CHAPTER IX

EXISTENCE OF ROOM SQUARES

9.1 Existence of Room Squares.

Theorem 9.1.1 There exists a Room Square of side r, for all **odd integers** r except 3 and 5.

Proof. Let r be any odd integer, $r \neq 3$ or 5 .

By the fundamental theorem of arithmetic, r can be written in the form

$$r = p_1^{b_1} \cdot p_2^{b_2} (p_3^{b_3} \ldots . \cdot p_k^{b_k}); \text{ where } p_1 = 3 ; \; p_2 = 5 \text{ and}$$

$p_3, \ldots\ldots, p_k$ are primes larger than 5, $b_1, b_2, \ldots., b_k$ are non negative integers.

case 1. If $b_1 = b_2 = 1$. Then r can be written in the form

$$r = 3.5(p_3^{b_3} \ldots\ldots . p_k^{b_k})$$

$$= 15(p_3^{b_3} \ldots\ldots . p_k^{b_k}) .$$

By theorem 7.1.3 , there exist Room Squares of sides $p_i^{b_i}$ for all $i \geq 3$. Therefore by theorem 4.1.4, there exists a Room Square of side $(p_3^{b_3} \ldots\ldots . p_k^{b_k})$. Since there exists a Room Square of side 15,

มารศรี ธีรพงศ์ (2524)
ความสัมพันธ์ของครูที่ [illegible] บทบาทของตน ในการพัฒนาชุมชน

พ้อมจิตต์ บุญสุวรรณ
คุณธรรมนิยม ของครูสังคมศึกษา (2522)

เสริม มกรพงศ์
ผลเปรียบเทียบความสัมพันธ์กับคุณธรรมนิยม ของครูประถมศึกษา
สังกัด [illegible] ปีการศึกษา 2522

พนัส ธรรมรงค์
การเปรียบเทียบระหว่างคุณลักษณะของครูที่ รร. ประถมศึกษา
ตามตัวการกับคุณลักษณะของครู ประจำ [illegible] (2525)

ปราณีสุวรรณ อดิศไท, บุญ [illegible]
* รองทอง ตรีรงสุกิจ อรนันท์ บุญประ [illegible]

2516
~~[illegible]~~

เพ็ญศรี ขุนไร [illegible]
* ดวงใจ [illegible] * ปราณี สันธุ์ [illegible]
* พงศธร [illegible] สุวิไล พลเกษ

~~หน่วยการสอน [illegible]~~ ปลูกฝังค่านิยมแก่นักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนต้น

* ภาควิชามัธยมศึกษา 2522 วัฒนวรรณ อามระดิษ
· ความสัมพันธ์เกี่ยวกับค่านิยมทางจริยธรรมของนักเรียน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

* ภาคมัธยม (2525) ชฎาพร [illegible] เจียระ

ความสัมพันธ์เกี่ยวกับค่านิยมทางสังคมของนักเรียนมัธยมศึกษา ใน กรุงเทพมหานคร 5

ภาคประถม (2525) สดใส ตันติศัลยาภรณ์

ความสอดคล้องของค่านิยมทางสังคม ตามกระบวนการรับรู้ที่เกิดจากการอ่านหนังสืออ่านสำหรับเด็ก กับค่านิยมทางสังคม ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรประถมศึกษา

ศึกษา ผล ใช้เหตุผลเชิงจริยธรรม ของครู [illegible]

- [illegible] แนวคิด
- ทฤษฎี

* ส่งศึกษาเข้าที่ ก่อเอกสาร ของควินทวนนุ หน้า 29–54, บรรณานุกรม 81, 98–104, 107–112

หาหนังสือ บทบาท ของครู ในสังคมไทย ของ ดิศกุทธิ์ ปราโมช มรว. ใน [illegible] พัชรี [illegible]

ดิศกุทธิ์ ปราโมช ม.ร.ว. "บทบาทของครูในสังคมไทย," วิทยาสาร, 32 (22 สิงหาคม 2514), 11

เพียร เสนาะพงษ์. "แนวคิดครู," [illegible], 15 (15 พฤษภาคม 2514), 64

therefore by theorem 4.1.3, there is a Room Square of side $15(p_3^{b_3} \cdot \cdots \cdot p_k^{b_k}) = r$.

