บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

แผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อคสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design) เป็นแผนการทดลองเพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ เมื่อหน่วยทดลองสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือประเภทได้โดยอาศัยลักษณะใดลักษณะหนึ่ง กลุ่มดังกล่าวเรียกว่าบล็อค (Block) แผนการทดลองแบบนี้จัดว่าเป็นแผนการทดลองที่นิยมใช้ในทางปฏิบัติมากที่สุดแบบหนึ่ง

ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์นั้น ผู้ทดลองมักจะใช้การทดสอบโดยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) หรือการทดสอบเอฟ ซึ่งเป็นการทดสอบแบบพาราเมตริก (Parametric Test) โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนกล่าวคือ ความคลาดเคลื่อนจะต้องมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ แต่ปัญหาที่ผู้วิจัยมักพบเสมอ ก็คือ ลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนอาจจะไม่เป็นแบบปกติ เมื่อข้อมูลไม่มีคุณสมบัติเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นเช่นนี้ หากผู้ทดลองนำข้อมูลดังกล่าวมาใช้ก็จะทำให้ผลการวิเคราะห์มีความเชื่อถือได้น้อย ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการแก้ไขปรับข้อมูล โดยวิธีการแปลงข้อมูล (Transformation of Data) เสียก่อน แล้วจึงนำข้อมูลที่แปลงแล้วมาวิเคราะห์เพื่อให้ผลสรุปที่ได้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด

การทดสอบดังกล่าวข้างต้นมีขั้นตอนและการคำนวณที่ยุ่งยาก ใช้เวลาในการวิเคราะห์มาก และยังมีปัญหาเกี่ยวกับการเลือกวิธีแปลงข้อมูลที่เหมาะสมอีกด้วย ตลอดจนความเข้มงวดต่อข้อตกลงเบื้องต้น ทำให้การวิจัยบางอย่างไม่สามารถปฏิบัติได้ ดังนั้นผู้ทดลองอาจจะเลือกใช้การทดสอบแบบนอนพาราเมตริก (Nonparametric Test) มาช่วยแก้ปัญหาเกี่ยวกับข้อตกลงเบื้องต้นต่าง ๆ และการแปลงข้อมูล ซึ่งการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก เป็นการทดสอบที่ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสามารถคำนวณได้รวดเร็วเข้าใจง่ายและสะดวกในการนำไปใช้

สำหรับการทดสอบแบบนอนพาราเมตริกที่ใช้ในการวิเคราะห์แผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อคสมบูรณ์นั้น ได้แก่

1. สถิติทดสอบของ Friedman เป็นสถิติทดสอบที่ขึ้นอยู่กับการจัดอันดับข้อมูลภายในแต่ละบล็อค

2. สถิติทดสอบของ Quade เป็นสถิติทดสอบที่ให้ความสำคัญของการจัดอันดับข้อมูลในระหว่างบล็อค

3. สถิติทดสอบของ Conover และ Iman เป็นสถิติทดสอบที่อาศัย Rank Transformation มาประยุกต์ โดยการจัดอันดับข้อมูลทุกตัวร่วมกัน แล้วใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนกับอันดับของข้อมูลนั้น

เนื่องจากมีสถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริกหลายวิธีและแต่ละวิธีได้ให้ความสำคัญของการจัดอันดับข้อมูลที่แตกต่างกันออกไป จึงเป็นที่น่าสนใจว่า สถิติการทดสอบแบบนอนพาราเมตริกตัวใดจะให้ผลการทดสอบที่มีความถูกต้องเชื่อถือได้มากกว่ากัน และสถิติทดสอบแต่ละวิธีนั้นเหมาะสมกับข้อมูลลักษณะใด

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยนี้ต้องการเปรียบเทียบสถิติที่ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์สำหรับการวิเคราะห์แผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อคสมบูรณ์ เพื่อเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบดังนี้

1.2.1 เปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบแบบนอนพาราเมตริก เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ โลจิสติก ดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล ลอกนอร์มอลและปกติปลอมปน โดยใช้สถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริก ดังนี้

1.2.1.1 สถิติทดสอบของ Friedman

1.2.1.2 สถิติทดสอบของ Quade

1.2.1.3 สถิติทดสอบของ Conover และ Iman

1.2.2 เปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบแบบพาราเมตริก (สถิติทดสอบเอฟ) กับนอนพาราเมตริกทั้ง 3 วิธี เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1.3.1 ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ กันสถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริกของโคโนเวอร์และไอแมน จะมีค่าอำนาจการทดสอบสูงสุด

