บทที่ 3

การคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยวิธีใช้พจน์รบกวนทางมุมเท

3.1 บทนำ

การแก้สมการหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยวิธีพจน์รบกวน (perturbation method) เป็นวิธีการหนึ่งที่จะตรวจสอบคำเฉลยที่ได้จากการแก้สมการที่เราหาได้จากหัวข้อ 2.2 การแก้สมการโดยวิธีพจน์รบกวนเป็นวิธีการหาคำเฉลยโดยประมาณ ในวิธีการดังกล่าวนี้ เราจะหาคำเฉลยสำหรับสมการดิฟเฟอเรนเชียลขึ้นใหม่ โดยใช้คำเฉลยเริ่มต้นอันใดอันหนึ่งร่วมกับพจน์รบกวน ซึ่งใส่เพิ่มเข้าไปในสมการในตอนหลัง และเป็นพจน์ที่มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับพจน์อื่น ๆ ในสมการ สำหรับในกรณีที่เราพิจารณานี้ เราจะเริ่มหาคำตอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณที่เส้นแรงแม่เหล็กโลกทำมุมฉากกับผิวโลก (แถบขั้วโลก) ในหัวข้อ 2.3 ก่อน แล้วนำผลที่ได้มาหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เมื่อสนามแม่เหล็กโลกทำมุมเอียงเล็กน้อยกับพื้นผิวโลก (กรณีดังกล่าวค่าเทนเซอร์ของสภาพนำไฟฟ้าแปรค่าตามมุมเท I) เช่นนี้เรื่อย ๆ ไป

3.2 สมการพื้นฐาน

พิจารณาสมการดิฟเฟอเรนเชียลของศักย์ไฟฟ้าสถิต V ตามสมการ (9) ในหัวข้อ 2.1

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (S^2 + a^2C^2)\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + 2(1 - a^2)SC\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} + (a^2S^2 + C^2)\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad .....(36)$$

โดยที่

$$S = \sin I \qquad .....(37a)$$

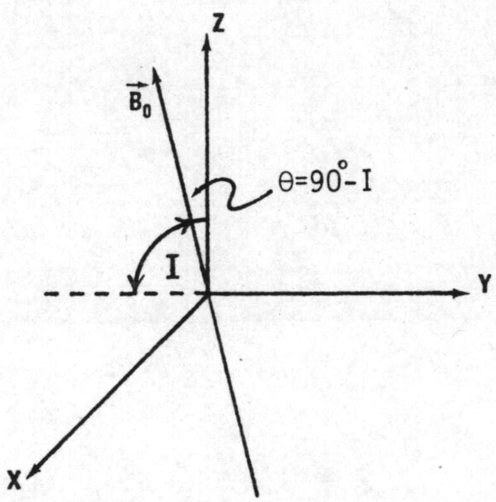
$$C = \cos I \qquad .....(37b)$$

I = มุมเท (dip angle)ซึ่งอยู่ในระนาบ yz และทำมุมกับแกน y ดังแสดงในรูปที่ 3.1

ให้มุม $\theta = 90^{\circ} - I$ เป็นมุมซึ่งอยู่ในระนาบ yz และทำมุมกับแกน z ซึ่งเป็นค่ามุมเอียงเล็กน้อยกับแกน z

$$\therefore \quad S = \sin I = \sin(90^{\circ} - \theta) = \cos\theta \qquad .....(38a)$$

$$C = \cos I = \cos(90^{\circ} - \theta) = \sin\theta \qquad .....(38b)$$



รูปที่ 3.1 แสดงมุมเท (dipangle) I ซึ่งอยู่ในระนาบ yz และทำมุมกับแกน y และ $\theta = 90^{\circ} - I$

นำค่าจากสมการ (38a),(38b) แทนค่าลงในสมการ (36) เราจะได้

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (\cos^2\theta + a^2\sin^2\theta)\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + 2(1 - a^2)\sin\theta\cos\theta\,\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z} + (a^2\cos^2\theta + \sin^2\theta)\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad .....(39)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (1 - (1 - a^2)\sin^2\theta)\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + 2(1 - a^2)\sin\theta\cos\theta\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z} + (a^2 + (1 - a^2)\sin^2\theta)\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad .....(40)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = (1 - a^2)\sin^2\theta\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right) - 2(1 - a^2)\sin\theta\cos\theta\,\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z} \qquad .....(41)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = (1 - a^2)\left\{(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\cos 2\theta)(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}) - \sin 2\theta\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z}\right\} \quad .....(42)$$

แต่ $\cos 2\theta = 1 - (\frac{2\theta}{2})^2 + (\frac{2\theta}{4})^4 - (\frac{2\theta}{6})^6 + \ldots$ .....(43)

และ $\sin 2\theta = (2\theta) - (\frac{2\theta}{3})^3 + (\frac{2\theta}{5})^5 - (\frac{2\theta}{7})^7 + \ldots$ .....(44)

แทนค่าสมการ(43) และ(44) ในสมการ (42)ดังนี้

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = (1 - a^2)\left[\frac{1}{2}\left[-(\frac{2\theta}{2})^2 + (\frac{2\theta}{4})^4 - (\frac{2\theta}{6})^6 + \ldots\right](\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}) - \left[(2\theta) - (\frac{2\theta}{3})^3 + (\frac{2\theta}{5})^5 - (\frac{2\theta}{7})^7\right]\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z}\right]$$

.....(45)

ให้ $V = V_0 + \theta V_1 + \theta^2 V_2 + \theta^3 V_3 + \ldots$ .....(46)

