 1993. Mathematics Methods for the Elementary and Middle School. Boston: Allyn and Bacon.
- Heddens, J. W. & William, R. S. 1992. Problem Solving, Decision Making, and Communicating in Mathematics. 7th ed. New York: Macmillan Publishing Company.
- Heimer, R. T. & Trueblood, C. R. 1977. Strategies for Teaching Children Mathematics. Reading Mass: Addison Wesley.
- Helton, F. F. 1958. Introduction Mathematics. New York: John Wiley & Sons.
- Henny, M. 1971. Improving Mathematics Verbal Problem Solving Ability Through Reading Instruction. Arithmetic Teacher. 18, 4: 223-224.
- Hulse, S. H. et al. 1984. The Psychology of Learning. 5th ed. New York: McGraw-Hill Book.

- Hunter. 1993. Retention Theory for Teachers: A Programmed Book. 36th ed. El Segundo, California: Tip.
- International Association for the Evaluation of Education Achievement. 2007. Trends in International Mathematics and Science Study [Online]. Available from: <http://nces.ed.gov/timss/results07.asp> [2009, April 26]
- Jackson, L. 2000. Increasing Critical Thinking Skills to Improve Problem-Solving Ability in Mathematics. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint Xavier University.
- Jeffrey, W. W. 2001. Higher Order Teacher Questioning of Boys and Girls in Elementary Mathematics Classrooms. Journal for Research in Mathematics Education. 95, 2(November/December): 84.
- Kathleen, C. 2001. Classroom Questioning [Online]. Available form: <http://www.nwrel.org/Scpd/sirs/3/cu5.html> [9 July 2007]
- Kennady, L. M. 1984. Guiding Children's Learning of Mathematics. 4th ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing.
- Kennedy, L. M., and Tipp, S. 1994. Guiding Children Learning of Mathematics 1994. Belmont, California: Wadsworth Publishing.
- Krulik, S. 1977. Problem, Problem Solving and Strategy Games. The Mathematics Teachers. 7, 9: 650-651.
- Krulik, S., and Reys, R. E. 1980. Problem Solving in School Mathematics: National Council of Teacher of Mathematics 1980 Year Book. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Krulik, S., and Rudnick J. A. 1993. Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teachers. Boston: Allyn and Bacon.
- Kutz, R. E. 1991. Teaching Elementary Mathematics. Boston: Allyn and Bacon.
- LeBlance, J. F. 1977. You Can Teach Problem Solving. Arithmetic Teacher. 25(November): 17-25.

- Lesley, B. 1972. A Study of the Relationship of Classroom Questions and Social Studies Achievement of Secondary Grade Children. Dissertation Abstracts International. 32: 2543-A.
- Lindvall, C. M. & Nitko, A. J. 1967. Measuring and Human Abilities. New York: Harcourt Brace Jovanovich.
- Lynn, C. H. 1993. Some Factor that Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving. Journal Research of Mathematics Education. (March): 167-169.
- Margaret, B. J. 1977. The Effect of Teacher Question on Achievement in Classes for the Educable Mentally Retarded. Dissertation Abstracts International. 31, 2(August): 723-724.
- Mark, J. L. 1975. Teaching Elementary School Mathematics for Understanding. New York: McGraw-Hill Book.
- Matlin, M. 1983. Cognition. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Mayer, E. R., and Hegarty, M. 1987. The Process of Understanding Mathematical Problem. In Sternberg, R. J., and Baron, J. B. (eds.). Teaching Thinking Skills: Theory & Practice. pp.31-33. New York: W. IT Freeman and Company.
- Muraski, S. V. 1979. A Study of Effect of Explicit Reading Instruction on Reading Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Graee. Dissertation Abstracts Inernational. 39: 4014-A.
- Musser, G. L., and Shaughnessy, J. M. 1980. Problem-solving strategies in school mathematics. In Krilik, S., and Reys, R. E. (eds), Problem Solving in School Mathematic. pp. 136-145. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Myer, D. G. 1992. Memory. 3rd ed. New York: Worth.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1989. Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1991. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunnally, J. C. 1959. Test and Measurements. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Ogle, D. M. 1986. K-W-L Teaching Model That Develop Active Reading of Expositor Text. Reading Teacher. 39(February): 564-570.
- Ogle, D. M. Carr. 1987. A strategy for Comprehension and Summarization. Journal of Reading. 30(April): 625-631.
- Polya, G. 1957. How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. New York: Doubleday and Company.
- Polya, G. 1980. On Solving Mathematical Problems in High School. Problem Solving in School Mathematics: Yearbook. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. 1985. How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method. Princeton, N. J.: Princeton, University Press.
- Purdy, J. E., et al. 2001. Learning and Memory. 2nd. Belmont, CA: Wadsworth/Thomson Learning.
- Putt, J. 1979. An Exploratory Investigation of Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level. Dissertation Abstracts International. 339, 3: 5382-A.
- Quiocho, Alice. 1997. The Quest to Compreherded Expository Text: Applied Classroom Research. Journal of Adolescent and Adult Ligerocy. 6(March): 450-454.
- Rey, C. L. 1973. A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Questions on Students Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two Non Directive High School Chemistry Classroom. Dissertation Abstracts International. 6, 40(April): 3220-A.
- Rey, R. E., et al. 2004. Helping Children Learn Mathematics. 7th ed. New York: Wiley & Sons.
- Riley, V. M. 1992. Teacher's Questioning for Improvement of Critical Thinking Skills. Dissertation Abstracts International. 53, 3(September): 740.

- Rosemary Schmalz, S. P. 1973. Categorization of Questions that Mathematics Teachers ask. Mathematics Teacher. 66, 7(November).
- Ruddel, R. B. 1974. Reading-Language Instruction: Innovative Practices. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.
- Russell, P.V. 1961. Essential of Mathematics. New York: John Wiley & Sons.
- Ryan, F. L. 1973. Differentiate of Levels of Questioning on Student Achievement. The Journal of Educational Research. 41(Spring): 63-70.
- Shaw and others. 1997. Cooperative Problem Solving Using K-W-D-L as Organization Technique. Teaching Children Mathematics. 3(May): 482-486.
- Talton, C. F. 1988. Let's Solve the Problem We Find the Answer. Arithmetic Teacher. 36, 1: 40.
- Thiessen, D., et al. 1989. Elementary Mathematics Method. 3rd ed. New York: Macmillan Publishing.
- Thomas, R., and Josepha, R. 1998. Using Questions to Help Children Build Mathematical Power. Teaching Children Mathematics. (May): 504-507.
- Tougaw, P. W. 1994. A Study of Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students. Dissertation Abstracts International. 54, 8(February): 2934-A.
- Troutman, A. P. & Lichtenberg, B. K. 1995. Mathematics: A Good Beginning. 5th ed. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole.
- Walter, D. M. & Borgers, S. B. 1995. Student Retention: Is It Effective. Cognition and Instruction. 7(1): 1-39.
- Weaver, J. R. 1976. The relative Effects of Massed Versus Distrubuted Practice upon Learning and Retention of Eighth Grade Mathematics. Dissertation Abstracts International. (November): 2698-A.
- Wilson, et al. 1993. Mathematical Problem Solving. Research Idea for the Classroom: High School Mathematics. New York: McMillian Publishing.
- Witherspoon, franklin. 1996. "The Effectiveness of Metacamprehension Strategy Instruction on Student Reading Achievement and Metacomprehension Strategy Awareness. Dissertation Abstracts International. 57(August): 625.

Yotis, C., and Hosticka, A. 1980. Promoting the Transition to Formal Thought the Development of Problem Solving Skills in Middle School Mathematics and Science Curriculum. School Science and Mathematics. 80(November): 557-565.

