

ทฤษฎีของเซตคองกรูเออนซ์ในระบบพีชคณิต



นางสาว สิตระจวบ อ่ำพันธุ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2525

ISBN 974-561-572-2

007164

THE THEORY OF CONGRUENCE SETS IN ALGEBRAIC SYSTEMS

Miss Chitchuab Ampan

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1982

Thesis Title The Theory of Congruence Sets in Algebraic Systems
By Miss Chitchuab Ampan
Department Mathematics
Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell



Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in
Partial Fulfillment of the Requirements for the Master's degree.

..... *S. Bunnag* Dean of Graduate School
(Associate Professor Supradit Bunnag Ph.D.)

Thesis Committee

..... *ยูปกรณ์ เจริญจิตร* Chairman
(Associate Professor Yupaporn Kemprasit Ph.D.)

..... *มาร์ก อรรถไพบูลย์* Member
(Associate Professor Mark Tamthai Ph.D.)

..... *Sidney S. Mitchell* Member
(Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.)

Copyright of the Graduate School, Chulalongkorn University.

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ทฤษฎีของเซตคองกรูเอนซ์ในระบบพีชคณิต
ชื่อผลิต นางลำว ศิตรจวบ อ่ำพันธุ์
อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.ชิตนีย์ เอล์ มิทเซลล์
ภาควิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2525



บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้เรากำลังศึกษา เซตคองกรูเอนซ์ในระบบพีชคณิต ตอนแรกเราจะให้นิยามของระบบพีชคณิตในบทที่ 1 แล้วกรุป และริงเป็นตัวอย่างของระบบพีชคณิต เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า มีการสมนัยระหว่างเซตของคองกรูเอนซ์บนกรุป G กับเซตของกรุปย่อยนอร์มัลของ G และทำนองเดียวกัน เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า มีการสมนัยระหว่างเซตของคองกรูเอนซ์บนริงกับเซตของไอดัลของ R ต่อจากนั้นเราจะพิจารณา P.R.D เราจะให้นิยามของ C - set ของ P.R.D. และพิสูจน์ว่า มีการสมนัยระหว่างเซตของคองกรูเอนซ์บน P.R.D. และเซตของ C - set ของ D แล้วเราจะทำเช่นเดียวกันนี้กับเซมิฟิลด์ด้วย

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราจะใช้ภาษาของ category และ functor ในบทที่ 1 เราจะให้นิยามของเซตคองกรูเอนซ์ในระบบพีชคณิต ในบทที่ 2 เราสนใจ เซมิกรุป และ กรุป ดังนั้นจะพิจารณา category ของเซมิกรุป และ โฮโมมอร์ฟิซึม เราจะแสดงด้วยว่า กรุปย่อยนอร์มัลเป็นเซตคองกรูเอนซ์ ในบทที่ 3 เราสนใจ เซมิริง และ เซมิริงพิเศษ ดังนั้นจะพิจารณา category ของ เซมิริง และโฮโมมอร์ฟิซึม เราจะแสดงด้วยว่า ไอดัล เป็นเซตคองกรูเอนซ์ C - set ของ P.R.D. เป็นเซตคองกรูเอนซ์ และ C - set ของเซมิฟิลด์ เป็นเซตคองกรูเอนซ์

Thesis Title The Theory of Congruence Sets in Algebraic Systems
Name Miss Chitchuab Ampan
Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell
Department Mathematics
Academic Year 1982



ABSTRACT

In this thesis we study congruence sets in algebraic systems. First we shall give the definition of an algebraic system in chapter I. Then groups and rings are examples of algebraic systems. We can prove that there exist a natural bijection between the set of congruences on a group G and the set of normal subgroups of G . Similarly we can prove that there exists a natural bijection between the set of congruences on a ring R and the set of ideals of R . Next we shall consider P.R.D.'s. After studying properties of normal subgroups and ideals we shall give the definition of a C - set of a P.R.D. and show that there exists a natural bijection between the set of congruences on a P.R.D. D and the set of C - sets of D . After working with P.R.D.'s, we shall work with semifields and show that we can define a C - set in this case also.

In this thesis we shall use the language of categories and functors. In Chapter I we shall give the definition of a congruence set in an algebraic system with respect to a category containing the algebraic system. In Chapter II we are interested in semigroups and groups so we shall consider the category of semigroups and semigroup homomorphisms. We shall show that

normal subgroups of a group (G, \cdot) are congruence sets in (G, \cdot) . In Chapter III we are interested semirings and special semirings and show that ideals of a ring $(R, +, \cdot)$ are congruence sets in $(R, +, \cdot)$, C - sets of a P.R.D. $(D, +, \cdot)$ are congruence sets in $(D, +, \cdot)$ and C - sets of a semifield $(S, +, \cdot)$ are congruence sets in $(S, +, \cdot)$.

ACKNOWLEDGEMENT

I am grateful to Dr.Sidney S. Mitchell, my thesis supervisor, for his valuable supervision during the preparation and completion of this thesis. Thanks are due to all of my teachers for their previous lectures. And finally I have my gratitude to my parents for their kindly encouragement throughout my studying.

CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vii
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
II SEMIGROUPS	14
III SEMIRINGS	78
REFERENCES	175
VITA	176