1.3.2 ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนแบบปกติการทดสอบแบบพาราเมตริกกับนอนพาราเมตริกจะให้ค่าอำนาจของการทดสอบไม่แตกต่างกัน เมื่อจำนวนบล็อคที่ใช้มีจำนวนมาก

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้นของการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้จะพิจารณาจากความแกร่ง (Robustness) คือสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้เป็นเกณฑ์ขั้นต้นในการเปรียบเทียบและอำนาจการทดสอบเป็นเกณฑ์ต่อไปที่พิจารณา

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 ตัวแบบที่ใช้ศึกษาเป็นแบบอิทธิพลกำหนด (Fixed Effect Model)

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad , \quad i = 1,2, \ldots t \quad j = 1,2, \ldots b$$

μ หมายถึง ค่าเฉลี่ยประชากร

τ_i หมายถึง อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i และเป็นอิทธิพลคงที่

β_j หมายถึง อิทธิพลของบล็อคที่ j และเป็นอิทธิพลคงที่เช่นกัน

ε_{ij} หมายถึง ความคลาดเคลื่อนจากทรีทเมนต์ที่ i บล็อคที่ j

1.5.2 ศึกษาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ โลจิสติก ดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล ลอกนอร์มอล และปกติปลอมปน

1.5.3 พิจารณาจำนวนทรีทเมนต์เป็น 3 5 และ 7

1.5.4 พิจารณาจำนวนบล็อคเป็น 3 5 7 และ 10

1.5.5 กำหนดให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 25 100 225

1.5.6 ในกรณีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน จะศึกษาเมื่อเปอร์เซ็นต์การปลอมปนเป็น 10% และ 25% สำหรับสเกลแฟคเตอร์ (Scale factor) มี 2 ระดับคือ 10 และ 30

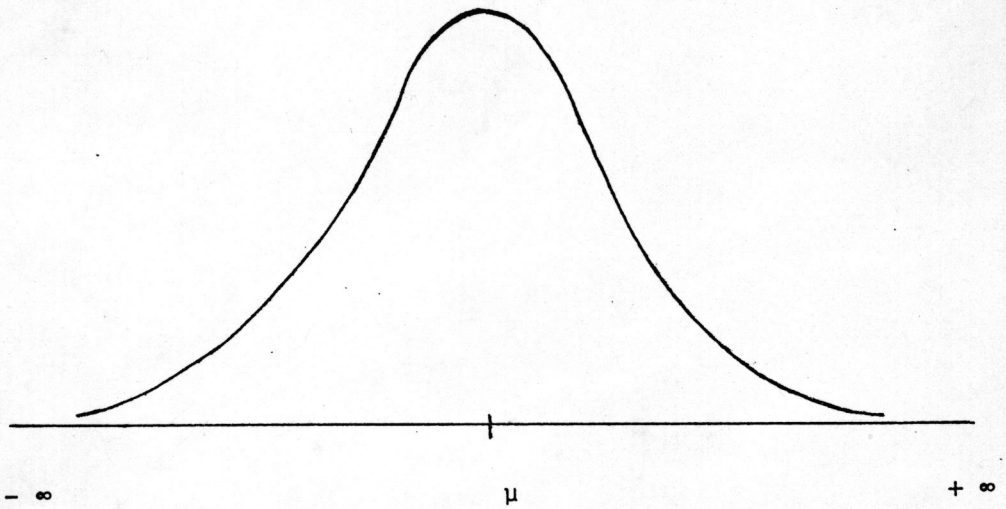
1.5.7 พิจารณาระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 2 ระดับ คือ 0.05 และ 0.01

1.5.8 จำลองการทดลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่น (Monte Carlo Simulation Technique) จากเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 โดยทำการทดลองซ้ำ ๆ กัน 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งศึกษาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ โลจิสติก ดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล ลอกนอร์มอล และปกติปลอมปน โดยมีค่าพังก์ชันความน่าจะเป็น ค่าคาดหวังและค่าความแปรปรวนของการแจกแจงแต่ละรูปแบบเป็นดังนี้

การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}\,.\sigma} \quad ; -\infty < x < \infty$$



ค่าคาดหวัง $E(x) = \mu$

ค่าความแปรปรวน $V(x) = \sigma^2$

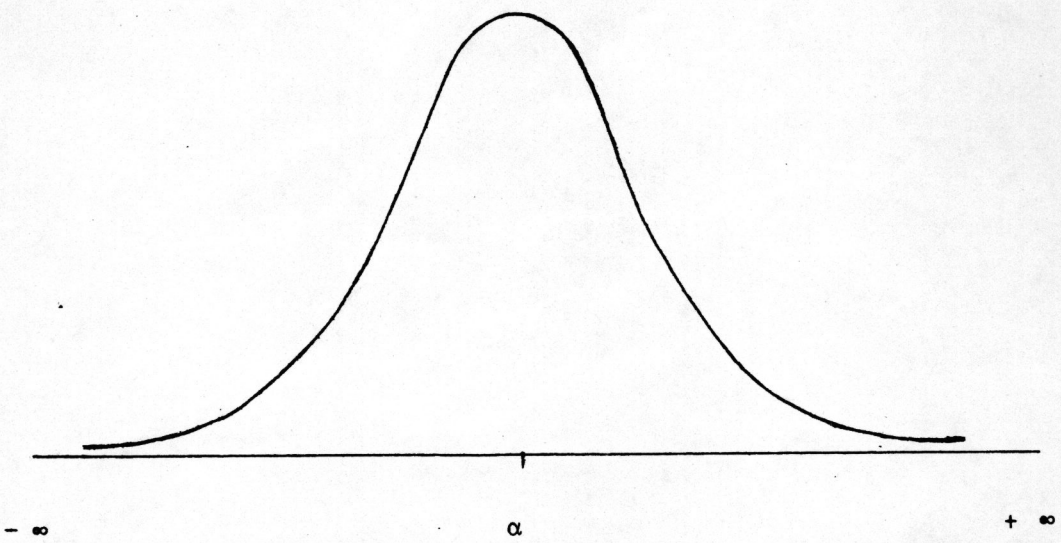
ความเบ้ (skewness) $= 0$

ความโด่ง (kurtosis) $= 3.0$

การแจกแจงแบบโลจิสติก (Logistic Distribution)

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{e^{-(\frac{x-\alpha}{\beta})}}{\left[1 + e^{-(\frac{x-\alpha}{\beta})}\right]^2} \quad ; -\infty < x < \infty \, , \; -\infty < \alpha < \infty$$



ค่าคาดหวัง $E(x) = \alpha$

ค่าความแปรปรวน $V(x) = \frac{1}{3}\pi^2 \beta^2$

ความเบ้ (skewness) $= 0$

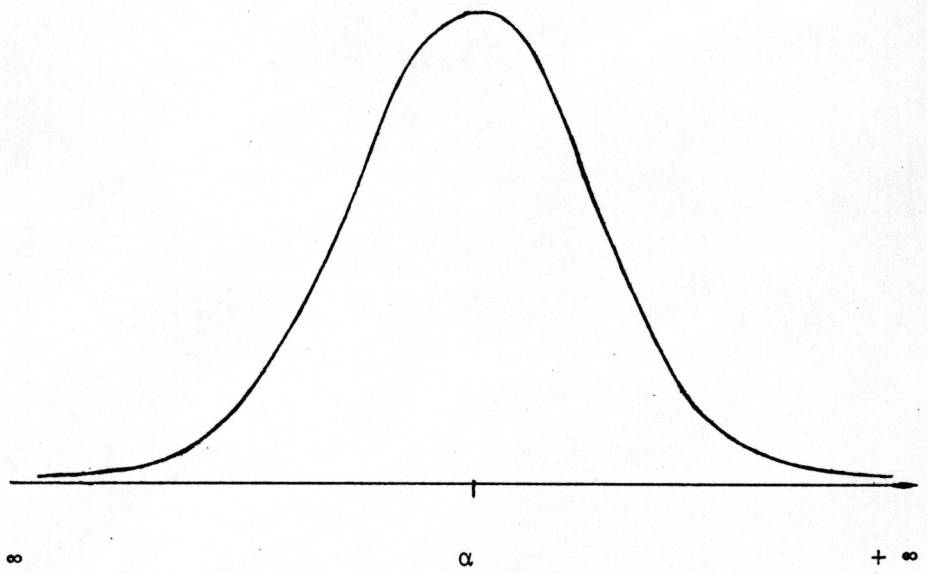
ความโด่ง (kurtosis) $= 4.2$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล (Double Exponential Distribution)

