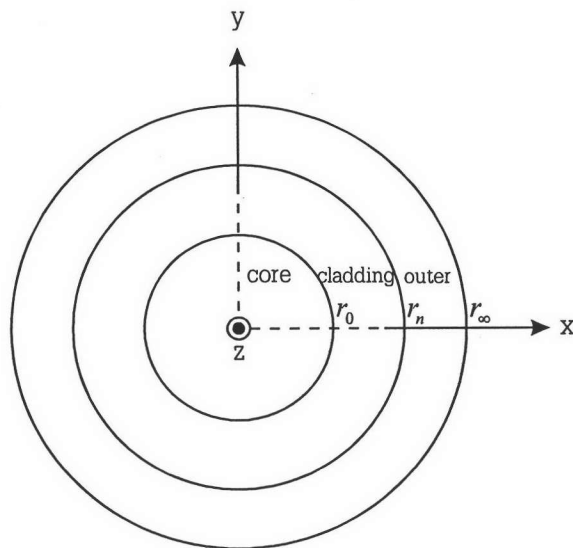


บทที่ 3

เทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = \ln(r)$

ความนำ

ในการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ (finite element method) ไปประยุกต์ใช้กับเส้นใยแสงนั้น ปัญหาหนึ่งที่พบคือขอบเขตของปัญหาที่ใช้วิเคราะห์เส้นใยแสงเป็นบริเวณเปิด (open region) หรือเป็นบริเวณอนันต์ (infinite region) ดังรูปที่ 3.1 ซึ่งในการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาใด ๆ ต้องทราบขอบเขตของปัญหาที่แน่นอน ในบทนี้จะนำเทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping technique) มาแก้ปัญหาคือขอบเขตของเส้นใยแสงที่เป็นบริเวณเปิด ซึ่งวิธีนี้จะสามารถนำไปใช้ร่วมกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เพื่อแก้ปัญหาคือเส้นใยแสงได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่เทคนิคการแปลงบริเวณที่นำเสนอในบทนี้ จะมีรูปแบบของฟังก์ชันของการแปลงบริเวณเป็น $s = \ln(r)$ โดยที่ s คือโดเมนใหม่ภายหลังจากใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ, r คือรัศมีของเส้นใยแสง



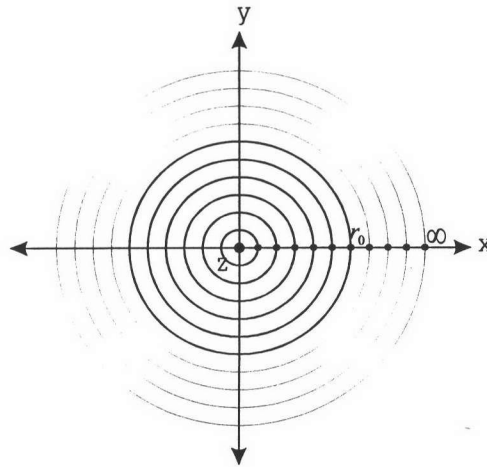
รูปที่ 3.1 ลักษณะปัญหาเส้นใยแสงที่ใช้ในการพิจารณา

จากรูปแบบสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่นำเสนอในบทที่ 2 สมการรวมของระบบจะติดอยู่ในรูปตัวแปรของรัศมี (r) ตลอดทั้งโดเมนของการพิจารณา เพื่อที่จะให้การนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น จะทำการแบ่งบริเวณของการพิจารณาออกเป็นสามส่วนคือ บริเวณแกน (core) และบริเวณวัสดุหุ้ม (cladding) ซึ่งเป็นบริเวณที่จำกัด และบริเวณระยะไกล (outer domain) ซึ่งเป็นบริเวณเปิด ดังรูปที่ 3.1 โดยที่การนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาใช้นั้นจะนำมาประยุกต์ใช้กับบริเวณระยะไกล (outer domain) ซึ่งจะทำให้รูปแบบของสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เปลี่ยนไปเป็น ภายในบริเวณแกนและบริเวณวัสดุหุ้มรูปฟังก์ชันนอลยังคงสภาพเดิมคือยังติดตัวแปรรัศมี (r) ส่วนในบริเวณระยะไกลฟังก์ชันนอลจะติดอยู่ในรูปฟังก์ชันการแปลงบริเวณ $s = \ln(r)$ (โดยที่ s คือโดเมนใหม่ภายหลังจากใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ) เมื่อทำการดัดแปลงรูปสมการระบบแล้วก็ตามทำตามขั้นตอนของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ต่อไปคือทำการแทนค่าฟังก์ชันทดสอบ (trial function) และจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปเมตริกซ์โดยมีค่าเจาะจงคือ ค่าคงตัวการแพร่กระจาย (propagation constant) ตัวอย่างการคำนวณคือทำการคำนวณหาค่าคงที่การแพร่กระจายบรรทัดฐานโดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันได (step-index) และดัชนีลาด (grad-index)

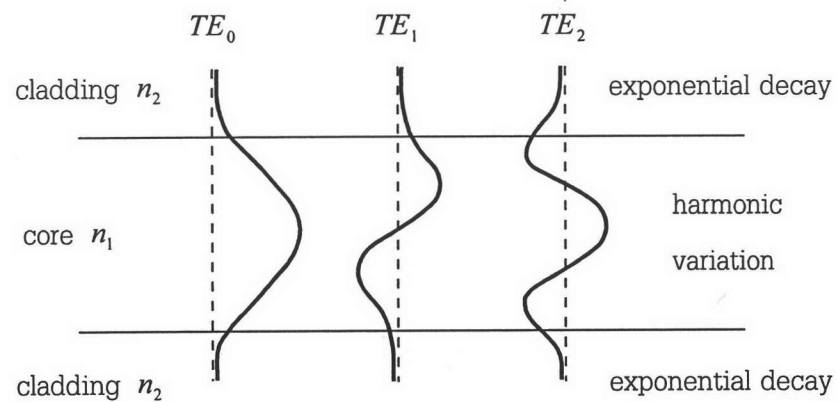
1. ลักษณะปัญหาของเส้นใยแสงและการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาใช้

จากลักษณะของขอบเขตปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสง ขอบเขตปัญหาของเส้นใยแสงจะเป็นบริเวณเปิด (open region) หรือเป็นบริเวณอนันต์ (infinite region) ซึ่งการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ไปประยุกต์ใช้นั้นต้องทราบขอบเขตของปัญหาที่แน่นอน จากรูปที่ 3.2 แสดงให้เห็นว่าถ้านำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มาประยุกต์ใช้กับปัญหาเส้นใยแสงต้องแบ่งอีลีเมนต์ (element) เป็นจำนวนมากในบริเวณวัสดุหุ้มเพื่อที่จะทำให้ครอบคลุมโดเมนทั้งหมดของปัญหา ซึ่งจะทำให้สิ้นเปลืองทรัพยากรที่ใช้ในการคำนวณเป็นจำนวนมาก

พิจารณารูปแบบการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสงดังรูปที่ 3.3 ฟังก์ชันของการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสงนั้นจะมีรูปแบบคือ ในบริเวณวัสดุหุ้ม (cladding) ฟังก์ชันของการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีการลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรก และจะลดลงช้าลงในบริเวณที่ระยะไกลออกไปและจะไปสิ้นสุดจริงที่อนันต์ (infinite) หรืออาจเขียนฟังก์ชันของการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มได้ในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล $e^{-\alpha r}$

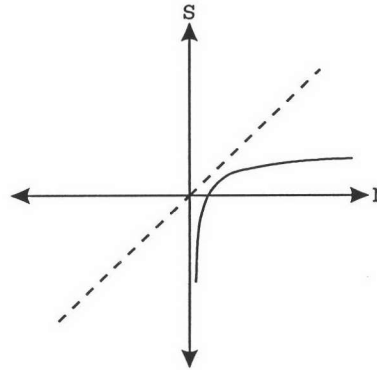


รูปที่ 3.2 ตัวอย่างการแบ่งอีลีเมนต์ในเส้นใยแสง



รูปที่ 3.3 การกระจายของสนามไฟฟ้าในเส้นใยแสงแบบแผ่นคู่ขนาน (dielectric slab waveguide)

ถ้าสามารถหาฟังก์ชันของการแปลงบริเวณที่เหมาะสมกับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงได้ก็จะสามารถทำการลดลงของการสิ้นเปลืองทรัพยากรในการคำนวณได้ และอาจยังผลให้การคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มีความถูกต้องและแม่นยำขึ้น เทคนิคการแปลงบริเวณแบบหนึ่งที่น่ามาใช้ในงานวิจัยนี้ ซึ่งมีรูปแบบฟังก์ชันของการแปลงบริเวณเป็น $s = \ln(r)$ ซึ่งรูปแบบของฟังก์ชันจะเป็นดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ฟังก์ชันการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$

จากรูปที่ 3.4 จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันของการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ นั้นจะไม่สามารถที่จะครอบคลุมปัญหาที่เกิดขึ้นจริงได้ทั้งหมดคือ ที่จุดอนันต์ $r \rightarrow \infty$ ค่าโดเมนใหม่ (s) ภายหลังจากใช้เทคนิคการแปลงโดเมนจะเป็น $s = \ln(\infty) = \infty$ และที่จุดรอยต่อระหว่างบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลรัศมีเป็น r_n ค่าที่โดเมนใหม่ (s) ภายหลังจากใช้เทคนิคการแปลงบริเวณจะเป็น $s_n = \ln(r_n)$ แต่ถ้าพิจารณาถึงฟังก์ชันแบบ $s = \ln(r)$ ข้อดีของฟังก์ชันแบบนี้คือเมื่อรัศมี (r) มีการเปลี่ยนแปลงไปมากแต่รัศมีใหม่ที่ ใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ (s) จะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ซึ่งข้อดีอันนี้เองที่จะนำมาประยุกต์ใช้เพราะว่าที่บริเวณไกลออกไปจากรอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มกับโดเมนระยะไกลมากๆ อัตราการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีน้อยมาก ซึ่งจะเห็นได้ว่าที่บริเวณนี้ถ้าใช้เทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้จะทำให้ลิ้นเปลืองโดเมนย่นย่อลงและจะยังคงสามารถครอบคลุมปัญหาได้มากขึ้นเมื่อใช้จำนวนอีลีเมนต์เท่ากัน

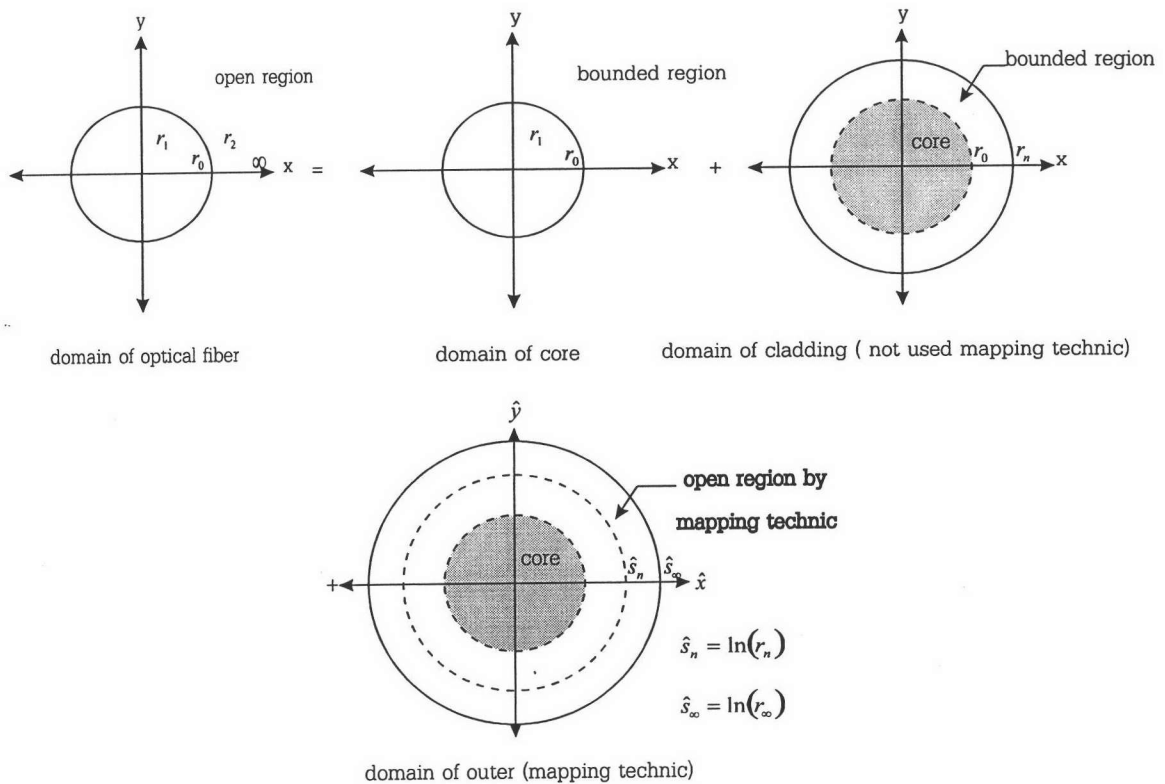
2. การนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้ในระบบสมการ

จากรูปแบบสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ได้จากบทที่ 2 รูปแบบของนิพจน์แปรผัน (variational expression) จะเป็นไปตามชุดสมการที่ (2.19) คือ

$$\beta^2(f_r, f_\theta, g) = \frac{a(f_r, f_\theta)}{b(f_r, f_\theta, g)} \quad (2.19ก)$$

$$a(f_r, f_\theta) = \int_0^{\infty} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (2.19ข)$$

$$b(f_r, f_\theta, g) = \int_0^{\infty} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (2.19ค)$$



รูปที่ 3.5 การแบ่งโดเมนที่ใช้ในการพิจารณา

เมื่อนำเทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ใช้ต้องทำการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นสามส่วนดังรูปที่ 3.5 คือ โดเมนที่แกน (core) และโดเมนที่วัสดุหุ้ม (cladding) ขอบเขตจะเป็นบริเวณที่จำกัด และโดเมนระยะไกล (outer domain) ขอบเขตเป็นบริเวณเปิด โดยที่โดเมนที่เป็นบริเวณเปิดจะทำการแปลงบริเวณโดยอาศัยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ ซึ่งรูปแบบสมการระบบของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ตามชุดสมการที่ 2.19 จะเปลี่ยนไปเป็นดังรายละเอียดต่อไปนี้

สำหรับสมการที่ (2.19ข) จะแบ่งเป็นสามโดเมนดังนี้

$$a(f_r, f_\theta) = a_{core}(f_r, f_\theta) + a_{cladding}(f_r, f_\theta) + a_{outer}(f_r, f_\theta)$$

และ

$$b(f_r, f_\theta, g) = b_{core}(f_r, f_\theta, g) + b_{cladding}(f_r, f_\theta, g) + b_{outer}(f_r, f_\theta, g)$$

โดยที่แต่ละโดเมนจะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ ในบริเวณแกน (core)

$$a_{core}(f_r, f_\theta) = \int_0^{r_1} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (3.01)$$

ที่โดเมนวัสดุหุ้ม (cladding) จะได้ว่า

$$a_{cladding}(f_r, f_\theta) = \int_{r_0}^{r_m} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (3.02)$$

ที่โดเมนระยะไกล (outer domain)

$$a_{outer}(f_r, f_\theta) = \int_{r_n}^{r_m} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \quad (3.03)$$

โดยอาศัยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ สมการที่ (3.03) จะได้ว่า

$$a_{outer}(f_r, f_\theta) = \int_{r_n}^{r_m} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial(\ln r)} - \frac{f_\theta}{(\ln r)} + \frac{l}{(\ln r)} f_r \right)^2 \right\} (\ln r) d(\ln r) \quad (3.04)$$

$$a_{outer}(f_r, f_\theta) = \int_{\ln(r_n)}^{\ln(r_m)} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\frac{1}{r} \partial r} - \frac{f_\theta}{(\ln r)} + \frac{l}{(\ln r)} f_r \right)^2 \right\} \frac{(\ln r)}{r} dr \quad (3.05)$$

โดยที่ $\hat{s}_n = \ln(r_n)$ และ $\hat{s}_\infty = \ln(r_\infty)$

และเทอม b จะได้นี้ ในบริเวณแกน (core)

$$b_{core}(f_r, f_\theta, g) = \int_0^{r_0} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (3.06)$$

ที่โดเมนวัสดุหุ้ม (cladding) จะได้ว่า

$$b_{cladding}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_0}^{r_m} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (3.07)$$

ที่โดเมนระยะไกล (outer domain) จะได้ว่า

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_n}^{r_m} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \quad (3.08)$$

โดยอาศัยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ สมการที่ (3.08) จะได้ว่า

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{r_n}^{r_m} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial(\ln r)} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{(\ln r)} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} (\ln r) d(\ln r) \quad (3.09)$$

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{\ln(r_n)}^{\ln(r_o)} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{(\ln r)} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} \frac{(\ln r)}{r} dr \quad (3.10)$$

$$b_{outer}(f_r, f_\theta, g) = \int_{\ln(r_n)}^{\ln(r_o)} \left\{ \left(f_r^2 + r \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{(\ln r)} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} \frac{(\ln r)}{r} dr \quad (3.11)$$

เพราะฉะนั้นรูปสมการที่ 2.19 เมื่อทำการดัดแปลงรูปแบบฟังก์ชันนอลด้วยเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ แล้วสามารถสรุปได้ดังนี้

$$\beta^2(f_r, f_\theta, g) = \frac{a(f_r, f_\theta)}{b(f_r, f_\theta, g)} \quad (3.12)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a(f_r, f_\theta) &= \int_0^{r_o} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \\ &+ \int_{r_o}^{r_m} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{r} + \frac{l}{r} f_r \right)^2 \right\} r dr \\ &+ \int_{\ln(r_n)}^{\ln(r_o)} \left\{ k_0^2 \eta^2 (f_r^2 + f_\theta^2) - \left(-\frac{\partial f_\theta}{\partial r} - \frac{f_\theta}{(\ln r)} + \frac{l}{(\ln r)} f_r \right)^2 \right\} \frac{(\ln r)}{r} dr \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} b(f_r, f_\theta, g) &= \int_0^{r_o} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \\ &+ \int_{r_o}^{r_m} \left\{ \left(f_r^2 + \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{r} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} r dr \\ &+ \int_{\ln(r_n)}^{\ln(r_o)} \left\{ \left(f_r^2 + r \frac{\partial g}{\partial r} \right)^2 + \left(f_\theta + \frac{l}{(\ln r)} g \right)^2 - k_0^2 \eta^2 g^2 \right\} \frac{(\ln r)}{r} dr \end{aligned} \quad (3.14)$$

รูปแบบของฟังก์ชันรูปร่างจะถูกเปลี่ยนไปตามโดเมนดังนี้ ที่บริเวณแกน(core)และบริเวณหุ้ม (cladding) เทอม $a_{core}(f_r, f_\theta)$, $a_{cladding}(f_r, f_\theta)$, $b_{core}(f_r, f_\theta, g)$ และ $b_{cladding}(f_r, f_\theta, g)$ ฟังก์ชันรูปร่างจะเป็น

$$f_r(r) = \sum_m c_m t_m(r) \quad (3.15ก)$$

$$f_\theta(r) = \sum_m d_m \frac{r_m}{r} u_m(r) \quad (3.15ข)$$

$$g(r) = \sum_m e_m u_m(r) \quad (3.15ค)$$

โดยที่ $t_m(r)$ คือ ฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ดังรูปที่ 2.5 $\frac{r_m}{r}u_m(r)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ดังรูปที่ 2.6 ก และ $u_m(r)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ดังรูปที่ 2.6 ข และ c_m, d_m, e_m คือสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า และ r_m คือค่าที่จุดโคออร์ดิเนตเมื่อฟังก์ชัน $u_m(r)$ มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับฟังก์ชันรูปท้อปนั้นความสัมพันธ์ของค่าฟังก์ชันที่แต่ละโนดจะเป็นดังนี้

$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{r_m}{r}u_m(r) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = \frac{r_m}{r} \frac{(r_2 - r)}{(r_2 - r_1)} \quad (3.16ก)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{r_m}{r}u_m(r) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = \frac{r_m}{r} \frac{(r - r_1)}{(r_2 - r_1)} \quad (3.16ข)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } u_m(r) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = (r_2 - r) \quad (3.16ค)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } u_m(r) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = (r - r_1) \quad (3.16ง)$$

และที่โดเมนระยะไกล (outer) เทอม $a_{outer}(f_r, f_\theta)$, $b_{outer}(f_r, f_\theta, g)$ ฟังก์ชันรูปร่างจะเป็น

$$f_r(s) = \sum_m \hat{c}_m \hat{t}_m(s) \quad (3.17ก)$$

$$f_\theta(s) = \sum_m \hat{d}_m \frac{\ln(\hat{r}_m)}{\ln(r)} \hat{u}_m(s) \quad (3.17ข)$$

$$g(s) = \sum_m \hat{e}_m \hat{u}_m(s) \quad (3.17ค)$$

โดยที่ $\hat{t}_m(s)$ คือ ฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ที่สเกลตามแกนรัศมี (r) ติดอยู่ในเทอม $\ln(r)$, และ $\frac{\ln(\hat{r}_m)}{\ln(r)} \hat{u}_m(s)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ที่สเกลตามแกนรัศมี (r) ติดอยู่ในเทอม $\ln(r)$ $\hat{u}_m(s)$ คือ ฟังก์ชันรูปท้อป (rooftop function) ที่สเกลตามแกนรัศมี (r) ติดอยู่ในเทอม $\ln(r)$ $\hat{c}_m, \hat{d}_m, \hat{e}_m$ คือสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า และ $\ln(\hat{r}_m)$ คือค่าที่จุดโคออร์ดิเนตเมื่อฟังก์ชัน $\hat{u}_m(s)$ มีค่าเท่ากับ 1 สำหรับฟังก์ชันรูปท้อปนั้นความสัมพันธ์ของค่าฟังก์ชันที่แต่ละโนดจะเป็นดังนี้

$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{\ln(\hat{r}_m)}{\ln(r)} \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = \frac{\ln(\hat{r}_m)}{\ln(r)} \frac{(\ln(r_2) - \ln(r))}{(\ln(r_2) - \ln(r_1))} \quad (3.18ก)$$

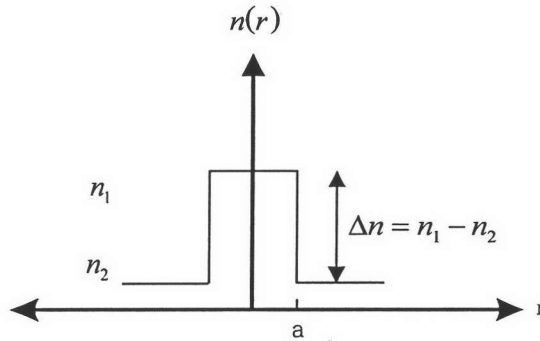
$$\text{ฟังก์ชัน } \frac{\ln(\hat{r}_m)}{\ln(r)} \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = \frac{\ln(\hat{r}_m)}{\ln(r)} \frac{(\ln(r) - \ln(r_1))}{(\ln(r_2) - \ln(r_1))} \quad (3.18ข)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 1 จะได้ว่า } N_1 = (\ln(r_2) - \ln(r)) \quad (3.18ค)$$

$$\text{ฟังก์ชัน } \hat{u}_m(s) \text{ ที่โนด 2 จะได้ว่า } N_2 = (\ln(r) - \ln(r_1)) \quad (3.18ง)$$

ตัวอย่างการคำนวณ

1. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 3.6 โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกนและ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม



รูปที่ 3.6 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

ในตัวอย่างการคำนวณนี้เป็นการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน ค่าคงที่ความถี่บรรทัดฐานเท่ากับ 1.5 และ 4.0 ของโหมด HE_{11} โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีขั้นบันได (step-index) โดยกำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ ในการคำนวณนี้กำหนดให้ความยาวของอีลีเมนต์ที่ใช้ทดสอบในวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่ไม่ใช่เทคนิคการแปลงบริเวณมีความยาวเท่ากับ ความยาวของอีลีเมนต์ที่ใช้ในการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ (เมื่อมีการแปลงความยาวต่อหนึ่งอีลีเมนต์ในเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ ไปเป็นแบบวิธีที่ไม่ได้ใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ)

ตารางที่ 3.1 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันได (step-index) ค่าคงที่ $V=1.5$ โหมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$
 (ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแม่นยำตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแม่นยำ=0.1001

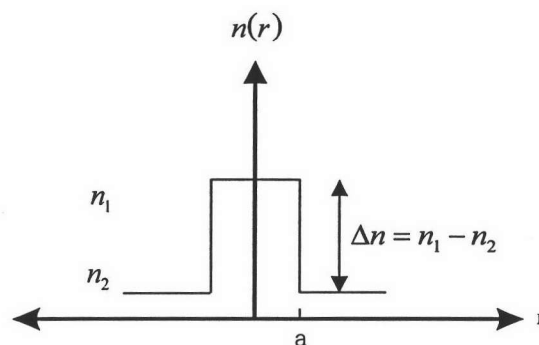
e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	not map	$s = \ln(r)$
10	8	2	6	16	0.0872	0.0913
					12.88%	8.79%
10	8	4	6	16	0.0894	0.0944
					10.68%	5.69%
10	8	6	6	16	0.0917	0.0965
					8.39%	3.59%

ตารางที่ 3.2 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ
ขั้นบันได (step-index) จำนวนที่ $V=4.0$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$
(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแน่นอนตรง Masanori Matsuhara et al. 1992)คำตอบแน่นอนตรง=0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	not map	$s = \ln(r)$
10	8	2	6	16	0.6534	0.6623
					11.67%	10.47%
10	8	4	6	16	0.6621	0.6793
					10.52%	8.17%
10	8	6	6	16	0.6732	0.6932
					9.00%	6.29%

จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มีประสิทธิภาพของคำตอบแน่นอนตรงดีกว่าวิธีที่ไม่ได้ใช้เทคนิคการแปลงบริเวณ ดังนั้นวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับปัญหาเส้นใยแสง

2. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 3.7 โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกนและ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม



รูปที่ 3.7 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

ในตัวอย่างการคำนวณนี้เป็นการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน จำนวนที่ความถี่บรรทัดฐานเท่ากับ 1.5 ของโมด HE_{11} โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีขั้น

บันได(step-index)โดยกำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ การคำนวณเป็นการปรับค่าตัวแปร 5 ตัวคือ จำนวนอีลีเมนต์ในแกน (element core) , จำนวนอีลีเมนต์ในวัสดุหุ้ม (element cladding) , จำนวนอีลีเมนต์ในโดเมนระยะไกล (element outer) , ค่ารัศมีตรงรอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มกับบริเวณระยะไกล r_n และค่ารัศมีที่จุดอ่อนัด r_∞

ตารางที่ 3.3 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันไดโดยมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้

คำนวณที่ $V=1.5$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแม่นยำตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแม่นยำตรง=0.1001

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = \ln(r)$
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
10	8	4	6	16	0.0944
					5.69%
10	8	6	6	16	0.0965
					3.59%
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
10	10	2	6	16	0.0925
					7.59%
10	12	2	6	16	0.0933
					6.79%
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
12	8	2	6	16	0.0919
					8.19%
14	8	2	6	16	0.0924
					7.69%
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%

ตารางที่ 3.3 ต่อ การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ
ขั้นบันไดโดยมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้

คำนวณที่ $V=1.5$ ไมครอน HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแม่นยำตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแม่นยำตรง=0.1001

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = \ln(r)$
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
10	8	2	7	16	0.0934
					6.69%
10	8	2	8	16	0.0949
					5.19%
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
10	8	2	6	18	0.0937
					6.39%
10	8	2	6	20	0.0951
					4.99%
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
10	8	4	6	26	0.0961
					3.99%
10	8	6	6	36	0.0992
					1.09%
10	8	2	6	16	0.0913
					8.79%
10	10	2	7.25	17.25	0.0938
					6.29%
10	12	2	8.5	18.5	0.0953
					4.79%

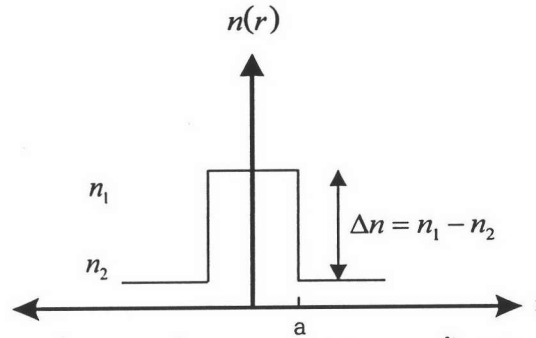
จากผลการคำนวณที่ $V=1.5$ ของโหมด HE_{11} สามารถสรุปได้ดังนี้

2.1. เมื่อเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ที่บริเวณระยะไกลโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะทำให้ความแม่นยำตรงสูงขึ้นซึ่งชี้ให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าที่ความถี่เท่ากับ 1.5 นี้มีการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าต่อเนื่องในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลมากกว่าที่ความถี่เท่ากับ 4.0 โดยเมื่อปรับ r_{∞} เพิ่มขึ้น ผลการคำนวณจะดีขึ้นมากแสดงให้เห็นว่าการเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ในบริเวณระยะไกลและการเพิ่มค่า r_{∞} จะทำให้ผลการคำนวณดีขึ้นมากมีความแม่นยำตรงสูงทั้งนี้เป็นผลมาจากสนามไฟฟ้าในบริเวณความถี่ที่ใกล้ความถี่คัตออฟนั้นจะกระจายตัวอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลมาก ซึ่งสาเหตุนี้ที่เป็นผลทำให้ต้องใช้เทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ ถึงแม้ว่าเราจะรู้ว่าสนามไฟฟ้ากระจายตัวอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลเป็นส่วนใหญ่ แต่ว่าข้อจำกัดของจำนวนอิลิมินท์ที่จะนำมาคำนวณในบริเวณนี้นั้นจะต้องไม่มากเกินไป เพราะว่าที่บริเวณระยะไกลสนามไฟฟ้ามีการกระจายตัวอยู่จริงแต่มีอยู่น้อยและไกลออกไปเรื่อย ๆ ดังนั้นถ้าเราจะแบ่งอิลิมินท์โดยตรงก็จะทำให้สิ้นเปลืองจำนวนอิลิมินท์เป็นจำนวนมากดังนั้นเทคนิคการแปลงบริเวณจึงถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุด

2.2. เมื่อเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ในบริเวณวัสดุหุ้มโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบการเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ในบริเวณระยะไกล แสดงให้เห็นได้ว่าการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่ใกล้ความถี่คัตออฟนี้จะอยู่ในบริเวณระยะไกลเป็นส่วนมากมากกว่าในบริเวณวัสดุหุ้ม ซึ่งสอดคล้องกับในทางทฤษฎีเพราะบริเวณที่ใกล้ความถี่คัตออฟนี้เป็นบริเวณที่ใกล้จุดวิกฤตสนามไฟฟ้าจะกระจายตัวอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและต่อเนื่องไปในบริเวณระยะไกลเป็นส่วนมาก และเมื่อทดสอบโดยการเพิ่มรัศมีของ r_n และเพิ่ม r_{∞} ขึ้น ผลของการคำนวณจะชี้ให้เห็นชัดว่าความแม่นยำตรงของคำตอบเมื่อให้จำนวนอิลิมินท์ในบริเวณวัสดุหุ้มคงที่จะดีกว่าการเพิ่มอิลิมินท์ในบริเวณระยะไกลแสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าจะกระจายตัวอยู่ในบริเวณระยะไกลมากกว่าในบริเวณวัสดุหุ้ม ทั้งนี้ผลการคำนวณโดยรวมแล้วจะชี้ให้เห็นสอดคล้องกับในทางทฤษฎีเพราะการลดลงของสนามไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มจะอยู่ในรูปของ e^{-ar} โดยที่ r คือรัศมี ก็จะมีการลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรกและจะลดลงช้าลงในบริเวณระยะไกลและจะไปสิ้นสุดจริงที่จุดอนันต์ ดังนั้นเมื่อเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ในบริเวณระยะไกลมากขึ้นและระยะ r_{∞} เพิ่มออกไปไกล ๆ ผลการคำนวณจะมีความแม่นยำตรงสูงขึ้นด้วย

2.3. เมื่อเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ในแกนโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ทั้งนี้เป็นผลมากกว่าการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในบริเวณใกล้ความถี่คัตออฟนั้น การกระจายตัวจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มและบริเวณระยะไกลเป็นส่วนใหญ่เมื่อเราเพิ่มจำนวนอิลิมินท์ในแกนผลการคำนวณจึงดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

3. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสง ที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 3.8 โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกน, n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม



รูปที่ 3.8 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

ในตัวอย่างการคำนวณนี้เป็นการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน ค่าความถี่บรรทัดฐานเท่ากับ 4.0 ของโหมด HE_{11} โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีขั้นบันได(step-index)โดยกำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ การคำนวณเป็นการปรับค่าตัวแปร 5 ตัวคือ จำนวนอิลีเมนต์ในแกน (element core) , จำนวนอิลีเมนต์ในวัสดุหุ้ม (element cladding) , จำนวนอิลีเมนต์ในโดเมนระยะไกล (element outer) , ค่ารัศมีตรงรอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มกับบริเวณระยะไกล r_n และค่ารัศมีที่จุดอนันต์ r_∞

ตารางที่ 3.4 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันไดโดยมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้

คำนวณที่ $V=4.0$ โหมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแม่นยำตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแม่นยำตรง=0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = \ln(r)$
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
10	8	4	6	16	0.6793
					8.17%
10	8	6	6	16	0.6932
					6.29%
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
10	10	2	6	16	0.6811
					7.93%
10	12	2	6	16	0.7011
					5.23%

ตารางที่ 3.4 ต่อ การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ
 ชั้นบันไดโดยมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้คำนวณที่ $V=4.0$ โมด HE_{11}
 (ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแม่นยำตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแม่นยำตรง=0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = \ln(r)$
10	12	2	6	16	0.7011
					5.23%
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
12	8	2	6	16	0.6991
					5.50%
14	8	2	6	16	0.7326
					0.97%
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
10	8	2	7	16	0.6782
					8.32%
10	8	2	8	16	0.6947
					6.09%
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
10	8	2	6	18	0.6642
					10.21%
10	8	2	6	20	0.6711
					9.28%
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
10	8	4	6	26	0.6751
					8.74%
10	8	6	6	36	0.6929
					6.33%

ตารางที่ 3.4 ต่อ การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงที่มีรูปแบบดัชนีหักเหเป็นแบบ
ขั้นบันไดโดยมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้

คำนวณที่ $V=4.0$ โมด HE_{11} , $n_1/n_2 = 1.5$

(ที่มาแหล่งข้อมูลคำตอบแม่นยำตรง Masanori Matsuhara et al. 1992) คำตอบแม่นยำตรง=0.7398

e core	e clad	e outer	radius r_n	radius r_∞	$s = \ln(r)$
10	8	6	6	36	0.6929
					6.33%
10	8	2	6	16	0.6623
					10.47%
10	10	2	7.25	17.25	0.6701
					9.42%
10	12	2	8.5	18.5	0.6823
					7.77%

จากผลการคำนวณที่ $V=4.0$ ของโมด HE_{11} สามารถสรุปได้ดังนี้

3.1. ผลของการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ที่บริเวณระยะไกลโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณทำให้ความผิดพลาดน้อยลงแต่ค่าความผิดพลาดที่ลดลงจะมีค่าเพียงเล็กน้อยเท่านั้น และเมื่อปรับ r_∞ เพิ่มขึ้นผลของการคำนวณดีขึ้นเพียงเล็กน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลแล้วผลของการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลจะให้คำตอบที่แม่นยำกว่าแสดงให้เห็นว่าสนามไฟฟ้าที่ระยะไกลออกไปมีน้อยมากหรือแทบจะไม่มีเลยที่ความถี่ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงเพราะเมื่อ $V=4.0$ จะไกลจากจุดตัดต่อพหุคูณการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณแกนเป็นส่วนใหญ่

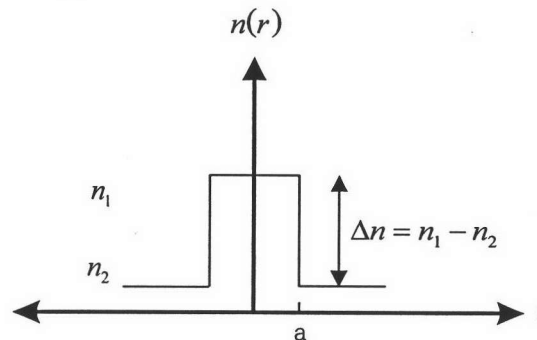
3.2. เมื่อปรับจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มเพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกล ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงที่ว่าในบริเวณที่ความถี่ไกลจากความถี่ตัดต่อพหุคูณสนามไฟฟ้าจะมีการกระจายตัวอยู่ในบริเวณแกนเป็นส่วนใหญ่

3.3. เมื่อปรับจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณแกนเพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นมากเมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มและการเพิ่มจำนวนอิลีเมนต์ในบริเวณระยะไกล ซึ่งเป็นข้อยืนยันได้ว่าสนามไฟฟ้าที่ความถี่ไกลจากความถี่ตัดต่อพหุคูณจะมีการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าอยู่ในบริเวณแกนมากกว่าในบริเวณวัสดุหุ้มซึ่งตรงตามทฤษฎี

3.4. เมื่อปรับค่า r_n เพิ่มขึ้นโดยกำหนดให้ตัวแปรอื่นคงที่ ผลการคำนวณจะดีขึ้นเพียงเล็กน้อยซึ่งเป็นผลมาจากเมื่อเพิ่ม r_n ขึ้นความยาวของอีลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มจะยาวขึ้นทำให้ครอบคลุมบริเวณของสนามไฟฟ้ามากขึ้นดังนั้นคำตอบจึงดีขึ้น แต่เมื่อเปรียบเทียบกับ การเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มโดยที่ความยาวของอีลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มเท่าเดิมผลจะชี้ให้เห็นว่าการเพิ่มจำนวนอีลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้มโดยการไม่ปรับความยาวของอีลีเมนต์ในวัสดุหุ้มจะดีกว่าซึ่งสอดคล้องกับการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มจริง

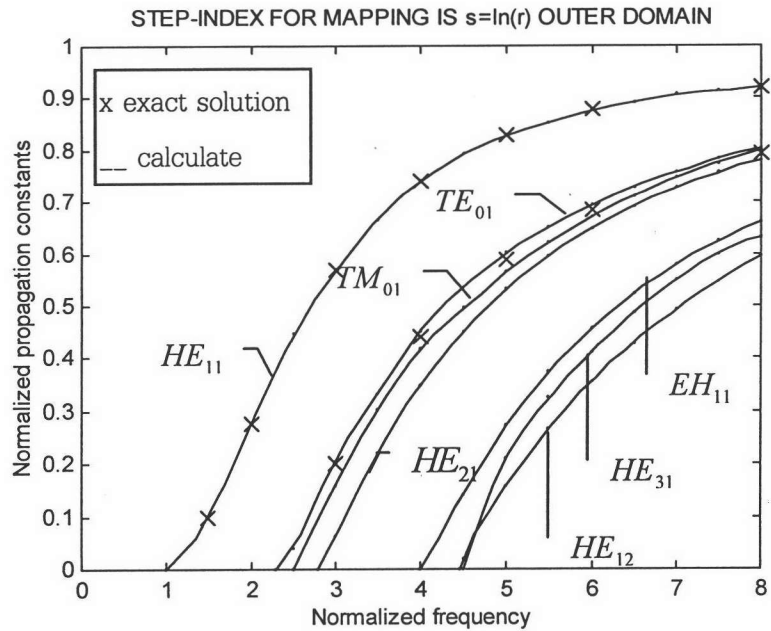
3.5. เมื่อปรับจำนวนอีลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลเพิ่มขึ้นโดยให้ความยาวของอีลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลสอดคล้องกับความยาวของอีลีเมนต์ในบริเวณวัสดุหุ้ม ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าผลการคำนวณดีขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เป็นการชี้ให้เห็นชัดว่าผลของการนำเทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ใช้กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์นั้นจำนวนอีลีเมนต์ที่นำมาประยุกต์ใช้ที่ความถี่บรรทัดฐานเท่ากับ 4.0 ต้องสอดคล้องกับค่า r_∞ ทั้งนี้เมื่อให้จำนวนอีลีเมนต์ในบริเวณระยะไกลมากขึ้นและระยะ r_∞ มากขึ้นจะสามารถครอบคลุมสนามไฟฟ้ามากขึ้นจึงทำให้ผลการคำนวณดีขึ้นแต่ในกรณีที่ไกลจากจุดตัดของผลของการปรับจำนวนอีลีเมนต์ที่มาแปลงบริเวณมีผลน้อยมากซึ่งสอดคล้องกับในทางทฤษฎีที่กล่าวถึงการกระจายตัวของสนามไฟฟ้าที่ความถี่นี้

4. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสง ที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 3.9 โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกน , n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม



รูปที่ 3.9 ตัวอย่างรูปแบบดัชนีหักเหแบบขั้นบันได

ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$ การคำนวณในตัวอย่างนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงวิธีการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสงซึ่งมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้กับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ โดยที่การคำนวณนี้จะคำนวณที่ความถี่บรรทัดฐานใดๆ

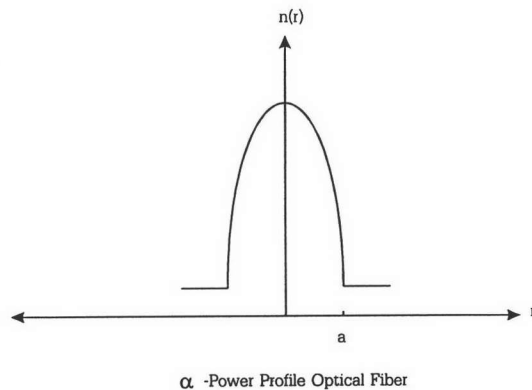


รูปที่ 3.10 ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานที่ความถี่บรรทัดฐานใดๆ

รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดที่มีอัตราส่วน $\frac{n_1}{n_2} = 1.5$

ผลการคำนวณแสดงประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = \ln(r)$ มาประยุกต์ใช้กับปัญหาเส้นใยแสงที่บริเวณโดเมนระยะไกล จากการคำนวณผลที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับคำตอบแม่นยำตรงจะเห็นได้ว่ามีความผิดพลาดน้อยมาก

5. ตัวอย่างการคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานของเส้นใยแสง ที่มีรูปแบบค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันไดดังรูปที่ 3.11



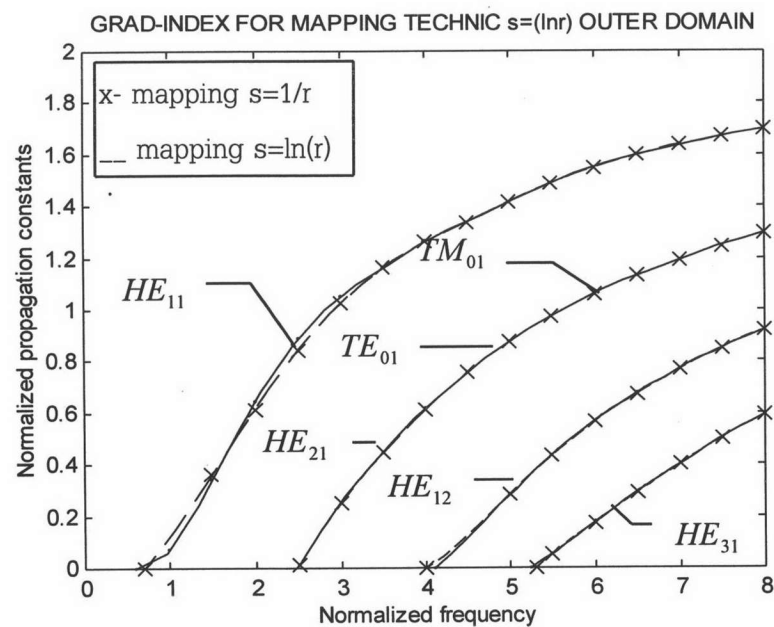
รูปที่ 3.11 ตัวอย่างการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงแบบดัชนีลาด (grad-index)

รูปแบบสมการของค่าดัชนีหักเหของแสงแบบดัชนีลาดเป็น

$$n(r) = \begin{cases} n_1 [1 - 2\rho\alpha(r/r_0)^\alpha]^{1/2} & 0 \leq r \leq r_0 \\ n_2 = n_1(1-2\alpha)^{1/2} & r \geq r_0 \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\alpha = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (3.20)$$

โดยที่ n_c คือค่าดัชนีหักเหของแสงประสิทธิภาพ และ n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม ในตัวอย่างนี้กำหนดให้ $\frac{n_c}{n_2} = 1.0$ และ $\alpha = 2$ โดยที่รายละเอียดของดัชนีหักเหของแสงประสิทธิภาพจะอยู่ในภาคผนวก ข. การคำนวณในตัวอย่างนี้เพื่อแสดงประสิทธิภาพของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \ln(r)$ ที่โดเมนระยะไกลเปรียบเทียบกับวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \frac{1}{r}$ มาประยุกต์กับบริเวณวัสดุหุ้มทั้งหมดผลการคำนวณเป็นดังนี้



รูปที่ 3.12 การคำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐานทดสอบที่ความถี่บรรทัดฐานใดๆ รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีลาดที่มีอัตราส่วนเป็น $n_c/n_2 = 1.0$

สรุปผลการคำนวณ

จากตัวอย่างการคำนวณที่ผ่านจะเห็นได้ว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = \ln(r)$ ที่บริเวณโดเมนระยะไกลจะให้อัตราส่วนของความแม่นยำตรงสูงขึ้น โดยเฉพาะที่ความถี่ใกล้ความถี่คัตออฟนั้นจะให้อัตราส่วนของความแม่นยำสูงมาก