Zalewski, C. J. 1978. An Investigation of Selected Factor, Contributing to Success in Solving Mathematical World Problem. Dissertation Abstracts International. (July): 2804-A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. อาจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ | อาจารย์ประจำสาขาวิชา
การสอนคณิตศาสตร์
ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ | อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์
ภาควิชาการศึกษา
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต |
| 3. นายวัฒนา ศิลปสร | ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย |

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

- | | |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร. นวรัตน์ อนันต์ชื่น | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศิลปากร |
| 2. อาจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรคิด | อาจารย์ประจำสาขาวิชา
การสอนคณิตศาสตร์
ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 3. นายวัฒนา ศิลปสร | ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย |

ภาคผนวก ข
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย
หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย



ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2142

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษฎา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินดิษฐ์ ละออปัทม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2144

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษฏา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินตนิษฐ์ ละออปักขิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2146

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ วัฒนา ศิลปสร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษฎา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินดิษฐ์ ละออปกนิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2145

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร. นวรัตน์ อนันต์ชื่น

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษณา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินตนิษฐ์ ละออปักนิมิต เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2143

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรลิต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษณา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการ ใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออปกนิษฐ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612



ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2147

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

หมายเลข 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษณา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออปกิณธ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในกรณีนี้จึงขอเรียนเชิญ อาจารย์ ดร. ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร. ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- **2148**



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษฎา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความ คงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินตชัย ละเอียด เป็นอาจารย์ที่ ปรีกษา ในการนี้จึงขอเรียนเชิญ อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัย จะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ เป็น ผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสน์ รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศบ 0512.6(2771)/54- 2151

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขออนุญาตการในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษณา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความ กงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินตชัย ณะอภัยนิพนธ์ เป็นอาจารย์ที่ ปรีกษา ในการนี้จึงขอเรียนเชิญ อาจารย์ วัฒนา ศิลปสร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ วัฒนา ศิลปสร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อ ประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา วัฒนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2150

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอบัญญาบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษฎา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความ คงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินฉินฐ์ ละอองปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ ปรีกษา ในการนี้จึงขอเรียนเชิญ รองศาสตราจารย์ ดร. นวรัตน์ อนันต์ชื่น เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิต ผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร. นวรัตน์ อนันต์ชื่น เป็น ผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศษ 0512.6(2771)/54- 2149

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอเชิญบุคลากร ในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายถนุญา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความ กงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมี อาจารย์ ดร. จินตวิญญู ละเอียดปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ ปรึกษา ในการนี้จึงขอเรียนเชิญ อาจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรลิต เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะ ได้ ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์ ดร. ทรงชัย อักษรลิต เป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมากในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612

ที่ ศษ 0512.6 (2771)/54-

2152



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

เมษายน 2554

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนสิรินธรราชวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายถนุญา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิลยู ดี แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2” โดยมีอาจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละอองปิกมณี เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติกรแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2771)/54- 2153

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

ณษายน 2554

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการ โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายกฤษฏา วรพิน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค เค ดับเบิ้ลยู ที แอล และการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2" โดยมี อาจารย์ ดร. จิณฉินธุ์ ละออปักนิม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องตกลงใช้เครื่องมือคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2-3 ผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน โปรดอนุญาตให้นิสิตได้ตกลงใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อาชญญา รัตนอุบล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

ฝ่ายวิชาการ หลักสูตรและการสอน

โทร. 0-2218-2681-2 ต่อ 612

ภาคผนวก ค

1. ตารางแสดงค่ามัธยัมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ทั้งหมด 12 ห้องเรียน
2. ผลการเปรียบเทียบค่ามัธยัมเลขคณิต (\bar{X}) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

ตารางที่ 15 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ทั้งหมด 12 ห้องเรียน (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

ห้องเรียนที่	ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X})	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1	89.12	6.022
2	86.92	5.921
3	84.02	9.192
4	82.17	7.531
5	81.42	8.460
6	81.01	11.213
7	78.34	12.347
8	76.79	10.468
9	73.84	15.675
10	70.25	15.781
11	70.53	14.232
12	69.77	18.216

จากตารางที่ 15 แสดงค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกห้องเรียนที่ 4 และห้องเรียนที่ 5 เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยที่ นักเรียนห้องเรียนที่ 4 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 82.17 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.531 และห้องเรียนที่ 5 มีค่ามัชฌิมเลขคณิต เท่ากับ 81.42 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 8.460

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์
พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่ม
ควบคุม (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{X}	S.D.	F	t
กลุ่มทดลอง	39	82.17	7.531	0.827	0.418
กลุ่มควบคุม	40	81.42	8.460		

* $p < .05$

จากตารางที่ 16 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและ
นักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก ง
ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	\bar{X}	S.D.	F	t
กลุ่มทดลอง	39	18.26	5.040	0.330	0.241
กลุ่มควบคุม	40	18.52	4.878		

*p < .05

จากตารางที่ 17 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พื้นฐานก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก จ
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ตารางที่ 18 การกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

สาระการ เรียนรู้	เนื้อหา	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้ทดลอง	จำนวนข้อสอบ ที่ใช้จริง
ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)	- ตัวหารร่วมมาก(ห.ร.ม.) และการนำไปใช้ - ตัวคูณร่วมน้อย(ค.ร.น.) และการ นำไปใช้	15	10 (ข้อ 1-10)
ทศนิยมและ เศษส่วน	- ทศนิยมและการเปรียบเทียบ ทศนิยม - การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม - เศษส่วนและการเปรียบเทียบ เศษส่วน - การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน - ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยม และเศษส่วน	15	10 (ข้อ 11-20)
สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	- แบบรูปและความสัมพันธ์ - คำตอบของสมการ - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว	15	10 (ข้อ 21-30)
	รวม	45	30

ตารางที่ 19 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.71	0.76	16	0.71	0.43
2	0.79	0.58	17	0.78	0.70
3	0.78	0.64	18	0.71	0.94
4	0.71	0.54	19	0.73	0.88
5	0.45	0.70	20	0.73	0.71
6	0.40	0.96	21	0.25	0.23
7	0.76	0.76	22	0.71	0.88
8	0.45	0.76	23	0.55	0.70
9	0.38	0.94	24	0.65	0.69
10	0.73	0.84	25	0.69	0.70
11	0.66	0.84	26	0.71	0.45
12	0.68	0.23	27	0.66	0.82
13	0.61	0.76	28	0.78	0.70
14	0.61	0.35	29	0.50	0.94
15	0.43	0.60	30	0.58	0.76

ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ	0.94
ค่าความยากง่าย (p)	0.25 - 0.79
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.23 - 0.96

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
 2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นการทดสอบการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการหาคำตอบโจทย์ปัญหา
 3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล เลขที่ และห้องเรียนลงในกระดาษคำตอบ
 4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
 5. ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนอ่านข้อคำถามแล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น โดยให้เขียนเครื่องหมายกากบาท(X) ลงในช่องว่างที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ
 6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนอาจารย์คุมสอบ
-

