การประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยโลจิสติคด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและฟังก์ชันจำแนกประเภท

นางสาวกาญจนา พานิชการ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาสถิติ
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2539

ISBN 974-636-351-4

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I 17104324

ESTIMATION OF PARAMETERS IN LOGISTIC REGRESSION BY MAXIMUM LIKELIHOOD AND DISCRIMINANT FUNCTION

MISS KARNCHANA PANICHAKARN

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Statistics

Graduate School

Chulalongkorn University

Academic Year 1996

ISBN 974-636-351-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยโลจิสติคด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุดและฟังก์ชันจำแนกประเภท

โดย นางสาวกาญจนา พานิชการ

ภาควิชา สถิติ

อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ นายแพทย์ ศุภวัฒน์ ชุติวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี)

.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สรชัย พิศาลบุตร)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา)

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

กาญจนา พานิชการ : การประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยโลจิสติคด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และฟังก์ชันจำแนกประเภท (ESTIMATION OF PARAMETERS IN LOGISTIC REGRESSION BY MAXIMUM LIKELIHOOD AND DISCRIMINANT FUNCTION) อาจารย์ที่ปรึกษา : ผศ. ร.อ. มานพ วราภักดิ์, 189 หน้า. ISBN 974-636-351-4.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยโลจิสติค วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้คือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (MLE) วิธีฟังก์ชันจำแนกประเภท (DF) และ วิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก (WLS) ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยเป็นข้อมูลที่ไม่ได้จัดกลุ่ม ตัวแปรตาม (y) มี 2 ค่า คือ 0 หรือ 1 การเปรียบเทียบกระทำภายใต้สถานการณ์ของขนาดตัวอย่าง 20, 40, 60 และ 80 สัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 และ 0.95 และการแจกแจงของตัวแปรอธิบาย 3 แบบ คือ 1) การแจกแจงปกติ 2) การแจกแจงแบบชี้กำลัง 3) การแจกแจงแบบไวบูลล์ เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) และใช้ ตัวสถิติ Deviance เป็นเกณฑ์ประกอบการตัดสินใจ ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 500 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. กรณีตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ RMSE ของวิธี MLE และ RMSE ของวิธี DF มีค่าใกล้เคียงกันสำหรับตัวอย่างทุกขนาด ทุกสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ยกเว้น ตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 40$) ที่มีสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ค่อนข้างสูง ($p > 0.75$) RMSE ของ วิธี DF มีค่าน้อยกว่า RMSE ของ วิธี MLE

2. กรณีตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง RMSE ของ วิธี MLE มีค่าน้อยกว่า RMSE ของวิธี DF สำหรับตัวอย่างทุกขนาด ทุกสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ยกเว้น ตัวอย่างที่มีสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ สูง ($p > 0.80$) RMSE ของ วิธี DF มีค่าน้อยกว่า RMSE ของ วิธี MLE

3. กรณีตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงแบบไวบูลล์ RMSE ของ วิธี MLE มีค่าน้อยกว่า RMSE ของวิธี DF สำหรับตัวอย่างทุกขนาด ทุกสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ยกเว้น ตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 40$) ที่มีสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ค่อนข้างสูง ($p > 0.75$) และ ตัวอย่างขนาดใหญ่ ($N > 40$) ที่มีสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ สูง ($p > 0.80$) RMSE ของ วิธี DF มีค่าน้อยกว่า RMSE ของ วิธี MLE

4. กรณีตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบชี้กำลัง หรือ การแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบไวบูลล์ หรือ การแจกแจงแบบชี้กำลัง และการแจกแจงแบบไวบูลล์ RMSE ของ วิธี MLE มีค่าน้อยกว่า RMSE ของวิธี DF สำหรับตัวอย่างทุกขนาด ทุกสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ยกเว้น ตัวอย่างขนาดเล็ก ($N \leq 40$) ที่มีสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ ค่อนข้างสูง ($p > 0.75$) และ ตัวอย่างขนาดใหญ่ ($N > 40$) ที่มีสัดส่วนของตัวแปรตาม $y=1$ สูงมาก ($p > 0.85$) RMSE ของ วิธี DF มีค่าน้อยกว่า RMSE ของ วิธี MLE

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต กาญจนา พานิชการ

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2539 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

C623560 : MAJOR STATISTICS
KEY WORD: LOGISTIC REGRESSION / MAXIMUM LIKELIHOOD / DISCRIMINANT FUNCTION / WEIGHTED LEAST SQUARES / SQUARE ROOT MEAN SQUARES ERROR / DEVIANCE
KARNCHANA PANICHAKARN : ESTIMATION OF PARAMETERS IN LOGISTIC REGRESSION BY MAXIMUM LIKELIHOOD AND DISCRIMINANT FUNCTION. THESIS ADVISOR : ASST.PROF.CAPT. MANOP VARAPHAKDI, M.S. 189 PP. ISBN 974-636-351-4.

The objective of this study is to compare the estimation of parameters in logistic regression. The methods of estimating parameters under consideration in this study are Maximum Likelihood Estimation method (MLE), Discriminant Function method (DF), and Weighted Least Squares method (WLS). The data of the experiment are ungrouped data. Dependent variable (y) is dichotomous (0 or 1). The comparison are done under conditions of sample sizes 20, 40, 60 and 80 , proportion of dependent variable y=1 0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90 and 0.95 , and 3 distributions of explanatory variables : 1) Normal distribution 2) Exponential distribution 3) Weibull distribution. The criteria employed for the comparison are square root mean squares error (RMSE) and statistic Deviance is used to support decision. The data of the experiment are generated through The Monte Carlo simulation technique with 500 repetitions . The results of this study are as follows :

1. In case of normal explanatory variable, RMSE of MLE method and RMSE of DF method are the same for all sample sizes, except small sample size ($N \leq 40$) with high proportion of dependent variable y=1 ($p > 0.75$), RMSE of DF method is less than RMSE of MLE method.

2. In case of exponential explanatory variable, RMSE of MLE method is less than RMSE of DF method for all sample sizes, except sample with high proportion of dependent variable y=1 ($p > 0.80$), RMSE of DF method is less than RMSE of MLE method.

3. In case of Weibull explanatory variable, RMSE of MLE method is less than RMSE of DF method for all sample sizes, except small sample size ($N \leq 40$) with high proportion of dependent variable y=1 ($p > 0.75$) and large sample size ($N > 40$) with high proportion of dependent variable y=1 ($p > 0.80$), RMSE of DF method is less than RMSE of MLE method.

4. In case of two explanatory variables (normal and exponential , normal and Weibull , or exponential and Weibull), RMSE of MLE method is less than RMSE of DF method for all sample sizes, except small sample size ($N \leq 40$) with high proportion of dependent variable y=1 ($p > 0.75$) and large sample size ($N > 40$) with very high proportion of dependent variable y=1 ($p > 0.85$), RMSE of DF method is less than RMSE of MLE method.

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต กาญจนา ปานิชการ

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2539 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ร้อยเอก มานพ วราภักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้โอกาส ให้คำปรึกษา แนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี ผู้เขียนใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ผกาวดี ศิริรังษี รองศาสตราจารย์ ดร. สรชัย พิศาลบุตร และ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา ที่ได้ช่วยตรวจและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ทุกๆ ท่าน ที่ประสิทธิประสาทความรู้ให้แก่ผู้เขียนมาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์วินัย โพธิ์สุวรรณ ที่ให้คำปรึกษา และคำแนะนำ

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยให้ความช่วยเหลือ และคอยเป็นกำลังใจ

ท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และ พี่ชาย ที่ส่งเสริมและสนับสนุนการเรียนของผู้เขียนตลอดมา

กาญจนา พานิชการ

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญตาราง..... ฌ

สารบัญรูป..... ญ

บทที่ 1 บทนำ..... 1

ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 6

สมมติฐานของการวิจัย..... 6

ขอบเขตของการวิจัย..... 6

เกณฑ์การตัดสินใจ..... 8

ประโยชน์ของการวิจัย..... 9

บทที่ 2 ระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิจัยและผลงานที่เกี่ยวข้อง..... 10

ข้อสมมติทั่วไปของสมการถดถอยโลจิสติค..... 10

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยภาวะน่าจะเป็นสูงสุด..... 13

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยฟังก์ชันจำแนกประเภท..... 22

การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดถ่วงน้ำหนัก..... 26

ตัวสถิติ Deviance 29

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 32

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 33

บทที่ 4 ผลการวิจัย..... 39

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	91
รายการอ้างอิง.....	95
ภาคผนวก.....	97
ประวัติผู้เขียน.....	189

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,0.25)$) 41

4.2 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,1)$) 45

4.3 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim N(2,4)$) 49

4.4 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim Exp(0.5)$) 53

4.5 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim Exp(1)$) 58

4.6 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim Exp(2)$) 62

4.7 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim W(2,0.5)$) 66

4.8 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim W(2,1)$) 70

4.9 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 1 ตัว มีการแจกแจงปกติ ($x \sim W(2,2)$) 75

4.10 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบชี้กำลัง ($x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$) 79

4.11 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงปกติ และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$) 83

4.12 แสดงค่ารากที่สองของค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(RMSE) และ Deviance (DV) เมื่อตัวแปรอธิบาย 2 ตัว มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ($x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$) 87

สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
4.1	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim N(2,0.25)$	115
4.2	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim N(2,0.25)$	115
4.3	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim N(2,0.25)$	116
4.4	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,0.25)$	116
4.5	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim N(2,1)$	117
4.6	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim N(2,1)$	117
4.7	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim N(2,1)$	118
4.8	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,1)$	118
4.9	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim N(2,4)$	119
4.10	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim N(2,4)$	119
4.11	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim N(2,4)$	120
4.12	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,4)$	120
4.13	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim Exp(0.5)$	121

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.14	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim Exp(0.5)$	121
4.15	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim Exp(0.5)$	122
4.16	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim Exp(0.5)$	122
4.17	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim Exp(1)$	123
4.18	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim Exp(1)$	123
4.19	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim Exp(1)$	124
4.20	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim Exp(1)$	124
4.21	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim Exp(2)$	125
4.22	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim Exp(2)$	125
4.23	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim Exp(2)$	126
4.24	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim Exp(2)$	126
4.25	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim W(2,0.5)$	127
4.26	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim W(2,0.5)$	127

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.27	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim W(2,0.5)$	128
4.28	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,05)$	128
4.29	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim W(2,1)$	129
4.30	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim W(2,1)$	129
4.31	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim W(2,1)$	130
4.32	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim W(2,1)$	130
4.33	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim W(2,2)$	131
4.34	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim W(2,2)$	131
4.35	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim W(2,2)$	132
4.36	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim W(2,2)$	132
4.37	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	133
4.38	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	133
4.39	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	134

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.40	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	134
4.41	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	135
4.42	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	135
4.43	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	136
4.44	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	136
4.45	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	137
4.46	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	137
4.47	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	138
4.48	แสดงการเปรียบเทียบค่า RMSE กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	138
4.49	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim N(2,0.25)$	139
4.50	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim N(2,0.25)$	139
4.51	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim N(2,0.25)$	140
4.52	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,0.25)$	140

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.53	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim N(2,1)$	141
4.54	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim N(2,1)$	141
4.55	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim N(2,1)$	142
4.56	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,1)$	142
4.57	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim N(2,4)$	143
4.58	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim N(2,4)$	143
4.59	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim N(2,4)$	144
4.60	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,4)$	144
4.61	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim Exp(0.5)$	145
4.62	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim Exp(0.5)$	145
4.63	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim Exp(0.5)$	146
4.64	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim Exp(0.5)$	146
4.65	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim Exp(1)$	147

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.66	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim Exp(1)$	147
4.67	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim Exp(1)$	148
4.68	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim Exp(1)$	148
4.69	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim Exp(2)$	149
4.70	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim Exp(2)$	149
4.71	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim Exp(2)$	150
4.72	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim Exp(2)$	150
4.73	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim W(2,0.5)$	151
4.74	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim W(2,0.5)$	151
4.75	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim W(2,0.5)$	152
4.76	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim N(2,05)$	152
4.77	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim W(2,1)$	153
4.78	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim W(2,1)$	153

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.79	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim W(2,1)$	154
4.80	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim W(2,1)$	154
4.81	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x \sim W(2,2)$	155
4.82	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x \sim W(2,2)$	155
4.83	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x \sim W(2,2)$	156
4.84	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x \sim W(2,2)$	156
4.85	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	157
4.86	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	157
4.87	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	158
4.88	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim Exp(1)$	158
4.89	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	159
4.90	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	159
4.91	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	160

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.92	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x_1 \sim N(2,1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	160
4.93	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=20 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	161
4.94	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=40 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	161
4.95	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=60 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	162
4.96	แสดงการเปรียบเทียบค่า DV กับแนวโน้มของทั้ง 3 วิธี กรณีที่ N=80 และ $x_1 \sim Exp(1)$, $x_2 \sim W(2,1)$	162