บทที่ 2

ทฤษฎีของ Guarded Hot Plate

2.1 บทนำ

ในการคำนวณหาค่าอัตราการถ่ายเทความร้อน โดยการนำความร้อนของวัสดุใด ๆ นั้น ฟูเรีย (Fourier) แสดงความสัมพันธ์ไว้เป็นสูตร ดังนี้

$$\dot{q} = \frac{kA\,(t_H - t_c)}{L} \qquad \text{.....(2-1)}$$

เมื่อ $\dot{q}$ = อัตราการถ่ายเทความร้อนด้วยการนำความร้อน, บีทียูต่อชั่วโมง

A = พื้นที่ผิววัสดุ, ตารางฟุต

t_H = อุณหภูมิที่ผิววัสดุด้านร้อน, องศาฟาเรนไฮต์

t_c = อุณหภูมิที่ผิววัสดุด้านเย็น, องศาฟาเรนไฮต์

L = ความหนาวัสดุ, นิ้ว

k = ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของวัสดุชิ้นนั้น, บีทียู-นิ้ว/ช.ม.-ตร.ฟุต-องศาฟาเรนไฮต์

ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของวัสดุหนึ่ง ๆ ขึ้นอยู่กับตัวประกอบหลายอย่าง คือ ความดันที่วัสดุได้รับ และอุณหภูมิเฉลี่ยของวัสดุ เมื่อความดันอยู่ในขั้นปานกลางผลของความดันต่อค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนมีน้อยจนตัดทิ้งได้ แต่สำหรับอุณหภูมินั้นมีผลมากต่อค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน

กฎของฟูเรียนั้นใช้เมื่อการนำความร้อนดำเนินไปในทิศทางเดียวคือ ตั้งฉากกับพื้นที่ผิวของวัสดุ นั่นคือ มีสมมุติฐานว่าพื้นที่ผิวของวัสดุนั้นใหญ่จนไม่มีผลจากสภาพด้านข้างของวัสดุเข้ามาเกี่ยวข้อง เมื่อนำกฎของฟูเรียมาใช้ในการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การนำ

ความร้อนจึงเกิดผิดพลาดขึ้นเล็กน้อย แต่เพื่อความสะดวกในการทดลองจึงมักใช้กฎของฟูเรียจากสมการที่ (2-1) หาค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน โดย

$$k = \frac{\dot{q}L}{A(t_H - t_c)} \quad \text{.....(2-2)}$$

$$C = \frac{\dot{q}}{A(t_H - t_c)} \quad \text{.....(2-3)}$$

C = ค่าสภาพนำความร้อนของวัสดุ ซึ่งแทนค่า k ในกรณีที่วัสดุมีเนื้อไม่เป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน

ในการทดลองนั้นสามารถหลีกเลี่ยงความคลาดเคลื่อนของค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ทดลองได้เนื่องจากสภาพด้านข้างของวัสดุได้หลายวิธี วิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายให้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ถูกต้องและเหมาะสมในการใช้วัดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนสำหรับวัสดุก่อสร้างและฉนวนมากที่สุด คือวิธี Guarded Hot Plate ดังรายละเอียดที่จะกล่าวต่อไป

2.2 Guarded Hot Plate Mothod

ลักษณะทั่วไปของการทดลองหาค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนแสดงไว้ในรูปที่ 2-1 ประกอบด้วยแผ่นให้ความร้อนทำด้วยโลหะซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนสูง เช่น ทองแดงหรืออะลูมิเนียม ภายในแผ่นให้ความร้อนเป็นขดลวดความร้อนควบคุมอุณหภูมิได้โดยปรับค่าแรงดันไฟฟ้าที่เข้าสู่ขดลวด วัสดุสำหรับทดลอง 2 แผ่นวางประกบเข้ากับแผ่นให้ความร้อนด้านละแผ่น วัสดุทั้ง 2 แผ่นต้องมีลักษณะเหมือนกันที่สุด ทั้งความกว้าง ความยาว และความหนา ด้านนอกสุดเป็นแผ่นระบายความร้อนทำด้วยโลหะที่มีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนสูงเช่นเดียวกัน แผ่นระบายความร้อนจะถูกหล่อด้วยน้ำเย็นหรือแก๊ส เพื่อให้มีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อน ความร้อนส่วนใหญ่จากแผ่นให้ความร้อนจะถ่ายเทด้วยการนำมาสู่แผ่นระบายความร้อน ความร้อนบางส่วนจะถ่ายเทออกทางด้านข้างของแผ่นให้ความร้อนและด้านข้างของวัสดุ