โดยการแทนค่า V จากสมการ (46) ลงในสมการ (45) และจัดพจน์ต่าง ๆ โดยให้มี θ^i $(i = 0,1,2,\ldots.)$ เป็นตัวประกอบ แล้วได้สัมประสิทธิ์ของ θ^i เท่ากับ 0 เราจะได้

$$\frac{\partial^2 V_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_0}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V_0}{\partial z^2} = 0 \quad .....(47)$$

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2} = -2(1 - a^2)\frac{\partial^2 V_0}{\partial y\partial z} \quad .....(48)$$

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2} = -(1 - a^2)\ \frac{1}{2}\ \frac{2^2}{2!}(\frac{\partial^2 V_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2}) - 2(1 - a^2)\frac{\partial^2 V_1}{\partial y\partial z}$$

.....(49)

$$\frac{\partial^2 V_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_3}{\partial y^2} + a^2 \frac{\partial^2 V_3}{\partial z^2} = (1 - a^2)\frac{2^3}{3!}\frac{\partial^2 V_0}{\partial y \partial z} - (1 - a^2)\frac{1}{2}\ \frac{2^2}{2!}\ \left(\frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2}\right)$$

$$-2(1 - a^2)\ \frac{\partial^2 V_2}{\partial y \partial z} \qquad \text{.....}\ \mathbf{(50)}$$

$$\frac{\partial^2 V_4}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_4}{\partial y^2} + a^2\frac{\partial^2 V_4}{\partial z^2} = (1 - a^2)\ \frac{1}{2}\cdot\frac{2^4}{4!}\ \left(\frac{\partial^2 V_0}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 V_0}{\partial z^2}\right)$$

$$+ (1 - a^2)\frac{2^3}{3!}\frac{\partial^2 V_1}{\partial y \partial z} - (1 - a^2)\ \frac{1}{2}\ \ \frac{2^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 V_2}{\partial y} - \frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2}\right)$$

$$-2(1 - a^2)\frac{\partial^2 V_3}{\partial y \partial z} \qquad \text{.....}(51)$$

ชุดของสมการ (47)-(51) นี้ เราจะสามารถหาคำตอบของศักย์ไฟฟ้า V ได้โดยวิธีง่าย ๆ ซึ่งไม่จำเป็นต้องอาศัยวิธีการวิเคราะห์แบบเทนเซอร์มาเกี่ยวข้อง แต่ในกรณีนี้เราจะสามารถหาคำตอบได้ ในบริเวณที่ใกล้เคียงกับขั้วโลก ซึ่งเป็นบริเวณที่เส้นแรงแม่เหล็กโลกทำมุมฉากกับพื้นผิวโลก ถ้าหากเราต้องการจะทราบคำตอบที่ละเอียดกว่านั้น ก็อาจจะทำได้โดย พิจารณากำลังที่สูงขึ้นไปกว่ากำลังสองที่เราพิจารณาอยู่

3.3 <u>ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ULF-ELF เมื่อใช้พจน์รบกวนทางมุมเท</u>

พิจารณาสมการ (47)-(49) โดยวิธีคล้าย ๆ กับที่เคยกระทำมาแล้ว ในบทที่ 2 เราจะหาคำตอบของสมการดังกล่าวได้ดังต่อไปนี้ คือ

3.3.1 <u>ค่าศักย์ไฟฟ้าสถิต V</u>

$$V_0 = \left[x(+)\right]\left[y(+)\right]\begin{bmatrix}\exp(-)\\ \exp(+)\end{bmatrix}$$

$$V_1 = \left[x(+)\right]\left[y(-)\right]\begin{bmatrix}J_1 z\ \exp(-)\\ J_1' z\ \exp(+)\end{bmatrix}$$

$$V_2 = \left[x(+)\right]\left[y(+)\right]\begin{bmatrix}(R_1 z + S_1 z\ )\exp(-)\\ (R_1' 2 + S_1' z\ )\exp(+)\end{bmatrix}$$

และ $V = V_0 + \theta V_1 + \theta^2 V_2 + \ldots.$

$$V = [x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}\exp(-)\\ \exp(+)\end{bmatrix} + \theta[x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}J_1 z \exp(-)\\ J_1' z \exp(+)\end{bmatrix}$$
$$+ \theta^2[x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}(R_1 z + S_1 z^2)\exp(-)\\ (R_1' z + S_1' z^2)\exp(+)\end{bmatrix}$$

3.3.2 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ $\vec{E}_{0}$-

$$E_{x0} = k_x\left\{[x(-)][y(+)]\begin{bmatrix}\exp(-)\\ \exp(+)\end{bmatrix} + \theta\,[x(-)][y(-)]\begin{bmatrix}J_1 z \exp(-)\\ J_1' z \exp(+)\end{bmatrix}\right.$$
$$\left. + \theta^2\,[x(-)][y(+)]\begin{bmatrix}(R_1 z + S_1 z^2)\exp(-)\\ (R_1' z + S_1' z^2)\exp(+)\end{bmatrix}\right\}$$

$$E_{y0} = k_y\left\{[x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}\exp(-)\\ \exp(+)\end{bmatrix} - \theta\,[x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}J_1 z \exp(-)\\ J_1' z \exp(+)\end{bmatrix}\right.$$
$$\left. + \theta^2\,[x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}(R_1 z + S_1 z^2)\exp(-)\\ (R_1' z + S_1' z^2)\exp(+)\end{bmatrix}\right\}$$

$$E_{z0} = -\,[x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}-k_z\beta \exp(-)\\ +k_z\beta \exp(+)\end{bmatrix}$$
$$-\,\theta\,[x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}J_1 - J_1 k_z \beta z)\exp(-)\\ J_1' + J_1' k_z \beta z)\exp(+)\end{bmatrix}$$
$$-\,\theta^2[\,x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}\left[(R_1 + 2S_1 z) - (R_1 z + S_1 z^2)k_z\beta\right]\exp(-)\\ \left[(R_1' + 2S_1' z) + (R_1' z + S_1' z^2)k_z\beta\right]\exp(+)\end{bmatrix}$$