<p>จากข้อมูลต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อที่ 1–2</p> <p>“มีส้มอยู่สามชนิด ชนิดแรกมี 48 ผล ชนิดที่สองมี 60 ผล ชนิดที่สามมี 84 ผล ต้องการแบ่งส้มออกเป็นกอง กองละเท่าๆ กันให้แต่ละกองมีจำนวนส้มมากที่สุดและไม่เหลือเศษ โดยที่ส้มแต่ละชนิดต้องไม่ปะปนกัน”</p> <p>1. ถ้าต้องการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาข้อนี้ นักเรียนควรใช้วิธีการใด</p> <p>ก. การหา ห.ร.ม.</p> <p>ข. การหา ค.ร.น.</p> <p>ค. การหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.</p> <p>ง. การบวก และ การหาร</p> <p>2. เราสามารถแบ่งส้มได้ทั้งหมดกี่กอง</p> <p>ก. 15 กอง</p> <p>ข. 16 กอง</p> <p>ค. 17 กอง</p> <p>ง. 18 กอง</p>	<p>จากข้อมูลต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อที่ 4–5</p> <p>“คุณย่าเปิดร้านขายขนมไทยโดยรับขนมไทยจากผู้ผลิตมาขายเป็นงวดๆ ดังนี้ รับขนมกลีบลำดวนทุกๆ 2 วัน รับขนมจำมงกุฎทุกๆ 3 วัน รับขนมทองเอกทุกๆ 4 วัน โดยมีข้อตกลงกับผู้ผลิตว่าเมื่อมาส่งขนมใหม่จะรับขนมเก่าที่เหลือกลับไป ตี๊กไปซื้อขนมที่ร้านนี้ในวันที่ 1 มกราคม ซึ่งตรงกับวันที่ร้านรับขนมทั้งสามชนิดมาพร้อมกันพอดี อยากทราบว่าตี๊กควรไปซื้อขนมร้านนี้ครั้งต่อไปเร็วที่สุดเมื่อใดถึงจะได้ขนมที่มาส่งใหม่ทั้ง 3 ชนิด”</p> <p>4. ถ้าต้องการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาข้อนี้ นักเรียนควรใช้วิธีการใด</p> <p>ก. การหา ห.ร.ม.</p> <p>ข. การหา ค.ร.น.</p> <p>ค. การหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น.</p> <p>ง. การบวก และ การหาร</p>
<p>3. $\frac{78}{108}$ เมื่อทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำแล้วจะมีค่าเท่ากับข้อใด</p> <p>ก. $\frac{1}{6}$</p> <p>ข. $\frac{5}{9}$</p> <p>ค. $\frac{11}{12}$</p> <p>ง. $\frac{13}{18}$</p>	<p>5. ตี๊กควรไปซื้อขนมที่ร้านคุณย่าเร็วที่สุดวันใดถึงจะได้ขนมที่มาส่งใหม่ทั้ง 3 ชนิด</p> <p>ก. 7 มกราคม</p> <p>ข. 10 มกราคม</p> <p>ค. 13 มกราคม</p> <p>ง. 15 มกราคม</p>

<p>จากข้อมูลต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อที่ 6-7</p> <p>“ท่อระบายน้ำทรงกระบอกทำด้วยปูนซีเมนต์ วัดเส้นผ่านศูนย์กลางวงนอกของหน้าตัดได้ 0.425 เมตร ปูนซีเมนต์ที่หล่อหนา 0.038 เมตร อยากทราบว่าความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางวงในที่เป็นส่วนกลวง”</p> <p>6. การหาคำตอบของโจทย์ปัญหาข้อนี้เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร</p> <p>ก. $0.425 - 0.038 = \square$</p> <p>ข. $0.425 - (0.038 + 0.038) = \square$</p> <p>ค. $(0.038 + 0.038) - 0.425 = \square$</p> <p>ง. $0.038 - 0.425 = \square$</p> <p>7. ข้อใดเป็นความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางวงในที่เป็นส่วนกลวง</p> <p>ก. 0.387 เมตร</p> <p>ข. 0.378 เมตร</p> <p>ค. 0.349 เมตร</p> <p>ง. 0.394 เมตร</p>	<p>จากข้อมูลต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อที่ 9-10</p> <p>“เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี อยากทราบว่าอายุปัจจุบันของบิดา”</p> <p>9. นักเรียนสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เมื่อกำหนดให้ x เป็นอายุปัจจุบันของบิดา(ปี)</p> <p>ก. $\frac{1}{6}(x + 3) = 8 + 3$</p> <p>ข. $\frac{1}{6}x + 3 = 8 + 3$</p> <p>ค. $\frac{1}{6}(x - 3) = 8 - 3$</p> <p>ง. $\frac{1}{6}x - 3 = 8 - 3$</p> <p>10. อีก 10 ปี ข้างหน้าบิดาอายุเท่าไร</p> <p>ก. 27 ปี ข. 43 ปี</p> <p>ค. 47 ปี ง. 53 ปี</p>
<p>8. ผลรวมของ $1\frac{2}{3}$ และ $3\frac{1}{4}$ มากกว่า 4 อยู่เท่าไร</p> <p>ก. $\frac{1}{3}$</p> <p>ข. $\frac{2}{3}$</p> <p>ค. $\frac{9}{12}$</p> <p>ง. $\frac{11}{12}$</p>	<p>11. ศักดิ์ตัดหญ้าที่สนามโดยใช้เวลา $\frac{2}{3}$ ของเวลาที่เคยใช้ตัดหญ้าจนเสร็จ แต่มีงานอื่นจึงมอบหมายให้ยุทธตัดหญ้าต่อ ยุทธใช้เวลาตัดหญ้าอีก 2 ชั่วโมงจึงเสร็จ ถ้าการตัดหญ้าครั้งนี้ใช้เวลาทั้งสิ้น 5 ชั่วโมง อยากทราบว่าถ้าศักดิ์ตัดหญ้าตั้งแต่ต้นจนเสร็จเขาใช้เวลากี่ชั่วโมง</p> <p>ก. $\frac{3}{2}$ ชั่วโมง</p> <p>ข. $\frac{5}{2}$ ชั่วโมง</p> <p>ค. $\frac{7}{2}$ ชั่วโมง</p> <p>ง. $\frac{9}{2}$ ชั่วโมง</p>

ตารางที่ 20 การกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 จำนวน 5 ข้อ

เนื้อหา	จำนวน คาบ	จำนวน ข้อสอบที่ ใช้ทดลอง	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
อัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน และอัตราส่วนของจำนวน หลายๆจำนวน	5	2	1 (ข้อ 1)
สัดส่วน	3	3	2 (ข้อ 2-3)
ร้อยละ	4	3	2 (ข้อ 4-5)
รวม	12	8	5

ตารางที่ 21 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถใน
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	p	r
1	0.57	0.66
2	0.56	0.67
3	0.55	0.64
4	0.55	0.67
5	0.52	0.54

ค่าความเที่ยงทั้งฉบับ	0.92
ค่าความยากง่าย (p)	0.52 - 0.57
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.54 - 0.67

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 2
เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิด อัตนัย มีจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล เลขที่ และห้องเรียนลงในแบบทดสอบ
3. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
4. ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนเขียนและแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบในบริเวณที่

กำหนดให้

5. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบคืนอาจารย์คุมสอบ
-

ตารางที่ 22 การกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 30 ข้อ (ทั้ง 2 ชุด)

เนื้อหา	จำนวน คาบ	จำนวน ข้อสอบที่ ใช้ทดลอง	จำนวน ข้อสอบที่ ใช้จริง
อัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน และอัตราส่วนของจำนวน หลายๆจำนวน	5	15	10 (ข้อ 1-10)
สัดส่วน	3	15	10 (ข้อ 11-20)
ร้อยละ	4	15	10 (ข้อ 21-30)
รวม	12	8	5