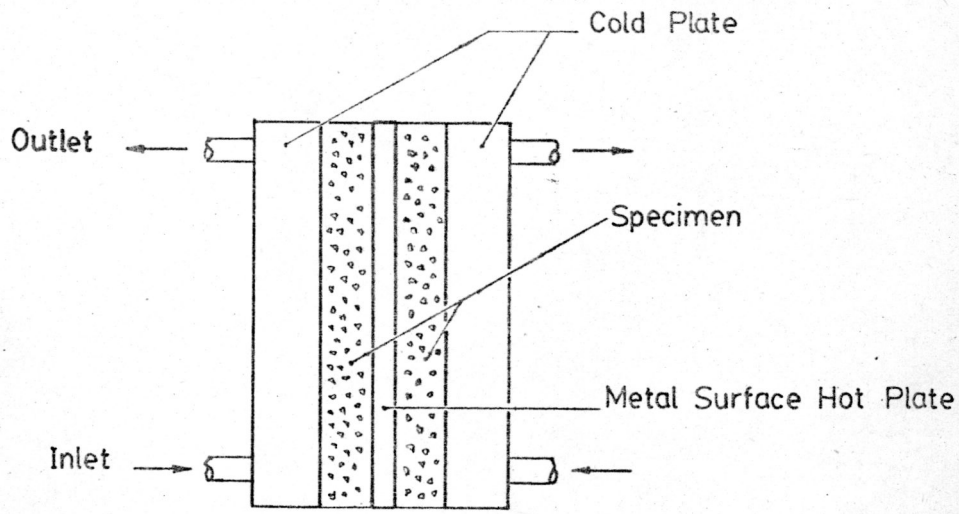

FIG. 2-1 General Feature of the Metal Surface Hot Plate

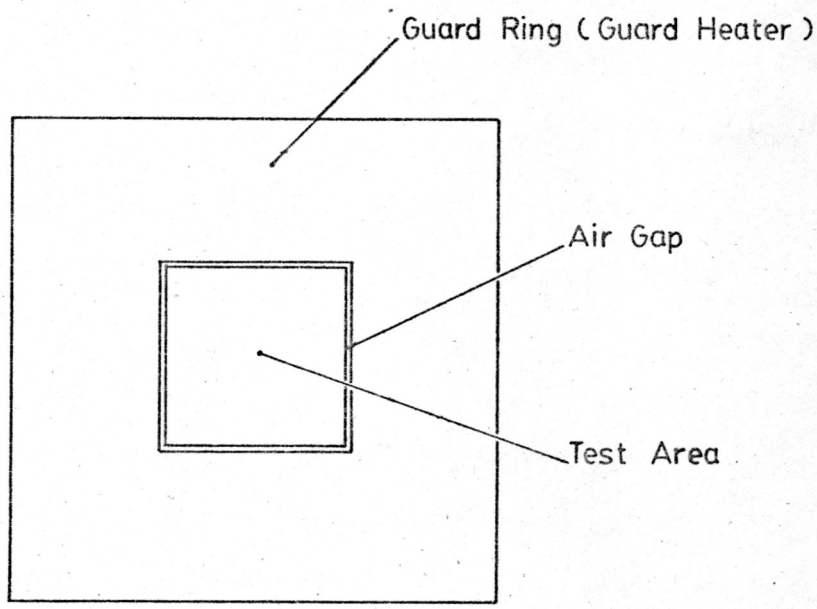

FIG. 2-2 Plan of Guarded Hot Plate

การถ่ายเทความร้อนทางด้านข้างนี้ทำให้ผลต่างของอุณหภูมิระหว่างแผ่นให้ความร้อนและแผ่นระบายความร้อนต่ำกว่าที่ควร ดังนั้นเมื่อใช้สมการ (2-2) หรือ (2-3) ก็จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่สูงกว่าความเป็นจริง เพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียงความจริงยิ่งขึ้นต้องลดปริมาณความร้อนที่ถ่ายเทออกทางด้านข้างนี้ วิธีง่าย ๆ วิธีหนึ่งก็คือใช้ฉนวนหุ้ม แต่วิธีนี้ก็ไม่สามารถขจัดความผิดพลาดของค่าที่ทดลองได้