3.3.3 ค่าสนามแม่เหล็กอันดับศูนย์ $\vec{H}_{0}$-

$$H_{x0} = [x(-)][y(+)]\begin{bmatrix}K_1 \exp(-)\\ K_1' \exp(+)\end{bmatrix} + [x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}L_1 \exp(-)\\ L_1' \exp(+)\end{bmatrix}$$

$$+ \theta\left\{[x(-)][y(-)]\begin{bmatrix}(K_{11} + K_{12}z)\exp(-)\\(K'_{11} + K'_{12}z)\exp(+)\end{bmatrix}\right.$$

$$\left.+ \quad [x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}(L_{11} + L_{12}z)\exp(-)\\(L'_{11} + L'_{12}z)\exp(+)\end{bmatrix}\right\}$$

$$+\theta^2\left\{[x(-)][y(+)]\begin{bmatrix}(K_{13} + K_{14}z + k_{15}z^2)\exp(-)\\(K'_{13} + K'_{14}z + K'_{15}z^2)\exp(+)\end{bmatrix}\right.$$

$$\left.+ \quad [x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}(L_{13} + L_{14}z + L_{15}z^2)\exp(-)\\(L'_{13} + L'_{14}z + L'_{15}z^2)\exp(+)\end{bmatrix}\right\}$$

$$H_{y0} = [x(-)][y(+)]\begin{bmatrix}K_2 \exp(-)\\K'_2 \exp(+)\end{bmatrix} + [x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}L_2 \exp(-)\\L'_2 \exp(+)\end{bmatrix}$$

$$+ \theta\left\{[x(-)][y(-)]\begin{bmatrix}(K_{21} + K_{22}z)\exp(-)\\(K'_{21} + K'_{22}z)\exp(+)\end{bmatrix}\right.$$

$$\left.+ \quad [x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}(L_{21} + L_{22}z)\exp(-)\\(L'_{21} + L'_{22}z)\exp(+)\end{bmatrix}\right\}$$

$$+\theta^2\left\{[x(-)][y(+)]\begin{bmatrix}(K_{23} + K_{24}z + K_{25}z^2)\exp(-)\\(K'_{23} + K'_{24}z + K'_{25}z^2)\exp(+)\end{bmatrix}\right.$$

$$\left.+ \quad [x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}(L_{23} + L_{24}z + L_{25}z^2)\exp(-)\\(L'_{23} + L'_{24}z + L'_{25}z^2)\exp(+)\end{bmatrix}\right\}$$

$$H_{z0} = [x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}K_3 \exp(-)\\K'_3 \exp(+)\end{bmatrix}$$

$$+ \theta\ [x(+)][y(-)]\begin{bmatrix}(K_{31} + K_{32}z)\exp(-)\\(K'_{31} + K'_{32}z)\exp(+)\end{bmatrix}$$

$$+\theta^2\ [x(+)][y(+)]\begin{bmatrix}(K_{33} + K_{34}z + K_{35}z^2)\exp(-)\\(K'_{33} + K'_{34}z + K'_{35}z^2)\exp(+)\end{bmatrix}$$

3.3.4 ค่าสนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง $\vec{E}_1$

$$E_{x1} = i\omega \Bigg[[x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} P_1 \ z \exp(-) \\ P_1' \ z \exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+\theta \left\{ [x(-)][y(-)] \begin{bmatrix} (P_{11}z + P_{12}z^2)\exp(-) \\ (P_{11}'z + P_{12}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \ [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (Q_{11}z + Q_{12}z^2)\exp(-) \\ (Q_{11}'z + Q_{12}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} \right\}$$

$$+\theta^2 \left\{ [x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (P_{13}z + P_{14}z^2 + P_{15}z^3)\exp(-) \\ (P_{13}'z + P_{14}'z^2 + P_{15}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \ [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (Q_{13}z + Q_{14}z^2 + Q_{15}z^3)\exp(-) \\ (Q_{13}'z + Q_{14}'z^2 + Q_{15}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \right\} \Bigg]$$

$$E_{y1} = i\omega \Bigg[[x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} P_2 \ z \exp(-) \\ P_2' \ z \exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+\theta \left\{ [x(-)][y(-)] \begin{bmatrix} (P_{21}z + P_{22}z^2)\exp(-) \\ (P_{21}'z + P_{22}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \ [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (Q_{21}z + Q_{22}z^2)\exp(-) \\ (Q_{21}'z + Q_{22}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} \right\}$$

$$+\theta^2 \left\{ [x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (P_{23}z + P_{24}z^2 + P_{25}z^3)\exp(-) \\ (P_{23}'z + P_{24}'z^2 + P_{25}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \ [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (Q_{23}z + Q_{24}z^2 + Q_{25}z^3)\exp(-) \\ (Q_{23}'z + Q_{24}'z^2 + Q_{25}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \right\} \Bigg]$$

$$E_{z1} = i\omega \left[[x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} P_3 \; z \exp(-) \\ P_3' \; z \exp(+) \end{bmatrix} + \theta \; [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (P_{31}z + P_{32}z^2)\exp(-) \\ (P_{31}'z + P_{32}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} + \theta^2 \; [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (P_{33}z + P_{34}z^2 + P_{35}z^3)\exp(-) \\ (P_{33}'z + P_{34}'z^2 + P_{35}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \right]$$