ตารางที่ 23 การวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด และพฤติกรรมด้าน
พุทธิพิสัย ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
อัตราส่วนและร้อยละ จำนวน 30 ข้อ (ทั้ง 2 ชุด)

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยแสดงรายข้อจำแนกตาม			
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์
1. อัตราส่วน อัตราส่วนที่ เท่ากัน และ อัตราส่วน ของจำนวน หลายๆ จำนวน	นักเรียนสามารถ: 1. บอกลักษณะ ความหมาย ของอัตราส่วน อัตราส่วนที่ เท่ากัน และอัตราส่วนของ จำนวนหลายๆจำนวนได้ 2. หาคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ ปัญหาเรื่องอัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน และ อัตราส่วนของจำนวนหลายๆ จำนวนได้	1 (ข้อ 1)	3 (ข้อ 2, 3, 4)	1 (ข้อ 5) 2 (ข้อ 6, 7)	3 (ข้อ 8, 9, 10)
2. สัดส่วน	นักเรียนสามารถ: 1. บอกลักษณะ ความหมาย ของสัดส่วนได้ 2. หาคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ ปัญหาเรื่องสัดส่วนได้	1 (ข้อ 11)	2 (ข้อ 12, 14) 1 (ข้อ 13)	3 (ข้อ 15, 16, 17)	3 (ข้อ 18, 19, 20)
3. ร้อยละ	นักเรียนสามารถ: 1. บอกลักษณะ ความหมาย ของร้อยละได้ 2. หาคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ ปัญหาเรื่องร้อยละได้	1 (ข้อ 21)	3 (ข้อ 22, 23, 24)	3 (ข้อ 25, 26, 27)	3 (ข้อ 28, 29, 30)

ตารางที่ 24 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 (คู่ขนาน) จำนวนชุดละ 30 ข้อ

ข้อที่	ชุดที่ 1		ข้อที่	ชุดที่ 2	
	p	r		p	r
1	0.46	0.66	1	0.45	0.62
2	0.66	0.94	2	0.68	0.91
3	0.66	0.83	3	0.66	0.81
4	0.58	0.80	4	0.58	0.81
5	0.70	0.94	5	0.71	0.94
6	0.58	0.94	6	0.56	0.95
7	0.21	0.36	7	0.21	0.40
8	0.40	0.58	8	0.39	0.59
9	0.63	0.94	9	0.63	0.92
10	0.20	0.35	10	0.23	0.41
11	0.66	0.96	11	0.66	0.94
12	0.63	0.90	12	0.65	0.91
13	0.60	0.80	13	0.60	0.82
14	0.68	0.83	14	0.61	0.82
15	0.63	0.70	15	0.61	0.70
16	0.58	0.94	16	0.55	0.90
17	0.60	0.81	17	0.63	0.82
18	0.55	0.70	18	0.52	0.73
19	0.68	0.88	19	0.63	0.87
20	0.61	0.54	20	0.61	0.52
21	0.40	0.88	21	0.58	0.88
22	0.55	0.84	22	0.54	0.86
23	0.66	0.69	23	0.66	0.68
24	0.69	0.94	24	0.68	0.92
25	0.63	0.88	25	0.61	0.89

ตารางที่ 24 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 (คู่ขนาน) จำนวนชุดละ 30 ข้อ (ต่อ)

ข้อที่	ชุดที่ 1		ข้อที่	ชุดที่ 2	
	p	r		p	r
26	0.67	0.88	26	0.65	0.89
27	0.68	0.94	27	0.67	0.92
28	0.56	0.88	28	0.72	0.87
29	0.58	0.68	29	0.58	0.68
30	0.58	0.62	30	0.56	0.66

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

ค่าความเที่ยง 0.93

ค่าความยากง่าย (p) 0.20 - 0.70

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.35 - 0.96

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2

ค่าความเที่ยง 0.91

ค่าความยากง่าย (p) 0.21 - 0.72

ค่าอำนาจจำแนก (r) 0.40 - 0.95

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
 2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน และร้อยละ
 3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล เลขที่ และห้องเรียนลงในกระดาษคำตอบ
 4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
 5. ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนอ่านข้อคำถามแล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นโดยให้เขียนเครื่องหมายกากบาท(X) ลงในช่องว่างที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ
 6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนอาจารย์คุมสอบ
-

1. ข้อใดเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์ของข้อความ “ไข่ไก่ 10 ฟอง ราคา 32 บาท” ได้ถูกต้องที่สุด

ก. $10 : 32$

ข. $\frac{10}{32}$

ค. อัตราส่วนของจำนวนไข่ไก่ต่อราคา เป็น $10 : 32$

ง. อัตราส่วนของจำนวนไข่ไก่เป็นฟองต่อราคาเป็นบาท เป็น $10 : 32$

2. ถ้า $\frac{5}{y} = \frac{0.1}{0.2}$ แล้วค่าของ $y + 2$ เท่ากับเท่าใด

ก. 0.6

ข. 6

ค. 10

ง. 12

3. บิดามีอายุ 36 ปี ซึ่งแก่กว่าบุตร 27 ปี อยากทราบว่าอัตราส่วนของอายุบุตรต่ออายุบิดาในอีก 3 ปีข้างหน้า

ก. $4 : 12$

ข. $12 : 39$

ค. $3 : 4$

ง. $1 : 4$

4. ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสนามหญ้าอยู่ด้านใน ส่วนที่เป็นสนามหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเช่นกัน มีความยาวด้านละ 8 เมตร รอบสนามเป็นทางเดินกว้างเท่ากันโดยรอบทางเดินกว้าง 2 เมตร อยากทราบว่าอัตราส่วนของพื้นที่สนามหญ้าต่อพื้นที่ทางเดิน

ก. $5 : 4$

ข. $4 : 5$

ค. $9 : 4$

ง. $9 : 5$

5. ข้อใดไม่เป็นสัดส่วน

ก. $2a : 3b = 14a^2 : 21b$ $a > 0, b > 0$

ข. $3xy : 6xy = xy : 2xy$ $x > 0, y > 0$

ค. $5 : 7 = 15 : 21$

ง. $4 : 5 = 20 : 25$

6. รถไฟแล่นได้ระยะทาง 210 ไมล์ในเวลา 3 ชั่วโมง สามารถเขียนเป็นสัดส่วนเพื่อหาเวลาที่รถไฟแล่นได้ระยะทาง 300 ไมล์ได้ในข้อใด ถ้ากำหนดให้ x แทนเวลาที่รถไฟแล่น

ก. $\frac{3}{210} = \frac{300}{x}$

ข. $\frac{210}{3} = \frac{300}{x}$

ค. $\frac{3}{300} = \frac{x}{210}$

ง. $\frac{x}{3} = \frac{210}{300}$

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
 2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วน และร้อยละ
 3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล เลขที่ และห้องเรียนลงในกระดาษคำตอบ
 4. ขอให้นักเรียนทำแบบทดสอบให้ครบทุกข้อ
 5. ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนอ่านข้อคำถามแล้วเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวเท่านั้นโดยให้เขียนเครื่องหมายกากบาท(X) ลงในช่องว่างที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ
 6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนอาจารย์คุมสอบ
-

1. ข้อใดเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์ของข้อความ “ค่าโดยสารรถประจำทางตลอดสายคนละ 3.50 บาท” ได้ถูกต้องที่สุด