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(x) = \frac{1}{2\beta} \cdot e^{-\left|\frac{x-\alpha}{\beta}\right|} \quad ; \; -\infty < x < \infty \;, \; \infty < \alpha < \infty \;\; \beta > 0$$



ค่าคาดหวัง $E(x) = \alpha$

ค่าความแปรปรวน $V(x) = 2\beta^2$

ความเบ้ (skewness) $= 0$

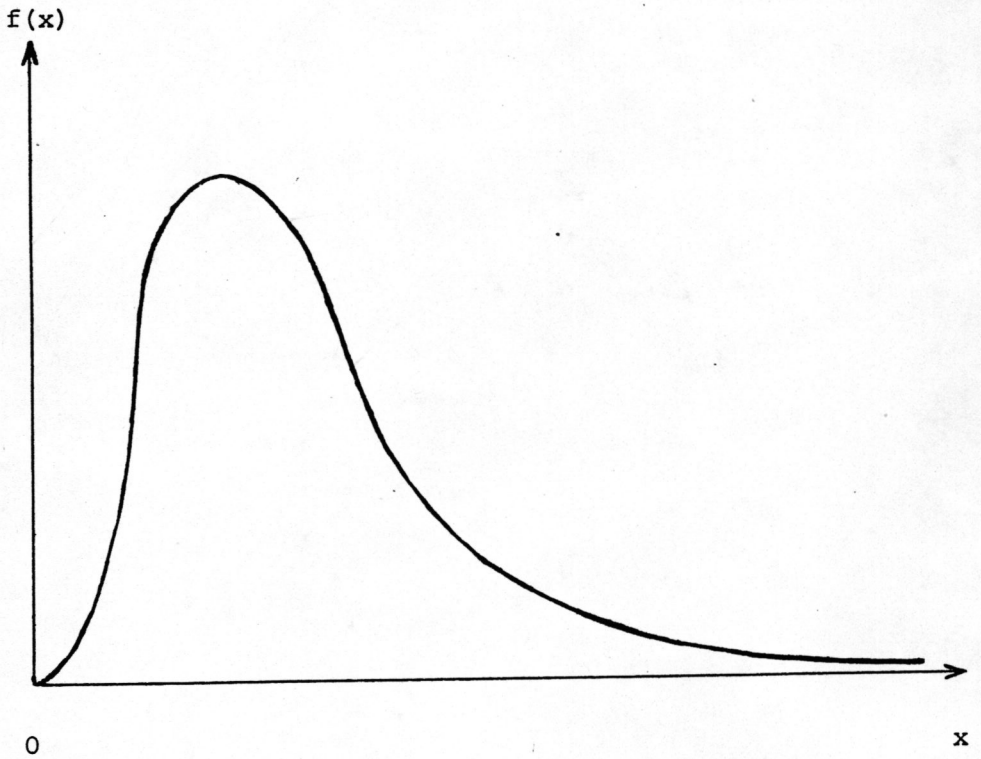
ความโด่ง (kurtosis) $= 6.0$

การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล (Lognormal Distribution)

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\log_e x-\mu)/\sigma^2} & ; x > 0,\ \sigma > 0,\ -\infty < \mu < 0 \\ 0 & , \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