3.3.5 <u>ค่าสนามแม่เหล็กอันดับหนึ่ง $\vec{H}_1$</u>

$$H_{x1} = i\omega \left[[x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (D_1 + T_1 z)\exp(-) \\ (D_1' + T_1' z)\exp(+) \end{bmatrix} + [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (F_1 + G_1 z)\exp(-) \\ (F_1' + G_1' z)\exp(+) \end{bmatrix} \right.$$

$$+ \theta \left\{ [x(-)][y(-)] \begin{bmatrix} (D_{11} + D_{12}z + D_{13}z^2)\exp(-) \\ (D_{11}' + D_{12}'z + D_{13}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} + [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (F_{11} + F_{12}z + F_{13}z^2)\exp(-) \\ (F_{11}' + F_{12}'z + F_{13}'z^2)\exp(+) \end{bmatrix} \right\}$$

$$\left. + \theta^2 \left\{ [x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (T_{11} + T_{12}z + T_{13}z^2 + T_{14}z^3)\exp(-) \\ (T_{11}' + T_{12}'z + T_{13}'z^2 + T_{14}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} + [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (G_{21} + G_{22}z + G_{23}z^2 + G_{24}z^3)\exp(-) \\ (G_{21}' + G_{22}'z + G_{23}'z^2 + G_{24}'z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \right\} \right]$$

$$H_{y1} = i\omega \Bigg[[x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (D_2 + T_2 z)\exp(-) \\ (D_2' + T_2' z)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+ [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (F_2 + G_2 z)\exp(-) \\ (F_2' + G_2' z)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+\theta \Bigg\{ [x(-)][y(-)] \begin{bmatrix} (D_{21} + D_{22} z + D_{23} z^2)\exp(-) \\ (D_{21}' + D_{22}' z + D_{23}' z^2)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+ [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (F_{21} + F_{22} z + F_{23} z^2)\exp(-) \\ (F_{21}' + F_{22}' z + F_{23}' z^2)\exp(+) \end{bmatrix} \Bigg\}$$

$$+\theta^2 \Bigg\{ [x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (T_{21} + T_{22} z + T_{23} z^2 + T_{24} z^3)\exp(-) \\ (T_{21}' + T_{22}' z + T_{23}' z^2 + T_{24}' z^3)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+ [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (G_{21} + G_{22} z + G_{23} z^2 + G_{24} z^3)\exp(-) \\ (G_{21}' + G_{22}' z + G_{23}' z^2 + G_{24}' z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \Bigg\} \Bigg]$$

$$H_{z1} = i\omega \Bigg[[x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (D_3 + T_3 z)\exp(-) \\ (D_3' + T_3' z)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+\theta \Bigg\{ [x(-)][y(+)] \begin{bmatrix} (D_{31} + D_{32} z + D_{33} z^2)\exp(-) \\ (D_{31}' + D_{32}' z + D_{33}' z^2)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+ [x(+)][y(-)] \begin{bmatrix} (F_{31} + F_{32} z + F_{33} z^2)\exp(-) \\ (F_{31}' + F_{32}' z + F_{33}' z^2)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+\theta^2 \Bigg\{ [x(-)][y(-)] \begin{bmatrix} (T_{31} + T_{32} z + T_{33} z^2 + T_{34} z^3)\exp(-) \\ (T_{31}' + T_{32}' z + T_{33}' z^2 + T_{34}' z^3)\exp(+) \end{bmatrix}$$

$$+ [x(+)][y(+)] \begin{bmatrix} (G_{31} + G_{32} z + G_{33} z^2 + G_{34} z^3)\exp(-) \\ (G_{31}' + G_{32}' z + G_{33}' z^2 + G_{34}' z^3)\exp(+) \end{bmatrix} \Bigg\} \Bigg]$$

ค่าคงตัวต่าง ๆ เป็นไปตามตารางที่ 3.1

ในหัวข้อ 3.3 นี้ เราจะสังเกตได้ว่า ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอันดับศูนย์ซึ่งมี θ^0 เป็นตัวประกอบก็คือค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่พิจารณามุมเทเท่ากับ 90° นั่นเอง และเมื่อเราใช้พจน์รบกวนของมุมเท = θ เราจะได้ ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งมี θ^1 เป็นตัวประกอบ และถ้าเราต้องการค่าที่ละเอียดมากขึ้น เราจำเป็นต้องหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งมี θ^2 , θ^3 ,.........., เป็นตัวประกอบเรื่อยๆไป

ตารางที่ 3.1

แสดงค่าคงตัวต่าง ๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ที่มุมเทใด ๆ โดยวิธีเชิงวิเคราะห์แบบ**พจน์**รบกวน

สนามไฟฟ้าสถิต V และสนามไฟฟ้าอันดับศูนย์ $\vec{E}_{0}$-

$$J_1 = \frac{(1-a^2)k_y}{a^2} \qquad J_1' = J_1$$

$$R_1 = \frac{2a^2S_1 + (1-a^2)\left[(-k_y{}^2 - k_z{}^2\beta^2) + 2k_yJ_1\right]}{2k_za} \qquad R_1' = -R_1$$

$$S_1 = \frac{-(1-a^2)k_yJ_1}{2a^2} \qquad S_1' = S_1$$

สนามแม่เหล็กอันดับศูนย์ $\vec{H}_{0}$-

$$K_1 = \frac{1}{\Delta}\ \sigma_2 k_x k_z \beta \qquad K_1' = -K_1$$

$$L_1 = -\frac{1}{\Delta}\ (\sigma_1 - \sigma_0)k_y k_z \beta \qquad L_1' = -L_1$$

$$K_{11} = \frac{1}{\Delta}\ (-\sigma_2\ k_xJ_1 + 2k_z\beta K_{12}) \qquad K_{11}' = K_{11}$$

$$K_{12} = \frac{1}{\Delta}\ \sigma_2\ k_xk_z\beta J_1 \qquad K_{12}' = -K_{12}$$

$$L_{11} = \frac{1}{\Delta}\ \{-(\sigma_1 - \sigma_0)k_yJ_1 + 2k_z\beta L_{12}\} \qquad L_{11}' = L_{11}$$

$$L_{12} = \frac{1}{\Delta}\ (\sigma_1 - \sigma_0)k_yk_z\beta J_1 \qquad L_{12}' = -L_{12}$$

$$K_{13} = \frac{1}{\Delta}\ \{-\sigma_2k_xR_1 + 2k_z\beta K_{14} - 2K_{15}\} \qquad K_{13}' = -K_{13}$$

$$K_{14} = \frac{1}{\Delta}\ \{-\sigma_2\ k_x(2S_1 - k_z\beta R_1) + 4k_z\beta K_{15}\} \qquad K_{14}' = K_{14}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