ก. $\frac{1}{3.50}$

ข. 1 : 3.50

ค. อัตราส่วนของจำนวนผู้โดยสารต่อค่าโดยสาร เป็น 1 : 3.50

ง. อัตราส่วนของจำนวนผู้โดยสารเป็นคนต่อค่าโดยสารเป็นบาท เป็น 1 : 3.50

2. ถ้า $\frac{y}{2} = \frac{15}{3}$ แล้วค่าของ $y - 2$ เท่ากับเท่าใด

ก. 0.6

ข. 6

ค. 0.8

ง. 8

3. มารดาที่มีอายุ 42 ปี ซึ่งแก่กว่าบุตร 22 ปี อยากทราบว่าอัตราส่วนของอายุบุตรต่ออายุมารดาในอีก 6 ปีข้างหน้า

ก. 13 : 22

ข. 24 : 13

ค. 26 : 48

ง. 48 : 26

4. ภายในห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสห้องหนึ่ง มีเตียงนอนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางอยู่ตรงกึ่งกลางห้อง โดยที่เตียงนอนมีความยาวด้านละ 2 เมตร รอบเตียงนอนจะเหลือทางเดินรอบเตียงกว้างเท่ากัน โดยทางเดินกว้าง 1 เมตร อยากทราบว่าอัตราส่วนของพื้นที่ที่วางเตียงนอนต่อพื้นที่ทางเดิน

ก. 3 : 1

ข. 1 : 3

ค. 1 : 4

ง. 4 : 16

5. ข้อใดไม่เป็นสัดส่วน

ก. 4 : 5 = 20 : 25

ข. 2 : 7 = 6 : 21

ค. $3xy : 6xy = xy : 2xy$ $x > 0, y > 0$

ง. $3a : 2b = 9a^2 : 21b$ $a > 0, b > 0$

6. รถยนต์วิ่งได้ระยะทาง 250 กิโลเมตรในเวลา 4 ชั่วโมง สามารถเขียนเป็นสัดส่วนเพื่อหาเวลาที่รถยนต์วิ่งได้ระยะทาง 400 กิโลเมตร ได้ในข้อใด ถ้ากำหนดให้ x แทนเวลาที่รถยนต์วิ่ง

ก. $\frac{4}{250} = \frac{x}{400}$

ข. $\frac{4}{250} = \frac{400}{x}$

ค. $\frac{250}{4} = \frac{400}{x}$

ง. $\frac{x}{4} = \frac{250}{400}$

ภาคผนวก จ
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

มัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ภาคการเรียนรู้ที่ 1 ปีการศึกษา 2554

จำนวน 1 คาบ 50 นาที

ผู้สอน นายกฤษฎา วรพิน

1. สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. สาระการเรียนรู้ย่อย อัตราส่วนที่เท่ากัน

3. สาระสำคัญ

1. การหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

2. การหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- อธิบายลักษณะของอัตราส่วนที่เท่ากันได้
- แสดงตัวอย่างอัตราส่วนที่เท่ากันในจำนวนอื่นๆได้ถูกต้อง
- บอกขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

- แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากันได้ถูกต้อง และสมบูรณ์
- ดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ

นำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- มีความละเอียดรอบคอบในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน และ การคิดคำนวณ
- มีความรับผิดชอบ ตรงต่อเวลา และซื่อสัตย์ในการทำเอกสารฝึกทักษะ
- มีความกล้าแสดงออกในการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน

5. สารการเรียนรู้

1. การหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม
2. การหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกันโดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่างที่ 1 จากข้อความ "อัตราครู 1 คน ต่อนักเรียน 20 คน" สามารถเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์ได้อย่างไร

ตอบ อัตราส่วนของจำนวนครูต่อจำนวนนักเรียน เป็น $1 : 20$

ตัวอย่างที่ 2 จากข้อความ "นมสด 12 กระป๋อง ราคา 90 บาท" สามารถเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์ได้อย่างไร

ตอบ อัตราส่วนของจำนวนนมสดเป็นกระป๋องต่อราคาเป็นบาท เป็น $12 : 90$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $7 : 9$ มาอีก 2 อัตราส่วนโดยให้หลักการคูณ

วิธีทำ $7 : 9 = \frac{7}{9} = \frac{7 \times 2}{9 \times 2} = \frac{14}{18}$

$$7 : 9 = \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{9 \times 3} = \frac{21}{27}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $7 : 9$ คือ $14 : 18$ และ $21 : 27$

ตอบ $14 : 18$ และ $21 : 27$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{112}{180}$ มาอีก 2 อัตราส่วนโดยให้หลักการหาร

วิธีทำ $\frac{112}{180} = \frac{112 \div 2}{180 \div 2} = \frac{61}{90}$

$$\frac{112}{180} = \frac{112 \div 10}{180 \div 10} = \frac{11.2}{18}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{112}{180}$ คือ $\frac{61}{90}$ และ $\frac{11.2}{18}$

ตอบ $\frac{61}{90}$ และ $\frac{11.2}{18}$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $21 : 15$ มาอีก 2 อัตราส่วน

วิธีทำ $\frac{21}{15} = \frac{21 \div 3}{15 \div 3} = \frac{7}{5}$

$$\frac{21}{15} = \frac{21 \times 3}{15 \times 3} = \frac{63}{45}$$

ดังนั้น อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน $21 : 15$ คือ $7 : 5$ และ $63 : 45$

ตอบ $7 : 5$ และ $63 : 45$

ตัวอย่างที่ 6 ร้านค้าแห่งหนึ่งขายปากกาในราคาโหลละ 36 บาท ภาณิต้องการซื้อปากกา 60 ด้าม ภาณิต้องจ่ายเงินเท่าไร