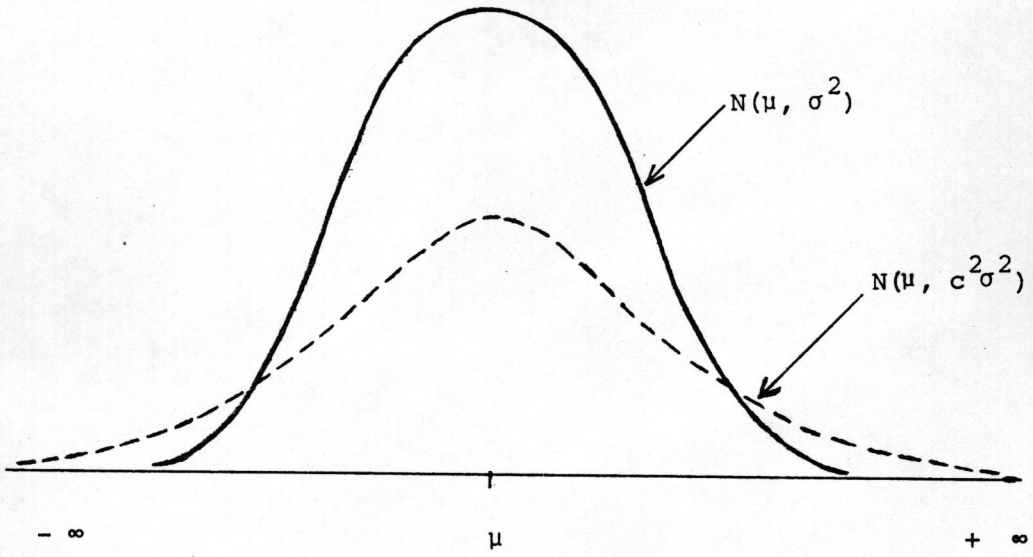
เมื่อ μ และ σ^2 เป็นค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ Y โดยที่ $Y = \log_e X$ และ Y มีการแจกแจงแบบปกติ



ค่าคาดหวัง $E(x) = \exp\{\mu + \frac{\sigma^2}{2}\}$

ความแปรปรวน $V(x) = \exp\{2\mu + \sigma^2\} \cdot \{\exp\{\sigma^2\}-1\}$

การแจกแจงแบบปกติปลอมปน (Scale Contaminated Normal Distribution)



ลักษณะการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์นี้ เป็นการแจกแจงที่แปลงมาจากการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีฟังก์ชันการแปลงดังนี้

$$F = (1-p)\, N(\mu, \sigma^2) + P\, N(\mu, c^2\sigma^2) \quad ; \quad c > 0$$

หมายความว่าค่า X จะมาจากการแจกแจง $N(\mu,\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น $(1 - p)$ และจากการแจกแจง $N(\mu, c^2\sigma^2)$ ด้วยความน่าจะเป็น p μ และ σ^2 เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน P และ c เป็นค่าที่กำหนดสัดส่วนของการปลอมปนและสเกลแฟคเตอร์

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้วิจัยเลือกใช้สถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริกได้อย่างเหมาะสม สำหรับการวิเคราะห์แผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อคสมบูรณ์

1.7 คำจำกัดความ

1.7.1 ความผิดพลาด ประเภทที่ 1 หรือ α คือความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Null Hypothesis ; H_o) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริง

1.7.2 ความผิดพลาดประเภทที่ 2 หรือ β (Type II error) คือความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นเท็จ

1.7.3 อำนาจการทดสอบ หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นเท็จจะมีค่าเท่ากับ $1 - \beta$

1.7.4 ความแกร่งของการทดสอบ หมายถึง คุณสมบัติของการทดสอบที่ไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยอื่นที่ไม่ใช่ปัจจัยที่ต้องการทดสอบ เช่น การฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบนั้น ซึ่งสิ่งที่ใช้พิจารณาความแกร่งของการทดสอบคือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1

1.7.5 สถิติพาราเมตริก คือ สถิติอนุมานซึ่งมีลักษณะดังนี้ ข้อมูลที่ใช้เป็นแบบ interval scale หรือ ratio scale , เกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์ และมีข้อสมมติต่าง ๆ เช่น ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากร ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ , ค่าสังเกตเป็นอิสระต่อกันและสำหรับกรณีการอนุมานที่มีสองหรือมากกว่าสองตัวอย่าง แล้วจะมีข้อสมมุติเพิ่มเติมว่าเป็นตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรแบบปกติ ซึ่งมีความแปรปรวนเท่ากัน

1.7.6 สถิตินอนพาราเมตริก คือ สถิติอนุมานที่ใช้เมื่อ ข้อสมมุติเบื้องต้นของการอนุมานแบบพาราเมตริกไม่เป็นไปตามต้องการ และเป็นวิธีที่ไม่ขึ้นอยู่กับลักษณะการแจกแจงของประชากรซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับพาราเมตริกของประชากร

1.7.7 องศาแห่งความเป็นอิสระ (Degree of freedom ; df) คือ จำนวนข้อมูลที่เป็นอิสระลบด้วยจำนวนพารามิเตอร์