K_{15}	=	$\frac{1}{\Delta}\ \sigma_2 k_x k_z \beta S_1$	K'_{15}	=	$-K_{15}$
L_{13}	=	$\frac{1}{\Delta}\{(\sigma_1 - \sigma_0)k_y R_1 + 2k_z \beta L_{14} - 2L_{15}\}$	L'_{13}	=	$-L_{13}$
L_{14}	=	$\frac{1}{\Delta}\{(\sigma_1 - \sigma_0)(k_y)(2S_1 - k_z \beta R_1) + 4k_z \beta L_{15}\}$	L'_{14}	=	L_{14}
L_{15}	=	$-\frac{1}{\Delta}(\sigma_1 - \sigma_0)k_y k_z \beta S_1$	L'_{15}	=	$-L_{15}$
K_2	=	$\frac{1}{\Delta}(\sigma_1 - \sigma_0)k_x k_z \beta$	K'_2	=	$-K_2$
L_2	=	$\frac{1}{\Delta}\sigma_2 k_y k_z \beta$	L'_2	=	$-L_2$
K_{21}	=	$\frac{1}{\Delta}\{-(\sigma_1 - \sigma_0)k_x k_z \beta J_1 + 2k_z \beta K_{22}\}$	K'_{21}	=	K_{21}
K_{22}	=	$\frac{1}{\Delta}(\sigma_1 - \sigma_0)k_x k_z \beta J_1$	K'_{22}	=	$-K_{22}$
L_{21}	=	$\frac{1}{\Delta}\{\sigma_2 k_y J_1 + 2k_z \beta L_{22}\}$	L'_{21}	=	L_{21}
L_{22}	=	$-\frac{1}{\Delta}\sigma_2 k_y k_z \beta J_1$	L'_{22}	=	$-L_{22}$
K_{23}	=	$\frac{1}{\Delta}\{-(\sigma_1 - \sigma_0)k_x R_1 + 2k_z \beta K_{24} - 2K_{25}\}$	K'_{23}	=	$-K_{23}$
K_{24}	=	$\frac{1}{\Delta}\{-(\sigma_1 - \sigma_0)(2S_1 - R_1 k_z \beta)k_x + 4k_z \beta K_{25}\}$	K'_{24}	=	K_{24}
K_{25}	=	$\frac{1}{\Delta}(\sigma_1 - \sigma_0)k_x S_1$	K'_{25}	=	$-K_{25}$
L_{23}	=	$\frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2 k_y R_1 + 2k_z \beta L_{14} - 2L_{15}\}$	L'_{23}	=	$-L_{23}$
L_{24}	=	$\frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2 k_y (2S_1 - k_z \beta R_1) + 4k_z \beta L_{15}\}$	L'_{24}	=	L_{24}
L_{25}	=	$\frac{1}{\Delta}\sigma_2 k_y k_z \beta S_1$	L'_{25}	=	$-L_{25}$
K_3	=	$\frac{1}{\Delta}\sigma_2 k_z^2$	K'_3	=	K_3

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$K_{31} = \frac{1}{\Delta}\, 2k_z\beta K_{32} \qquad K'_{31} = -K_{31}$$

$$K_{32} = \frac{1}{\Delta}\, \sigma_2\, k_z^2 J_1 \qquad K'_{32} = K_{32}$$

$$K_{33} = \frac{1}{\Delta}\, \{2k_z\beta K_{34} - 2\, K_{35}\} \qquad K'_{33} = K_{33}$$

$$K_{34} = \frac{1}{\Delta}\, \{\sigma_2 k_z^2 R_1 + 4k_z\beta K_{35}\} \qquad K'_{34} = -K_{34}$$

$$K_{35} = \frac{1}{\Delta}\, \sigma_2\, k_z^2 S_1 \qquad K'_{35} = K_{35}$$

<u>สนามไฟฟ้าอันดับหนึ่ง</u> $\vec{E}_1$.

$$P_1 = \frac{\varepsilon_o k_x \Delta}{2k_z a\sigma_1} + \mu_o \frac{k_x k_z}{2a\Delta} \left\{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} - (\sigma_1 - \sigma_0)\right\}$$

$$P'_1 = -P_1$$

$$P_{11} = \frac{1}{2k_z a} \left\{-2 \frac{\varepsilon_0}{\sigma_1} k_x k_z \beta J_1 + \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_x K_{31} + \mu_o K_{22} - \mu_o k_z \beta K_{21} - 2a^2 P_{12}\right\}$$

$$P'_{11} = P_{11}$$

$$P_{12} = \frac{1}{4k_z a} \left\{ \frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_x \Delta J_1 + \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_x K_{32} - K_{22} k_z \beta\right\}$$

$$P'_{12} = -P_{12}$$

$$Q_{11} = \frac{1}{2k_z a} \{-\mu_o\, k_y K_{31} + \mu_o a^2 L_{22} - \mu_o a^2 k_z \beta L_{21} - 2a^2 Q_{12}\}$$