วิธีทำ ร้านค้าขายปากกาในราคาโหลละ 36 บาท

เขียนอัตราส่วนของจำนวนปากกาเป็นด้ามต่อราคาเป็นบาท คือ $\frac{12}{36}$

ต้องการซื้อปากกา 60 ด้าม จึงต้องทำให้จำนวนแรกของอัตราส่วนเป็น 60 ซึ่งเท่ากับ

$$12 \times 5$$

จะได้ว่า $\frac{12}{36} = \frac{12 \times 5}{36 \times 5} = \frac{60}{180}$

ดังนั้น ภาณิต้องจ่ายเงิน 180 บาท

ตอบ 180 บาท

6. กิจกรรมการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ชั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ ครูเฝ้าความสนใจในเรื่องที่จะเรียนโดยพูดถึงสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับราคาน้ำมันตามปั้ม โดยที่แต่ละปั้มจะมีป้ายแสดงราคาน้ำมันแต่ละชนิดอยู่หน้าปั้ม โดยครูแสดงรูปป้ายราคาน้ำมันแต่ละชนิดของปั้มแห่งหนึ่งหน้าห้องเรียน ครูใช้คำถามระดับสูง ให้นักเรียนร่วมกันตอบคำถามและอภิปราย เช่น <ol style="list-style-type: none"> ป้ายแสดงราคาน้ำมันที่นักเรียนเห็นเป็นการแสดงราคาน้ำมันจำนวน 1 ลิตร นักเรียนจะมีวิธีเขียนอัตราส่วนแสดงราคาน้ำมันเพื่อบอกให้เพื่อนรู้เกี่ยวกับราคาน้ำมันแต่ละชนิดในวันนี้ได้อย่างไร (อัตราส่วนของปริมาณน้ำมันเป็นลิตร ต่อ ราคาน้ำมันเป็นบาท เป็น $1 : 32, \frac{1}{32}$) การที่คุณพ่อของนักเรียนเติมน้ำมันจำนวน 1 ลิตร กับการที่คุณพ่อเติมน้ำมันจำนวน 5 ลิตร นักเรียนคิดว่าคุณพ่อจะต้องจ่ายเงินเพิ่มขึ้นอีกกี่เท่า (ต้องจ่ายเงินเพิ่มขึ้นอีก 5 เท่า) ครูให้เวลานักเรียนคิดและฟังคำอธิบายคำตอบของนักเรียน ให้กำลังใจ สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม 	<p>ชั้นนำ</p> <ol style="list-style-type: none"> ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนทบทวนความรู้เดิมในเรื่องอัตราส่วนเบื้องต้น ครูยกตัวอย่างอัตราส่วนพื้นฐาน ข้อ 1 และ 2 เพื่อทบทวนความรู้เดิม (ลักษณะและความหมายของอัตราส่วน) ครูใช้การถามตอบประกอบการทบทวนความรู้พื้นฐานในเรื่องอัตราส่วนเบื้องต้นที่เรียนไปเมื่อคาบที่แล้ว ครูสนทนาและกล่าวถึงสถานการณ์เกี่ยวกับราคาน้ำมันตามปั้ม โดยที่แต่ละปั้มจะมีป้ายแสดงราคาน้ำมันแต่ละชนิดอยู่หน้าปั้ม โดยให้นักเรียนแสดงการเขียนอัตราส่วนของราคาน้ำมันชนิดต่างๆต่อปริมาณน้ำมัน จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับอัตราส่วนที่นักเรียนเขียน ครูให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของราคาน้ำมันดีเซลที่ต้องจ่ายกับปริมาณน้ำมันที่ต้องการเติมน้ำมันจำนวน 1 ลิตร 2 ลิตร และ 3 ลิตร จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับอัตราส่วนแต่ละอัตราส่วนที่นักเรียนเขียน ครูให้เวลานักเรียนคิดและฟังคำอธิบายคำตอบของนักเรียน ให้กำลังใจ สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม								
<p>ชั้นสอน</p> <p>1. ชั้นตอน เค (K) เป็นชั้นตอนที่นักเรียนระบุถึงความรู้เบื้องต้นในเรื่องที่จะเรียน</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูทบทวนความรู้เดิมในเรื่อง อัตราส่วนเบื้องต้น - ครูยกตัวอย่างอัตราส่วนพื้นฐานข้อ 1 และ 2 เพื่อทบทวนความรู้เดิม - ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า <ol style="list-style-type: none"> 1) “ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 1 และ 2 ว่าสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร (แตกต่างกัน เพราะว่าข้อที่ 1 ทั้งสองปริมาณมีหน่วยเดียวกัน แต่ข้อ 2 แต่ละปริมาณมีหน่วยต่างกัน ดังนั้นจึงต้องระบุหน่วยที่ชัดเจน) 2) “อัตราส่วน 2 : 8 และ 8 : 2 เป็นอัตราส่วนเดียวกันหรือไม่ เพราะอะไร ” (ยังไม่สามารถตอบได้ ต้องดูบริบทของข้อความที่แสดงการเปรียบเทียบของสองปริมาณ) 3) “อัตราส่วน $\frac{2}{8}$ และจำนวน $\frac{2}{8}$ เป็นจำนวนเดียวกันหรือไม่ เพราะอะไร” (ไม่เป็น เพราะ อัตราส่วนไม่มีค่า เป็นเพียงการเปรียบเทียบปริมาณ 2 ปริมาณ แต่จำนวนมีค่า) - ครูถามนักเรียนว่า นักเรียนมีวิธีเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์แบบอื่นๆอีกหรือไม่ 	<p>ชั้นสอน</p> <p>ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่พัฒนาโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูนำเสนอบทเรียนโดยใช้การสนทนาและการถาม – ตอบ ประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนได้มีโน้ตสนในเรื่องที่เรียน 2. ครูให้นักเรียนพิจารณาตารางการซื้อมะนาวของครู โดยครูซื้อมะนาว 2 ผลใน ราคา 5 บาท <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของจำนวนมะนาวเป็นผลต่อราคาเป็นบาท - จากให้ครูให้นักเรียนพิจารณาตารางการซื้อมะนาวของครู <table border="1" data-bbox="858 1377 1401 1505"> <tbody> <tr> <td>จำนวนมะนาว</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>ราคามะนาว</td> <td>5</td> <td>.....</td> <td>.....</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนช่วยกันเติมข้อมูลในตารางเกี่ยวกับราคามะนาวที่ครูต้องจ่ายเมื่อครูซื้อ 4 ผล และ 6 ผล - ครูให้นักเรียนช่วยกันเขียนอัตราส่วนของจำนวนมะนาวเป็นผลต่อราคาเป็นบาท - จากนั้นครูอธิบายอัตราส่วนดังกล่าวที่นักเรียนเขียนได้มาจากการซื้อมะนาวในราคาเดียวกันคือ มะนาว 2 ผล ราคา 5 บาท 	จำนวนมะนาว	2	4	6	ราคามะนาว	5
จำนวนมะนาว	2	4	6						
ราคามะนาว	5						

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2. ขั้นตอน ดับเบิ้ลยู(W) เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาใหม่ จากนั้นให้นักเรียนระบุดังที่นักเรียนต้องการรู้จากเรื่องที่ครูจะสอน</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูแจกกระดาษให้นักเรียนคนละสองแผ่น แผ่นแรกแบ่งกระดาษเป็น 8 ส่วนแล้วระบายสี 2 ส่วน ส่วนแผ่นที่สองแบ่งกระดาษเป็น 4 ส่วนแล้วระบายสี 1 ส่วน แล้วให้นักเรียนนำส่วนที่ระบายสีทั้งสองแผ่นมาวัดพื้นที่ - ครูให้นักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับพื้นที่ของกระดาษส่วนที่ระบายสีทั้งสองแผ่น - ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า <ol style="list-style-type: none"> 1) “นักเรียนพิจารณาการแบ่งกระดาษทั้ง 2 แบบนักเรียนเห็นว่ามีลักษณะใดที่เหมือนกัน” (มีพื้นที่เท่ากัน) - ครูเขียนอัตราส่วนทั้ง 2 อัตราส่วนบนกระดาน - ครูให้นักเรียนร่วมกันบอกถึงสิ่งที่นักเรียนคาดว่าจะได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรม <p>3. ขั้นตอน ดี(D) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนค้นพบความรู้ โดยครูสอนเนื้อหาใหม่</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ “แม่ให้รุ่งไปซื้อมะนาวจากตลาดนัดข้างบ้าน รุ่งซื้อมะนาวมา 2 ผล ราคา 5 บาท” - ครูเขียนตารางแสดงจำนวนมะนาวและราคามะนาวให้นักเรียนทั้งห้องช่วยกันพิจารณา 	<p>3. ครูสอนเนื้อหาเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน ความหมาย ลักษณะ และวิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากันด้วยหลักการคูณ</p> <p>4. การครูยกตัวอย่างที่ 3 แสดงให้นักเรียนได้ดูวิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยใช้หลักการคูณประกอบการถาม-ตอบ และการอธิบาย</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนช่วยกันหาจำนวนต่างๆมาใช้เป็นตัวคูณตามหลักการคูณเพื่อทำให้อัตราส่วนที่เท่ากัน - ครูถามนักเรียนว่าจำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์ สามารถนำมาใช้เป็นตัวคูณได้หรือไม่ (ไม่ได้) - ครูถามนักเรียนว่าจากหลักการคูณแล้วนักเรียนคิดว่าจะไม่วิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากันด้วยหลักการใดอีกบ้าง โดยให้นักเรียนพิจารณาอัตราส่วน 4 : 10 ถ้าหารด้วย 2 ทั้งอัตราส่วนก็จะได้อัตราส่วนเดิมคือ 2 : 5 <p>5. ครูสอนเนื้อหาเกี่ยวกับการหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการหาร</p> <p>6. ครูยกตัวอย่างที่ 4 แสดงให้นักเรียนดูวิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยให้หลักการหารประกอบการถาม-ตอบ และการอธิบาย</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนช่วยกันหาจำนวนต่างๆมาใช้เป็นตัวหารตามหลักการหารเพื่อทำให้อัตราส่วนที่เท่ากัน