<u>case2.</u> If $b_1 = 1$; $b_2 \neq 1$. Then r can be written in the form:

$$r = 3(p_2^{b_2} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_k^{b_k}).$$

Since $r \neq 3$, therefore $(p_2^{b_2} \cdot p_3^{b_3} \cdot \cdots \cdot p_k^{b_k}) > 1$.

Similarly to these in case 1 we see that by theorem 7.1.3 and and theorem 4.1.4 there is a Room Square of side $(p_2^{b_2} \cdots p_k^{b_k})$. Therefore by theorem5.1.2, there is a Room Square of side $3(p_2^{b_2} \cdots\cdots p_k^{b_k}) = r$.

<u>case 3</u>. If $b_1 \neq 1$; $b_2 = 1$. Them r can be written in the form

$$r = 5(p_1^{b_1} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_k^{b_k}).$$

Since $r \neq 5$. Hence $(p_1^{b_1} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_k^{b_k}) > 1$.

Since $(p_1^{b_1} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_k^{b_k}) > 1$. Hence there exists $b \in \{b_1, b_2, \ldots, b_k\}$ such that $b > 0$ say b_j.

Therefore $5r = 5p_j^{b_j}(p_1^{b_1} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_{j-1}^{b_{j-1}} \cdot p_{j+1}^{b_{j+1}} \cdots p_k^{b_k})$.

By theorem 7.1.3 and 4.1.4 there is a Room Square of side $(p_1^{b_1} \cdot p_3^{b_3} \cdot \cdots p_{j-1}^{b_{j-1}} \cdot p_{j+1}^{b_{j+1}} \cdots\cdots p_k^{b_k})$. By theorem 8.1.5, there is a Room Square of side $5p_j^{b_j}$. Therefore by theorem 4.1.3 there is a Room Square of side $5p_j^{b_j}(p_1^{b_1} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_{j-1}^{b_{j-1}} \cdot p_{j+1}^{b_{j+1}} \cdots\cdots p_k^{b_k}) = r.$

case 4. If $b_1 \neq 1$, $b_2 \neq 1$. Then r can be written in the form

$$r = p_1^{b_1} \cdot p_2^{b_2} \cdot p_3^{b_3} \cdots\cdots p_k^{b_k}, \text{ where } p_i^{b_i} \neq 3 \text{ or } 5 \text{ for any } i.$$

By theorem 7.1.3, there exists a Room Square of side $p_i^{b_i}$ and by theorem 4.1.4 there is a Room Square of side $p_1^{b_1} \cdot p_2^{b_2} \cdots\cdots p_k^{b_k} = r$.

From case 1 to case 4, we can conclude that there is a Room Square of side r except for 3 and 5.

Q.E.D.

APPENDIX

Theorem A 1 If p is any odd prime, then p can be written in the form

(I) $p = 2^k t + 1$; where k is a positive integer and t is an odd integer greater than 1, or

(II) $p = 2^{2^k} + 1$; where k is a non-negative integer.

Proof. Let p be any odd prime. Then $p - 1$ is an even integer, Then $p - 1$ can be written in the form

$p - 1 = 2^{\alpha} . t$; where α and t are positive integers and t is odd .

If $t = 1$, then $p = 2^{\alpha} + 1$.

Suppose α is not a power of 2, then α has an odd factor k, say

$$\alpha = kl \text{ .}$$

Hence $p = (2^l)^k + 1^k$, where k is odd integer.

Using the identity

$$a^k + b^k = (a + b)(a^{k-1} - a^{k-2} . b + \ldots\ldots - ab^{k-2} + b^{k-1}) ;$$

where k is an odd positive integer.

We have

$p = (2^l + 1) [2^{(k-1)l} - 2^{(k-2)l} + \ldots\ldots\ldots - 2^l + 1)]$, which show that p is not a prime. Hence α must be a power of 2.

That is ; when $t = 1$ we can write p in the form

$$p = 2^{2^{k}} + 1$$; where k is a non-negative integer.

Q.E.D.