$$Q'_{11} = Q_{11}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$Q_{12} = \frac{1}{4k_z a}\{-\mu_o k_y K_{32} - \mu_o a^2 k_z \beta L_{22}\}$$

$$Q'_{12} = Q'_{12}$$

$$P_{13} = \frac{1}{2k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}k_x(2S_1 - 2k_z\beta R_1) - \mu_o\frac{\sigma_2}{\sigma_1}k_x K_{33} - \mu_o a^2 K_{24} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{23} - 2a^2 P_{14}\}$$

$$P'_{13} = -P_{13}$$

$$P_{14} = \frac{1}{4k_z a}\{-\frac{4\varepsilon_o}{\sigma_1}k_x k_z \beta S_1 + \frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}k_x \Delta R_1 - \mu_o\frac{\sigma_2}{\sigma_1}k_x K_{34} - \mu_o a^2(2K_{25} - k_z\beta K_{24}) - 6a^2 P_{15}\}$$

$$P'_{14} = P_{14}$$

$$P_{15} = \frac{1}{6k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}k_x \Delta S_1 - \mu_o\frac{\sigma_2}{\sigma_1}k_x K_{35} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{25}\}$$

$$P'_{15} = -P_{15}$$

$$Q_{13} = -\frac{1}{2k_z a}\{-\mu_o k_y K_{33} - \mu_o a^2(L_{24} - L_{23}k_z\beta) - 2a^2 Q_{14}\}$$

$$Q'_{13} = -Q_{13}$$

$$Q_{14} = \frac{1}{4k_z a}\{-\mu_o k_y K_{34} - \mu_o a^2(2K_{25} - L_{24}k_z\beta) - 6a^2 Q_{15}\}$$

$$Q'_{14} = Q_{14}$$

$$Q_{15} = \frac{1}{6k_z a}\{-\mu_o k_y K_{35} + \mu_o a^2 k_z \beta L_{25}\}$$

$$Q'_{15} = -Q_{15}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$P_2 = \frac{\varepsilon_o k_y \Delta}{2k_z a\sigma_1} + \mu_o k_y \frac{k_z}{2a\Delta} \{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} - (\sigma_1 - \sigma_0)\}$$

$$P_2' = -P_2$$

$$P_{21} = \frac{1}{2k_z a} \{- \mu_o k_x K_{31} - \mu_o a^2 K_{12} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{11} - 2a^2 P_{22}\}$$

$$P_{21}' = P_{21}$$

$$P_{22} = \frac{1}{4k_z a} \{- \mu_o k_x K_{32} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{12}\}$$

$$P_{22}' = -P_{22}$$

$$Q_{21} = \frac{1}{2k_z a} \{\frac{2\varepsilon_o}{\sigma_1} k_y k_z \beta J_1 - \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_y K_{31} - \mu_o a^2 L_{12} + \mu_o a^2 k_z \beta L_{11} - 2a^2 Q_{22}\}$$

$$Q_{21}' = Q_{21}$$

$$Q_{22} = \frac{1}{4k_z a} \{- \frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_y \Delta J_1 - \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_y K_{32} + \mu_o a^2 k_z \beta L_{12}\}$$

$$Q_{22}' = -Q_{22}$$

$$P_{23} = \frac{1}{2k_z a} \{ - \mu_o k_x K_{33} - \mu_o a^2 K_{14} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{13} - 2a^2 P_{24}\}$$

$$P_{23}' = -P_{23}$$

$$P_{24} = \frac{1}{4k_z a} \{- \mu_o k_x K_{34} - 2\mu_o a^2 K_{15} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{14} - 6a^2 P_{25}\}$$

$$P_{24}' = P_{24}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$P_{25} = \frac{1}{6k_z a}\{-\mu_o k_x K_{35} + \mu_o a^2 k_z \beta K_{15}\}$$

$$P'_{25} = P_{25}$$

$$Q_{23} = \frac{1}{2k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_y (2S_1 - 2k_z\beta R_1) + \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_y K_{33} - \mu_o a^2 (L_{14} - k_z \beta L_{13}) - 2a^2 Q_{24}\}$$

$$Q'_{23} = Q_{23}$$

$$Q_{24} = \frac{1}{4k_z a}\{-4\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_y k_z \beta S_1 + \frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_y \Delta R_1 + \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_y K_{34} - \mu_o a^2 (2L_{15} - k_z \beta L_{14})\}$$

$$Q'_{24} = Q_{24}$$

$$Q_{25} = \frac{1}{6k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_y \Delta S_1 + \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_y K_{35} + \mu_o a^2 k_z \beta L_{15}\}$$

$$Q'_{25} = -Q_{25}$$

$$P_3 = \frac{\varepsilon_o k_z \beta\Delta}{2k_z a\sigma_1} + \mu_o \frac{k_z^2 k_z \beta}{2k_z a\Delta}\{\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} - (\sigma_1 - \sigma_0)\}$$

$$P'_3 = P_3$$

$$P_{31} = \frac{1}{2k_z a}\{-\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}\Delta J_1 - 2\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}k_z^2 \beta^2 J_1 - \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1}(K_{32} - k_z \beta K_{31})$$

$$+ \mu_o k_x K_{21} - \mu_o k_y L_{11} - 2a^2 P_{32}\}$$

$$P'_{31} = -P_{31}$$

$$P_{32} = \frac{1}{4k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1} k_z \beta\Delta J_1 + \mu_o \frac{\sigma_2}{\sigma_1} k_z \beta K_{32} + \mu_o k_y K_{22} - \mu_o k_y L_{12}\}$$