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม
จำนวนมะนาว	2	4	6	<p>- ครูถามนักเรียนว่าจำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์ สามารถนำมาใช้เป็นตัวหารได้หรือไม่ (ไม่ได้)</p> <p>7. ครูยกตัวอย่างที่ 5 ให้นักเรียนทำโดยให้หาอัตราส่วนที่เท่ากันโดยใช้หลักการคูณหรือหลักการหารก็ได้</p> <p>8. ครูยกตัวอย่างที่ 6 เป็นโจทย์ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน ประกอบการอธิบายเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา</p> <p>- นักเรียนอ่านโจทย์แล้วโจทย์ปัญหาบอกข้อมูลอะไรเรามาบ้าง และสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการทราบคืออะไร</p> <p>- นักเรียนจะมีวิธีการแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้อย่างไร</p> <p>- ครูและนักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา</p> <p>9. ครูส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับบทนิพนธ์เรื่องอัตราส่วนที่เท่ากันทั้งเดี่ยวหรือกลุ่มพร้อมทั้งออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียน</p> <p>10. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นหรือสอบถามหากเกิดความไม่เข้าใจ</p>
ราคามะนาว	5	
<p>- นักเรียนเติมราคามะนาวในตารางให้สมบูรณ์</p> <p>- ครูให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของจำนวนมะนาวเป็นผลต่อราคาเป็นบาทแต่ละคู่</p> <p>- ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า</p> <p>1) “ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ที่เพิ่มขึ้นของจำนวนมะนาวและราคามะนาวว่าเป็นอย่างไร”(ถ้าซื้อมะนาวเพิ่มขึ้น 2 ผล ต้องจ่ายเงินเพิ่มขึ้นอีก 5 บาท)</p> <p>2) “จากการที่นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ที่เพิ่มขึ้นของจำนวนมะนาวและราคามะนาวว่าเป็นอย่างไรแล้ว ถ้าครูต้องการซื้อมะนาว $4x$ ผล ราคาที่บาท โดยที่ x เป็นจำนวนนับ” ($10x$ บาท)</p> <p>- ครูอธิบายว่าอัตราส่วนที่นักเรียนเขียนแต่ละคู่ เป็นผลมาจากการซื้อมะนาวในราคาเดียวกัน คือ 2 ผลราคา 5 บาท และกล่าวได้ว่าอัตราส่วนเหล่านี้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน นั่นคือ</p> $\frac{4}{10} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} \text{ และ คือ } \frac{6}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} \text{ และ}$ $\frac{4x}{10x} = \frac{2 \times 2x}{5 \times 2x}$ <p>- ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า</p> <p>1) “นักเรียนคิดว่าการทำอัตราส่วนให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันยังมีวิธีการแบบอื่นอีกหรือไม่อย่างไร” (การหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน)</p>				

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>- ครูให้นักเรียนสังเกตอัตราส่วนที่เท่ากันดังต่อไปนี้</p> <p>กรณีการคูณ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$</p> <p>$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ และ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$</p> <p>กรณีการหาร $\frac{4}{10} = \frac{4 \div 2}{10 \div 2} = \frac{2}{5}$</p> <p>$\frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5}$ และ $\frac{8}{20} = \frac{8 \div 4}{20 \div 4} = \frac{2}{5}$</p> <p>- ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า</p> <p>1) “ให้นักเรียนพิจารณาลักษณะของการทำอัตราส่วนให้เท่ากันด้วยการคูณและการหารว่ามีลักษณะอย่างไร” (หารหรือคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนด้วยจำนวนเดียวกัน)</p> <p>- ครูอธิบายหลักการคูณและหลักการหารที่ถูกต้อง</p> <p>- ครูยกตัวอย่างที่ 3, 4 และ 5 ให้นักเรียนทำ เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะและทบทวนความเข้าใจในเรื่องของอัตราส่วนที่เท่ากัน</p> <p>- ครูยกตัวอย่างที่ 6 ให้นักเรียนพิจารณาแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนที่เท่ากัน ตามแผนผัง เค ดับเบิลยู ดี แอล สำหรับการแก้โจทย์ปัญหา ในตารางการแก้โจทย์ปัญหา เค ดับเบิลยู ดี แอล ดังนี้</p> <p>ขั้นตอน เค(K)</p> <p>ครูถามนักเรียนว่า ในโจทย์ปัญหาได้บอกข้อมูลสิ่งใดให้ทราบ (ร้านค้าขายปากกาในราคาไหลละ 36 บาท และราณีต้องการซื้อปากกา 60 ด้าม)</p>	<p>ขั้นสรุป</p> <p>1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สำคัญ พร้อมให้นักเรียนจดบันทึกเป็นภาษาของตนเอง</p> <p>2. ครูให้นักเรียนทำใบงาน และทำเอกสารฝึกทักษะที่ครูสร้างขึ้นเป็นการบ้าน</p> <p>3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย</p>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p><u>ขั้นตอน ดับเบิ้ลยู(W)</u></p> <p>ครูถามนักเรียนว่า โจทย์ปัญหาต้องการให้เราหาสิ่งใด และเราจะมีวิธีการวางแผนการแก้ปัญหายังไง (กรณีต้องการจ่ายเงินเท่าไร และการวางแผนในการแก้ปัญหาคือ ร้านค้าขายปากกาในราคาไหลละ 36 บาท นั่นคือ 12 ด้าม ราคา 60 บาท (12 : 60) ถ้าต้องการซื้อ 60 ด้าม ราคาเท่าใด (60 : ...)</p> <p><u>ขั้นตอน ดี (D)</u></p> <p>ครูถามนักเรียนว่า เราจะมีวิธีการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหายังไง</p> <p>- ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า</p> <p>1) “นักเรียนจะใช้หลักการใดในเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากันที่เราได้เรียนมาแล้วในการแก้โจทย์ปัญหา” (หลักการคูณ)</p> <p>2) “นักเรียนพิจารณาจำนวนแรกของอัตราส่วนทั้งสองจำนวน คือ 12 และ 60 ดูว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร” ($60 = 12 \times 5$)</p> <p><u>ขั้นตอน แอล (L)</u></p> <p>ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบคำตอบ (กรณีต้องการจ่ายเงิน 180 บาท)</p> <p>- ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า</p> <p>1) “ถ้าครูต้องการซื้อปากกาจากร้านเดียวกับกรณี แต่มีเงินเพียง 6 บาท ครูจะซื้อปากกาได้ที่กี่ด้าม” (1.20 ด้าม)</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>2) “จากคำตอบที่นักเรียนแสดงการแก้โจทย์ปัญหามาได้สามารถเขียนอยู่ในรูปของอัตราส่วนที่เท่ากันได้อย่างไร โดยที่เป็นอัตราส่วนของจำนวนปากกาเป็นด้ามต่อราคาเป็นบาท” ($\frac{12}{60} = \frac{60}{300} = \frac{1.2}{6}$)</p> <p>4. ขั้นตอน แอล(L) เป็นขั้นตอนที่ให้</p> <p>นักเรียนได้ค้นหาข้อสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับเรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน และร่วมกันอภิปราย - ครูใช้คำถามระดับสูงถามนักเรียนว่า <p>1) “ถ้าครูต้องการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยครูใช้หลักการคูณหรือหลักการหาร จำนวนทุกจำนวนสามารถนำมาเป็นตัวคูณตามหลักการคูณได้ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่ใช่จำนวนที่เป็นจำนวนลบและศูนย์ไม่สามารถใช้ได้ เพราะปริมาณจะต้องมีค่าเป็นบวก)</p> <p>2) “นักเรียนสามารถหาจำนวนอัตราส่วนที่เท่ากันได้มากที่สุดหรือไม่ เพราะอะไร” (ไม่สามารถหาได้เพราะเราสามารถนำจำนวนที่เป็นบวกมาคูณและหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนได้มากมายนับไม่ถ้วน)</p>	