Guarded Hot Plate Method มีลักษณะการทดลองทั่วไปเช่นเดียวกับรูปที่ 2-1 ผิดกันเฉพาะที่แผ่นให้ความร้อนเท่านั้น รูปที่ 2-2 แสดงแผ่นให้ความร้อนแบบ Guarded Hot Plate ซึ่งมีแผ่นให้ความร้อน 2 ชุด แต่ละชุดมีขดลวดความร้อนเพื่อควบคุมอุณหภูมิไม่ขึ้นแก่กัน โดยการควบคุมอุณหภูมิให้อุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนชุดนอกเท่ากับอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนชุดในจะทำให้ไม่มีการถ่ายเทความร้อนทางด้านข้างจากแผ่นให้ความร้อนชุดในสู่แผ่นให้ความร้อนชุดนอก และเมื่อเลือกขนาดความกว้างของแผ่นให้ความร้อนชุดนอกกว้างพอที่จะทำให้วัสดุส่วนที่ติดกับแผ่นให้ความร้อนชุดนอกเท่านั้นที่มีการถ่ายเทความร้อนออกทางด้านข้าง นั่นก็คือ วัสดุส่วนในที่ติดกับแผ่นให้ความร้อนชุดในจะมีการถ่ายเทความร้อนแบบทางเดียว และแผ่นให้ความร้อนชุดในไม่มีการถ่ายเทความร้อนทางด้านข้าง ความร้อนทั้งหมดผ่านวัสดุส่วนในไปสู่แผ่นระบายความร้อน ดังนั้นโดยการแทนค่า พื้นที่ของแผ่นให้ความร้อนชุดใน อุณหภูมิแตกต่างของผิวทั้ง 2 ของวัสดุส่วนใน และอัตราความร้อนของแผ่นให้ความร้อนชุดใน ลงในสมการ (2-2) หรือ (2-3) ก็จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ถูกต้อง

ในการทดลองนั้น การที่จะปรับให้อุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดเท่ากันเป็นเรื่องที่ยากมาก เพราะต้องใช้เวลาและเครื่องมือที่พิเศษ เพื่อความเหมาะสมจึงยอมให้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ทดลองได้ผิดพลาดได้เล็กน้อย โดยปรับอุณหภูมิให้ได้ใกล้เคียงกันมากที่สุด การคำนวณหาความผิดพลาดจากความแตกต่างของอุณหภูมิแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดจะเป็นเครื่องชี้ว่าการทดลองนี้ผิดพลาดเกินกำหนดหรือไม่ (ความผิดพลาดนี้จะอธิบายในตอนที่ 2.4)

ในทำนองเดียวกัน ในการทดลองนั้นขนาดของแผ่นให้ความร้อนคงที่ แต่ขนาดของแผ่นให้ความร้อนชุดนอกซึ่งทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนแบบทางเดียวในวัสดุส่วนในนั้นขึ้นอยู่กับค่าความกว้างของแผ่นให้ความร้อนชุดใน และความหนาของวัสดุเอง ดังนั้นจึงอาจมีความผิดพลาดเกิดขึ้นสำหรับวัสดุหนาได้ ซึ่งค่าความผิดพลาดของสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเนื่องจากความหนาของวัสดุนี้ได้แสดงไว้ในตอนต่อไป