$$P'_{32} = P_{32}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$P_{33} = -\frac{1}{2k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}(4k_z\beta S_1 - \Delta)R_1 + k_z\beta(2S_1 - 2k_z\beta R_1) + \mu_o\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(-k_z\beta K_{33}+K_{34})$$

$$+ \mu_o k_x K_{23} + \mu_o k_y L_{13} - 2a^2 P_{34}\}$$

$$P'_{33} = P_{33}$$

$$P_{34} = \frac{1}{4k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}(-2\Delta S_1 - 4k_z^2\beta^2 S_1 + k_z\beta\Delta R_1 + \mu_o(2K_{35} - k_z\beta K_{34})$$

$$+ \mu_o k_x K_{24} + \mu_o k_y L_{14} - 6a^2 P_{35}\}$$

$$P'_{34} = -P_{34}$$

$$P_{35} = \frac{1}{6k_z a}\{\frac{\varepsilon_o}{\sigma_1}k_z\beta\Delta S_1 - \mu_o\frac{\sigma_2}{\sigma_1}k_z\beta K_{35} + \mu_o k_x K_{25} - \mu_o k_y L_{15}\}$$

$$P'_{35} = P_{35}$$

<u>สนามแม่เหล็กอันดับหนึ่ง $\vec{H}_1$</u>

$$D_1 = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2 P_1 + 2k_z\beta T_1\} \qquad D'_1 = -D_1$$

$$T_1 = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2 k_z\beta P_1\} \qquad T'_1 = T_1$$

$$F_1 = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_1 P_2 + 2k_z\beta G_1\} \qquad F'_1 = -F_1$$

$$G_1 = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2 k_y P_3 - \sigma_1 k_z\beta P_2\} \qquad G'_1 = G_1$$

$$D_{11} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2 P_{11} + \sigma_1 P_{21} + 2k_z\beta D_{12} - 2D_{13}\}$$

$$D'_{11} = D_{11}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$D_{12} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2(2P_{12} - k_z\beta P_{11}) + \sigma_1(2P_{22} - k_z\beta P_{21}) + 4k_z\beta D_{13}\}$$

$$D'_{12} = -D_{12}$$

$$D_{13} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2 k_z\beta P_{12} - \sigma_1 k_z\beta P_{22}\}$$

$$D'_{13} = D_{13}$$

$$F_{11} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2 Q_{11} + \sigma_1 P_{21} + 2k_z\beta F_{12} - 2F_{13}\}$$

$$F'_{11} = F_{11}$$

$$F_{12} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 k_y P_{31} - \sigma_2(2Q_{12} - k_z\beta Q_{11}) + \sigma_1(2P_{22} - k_z\beta Q_{21}) + 4k_z\beta F_{13}\}$$

$$F'_{12} = -F_{12}$$

$$F_{13} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 P_{32} + \sigma_2 k_z\beta Q_{12} - \sigma_1 k_z\beta Q_{22}\}$$

$$F'_{13} = F_{13}$$

$$T_{11} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2 P_{13} + \sigma_1 P_{23} + 2k_z\beta T_{12} - 2T_{13}\}$$

$$T'_{11} = -T_{11}$$

$$T_{12} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2(2P_{14} - k_z\beta P_{13}) + \sigma_1(2P_{24} - k_z\beta P_{23}) + 4k_z\beta T_{13} + 6T_{14}\}$$

$$T'_{12} = T_{12}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$T_{13} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2(3P_{15} - k_z\beta P_{14}) + \sigma_1(3P_{25} - k_z\beta P_{24}) + 6\,k_z\beta T_{14}\}$$

$$T'_{13} = -T_{13}$$

$$T_{14} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2 k_z\beta P_{15} - \sigma_1 k_z\beta P_{25}\}$$

$$T'_{14} = T_{14}$$

$$G_{11} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_2 Q_{13} + \sigma_1 Q_{23} + 2k_z\beta G_{12} - 2G_{13}\}$$

$$G'_{11} = -G_{11}$$

$$G_{12} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_0 k_y P_{33} - \sigma_2(2Q_{14} - k_z\beta Q_{13}) + \sigma_1(2Q_{14} - k_z\beta Q_{13} + 4k_z\beta G_{13} + 6\,G_{14}\}$$

$$G'_{12} = G_{12}$$

$$G_{13} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_0 k_y P_{34} - \sigma_2(3Q_{15} - k_z\beta Q_{14}) + \sigma_1(3Q_{25} - k_z\beta Q_{24}) + 6\,k_z\beta G_{14}\}$$

$$G'_{13} = -G_{13}$$

$$G_{14} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_0 k_y P_{35} + \sigma_2 k_z\beta Q_{15} - \sigma_1 k_z\beta Q_{25}\}$$

$$G'_{14} = G_{14}$$

$$D_2 = \frac{1}{\Delta}(-\sigma_1 P_1 + 2k_z\beta T_2)$$

$$D'_2 = -D_2$$

$$T_2 = \frac{1}{\Delta}(-\sigma_0 k_x P_3 + \sigma_1 k_z\beta P_1)$$

$$T'_2 = T_2$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$F_2 = \frac{1}{\Delta}(-\sigma_2 P_2 + 2k_z\beta G_2)$$

$$F'_2 = -F_2$$

$$G_2 = \frac{1}{\Delta}(\sigma_2 k_z \beta P'_2)$$

$$G'_2 = G_2$$

$$D_{21} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1 P_{11} - \sigma_2 P_{21} + 2k_z\beta D_{22} - 2D_{23}\}$$

$$D'_{21} = D_{21}$$

$$D_{22} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 k_x P_{31} + \sigma_1(-2P_{12} + k_z\beta P_{11}) - \sigma_2(2P_{22} - k_z\beta P_{21}) + 4k_z\beta D_{23}\}$$

$$D'_{22} = -D_{22}$$

$$D_{23} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 k_x P_{32} + \sigma_1 k_z\beta P_{12} + \sigma_2 k_z\beta P_{22}\}$$

$$D'_{23} = D_{23}$$

$$F_{21} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1 Q_{11} - \sigma_2 Q_{21} + 2k_z\beta D_{22} - 2F_{23}\}$$

$$F'_{21} = F_{21}$$

$$F_{22} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1(2Q_{12} - k_z\beta Q_{11}) - \sigma_2(2Q_{22} - k_z\beta Q_{21}) + 4k_z\beta F_{23}\}$$

$$F'_{22} = F_{22}$$

$$F_{23} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_1 k_z\beta Q_{12} + \sigma_2 k_z\beta Q_{12}\}$$

$$F'_{23} = F_{23}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$T_{21} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1 P_{13} - \sigma_1 P_{23} + 2k_z\beta T_{22} - 2T_{23}\}$$

$$T'_{21} = -T_{21}$$

$$T_{22} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 k_x P_{33} - \sigma_1(2P_{14} - k_z\beta P_{13}) - \sigma_1(2P_{24} - k_z\beta P_{23}) + 4k_z\beta T_{23} + 6T_{24}\}$$

$$T'_{22} = T_{22}$$

$$T_{23} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 k_x P_{34} - \sigma_1(3P_{15} - k_z\beta P_{14}) + \sigma_1(3P_{25} - k_z\beta P_{24} + 6k_z\beta T_{24}\}$$

$$T'_{23} = -T_{23}$$

$$T_{24} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_0 k_x P_{35} + \sigma_1 k_z\beta P_{15} + \sigma_2 k_z\beta P_{25}\}$$

$$T'_{24} = T_{24}$$

$$G_{21} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1 Q_{13} - \sigma_2 Q_{23} + 2k_z\beta G_{22} - 2G_{23}\}$$

$$G'_{21} = -G_{21}$$

$$G_{22} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1(2Q_{14} - k_z\beta Q_{13}) - \sigma_2(2Q_{24} - k_z\beta Q_{23}) + 4k_z\beta G_{23} + 6G_{24}\}$$

$$G'_{12} = G_{12}$$

$$G_{23} = \frac{1}{\Delta}\{-\sigma_1(3Q_{15} - k_z\beta Q_{14}) - \sigma_2(3Q_{25} - k_z\beta Q_{24}) + 6k_z\beta G_{24}\}$$

$$G'_{13} = G_{13}$$

$$G_{24} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_1 k_z\beta Q_{15} + \sigma_2 k_z\beta Q_{25}\}$$

$$G'_{14} = G_{14}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$D_3 = \frac{1}{\Delta}(2k_z\beta T_3)$$

$$D'_3 = D_3$$

$$T_3 = \frac{1}{\Delta}\{k_x P_1 + k_y P_2\}$$

$$T'_3 = -T_3$$

$$D_{31} = \frac{1}{\Delta}\{2k_z\beta D_{32} - 2D_{33}\}$$

$$D'_{31} = -D_{31}$$

$$D_{32} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(-k_x Q_{11} + k_y P_{21}) + \sigma_1(k_x Q_{21} + k_y P_{11}) + 4k_z D_{33}\}$$

$$D'_{32} = D_{32}$$

$$D_{33} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(-k_x Q_{12} + k_y P_{22}) + \sigma_1(k_x Q_{22} + k_y P_{12})\}$$

$$D'_{33} = -D_{33}$$

$$F_{31} = \frac{1}{\Delta}\{2k_z\beta F_{32} - 2F_{33}\}$$

$$F'_{31} = -F_{31}$$

$$F_{32} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(k_x P_{11} - k_y Q_{21}) + \sigma_1(-k_x P_{21} - k_y Q_{11}) + 4k_z\beta F_{33}\}$$

$$F'_{32} = F_{32}$$

$$F_{33} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(k_x P_{12} - k_y Q_{22}) + \sigma_1(-k_x P_{22} - k_y Q_{12})\}$$

$$F'_{33} = -F_{33}$$

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

$$T_{31} = \frac{1}{\Delta}\{2k_z\beta T_{32} - 2T_{33}\}$$

$$T'_{31} = T_{31}$$

$$T_{32} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(-k_xQ_{13} - k_yP_{23}) + \sigma_1(k_xQ_{23} - k_yP_{13}) + 4k_z\beta T_{33} + 6T_{34}\}$$

$$T'_{32} = -T_{32}$$

$$T_{33} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(-k_xQ_{14} - k_yP_{24}) + \sigma_1(k_xQ_{24} - k_yP_{14}) + 6k_z\beta T_{34}\}$$

$$T'_{33} = T_{33}$$

$$T_{34} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(-k_xQ_{15} - k_yP_{25}) + \sigma_1(k_xQ_{25} - k_yP_{15})\}$$

$$T'_{34} = -T_{34}$$

$$G_{31} = \frac{1}{\Delta}\{2k_z\beta G_{32} - 2G_{33}\}$$

$$G'_{31} = G_{31}$$

$$G_{32} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(k_xP_{13} + k_yQ_{23}) + \sigma_1(-k_xQ_{23} + k_yQ_{13}) + 4k_z\beta G_{33} + 6G_{34}\}$$

$$G'_{32} = -G_{32}$$

$$G_{33} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(k_xP_{14} + k_yQ_{24}) + \sigma_1(-k_xQ_{24} + k_yQ_{14}) + 6k_z\beta G_{34}\}$$

$$G'_{33} = -G_{33}$$

$$G_{34} = \frac{1}{\Delta}\{\sigma_2(k_xP_{15} + k_yQ_{25}) + \sigma_1(-k_xP_{25} + k_yQ_{15})\}$$

$$G'_{34} = -G_{34}$$