บทที่ ๒

แบบจำลองทางด้านชลศาสตร์ (Hydraulic Model)

ความคล้ายคลึงกัน (Similitude)

ในปลายคริสศตวรรษที่ยี่สิบ แบบจำลองทางด้านชลศาสตร์ได้เริ่มมีบทบาทในการศึกษาปัญหาทางด้านชลศาสตร์ต่าง ๆ ที่ไม่สามารถจะหาคำตอบได้โดยอาศัยการวิเคราะห์จากทฤษฎีแต่เพียงลำพัง การค้นคว้าและวิจัยได้มีการนำเอาแบบจำลองมาใช้มากเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ทั้งนี้เพราะแบบจำลองสามารถให้คำตอบได้อย่างมีเหตุผลและประหยัดค่าใช้จ่ายเมื่อเปรียบเทียบกับค่าก่อสร้างของจริง ซึ่งปกติมีขนาดใหญ่กว่าแบบจำลอง ส่วนรูปร่างลักษณะและคุณสมบัติต่าง ๆ มีความคล้ายคลึงกัน ซึ่งความคล้ายคลึงกันนี้ ทางด้านชลศาสตร์มีกฎเกณฑ์ว่า แบบจำลองและของจริงจะมีความคล้ายคลึงกันอย่างสมบูรณ์ต่อเมื่อ ระบบทั้งสองมีความคล้ายคลึงกันทั้ง ๓ ด้าน [1,5] ได้แก่

ก. ความคล้ายคลึงกันทางด้านเรขาคณิต (Geometrical similarity) ซึ่งกล่าวไว้ว่า วัตถุสองชิ้นหรือระบบสองระบบจะมีลักษณะคล้ายคลึงกันทางด้านเรขาคณิตได้ต่อเมื่อ อัตราส่วนของความยาวที่สัมพันธ์กันในแบบจำลองต่อแบบของจริงมีค่าคงที่ ดังตัวอย่างใน รูปที่ 9 เมื่อแบบจำลอง (Model) กับของจริง (Prototype) มีความคล้ายคลึงกันทางด้านเรขาคณิต จะได้ว่า

$$\frac{d_m}{d} = \frac{l_m}{l} = L_r \qquad (2)$$

L_r = ค่าคงที่

ผลที่ตามมาของความคล้ายคลึงกันทางด้านเรขาคณิต คือ อัตราส่วนระหว่างพื้นที่และอัตราส่วนระหว่างปริมาตรของแบบจำลองกับแบบของของจริงจะแปรผันในรูปกำลังสองและกำลังสามของอัตราส่วนความยาวตามลำดับดังนี้.-

$$\frac{A_m}{A} = \left(\frac{d_m}{d}\right)^2 = \left(\frac{l_m}{l}\right)^2 = L_r^2 \qquad (3)$$

$$\frac{V_m}{V} = \left(\frac{d_m}{d}\right)^3 = \left(\frac{l_m}{l}\right)^3 = L_r^3 \qquad (4)$$

ข. ความคล้ายคลึงกันทางด้านคีนีเมติก (Kinematic Similarity) จาก รูปที่ 9 ถ้าระบบทั้งสองมีความคล้ายคลึงกันทางด้านคีนีเมติกแล้ว การไหลของของไหลผ่านแบบจำลอง และแบบของจริงจะมีลักษณะการไหลเหมือนกัน กล่าวคือ อัตราส่วนความเร็วและความเร่งของการไหลของอนุภาคของของไหลที่สัมพันธ์กันจะมีค่าคงที่ นั่นคือ

$$\frac{v_{1m}}{v_1} = \frac{v_{2m}}{v_2} = \text{ค่าคงที่} \qquad (5)$$

$$\frac{a_{3m}}{a_3} = \frac{a_{4m}}{a_4} = \text{ค่าคงที่} \qquad (6)$$

ค. ความคล้ายคลึงกันทางด้านไดนามิค (Dynamic Similarity) เพื่อที่จะให้ความคล้ายคลึงกันทางด้านเรขาคณิต และด้านคีนีเมติกของระบบทั้งสองยังคงอยู่แรงที่กระทำกับมวลของของไหลที่สัมพันธ์กันจะต้องมีอัตราส่วนคงที่ด้วย ความคล้ายคลึงกันเช่นนี้เรียกว่า ความคล้ายคลึงกันทางด้านไดนามิค จาก รูปที่ 9 มวลของของไหล M และ M_m มีแรง F_1, F_2, F_3 และแรง F_{1m}, F_{2m}, F_{3m} มากระทำตามลำดับ ทำให้มวลของของไหลมีความเร่ง a_4 และ a_{4m} ผลรวมของแรงมีค่า $M.a_4$ และ $M_m.a_{4m}$ ตามลำดับ เมื่อเขียนประกอบเป็นรูปหลายเหลี่ยมแทนแรงในแต่ละระบบแล้วใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน เมื่อทั้งสองระบบมีความคล้ายคลึงกันทางด้านไดนามิค จะได้ว่า

$$\frac{F_{1m}}{F_1} = \frac{F_{2m}}{F_2} = \frac{F_{3m}}{F_3} = \frac{M_m.a_{4m}}{M.a_4} = \text{ค่าคงที่} \qquad (7)$$

$$\frac{M.a_4}{F_2} = \frac{M_m.a_{4m}}{F_{2m}} \qquad (8)$$

$$\frac{M.a_4}{F_3} = \frac{M_m.a_{4m}}{F_{3m}} \qquad (9)$$

แรงในระบบข้างต้นทั้งหมดที่มีผลกระทบกระ เทือนต่อระบบการไหลของของไหลได้แก่

F_P = แรงที่เกิดจากความดันของของไหล (Pressure force)

F_I = แรงที่เกิดจากความเฉื่อยของวัตถุ (Inertia force)

F_G = แรงที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่มีต่อมวลวัตถุ (Gravity force)

F_V = แรงที่เกิดจากแรงเฉือน (Viscosity force)

F_E = แรงที่เกิดจากการอัดตัวของของไหล (Elasticity force)

F_T = แรงที่เกิดจากแรงตึงผิวของของไหล (Surface tension force)

โดยที่

$F_P = (\Delta p)A = (\Delta p)l^2$

$F_I = Ma = \rho l^3(V^2/l) = \rho V^2 l^2$

$F_G = Mg = \rho l^3 g$

$F_V = \mu(dv/dy)A = \mu(V/l)l^2 = \mu V l$

$F_E = EA = El^2$

$F_T = \sigma l$

เมื่อแรงทั้งหมดกระทำกับระบบทั้งสองซึ่งมีความคล้ายคลึงกันทางด้านไดนามิค เราสามารถเขียนอัตราส่วนของแรงต่าง ๆ จากสมการที่ (8) และ (9) ได้ดังนี้

$$\left(\frac{F_I}{F_P}\right)_p = \left(\frac{F_I}{F_P}\right)_m = \left(\frac{\rho V^2}{\Delta p}\right)_p = \left(\frac{\rho V^2}{\Delta p}\right)_m \quad ; \quad E_p = E_m \tag{10}$$

$$\left(\frac{F_I}{F_V}\right)_p = \left(\frac{F_I}{F_V}\right)_m = \left(\frac{Vl\rho}{\mu}\right)_p = \left(\frac{Vl\rho}{\mu}\right)_m \quad ; \quad R_p = R_m \tag{11}$$

$$\left(\frac{F_I}{F_G}\right)_p = \left(\frac{F_I}{F_G}\right)_m = \left(\frac{V^2}{lg}\right)_p = \left(\frac{V^2}{lg}\right)_m \quad ; \quad F_p = F_m \tag{12}$$

$$\left(\frac{F_I}{F_E}\right)_p = \left(\frac{F_I}{F_E}\right)_m = \left(\frac{\rho V^2}{E}\right)_p = \left(\frac{\rho V^2}{E}\right)_m \quad ; \quad M_p = M_m \tag{13}$$

$$\left(\frac{F_I}{F_T}\right)_p = \left(\frac{F_I}{F_T}\right)_m = \left(\frac{\rho l V^2}{\sigma}\right)_p = \left(\frac{\rho l V^2}{\sigma}\right)_m \quad ; \quad W_p = W_m \tag{14}$$

โดยที่

Euler number, $E = V\sqrt{\rho/2\Delta p}$

Reynolds number, $R = Vl/\nu$

Frodue number, $F = V/\sqrt{lg}$

Cauchy number, $C = \rho V^2/E$

Weber number, $W = \rho l V^2/\sigma$

<u>แบบจำลองของโครงสร้างที่เป็นทางน้ำเปิด</u> (Hydraulic structure Model of Open Channel)

โครงสร้างบางอย่างทางด้านชลศาสตร์ เช่น ทางน้ำล้น (Spillway) แอ่งน้ำนิ่ง (Stilling basin) ทำนบกั้นน้ำ (Weir) เป็นต้น มีแรงอันเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกมากระทำต่อระบบเป็นสำคัญ และมีค่ามากกว่าแรงอื่นใดทั้งหมดที่กล่าวมาแล้วทั้งนี้เนื่องจากมีการเปลี่ยนแปลงของระดับผิวน้ำอย่างรวดเร็ว ในกรณีนี้ความคล้ายคลึงกันทางด้านไดนามิคของแบบจำลองของ

โครงสร้างดังกล่าวจึงมุ่งออกแบบให้มีค่า Froude Number เท่ากันตามสมการที่ (12)

$$\left(\frac{v^2}{l.g}\right)_p = \left(\frac{v^2}{l.g}\right)_m$$

เนื่องจากความเร่งอันเนื่องมาจากแรงดึงดูดของโลกมีค่าเท่ากันทั้งในแบบจำลองและของจริง จึงได้ว่า

$$v_r = \frac{V_m}{V_p} = (L_r)^{\frac{1}{2}}$$

และได้ต่อไปว่า

$$T_r = \frac{T_m}{T_p} = \left(\frac{l}{v}\right)_m \left(\frac{v}{l}\right)_p = (L_r)^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{(l^3/T)m}{(l^3/T)p} = (L_r)^{5/2}$$

$$F_r = \frac{F_m}{F_p} = \frac{(\gamma h.l^2)m}{(\gamma h.l^2)p} = (L_r)^3$$

ส่วนมาตราส่วนอื่น ๆ ดูได้จาก **ตารางที่** 1

<u>แบบจำลองทางน้ำลันเชื่อนน้ำโจน</u>

ทางน้ำลันเชื่อนน้ำโจนถูกออกแบบให้มีลักษณะเป็นอุโมงค์กลมลอดใต้เนินเขา เพื่อความเหมาะสมกับลักษณะภูมิประเทศ มีเส้นผ่าศูนย์กลางภายในอุโมงค์ ๙.๐๐ เมตร แบบจำลองทางน้ำลันเดิมออกแบบให้มีอัตราส่วนความยาวเท่ากับ ๑ ต่อ ๖๐ ซึ่งทำให้เส้นผ่าศูนย์กลางภายในอุโมงค์แบบจำลองมีขนาดเท่ากับ ๑๕ ซม. แต่เนื่องจากวัสดุที่ใช้ทำอุโมงค์ในแบบจำลองซึ่งเป็น PVC ที่มีขายในท้องตลาด เมื่อนำมาม้วนเป็นรูปอุโมงค์ ปรากฏว่าได้เส้นผ่าศูนย์กลางภายในเพียง ๑๓.๙๓ ซม. จากความจำเป็นนี้จึงจำต้องเปลี่ยนมาตราส่วนความยาวมาเป็น ๑ ต่อ ๖๔.๖๑ และได้มาตราส่วนของค่าอื่น ๆ ดังนี้ [2]

$$L_r = 1/64.61$$

$$v_r = (L_r)^{\frac{1}{2}} = 1/8.038$$

$$Q_r = (L_r)^{5/2} = 1/33,554.39$$

$$T_r = (L_r)^{\frac{1}{2}} = 1/8.038$$

$$F_r = (L_r)^{3} = 1/269,711.35$$