2.3 ขนาดของแผ่นให้ความร้อนและความผิดพลาด

Pascal[5] ทำการทดลองวัดอุณหภูมิที่จุดต่าง ๆ ของวัสดุหนา โดยหุ้มด้านข้างอย่างดีด้วยฉนวน จากนั้นจึงใช้ relaxation method หาเส้นแนวการถ่ายเทความร้อนดังในรูปที่ 2-3 จากรูปเมื่อจัดแผ่นให้ความร้อนชุดนอกคลุมบริเวณที่มีเส้นแนวการถ่ายเทความร้อนไม่เป็นเส้นตรง ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ได้จากชุดในย่อมถูกต้อง ปาสคาลสรุปว่า อัตราส่วนน้อยที่สุดของความกว้างแผ่นให้ความร้อนชุดนอกต่อความหนาของวัสดุ ซึ่งทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ถูกต้องนั้นเป็น 7 ต่อ 10 ซึ่งผลของปาสคาลไม่ถูกต้องนัก เพราะยังมีตัวประกอบอื่นที่เกี่ยวข้องอยู่ด้วย คือขนาดของแผ่นให้ความร้อนชุดใน

ASTM[3] กำหนดทั้งขนาดของแผ่นให้ความร้อนชุดใน ชุดนอก และความหนาสูงสุดของวัสดุที่ใช้ในการทดลอง ดังในตารางที่ 2-1 เพื่อให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ถูกต้อง ซึ่งบทกำหนดของ ASTM อาจตรวจสอบได้โดยสมการของ Woodside[5] ซึ่งเป็นสมการแสดงความผิดพลาดของค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ทดลองได้ โดยมีสมมุติฐานว่า อุณหภูมิที่ขอบของวัสดุนั้นเท่ากันตลอด และมีค่าอยู่ระหว่างอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนกับอุณหภูมิของแผ่นระบายความร้อน ดังในสมการที่ 2-4

$$\left(\frac{k}{k_{exp}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{\pi S}{L}}{e \ln\left(\frac{\cosh \frac{\pi(g+S)}{L} + 1}{\cosh \frac{\pi g}{L} + 1}\right) + (1-e)\ln\left(\frac{\cosh \frac{\pi(g+S)}{L} - 1}{\cosh \frac{\pi g}{L} - 1}\right)} \qquad \text{.....(2-4)}$$

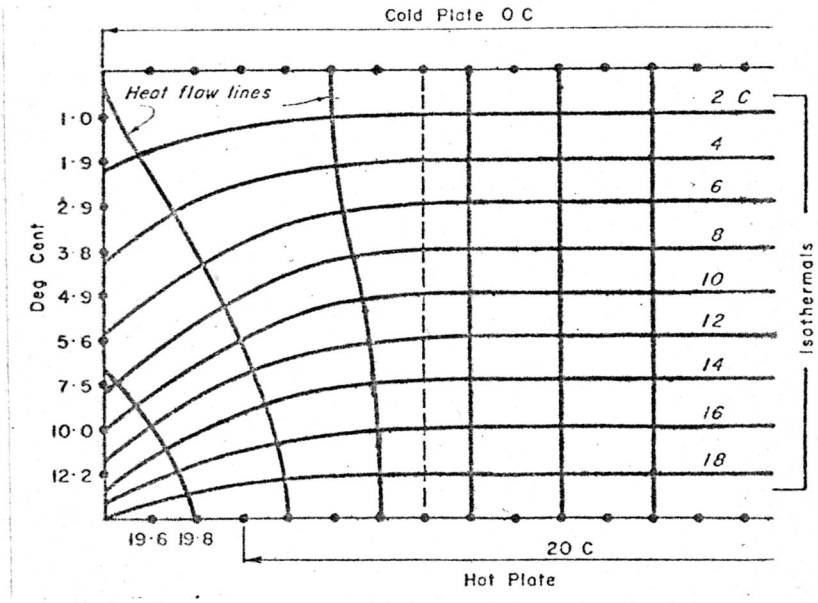

FIG. 2-3 Pascal's Measured Specimen-Edge-Temperature Distribution for a Thick Specimen Well Insulated Around its Edges, and the Heat Flow Lines and Isothermals Obtained by the Relaxation Method.

Maximum Thickness of Test Specimen, in.	Minimum Linear Surface Dimensions of Guarded Hot Plate (Square or Round), in.	
	Central Section of Heating Unit	Width of Guard Area Around Heating Unit
1⅓	4	2
2	6	3
2½	12	3
4	12	6

TABLE 2-1 ASTM SPECIMEN THICKNESS REQUIREMENTS.

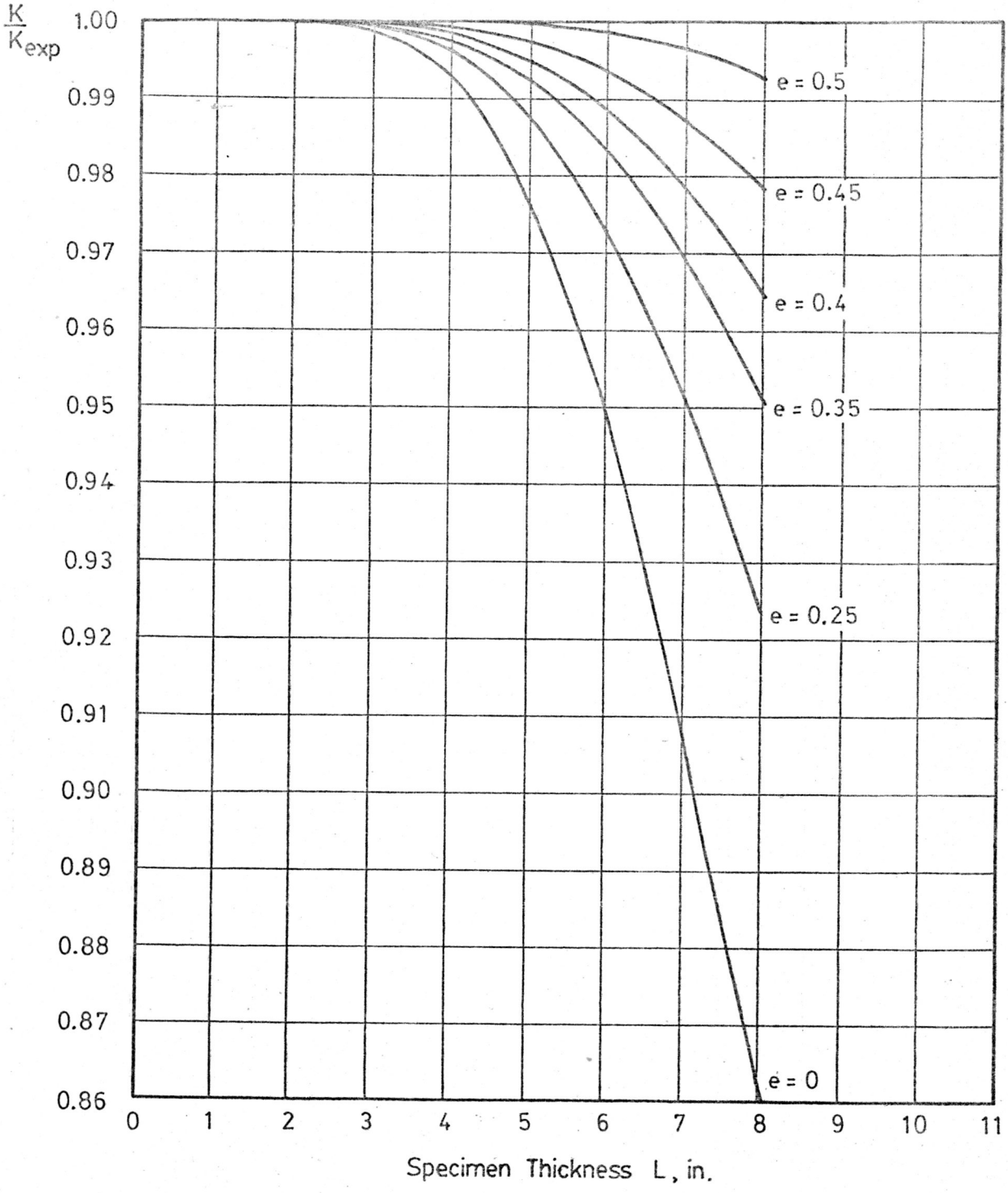

FIG. 2-4 k/k_{exp} Calculated from Eq. 2-4 Plotted Against Specimen Thickness for an 24 by 24 in. Hot Plate Having s = 6, g = 6 in. for Different Values of e

S = ครึ่งหนึ่งของความกว้างของแผ่นให้ความร้อนชุดใน

g = ความกว้างของแผ่นให้ความร้อนชุดนอก

L = ความหนาของวัสดุที่ใช้ทดลอง

k = ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนจริง

k_{exp} = ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนจากการทดลอง

e = ค่าคงที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 ใช้แสดงอุณหภูมิด้านข้างของวัสดุ

รูปที่ 2-4 เป็นกราฟระหว่าง k/k_{exp} กับความหนาของวัสดุที่ e ต่าง ๆ กัน จากสมการที่ 2-4 เมื่อแผ่นให้ความร้อนชุดนอกกว้าง 6 นิ้ว และแผ่นให้ความร้อนชุดในกว้าง 12 นิ้ว จากกราฟเมื่อ $e = .5$ จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่ถูกต้องมากที่สุด

น่าสังเกตว่า สมการ 2-4 นี้ สมมุติให้ขอบวัสดุมีอุณหภูมิคงที่ตลอด แต่ความจริงแล้วที่ขอบนั้นวัสดุส่วนใกล้แผ่นให้ความร้อนจะมีอุณหภูมิใกล้เคียงกับแผ่นให้ความร้อนแล้วจึงลดลงจนกระทั่งเท่ากับอุณหภูมิของแผ่นระบายความร้อนที่ส่วนที่ติดกับแผ่นระบายความร้อน การหุ้มของด้วยฉนวนเป็นการช่วยให้ขอบของวัสดุมีอุณหภูมิเปลี่ยนแปลงเป็นเส้นตรงตามระยะจากผิวของวัสดุ ซึ่งเฉลี่ยแล้วอุณหภูมิที่ขอบใกล้เคียงกับเมื่อ $e = .5$ ทำให้สามารถใช้สมการ 2-4 ได้ถูกต้อง

2.4 อุณหภูมิแตกต่างระหว่างแผ่นให้ความร้อนชุดในและชุดนอกและความผิดพลาด

ในทางทฤษฎีนั้นแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดจะต้องมีอุณหภูมิเท่ากัน แต่ในทางปฏิบัติการปรับให้อุณหภูมิให้เท่ากันนั้นทำได้ยากมาก ASTM[3] จึงกำหนดให้ปรับอุณหภูมิแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดให้ใกล้เคียงกันมากที่สุด โดยยอมให้ค่าผิดพลาดของค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนที่วัดได้ไม่เกิน .5 เปอร์เซนต์ Woodside and Wilson[6] แสดงวิธีการหาค่าความผิดพลาดของค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเมื่ออุณหภูมิแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดไม่เท่ากัน ดังต่อไปนี้

เมื่ออุณหภูมิแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดเท่ากัน สมการที่ 2-2 เขียนได้เป็น

$$k = QL/A\Theta \quad \text{.....(2-5)}$$

Q = $\dot{q}$ ความร้อนซึ่งถ่ายเทจากแผ่นให้ความร้อนชุดในไปสู่วัสดุ

$\Theta = t_H - t_c$

A = พื้นที่วัสดุส่วนที่ติดกับแผ่นให้ความร้อนชุดใน = พื้นที่แผ่นให้ความร้อนชุดใน

เมื่ออุณหภูมิไม่เท่ากัน แต่ปรับได้ค่า Θ อันเดียวกัน

$$k_{cxp} = \frac{(Q + q)\, L}{A\Theta} \quad \text{.....(2-6)}$$

q = อัตราการถ่ายเทความร้อนด้านข้างของแผ่นให้ความร้อนชุดใน

(2-6) - (2-5)

$$\Delta k = \frac{qL}{A\Theta} \quad \text{.....(2-7)}$$

แทน (2-7) ด้วย (2-5)

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{q}{Q} \quad \text{.....(2-8)}$$

แทน (2-8) ด้วย (2-1)

$$q = \frac{\Delta k A \Theta}{L} \quad \text{.....(2-9)}$$

เมื่ออุณหภูมิแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดต่างกัน 1 °F ความร้อนที่ถ่ายเททางด้านข้างของแผ่นให้ความร้อนชุดในมีความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเป็นเส้นตรง[6] หรือ

$$q = q_o + ck \quad \text{.....(2-10)}$$

q_o = ค่าคงที่ของแผ่นให้ความร้อน ซึ่งขึ้นกับขนาดและการสร้างแผ่นให้ความร้อน

c = ค่าคงที่ของแผ่นให้ความร้อน ซึ่งขึ้นกับขนาดและช่องว่างระหว่างแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุด

เมื่ออุณหภูมิแตกต่างกัน $\Delta\theta$ ปริมาณการถ่ายเทความร้อนทางด้านข้างของแผ่นให้ความร้อนชุดในกลายเป็น

$$q = (q_o + ck)\Delta\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}11)$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า (2-11) และ (2-5) ลงใน (2-8) แล้วได้

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{L\Delta\theta}{A\theta}\left(\frac{q_o}{k} + c\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}12)$$

สมการที่ (2-12) ทำให้ทราบความคลาดเคลื่อนของค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเนื่องจากอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนทั้ง 2 ชุดแตกต่างกัน $\Delta\theta$ และเป็นสิ่งชี้ว่าการทดลองนั้นถูกต้องตามที่ ASTM กำหนดไว้หรือไม่

ค่า q_o และ c หาได้จากการทดลองกับวัสดุอย่างน้อย 2 ชนิดขึ้นไป แบ่งขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. หาค่า k_{exp} ที่ $\Delta\theta$ ต่าง ๆ ของวัสดุหนึ่ง ๆ ที่ θ คงที่ จากนั้นจึงสร้างกราฟระหว่างค่า k_{exp} กับ $\Delta\theta$ ค่า k ก็คือค่า k_{exp} ที่ $\Delta\theta = 0$ และ Δk ที่ $\Delta\theta = 1^{\circ}F$ ก็สามารถหาค่าได้ นำมาแทนค่าในสมการที่ (2-9) จะได้ q และ k ของวัสดุต่าง ๆ

2. นำค่า q และ k มาเขียนกราฟจะได้กราฟเป็นเส้นตรงโดยสังเกตจากสมการที่ (2-10) ซึ่ง q_o และ c ก็สามารถหาค่าได้จากกราฟนี้เอง

สำหรับการทดลองที่ขาดเครื่องมืออัตโนมัติสำหรับควบคุมอุณหภูมินั้น การตั้ง θ ทำได้ยากมาก ดังนั้นในการทดลองจึงมักจะได้ค่า k_{exp} ที่ $\Delta\theta$ ต่าง ๆ กัน และ θ ต่าง ๆ กัน เมื่อเป็นเช่นนี้ควรเขียนกราฟระหว่าง k_{exp} กับ $\frac{\Delta\theta}{\theta}$ ซึ่งให้กราฟเป็นเส้นตรงเช่นเดียวกัน เนื่องจากสมการที่ (2-12) สามารถเขียนได้เป็น

$$k_{exp} = \frac{Lk\Delta\theta}{A\theta}\left(\frac{q_o}{k} + c\right) + k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\text{-}13)$$

ซึ่งค่า A, q_o, c นั้น เป็นค่าคงที่ของแผ่นให้ความร้อน ส่วน L และ k เป็นค่าคงที่ของวัสดุ ถึงแม้ k จะเปลี่ยนไปบ้างตามอุณหภูมิก็ตาม เมื่อ θ แตกต่างกันไม่มากนัก ค่า k ถือว่าคงที่ได้ ดังนั้นสมการ (2-13) จึงเป็น

$$k_{exp} = C \frac{\Delta\theta}{\theta} + k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}14)$$

C = ค่าคงที่

จากกราฟจึงได้ k และ Δk เมื่อ $\Delta\theta = 1^{\circ}F$ และ θ เป็นค่าเฉลี่ยของ θ ทั้งหมดแล้ว จึงได้ค่า q จากนั้นก็หา q_o และ c ได้ตามต้องการ

001458