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<p>ขั้นสรุป</p> <p>1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สำคัญ พร้อมให้นักเรียนจดบันทึกเป็นภาษาของตนเอง</p> <p>2. ครูให้นักเรียนทำใบงาน และทำเอกสารฝึกทักษะที่ครูสร้างขึ้นเป็นการบ้าน</p> <p>3. ครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญ และประเมินผลการเรียนการสอน</p> <p>“จากสิ่งที่นักเรียนอภิปรายและสรุป ลักษณะมโนทัศน์ที่สำคัญเกี่ยวกับเรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนคิดว่า อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน มีความเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร” (มีความเหมือนกัน คือการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณแต่เราสามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนเดิมได้อีกหลายจำนวนโดยที่อัตราส่วนนั้นยังมีค่าเท่ากับอัตราส่วนเดิม</p> <p>4. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย</p>	

7. สื่อการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กระทรวงศึกษาธิการ
2. เอกสารฝึกทักษะ
3. ใบงาน
4. รูปภาพป้ายแสดงราคาน้ำมัน
5. ตารางการแก้โจทย์ปัญหา เค ดับเบิลยู ดี แอล

8. การวัดผลและการประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัดผลและประเมินผล	เครื่องมือ/วิธีการ	เกณฑ์
1. ความเข้าใจในเนื้อหาและ ขั้นตอนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์ ปัญหาเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน	1. การสังเกตจากการตอบ คำถาม เอกสารฝึกทักษะและ แบบทดสอบประจำหน่วยการ เรียน	1. นักเรียนตอบคำถาม และทำการบ้านได้ถูกต้อง มากกว่าร้อยละ 80 ของ คำถาม
2. การมีส่วนร่วมในชั้นเรียน	2. การสังเกต	2. นักเรียนมีส่วนร่วมใน ชั้นเรียนมากกว่าร้อยละ 80

9. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกทักษะ
อัตราส่วนที่เท่ากัน ชุด 2

1. จงเขียนอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนในข้อความต่อไปนี้ มาข้อละ 3 อัตราส่วน
 - 1.1) ระยะทาง 500 กิโลเมตรใช้เวลาเดินทาง 10 ชั่วโมง
 - 1.2) ค่าโดยสารรถไฟฟ้าจากสถานีอนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิถึงสถานีสยามคนละ 20 บาท
 - 1.3) ราคาไข่ไก่ 10 ฟอง ราคา 32 บาท

2. อัตราส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เท่ากันหรือไม่

2.1) $\frac{3}{5}$ และ $\frac{15}{25}$	2.2) $\frac{3}{4}$ และ $\frac{9}{16}$
2.3) $\frac{6}{12}$ และ $\frac{18}{36}$	2.4) $\frac{7}{12}$ และ $\frac{21}{24}$
2.5) 35 : 49 และ 7 : 5	2.5) 6 : 7 และ 3 : 5

3. ปรีชาซื้อกระดาษสำหรับทำรายงานจากร้านค้าแห่งหนึ่งมา 20 แผ่น ราคา 15 บาท แต่สุดท้ายต้องการซื้อต่อจากปรีชาจำนวน 5 แผ่น สุดท้ายต้องจ่ายเงินให้ปรีชาเท่าไร

4. ในข้อ 3. ถ้าบังเอิญกระดาษรายงานหมด ปรีชาไปซื้ออีกร้านหนึ่งที่ไม่ใช่ร้านเดิม ร้านนี้ขายกระดาษในราคา 5 บาท ได้กระดาษ 10 แผ่น ราคากระดาษทั้งสองร้านนี้ราคาเท่ากันหรือไม่ ร้านไหนแพงกว่ากัน

ใบงานที่ 2
เรื่อง อัตราส่วนที่เท่ากัน

1. ในนักเรียนหาอัตราส่วนที่เท่ากันกับอัตราส่วนในข้อต่อไปนี้มาอย่างละ 3 อัตราส่วน

ข้อ	รายการ	อัตราส่วนที่กำหนด	อัตราส่วนที่เท่ากัน
1.	ซีอิ๊วขนาด 500 กรัม ราคาขวดละ 22 บาท	น้ำหนัก : ราคา ขวด : ราคา ขวด : น้ำหนัก : = : = : : = : = : : = : = :
2.	นมหนองโพ รสจืด, รสหวาน, รสกาแฟ, รสสตอเบอร์รี่ ขนาด กล่องละ 250 มิลลิลิตร บรรจุแพ็คละ 4 กล่อง ราคาแพ็คละ 34 บาท	ปริมาตร: กล่อง กล่อง : ราคา ราคา : ปริมาตร : = : = : : = : = : : = : = :
3.	สบู่ยี่ห้อหนึ่ง ขนาด 12 กรัม บรรจุแพ็คละ 6 ก้อน ราคาแพ็คละ 78 บาท	ราคา : ก้อน ก้อน : น้ำหนัก แพ็ค : น้ำหนัก : = : = : : = : = : : = : = :

2. จงใส่เครื่องหมาย = หรือ \neq ระหว่างอัตราส่วนที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้เพื่อ ให้ประโยคเป็นจริง

- | | | | | | | |
|-----------|--------------------------|---------|--------------------------|--------------|--------------------------|-----------|
| 1) 2 : 3 | <input type="checkbox"/> | 16 : 24 | <input type="checkbox"/> | 5) 5 : 9 | <input type="checkbox"/> | 4.5 : 8.1 |
| 2) 7 : 3 | <input type="checkbox"/> | 21 : 28 | <input type="checkbox"/> | 6) 12 : 13 | <input type="checkbox"/> | 1.2 : 13 |
| 3) 4 : 8 | <input type="checkbox"/> | 20 : 40 | <input type="checkbox"/> | 7) 0.3 : 0.4 | <input type="checkbox"/> | 3.3 : 4.4 |
| 4) 13 : 7 | <input type="checkbox"/> | 26 : 14 | <input type="checkbox"/> | 8) 1.7 : 1.2 | <input type="checkbox"/> | 3.4 : 2.4 |

3. ร้านค้าติดป้ายขายปากกาในราคา 1 โหล ราคา 60 บาท ถ้าสมศรีต้องการซื้อปากกา 3 แห่ง สมศรีจะต้องจ่ายเงินในราคาเท่าไร

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายกฤษฎา วรพิน เกิดวันที่ 30 ธันวาคม พ.ศ. 2529 อยู่บ้านเลขที่ 65/3 หมู่ที่ 4 ตำบลบางระกำ อำเภอนครชัยศรี จังหวัดนครปฐม สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศิลปากร ในปีการศึกษา 2551 ต่อจากนั้นในปีการศึกษา 2552 ได้เข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษา คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย